

**BOSH ILMIY-METODIK MARKAZ
SAMDU HUZURIDAGI PEDAGOG KADRLARNI
QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING
MALAKASINI OSHIRISH MINTAQAVIY
MARKAZI**



**MATEMATIKANING SOHALARGA TADBIQLARI MODULI
BO'YICHA O'QUV-USLUBIY MAJMUA**

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA
INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

**OLIY TA'LIM TIZIMI PEDAGOG VA RAHBAR KADRLARINI QAYTA
TAYYORLASH VA ULARNING MALAKASINI OSHIRISHNI TASHKIL ETISH BOSH
ILMIY-METODIK MARKAZI**

**SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI HUZURIDAGI PEDAGOG KADRLARNI
QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING MALAKASINI OSHIRISH MINTAQAVIY
MARKAZI**

**“MATEMATIKANING SOHALARGA
TADBIQLARI”**

MODULI BO'YICHA

O'QUV-USLUBIY MAJMUA

Qayta tayyorlash va malaka oshirish kursi yo'nalishi: Matematika

Samarqand -2023

**Modulning o'quv-uslubiy majmuasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining
2020 yil "7"-dekabrdagi 648-sonli bayonnomasi bilan ma'qullangan o'quv
dasturi va o'quv rejasiga muvofiq ishlab chiqilgan.**

Tuzuvchilar:

Samarqand davlat universiteti Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika kafedrasini
professori J.Abdullayev

Taqrizchilar:

Samarqand davlat universiteti Matematik fizika va funksional analiz kafedrasini mudiri,
akademik S.Laqayev, Algebra va geometriya kafedrasini dotsenti H.Ro'zimurodov

O'quv-uslubiy majmua Samarqand davlat universiteti ilmiy-metodik kengashi (2020 yil "28"-
dekabrdagi 4- sonli bayonnomasi).

MUNDARIJA

I.	MODULNING ISHCHI DASTURI.....	5
II.	INTERFAOL TA'LIM METODLARI.....	10
III.	NAZARIY MATERIALLAR.....	16
IV.	AMALIY MASHG'ULOT MATERIALLARI.....	40
V.	GLOSSARIY.....	68
VI.	ADABIYOTLAR RO'YXATI	71

I. MODULNING ISHCHI DASTURI

Kirish

Oliy ta'lim muassasalari pedagog kadrlarining malakasini oshirish va ularni qayta tayyorlash bugungi kunning eng dolzarb masalalaridan biri bo'lib kelmoqda. Mamlakatimiz ta'lim tizimida bosqichma-bosqich amalga oshirilayotgan islohotlar bu masalaga yanada mas'uliyat bilan yondoshishni talab qilmoqda.

Mazkur dastur zamonaviy talablar va rivojlangan xorijiy davlatlarning oliy ta'lim sohasida erishgan yutuqlar hamda orttirilgan tajribalar asosida «Matematika» qayta tayyorlash va malaka oshirish yo'nalishi uchun tayyorlangan namunaviy o'quv reja hamda dastur mazmunidan kelib chiqqan holda tuzilgan bo'lib, u qayta tayyorlash va malaka oshirish jarayonlarining mazmunini takomillashtirish hamda oliy ta'lim muassasalari pedagog kadrlarining kasbiy kompetentligini muntazam oshirib borishda xizmat qiladi.

Jamiyat taraqqiyoti nafaqat mamlakat iqtisodiy salohiyatining yuksakligi bilan, balki bu salohiyat har bir insonning kamol topishi va uyg'un rivojlanishiga qanchalik yo'naltirilganligi, innovatsiyalarni tadbiq etilganligi bilan ham o'lchanadi. Demak, ta'lim tizimi samaradorligini oshirish, pedagoglarni zamonaviy bilim hamda amaliy ko'nikma va malakalar bilan qurollantirish, chet el ilg'or tajribalarini o'rganish va ta'lim amaliyotiga tadbiq etish bugungi kunning dolzarb vazifasidir. «Matematika fanlarini o'qitishning zamonaviy usullari» moduli aynan mana shu yo'nalishdagi masalalarni hal etishga qaratilgan.

Masalalarni yechishda matematik usullarni amaliyotda qo'llash hozirgi paytda keng tarqalgan kompyuterli matematik tizimlar (MathCad, Maple, MatLab, Mathematica, Derive) ning funksional imkoniyatlariga tayanadi. Ko'p funktsionallik matematik dasturiy ta'minotlardan foydalanish matematik ta'limotning amaliy aspektlarini joriy etishni kuchaytirib qolmasdan, balki mutaxassislarining kasbiy tayyorgarligini ko'taradi. Mutaxassisning matematik kompetentlik nuqtai-nazaridan matematik masalalarni yechishda turli usullarni qo'llash (aniq va taqribiy yechish usullari, natijalarni simvolli (analitik), sonli hamda grafik ko'rinishda olish) va yechimni turli shaklda olish har xil turdagi instrumentlarning unikal variativ imkoniyatlarini tushinishga imkoniyat beradi. Bularning barchasi, ya'ni kasbiy ta'lim maqsadi uchun masala mohiyatini tushunish uslubiy muammo dolzarbligini oshiradi.

Modulning maqsadi va vazifalari

Oliy ta'lim muassasalari pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish Modulining **maqsadi** pedagog kadrlarni innovatsion yondoshuvlar asosida o'quv-tarbiyaviy jarayonlarni yuksak ilmiy-metodik darajada loyihalashtirish, sohadagi ilg'or tajribalar, zamonaviy bilim va malakalarni o'zlashtirish va amaliyotga joriy etishlari uchun zarur bo'ladigan kasbiy bilim, ko'nikma va malakalarini takomillashtirish, shuningdek ularning ijodiy faolligini rivojlantirishdan iborat.

Modulning **vazifalariga** quyidagilar kiradi:

- «Matematika» yo'nalishida pedagog kadrlarning kasbiy bilim, ko'nikma, malakalarini takomillashtirish va rivojlantirish;

- pedagoglarning ijodiy-innovatsion faollik darajasini oshirish;

- mutaxassislik fanlarini o'qitish jarayoniga zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalari va xorijiy tillarni samarali tatbiq etilishini ta'minlash;

- mutaxassislik fanlari sohasidagi o‘qitishning innovatsion texnologiyalari va ilg‘or xorijiy tajribalarini o‘zlashtirish;

“Matematika” yo‘nalishida qayta tayyorlash va malaka oshirish jarayonlarini fan va ishlab chiqarishdagi innovatsiyalar bilan o‘zaro integratsiyasini ta‘minlash.

Modul yakunida tinglovchilarning bilim, ko‘nikma va malakalari hamda kompetensiyalariga qo‘yiladigan talablar:

“Kredit modul tizimi va o‘quv jarayonini tashkil etish”, “Ilmiy va innovatsion faoliyatni rivojlantirish”, “Pedagogning kasbiy professionalligini oshirish”, “Ta‘lim jarayoniga raqamli texnologiyalarni joriy etish”, “Maxsus maqsadlarga yo‘naltirilgan ingliz tili” modullari bo‘yicha tinglovchilarning bilim, ko‘nikma va malakalariga qo‘yiladigan talablar tegishli ta‘lim sohasi bo‘yicha pedagog kadrlarni qayta tayyorlash va malakasini oshirish mazmuni, sifati va ularning tayyorgarligi hamda kompetentligiga qo‘yiladigan umumiy malaka talablari bilan belgilanadi.

Mutaxassislik fanlari bo‘yicha tinglovchilar quyidagi yangi bilim, ko‘nikma, malaka hamda kompetensiyalarga ega bo‘lishlari talab etiladi:

Tinglovchi:

- integral va o‘lchov tushunchalarini;
- geometriyaning chiziqli fazo va chiziqli akslantirishlar yordamida bayon etilishi, vektor algebrasidan foydalanishni;
- matematik masalalarni matematik tizimlarda yechishni va standart funksiyalardan foydalanishni;
- matematikani o‘qitishda uning tatbiqlari bilan tushuntirishni, hayotiy va sohaga oid misollarni;
- matematik fanlarni o‘qitishning zamonaviy usullarini *bilishi* kerak.

Tinglovchi:

- o‘lchovlar nazariyasidan matematika, fizika va biologiya masalalarida keng foydalanish;
- matematik analizning biomatematika, mexanika, ommaviy xizmat nazariyasi, iqtisodiy sohalar va boshqa sohalarda keng qo‘llash;
- matematik fanlarni o‘qitishda innovatsion ta‘lim metodlari va vositalarini amaliyotda qo‘llash;
- talabaning o‘zlashtirish darajasini nazorat qilish va baholashning nazariy asoslari hamda innovatsion yondashuv uslublarini to‘g‘ri qo‘llay olish *ko‘nikmalariga* ega bo‘lishi lozim.

Tinglovchi:

- o‘lchovlar nazariyasi va uning tatbiqini turli fazolarda qo‘llay olish;
- geometriyaning chiziqli fazo va chiziqli akslantirishlar yordamida bayon etilishi, vektor algebrasidan foydalanish;
- matematikani o‘qitish innovatsion jarayonini loyihalashtirish va tashkillashtirishning zamonaviy usullarini qo‘llash *malakalariga* ega bo‘lishi lozim.

Tinglovchi:

- matematikani o‘qitishda foydalaniladigan zamonaviy (matlab, mathcad, maple, GeoGebra va boshqalar) matematik paketlarini o‘quv jarayoniga tatbiq etish;

- matematikaning xorij va respublika miqyosidagi dolzarb muammolari, yechimlari, tendensiyalari asosida o'quv jarayonini tashkil etish;
- matematikani turli sohalarga tatbiq etish;
- oliy ta'lim tizimida matematik fanlar mazmunining uzviyligi va uzluksizligini tahlil qila olish *kompetensiyalariga* ega bo'lishi lozim.

Modulning oliy ta'limdagi o'rni

Modulni o'zlashtirish orqali tinglovchilar ilg'or xorijiy mamlakatlarda biologiya o'qitishni tashkil qilishning xorijiy tajribalarni o'rganish, amalda qo'llash va baholashga doir kasbiy kompetentlikka ega bo'ladilar. So'nggi yillarda Milliy g'oya, ma'naviyat asoslari, dinshunoslik sohasidagi yutuqlar va istiqbollar oliy o'quv yurtlaridagi ta'lim jarayonining mazmunini boyitishga xizmat qiladi.

“Matematikaning sohalarga tadbiqlari” modulining soatlar bo‘yicha taqsimoti

№	Modul mavzulari	Tinglovchining o‘quv yuklamasi, soat				
		Hammasi	Auditoriya o‘quv yuklamasi			Ko‘chma mashg‘ulot
			Jami	jumladan		
				Nazariy	Amaliy mashg‘ulot	
1.	Tenglamalar va ularning tatbiqlari.	4	4	2	2	
2.	Matritsalar va ularning tatbiqlari. Vektorlar va ularning tatbiqlari.	4	4	2	2	
3.	Hosila va uning tatbiqlari. Integral va uning tatbiqlari.	4	4	2	2	
4.	Qatorlar va ularning tatbiqlari. Differensial tenglamalar va ularning tatbiqlari.	4	4	2	2	
5.	Matematika va sa‘nat.	2	2		2	
6.	Matematika va muhandislik.	2	2		2	
Jami:		20	20	8	12	0

NAZARIY MASHG‘ULOT MATYERIALLARI

1-Mavzu: Tenglamalar va ularning tatbiqlari.

Tenglamalarning iqtisodiyotning turli tarmoqlariga tadbiqlarining o‘ziga xos xususiyatlari va uning muammolari.

2-Mavzu: Matritsalar va ularning tatbiqlari. Vektorlar va ularning tatbiqlari.

Matritsalarining tabiiy fanlarga tadbiqlari. Ko‘p omillilik. Vektorlarning trayektoriyali siljishlarga tadbig‘i.

3-Mavzu: Hosila va uning tatbiqlari. Integral va uning tatbiqlari.

Tabiiy va iqtisodiy modellarni yaratish, ularni prognozlashda integralning tadbig‘i. Ishlab chiqarish bilan bog‘liq jarayonlarni modellashtirish.

4-Mavzu: Qatorlar va ularning tatbiqlari. Differensial tenglamalar va ularning tatbiqlari.

Fan tarmoqlari, ijtimoiy iqtisodiy masalalarni hal etishda qatorlarni ahamiyati. Biologik, fizik, kimyoviy jarayonlarni tadqiq etishda differensial tenglamalar.

AMALIY MASHG‘ULOTLAR

1-Amaliy mashg‘ulot. Tenglamalar va ularning tatbiqlari.

2-Amaliy mashg‘ulot. Matritsalar va ularning tatbiqlari. Vektorlar va ularning tatbiqlari.

3-Amaliy mashg‘ulot. Hosila va uning tatbiqlari. Integral va uning tatbiqlari.

4-Amaliy mashg'ulot. Qatorlar va ularning tatbiqlari. Differensial tenglamalar va ularning tatbiqlari.

5-Amaliy mashg'ulot. Matematika va sa'nat.

6-Amaliy mashg'ulot. Matematika va muhandislik.

II. INTREFAOL TA'LIM METODLARI

“SWOT-tahlil” metodidan foydalanish

Metodning maqsadi: mavjud nazariy bilimlar va amaliy tajribalarni tahlil qilish, taqqoslash orqali muammoni hal etish yo'llarni topishga, bilimlarni mustahkamlash, takrorlash, baholashga, mustaqil, tanqidiy fikrlashni, nostandart tafakkurni shakllantirishga xizmat qiladi.

S – (strength)	• кучли томонлари
W – (weakness)	• заиф, кучсиз томонлари
O – (opportunity)	• имкониятлари
T – (threat)	• тўсиқлар

Namuna: Ana'naviy va zamonaviy ta'lim shakllarini “SWOT-tahlil” metodida tahlil qiling.

	Oddiy ma'ruzada ma'ruzachi talabalar, tinglovchilarga ko'p ma'lumot bera oladi	Muammoli ma'ruzada kamroq ma'lumot beriladi, biroq ular talabalar ongiga singdirib beriladi
	O'qituvchi asosan o'zi va a'lochi, qiziquvchi talabalar bilan gaplashadi, ya'ni darsda oz sonli talabalar qamrab olinadi	Muammoli ma'ruzada ko'p sonli talabalar, tinglovchilar qamrab olinadi
	Oddiy ma'ruzada faqat o'qituvchi reja asosida va tayyorlab kelgan ma'lumotlari atrofida gaplashiladi	Muammoli ma'ruzada muhokama jarayonida yangi-yangi masalalar, muammolar yuzaga chiqishi, g'oyalar tutilishi mumkin.
	O'qituvchi uchun asosiy to'siq – dasturdan chiqib keta olmaslik, talaba uchun qiziqmasa ham o'qituvchini eshitib o'tirish majburiyati	Keng muhokama uchun vaqtning chegaralanganligi, talabalarni mavzudan chetga burishga intilishlari

Rezyume, Veyer metodidan foydalanish

Metodning maqsadi: Bu metod murakkab, ko'ptarmoqli, mumkin qadar, muammoli xarakteridagi mavzularni o'rganishga qaratilgan. Metodning mohiyati shundan iboratki, bunda mavzuning turli tarmoqlari bo'yicha bir xil axborot beriladi va ayni paytda, ularning har biri alohida aspektlarda muhokama etiladi. Masalan, muammo ijobiy va salbiy tomonlari, afzallik, fazilat va kamchiliklari, foyda va zararlari bo'yicha o'rganiladi. Bu interfaol metod tanqidiy, tahliliy, aniq mantiqiy fikrlashga hamda o'quvchilarning mustaqil g'oyalari, fikrlarini yozma va og'zaki shaklda tizimli bayon etish, himoya qilishga imkoniyat yaratadi. "Xulosalash" metodidan ma'ruza mashg'ulotlarida individual va juftliklardagi ish shaklida, amaliy va seminar mashg'ulotlarida kichik guruhlardagi ish shaklida foydalanish mumkin.

Методни амалга ошириш тартиби:



тренер-ўқитувчи иштирокчиларни 5-6 кишидан иборат кичик гуруҳларга ажратади;



тренинг мақсади, шартлари ва тартиби билан иштирокчиларни таништиргач, ҳар бир гуруҳга умумий муаммони таҳлил қилиниши зарур бўлган қисмлари туширилган тарқатма



ҳар бир гуруҳ ўзига берилган муаммони атрофлича таҳлил қилиб, ўз мулоҳазаларини тавсия этилаётган схема бўйича тарқатмага ёзма баён қилади;



навбатдаги босқичда барча гуруҳлар ўз тақдимотларини ўтказадилар. Шундан сўнг, тренер томонидан таҳлиллар умумлаштирилади, зарурий ахборотлар билан тўлдирилади ва

Namuna:

Matematikadan malaka talablari					
Sobiq standartlar		Amaldagi standartlar		Takomillashtirilgan standartlar	
afzalligi	kamchiligi	afzalligi	kamchiligi	afzalligi	kamchiligi
Xulosa:					

“FSMU” metodidan foydalanish

Texnologiyaning maqsadi: Mazkur texnologiya ishtirokchilardagi umumiy fikrlardan xususiyl xulosalar chiqarish, taqqoslash, qiyoslash orqali axborotni o‘zlashtirish, xulosalash, shuningdek, mustaqil ijodiy fikrlash ko‘nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi. Mazkur texnologiyadan ma’ruza mashg‘ulotlarida, mustahkamlashda, o‘tilgan mavzuni so‘rashda, uyga vazifa berishda hamda amaliy mashg‘ulot natijalarini tahlil etishda foydalanish tavsiya etiladi.

Texnologiyani amalga oshirish tartibi:

- qatnashchilarga mavzuga oid bo‘lgan yakuniy xulosa yoki g‘oya taklif etiladi;
- har bir ishtirokchiga FSMU texnologiyasining bosqichlari yozilgan qog‘ozlarni tarqatiladi:



FSMU tahlili qatnashchilarda kasbiy-nazariy bilimlarni amaliy mashqlar va mavjud tajribalar asosida tezroq va muvaffaqiyatli o‘zlashtirilishiga asos bo‘ladi.

Namuna.

Fikr: “Matematikadan malaka talablarini xalqaro andozalar asosida takomillashtirish va sertifikatlashtirish ta’lim samaradorligining eng muhim omillaridan biridir”.

Topshiriq: Mazkur fikrga nisbatan munosabatingizni FSMU orqali tahlil qiling.

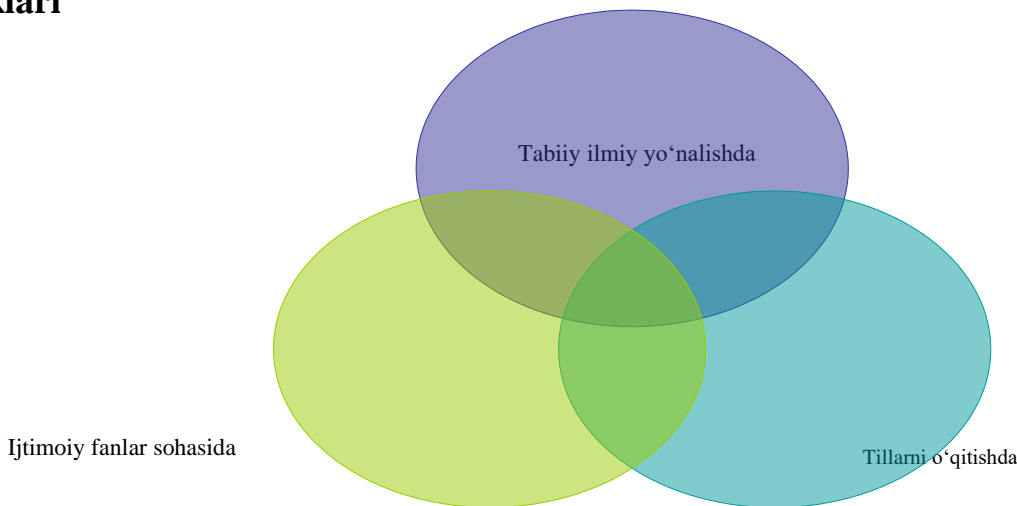
Venn Diagrammasi metodidan foydalanish

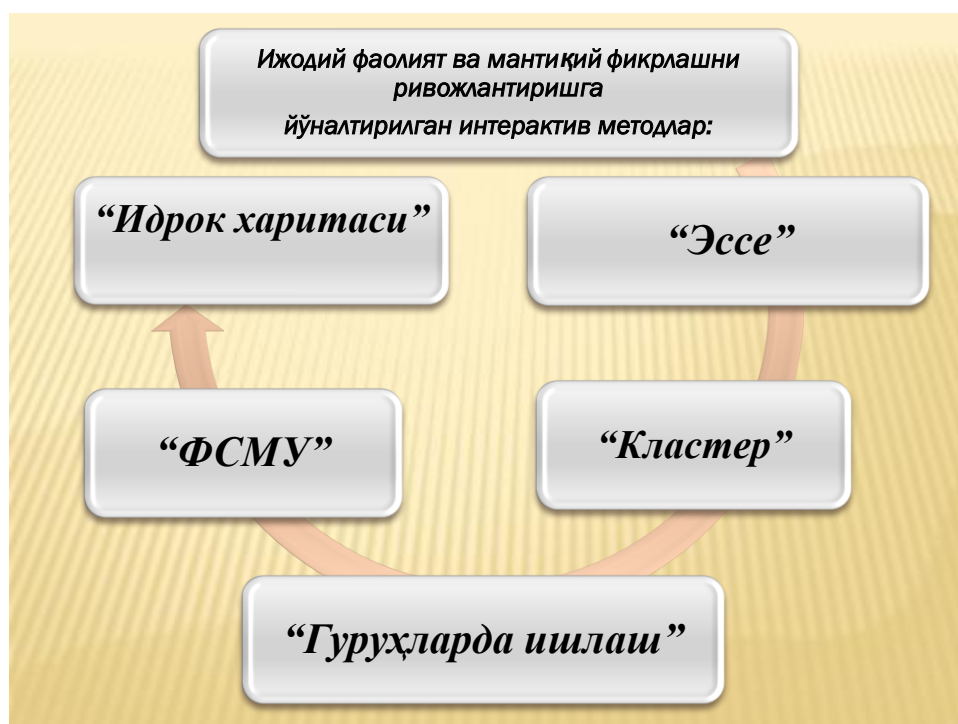
Metodning maqsadi: Bu metod grafik tasvir orqali o‘qitishni tashkil etish shakli bo‘lib, u ikkita o‘zaro kesishgan aylana tasviri orqali ifodalanadi. Mazkur metod turli tushunchalar, asoslar, tasavurlarning analiz va sintezini ikki aspekt orqali ko‘rib chiqish, ularning umumiy va farqlovchi jihatlarini aniqlash, taqqoslash imkonini beradi.

Metodni amalga oshirish tartibi:

- ishtirokchilar ikki kishidan iborat juftliklarga birlashtiriladilar va ularga ko‘rib chiqilayotgan tushuncha yoki asosning o‘ziga xos, farqli jihatlarini (yoki aksi) doiralarda ichiga yozib chiqish taklif etiladi;
- navbatdagi bosqichda ishtirokchilar to‘rt kishidan iborat kichik guruhlariga birlashtiriladi va har bir juftlik o‘z tahlili bilan guruh a‘zolarini tanishtiradilar;
- juftliklarning tahlili eshitilgach, ular birgalashib, ko‘rib chiqilayotgan muammo yohud tushunchalarning umumiy jihatlarini (yoki farqli) izlab topadilar, umumlashtiradilar va doirachalarning kesishgan qismiga yozadilar.

Namuna: Matematikani turli yo‘nalishlarda o‘qitishning farqli jihatlari o‘ziga xosliklari





Ўқув жараёнида муаммолар ва муаммоли вазиятларни ечишга йўналтирилган интерфаол методлар

“SWOT-универсал таҳлил”

“Дебат”,

Муаммоли вазият яратиш

“Резюме”,

“Т-чизмаси”,

“Венн диаграммаси”,

“Органайзер”,

Ҳар хил чизмалар, жадваллар ёрдамида амалга ошириладиган интерфаол методлар:

III. NAZARIY MATYERIALLAR

1-MAVZU: TENGLAMALAR SISTEMASI VA ULARNING TATBIQLARI.

1. Tenglamalar sistemasining iqtisodiyotning turli tarmoqlariga tadbiqlarining o'ziga xos xususiyatlari.
2. Tenglamalar sistemasining iqtisodiyotning turli tarmoqlaridagi muammolari.

Tayanch iboralar: Iqtisodiy prognoz, xarajat matritsasi, matritsani transponirlash, chiziqli model, chiziqlilik gipotezasi, balansli (defitsitsiz) savdo

Tenglamalar sistemasining iqtisodiyotning turli tarmoqlariga tadbiqlarining o'ziga xos xususiyatlari.

Ishlab chiqarish prognozi. $C = (c_{ij}); i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ - n turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarish uchun m turdagi xom ashyo xarajatlari matritsasi bo'lsin. Quyidagi vektorni tashkil etadigan har bir turdagi xom ashyoning ma'lum miqdordagi zaxiralari:

$$\bar{q} = (q_1, q_2, \dots, q_m)$$

Ishlab chiqarish rejasi bo'yich olingan $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektorga ko'paytmasi n noma'lum bo'lgan m tenglamalar sistemasini yechish bilan aniqlanadi:

$$C\bar{x}^T = \bar{q}^T,$$

bu yerda "T" vektorining satr va ustun transponirlanishini bildiradi.

1-misol. Korxonada uch turdagi xom ashyodan uch turdagi mahsulot ishlab chiqaradi. Kerakli ishlab chiqarish xarakteristikalarini quyidagi ma'lumotlar bilan ifodalangan:

Xom ashyoning turi	Mahsulotlarning barcha turlari uchun xom ashyo iste'moli G' vazn birligida			Xom ashyo zaxirasi G' vazn birligida
	1	2	3	
1	6	4	5	2400
2	4	3	1	1450
3	5	2	3	1550

Xom ashyoning ma'lum bir zaxirasi uchun har bir turdagi mahsulotning ishlab chiqarish hajmini aniqlash talab qilinsin.

Ushbu turdagi masalalar korxonalarini faoliyatini prognozlash va baholashda, foydali qazilma konlarini o'zlashtirish loyihalarini ekspert baholashda, shuningdek mikroiqtisodiyotini rejalashtirishda xarakterlidir.

x_1, x_2 va x_3 orqali noma'lum ishlab chiqarish hajmlarini belgilaylik. Har bir turdagi xom ashyo zaxiralarini to'liq iste'mol qilish sharoitida uch noma'lumli uchta tenglama

sistemasini tashkil etuvchi balans tenglamasini tuzish mumkin:

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 2400, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 1450, \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1550. \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasini biror usul bilan yechsak, bizga ma'lum bo'lgan xom ashyo zaxiralari uchun har bir turdagi ishlab chiqarish hajmi mos ravishda (birliklar bo'yicha) kelib chiqadi:

$$x_1 = 150, \quad x_2 = 250, \quad x_3 = 100.$$

Tenglamalar sistemasining iqtisodiyotning turli tarmoqlaridagi muammolari.

Ko'p tarmoqli iqtisodiyotning chiziqli modeli. Faraz qilaylik iqtisodiyotning ishlab chiqarish sohasi har biri o'ziga xos bir xil mahsulot ishlab chiqaradigan n ta tarmoqdan iborat bo'lsin. Ishlab chiqarishni ta'minlash uchun har bir soha boshqa tarmoqlarning mahsulotlariga muhtoj (ishlab chiqarish iste'moli). Odatda ishlab chiqarish jarayoni ma'lum vaqt davomida (ba'zi hollarda bu birlik yil) ko'rib chiqiladi yani,

x_i - i -sanoatning umumiy mahsuloti;

x_{ij} – j -chi sanoat tomonidan x_i hajm mahsulot ishlab chiqarishda iste'mol qiladigan i -chi sanoat mahsuloti;

y_i – ishlab chiqarish sohasida sotish uchun mo'ljallangan i -chi sanoat mahsulotlarining hajmi yoki yakuniy iste'mol mahsuloti deb ataladi. Turli tarmoqlar o'rtasidagi aloqaning muvozanat printsipi shundan iboratki, i -chi sanoatning yalpi mahsuloti ishlab chiqarish va noishlab chiqarish sohalaridagi iste'mol yig'indisiga teng bo'lishi kerak. Chiziqli gipoteza yoki oddiy qo'shilish balans koeffitsientlari quyidagi shaklda tasvirlanadi:

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Ushbu tenglamalar balans nisbati deb ataladi. Turli sanoat tarmoqlari mahsulotlarining o'lchamlari har xil bo'lgani uchun, bundan keyin biz qiymat balansini yodda tutamiz.

Leontiev ikkinchi jahon urushidan avval AQSh iqtisodiyotini tahlil qilish asosida muhim bir fakt aniqladi: uzoq vaqt davomida $a_{ij} = x_{ij} / x_j$ qiymatlar juda oz farq qiladi va ularni o'zgarmas sonlar deb hisoblash mumkin. Ushbu hodisa ishlab chiqarish texnologiyasi ancha uzoq vaqt davomida bir xil darajada qolishi va shu sababli x_i hajmidagi mahsulotlarni ishlab chiqarishda i -chi sanoat mahsulotlarini j -chi sanoat tomonidan iste'mol qilish hajmi texnologik konstantadir.

Ushbu fakt asosida quyidagi taxminni kiritish mumkin: j -chi sanoat mahsulotlarini ishlab chiqarish uchun x_j hajmdagi i -chi sanoat mahsulotlaridan foydalanish kerak. Demak

$a_{ij}x_{iye}$, bu yerda a_{ij} – o'zgarmas son. Ushbu taxmin bilan ishlab chiqarish texnologiyasi chiziqli deb qabul qilinadi va aynan shu taxmin chiziqilik gipotezasi deb ataladi. Bundan tashqari, a_{ij} o'zgarmas son to'g'ridan-to'g'ri xarajatlar koeffitsientlari deyiladi. Chiziqli gipotezasiga ko'ra, bizga

$$x_{ij} = a_{ij} / x_j; \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

malum. Balans nisbatlarini tenglamalar sistemasi sifatida qayta yozish mumkin

$$\begin{cases} x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + y_1, \\ x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + y_2, \\ \dots \\ a_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + y_n. \end{cases}$$

Ishlab chiqariladigan mahsulotlari (yalpi mahsulot vektori), yakuniy iste'mol mahsulotlari (yakuniy iste'mol vektori) va to'g'ridan-to'g'ri xarajatlar koeffitsientlari matritsasini hisobga olsak:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Quyidagi tenglama hosil bo'ladi

$$\vec{x} = A\vec{x} + \vec{y}$$

Odatda bu munosabat chiziqli kirish-chiqish balansi tenglamasi deb ataladi. Matritsani tasvirlash bilan birgalikda ushbu tenglama Leontief modeli ham deb ataladi.

Kirish-chiqarish balansi tenglamasi ikki maqsadda ishlatilishi mumkin. Birinchi (eng sodda) holatda, \vec{x} yalpi mahsulotning vektori ma'lum bo'lganda, \vec{y} yakuniy iste'mol vektorini hisoblash talab qilinadi. Ikkinchi holda, kirish-chiqarish balansi tenglamasi rejalashtirish maqsadlari uchun quyidagi masalani shakllantirish bilan foydalaniladi: T vaqt davrida (masalan, birlik yil) \vec{y} yakuniy iste'mol vektori ma'lum va \vec{x} yalpi mahsulot vektorni aniqlash talab qilinadi.

Savdoning chiziqli modeli. Tovarlarini o'zaro sotib olish jarayoni biror qiymat va matritsaning o'ziga xos vektori tushunchalari yordamida tahlil qilinadi. Faraz qilaylik n ta mamlakat byudjetlarini x_1, x_2, \dots, x_n tovarlarini sotib olishga sarflangan. Lineer almashinuv modeli yoki xalqaro savdo modelini ko'rib chiqing.

Bo'lsin a_{ij} – j - mamlakat byudjetning x_j ulushini i -mamlakatdan tovar sotib olishga sarflaydigan ulushi bo'lsin. a_{ij} elementlardan iborat matritsasini tuzamiz:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Agar butun byudjet faqat mamlakat ichkarisida va tashqarisidagi xaridlarga sarflansa quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} = 1; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Ushbu xususiyatga ega bo'lgan A matritsaning istalgan ustun elementlari yig'indisi biriga teng bo'lib, savdo-sotiqning matritsasi deyiladi. I -chi mamlakat uchun ichki va tashqi savdo tushumlarining umumiy hajmi quyidagi formuladan topiladi:

$$P_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n.$$

Balansli (defitsitsiz) savdoning holati tabiiy shaklda shakllantiriladi: har bir mamlakat uchun uning byudjeti savdo tushumidan ko'p bo'lmasligi kerak, ya'ni.

$$P_i \geq x_i, \text{ yoki}$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Ushbu shartlar bo'yicha tengsizlik belgisi bo'lishi mumkin emasligini isbotlaylik. Ushbu tengsizlikning barchasini qo'shaylik (i 1 dan 1 n gacha qiymatlar). Qiymatlar guruhlaymiz:

$$\begin{aligned} & x_1(a_{11} + a_{21} + \dots + a_{n1}) + x_2(a_{12} + a_{22} + \dots + a_{n2}) + \dots + \\ & + x_n(a_{1n} + a_{2n} + \dots + a_{nn}) \geq x_1 + x_2 + \dots + x_n \end{aligned}$$

Qavslar ichidagi qiymatlar A matritsa elementlari va ular uchun yuqoridagi shartlar bo'yicha biriga teng. Shunday qilib uchbu tengsizlik kelib chiqadi:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq x_1 + x_2 + \dots + x_n.$$

Bu yerda faqat tenglik belgisi bo'lishi mumkin.

Shunday qilib shartlar tenglik shaklini oladi:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = x_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = x_2, \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = x_n. \end{cases}$$

\bar{x} Budjetlar vektori har bir tarkibiy qismi tegishli mamlakat byudjetini tavsiflaydi. Tenglamalar sistemasini matritsa shaklida yozish mumkin:

$$A\bar{x} = \bar{x}.$$

Ushbu tenglama A matritsasining o'ziga xos vektori uning o'ziga xos qiymatiga mos kelishini anglatadi, yani λqI , kamomadga ega bo'lmagan xalqaro savdo byudjetlaridan iborat. \bar{x} tenglamani aniqlashga imkon beradigan shaklda yozaylik:

$$(A - E)\bar{x} = \bar{0}.$$

1-misol. To'rt mamlakat savdosining tarkibiy matritsasi quyidagicha

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 & 0,2 \\ 0,4 & 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,5 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 & 0,4 \end{pmatrix}.$$

Byudjetlar summasi

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6270$$

berilganda, muvozanatli defitsitsiz savdoni qondiradigan 1,2,3,4 mamlakatlarning byudjetlarini toping:

Yechish. Quyidagi $(A - E)\bar{x} = \bar{0}$ tenglamaga ko'ra

$$\begin{pmatrix} -0,8 & 0,3 & 0,2 & 0,2 \\ 0,4 & -0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & -0,5 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 & -0,6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Matrisaning rangi uchga teng bo'lganligi sababli, noma'lumlardan biri erkli o'zgaruvchidir, qolganlari u orqali ifodalanadi. Sistemani Gauss usuli bilan hal yechsak, \bar{x} vektorning tarkibiy qismlarini topamiz:

$$x_1 = \frac{140}{121}c, \quad x_2 = \frac{146}{121}c, \quad x_3 = \frac{20}{11}c, \quad x_4 = c.$$

Topilgan qiymatlarni belgilangan miqdordagi byudjetga almashtirish ($x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6270$) bilan biz qiymatni aniqlaymiz s:

$$c = 1210$$

Defitsitsiz savdo holatida biz mamlakatlar byudjetlarining kerakli qiymatlarini olamiz:

$$x_1 = 1400, \quad x_2 = 1460, \quad x_3 = 2200, \quad x_4 = 1210$$

Test

№	Test topshirig'i	To'g'ri javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Mavzu
1.	Quyidagi tengsizlik uchun nima uchun tengsizlik munosabati o'rinli emas $x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq x_1 + x_2 + \dots + x_n$	Matrisa satr elementlari 1 ga teng bo'lgani uchun	Matrisa satr elementlari 0 ga teng bo'lgani uchun	Matrisa satr elementlari 2 ga teng bo'lgani uchun	Matrisa satr elementlari -1 ga teng bo'lgani uchun	2-mavzu
2.	$C\bar{x}^T = \bar{q}^T$ matrisaviy tenglama qanday yechiladi.	Savdoning chiziqli modeli orqali	Savdoning chiziqsiz modeli orqali	Matrisa usulida	Gauss	2-mavzu
3.	Defitsitsiz savdo holatidaga olib keladigan matrisali tehlama qanday hususiyatga ega	Ko'p tarmoqli iqtisodiyotning chiziqli modeliga bo'g'liq	1 jadvalga bo'g'liq	2 jadvalga bo'g'liq	3 jadvalga bo'g'liq	2-mavzu
4.	Kirish-chiqarish balans tenglamasi qanday maqsadda ishlatilishi mumkin.	Savdoning chiziqli modeli	Ko'paytirish	ayirish	0	2-mavzu
5.	Leontiev modelida matrisaga qanday shartlar qoyiladi.	$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1$	n ta vektorlar i	XQY	0	2-mavzu
6.	Ishlab chiqarish prognozi tenglamasi matrisaga bo'g'liqligi.....	Leontiev model	Savdoning chiziqli modeli	Ko'paytirish	ayirish	2-mavzu

7.	A matritsa samaradorligi uchun qanday mezonlar bajarishi kerak	$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1$	n ta vektorlar i	XQY	0	2-mavzu
8.	Balansli (defitsitsiz) savdoning holati tabiiy shaklda shakllantiriladi	$(A - E)\bar{x} = \bar{0}$	2xQ3y	4x-z	0	2-mavzu
9.	n turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarish uchun m turdagi xom ashyo xarajatlari matritsasi	$C = (c_{ij}); i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$		$3x-y$		2-mavzu
10	Korxonalar uchun xom ashyoning umumiy yillik zaxirasining qiymati danday formuladan topiladi.	$P = p \cdot BA_{yil}$	$6x-y$	3	1	2-mavzu

Shaklan bir biriga yaqin savol-javoblar:

Savol	Javob
Ishlab chiqarish prognozi qiymati	$P_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n$
ichki va tashqi savdo tushumlarining umumiy hajmi	$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i, i = 1, 2, \dots, n$
Chiziqli gipoteza yoki oddiy qo'shilish balans koeffitsientlari	$C\bar{x}^T = \bar{q}^T$

Savol	Javob
Savdoning chiziqli modeli	$C = (c_{ij}); i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$
n turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarish uchun m turdagi xom ashyo xarajatlari matritsasi	$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = x_i, i = 1, 2, \dots, n$
Balansli (defitsitsiz) savdoning holati tabiiy shaklda shakllantiriladi.	$(A - E)\bar{x} = \bar{0}$

--	--

Yopiq testlar

Savol	Javob
Ko'p tarmoqli iqtisodiyotning chiziqli modeli qanday.....	

Nazorat savollari

1. Tenglamalar sistemasining iqtisodiyotning turli tarmoqlariga tadbiqlarining o'ziga xos xususiyatlari qanday
2. Tenglamalar sistemasining iqtisodiyotning turli tarmoqlaridagi muammolari va tadbiqlari qanday.
3. Savdoning chiziqli modelida matrisa ahamiyati qanday.

Adabiyotlar

1. Evan M. Glazer, John W. McConnell Real-Life Math: Everyday Use of Mathematical Concepts G'G'2013, ISBN-13: 978-0313319983
2. Georgii H.O. Gibbs measures and phase transitions. Berlin:de Gruyter, 657 p., 2011.
3. H.Q. Mitchell "Traveller" B1, B2, MM Publications. 2015. 183.
4. H.Q. Mitchell, Marileni Malkogianni "PIONEER", B1, B2, MM Publications. 2015. 191.
5. M. Rikhsiboev and N. S. Mohamed, Engineering Mathematics 2, Malaysia, 2019.

2-MAVZU: MATRITSALAR VA ULARNING TATBIQLARI. VEKTORLAR VA ULARNING TATBIQLARI.

Reja

1. Matritsalarining tabiiy, gumanitar fanlarga tadbiqlari.
2. Ko'p omillilik. Mahsulotni ishlab chiqarish uchun xom ashyo sarfi masalasiga matritsa va vektorlar tushunchasini tadbiqlari.
3. Vektorlarning traektoriyali siljishlarga tadbig'i. Mahsuldor Leontiev modeli.

Tayanch iboralar: matritsa, vektor, Leontiev modeli, traektoriyali siljish, matritsalar tadbiqi, vektorlarning tadbiqi

Matritsalar va vektorlarning tabiiy, gumanitar fanlarga tadbiqlari.

Algebra elementlari xususan matritsa tushunchasidan foydalanish ko'plab iqtisodiy masalalarni hal qilishning asosiy yondashuvlaridan biridir. Ushbu yondashuv ma'lumotlar bazasini ishlab chiqish va ulardan foydalanish, iqtisodiy jarayonlarni prognozlash va ko'rsatgichlarni tahlil qilishda ayniqsa dolzarb ahamiyatga ega. Iqtisodiy ko'rsatgichlar deyarli barcha ma'lumotlar matritsa shaklida tasvirlanadi va qayta ishlanadi.

Masalan vector va matritsa tushunchasi yordamida iqtisodiy ko'rsatgichlarni shaklantirish bo'yicha bazi misollarni ko'rib chiqaylik.

1-misol. Korxonada har kuni to'rtta turdagi mahsulot ishlab chiqaradi va ularning asosiy ishlab chiqarish iqtisodiy ko'rsatkichlari 1-jadvalda keltirilgan.

1-jadval

Mahsulot turi	Mahsulotlar soni	Mahsulotni ishlab chiqarish uchun xom ashyo sarfi (kg)	Ishlab chiqarish uchun ajratilgan vaqt (soat)	Mahsulot tannarxi (pul birligida)
1	20	5	10	30
2	50	2	5	15
3	30	7	15	45
4	40	4	8	20

Quyidagi kundalik ko'rsatkichlarni aniqlash talab qilinsin: xom ashyo sarfi- S , ishlab chiqarishga sarflangan vaqt- T va korxonada ishlab chiqargan mahsulotlarning tannarxi- P .

1-jadvalga ko'ra biz butun ishlab chiqarish stiklini tavsiflovchi to'rtta vektorni tuzalik:

$\vec{q} = (20, 50, 30, 40)$ - assortiment (mahsulotlar soni) vektori;

$\vec{s} = (5, 2, 7, 4)$ - mahsulotni ishlab chiqarish uchun sarf-harajatlar vektori;

$\vec{t} = (10, 5, 15, 8)$ - ishlab chiqarish uchun ajratilgan vaqt vektori;

$\vec{p} = (30, 15, 45, 20)$ - tannarx vektori.

Izlanayotgan xom ashyo sarfi- S , ish vaqti uchun harajatlar- T va korxonaning ishlab chiqargan mahsulotlari narxi- P hosil qilingan vektorlarning skalyar ko'paytmasiga teng:

$$S = \vec{q} \cdot \vec{s} = 100 + 100 + 210 + 160 = 570 \text{ kg.}$$

$$T = \vec{q} \cdot \vec{t} = 1220 \text{ soat.}$$

$$P = \vec{q} \cdot \vec{p} = 3500 \text{ so'm}$$

Xom ashyo sarfi

Korxonada to'rt turdagi xom ashyolardan foydalanib to'rt turdagi mahsulot ishlab chiqarsin. Har bir mahsulot uchun xom ashyoni iste'mol qilish stavkalari 2-jadvalda keltirilgan.

x.a.turi mah.turi	Xom ashyo turi			
	1-nav	2-nav	3-nav	4-nav
№1	2	3	4	5
№2	1	2	5	6
№3	7	2	3	2
№4	4	5	6	8

Bu ma'lumotlarni A matritsa elementlari sifatida tasvirlaymiz.

$$\begin{array}{c}
 \textit{xom ashyo turi} \\
 \begin{array}{cccc}
 .1 & 2 & 3 & 4
 \end{array} \\
 A = \begin{array}{cccc}
 \left(\begin{array}{cccc}
 2 & 3 & 4 & 5 \\
 1 & 2 & 5 & 6 \\
 7 & 2 & 3 & 2 \\
 4 & 5 & 6 & 8
 \end{array} \right) \begin{array}{l}
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 4
 \end{array}
 \end{array} \textit{mahsulot turi}
 \end{array}$$

Har bir turdagi mahsulot uchun ma'lum bir ishlab chiqarish rejasi bo'yicha har bir turdagi xom ashyo xarajatlarini topish talab qilinadi: masalan 60,50, 35 va 40 birlikda (bu birlik mahsulot turi) bo'lishi mumkin.

Bu birlik uchun ishlab chiqarishga oid B matritsa (reja) tuzamiz:

$$B = (60, 50, 35, 40).$$

Har bir turdagi mahsulotni 60,50, 35 va 40 birlikda ishlab chiqarish uchun har bir turdagi xom ashyo xarajatlari B matritsa elementlarini A matritsa elementlariga ko'paytmasiga tengligi malum bo'ladi:

$$B \cdot A = (60, 50, 35, 40) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 7 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120 + 50 + 245 + 160 \\ 180 + 100 + 70 + 200 \\ 240 + 250 + 105 + 240 \\ 300 + 300 + 70 + 320 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 575 \\ 550 \\ 835 \\ 990 \end{pmatrix}$$

Ko'p omillilik. Mahsulotni ishlab chiqarish uchun xom ashyo sarfi masalasiga matritsa va vektorlar tushunchasini tadbiqlari.

Ishlab chiqarishda yakuniy mahsulot deganda o'z ichki ehtiyojlaridan ortib qolgan sotish uchun moljallangan mahsulotlar majmuasi tushiniladi. Sanoatda har biri bitta turdagi mahsulot ishlab chiqaradigan n ta korxonadan iborat bo'lsin. x_i -hajmidagi mahsulotni i -korxonada ishlab chiqaradi deb olaylik. Sanoat korxonalarining har biri ishlab chiqarishni ta'minlash uchun o'zlari va boshqa korxonalar tomonidan ishlab chiqarilgan mahsulotlarning bir qismini iste'mol qiladilar. a_{ij} – i -korxonada ishlab chiqargan x_j -hajmidagi mahsulotni ishlab chiqarishni ta'minlash uchun iste'mol qilagan j -korxonaning ulushi bo'lsin. Biror i –korxonani istemoldan tashqari sotish uchun mo'ljallangan y_i – mahsulotlarining sonini topaylik. Ushbu qiymatni osongina ushbu formula bo'yicha hisoblanish mumkin:

$$y_i = x_i - \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Sanoatning ichki iste'molini tavsiflovchi qiymatlarni n tartibli kvadrat A matritsa ko'rinishida tasvirlash mumkin:

$$A = (a_{ij}); \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Natijada korxonalarining istemoldan tashqari sotish uchun mo'ljallangan yakuniy mahsulotlari miqdori quyidagi matrisali tenglamaning yechimlari hisoblanadi:

$$y = x - Ax \quad \text{bu yerda} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{pmatrix} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

E birlik matritsadan foydalanib $y = (E - A)x$ tenglamaning ildizlarini topamiz.

Masalan sanoatda uchta korxonaning mahsulot ishlab chiqarish va ichki istemoli berilgan hamda uni quyidagi matrisalar ko'rinishida tashlash mumkin bo'lsin:

$$x = \begin{pmatrix} 300 \\ 200 \\ 400 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \end{pmatrix}.$$

Bu uchta korxonaning istemoldan tashqari sotish uchun mo'ljallangan yakuniy mahsulotlari miqdori uchun quyidagi matrisali tenglama tuziladi:

$$y = (E - A)x = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,1 & -0,2 \\ -0,2 & 0,7 & -0,1 \\ -0,2 & -0,2 & 0,4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 300 \\ 200 \\ 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110 \\ 40 \\ 60 \end{pmatrix}.$$

1-misol. 4-jadval uchta turdagi xom ashyoni iste'mol qilish bilan 4 turdagi mahsulot ishlab chiqaradigan 5 ta korxonaning kunlik unumdorligi ma'lumotlari, shuningdek har bir korxonaning yiliga ishlash davomiyligi va har bir turdagi xom ashyoning narxi to'g'risidagi ma'lumotlar ko'rsatilgan.

4-jadval

Mahsulot turi, №	Korxonalarining samaradorligi G' kun					Xom ashyoning qiymati G' vazn		
	1	2	3	4	5	1	2	3
1	4	5	3	6	7	2	3	4
2	0	2	4	3	0	3	5	6
3	8	15	0	4	6	4	4	5
4	3	10	7	5	4	5	8	6
	Yiliga ish kunlari soni					Xom ashyoning narxi G' pulbirlik		
	1	2	3	4	5	1	2	3
	200	150	170	120	140	40	50	60

Quyidagilarni aniqlash kerak:

- 1) har bir mahsulot turi bo'yicha har bir korxonaning yillik samaradorligi;
- 2) har bir korxonaning har bir xom ashyo turiga yillik ehtiyoji;
- 3) ko'rsatilgan turlar va miqdordagi mahsulotlarni ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan xom ashyo sotib olishda har bir korxonani moliyalashtirishning yillik miqdori.

Yechish. Har bir mahsulot turi bo'yicha har bir korxonaning yillik samaradorligini topiylik. Bizni qiziqtiradigan ishlab chiqarishning butun iqtisodiy spektrini tavsiflovchi matritsalarini tuzish kerak, so'ngra ularga tegishli amallar yordamida muammoning yechimini topish kerak. Avvalo biz barcha turdagi mahsulotlar uchun korxonalar samaradorligi matritsasini tuzamiz:

Ishlab chiqarish

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 6 & 7 \\ 0 & 2 & 4 & 3 & 0 \\ 8 & 15 & 0 & 4 & 6 \\ 3 & 10 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \end{matrix} \begin{matrix} \text{mahsulot} \\ \text{turi} \\ \downarrow \end{matrix}$$

Ushbu matritsaning har bir ustuni har bir mahsulot turi uchun alohida korxonaning kunlik samaradorligiga mos keladi. Shuning uchun yillik unumdorlik j - mahsulotning har bir turi bo'yicha A matritsasining j -ustuni ushbu korxonalar uchun yiliga ish kunlari soniga ko'paytirish yo'li bilan olinadi. ($j = 1, 2, 3, 4, 5$). Shunday qilib, har bir mahsulot uchun har bir korxonaning yillik unumdorligi matritsa bilan tavsiflanadi

$$A_{yil} = \begin{pmatrix} 800 & 750 & 510 & 720 & 980 \\ 0 & 300 & 680 & 360 & 0 \\ 1600 & 2250 & 0 & 480 & 840 \\ 600 & 1500 & 1190 & 600 & 560 \end{pmatrix}.$$

Mahsulot birligi uchun xom ashyo xarajatlari matritsasi (ushbu ko'rsatkichlar barcha korxonalar uchun shartli ravishda bir xil) shaklga ega

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 4 & 8 \\ 4 & 6 & 5 & 6 \end{pmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \end{matrix} \begin{matrix} \text{Mahsulot turi} \\ \text{xom ashyo turlari} \downarrow \end{matrix}$$

Korxonalarda xom ashyo turlari bo'yicha kunlik iste'mol A va B matritsalar ko'paytmasi bilan tavsiflanadi:

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 55 & 126 & 53 & 62 & 58 \\ 68 & 165 & 85 & 89 & 77 \\ 74 & 167 & 78 & 92 & 82 \end{pmatrix},$$

bu erda i -chi qator xomashyo turi soniga, j -ustun esa korxonalar raqamiga 4-jadvalga muvofiq keladi. ($i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2, 3, 4, 5$).

Har bir korxonaning har bir xom ashyo turiga yillik ehtiyoji - bu A_{yil} matritsasi bilan taqqoslaganda, VA matritsa ustunlarini korxonalar uchun yiliga tegishli ish kunlari soniga ko'paytirish orqali olinadi - bu har bir korxonaning har bir xom ashyo turiga yillik ehtiyoji

quyidagicha:

$$BA_{yil} = \begin{pmatrix} 11000 & 18900 & 9019 & 7440 & 8120 \\ 13600 & 24750 & 14450 & 10680 & 10780 \\ 14800 & 25050 & 13260 & 11040 & 11480 \end{pmatrix}.$$

Biz xomashyo tannarxi matrisasini tuzaylik

$$p = (40, 50, 60).$$

Keyin har bir korxonaga uchun xom ashyoning umumiy yillik zaxirasining qiymati ushbu matrisani BA_{yil} matrisaga ko'paytirish yo'li bilan olinadi:

$$P = p \cdot BA_{yil} = (2\,008\,000, 3\,496\,500, 1\,494\,000, 1\,552\,600).$$

Demak xomashyo sotib olish uchun korxonalarni moliyalashtirish miqdori P ning tegishli tarkibiy qismlari bilan belgilanadi.

Vektorlarning traektoriyali siljishlarga tadbig'i. Mahsuldor Leontiev modeli

Barcha elementlari manfiy bo'lmagan A matritsa har qanday tuzilgan matrisa uchun samaralidir. Malumki $y = (E - A)x$ tenglamaning ildizlari manfiy bo'lmagan komponentlardan iborat yechimgi, chunki x ning barcha elementlari manfiy emas. Bunday holat iqtisodiyotda Leontiev modelini samarali ekanligini ko'satadi. $y = (E - A)x$ tenglamani yechishda ba'zi asosiy fikrlariga e'tibor qarataylik. Birlik matritsa E dan foydalanib $(E - A)x = y$ hosil bo'ladi. Agar $(E - A)^{-1}$ teskari matritsa bo'lsa, unda $(E - A)x = y$ tenglamaning yagona yechimi mavjud:

$$x = (E - A)^{-1} y.$$

Bu yerda $(E - A)^{-1}$ matritsa umumiy xarajatlar matritsasi deb nomlangan.

A matritsa samaradorligi uchun bir nechta mezon mavjud, ulardan ikkitasini keltiramiz.

1. A matritsasi faqat mahsuldor matritsa bo'lsa $(E - A)^{-1}$ mavjud va uning elementlari manfiy emas.

2. Manfiy bo'lmagan elementlarga ega bo'lgan A matritsa uning har qanday ustunlaridagi (satrlaridagi) elementlarning yig'indisi birdan oshmasa u samarali bo'ladi:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1$$

Bundan tashqari, kamida bitta ustun (satr) uchun bu miqdor qat'iy ravishda birdan kam.

Leontiev modelini qo'llashga quyidagi misolni ko'rib chiqalik.

1-misol 1. 5-jadvalda ma'lum bir vaqt oralig'ida beshta sanoat tarmoqlari o'rtasidagi balans ma'lumotlari keltirilgan. Yakuniy iste'mol (ichki ehtiyojlardan qolgan) va yalpi

mahsulotning matrisalari, shuningdek to'g'ridan-to'g'ri xarajatlar koeffitsientlari matritsasini toping va yuqoridagi mezonlarga muvofiq unumdorligini aniqlang.

5-jadval.

№	Korxonalar	Iste'mol					Yakuniy mahsulot	Yalpi mahsuloti
		1	2	3	4	5		
1	Mashina asboblari	15	12	24	23	16	10	100
2	Energetika	10	3	34	15	7	30	100
3	Mashinasozlik	10	5	10	10	10	5	50
4	Avtomobil sanoati	10	5	10	5	5	15	15
5	Uglevodorodlarni qazib olish va qayta ishlash	7	15	15	3	3	50	100

Yechish. 5-jadvalda $A = (a_{ij})$; $i, j = 1, 2, \dots, n$ va x_{ij} , y_{ij} munosabatlarga muvofiq balans tarkibiy qismlari ko'rsatilgan: x_{ij} – birinchi beshta ustun, y_i – oltinchi ustun, x_i – oxirgi ustun ($i, j = 1, 2, 3, 4, 5$). Demak yuqoridagi formulalarga ko'ra:

$$x = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 50 \\ 50 \\ 100 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 5 \\ 15 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,12 & 0,48 & 0,46 & 0,16 \\ 0,10 & 0,03 & 0,70 & 0,30 & 0,07 \\ 0,10 & 0,05 & 0,20 & 0,20 & 0,10 \\ 0,10 & 0,05 & 0,20 & 0,10 & 0,05 \\ 0,07 & 0,15 & 0,30 & 0,20 & 0,03 \end{pmatrix}$$

A matritsaning barcha elementlari musbar, ammo ularning uchinchi va to'rtinchi ustunlaridagi yig'indilari birdan kattaroq ekanligini ko'rish oson. Binobarin, mahsuldorlikning ikkinchi mezonining shartlari bajarilmaydi va A matritsasi mahsuldor emas. Ushbu samarasizlikning iqtisodiy sababi shundaki, 3 va 4-sektorlarning ichki iste'moli ularning yalpi mahsulotiga nisbatan juda yuqori.

2-misol. 6-jadvalda ma'lum bir vaqtda uchta korxonaning balans ma'lumotlarini o'z ichiga oladi. Har bir turdagi mahsulotni yalpi ishlab chiqarish hajmini barcha korxonalar bo'yicha ko'rsatilgan qiymatlar (60, 70 va 30) bo'yicha pul birligida topilsin.

6-jadval

№	Korxonalar	Iste'mol			Yakuniy mahsulot	Pul birliklarining yalpi mahsuloti
		1	2	3		
1	Uglevodorodlarni	5	35	20	40	100

	qazib olish va qayta ishlash					
2	Energetika	10	10	20	60	100
3	Mashinasozlik	20	10	10	10	50

Yechish. Yalpi mahsulot va yakuniy iste'mol martisalari va to'g'ridan-to'g'ri xarajatlar koeffitsientlari matritsasini tuzamiz . Demak:

$$x = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 40 \\ 60 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,35 & 0,40 \\ 0,10 & 0,10 & 0,40 \\ 0,20 & 0,10 & 0,20 \end{pmatrix}$$

A matritsa har ikkala mahsulodorlik mezoniga javob beradi. Yakuniy iste'mol ma'lum darajada oshgan taqdirda, yakuniy mahsulotning yangi matrisasi kelib chiqadi masala shartiga ko'ra:

$$y = \begin{pmatrix} 60 \\ 70 \\ 30 \end{pmatrix} \quad \text{Yalpi}$$

mahsulotning yangi matrisasini topish talab etiladi. A matritsasi o'zgarmaydi degan taxmin ostida muvozanat munosabatlarini qondirish uchun. tarkibiy qismlar x_1, x_2, x_3 noma'lumli matrisani topish, $(E - A)x = y$ va $x = (E - A)^{-1}y$ shaklidagi tenglamadan x matrisani toppish talab etiladi. Ushbu sistemaning matritsasi

$$(E - A) = \begin{pmatrix} 0,95 & -0,35 & -0,40 \\ -0,10 & 0,90 & -0,40 \\ -0,20 & -0,10 & 0,80 \end{pmatrix}.$$

teng. U holda sistemaning ildizi

$$x = \begin{pmatrix} 152,6 \\ 135,8 \\ 92,5 \end{pmatrix}.$$

Shunday qilib, yakuniy mahsulot matrisasi tarkibiy qismlarining ma'lum bir o'sishini ta'minlash uchun tegishli yalpi chiqimlarni oshirish kerak: 6-jadvalda ko'rsatilgan qiymatlarni yani uglevodorodlarni ishlab chiqarish va qayta ishlash 52,6% ga, energiya darajasi - 35,8% ga, mashinasozlik mahsuloti esa 85% ga dastlabki ko'rsatkichlarga nisbatan oshirish kerak.

Test

№	Test topshirig'i	To'g'ri javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Mavzu
1.	Leontiev modelida matrisaga qo'yiladigan shrtlar	$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1$	n ta vektorlari	X+Y	0	1-mavzu
2.	Korxonalarining istemoldan tashqari sotish uchun mo'ljallangan yakuniy mahsulotlari miqdori qanday tenglamadan topiladi	$x = (E - A)^{-1} y$	$3xy$	$7y+x$	$7z+x$	1-mavzu
3.	Korxonalar uchun xom ashyoning umumiy yillik zaxirasining qiymati danday formuladan topiladi.	$P = p \cdot BA_{yil}$	$6x-y$	3	1	1-mavzu
4.	1-jadvalga muvofiq yangi ishlab chiqarish jadvalini barcha turdagi mahsulotlar narxi 10 foizga pasaytirilgan sharti uchun iqtisodiy ko'rsatkichlar boyicha tuzing	1-jadvalga muvofiq amallar bajariladi	2-jadvalga muvofiq amallar bajariladi	3-jadvalga muvofiq amallar bajariladi	4-jadvalga muvofiq amallar bajariladi	1-mavzu
5.	Sanoat to'rtta korxonadan iborat. Ishlab chiqarish va to'g'ridan-to'g'ri xarajatlar koeffitsientlari matrisasi quyidagi shaklga ega: $x = \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \\ 250 \\ 300 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,10 & 0,24 & 0,25 \\ 0,20 & 0,15 & 0,36 & 0,17 \\ 0,15 & 0,20 & 0,20 & 0,15 \\ 0,30 & 0,15 & 0,20 & 0,15 \end{pmatrix}$ Mo'ljallangan yakuniy mahsulot hajmlari matrisasini toping.	4-jadvalga muvofiq amallar bajariladi	1-jadvalga muvofiq amallar bajariladi	3-jadvalga muvofiq amallar bajariladi	2-jadvalga muvofiq amallar bajariladi	1-mavzu
6.	1-jadvalga muvofiq yangi ishlab chiqarish jadvalini barcha turdagi mahsulotlar soni 20 foizga k'o'payadi sharti uchun iqtisodiy ko'rsatkichlar boyicha tuzing	$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1$	n ta vektorlari	XQY	0	1-mavzu
7.	1-jadvalga muvofiq yangi ishlab chiqarish jadvalini barcha mahsulotlar uchun ishlab chiqarish vaqtining stavkasi 20% ga kamayadi sharti uchun iqtisodiy ko'rsatkichlar boyicha tuzing	Leontiev modelidan foydalaniladi	Leontiev modelidan foydalanmadi	0	Mavjud emas	1-mavzu

8.	A matritsa samaradorligi uchun qanday mezonlar bajarishi kerak	$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1$	n ta vektorlari	XQY	0	1-mavzu
9.	Izlanayotgan xom ashyo sarfi-S ifodani matritsa va vector orqali qanday ifodalanadi	$S = \vec{q} \cdot \vec{s}$	$S = \vec{q} \cdot sr$	1	0	1-mavzu
10.	Leontiev modelida matrisaga qo'yiladigan shrtlar	$(E - A)^{-1}$ mavjud	$(E - A)^{-1}$ mavjud emas	0	1	1-mavzu

Shaklan bir biriga yaqin savol-javoblar:

Savol	Javob
Izlanayotgan xom ashyo sarfi-S	$S = \vec{q} \cdot \vec{s}$
Ish vaqti uchun harajatlar-T	$T = \vec{q} \cdot \vec{t}$
Korxonaning ishlab chiqargan mahsulotlari tannarxi-P	$P = \vec{q} \cdot \vec{p}$

Yopiq testlar

Savol	Javob
Leontiev modeli qanday shaklda tasvirlanadi.	$x = (E - A)^{-1} y$
A matritsa samaradorligi uchun bir nechta mezon	$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1$

Nazorat savolari.

1. Ko'p omillilikni amaliyotga tatbqi qanday.
2. Mahsulotni ishlab chiqarish uchun xom ashyo sarfi masalasiga matritsa va vektorlar tushunchasini tadbiqlari qanday.
3. Vektorlarning traektoriyali siljishlarga tadbig'i. Mahsuldor Leontiev modellini tushuntiring

Adabiyotlar

1. Andrea Prosperetti, Advanced Mathematics for Applications, Cambridge University Press, 2011.
2. Jim Libby, Math for Real Life: Teaching Practical Uses for Algebra, Geometry and Trigonometry G'G' 2019, 234p. ISBN: 978-1476667492

3. Evan M. Glazer, John W. McConnell Real-Life Math: Everyday Use of Mathematical Concepts G'G'2013, ISBN-13: 978-0313319983
4. Georgii H.O. Gibbs measures and phase transitions. Berlin: de Gruyter, 657 p., 2011.
5. H.Q. Mitchell "Traveller" B1, B2, MM Publications. 2015. 183.
6. H.Q. Mitchell, Marileni Malkogianni "PIONEER", B1, B2, MM Publications. 2015. 191.

3-MAVZU: HOSILA VA UNING TATBIQLARI. INTEGRAL VA UNING TATBIQLARI.

1. Tabiiy va iqtisodiy modellarni yaratish, ularni prognozlashda integralning tadbig'i.
2. Ishlab chiqarish bilan bog'liq jarayonlarni modellashtirish.

Tayanch iboralar: hosila, integral, iqtisodiy model, cheklangan harajatlar, Talabning elastikligi, modellashtirish

Tabiiy va iqtisodiy modellarni yaratish, ularni prognozlashda integralning tadbig'i.

Hosila tushunchasini iqtisodiyot sohasida qo'llanilishi. Cheklangan xarajatlar.

$C = f(Q)$ formuladan Q hajmda ishlab chiqarilgan mahsulotlarni C xarajatga bog'liqligini ko'rish mumkin. Cheklangan xarajatni o'zgarishi ΔS -ishlab chiqarishni ko'payishini ΔQ - ishlab chiqarish hajmining ozgina o'zgarishi nisbati tavsiflaydi:

$$MC = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta Q} = f'(Q)$$

Talabning elastikligi. $D = D(P)$ - P narxdagi tovarlar talabi funktsiyasi bo'lsin. Talabning egiluvchanligi deganda tovarlar narxi 1% ga o'zgarganda talabning nisbiy o'zgarishi tushuniladi:

$$E = \frac{\Delta D / D \cdot 100\%}{\Delta P / P \cdot 100\%}$$

ΔD miqdor ΔP bog'liq bo'lgani uchun uchbu limit vaziyat o'rinli, $\Delta P \rightarrow 0$:

$$E(D) = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\Delta D(P) \cdot P}{\Delta P(P) \cdot D(P)} = \frac{P}{D(P)} \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\Delta D(P)}{\Delta P} = P \frac{D'(P)}{D(P)} \quad (1)$$

Bundan talabning egiluvchanligi quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$E(D) = P(\ln D(P))'$$

Ushbu tenglikdan kelib chiqadiki, talabning egiluvchanligi logaritm xususiyatlariga ega:

$$E(D_1 D_2) = E(D_1) + E(D_2), \quad E(D_1 / D_2) = E(D_1) - E(D_2)$$

$D(P)$ kamayuvchi funksiya ekan, u holda $D'(P) < 0$. (1) formuladan $E(D) < 0$ kelib chiqadiki.

$|E(D)|$ qiymat talabning qiymatiga qarab uch turga bo'linadi:

- 1) $|ED| > 1 (E(D) < -1)$ — talab elastik;
- 2) $|ED| = 1 (E(D) = -1)$ — talab neytral;
- 3) $|ED| < 1 (E(D) > -1)$ — talab egiluvchan emas.

Keling, talabning egiluvchanligining turli xil variantlari uchun mahsulot narxining oshishi bilan daromadning o'zgarishini topaylik. Bu qiymat:

$$I(P) \text{ q } D(R) \text{ R.}$$

Ushbu funktsiyaning hosilasini topaylik:

$$I'(R) \text{ q } D(P) \text{ QPD}'(P).$$

$D'(P)$ ifoda (1) formulaga ko'ra:

$$D'(P) = \frac{E(D)D(P)}{P}$$

U holda

$$I'(P) = D(P) + E(D)D(P) = D(P)(1 + E(D))$$

Quyidagi hollar bo'lishi mumkin:

- 1) agar $E(D) < -1$ bo'lsa, u holda $I'(R) < 0$ — elastik talab bilan tovarlar narxining o'sishi daromadning pasayishiga olib keladi;
- 2) agar $E(D) = -1$ bo'lsa, u holda $I'(P) = 0$ — neytral talab bo'lsa, narxning o'zgarishi daromadga ta'sir qilmaydi;
- 3) agar $E(D) > -1$ bo'lsa, u holda $I'(R) > 0$ — noelastik talab bilan mahsulot narxining oshishi daromadning oshishiga olib keladi.

Foydani maksimallashtirish. Q - sotilgan tovarlar miqdori, $R(Q)$ daromad funksiyasi, $C(Q)$ tovarlarni ishlab chiqarish xarajatlari funksiyasi bo'lsin. Tovarlarni sotishdan olingan foyda quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\Pi(Q) = R(Q) - C(Q)$$

Foydaning ma'lum bir Q qiymatida maksimal bo'lishi uchun zarur ekstremum printsiplari (kritik nuqta) bajarilishi kerak $P'(Q) = 0$. Binobarin,

$$R'(Q) - C'(Q) = 0, \quad R'(Q) = C'(Q)$$

Bunda $R'(Q) = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta R(Q)}{\Delta Q}$ - cheklangan daromat (rentabellik);

$$C'(Q) = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta C(Q)}{\Delta Q} - \text{cheklangan xarajat.}$$

Taniqli iqtisodchular fikricha: foyda maksimal bo'lishi uchun cheklangan rentabellik va cheklangan xarajatlar teng bo'lishi kerak.

Ishlab chiqarish bilan bog'liq jarayonlarni modellashtirish.

Iqtisodiyotga aniq integralning ba'zi ba'zi tadbiqlari. Uskunalar ishlab chiqarish hajmining o'sishi. Biron bir turdagi uskunalarni ishlab chiqarish uning ishlab chiqarish hajmining o'sish sur'ati bilan tavsiflanadi;

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{1}{y},$$

bu yerda, Δy – ma'lum bir Δt vaqt ichida uskunalar ishlab chiqarish hajmining o'shishi, u – t vaqt momentida ishlab chiqarish darajasi.

Faraz qilaylik K ma'lum, dastlab t q 0 vaqtda esa uskunalarning yillik ishlab chiqarish darajasi y_0 bo'lgan olib, t vaqt momentida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdorini topaylik.

y t ning uzluksiz funksiyasi deb faraz qilamiz va $\Delta t \rightarrow 0$ ni topamiz.

$$K = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{1}{y} = \frac{y'}{y} = (\ln y)'.$$

Ushbu tenglikni 0 dan t gacha intervallaymiz:

$$\int_0^t K dt = \int_{y_0}^y (\ln y)' dy$$

$$Kt \Big|_{y_0}^y = \ln \Big|_{y_0}^y, \quad Kt = \ln \frac{y}{y_0}, \quad y = y_0 e^{Kt}$$

t vaqt ichida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdori aniq integral bilan topiladi:

$$Y(t) = \int_0^t y(t) dt = \int_0^t y_0 e^{Kt} = \frac{y_0}{K} e^{Kt} \Big|_0^t = \frac{y_0}{K} (e^{Kt} - 1)$$

1-misol. Yillik o'sish sur'ati 5% (K q $0,05$) bo'lsa, 10 yil ichida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdori quyidagi qiymatga teng bo'ldi:

$$Y(10) = 20y_0 (e^{0.5} - 1) \approx 13y_0$$

Test

№	Test topshirig'i	To'g'ri javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Mavzu
1.	Agar $E(D) > -1$ bo'lsa,	u holda $I'(P)$ q0 — neytral talab, narxning o'zgarishi daromadga ta'sir qilmaydi;	u holda $I'(P)$ q1 — neytral talab, narxning o'zgarishi daromadga ta'sir qilmaydi;	u holda $I'(P)$ q2 — neytral talab, narxning o'zgarishi daromadga ta'sir qilmaydi;	u holda $I'(P)$ q3 — neytral talab, narxning o'zgarishi daromadga ta'sir qilmaydi;	3-mavzu
2.	t vaqt ichida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdori qanday topiladi	t vaqt ichida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdori aniq integral bilan topiladi	t vaqt ichida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdori aniq hosila bilan topiladi	t vaqt ichida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdori aniq logarifmlas h bilan topiladi	t vaqt ichida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdori aniq darajaga oshirish bilan topiladi	3-mavzu
3.	Biron bir turdagi uskunalarni ishlab chiqarish uning ishlab chiqarish hajmining o'sish sur'atiga bog'liqligi tenglamasi	$C = f(Q)$	$C = f(T)$	C	A	3-mavzu
4.	Talabning egiluvchanligi deganda tovarlar narxi.....	$E = \frac{\Delta D / D \cdot 100\%}{\Delta P / P \cdot 100\%}$	$E = \frac{D / D \cdot 100\%}{\Delta P / P \cdot 100\%}$	$E = \frac{\Delta D / D \cdot 100\%}{P / P \cdot 100\%}$	1	3-mavzu
5.	Biror hajmda ishlab chiqarilgan mahsulotlarni qandaydir xarajatga bog'liqligi tenglamasi	$Y(t) = \int_0^t y(t) dt$	$Y(t) = -\int_0^t y(t) dt$	0	1	3-mavzu
6.	t vaqt ichida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdori	$K = \frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{1}{y}$	$K = -\frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{1}{y}$	$\frac{1}{y}$ A	4zQy	3-mavzu
7.	Cheklangan xarajatni o'zgarishi formulasi	1% ga o'zarganda talabning nisbiy o'zgarishi tushuniladi	2% ga o'zarganda talabning nisbiy o'zgarishi tushuniladi	3% ga o'zarganda talabning nisbiy o'zgarishi tushuniladi	4% ga o'zarganda talabning nisbiy o'zgarishi tushuniladi	3-mavzu
8.	Talabning egiluvchanligi deganda tovarlar narxi.....	$E = \frac{\Delta D / D \cdot 100\%}{\Delta P / P \cdot 100\%} Qy$		1	3x	3-mavzu
9.	Talabning egiluvchanligi qanday formuladan topiladi	$MC = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta Q} K = f'(Q) \frac{\Delta y}{\Delta t}$	$K = -\frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{1}{y}$	$\frac{1}{y}$ -2		3-mavzu

10.	Agar $E(D) < -1$ bo'lsa,	u holda $I'(R) > 0$ — noelastik talab bilan mahsulot narxining oshishi daromadning oshishiga olib keladi.	u holda $I'(R) > 1$ — noelastik talab bilan mahsulot narxining oshishi daromadning oshishiga olib keladi.	u holda $I'(R) > 2$ — noelastik talab bilan mahsulot narxining oshishi daromadning oshishiga olib keladi.	u holda $I'(R) > 3$ — noelastik talab bilan mahsulot narxining oshishi daromadning oshishiga olib keladi.	3-mavzu
-----	--------------------------	---	---	---	---	---------

Shaklan bir biriga yaqin savol-javoblar:

Savol	Javob
Biror hajmda ishlab chiqarilgan mahsulotlarni qandaydir xarajatga bog'liqligi tenglamasi	$Y(t) = \int_0^t y(t)dt$
t vaqt ichida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdori	$K = \frac{\Delta y}{\Delta t} \cdot \frac{1}{y}$
Biron bir turdagi uskunalarni ishlab chiqarish uning ishlab chiqarish hajmining o'sish sur'atiga bog'liqligi tenglamasi	$C = f(Q)$
Cheklangan xarajadni o'zgarishi formulasi	1% ga o'zgarganda talabning nisbiy o'zgarishi tushuniladi
Talabning egiluvchanligi deganda tovarlar narxi.....	$E = \frac{\Delta D / D \cdot 100\%}{\Delta P / P \cdot 100\%}$
Talabning egiluvchanligi qanday formuladan topiladi	$MC = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta Q} = f'(Q)$

Yopiq testlar

Savol	Javob
Agar $E(D) < -1$ bo'lsa,	u holda $I'(R) > 0$ — noelastik talab bilan mahsulot narxining oshishi daromadning oshishiga olib keladi.
Agar $E(R) < -1$ bo'lsa,	u holda $I'(R) < 0$ — elastik talab bilan tovarlar narxining o'sishi daromadning pasayishiga olib keladi;

Nazorat savollari

1. Tabiiy va iqtisodiy modellarni yaratish, ularni prognozlashda integralning tadbig'I qanday.
2. Ishlab chiqarish bilan bog'liq jarayonlarni modellashtirishni tushuntiring
3. Tabiiy va iqtisodiy modellarni yaratish, ularni prognozlashda integralning tadbig'I qanday.

Adabiyotlar

1. Jim Libby, Math for Real Life: Teaching Practical Uses for Algebra, Geometry and Trigonometry G'G' 2019, 234p. ISBN: 978-1476667492
2. Karl Berry, The TEX Live Guide—2020
3. Lindsay Clandfield and Kate Pickering “Global”, B2, Macmillan. 2013. 175.
4. Manfredo P. Do Carmo. Differential geometry of Curves and surface G'G' Dover publications, Inc. Mineola, New York, 2016. – 529 rr.
5. Maple 15 user manual, Maplesoft, 2016, 462 p.
6. Margaret L. Lial, Thomas W. Hungerford, John P. Holcomb, Bernadette Mullins, Mathematics with Applications In the Management, Natural and Social Sciences (11th Edition), Pearsonb 2018.
7. Rao, M. M. Random and Vector Measures, Series on Multivariate Analysis, 9, World Scientific, 2012.

IV. AMALIY MASHG'ULOTLAR MATERIALLARI

2-MAVZU: TENGLAMALAR SISTEMASI VA ULARNING TATBIQLARI

1-misol. Ba'zi bir materiallardan 360 turdagi A, 300 turdagi B va 675 C turdagi bo'laklarni kesib olish kerak, bu holda uchta kesish usulidan foydalanish mumkin. Har bir o'ramdan har bir kesish usuli bilan olingan bo'laklar soni 1-jadvalda ko'rsatilgan:

Bo'laklar turi	Kesish usuli		
	1	2	3
A	3	2	1
B	1	6	2
C	4	1	5

Ushbu keltirilgan shartlarni matematik (analitik) ko'rinishda tasvirlang.

Yechish: x, y, z mos ravishda birinchi, ikkinchi va uchinchi usullar bilan kesiladigan materiallar sonini belgilaymiz. Demak, kesishning birinchi usuli bilan $3x$ ta, ikkinchi usul bilan $2y$ ta, uchinchi usul bilan z ta A tipdagi bo'laklar olinadi. Masala shartiga ko'ra A tupdagi buyumlar soni 360 ga teng bo'lishi kerak. Shunga o'xshash B va C turdagi bo'laklar sonini topish mumkin: $x + 6y + 2z = 300$ va $4x + y + 5z = 675$. B va C ishlov beriladigan Natijada quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 360 \\ x + 6y + 2z = 300 \\ 4x + y + 5z = 675 \end{cases}$$

Sistemaning kengaytirilgan matritsasini yozamiz va elementar almashtirishlar orqali uning elementlarini uchburchak shaklga keltiramiz.

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 & 300 \\ 3 & 2 & 1 & 360 \\ 4 & 1 & 5 & 675 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 & 300 \\ 0 & -16 & 5 & -540 \\ 0 & -7 & 2 & 14 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 & 300 \\ 0 & 16 & 5 & 540 \\ 0 & -14 & 4 & 30 \end{pmatrix} \square \\ & \square \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 & 300 \\ 0 & 16 & 5 & 540 \\ 0 & 2 & 9 & 570 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 & 300 \\ 0 & 2 & 9 & 570 \\ 0 & 16 & 5 & 540 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 & 300 \\ 0 & 2 & 9 & 570 \\ 0 & 0 & -67 & -4020 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Demak, tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$x = 90 \begin{cases} x + 6y + 2z = 300 \\ 2y + 9z = 570 \\ -67z = -4020 \end{cases} .$$

Oxirgi tenglamadan $z = 60$ ni topamiz, z ning topilgan qiymatini ikkinchi tenglamaga qo'yib, $y = 15$ ni, birinchisidan $x = 90$ topiladi.

Demak, $\vec{C} = (90; 15; 60)$ vector tenglamalar sistemasi uchun yechim bo'ladi.

2-misol. Uchta kema portga 6000 tonna cho'yan, 4000 tonna temir rudasi va 3000 tonna mis etkazib berdi. Yuklarni tushirish to'g'ridan-to'g'ri temir yo'l vagonlariga yoki iste'molchilarga etkazib berish uchun port omborlarida tushirilishi mumkin. 8000 tonna yukni vagonlarga tushirish mumkin, qolgan yuk esa omborlarga yuborilishi kerak. Portga etkazilgan vagonlar misni tashish uchun moslashtirilmagan. 1 tonna yukni vagonlarga tushirish qiymati 4,30; 5,25 va 2,20 (pul birliklarida). 1 tonna yukni omborlarga tushirish qiymati 7,8; 6,4 va 3,25 (pul birliklarida). Agar jami xarajatlar 58850 (pul birligida) bo'lishi kerak bo'lsa, kemalardagi yuklarni to'liq tushirish shartlarini matematik (analitik) ko'rinishda tasvirlang.

Yechish: Masala shartiga ko'ra portga etkazib beriladigan cho'yan, temir rudasi va misni ikki yo'l bilan tushirish mumkin: yo temir yo'l vagonlariga yoki port omborlariga. Yukni tonnada x_{ij} bilan belgilaymiz, $i = 1, 2, 3$ -yuklar, $j = 1, 2$ yukni tushirish usul bo'lsin. Shunday qilib, masala oltita noma'lumni o'z ichiga oladi. Cho'yanni to'liq tushirish sharti quyidagicha yozilishi mumkin: $x_{11} + x_{12} = 6000$. Bu yerda x_{11} va x_{12} - cho'yanni vagonlar va omborlarga tushiriladigan tonna miqdori. Xuddi shunday shartlar temir rudasi uchun ham bajarilishi kerak: $x_{21} + x_{22} = 4000$. Misga kelsak ular faqat omborlarga tushirilishi mumkin, shuning uchun $x_{31} = 0$ va misni to'liq tushirish sharti quyidagi shaklga ega: $x_{32} = 3000$. Portga etkazib berilgan yuklarni vagonlarga to'liq yuklash sharti quyidagicha: $x_{11} + x_{21} = 8000$. Yuklarni tushirish xarajatlari masala shartiga ko'ra 58850 (pul birligida) bo'lgani uchun umumiy xarajatlar miqdori bu qiymatga teng bo'lishi kerak:

$$4,3x_{11} + 7,8x_{12} + 5,25x_{21} + 6,4x_{22} + 3,25x_{32} = 58850.$$

Misga faqat omborlarga tushirilishi mumkin bo'lgani uchun yani $x_{31} = 0$ va misni to'liq tushirish sharti $x_{32} = 3000$ ga ko'ra:

$$4,3x_{11} + 7,8x_{12} + 5,25x_{21} + 6,4x_{22} = 49100.$$

Natijada quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} = 6000 \\ x_{21} + x_{22} = 4000 \\ x_{11} + x_{21} = 8000 \\ 4,3x_{11} + 7,8x_{12} + 5,25x_{21} + 6,4x_{22} = 49100 \end{cases}$$

Tenglamalar sistemasini yechib $x_{22} = 2000$, $x_{21} = 2000$, $x_{12} = 0$, $x_{11} = 6000$ qiymatlarni topamiz.

Test

№	Test topshirig'i	To'g'ri javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Mavzu
1.	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$ <p>sistema quyidagi sistemalardan qaysi biriga teng kuchli emas?</p>	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$	<p>mavzu</p>
2.	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$ <p>tenglamalar sistemasini Gauss usulida yeching</p>	$x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{5}{2}; x_3 = \frac{1}{2}$	$x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{5}{2}; x_3 = \frac{1}{2}$	$x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{5}{2}; x_3 = \frac{1}{2}$	$x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{5}{2}; x_3 = \frac{1}{2}$	<p>mavzu</p>
3.	<p>Ushbu (1,2,3) qaysi bir sistemaning yechimi bo'ladi</p>	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 23 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 23 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 23 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 23 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$	<p>mavzu</p>
4.	<p>Ushbu o'rniga qo'yishga teskari o'rinalmashtirishni to'ping?</p> $\begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ \alpha & \beta & \gamma & \delta & \mu \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \beta & \delta\alpha & \mu \\ a & b & c & da & \phi \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \beta & \delta\alpha & \mu \\ a & b & c & da & \phi \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \beta & \delta\alpha & \mu \\ a & b & c & da & \phi \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \alpha & \gamma & \beta & \delta\alpha & \mu \\ a & b & c & da & \phi \end{pmatrix}$	<p>mavzu</p>

9.	Tenglamalar sistemasi nechta yechimga ega	4	3	2	1	2-mavzu
	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 14, \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = -9, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$					
10.	Tenglamalar sistemasi nechta yechimga ega	3	2	1	0	2-mavzu
	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 3 \end{cases}$					

Shaklan bir biriga yaqin savol-javoblar:

Savol	Javob
Agar sistema o'ng tomonidagi barcha ozod hadlar nolga teng, ya'ni $C=0$ (nol matritsa) bo'lsa, (4.2.1) sistema	<i>bir jinsli deb yuritiladi.</i>
Chiziqli algebraik tenglamalarning (4.2.1) sistemasi birgalikda bo'lishi uchun uning matritsasi A ning rangi kengaytirilgan matritsasi B ning.....	rangiga teng bo'lishi ($r(A)=r(B)$) zarur va yetarlidir.
<i>Yagona yechimga ega bo'lgan sistema aniqlangan.....</i>	<i>bittadan ortiq yechimga ega bo'lganda esa aniqlanmagan deb yuritiladi.</i>

Yopiq testlar

Savol	Javob
$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -1, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$ sistema yechilsin.	$x_1=1, x_2=2, x_3=3$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = -6 \end{cases}$	$x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 1.$
--	------------------------------

Nazorat savollari

1. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini matritsalar yordamida yozishni ko'rsating.
2. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini matritsalar yordamida qanday yechiladi?
3. Chiziqli tenglamalar sistemasini haqidagi Kroneker-Kapelli teoremasini ayting.
4. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning Jordan-Gauss usulini tushuntirib bering.
5. Pog'onali va uchburchak sistemalar haqida tushuncha bering.
6. Matritsaning xos soni va xos vektori haqida tushuncha bering.

Adabiyotlar

6. Evan M. Glazer, John W. McConnell Real-Life Math: Everyday Use of Mathematical Concepts G'G'2013, ISBN-13: 978-0313319983
7. Georgii H.O. Gibbs measures and phase transitions. Berlin: de Gruyter, 657 p., 2011.
8. H.Q. Mitchell "Traveller" B1, B2, MM Publications. 2015. 183.
9. H.Q. Mitchell, Marileni Malkogianni "PIONEER", B1, B2, MM Publications. 2015. 191.
10. M. Rikhsiboev and N. S. Mohamed, Engineering Mathematics 2, Malaysia, 2019.

2-AMALIY MASH-ULOT: Matritsalar va ularning tatbiqlari. Vektorlar va ularning tatbiqlari

Matritsalarining iqtisodiyotda tatbiqlarini ko'rib chiqamiz. Buning uchun biz iqtisodiy muammoning yechimlarini tahlil qilishimiz va ma'lum xulosalar chiqarishimiz kerak bo'ladi. Matritsa - bu halqalar yoki maydon elementlarining to'rtburchaklar jadvali shaklida yozilgan matematik ob'ekt, bu uning elementlari joylashgan kesishgan satrlar va ustunlar to'plamidir. Matritsaning qatorlari va ustunlari soni matritsaning o'lchamini aniqlaydi.

Matritsalar matematikada chiziqli algebraik yoki differentsial tenglamalarning ixcham sistemalarini yozishda keng qo'llaniladi. Bunday holda, matritsa qatorlari soni tenglamalar soniga, ustunlar soni esa noma'lumlar soniga to'g'ri keladi. Natijada, chiziqli tenglamalar sistemasining yechimi matritsalar ustidahi amallarga bo'liq bo'ladi.

Matritsa tushunchasi va unga asoslangan matematikaning bo'limi - iqtisodchilar uchun juda muhimdir. Bu iqtisodiy ob'ektlar va jarayonlarning matematik modellarining muhim qismi va juda sodda, eng muhimi ixcham matritsa shaklida yozilganligi bilan

izohlanadi.

Ba'zi bir iqtisodiy bog'liqliklarni yozish uchun matritsalaridan foydalanish qulay.

1-misol. Iqtisodiyotning alohida tarmoqlari uchun resurslarni taqsimlash jadvali quyidagicha: 1-jadval.

Resurslar	Iqtisodiyot tarmoqlari	
	Sanoat	Qishloq xo'jaligi
Elektr energiya	5,3	4,1
Mehnat resursi	2,8	2,1
Suv resurslari	4,8	5,1

Uni tarmoqlar bo'yicha resurslarni taqsimlashni matritsa sifatida ixcham shaklda yozish mumkin:

$$A = \begin{pmatrix} 5,3 & 4,1 \\ 2,8 & 2,1 \\ 4,8 & 5,1 \end{pmatrix}$$

Masalan, ushbu yozuvda $a_{11} = 5,3$ matritsa elementi sanoat tomonidan qancha elektr energiyasi iste'mol qilinishini va $a_{22} = 2,1$ elementi qishloq xo'jaligi tomonidan qancha mehnat resurslari iste'mol qilinishini ko'rsatadi.

Quyidagi masalanini ko'rib chiqaylik: kompaniyaga uchta turdagi P_1, P_2, P_3 mahsulotlarni ishlab chiqarishga ruxsat berilgan va ikki turdagi C_1 va C_2 xom ashyolardan foydalaniladi. Kompaniyalarni xomashyo iste'mol qilish stavkalari matritsa bilan tavsiflansin:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

bu yerda har bir a_{ij} element ($i = 1,2,3; j = 1,2$) j -turdagi xom ashyoning qancha birligi i -turdagi mahsulot birligini ishlab chiqarishga sarflanganligini ko'rsatadi. Ishlab chiqarish rejasi P_1, P_2, P_3 mahsulotlar uchun $C = (100 \ 80 \ 130)$ qator matritsa, har bir turdagi xom ashyoning birlik qiymati (pul birliklari) - matritsa ustuni bilan belgilansin:

$$B = \begin{pmatrix} 30 \\ 50 \end{pmatrix}.$$

A va C matrisalarning ko'paytmasi C_1 va C_2 xom ashyolarning narxini aniqlaydi:

birinchi xom ashyoning narxi $C_1 = 2 \cdot 100 + 5 \cdot 80 + 1 \cdot 130 = 730$ birlik. ikkinchisi $C_2 = 3 \cdot 100 + 2 \cdot 80 + 4 \cdot 130 = 980$ birlik, shuning uchun S matrisani xomashyo xarajatlarining qator matritsasi sifatida yozish mumkin:

$$S = C \cdot A = (100 \quad 80 \quad 130) \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = (730 \quad 980).$$

Endi xom ashyoning umumiy qiymati $Q = 730 \cdot 30 + 980 \cdot 50 = 70,900$ birlik qiymatga teng. Uni quyidagi matrisalar ko'paytmasi shaklida yozish mumkin: $Q = S \cdot B = (CA)B = (70900)$.

Xom ashyoning umumiy qiymatini boshqacha tartibda hisoblash ham mumkin: birinchi navbatda, mahsulot birligi uchun xom ashyo tannarxi matritsasini hisoblaymiz, ya'ni:

$$R = A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} (30 \quad 50) = \begin{pmatrix} 210 \\ 250 \\ 230 \end{pmatrix}.$$

Keyin esa xom ashyoning umumiy qiymati topiladi:

$$Q = C \cdot R = (100 \quad 80 \quad 130) \begin{pmatrix} 210 \\ 250 \\ 230 \end{pmatrix} = (70900).$$

Ushbu misol orgali biz matritsalar ko'paytmasining assotsiativlik qonuni bajarilishiga amin bo'ldik: $(CA)B = C(AB)$.

Matritsalarining iqtisodiyotda ishlatilishini tahlil qilib, shunday xulosaga kelish mumkinki, matritsalarining afzalliklari shundaki, ular strategik ahamiyatga ega o'zgaruvchilarning keng doirasidan foydalanadi; resurslarning harakat yo'nalishini ko'rsatadi. Shuningdek, matritsalar juda kam mehnat va vaqt sarflab ulkan va juda xilma-xil statistik materiallarni, ijtimoiy-iqtisodiy kompleksning darajasi, tuzilishi va xususiyatlarini tavsiflovchi har xil dastlabki ma'lumotlarni qayta ishlashga imkon beradi.

Test

№	Test topshirig'i	To'g'ri javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Mavzu
1.	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ matrisani rangini toping	3	2	4	1	1- mavzu
2.	$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & -3 & -2 \\ 3 & 4 & 2 & -1 & -1 \\ 6 & 4 & 3 & -4 & -3 \end{pmatrix}$ matrisani rangini toping	2	3	1	0	1- mavzu
3.	Teskari matritsani toping: $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\frac{1}{13} & \frac{5}{13} & \frac{5}{13} \\ \frac{3}{13} & -\frac{2}{13} & -\frac{2}{13} \\ \frac{6}{13} & \frac{4}{13} & -\frac{9}{13} \end{pmatrix}$	2	3	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1,5 & -0,5 \end{pmatrix}^{-1}$	1- mavzu
4.	Teskari matritsani toping: $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1,5 & -0,5 \end{pmatrix}^{-1}$	2	2	$\begin{pmatrix} -\frac{1}{13} & \frac{5}{13} & \frac{5}{13} \\ \frac{3}{13} & -\frac{2}{13} & -\frac{2}{13} \\ \frac{6}{13} & \frac{4}{13} & -\frac{9}{13} \end{pmatrix}$	1- mavzu
5.	$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 6 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ matritsa berilgan a_{31} elementning minori nechaga teng?	7	6	2	3	1- mavzu
6.	$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ matritsaga teskari matritsani ko'rsating	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$A^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} 1$	3	3	1- mavzu

7.	$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & -3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ matritsaga teskari A^{-1} matritsani ko'rsating	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$A^{11} = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{2} & \frac{36}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	2	1- mavzu	
8.	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ matritsani rangini toping	2	3	1	0	1- mavzu
9.	$\vec{a} = (11, 10, 9), \vec{b} = (-10, -10, 1),$ $\vec{c} = (0, 9, 8) \quad 7\vec{a} - 5\vec{b} + \vec{c}$ ni toping	(127, 129, 66)	(127, 129, 66)	(127, 129, 66)	(127, 129, 66)	1- mavzu
10.	Ushbu A matritsa berilgan $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ a_{32} element minori nimaga teng?	37	21	30	15	1- mavzu

Shaklan bir biriga yaqin savol-javoblar:

Savol	Javob
Ushbu matritsaning rangi nechaga teng? $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	4
Ushbu matritsaning rangi nechaga teng? $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 6 & 8 \\ 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	2

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ matritsaning rangini toping.	4
---	----------

Yopiq testlar

Savol	Javob
$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ o'rin almashtirishlar uchun $P \circ Q$ ni qisoblang.	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
m ta satr n ta ustundan iborat bo'lgan A matritsaning satr rangi deb,ga aytiladi	satrlar bo'yicha hosil, qilingan vektorlar sistemasini rangi

Nazorat savollari

1. Matritsaga ta'rif bering. Matritsaning tuzilishi nimadan iborat? Iqtisodiyotga tatbiqi qanday.
2. Diagonal matritsaning ko'rinishini yozing.
3. Birlik matritsaning ko'rinishini yozing. Birlik matritsa iqtisodiy sohada qanday ishlatiladi.
4. Matritsalarining tengligiga va teng emasligiga ta'rif bering. Bu iqtisodiyotda qanday tushiniladi.
5. Maxsus va maxsusmas matritsalariga ta'rif bering.

Adabiyotlar

1. Tao, Terence. An Introduction to Measure Theory. Providence, R.I.: American Mathematical Society, 2019.
2. Weaver, Nik Measure Theory and Functional Analysis. World Scientific, 2013, 423 p.
3. Avilova L.V., Bolotyuk V.A., Bolotyuk L.A. Analiticheskaya geometriya i lineynaya algebra G'G' 2013. Izdanie: 1-e izd. 421 s.
4. Aleksandrov A.D., Netsvetaev N.Yu. Geometriya, M.: Nauka, 1990. – 672 s.
5. Belogurov A.Yu. Modernizatsiya protsessa podgotovki pedagoga v kontekste innovatsionnogo razvitiya obhestva: Monografiya. — M.: MAKS Press, 2016. — 116 s. ISBN 978-5-317-05412-0.

3-AMALIY MASHG'ULOT: HOSILA VA UNING TATBIQLARI. INTEGRAL VA UNING TATBIQLARI.

1-misol. Radiusi r ga teng aylananing chorak qismidan iborat bo'lgan birjinsli yoyining og'irlik markazini toping (1- rasm).

Yechish. 12.7.22- rasmda AB aylana choragidan iborat yoy tasvirlangandir. Uning tenglamasi $y = \sqrt{r^2 - x^2}$, $0 \leq x \leq r$.

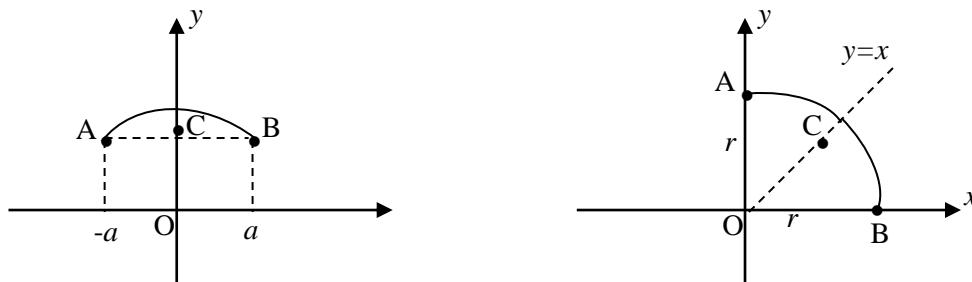
$$\text{Bundan } y' = -\frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}} = -\frac{x}{y}, \quad \sqrt{1 + (y')^2} = \sqrt{1 + \frac{x^2}{y^2}} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y} = \frac{r}{y}.$$

Aylana chorak qismining uzunligi $S = \frac{1}{2}\pi r$ bo'lishi ma'lum.

$$Y = \frac{1}{S} \int_0^r y \cdot \frac{r}{y} dx = \frac{2}{\pi r} \cdot r \cdot x \Big|_0^r = \frac{2r}{\pi}.$$

12.7.22-rasmdan ko'rinadiki, AB yoy birinchi chorak bissektrisasiga nisbatan simmetrikdir, demak, uning og'irlik markazi shu bissektrisada yotadi, ya'ni

$$X = Y = \frac{2r}{\pi}.$$



1-rasm.

$$2\pi YS = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

tenglikni olish qiyin emas. Agar $y=f(x)$ funksiya $[a;b]$ kesmada uzluksiz differensiallanuvchi hamda manfiy emas deb faraz qilib, uning grafigi bo'lgan AB yoyni Ox o'qi atrofida aylantirishdan sirt hosil qilsak, bu tenglikning o'ng tomoni shu aylanish sirtining yuzi ekanligi ma'lum chap tomoni esa birjinsli AB yoy og'irlik markazining Ox o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan aylana uzunligini yoy uzunligiga ko'paytmasiga tengdir. Bu quyidagi teoremaning isbotidan iboratdir.

1-teorema (Guldning birinchi teoremasi). *Birjinsli tekis egri chiziqni u yotgan tekislikda olingan va uni kesmaydigan, biror o'q atrofida aylantirish natijasida hosil qilingan aylanish sirtining yuzi shu egri chiziq yoyning uzunligi bilan uning og'irlik markazi aylanishidan hosil bo'lgan aylana uzunligining ko'paytmasiga teng.*

2-misol. Radiusi r ga teng bo'lgan birjinsli yarim aylananing og'irlik markazi topilsin.

Yechish. Yarim aylanani 12.7.23-rasmdagidek joylashtirsak, Oy uning simmetriya o'qidan iborat bo'lib, og'irlik markazining absissasi $X=0$ bo'ladi. Ordinatasini topish uchun yuqoridagi teoremani qo'llaymiz. Yarim aylana o'z diametri atrofida aylanishidan sfera hosil bo'lgani uchun va yuqoridagi teorema bo'yicha

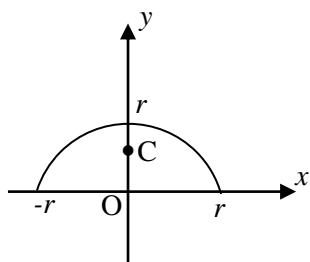
$$4\pi r^2 = 2\pi Y \cdot S, \quad S = \pi r \Rightarrow 4\pi r^2 = 2\pi^2 r Y.$$

Bundan

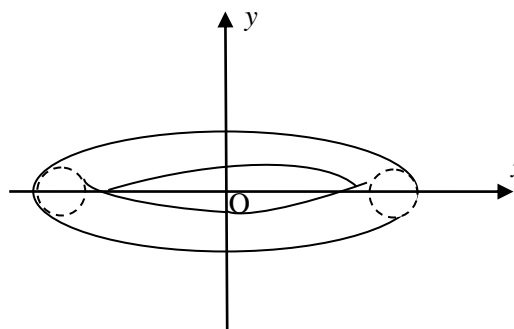
$$Y = \frac{2r}{\pi}.$$

Demak, 2-rasmdagi yarim aylana og'irlik markazi $C\left(0; \frac{2r}{\pi}\right)$ nuqtadadir.

3-misol. Radiusi r ga teng bo'lgan aylanani, uning tekisligida yotgan va uni kesmaydigan hamda aylana markazidan d masofada yotgan o'q atrofida aylantirish natijasida hosil qilingan *tor* sirtining yuzi topilsin (3-rasm)



2-rasm.



3-rasm.

Yechish. Masala shartiga ko'ra $d \geq r$. Aylananing uzunligi $2\pi r$ va u birjinsli ekanligidan uning og'irlik markazi o'zining markazidan iborat bo'lib, og'irlik markazini Oy o'qi atrofida aylanishidan uzunligi $2\pi d$ ga teng bo'lgan aylana hosil bo'ladi. Demak, Guldingning birinchi teoremasiga ko'ra tor sirtining Q yuzi

$$Q = (2\pi r) \cdot (2\pi d) = 4\pi^2 r d$$

bo'ladi.

b) Tekis shaklning og'irlik markazi. Bu yerda $x=a$, $x=b$ ($a < b$) to'g'ri chiziklar va $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$ egri chiziqlar bilan chegaralangan zichligi $\mu(x)$ bo'lgan tekis moddiy shaklni qaraymiz. Shu bilan birga $f_1(x) \geq f_2(x)$ va ular $[a; b]$ da uzluksiz deb faraz qilamiz. $[a; b]$ ni ixtiyoriyicha qilib n ta bo'laklarga bo'lamiz va bo'linish (tugun) nuqtalarini $a=x_0 < x_1 < \dots < x_{i-1} < x_i < \dots < x_{n-1} < x_n = b$ orqali belgilaymiz. Bu tugun nuqtalaridan Oy o'qqa parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazib, tekis shaklni n ta bo'laklarga ajratamiz, i - bo'lakdan

$\xi_i \in [x_{i-1}; x_i]$ nuqta tanlab bu bo‘lakchani shakldagidek qilib, zichligi $\mu(\xi_i)$ gat eng bo‘lgan birjinsli to‘g‘ri to‘rt burchak bilan almashtiramiz. Agar ξ_i ni $[x_{i-1}; x_i]$ ning o‘rtasi deb tanlasak, aytilgan to‘g‘ri to‘rtburchakning og‘irlik markazining koordinatalari

$$\xi_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}, \quad h_i = \frac{f_1(\xi_i) + f_2(\xi_i)}{2};$$

uning yuzi esa $\Delta S_i = [f_2(\xi_i) - f_1(\xi_i)] \Delta x_i$ dan iborat bo‘ladi ($\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$). Agar bu to‘rtburchakni o‘zining og‘irlik markazidagi moddiy nuqta bilan almashtirsak, olingan bunday moddiy nuqtalar sistemasining og‘irlik markazi uchun

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu(\xi_i) [f_2(\xi_i) - f_1(\xi_i)] \Delta x_i}{\sum_{i=1}^n \mu(\xi_i) [f_2(\xi_i) - f_1(\xi_i)] \Delta x_i},$$

$$\bar{Y} = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mu(\xi_i) [f_2^2(\xi_i) - f_1^2(\xi_i)] \Delta x_i}{\sum_{i=1}^n \mu(\xi_i) [f_2(\xi_i) - f_1(\xi_i)] \Delta x_i}$$

larni olamiz. Oxirgilarda $\max_i \Delta x_i \rightarrow 0$ limitga o‘tib, tekis shakl og‘irlik markazi (X, Y) uchun

$$X = \frac{\int_a^b \mu(x) [f_2(x) - f_1(x)] dx}{\int_a^b \mu(x) [f_2(x) - f_1(x)] dx},$$

$$Y = \frac{\frac{1}{2} \int_a^b \mu(x) [f_2^2(x) - f_1^2(x)] dx}{\int_a^b \mu(x) [f_2(x) - f_1(x)] dx}$$

larni olamiz va, nihoyat, birjinsli tekis shakl uchun

$$X = \frac{1}{S} \int_a^b x [f_2(x) - f_1(x)] dx, \quad Y = \frac{1}{2S} \int_a^b [f_2^2(x) - f_1^2(x)] dx$$

formulalar kelib chiqadi, bu yerda S tekis shaklning yuzi bo‘lib,

$$S = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)] dx.$$

Bu o‘rinda

$$M_x = \frac{1}{2} \int_a^b [f_2^2(x) - f_1^2(x)] dx$$

va

$$M_y = \int_a^b x[f_2(x) - f_1(x)]dx$$

larni berilgan birjinsli tekis shaklning mos ravishda Ox va Oy o'qlarga nisbatan statik momentlari deb yuritilishini ham aytamiz.

4-misol. Absissalar o'qi va $y=2x-x^2$ parabola bilan chegaralangan birjinsli shaklning og'irlik markazi topilsin (12.7.26- rasmga qarang).

Yechish.

$$2x - x^2 = 0 \Rightarrow a = 0, b = 2.$$

$$S = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3};$$

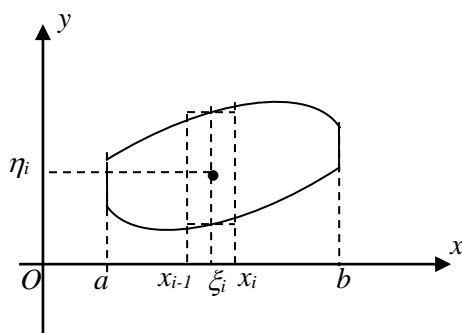
(12.7.33) ga ko'ra:

$$X = \frac{1}{S} \int_0^2 x(2x - x^2) dx = \frac{3}{4} \int_0^2 (2x^2 - x^3) dx = \frac{3}{4} \left(\frac{2}{3} x^3 - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^2 = \frac{3}{4} \left(\frac{16}{3} - \frac{16}{4} \right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{12} = 1$$

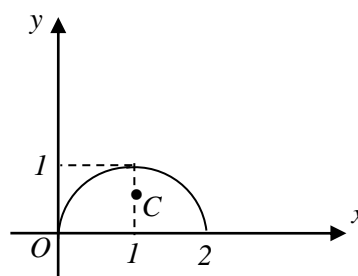
$$Y = \frac{1}{2S} \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{3}{2} \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \frac{3}{8} \left(\frac{4}{3} x^3 - x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{3}{8} \left(\frac{32}{3} - 16 + \frac{32}{5} \right) =$$

$$= \frac{3}{8} \left(10\frac{2}{3} - 16 + 6\frac{2}{5} \right) = \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{5} \right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{15} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

Og'irlik markazi $C(1;0,4)$ nuqtada. Bu misoldan ko'rinadiki, og'irlik markazi bu shaklning simmetriya o'qidadir.



12.7.25-rasm.



12.7.26-rasm.

Bu umumiy xossa bo'lib, agar birjinsli shakl biror o'qqa nisbatan simmetrik bo'lsa, uning og'irlik markazi shu simmetriya o'qida yotadi.

(12.7.33) formulalarning ikkinchisini

$$2\pi YS = \pi \int_a^b [f_2^2(x) - f_1^2(x)] dx$$

ko'rinishga keltirish qiyin emas. Bundan ko'rinadiki, tenglikning o'ng tomoni $\forall x \in [a; b]$ $0 \leq f_1(x) \leq f_2(x)$ faraz asosida tekis shaklni Ox o'qi atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jismning hajmidan iborat bo'lsa, chap tomoni esa birjinsli tekis shakl yuzini uning og'irlik markazi Ox o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan aylananing uzunligiga ko'paytmasidir.

Ya'ni quyidagi o'rinli ekanligini oldik.

Test

№	Test topshirig'i	To'g'ri javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Mavzu
1.	Birjinsli tekis shaklni uning tekisligida yotgan va uni kesmaydigan o'q atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan aylanish jismining hajmi danday formuladan topiladi	$V=2\pi YS$	$V=2\pi S$	$V=2\pi YS$ T	$V=\pi YS$	3- mavzu
2.	Radiusi r ga teng bo'lgan birjinsli yarim doiraning og'irlik markazini toping	$\left(0; \frac{4}{3\pi}r\right)$	$\left(1; \frac{4}{3\pi}r\right)$	$\left(0; \frac{4}{3\pi}\right)$	$\left(0; \frac{2}{3\pi}\right)$	3- mavzu
3.	Birjinsli radiusi r ga teng bo'lgan yarim aylananing o'z diametriga nisbatan inersiya momenti topilsin.	$\frac{\pi}{2}r^3$	$\frac{\pi}{4}r^3$	1	$\frac{\pi}{2}r^2$	3- mavzu
4.	Berilgan birjinsli tekis shaklning mos ravishda Ox o'qlarga nisbatan statik momentlari	$M_x = \frac{1}{2} \int_a^b [f_2^2(x) - \frac{\pi}{2}r^2] dx$		1	2	3- mavzu
5.	Berilgan birjinsli tekis shaklning mos ravishda Oy o'qlarga nisbatan statik momentlari	$M_y = \int_a^b x[f_2(x) - \frac{\pi}{2}r^2] dx$		3	1	3- mavzu
6.	Hisoblang $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^4}$ $\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	2	1	0	3- mavzu
7.	Hisoblang $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+9}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{3}$	3	2	3- mavzu

8.	Hisoblang $\int_0^{\infty} e^{-5x} dx$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	2	1	3- mavzu
9.	Hisoblang $\int_1^{+\infty} \frac{x+5}{x^3\sqrt{x}} dx$	bu integral uzoqlash uvchidir	$\frac{1}{5}$	0	1	3- mavzu
10.	Hisoblang $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$	$\frac{\pi}{2}$	bu integral uzoqlash uvchidir	1	2	3- mavzu

Shaklan bir biriga yaqin savol-javoblar:

Savol	Javob
$y=0,25x^2+2$ parabola va $5x-8y+14=0$ to'g'ri chiziq kesishishidan hosil bo'lgan shaklning Ox o'qi atrofida aylanishdan hosil bo'lgan jismning hajmi topilsin.	$V = \frac{891}{1280}$
$y=\ln x$ egri chiziq yoyining $x=\sqrt{3}$ dan $x=\sqrt{8}$ gacha bo'lgan qismining uzunligini toping	$1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$
$y=2x$ to'g'ri chiziqning $x=0$ dan $x=2$ gacha oraliqdagi kesmasining Ox o'q atrofida aylanishidan hosil bo'lgan konus sirtining yuzini hisoblang.	$8\pi\sqrt{5}$

Yopiq testlar

Savol	Javob
$\int_1^y x^2 \ln x dx$ hisoblang	$\frac{2e^3 + 1}{9}$
$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x dx$ hisoblang	$\pi - 2$

Nazorat savollari

1. Aniq integral yordamida hajmni topish formulasini yozing.
2. Aniq integral yordamida yoy uzunligini topish formulasini yozing.
3. Aniq integral yordamida aylanma jismning sirtini topish formulasini yozing.
4. Aniq integral yordamida kuchning bajargan ishining formulasini yozing.
5. Cheksiz oraliq bo'yicha xosmas integralarni ta'riflang.

Adabiyotlar

11. Evan M. Glazer, John W. McConnell Real-Life Math: Everyday Use of Mathematical Concepts G'G'2013, ISBN-13: 978-0313319983
12. Georgii H.O. Gibbs measures and phase transitions. Berlin: de Gruyter, 657 p., 2011.
13. H.Q. Mitchell "Traveller" B1, B2, MM Publications. 2015. 183.
14. H.Q. Mitchell, Marileni Malkogianni "PIONEER", B1, B2, MM Publications. 2015. 191.
15. M. Rikhsiboev and N. S. Mohamed, Engineering Mathematics 2, Malaysia, 2019.

4-AMALIY MASHG'ULOT: QATORLAR VA ULARNING TATBIQLARI. DIFFERENTIAL TENGLAMALAR VA ULARNING TATBIQLARI.

Mexanik tebranishlarning bitta turini misol tariqasida ko'rib o'tishni lozim topdik. Ko'plab tebranish jarayonlari chiziqli o'zgarimas koeffitsientli differensial tenglamalar bilan tavsiflanadi. Tenglamalarning tatbiqida erkli o'zgaruvchi vaqtni anglatgani uchun uni t orqali, uning funksiyasini esa x orqali belgilanadi.

Masala (garmonik tebranishlar haqidagi). Og'irligi p bo'lgan yuk tinch turgan holatidagi uzunligi l bo'lgan vertikal prujinaga osilgan. Yukni bir oz pastga tortib, keyin qo'yib yuboriladi. Prujina massasini va havo qarshiligini hisobga olmay, yukning harakat qonunini toping.

Yechish. Ox o'qni yuk osilgan nuqta orqali pastga vertikal yo'naltiramiz. Koordinatalar boshi O ni yuk muvozanatda bo'lgan holatda, ya'ni yukning og'irligi prujinaning reaksiya kuchi bilan muvozanatlashgan nuqtada olamiz (1-rasm) h -prujinaning ayni paytdagi uzayishi, h_{st} esa statik uzayishi, ya'ni cho'zilmagan prujina oxiridagi muvozanat holatgacha bo'lgan masofa. U holda, agar yukning muvozanat holatdan chetlanishini x bilan belgilasak,

$$h = h_{st} + x$$

bo'ladi.

Harakatning differensial tenglamasini Nyutonning ikkinchi qonuni $\vec{F} = m\vec{a}$ dan topamiz, bu yerda

$$m = \frac{p}{q}$$

yuk massasi, \vec{a} harakat tezlanishi, \vec{F} - yukka qo'yilgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi. Mazkur holda teng ta'sir etuvchi kuch prujinaning taranglik kuchi va og'irlik kuchi P ning yig'indisidan iborat. Guk qonuniga ko'ra prujinaning taranglik kuchi uning uzayishiga rrororsional, ya'ni

$$-ch$$

ga teng, bu yerda c o'zgarimas rrororsionallik koeffitsienti, u prujinaning *birligi* deyiladi.

Shuning uchun harakatning differensial tenglamasi ushbu ko‘rinishda bo‘ladi:

$$m \frac{dlx}{dt^2} = ch + p$$

muvozanat holatida prujaning taranglik kuchi og‘irlik kuchi bilan muvozanatlashgani uchun

$$p = ch_{ct}$$

bo‘ladi. Differensial tenglamaga p ning ifodasini qo‘yib va $h - h_{ct} = x$ ekanligidan tenglamani

$$m \frac{dx}{dt^2} = -cx$$

ko‘rinishga yoki $\frac{c}{m} = k^2$ deb,

$$\frac{dx}{dt^2} + k^2 x = 0 \quad (1)$$

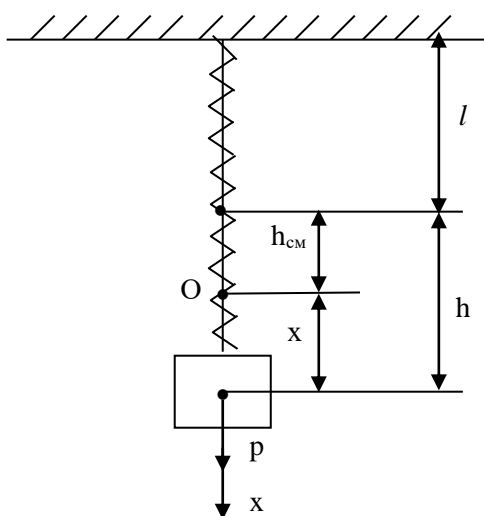
ko‘rinishga keltiramiz.

Bu prujining erkin tebranishlari tenglamasi deb ataladi. U *garmonik ossillyatorning tenglamasi* deb ham yuritiladi. Bu koeffitsientlari o‘zgarmas bo‘lgan ikkinchi tartibli chiziqli birjinsli differensial tenglamadir. (1)ning xarakteristik tenglamasi

$$\lambda^2 + k^2 = 0$$

mavhum $\lambda_{1,2} = \pm ik$ ildizlarga ega, bunga tegishli umumiy yechim

$$x = c_1 \cos kt + c_2 \sin kt$$



1-rasm

Yechimning fizik ma‘nosini aniqlash uchun yangi ixtiyoriy o‘zgarmaslar kiritib, uni

$$x = A \sin(kt + \alpha) \quad (2)$$

ko‘rinishga keltirish mumkin. Shunday qilib, yuk muvozanat holati atrofida garmonik tebranadi.

A kattalik tebranishning amplitudasi, $kt + \alpha$ argument esa *tebranish fazasi* deyiladi. Fazaning $t=0$ dagi qiymati, ya‘ni α kattalik tebranishning *boshlang‘ich fazasi* deyiladi

$k = \sqrt{cm}$ kattalik tebranish chastotasidir. Tebranishning

$$T = 2\pi k = 2\pi\sqrt{mc}$$

davri k chastota faqat prujinaning bikrligi va sistema massasiga bog'liq.

$$C = p/h_{ct} = mg/h_{ct}$$

Bo'lgani sababli, davr uchun

$$T = 2\pi\sqrt{h_{ct}/g}$$

formulani ham hosil qilish mumkin. Yukning harakati tezligini yechimni differensiallash orqali topamiz:

$$g = \frac{dx}{dt} = Ak \cos(kt + \alpha)$$

Amplituda va boshlang'ich fazani aniqlash uchun boshlang'ich shartlar berilgan bo'lishi kerak. Aytaylik, boshlang'ich $t=0$ paytda yukning holati $x=x_0$ va tezligi $g=g_0$ bo'lsin. U holda

$$x_0 = A \sin \alpha, \quad g_0 = Ak \cos \alpha.$$

Bundan

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{g_0}{k}\right)^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{kx_0}{g_0} \left(\alpha = \operatorname{arctg} \frac{kx_0}{g_0} \right), \quad (g_0 \neq 0)$$

Amplituda va boshlang'ich faza formulalaridan ko'rinishicha, ular xususiy tebranishlar chastotasi va davridan farqli o'laroq sistemaning boshlang'ich holatiga bog'liq. Boshlang'ich holatda ($g_0=0$) bo'lsa, amplituda $A=|x_0|$, boshlang'ich fazasi $\alpha=\pi/2$ bo'lib, (14.10.2) dan

$$x = x_0 \sin\left(kt + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x = x_0 \cos kt \quad (3)$$

ni olamiz.

Agar sonli ma'lumotlar berilgan bo'lsa, masalan, $p=2N$ $l=40$ sm, $h_{st}=4$ sm shu bilan birga yuk $x_0=2$ sm ga tortilib, boshlang'ich tezliksiz ($g_0=0$) qo'yib yuborilgan bo'lsin, u vaqtda berilganlar asosida quyidagilarni hisoblaymiz:

$k = \sqrt{cg/p}$ chastota, $p=ch_{ct}$ munosabatdan

$$\frac{c}{p} = \frac{1}{h_{ct}} = \frac{1}{4},$$

demak,

$$k = \sqrt{g/2} \frac{1}{cek}, \quad A = \sqrt{x_0^2 + g_0^2/k^2} = 2cm, \quad c = \frac{p}{h_{ct}} = \frac{2N}{4cm} = \frac{1}{2} \frac{N}{cm}$$

va

$$\alpha = \frac{\pi}{2}.$$

Bularni (14.10.3) ga qo'yib,

$$x = \cos\left(\frac{t}{2}\sqrt{g}\right)$$

ni olamiz.

Yukning tebranish davri

$$T = 2\pi/k = 4\pi/\sqrt{g} \approx 0,4 \text{ sek}$$

eng katta cho'zilish

$$h_{\max} = h_{sm} + A = 6 \text{ cm}$$

Prujining eng katta taranglik kuchi

$$\vec{F}_{\max} = ch_{\max} = 3N$$

Test

№	Test topshirig'i	To'g'ri javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Mavzu
1.	Sistemani yeching 3) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - 3y + te^{2t}, \\ \frac{dy}{dt} = 3x - y + e^{3t} \end{cases}$	$\begin{cases} x = c_1 + c_2 t + \frac{t^2}{2} - \frac{t^2}{2} - 3e^{2t} \\ y = \left(c_1 - \frac{c_2}{3}\right) - c_2 t + \left(\frac{t^2}{2} - 2e^{2t}\right) e^{2t} \end{cases}$	$\begin{cases} x = c_1 + c_2 t + \frac{t^2}{2} - \frac{t^2}{2} - 3e^{2t} \\ y = \left(c_1 - \frac{c_2}{3}\right) + c_2 t + \frac{t^2}{2} - e^{2t} \end{cases}$	$\begin{cases} x = c_1 + c_2 t + \frac{t^2}{2} - \frac{t^2}{2} - 3e^{2t} \\ y = \left(c_1 - \frac{c_2}{3}\right) + c_2 t + \frac{t^2}{2} - e^{2t} \end{cases}$	$\begin{cases} x = c_1 + c_2 t + \frac{t^2}{2} - \frac{t^2}{2} - 3e^{2t} \\ y = \left(c_1 - \frac{c_2}{3}\right) + c_2 t + \frac{t^2}{2} - e^{2t} \end{cases}$	4- mavzu
2.	Tenglamani yeching $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$	$y = \left(c_1 + c_2 x + \frac{1}{y^2} \ln x + \frac{3}{4} y^2\right) e^{-2x}$	$y = \left(c_1 + c_2 x + \frac{1}{y^2} \ln x + \frac{3}{4} y^2\right) e^{-2x}$	$y = \left(c_1 + c_2 x + \frac{1}{y^2} \ln x + \frac{3}{4} y^2\right) e^{-2x}$	$y = \left(c_1 + c_2 x + \frac{1}{y^2} \ln x + \frac{3}{4} y^2\right) e^{-2x}$	4- mavzu
3.	Ushbu masala nechta echimga ega $y''' + 3y' = x$, $y(0) = 1, y'(0) = 3, y''(0) = 2$	echimga ega emas	ikkita	yagona echimga ega	cheksiz ko'p echimga ega	4- mavzu
4.	Ushbu $y' = \frac{y}{3x - y^2}$ tenglamaning echimini toping.	$y = cx^3 + x^2$	$y = 3x^3 + cx^2$	$x = cy^3 + y^2$	$y = cx + x^2$	4- mavzu
5.	Quyidagi $y = xy' - 2y^3$ tenglamaning maxsus echimini toping	$6y^2 = x^3$	$y^2 = 9x^3$	$27y^2 = 2x^3$	$3y^3 = x^2$	4- mavzu
6.	$ydx + (x + 3y^2)dy = 0$ tenglamaning umumiy echimini toping	$y = cx^2 - 1$	$y^3 = cx + x^2$	$xy + y^3 = c$	$y = 0$	4- mavzu
7.	Ushbu $y = -xy' + \cos y'$ tenglama . . . tenglamasi deb ataladi.	Bernulli	Lagranj	Klero	Rikkati	4- mavzu
8.	Qanday almashtirish bajarilsa, ushbu $y' - xy = 4\sqrt{y}$ tenglama o'zgaruvchilari ajraladigan tenglamaga keladi?	$z = \frac{1}{\sqrt{y}}$	$y = zx$	$z = \sqrt{y}$	$y = zx^2$	4- mavzu

9.	Tenglama nechta echimga ega $y' = xy - y^3, y(0) = 0$	echimga ega emas	1	*2	3	4- mavzu
10	$y'' + 16y = 0$ tenglamaning umumiy echimini toping	$y = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-4x}$ $y = ce^{-16x}$		$y = c_1 \cos 4x + c_2 \sin 4x$	$y = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-4x}$	4- mavzu

Shaklan bir biriga yaqin savol-javoblar:

Savol	Javob
Ushbu $\arctg x$, 1 , $\arctg x$ funksiyalar chiziqli bog'liqmi?	yo'q
Tenglamaning tipini aniqlang $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$	chiziqli
Berilgan $\varphi_1(x) = \sin^2 x$, $\varphi_2(x) = \cos^2 x$, $\varphi_3(x) = a$ funksiyalar sistemasi chiziqli erkli bo'ladimi?	yo'q

Yopiq testlar

Savol	Javob
Ushbu $y = cx^2$ chiziqlar sinfnining differensial tenglamasini toping	$y'x = 3y$
Qanday almashtirish yordamida $y' = y^2 - \frac{2}{x^2}$ tenglamani bir jinsli tenglamaga keltirish mumkin?	$z = y^2$

Nazorat savollari

1. Yuqori tartibli chiziqli birjinslimas o'zgarmas koeffitsientli oddiy differensial tenglamaning umumiy ko'rinishini yozing.
2. Mexanik tebranishlarning differensial tenglamasini yozing.
3. Chiziqli birjinsli o'zgarmas koeffitsientli oddiy differensial tenglamasining normal sistemasini yechishda Eyler usulini tushuntiring.

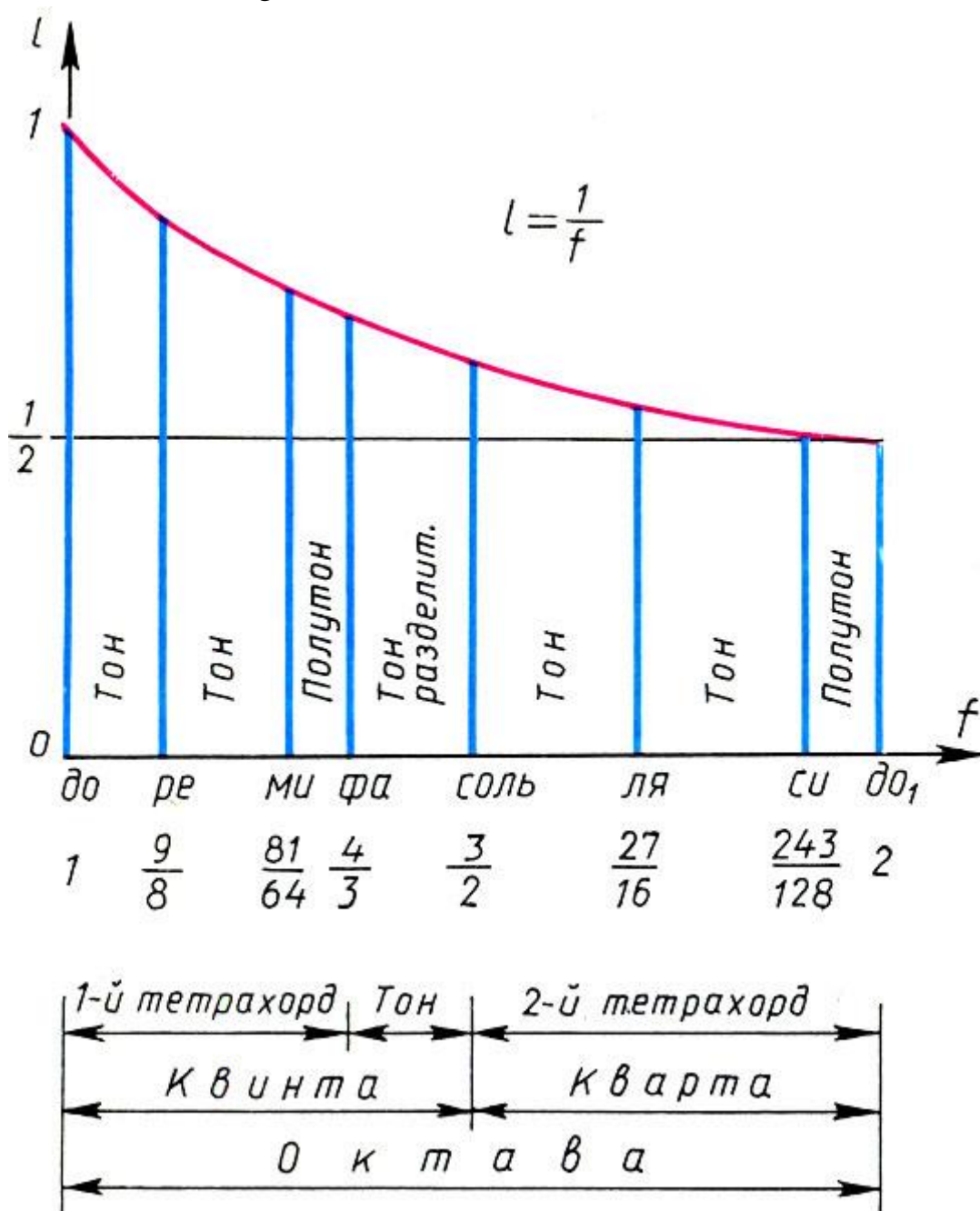
Adabiyotlar

1. Tao, Terence. An Introduction to Measure Theory. Providence, R.I.: American Mathematical Society, 2019.
2. Weaver, Nik Measure Theory and Functional Analysis. World Scientific, 2013, 423 p.
3. Avilova L.V., Bolotyuk V.A., Bolotyuk L.A. Analiticheskaya geometriya i lineynaya algebra G'G' 2013. Izdanie: 1-e izd. 421 s.
4. Aleksandrov A.D., Netsvetaev N.Yu. Geometriya, M.: Nauka, 1990. – 672 s.
5. Belogurov A.Yu. Modernizatsiya protsessa podgotovki pedagoga v kontekste innovatsionnogo razvitiya obhestva: Monografiya. — M.: MAKS Press, 2016. — 116 s. ISBN 978-5-317-05412-0.

5-MAVZU: MATEMATIKA VA SA'NAT

Musiqqa yozish uchun ehtimollik usullaridan foydalanishni Yanis Xenakis taklif qilgan. Uning ishi, yutuqlari va sevimli mashg'ulotlarini birlashtirgan narsa shundaki, u hamma joyda matematik usullarni qo'llash imkoniyatlarini izlagan.

Masalan, to'g'ri chiziqlardan foydalanish g'oyasi va tanlangan matematik model bo'yicha musiqiy kompozitsiyani dinamik ravishda rivojlantirish g'oyasi u tomonidan ko'p yillar davomida ishlab chiqilgan. Model tasodifiy jarayon bilan aniqlanadi, shunda tanlangan vaqt ichida muallif tomonidan ko'rsatilgan signal spektri, balandlikning fazoviy taqsimoti va hk tavsiflangan.



Matematikani sa'nat sohasiga taqbiqi ko'p jihatdan taqribiy hisoblashlarga

asoslanadi. Tajriba asosida x va y o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish quyidagi jadval ko'rinishida aniqlangan bo'lsin:

x	x_1	x_2	...	x_n
y	y_1	y_2	...	y_n

Amaliy masalalarni hal qilishda, aksariyat hollarda funksional bog'lanishni qandaydir ko'phad ko'rinishida qidiriladi, ya'ni

$$f(x, B_0, B_1, \dots, B_m) = \sum_{j=0}^m B_j x^j$$

deb olinadi (bu yerda $m \leq n-1$). U holda, $B_j (j=0, 1, \dots, m)$ larni aniqlash uchun eng kichik kvadratlar usuli asosida

$$\sum_{j=0}^m \left(\sum_{i=1}^n x_i^{j+k} \right) B_j = \sum_{i=1}^n y_i x_i^k, \quad k = 0, 1, \dots, m \quad (1)$$

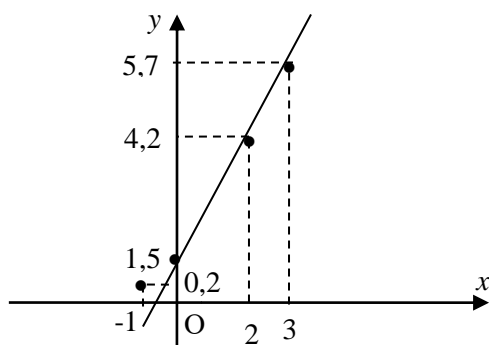
sistemaga kelish qiyin emas. Endi misollar keltiraylik.

1-misol. Tajriba asosida x va y o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish quyidagi jadval ko'rinishida aniqlangan bo'lsin:

x	-1	0	2	3
y	0,2	1,5	4,2	5,7

Bu o'zgaruvchilar orasidagi taxminiy bog'lanish topilsin.

Yechish: koordinatalar tekisligida nuqtalarni quramiz.



1 –rasm.

1-rasmdan ko'rinadiki, nuqtalar qandaydir to'g'ri chiziq atrofida guruhlashgandir. Demak, chiziqli bog'lanishni tanlaymiz:

$$y = B_1 x + B_0$$

Noma'lum B_0 va B_1 parametrlarni hisoblash mumkin. Hisoblarni osonlashtirish maqsadida quyidagi jadvaldan foydalanamiz:

i	x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2
1	-1	0,2	-0,2	1
2	0	1,5	0	0
3	2	4,2	8,4	4
4	3	5,7	17,1	9
Σ	4	11,6	25,3	14

$$B_0 = \frac{14 \cdot 11,6 - 4 \cdot 25,3}{4 \cdot 14 - 4^2} = \frac{162,4 - 101,2}{56 - 16} = \frac{61,2}{40} = 1,53;$$

$$B_1 = \frac{4 \cdot 25,3 - 4 \cdot 11,6}{40} = \frac{101,2 - 46,4}{40} = \frac{54,8}{40} = 1,37$$

Demak,

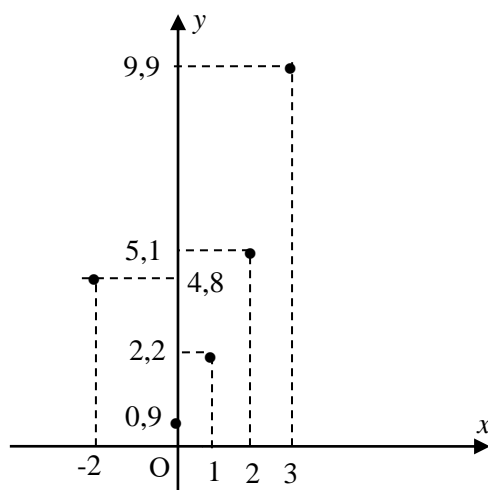
$$y = 1,37x + 1,53$$

2-misol. Tajribada olingan

x	-2	0	1	2	3
y	4,8	0,9	2,2	5,1	9,9

jadval bo'yicha x va y lar orasidagi bog'lanishni aniqlang.

Yechish. Koordinatalar tekisligida nuqtalarni quramiz.



2 –rasm.

2-rasmdan ko'rinadiki, qurilgan nuqtalar qandaydir parabola atrofida guruhlashgandir. Shuning uchun bog'lanishni

$$y = B_0 + B_1x + B_2x^2$$

ko'rinishda tanlaymiz. U holda (1) sistema

$$\sum_{j=0}^2 \left(\sum_{i=1}^5 x_i^{j+k} \right) B_i = \sum_{i=1}^5 y_i x_i^k, k = 0,1,2$$

ko‘rinishni oladi. Bu sistemaning yoyilgan ko‘rinishi

$$\begin{cases} 5B_0 + \left(\sum_{i=1}^5 x_i \right) B_1 + \left(\sum_{i=1}^5 x_i^2 \right) B_2 = \sum_{i=1}^5 y_i, \\ \left(\sum_{i=1}^5 x_i \right) B_0 + \left(\sum_{i=1}^5 x_i^2 \right) B_1 + \left(\sum_{i=1}^5 x_i^3 \right) B_2 = \sum_{i=1}^5 y_i x_i, \\ \left(\sum_{i=1}^5 x_i^2 \right) B_0 + \left(\sum_{i=1}^5 x_i^3 \right) B_1 + \left(\sum_{i=1}^5 x_i^4 \right) B_2 = \sum_{i=1}^5 y_i x_i^2 \end{cases}$$

bo‘ladi.

Oxirgi sistemaning koeffitsientlarini hisoblashni osonlashtirish maqsadida quyidagi jadvalni tuzamiz:

i	x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	$y_i x_i^2$	x_i^3	x_i^4
1	-2	4,8	-9,6	4	19,2	-8	16
2	0	0,9	0	0	0	0	0
3	1	2,2	2,2	1	2,2	1	1
4	2	5,1	10,2	4	20,4	8	16
5	3	9,9	29,7	9	89,1	27	81
Σ	4	22,9	32,5	18	130,9	28	114

Demak,

$$\begin{cases} 5B_0 + 4B_1 + 18B_2 = 22,9; \\ 4B_0 + 18B_1 + 28B_2 = 32,5; \\ 18B_0 + 28B_1 + 114B_2 = 130,9 \end{cases}$$

sistemaga egamiz. Bu sistemani Jordan-Gaus usuli yordamida echaylik.

$$\begin{cases} B_0 + 0,8B_1 + 3,6B_2 = 4,58; \\ 14,8B_1 + 13,6B_2 = 14,18; \Leftrightarrow \\ 13,6B_1 + 49,2B_2 = 48,46; \\ B_0 + 2,8649B_2 = 3,8135; \\ B_1 + 0,9189B_2 = 0,9581; \Leftrightarrow \\ 36,7030B_2 = 35,4298; \\ B_0 \approx 1,0480; \\ B_1 \approx 0,0711; \\ B_2 \approx 0,9653. \end{cases}$$

Demak, $y = 1,0480 + 0,0711x + 0,9653x^2$

Test

№	Test topshirig'i	To'g'ri javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Muqobil javob	Mavzu
1.	Ko'rsatilgan L chiziq bo'yicha birinchi tur egri chiziqli integralni hisoblang $L = \{(x, y) : x = \cos t, y = \sin t \quad z = t, 0 \leq t \leq 2\pi.\}$ $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) ds.$	$\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}(3+4\pi^2)$	$\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}(1+\pi^2)$	$\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	5-mavzu
2.	Ikkinchi tur egri chiziqli integralni hisoblang $\int_L (2-y)dx + xdy,$ $L = \{(x, y) : x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, 0 \leq t \leq 2\pi\}$ chiziq parametrini o'sish tartibida olinadi.	-2π	2π	π	$-\pi$	5-mavzu
3.	Ikkinchi tur egri chiziqli integralni hisoblang $\int_L \frac{ydx + xdy}{1+x^2y^2}, \quad L = AB$ kesma, $A = (0,0), \quad B = (1,1).$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	5-mavzu
4.	Ko'rsatilgan L chiziq bo'yicha birinchi tur egri chiziqli integralni hisoblang $L = \{(x, y) : x = \cos t, y = \sin t \quad z = t, 0 \leq t \leq 2\pi.\}$ $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) ds.$	$\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}(3+4\pi^2)$	$\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}(1+\pi^2)$	$\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	5-mavzu
5.	Quyidagi chiziqlar bilan chegaralangan figuraning yuzini hisoblang $xy = a^2, x + y = \frac{5}{2}a$ $(a > 0)$	$(\frac{15}{8} - 2 \ln 2)a$	$(\frac{15}{8} - 2 \ln 2)a$	$(\frac{15}{8} - \ln 2)a$	$(\frac{15}{8} - \ln 4)a$	5-mavzu

6.	Quyidagi chiziqlar bilan chegaralangan figuraning yuzini hisoblang $xy = 1, \quad x + y = \frac{5}{2}$	$(\frac{15}{8} - 2 \ln 2)$	$(\frac{15}{8} - \ln 2)$	12	15	5- mavzu
7.	Quyidagi chiziqlar bilan chegaralangan figuraning yuzini hisoblang $xy = 4, \quad x + y = 5 \quad (a > 0)$	$(\frac{15}{2} - 8 \ln 2)$	$8(2 - \ln 2)$	7,5 - ln2	ln2	5- mavzu
8.	Quyidagi funktsiyani ekstremumga tekshiring: $Z = x^3 + y^3 - 3xy.$	$\min Z = -1$ (1,1)	$\max Z = -1$ (1,1)	Ekstremum nuqta yo'q	$\max Z = 1$ (1,0)	5- mavzu
9.	Quyidagi funktsiyani ekstremumga tekshiring: $Z = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$	$\min Z = -2$ (-1,-1) va $\min Z = -2$ (1,1) ; (0;0) nuqtada ekstremum yo'q	$\min Z = -2$ (-1,-1)	$\min Z = -2$ (1,1)	(0;0) nuqtada ekstremum yo'q	5- mavzu
10	Agar $u = x^3 + y^3 - 3xy(x - y)$ bo'lsa, d^3u ni hisoblang.	$6(dx^3 - 3dx^2dy + 3dxdy^2 + dy^3)$	$6(dx^3 + 3dx^2dy - 3dxdy^2 + dy^3)$	$6(dx^3 - 3dx^2dy + 3dxdy^2 - dy^3)$	$6(dx^3 - 3dx^2dy + 3dxdy^2 - dy^3)$	5- mavzu

Shaklan bir biriga yaqin savol-javoblar:

Savol	Javob
$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} \right)$ qator yig'indisini toping.	$\frac{3}{2}$
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$ qator yig'indisini toping.	3
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ qator yig'indisini toping.	1

Yopiq testlar

Savol	Javob
Nuqtalar o'rniga mosini qo'ying. Musbat hadli qator yaqinlashuvchi bo'lishi uchun uning qisman yig'indilari ketma-ketligi ... bo'lishi zarur va yetarli.	yuqoridan chegaralangan
Nuqtalar o'rniga mosini qo'ying. Qator yaqinlashuvchi bo'lishi uchun uning qisman yig'indilar ketma-ketligi ... bo'lishi zarur va yetarli.	fundamental

V. GLOSSARIY

Termin	O'zbek tilidagi sharhi	Ingliz tilidagi sharhi
chiziqli tenglamalar sistemasi	$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$ <p>ko'rinishdagi yozuvga chiziqli tenglamalar sistemasi deyiladi.</p>	A system of linear equations
chiziqli tenglamalar sistemasining yechimi	$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$ <p>sistemadagi barcha tenglamalarni qanoatlantiruvchi $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ tartiblangan juftlikka aytiladi</p>	Solution of systems of linear equations
Matritsa	<p>a_{ik} haqiqiy sonlar m ta satr va n ta ustunda joylashgan quyidagi to'g'ri to'rtburchak</p> $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = (a_{ij})$ <p>shaklidagi jadvalga $m \times n$ o'lchamli matritsa deyiladi.</p>	A matrix
Satr	matritsa qatori	A row
Ustun	matritsa qatori	A column
Matritsalar ustida amallar	Qo'shish ayirish, ko'paytirish	Operations on matrices

<p>yuqori uchburchakli matritsa</p>	$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ <p>ko'rinishdagi matritsaga aytiladi.</p>	<p>Upper triangle Matrix</p>
<p>Quyi uchburchakli matritsa</p>	$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ <p>ko'rinishdagi matritsaga aytiladi.</p>	<p>Bellow triangle Matrix</p>
<p>diagonal matritsa;</p>	$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ <p>ko'rinishdagi matritsaga aytiladi.</p>	<p>Diagonal Matrix</p>
<p>birlik matritsa.</p>	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = E$ <p>ko'rinishdagi matritsaga aytiladi.</p>	<p>Unitary Matrix</p>
<p>Determinant</p>	<p>Kvadrat matritsaning har bir satr va har bir ustunidan</p>	<p>Determinant</p>

	bittadan elementlar olib tuzilgan ko'paytmalarning algebraik yig'indisiga berilgan kvadrat matritsaning determinanti deyiladi.	
Determinantning xossalari	Determinantga oid mazmu	The properties of the Determinants
Sonni Determinantga ko'paytirish	A kvadrat matritsaning biror bir satr (ustun) elementlarini noldan farqli λ skalyarga ko'paytirilsa, u holda A matritsaning determinanti λ skalyarga ko'paytiriladi.	Multiply by a scalar to the determinant
Nol matrissaning Determinanti	Nolga teng bo'lgan qiymat	The Determinant of the null matrix

VI. FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

I. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining asarlari

8. Mirziyoyev Sh.M. Niyati ulug' xalqning ishi ham ulug', hayoti yorug' va kelajagi farovon bo'ladi. 3-JILD / Sh.M. Mirziyoyev. – T.: “O'zbekiston”, 2019. – 592 b.

9. Mirziyoyev Sh.M. Xalqimizning roziligi bizning faoliyatimizga berilgan eng oliy bahodir. 2-JILD / Sh.M. Mirziyoyev. – T.: “O'zbekiston”, 2019. – 400 b.

10. Mirziyoyev Sh.M. Milliy taraqqiyot yo'limizni qat'iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko'taramiz. 1-JILD / Sh.M. Mirziyoyev. – T.: “O'zbekiston”, 2018. – 592 b.

11. Mirziyoyev Sh.M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob halqimiz bilan birga quramiz. – T.: “O'zbekiston”. 2017. – 488 b.

12. Mirziyoyev Sh.M. Milliy taraqqiyot yo'limizni qat'iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko'taramiz – T.: “O'zbekiston”. 2017. – 592 b.

II. Normativ-huquqiy hujjatlar

13. O'zbekiston Respublikasining Konstitutsiyasi. – T.: O'zbekiston, 2018.

14. O'zbekiston Respublikasining “Ta'lim to'g'risida”gi Qonuni.

15. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2015 yil 12 iyun “Oliy ta'lim muassalarining rahbar va pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida”gi PF-4732-sonli Farmoni.

16. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevral “O'zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo'yicha Harakatlar strategiyasi to'g'risida”gi 4947-sonli Farmoni.

17. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 20 aprel "Oliy ta'lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida”gi PQ-2909-sonli Qarori.

18. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018 yil 21 sentabr “2019-2021 yillarda O'zbekiston Respublikasini innovatsion rivojlantirish strategiyasini tasdiqlash to'g'risida”gi PF-5544-sonli Farmoni.

19. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 may “O'zbekiston Respublikasida korrupsiyaga qarshi kurashish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida”gi PF-5729-son Farmoni.

20. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 17 iyun “2019-2023 yillarda Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy universitetida talab yuqori bo'lgan malakali kadrlar tayyorlash tizimini tubdan takomillashtirish va ilmiy salohiyatini rivojlantiri chora-tadbirlari to'g'risida”gi PQ-4358-sonli Qarori.

21. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 avgust “Oliy ta'lim muassalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to'g'risida”gi PF-5789-sonli Farmoni.

22. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 8 oktabr “O'zbekiston Respublikasi oliy ta'lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risida”gi

III. Maxsus adabiyotlar

23. Andrea Prosperetti, *Advanced Mathematics for Applications*, Cambridge University Press, 2011.
24. Bauer, H. *Measure and Integration Theory*, Berlin: de Gruyter, ISBN-13: 978-3110167191, 2001.
25. Bear, H.S. *A Primer of Lebesgue Integration*, San Diego: Academic Press, 2nd Edition, 2001.
26. Bobenko A.I. (Ed.) *Advances in Discrete Differential Geometry*// Springer, 2016. — 439 p. — (Mathematics). — ISBN: 3662504464
27. Bogachev, V. I. *Measure theory*, Berlin: Springer, 2006.
28. David Spencer “Gateway”, Students book, Macmillan 2012.
29. *English for Specific Purposes*. All Oxford editions. 2010. 204.
30. Evan M. Glazer, John W. McConnell *Real-Life Math: Everyday Use of Mathematical Concepts*//2013, ISBN-13: 978-0313319983
31. Georgii H.O. *Gibbs measures and phase transitions*. Berlin:de Gruyter, 657 p., 2011.
32. H.Q. Mitchell “Traveller” B1, B2, MM Publiciations. 2015. 183.
33. H.Q. Mitchell, Marileni Malkogianni “PIONEER”, B1, B2, MM Publiciations. 2015. 191.
34. I. M. Rikhsiboev and N. S. Mohamed, *Engineering Mathematics 2*, Malaysia, 2019.
35. Jim Libby, *Math for Real Life: Teaching Practical Uses for Algebra, Geometry and Trigonometry*// 2019, 234p. ISBN: 978-1476667492
36. Karl Berry, *The TEX Live Guide*—2020
37. Lindsay Clandfield and Kate Pickering “Global”, B2, Macmillan. 2013. 175.
38. Manfredo P. Do Carmo. *Differential geometry of Curves and surface* // Dover publications, Inc. Mineola, New York, 2016. – 529 rr.
39. *Maple 15 user manual*, Maplesoft, 2016, 462 p.
40. Margaret L. Lial, Thomas W. Hungerford, John P. Holcomb, Bernadette Mullins, *Mathematics with Applications In the Management, Natural and Social Sciences* (11th Edition), Pearsonb 2018.
41. Rao, M. M. *Random and Vector Measures*, Series on Multivariate Analysis, 9, World Scientific, 2012.
42. Steve Taylor “Destination” *Vocabulary and grammar*”, Macmillan 2010.

43. Tao, Terence. An Introduction to Measure Theory. Providence, R.I.: American Mathematical Society, 2019.
44. Weaver, Nik Measure Theory and Functional Analysis. World Scientific, 2013, 423 p.
45. Avilova L.V., Bolotyuk V.A., Bolotyuk L.A. Analiticheskaya geometriya i lineynaya algebra// 2013. Izdaniye: 1-e izd. 421 s.
46. Aleksandrov A.D., Netsvetayev N.Yu. Geometriya, M.: Nauka, 1990. – 672 s.
47. Belogurov A.Yu. Modernizatsiya protsessa podgotovki pedagoga v kontekste innovatsionnogo razvitiya obshchestva: Monografiya. — M.: MAKS Press, 2016. — 116 s. ISBN 978-5-317-05412-0.
48. Gulobod Qudratulloh qizi, R.Ishmuhammedov, M.Normuhammedova. An'anaviy va noan'anaviy ta'lim. – Samarqand: “Imom Buxoriy xalqaro ilmiy-tadqiqot markazi” nashriyoti, 2019. 312 b.
49. Ibraymov A.Ye. Masofaviy o'qitishning didaktik tizimi. metodik qo'llanma/tuzuvchi. A.Ye. Ibraymov. – Toshkent: “Lesson press”, 2020. 112 bet.
50. Ishmuhammedov R.J., M.Mirsoliyeva. O'quv jarayonida innovatsion ta'lim texnologiyalari. – T.: «Fan va texnologiya», 2014. 60 b.
51. Kiryanov D. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. - SPb.: BXV-Peterburg, 2012. — 432 s.
52. Muslimov N.A va boshqalar. Innovatsion ta'lim texnologiyalari. O'quv-metodik qo'llanma. – T.: “Sano-standart”, 2015. – 208 b.
53. Obrazovaniye v tsifrovuyu epoxu: monografiya / N. Yu. Ignatova; M-vo obrazovaniya i nauki RF; FGAOU VO «UrFU im. pervogo Prezidenta Rossii B.N.Yelsina», Nijnetagil. texnol. in-t (fil.). – Nijniy Tagil: NTI (filial) UrFU, 2017. – 128 s. http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/54216/1/978-5-9544-0083-0_2017.pdf
54. Oliy ta'lim tizimini raqamli avlodga moslashtirish konsepsiyasi. Yevropa Ittifoqi Erasmus+ dasturining ko'magida. https://hiedtec.ecs.uni-ruse.bg/pimages/34/3._UZBEKISTAN-CONCEPT-UZ.pdf
55. Sovremennyye obrazovatelnyye texnologii: pedagogika i psixologiya: monografiya. Kniga 16 / O.K. Asekretov, B.A. Borisov, N.Yu. Bu-gakova i dr. – Novosibirsk: Izdatelstvo SRNS, 2015. – 318 s. <http://science.vvsu.ru/files/5040BC65-273B-44BB-98C4-CB5092BE4460.pdf>
56. Usmonov B.Sh., Habibullayev R.A. Oliy o'quv yurtlarida o'quv jarayonini kredit-modul tizimida tashkil qilish.–T.: “TKTI” nashriyoti, 2019.

IV. Internet saytlar


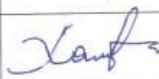

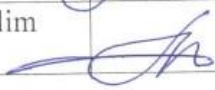
57. O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi: www.edu.uz.
58. Bosh ilmiy-metodik markaz: www.bimm.uz
59. [www. Ziyonet. Uz](http://www.Ziyonet.Uz)
60. Otkrytoye obrazovaniye. <https://openedu.ru/>
61. <https://www.ucl.ac.uk/ioe/courses/graduate-taught/mathematics-education-ma>

62. <https://www.onlinestudies.com/Courses/Mathematics/Europe/>
63. <https://online-learning.harvard.edu/catalog?keywords=mathematics-&op=Search>
64. <https://www.msu.ru/en/projects/proekt-vernadskiy/news/math-teachers-advanced-training.html>
65. <https://english.spbu.ru/education/graduate/master-in-english/90-program-master/2455-advanced-mathematics>.

**Samarqand davlat universiteti huzuridagi pedagogik kadrlarni qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish mintaqaviy markazida 2022 yil may oyida o'tkaziladigan Matematika yo'nalishi o'quv-uslubiy majmualari bo'yicha
EKSPERT XULOSASI**

Samarqand davlat universiteti huzuridagi pedagogik kadrlarni qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish mintaqaviy markazida 2022 yil may oyida oliy ta'lim muassasalari professor-o'qituvchilarining "Matematika" yo'nalishi qayta tayyorlash va malaka oshirish kursi mutaxassislik fanlaridan tuzilgan o'quv-uslubiy majmualar va chiqish testi savollari maxsus fanlar blokidagi modullarning o'quv dasturiga mos va uni to'liq qamrab olgan holda tuzilgan. Test savolari 4 ta muqobil javobda tuzilib, 1 ta to'g'ri javobni o'z ichiga oladi. O'quv-uslubiy majmua va test savollari qo'yilgan talablarga javob beradi.

Ekspertlar

Abdullayev Joniql	SamDU, Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika kafedrası professori, f-m.f.d.	
Ro'zimurodov Xaydar	SamDU, Algebra va geometriya kafedrası dotsenti, f-m.f.n.	
Yusupov Ozod	SamDU Dasturiy injiniring kafedrası mudiri, t.f.f.d	
Meliyev Baxtiyor	SamDU mintaqaviy markaz bo'lim boshlig'i, g.f.f.d.	

Mintaqaviy markaz direktori,
geografiya fanlari doktori, professor:



 S.B. Abbasov

ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**Об учебно-методических комплексах по направлению «Математика»,
которые пройдут в мае 2022 года в Региональном центре переподготовки
и повышения квалификации педагогических кадров при
Самаркандском государственном университете**

В апреле 2022 года Региональный центр переподготовки и повышения квалификации педагогических кадров при Самаркандском государственном университете проведет курс переподготовки и повышения квалификации преподавателей высших учебных заведений по направлению «Математика». Учебно-методические комплексы соответствуют учебному плану модулей специального научного блока и полностью охватывает его. Учебно-методические комплексы соответствуют современным требованиям.

Зарубежный эксперт:



Профессор Малайзийского
технологического университета
д.ф-м.н. М.Э.Мўминов