

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLY VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI**

**OLY TA‘LIM TIZIMI PEDAGOG VA RAHBAR KADRLARINI QAYTA
TAYYORLASH VA ULARNING MALAKASINI OSHIRISHNI TASHKIL
ETISH BOSH ILMIY - METODIK MARKAZI**

**O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI HUZURIDAGI PEDAGOG
KADRLARINI QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING MALAKASINI
OSHIRISH MINTAQAVIY MARKAZI**



«MATEMATIK TIZIMLAR»

MODULINING

O‘QUV–USLUBIY MAJMUASI

Toshkent – 2022

Mazkur o‘quv-uslubiy majmua Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligining Modulning o‘quv-uslubiy majmuasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligining 2020 yil 7 dekabrda 648-sonli buyrug‘i bilan tasdiqlangan o‘quv dasturi va o‘quv rejasiga muvofiq ishlab chiqilgan

Tuzuvchi: D.X. Nazirova, O‘ZMU amaliy matematika fakulteti katta o‘qituvchisi

O‘quv -uslubiy majmua Bosh ilmiy-metodik markaz Ilmiy metodik Kengashining qarori bilan nashrga tavsiya qilingan
(2020 yil “30” dekabrda 5/4-sonli bayonnoma)

MUNDARIJA

I. ISHCHI DASTUR	<u>4</u>
II. MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA‘LIM METODLARI	<u>9</u>
III. NAZARIY MASHG‘ULOT MATERIALLARI	<u>12</u>
IV. AMALIY MASHG‘ULOT MATERIALLARI	<u>98</u>
VI. GLOSSARIY.....	<u>107</u>
VII. ADABIYOTLAR RO‘YXATI	<u>111</u>

I. ISHCHI DASTUR

Kirish

Dastur O‘zbekiston Respublikasining 2020 yil 23 sentabrda tasdiqlangan “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi PF-4947-son, 2019 yil 27 avgustdagi “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida”gi PF-5789-son, 2019 yil 8 oktabrdagi “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5847-son va 2020 yil 29 oktabrdagi “Ilm-fanni 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-6097-sonli Farmonlari va 2019 yil 9 iyuldagi “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasining V.I.Romanovski nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4387-son, 2020 yil 7 maydagi “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4708-sonli hamda O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2019 yil 23 sentabrdagi “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish bo‘yicha qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi 797-sonli Qarorlarida belgilangan ustuvor vazifalar mazmunidan kelib chiqqan holda tuzilgan bo‘lib, u oliy ta’lim muassasalari pedagog kadrlarining kasb mahorati hamda innovatsion kompetentligini rivojlantirish, sohaga oid ilg‘or xorijiy tajribalar, yangi bilim va malakalarni o‘zlashtirish, shuningdek amaliyotga joriy etish ko‘nikmalarini takomillashtirishni maqsad qiladi.

Dastur doirasida berilayotgan mavzular ta’lim sohasi bo‘yicha pedagog kadrlarni qayta tayyorlash va malakasini oshirish mazmuni, sifati va ularning tayyorgarligiga qo‘yiladigan umumiy malaka talablari va o‘quv rejalari asosida

shakllantirilgan bo‘lib, uning mazmuni kredit modul tizimi va o‘quv jarayonini tashkil etish, ilmiy va innovatsion faoliyatni rivojlantirish, pedagogning kasbiy professionalligini oshirish, ta’lim jarayoniga raqamli texnologiyalarni joriy etish, maxsus maqsadlarga yo‘naltirilgan ingliz tili, mutaxassislik fanlar negizida ilmiy va amaliy tadqiqotlar, o‘quv jarayonini tashkil etishning zamonaviy uslublari bo‘yicha so‘nggi yutuqlar, pedagogning kreativ kompetentligini rivojlantirish, ta’lim jarayonlarini raqamli texnologiyalar asosida individuallashtirish, masofaviy ta’lim xizmatlarini rivojlantirish, vebinar, onlayn, «blended learning», «flipped classroom» texnologiyalarini amaliyotga keng qo‘llash bo‘yicha tegishli bilim, ko‘nikma, malaka va kompetensiyalarni rivojlantirishga yo‘naltirilgan.

Qayta tayyorlash va malaka oshirish yo‘nalishining o‘ziga xos xususiyatlari hamda dolzarb masalalaridan kelib chiqqan holda dasturda tinglovchilarning mutaxassislik fanlar doirasidagi bilim, ko‘nikma, malaka hamda kompetensiyalariga qo‘yiladigan talablar takomillashtirilishi mumkin.

Modulning maqsadi va vazifalari

Modulning maqsadi:

- Matematik tizimlar fanining predmeti, maqsad va vazifalari. Kompyuterli matematik tizimlarning tarixi va hozirgi holati.
- Elementar matematika masalalarini amaliy dasturlar paketida yechish.
- Matematik tizimlarning grafik muhitida ishlash. Differetsiallashtirish, integrallashtirish, qatorlar, limitlarni hisoblash.
- Differensial tenglamalarni yechish funksiyalari. 1-, 2- va yuqori tartibli differensial tenglamalarni yechish.
- Matematik tizimlar integratsiyasi. Ma’lumotlarni qayta ishlash. Amaliy dasturlar paketida dasturlash elementlari haqida oliy ta’lim muassasalari pedagog kadrlarining bilim, ko‘nikma va kompetensiyalarini oshirish.

Modulning vazifalari:

- “Amaliy matematika” yo‘nalishida pedagog kadrlarning kasbiy bilim, ko‘nikma, malakalarini takomillashtirish va rivojlantirish;
- mutaxassislik fanlarini o‘qitish jarayoniga zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini samarali tatbiq etilishini ta’minlash;
- matematik paketlar yordamida yechimning aniqligini baholash;

- “Amaliy matematika” yo‘nalishida qayta tayyorlash va malaka oshirish jarayonlarini fan va ishlab chiqarishdagi innovatsiyalar bilan o‘zaro integratsiyasini ta‘minlash.

Modul bo‘yicha tinglovchilarning bilimi, ko‘nikmasi, malakasi va kompetensiyalariga qo‘yiladigan talablar

Modulni o‘zlashtirish jarayonida amalga oshiriladigan masalalar doirasida:

Tinglovchi:

- matematik paketlarning joriy holati va istiqboldagi vazifalarini;
- amaliy dasturlar paketida dasturlash elementlarini;
- ilmiy tadqiqot yo‘nalishida foydalaniladigan zamonaviy amaliy dasturlar paketlarining imkoniyatlarini;
- tabiiy va aniq fanlarda foydalaniladigan zamonaviy amaliy dasturlar majmualarini *bilishi* kerak.
- tabiiy va aniq fanlarini o‘qitish bo‘yicha yangi texnologiyalarni amaliyotda qo‘llash;
 - ilg‘or tajribalardan foydalanish;
 - matematik modellashtirish, sonli yechish usullar, matematik paketlar bo‘yicha ma‘ruza, amaliy mashg‘ulot va nazorat ishlarini tashkil etish;
 - pedagogik jarayonda muloqot uslublarini to‘g‘ri qo‘llay olish *ko‘nikmalariga* ega bo‘lishi lozim.
- matematik paketlar fanlarining zamonaviy yo‘nalishlarini ishlab chiqish va ommalashtirish;
 - tabiiy va aniq fanlarni dasturlar paketi yordamida yechishning zamonaviy usullarini qo‘llash *malakalariga* ega bo‘lishi lozim.
- tabiiy va aniq fanlarning dasturlar paketini o‘quv jarayoniga tatbiq etish;
- matematik modellashtirish, sonli yechish usullar, matematik paketlar fanlarining dolzarb masalalariga oid zamonaviy manbalardan foydalana olish *kompetensiyalariga* ega bo‘lishi lozim.

Modulni tashkil etish va o‘tkazish bo‘yicha tavsiyalar

Modulni o‘qitish ma‘ruza, amaliy mashg‘ulotlar va ko‘chma mashg‘ulotlar shaklida olib boriladi.

Modulni o‘qitish jarayonida ta‘limning zamonaviy metodlari, pedagogik texnologiyalar va axborot-kommunikatsiya texnologiyalari qo‘llanilishi nazarda tutilgan:

-ma‘ruza darslarida zamonaviy kompyuter texnologiyalari yordamida prezentatsion va elektron-didaktik texnologiyalardan;

-o‘tkaziladigan amaliy mashg‘ulotlarda texnik vositalardan, ekspress-so‘rovlar, test so‘rovlari, aqliy hujum, guruhli fikrlash, kichik guruhlar bilan ishlash, kollokvium o‘tkazish, va boshqa interaktiv ta‘lim usullarini qo‘llash nazarda tutiladi.

-Ko‘chma mashg‘ulotlarda amaliy masalalarni kompyuterda matematik tizimlardan foydalanib yechish ko‘zda tutiladi.

Modulning o‘quv rejadagi boshqa modullar bilan bog‘liqligi va uzviyligi

“Matematik tizimlar” moduli mazmuni o‘quv rejadagi “Matematik modellashtirish asoslari”, “Sonli usullar”, “Chekli ayirmali sxemalar” o‘quv modullari bilan uzviy bog‘langan holda pedagoglarning ta‘lim jarayonida matematik tizimlardan foydalanish bo‘yicha kasbiy pedagogik tayyorgarlik darajasini oshirishga xizmat qiladi.

Modulning oliy ta‘limdagi o‘rni

Modulni o‘zlashtirish orqali tinglovchilar ta‘lim jarayonida matematik tizimlardan foydalanish va amalda qo‘llashga doir kasbiy kompetentlikka ega bo‘ladilar.

Modul bo‘yicha soatlar taqsimoti

№	Modul mavzulari	Auditoriya uquv yuklamasi			
		Jami	jumladan		
			Nazariy	Amaliy mashg‘ulo	Ko‘chma mashg‘ulo
1.	Matematik tizimlar fanining predmeti, maqsad va vazifalari. Kompyuterli matematik tizimlarning tarixi va hozirgi holati. MathCAD va Maple tizimi.	2	2		
2.	Elementar matematika masalalarini amaliy dasturlar paketida yechish. Simvolli hisoblashlar. Matematik ifodalar va funksiyalar. Algebra va sonlar nazariyasi masalalarini yechish. Tenglamalar sistemasi va tenglamalarni yechish. Matritsalar ustida amallar.	2	2		
3	Maple tizimida funksiya grafigini chizish. Funksiya grafigi parametrlarini sozlash. AnimatsiY. Differetsiallash, integrallash, qatorlar, limitlarni hisoblash.	2	2		
4	Differensial tenglamalarni yechish funksiyalari. 1-, 2- va yuqori tartibli differensial tenglamalarni yechish. ODT uchun Koshi va aralash masalalarni yechish. Differensial tenglama yechimlari grafiklarini	2	2		

	chizish. Matematik tizimlar integratsiyasi. Ma'lumotlarni qayta ishlash. Amaliy dasturlar paketida dasturlash elementlari.				
5	Elementar matematika masalalarini amaliy dasturlar paketida yechish. Algebra va sonlar nazariyasi masalalarini yechish.	2		2	
6	Matematik tizimlarda funksiya grafigini chizish. Animatsiy. Differetsiallashtirish, integrallashtirish, qatorlar, limitlarni hisoblash.	4		4	
7	Differensial tenglamalarni yechish. Amaliy dasturlar paketida dasturlash elementlaridan foydalanib, dasturlar tuzish.	4		4	
	Jami:	18	8	10	

NAZARIY MASHG'ULOTLAR MAZMUNI

1-mavzu: Matematik tizimlar fanining predmeti, maqsad va vazifalari. Kompyuterli matematik tizimlarning tarixi va hozirgi holati. (2 soat)

- 1.1. Matematik paketlarning joriy holati va istiqboldagi vazifalari.
- 1.2. Maple, Mathcad tizimlarining umumiy tavsifi, maqsad va vazifalari hamda imkoniyatlari.

2-mavzu: Elementar matematika masalalarini amaliy dasturlar paketida yechish. Simvolli hisoblashlar. (2 soat)

- 2.1. Matematik ifodalar va funksiyalar.
- 2.2. Algebra va sonlar nazariyasi masalalarini yechish.
- 2.3. Tenglamalar sistemasi va tenglamalarni yechish.
- 2.4. Matritsalar ustida amallar.

3-mavzu. Maple tizimida funksiya grafigini chizish. Funksiya grafigi parametrlarini sozlash. (2 soat)

- 3.1. Maple tizimida funksiya grafigini chizish.
- 3.2. Animatsiyali grafiklarni chizish.
- 3.3. Matematik tizimlarda differetsiallashtirish va integrallashtirish.
- 3.4. Matematik tizimlarda qatorlar, limitlarni hisoblash.

4-mavzu. Differensial tenglamalarni yechish funksiyalari. Amaliy dasturlar paketida dasturlash elementlari. (2 soat)

- 4.1. Differensial tenglamalarni yechish funksiyalari. 1-, 2- va yuqori tartibli differensial tenglamalarni yechish.
- 4.2. ODT uchun Koshi va aralash masalalarni yechish. Differensial tenglama yechimlari grafiklarini chizish.
- 4.3. Matematik tizimlar integratsiyasi.
- 4.4. Amaliy dasturlar paketida dasturlash elementlari.

AMALIY MASHG‘ULOTLAR MAZMUNI

1-amaliy mashg‘ulot. Elementar matematika masalalarini amaliy dasturlar paketida yechish. Algebra va sonlar nazariyasi masalalarini yechish. (2 soat)

2-amaliy mashg‘ulot. Matematik tizimlarda funksiya grafigini chizish. Animatsiya. Differentsiallashtirish, integrallashtirish, qatorlar, limitlarni hisoblash. (4 soat)

3-amaliy mashg‘ulot. Differensial tenglamalarni yechish. Amaliy dasturlar paketida dasturlash elementlaridan foydalanib, dasturlar tuzish. (4 soat)

O‘QITISH SHAKLLARI

Mazkur modulni o‘qitish jarayonida ta’limning zamonaviy metodlari, pedagogik texnologiyalar va axborot-kommunikatsiya texnologiyalari qo‘llanilishi nazarda tutilgan:

ma’ruza darslarida zamonaviy kompyuter texnologiyalari yordamida prezentatsion va interfaol pedagogik (Aqliy xujum, Venn diagrammasi, konseptual jadval) usul va texnologiyalardan foydalaniladi;

o‘tkaziladigan amaliy mashg‘ulotlarda texnik vositalardan, grafik organayzerlardan, keyslardan foydalanish, guruhli fikrlash, kichik guruhlar bilan ishlash, blits-so‘rovlardan va boshqa interaktiv ta’lim usullarini qo‘llash nazarda tutiladi.

II. MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA’LIM METODLARI.

Xulosalash» (Rezyume, Veyer) metodi

Metodning maqsadi: Bu metod murakkab, ko‘ptarmoqli, mumkin qadar, muammoli xarakteridagi mavzularni o‘rganishga qaratilgan. Metodning mohiyati shundan iboratki, bunda mavzuning turli tarmoqlari bo‘yicha bir xil axborot beriladi va ayni paytda, ularning har biri alohida aspektlarda muhokama etiladi. Masalan, muammo ijobiy va salbiy tomonlari, afzallik, fazilat va kamchiliklari, foyda va zararlari bo‘yicha o‘rganiladi. Bu interfaol metod tanqidiy, tahliliy, aniq mantiqiy fikrlashni muvaffaqiyatli rivojlantirishga hamda o‘quvchilarning mustaqil g‘oyalari, fikrlarini yozma va og‘zaki shaklda tizimli bayon etish, himoya qilishga imkoniyat yaratadi. “Xulosalash” metodidan ma’ruza mashg‘ulotlarida individual va juftliklardagi ish shaklida, amaliy va seminar mashg‘ulotlarida kichik guruhlardagi ish shaklida mavzu yuzasidan bilimlarni mustahkamlash, tahlili qilish va taqqoslash maqsadida foydalanish mumkin.

Metodni amalga oshirish tartibi:



trener-o'qituvchi ishtirokchilarni 5-6 kishidan iborat kichik guruhlarga ajratadi;



trening maqsadi, shartlari va tartibi bilan ishtirokchilarni tanishtirgach, har bir guruhga umumiy muammoni tahlil qilinishi



har bir guruh o'ziga berilgan muammoni atroflicha tahlil qilib, o'z mulohazalarini tavsiya etilayotgan sxema bo'yicha



navbatdagi bosqichda barcha guruhlar o'z taqdimotlarini o'tkazadilar. Shundan so'ng, trener tomonidan tahlillar

Namuna:

Kopyuterli matematik tizimlar			
MATHCAD		MAPLE	
afzalligi	kamchiligi	afzalligi	kamchiligi
Xulosa:			

“Insert” metodi

Metodning maqsadi: Mazkur metod o'quvchilarda yangi axborotlar tizimini qabul qilish va bilimlarni o'zlashtirilishini yengillashtirish maqsadida qo'llaniladi, shuningdek, bu metod o'quvchilar uchun xotira mashqi vazifasini ham o'taydi.

Metodni amalga oshirish tartibi:

- ✓ o'qituvchi mashg'ulotga qadar mavzuning asosiy tushunchalari mazmuni yoritilgan input-matnni tarqatma yoki taqdimot ko'rinishida tayyorlaydi;
- ✓ yangi mavzu mohiyatini yorituvchi matn ta'lim oluvchilarga tarqatiladi yoki taqdimot ko'rinishida namoyish etiladi;

- ✓ ta'lim oluvchilar individual tarzda matn bilan tanishib chiqib, o'z shaxsiy qarashlarini maxsus belgilar orqali ifodalaydilar. Matn bilan ishlashda talabalar yoki qatnashchilarga quyidagi maxsus belgilardan foydalanish tavsiya etiladi:

Belgilar	1-matn	2-matn	3-matn
“V” – tanish ma'lumot.			
“?” – mazkur ma'lumotni tushunmadim, izoh kerak.			
“+” bu ma'lumot men uchun yangilik.			
“– ” bu fikr yoki mazkur ma'lumotga qarshiman?			

Belgilangan vaqt yakunlangach, ta'lim oluvchilar uchun notanish va tushunarsiz bo'lgan ma'lumotlar o'qituvchi tomonidan tahlil qilinib, izohlanadi, ularning mohiyati to'liq yoritiladi. Savollarga javob beriladi va mashg'ulot yakunlanadi.

III. NAZARIY MA'LUMOTLAR.

1-ma'ruza. Matematik tizimlar fanining predmeti, maqsad va vazifalari. Kompyuterli matematik tizimlarning tarixi va hozirgi holati. MathCAD va Maple tizimi.

Reja:

1. Matematik paketlarning joriy holati va istiqboldagi vazifalari.
2. Maple, Mathcad tizimlarining umumiy tavsifi, maqsad va vazifalari hamda imkoniyatlari.

Tayanch so'zlar: matematik tizimlar, tenologiyalar, algoritmlar, amaliy dasturlar paketi, kompyuterli matematika, simvolli hisoblash, sonli hisoblash, interpretator, dastgohlar paneli, interfeys, axborot texnologiyalari, axborot-kommunikatsiya texnologiyalari.

Texnologiya grek tilidan (techne) tarjima qilganda san'at, mahorat, bilish ma'nolarini anglatadi, bular esa o'z navbatida jarayonlardir. Jarayonlar - bu qo'yilgan maqsadga erishish uchun ma'lum harakatlar majmuasidir[6]. Axborot texnologiya - obe'kt, jarayon yoki hodisa (axborot mahsulot) holati haqida yangi sifatdagi ma'lumotlarni olish uchun foydalanadigan ma'lumotlarni (birlamchi) yig'ish, ishlov berish va uzatish vositalari hamda usullari majmuasidir.

Zamonaviy AKT muhitida matematik fanlarni o'qitish, matematik metodlarni amaliyotda qo'llash hozirgi paytda keng tarqalgan kompyuterli matematik tizimlar(MathCAD, Eureka, MatLAB, Maple, Mathematica)ning funksional imkoniyatlariga tayanadi. Ko'p funktsionallik matematik dasturiy ta'minotlardan foydalanish matematik ta'limotning amaliy aspektlarini joriy etishni kuchaytirib qolmasdan, balki mutaxassislarining kasbiy tayyorgarligini ko'taradi. Mutaxassisning matematik kompetentlik nuqtai nazaridan matematik masalalarni yechishda turli metodlarni qo'llash (aniq va taqribiy yechish usullari, natijalarni simvolli(analitik), sonli hamda grafikko'rinishda olish) va yechimni turli shaklda olish har xil turdagi instrumentlarning unikal variativ imkoniyatlarini tushinishga imkoniyat beradi. Bularning barchasi kasbiy ta'lim maqsadi uchun masala mohiyatini tushunish uslubiy muammo aktualigini oshiradi.

Kompyuterli matematik tizimlarda hisoblashlar prinsipial turli xil bo'lgan yondashuvlar amalga oshiriladi. An'anaviy sonli usullar yuqori yoki past tartibli

aniqliklarga ega bo'lgan turli algoritmlardan foydalanishga asoslangan. Ikkinchisi, bir necha marotaba murakkab bo'lgan simvulli yoki analitik hisoblashlarga asoslangan. Simvulli hisoblashlar absolyut aniq metodlar bo'lib (bunda yaxlitlash xatoligi yo'q), bunda kompyuterifoda ustida hozirgacha ma'lum va taniqli bo'lgan qoidalarga tayanadi. Biroq, juda kam sonidagi masallarning analitik yechimlari mavjud. Bu avvalambor asosida qat'iy formulalar, algoritmlar (differensiallash, integrallash, tenglama ildizlarini hisoblash, ko'paytuvchilarga ajratish, yelementar kasrlarga ajratish, qatorga yoyish yoki limitni hisoblash va boshqalar) yotgan masaladir.

Mazkur kursning maqsadi ham o'qituvchi talabaga nafaqat masalani sonli yoki analitik yechimini topish bilan balki matematik masalani yechish usulining aniqligi, korrektiligi va turg'unligiga ham e'tiborini qaratishni o'rgatishdan iborat.

Juda ko'plab odamlar matematik hisoblashlar bilan shug'ullanadi. Fanning biror bir sohasi yo'qki matematik hisoblashlar amalga oshirilmasin.

Dastlab ushbu hisoblashlar dastur yordamida boshqariladigan kalkulyatorlar yoki Beysik, Paskal kabi dasturlash tillarida ishlaydigan kompyuterlarda bajarilgan. Matematik hisoblashlarni osonlashtirish maqsadida mutaxassislar maxsus matematik kompyuter sistemalarini yaratishdi. Bunday sistemalar (amaliy dasturlar paketi) ga MathCAD, Eureka, MatLAB, Maple, Mathematica va h.k. lar misol bo'ladi. Mazkur kursda matematika yo'nalishlarida MathCAD, MatLAB va Maple matematik kompyuterli sistemalari, axborot xavfsizligi yo'nalishlarida esa MathCAD, MatLAB va Maple sistemalari o'rganiladi.

MathCAD o'zining soddaligi va universalligi bilan ajralib turadi. Mazkur sistema MathSoft, Inc. (<http://www.mathsoft.com/>) kompaniyasining mahsuloti (bahosi 818 dollar) bo'lib, foydalanuvchiga tenglamalarni kiritish, tahrirlash, yechish, natijalarni vizualizatsiya qilish, ularni hujjat shaklida rasmiylashtirish va natijalarni tahlil qilish maqsadida boshqa sistemalar bilan almashinish imkoniyatini beradi [3].

Dastlab sistema 1988 yilda matematik masalalarni sonli yechish maqsadida yaratilgan. Faqat 1994 yildan boshlab unga simvulli hisoblashlarni bajarish funksiyalari qo'shilgan. Bunda albatta Maple sistemasining simvulli hisoblashlaridan foydalanilgan.

1980 yilda Maple sistemasi Waterloo Maple Software, Inc. (<http://www.maplesoft.com/>) kompaniyasida (Waterloo universiteti Kanada) Keyt Gedd (Keith Geddes) va Gaston Gone (Gaston Gonnet) tomonidan tashkil yetgan olimlar jamoasi tomonidan yaratilgan (bahosi Maple 7 versiyasi -1695 dollar).

Dastlab sistema katta kompyuterlarda joriy qilingan va keyinchalik shaxsiy kompyuterlarda ishlatilgan. Mazkur sistema simvulli hisoblashlar sistemasi yoki kompyuterli algebra sistemasi deb ham atalishiga undagi simvulli hisoblashlar ancha takomillashtirilganligidan dalolat beradi. Maple ham sonli, ham simvulli hisoblashlarni amalga oshirish, formulalarni tahrirlash imkoniyati mavjud. Ochiq arxitektura, sodda va samarali interpretator tili Maple dagi kodlarni S tili kodiga almashtirish imkoniyatini beradi. Maple kuchli ilmiy grafik muharrirga ega [4].

MATLAB- MathWorks, Inc.(<http://www.mathwork.com/>) kompaniyasi mahsuloti bo'lib, yuqori darajadagi ilmiy-texnikaviy hisoblashlar uchun yuqori darajadagi tilni o'zida mujassamlashtirgan(2940 dollar).

MATLAB ning birinchi avlodi XIX asrning 70-yillirida Nyu-Meksika va Standford universitetlarida yaratilgan bo'lib, jadvallar (matrisa) nazariyasiga va chiziqli algebrani hisoblash uchun mo'ljallangan.

Bu davrda Paskal dasturlash tilida chiziqli algebrasiga bag'ishlangan Linpack va Eispack- amaliy dasturlar paketi faol rivojlangan va ishlab chiqilgan.

Xozirgi MATLAB tizimining imkonlari uning birinchi avlodidagi versiyasidan ko'ra ancha rivojlanib, muhandislik hamda ilmiy mo'ljallangan yuqori samarali algoritmik tilga aylangan. Matlab yordamida matematik hisoblash, ilmiy grafikani tasvirlash va maxsus operatsion tizimning muxitida dasturlash mumkin. Bunda barcha masalalar va ularning tavsiflanishi matematik tavsiflashga ham yaqin[1,2].

MATLAB ni quyidagi ko'pdan-ko'p sohalarda qo'llash mumkin:

matematika va hisoblash;

algoritmlar ishlab chiqishda;

hisoblash tajribasida, imitatsiyali modellashtirish, maketlar tuzish;

berilganlarni taxlillash, natijalarni o'rganish va tasvirlash;

ilmiy va muxandislik grafikasida;

foydalanuvchining xususiy muhiti bilan birgalikda amaliy dasturlarni yaratish.

MATLAB – bu interfaol tizimdir. MATLAB ning asosiy obekti – massiv (jadvalli kattalik). Bunda jadvalli kattalikning o'lchamlarini aniq ko'rsatishini talab qilinmaydi. Natijada yesa, ko'p turdagi vektorli matrisali hisoblash masalarini “S” yoki “Fortran” dasturlash tillarida yaratishdan ko'ra juda tez hosil qilinadi.

Matematika fanining vazifalaridan biri bu olim va muxandislararo aloqa tilidir. Matrisalar, differensial tenglamalar, berilganlar jadvallari, grafik chizmalar – bularning barchasi MATLAB da, hamda amaliy matematikada qo'llaniladigan obyekt va tuzilmalar. C, C++, Java va boshqa tillarda yozilgan proseduralar bilan integrasiyalash imkoniyati mavjud.

Mathematica sistemasi Wolfram Research, Inc. (<http://www.wolfram.com/>) kompaniyasi mahsuloti bo'lib, juda katta hajmdagi murakkab matematik algoritmlarni dasturga o'tkazuvchi vositalar majmuasiga ega (bahosi 1460 dollar). Texnika oliy o'quv yurtlaridagi oliy matematika kursidagi barcha algoritmlar sistema xotirasiga kiritilgan. Mathematica juda kuchli grafik paketga ega bo'lib, murakkab ko'rinishdagi bir, ikki o'lchovli funksiyalarning grafiklarini chizish mumkin. Mazkur sistemadan ba'zi (masalan AQSH) mamlakatlardagi oliy o'quv yurtlarikeng foydalaniladi.

MathCAD (Mathematical Computer Aided Design) bu matematikaning turli sohalaridagi masalalarini yechishga mo'ljallangan ajoyib sistemadir. Dasturning nomlanishi ikkita so'zdan iborat bo'lib – MATHematisa (matematika) va CAD (avtomatik loyihalash sistemasi).

MathCAD ni o'rganish juda oson bo'lib, uni ishlatish soddadir. Ushbu dasturni boshqarish Windows muhitida oldin ishlaganlar uchun intuitiv tushinarlidir. MathCAD ni juda ko'p sohalarda sodda hisoblashlarni hisoblashdan tortib to elektrik sxemalarni qurishgacha ishlatish mumkin.

MathCAD formula, sonlar, matnlar va grafiklar bilan ishlaydigan universal sistemadir. MathCAD tili matematika tiliga juda ham yaqindir, shu sababli unda ishlash matematiklar uchun juda osondir.

Masalan: Kvadrat tenglamani ildizini topadigan formula biror bir dasturlash tilida $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$ ko'rinishda yozilsa, MathCADda shu formula quyidagi ko'rinishda yoziladi. $x := \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

YA'ni matematikada qanday yozilsa bu yerda ham xuddi shunday yoziladi. Mathcad yordamida formulalar faqatgina chiroyli yozilmasdan balki ixtiyoriy masalani sonli yoki belgili yechish imkoniyatiga ega. Mathcad o'zining yordamchi sistemasiga egadir. Har qanday tenglama atrofida ixtiyoriy matnni joylashtirish mumkin, bu esa hisoblash jarayonini izohlash uchun juda zarurdir.

Mathcad 2000 dasturini quyidagi uch xil varianti mavjud.

Mathcad 2000 Standart

Mathcad 2000 Professional

Mathcad 2000 Preium

Bu dasturlar yordamida nafaqat matematikaga doir masalalarni yechish mumkin balki bu dastur yordamida ilmiy maqolalar, tezislar, dissertatsiya ishlarini, diplom ishlarini, kurs ishlarini loyihalash mumkin chunki bu dastur yordamida matematik formulalarni, matnlarni, grafiklarni juda chiroyli qilib ifodalash mumkin,yana bu dastur yordamida yuqori darajada elektron darsliklar ham yaratish mumkin.

Mathcad dasturi 6 ta xarakterli interfeyslardan iborat.

- Sarlavha qatori – Bu qatorda hujjatning nomi va oynani boshqarish tugmalari joylashgan
- Menyu qatori – Bu qatorda har bir menyu qandaydir komandalardan tashkil topgan.
- Instrumentlar paneli – Belgili tugmalardan iborat bo‘lib, har bir belgili tugma qandaydir komandani bajaradi.
- Formatlash paneli -Belgili tugmalardan iborat bo‘lib, hujjatdagi belgilanganformula yoki matnni formatlashni tez amalgam oshiradi.
- Matematik belgilar paneli – Bu panel ham belgili tugmalardan iborat bo‘lib, har bir belgili tugma qandaydir matematik amalni bajaradi.
- Koordinatali chiziq.

Yuqorida keltirilgan uchta panelni har birinioynani ixtiyoriy joyida joylashtirish mumkin. Buning uchun har bir panelni ustida sichqonchani olib borib chap tugmasini bosib turib panelni oynani ixtiyoriy joyiga joylashtirish mumkin[3].

Maple kompyuterga o‘rnatilgandan so‘ng, uni standart 2 yo‘l bilan ishga tushirish mumkin: 1) Windows OT ning bosh menyusini orqali yoki 2) Ish stolida yaratilgan yorliq orqali. Biz Maple 9.5 versiya bilan ishlaymiz[4]. Maple oynasi Windows OT ning standart oynasiga o‘xshash bo‘lib, oynaning nomi satri, menyu satri, qurollar paneli, ishchi maydon, holat satri, lineyka va o‘g‘irish liftlaridan iborat:

Asosiy menyu punktlari:

File(Fayl) - fayllar bilan ishlaydigan standart buyruqlar, masalan, faylni saqlash, ochish, yangisini yaratish va hokazo, to‘plamidan iborat.

Edit(Pravka) - fayllarni tahrirlovchi standart buyruqlar, masalan, nusxalash, ajratilgan matn qismini buferga olish, buyruqni bekor qilish va hokazo, to‘plamidan iborat.

View (Vid) - oynani ko‘rinishini o‘zgartiruvchi standart buyruqlar to‘plamidan iborat.

Insert (Vstavka) - oynaga matnli, buyruqli maydonlar, grafiklarni qo‘yish uchun mo‘ljallangan buyruqlar to‘plamidan iborat.

Format (Format) - hujjatni bezash uchun ishlatiladigan buyruqlar to‘plamidan iborat.

Options (Parametri) - ma’lumotni ekranga kiritish va chiqarish bilan bog‘liq buyruqlar to‘plamidan iborat.

Windows (Okno) - bir ishchi oynadan ikkinchi ishchi oynaga o‘tish uchun mo‘ljallangan buyruqlar to‘plamidan iborat.

Help (Spravka) - Maple haqida batafsil ma’lumotlarni o‘z ichiga oladi.

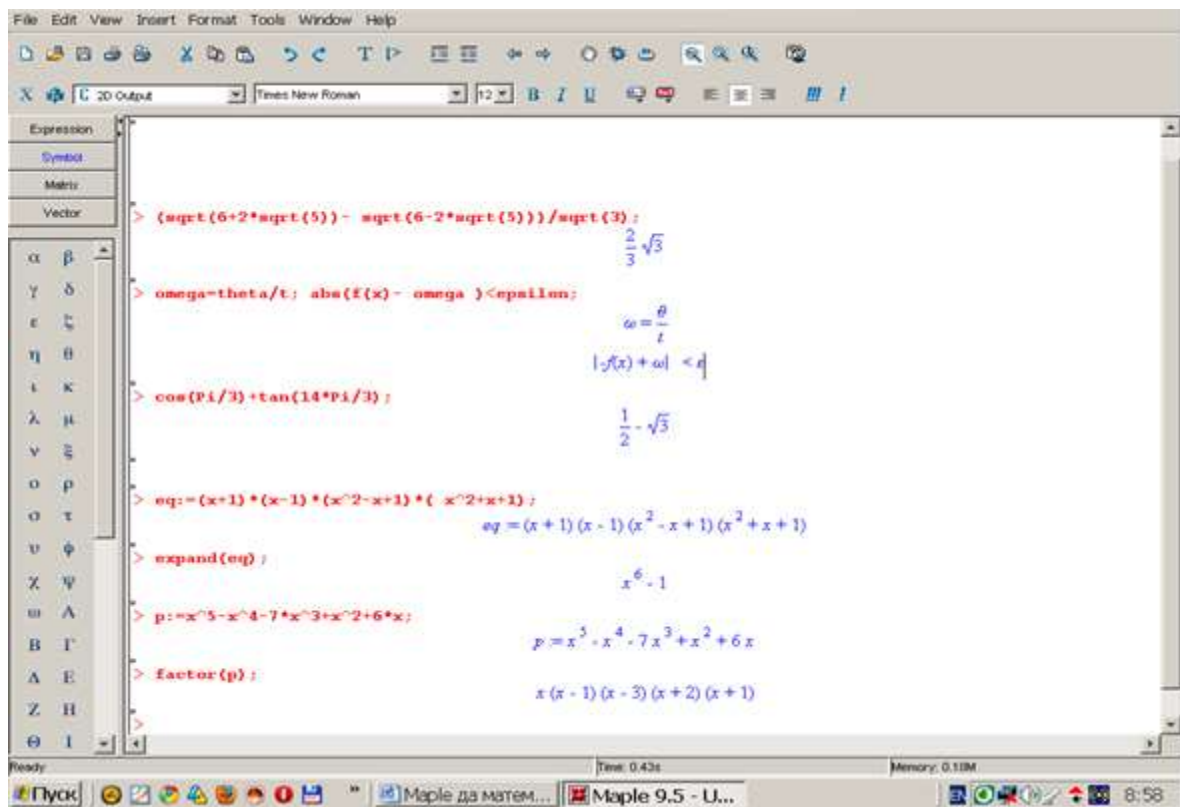
Maple da ishlash muloqat (sessiya) tarzida olib boriladi: foydalanuvchi Maple ga ekranda buyruq bilan murojaat qiladi, Maple uni qayta ishlab ekranda buyruqdan keyingi satrga javob qaytaradi (quyidagi rasmga qarang). Shunga asosan, ishchi maydon shartli ravishda uch qismga bo‘linadi:

1)Kiritish (buyruq) maydoni - buyruqlardan iborat. Buyruqlar>command(p1,p2,...); (yoki :) ko‘rinishga ega, qizil rangli, chapga tekislangan;

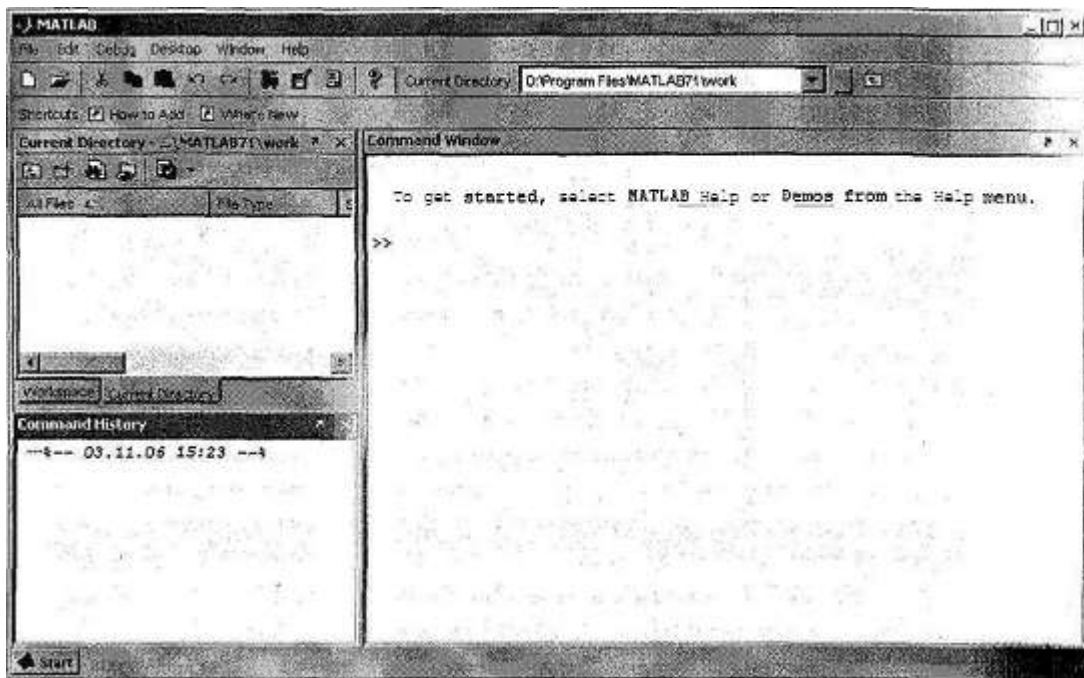
2)Chiqarish (javob) maydoni – Maplening kiritilgan buyruqqa javobidan iborat bo‘lib, analitik ifoda, sonli qiymat, to‘plam, grafik obyekt, xatolik haqidagi xabardan iborat bo‘lishi mumkin va ko‘k rangda. Javob buyruqdan keyingi satrga chiqariladi, markazga tekislangan bo‘ladi;

3)matn (komentariy) maydoni - foydalanuvchi tomonidan kiritiladigan ixtiyoriy matndan iborat va u ma’lumotni qayta ishlashga ta’sir etmaydi, va uning mohiyatini tushuntirish uchun ishlatiladi va qora rangli.

Matn va buyruq maydoniga o‘tish asboblari panelidagi (yoki Insert (Vstavka) menyusidagi ularga mos buyruqlar orqali) tugmalarni bosish orqali bajariladi.



MATLAB sonli hisoblashlar, ma'lumotlarni tahlil qilish va vizualizatsiya qilishga mo'ljallangan yuqori bosqichli texnik hisoblashlarni amalga oshirishga mo'ljallangan interaktiv muhit hisoblanadi. MATLABdan foydalanib an'anaviy S, S⁺⁺, Fortran dasturlash tillaridan ko'ra tezroq texnikaviy hisoblash masalalarini yechish imkoniyati mavjud. Mazkur dastur kalkulyator singari sodda, universal instrument hisoblanadi. MATLAB dasturi nafaqat Microsoft Windows operatsion tizimida balki Unix, Linux, Macintosh operatsion tizimlarida ham ishlaydi. Shuni ta'kidlash joizki MATLAB Professional va MATLAB Student versiyalari o'rtasida farq juda katta emas. Microsoft Windows operatsion tizimida tizimni ishga tushirish uchun bosh menyu Pusk (Start) dan dasturni ishga tushiriladi. Bundan tashqari ish stolida dastur belgisi tushirilgan tugma bo'lishi ham mumkin. Unix, Linux tizimlarida matlab so'zini terib tizimni ishga tushiriladi [1]. Agar buyruqlar oynasi (Command Window) aktiv bo'lmasa, u holda uning ixtiyoriy joyiga sichqoncha ko'rsatkichini bosish lozim. Quyidagi rasmda MATLAB dasturining ish stoli misol sifatida ko'rsatilgan.



Ish oynasi aktiv bo'lgandan so'ng kursor ko'rsatkichi yonib o'chib turadi. Endi mana shu yerdan boshlab ifodalar kiritiladi. MATLAB tizimida onlayn ma'lumotnomasi bo'lib, biroq ushbu ma'lumotlar orqali haqiqiy mutaxassis bo'lish mumkin. Onlayn ma'lumotga ega bo'lishning bir necha usuli mavjud. Agar buyruqlar qatoriga help so'zini yozsangiz, ma'lumotnomaning uzun ro'yxati ekranda paydo bo'ladi. Misol sifatida help general so'zini kiriting. Bunda MATLAB asosiy buyruqlarining uzun ro'yxatini ko'rasiz. Endi factor buyrug'i bilan tanishish uchun help factor so'zini kiriting. Ekranda ko'rsatilgan ma'lumotlarni alohida oynada ko'rish mumkin. Navbatdagi oynaga o'tish uchun probel tugmasi bosiladi.

Ma'lumotnomaning 4- bo'limi Demos(Demo) bo'lib, o'ncha ko'p bo'lmagan namoyish qiluvchi misollar mavjud. Bular yordamida siz tizim bilan yanada chuqurroq tanishasiz. Biror elementga sichqoncha ko'rsatkichi bosilsa, mazkur element to'g'risida hujjatlar sahifada tasvirlanadi.

Tizimda buyruqlar oynasi va ma'lumotnomadan tashqari Buyruqlar tarixi (Command History), joriy papka (Current Directory) va ish sohasi (Workspace) kabi oynalar ham mavjud. Navbatdagi bo'limlarda uchraydigan bu va boshqa oynalar MATLAB da (M fayllar) kichik dasturlar yozish va fayllar va papkalarni boshqarish imkoniyatini beradi. MATLABda ishni yakunlash uchun buyruqlar qatoriga quit buyrug'i kiritiladi. Shuningdek oynaning yuqori o'ng tomonidagi **x** tugmani bosilsa ham bo'ladi. Yana bitta usul bu asosiy menyudan File⇒Exit MATLAB tanlanadi [1].

Nazorat savollar:

1. Ta'lim jarayonida AKTni joriy etish bo'yicha amalga oshirilayotgan tadbirlar, qabul qilingan qarorlar va dasturlar.
2. «Axborot-kommunikatsiya texnologiyalari» deganda nimani tushunasiz?
3. Amaliy dasturlar paketi.
4. Kompyuterli matematik tizimlar va ularning turlari.
5. AKT turlarini ajratib bering.
6. Matematik tizimlar yaratilish tarixi va imkoniyatlarini sanab chiqing.

Adabiyotlar.

1. V.A. Oxorzin Prikladnaya matematika v sisteme MATHCAD: Uchebnoye posobiye. –SPb.: “Lan”.2008.-352s.
2. V.P Dyakonov. Maple 9.5/10 v matematike, fizike i obrazovanii-M.:SOLON-Press. 2006.-720s.
3. V.P Dyakonov. Mathematica 5/6/7. Polnoye rukovodstvo. - M.: DMK Press, 2010. - 624 s.:

2-mavzu: Elementar matematika masalalarini amaliy dasturlar paketida yechish. Simvulli hisoblashlar.

Reja:

- 2.1. Matematik ifodalar va funksiyalar.
- 2.2. Algebra va sonlar nazariyasi masalalarini yechish.
- 2.3. Tenglamalar sistemasi va tenglamalarni yechish.
- 2.4. Matritsalar ustida amallar.

2.1. Matematik ifodalar va funksiyalar. Arifmetik amallar. Maple tizimining o'zgarmaslari, butun va ratsional sonlar.

Matematik o'zgarmlar va arifmetik amallar. Asosiy matematik o'zgarmlar: Pi – π soni; I – mavhum birlik i; infinity – cheksizlik; Gamma – Eyler o'zgarmsi; true, false – mantiqiy ifodalarning chin yoki yolg'onligini bildiruvchi mantiqiy o'zgarmlar. Arifmetik amallar belgilari:

+ - qo'shish; – - ayirish; * - ko'paytirish; / - bo'lish; ^ - darajaga ko'tarish; ! – faktorial. Taqqoslash belgilari: , >=, <=, <>, = Kompleks, butun va ratsional sonlar. Maple da sonlar haqiqiy (real) va kompleks (complex) sonlarga bo'linadi. Kompleks sonlar $z=x+iy$ algebraik ko'rinishda e'ziladi, buyruqlar satrida quyidagicha kiritiladi:

$$> z:=x+I*y;$$

Haqiqiy sonlar butun va ratsional sonlarga bo'linadi. Butun sonlar (integer) o'nlik sistemada e'ziladi. Ratsional sonlar uch xil ko'rinishda berilishi mumkin: 1) Ratsional kasr ko'rinishida, masalan: 28/70; 2) Suzuvchi vergul e'rdamida (float), masalan: 2.3; 3) Ko'rsatkichli shaklda, masalan: $1,602 \cdot 10^{-19}$ soni $1,602 \cdot 10^{-19}$ ni bildiradi. Ratsional sonning taqribiy qiymatini olish uchun sonlarning butun qismiga .0 qo'shib e'zish kerak.

Maple tizimida grek alfaviti harflarini poligrafik ko'rinishda e'zish mumkin. Buning uchun buyruqlar satrida harfning nomi kiritiladi. Masalan, α belgisini hosil qilish uchun alpha so'zini kiritish kerak. Grek alfaviti xarflari va ularning nomlari:

α - alpha	ν - nu
β - beta	μ - mu
γ - gamma	ξ -xi
δ - delta	π - pi
ε - epsilon	ρ - rho
ζ - zeta	σ - sigma
η - eta	υ - upsilon
θ - theta	ϕ - phi
ι - ita	χ - chi
κ - kappa	ψ - psi
λ - lambda	ω -omega

Komanda sintaksisi. Standart funksiyalar

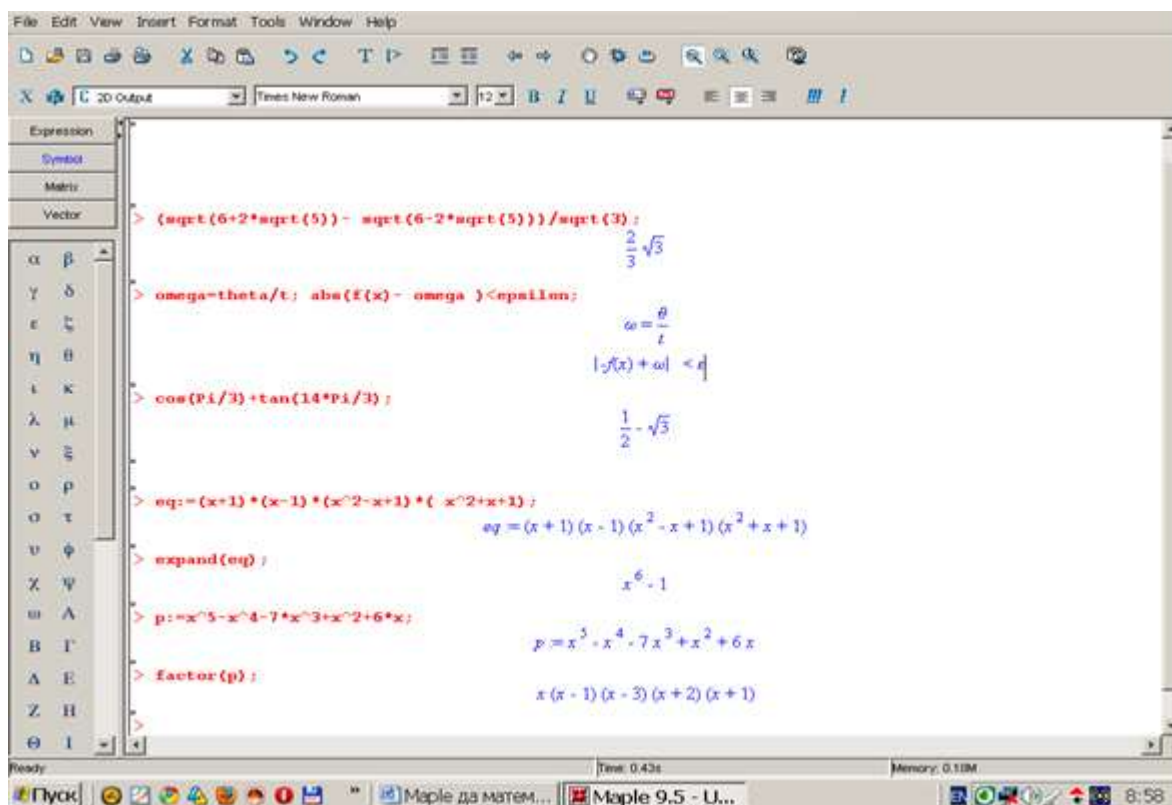
Komanda sintaksisi. Maple tizimi komandasi buyruq nomi va parametrlaridan iborat: `command(p1, p2, ...)`. Har bir komanda (;) òki (:) bilan tugallanadi. Komanda (;) belgisi bilan tugasa komanda bajarilishining natijasi chiqarish maydonida hosil bo‘ladi, (:) belgisi bilan tugasa komanda bajariladi, lekin uning natijasi chiqarish maydonida hosil bo‘lmaydi. (%) belgisi oldingi komandaning natijasini bildiradi. (%) belgisidan foydalanishni quyidagi misolda ko‘ramiz:

```
> a+b; a+b
```

```
> %+c; a+b+c.
```

O‘zgaruvchiga qiymat ta’minlash uchun (:=) ta’minlash belgisi ishlatiladi.

Maple programmasi ishga tushirilganda uning barcha komandalari to'liqligicha xotirada yuklanmagan bo'ladi. Komandalarning ko'p qismi topish ko'rsatkichlariga ega bo'ladi va chaqiruv jara'ida avtomatik ravishda ishga tushadi. Ayrim komandalar standart kutubxonalarda bo'ladi ularni bajarishdan avval albatta `readlib(command)` komandasini bajarish kerak, bu yerda `command` – chaqirilaётgan komanda nomi. Maple protseduralarining qolgan qismi paket deb ataluvchi maxsus kutubxonalarda saqlanadi. Paketlarni chaqirishning ikki xil usuli mavjud: 1) `with(package)` komandasi erdamida butun paketni chaqirish mumkin bu yerda `package` – paket nomi; 2) `package[command](options)`; maxsus formatdagi komanda orqali birinchi paket nomi `package`, kvadrat qavs ichida kerakli komanda `command`, va qavs ichida komandaning parametrlari `options` teriladi. Maple programmasi kutubxonalariga quyidagi paketlar kiradi: `linalg` – chiziqli algebra amallarini o'z ichiga oladi; `geometry` – planimetriya masalalarini yechish uchun; `geom3d` – stereometriya masalalarini yechish uchun; `student` – analitik ko'rinishda yechilgan masalalarni yechish bosqichlarini o'z ichiga oladi.



Maple da standart funksiyalarning ayrimlarini royxatini keltiramiz:

N	funksiya	Maple da	N	Funksiya	Maple da
1	e^x	exp(x)	12	Cosecx	cosec(x)
2	lnx	ln(x)	13	Arcsinx	arcsin(x)
3	lgx	lg10(x)	14	Arccosx	arccos(x)
4	$\log_a x$	log[a](x)	15	Arctgx	arctg(x)
5	\sqrt{x}	sqrt(x)	16	Arcctgx	arcctg(x)
6	x	abs(x)	17	Shx	sh(x)
7	sinx	sin(x)	18	Chx	ch(x)
8	cosx	cos(x)	19	Thx	th(x)
9	tgx	tg(x)	20	Cthx	cth(x)
10	ctgx	ctg(x)	21	$\delta(x)$ -Dirak funksiyasi	Dirac(x)
11	secx	sec(x)	22	$\theta(x)$ -Xevisayd funksiyasi	Heaviside(x)

Maple ga juda katta miqdorda maxsus funksiyalar ham kiritilgan. Ular Bessel, Eylerning beta-, gamma-funksiyalari, xatoliklar integrali, elliptik integrallar, har xil ortogonal ko'phadlar va hokazo. Eyler soni $ye=2.718281828\dots$ $\exp(x)$ orqali quyidagicha hisoblanadi: $\exp(1)$.

Sonning tub ko.,paytuvchilarga ajratish uchun Maple dasturida ifactor buyrug'i kiritiladi.

Masalan:

- 1) ifactor (54) Enter tugmasi bolsiladi va natija: 21 3
- 2) ifactor (620); Enter tugmasi bolsiladi va natija: (2)2 *(5)1 *(31)
- 3) ifactor (150); Enter tugmasi bolsiladi va natija: (2)*(3)*(5)2
- 4) ifactor (2000); Enter tugmasi bolsiladi va natija: (2)4 *(5)3 ;

Boʻlinmani hisoblash uchun Maple dasturida `iquo` buyrugʻi kiritiladi.

Masalan:

- 1) `iquo (54,6)` Enter tugmasi bolsiladi va natija: 9
- 2) `iquo (45,7)`; Enter tugmasi bolsiladi va natija: 6
- 3) `iquo (150,30)`; Enter tugmasi bolsiladi va natija: 5
- 4) `iquo (2000,150)`; Enter tugmasi bolsiladi va natija:13

Qoldiqni hisoblash uchun Maple dasturida `irem` buyrugʻi kiritiladi.

Masalan:

- 1) `irem (54,6)` Enter tugmasi bolsiladi va natija: 0 (qoldiqsiz boʻlinadi)
- 2) `irem (45,7)`; Enter tugmasi bolsiladi va natija: qoldiq 3 ga teng
- 3) `irem (150,30)`; Enter tugmasi bolsiladi va natija: qoldiqsiz
- 4) `irem (22,15)`; Enter tugmasi bolsiladi va natija: qoldiq 7 ga teng

Berilgan sonning tub son ekanligini tekshirish uchun Maple dasturida `isprime` buyrugʻi kiritiladi.

Masalan:

- 1) `isprime (5)` Enter tugmasi bolsiladi va natija: true (tub son)
- 2) `isprime (45)`; Enter tugmasi bolsiladi va natija: false (murakkab son)
- 3) `isprime (1359)`; Enter tugmasi bolsiladi va natija: false (murakkab son)
- 4) `isprime (2203)`; Enter tugmasi bolsiladi va natija: true (tub son)

2.2. Chiziqli algebra masalalarini yechish buyruqlari.

Chiziqli algebra masalalarini yechish buyruqlari **LinearAlgebra** hamda **VectorCalculus** paketlarida, shuningdek **linalg** (Maple ning avvalgi versiyalarida mavjud edi) saqlanadi. Mazkur paketlarda asosiy buyruqlar toʻplami oʻxshash, mos buyruqlar oʻrtasidagi farq ularning sintaksisidadir.

Maple ning zamonaviy versiyalarida **linalg** paketi eskirgan hisoblanadi, **LinearAlgebra** va **VectorCalculus** paketlaridan foydalanish tavsiya etiladi.

Maple paketining ishlash natijalari Worksheet Mode interfeys rejimida Text Mode (1D-Math) va Math Mode (2D-Math) kiritish rejimida keltiriladi.

Matritsa va vektorlar ustida misollar yechishdan avval qiziqtirgan paketni **with(LinearAlgebra)** buyruq orqali yuklash lozim.

Vektorlarni berish usullari.

LinearAlgebra paketi buyruqlari orqali Maple da vektorni ikki xil usul yordamida berish mumkin:

1) Burchakli qavslar yordamida

a) Vektor-ustunni berish uchun bir-biridan vergul orqali ajratilgan ifodalar ketma-ketligidan foydalaniladi.

> <1,2,3>

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

b) Satr-vektorni berish uchun ifodalar bir-biridan vertikal chiziq orqali ajratiladi.

><1|2|3>

$$[1 \ 2 \ 3]$$

2) **Vector([x1,x2,...,xn])** konstruktor-buyrug‘i yordamida, bu yerda kvadrat qavslarda vergul orqali vektor koordinatalari ko‘rsatiladi. Masalan:

Vektor-ustun

> **v1 := Vector([1, 2, 3]);**

$$v1 := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Vektor elementlarini funksiya orqali berish

> $f := j \rightarrow x^j$

(3,f)

$$\begin{bmatrix} x \\ x^2 \\ x^3 \end{bmatrix}$$

Indeks funksiyadan foydalanish

>(3, [2,100])

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix}$$

v vektor koordinatasini $v[i]$ buyruq kiritilganda chiqarish satrida hosil qilish mumkin, bu yerda i koordinata raqami. Masalan avvalgi misolda berilgan vektor koordinatasini quyidagicha chiqarish mumkin:

> $v[1];$

Manfiy butun son koordinata raqami sifatida vektor ohiridagi koordinata raqamiga ishora qiladi.

➤ $a := \langle 85.3, 47.1, 59.9, 38.1 \rangle$

$$a := \begin{bmatrix} 85.3 \\ 47.1 \\ 59.9 \\ 38.1 \end{bmatrix}$$

Vektorlarni qo'shish.

⟨⟩ burchak qavslar yoki **Vector** buyrug‘i yordamida berilgan vektorlarni qo‘shish oddiy + qo‘shish amali orqali amalga oshiriladi .

a va b vektorni **ikkita usulda qo‘shish mumkin:**

1) **evalm(a+b);**

2) **matadd(a,b).**

matadd buyrug‘i a va b vektorlarning chiziqli kombinatsiyasini hisoblashga imkon beradi:

bu yerda a, b skalyar kattaliklar

: **matadd(a,b,alpha,beta).**

Vektorlarning skalyar, vektor ko‘paytmasi, vektorlar orasidagi burchak.

n -o‘lchovli fazoda ikkita vektorning skalyar ko‘paytmasi

$a \cdot b$ yoki LinearAlgebra paketining **DotProduct(a,b)** buyrug‘i yordamida hisoblanadi.

Uch o‘lchovli vazoda ikkita vektorning ko‘paytmasi **CrossProduct(a,b)** buyrug‘i yordamida hisoblanadi.

a va b vektorlar orasidagi burchak **VectorAngle(a,b)** buyrug‘i orqali hisoblanadi.

Vektor normasi.

Norm(A, p, c) – Matritsa yoki vektorning p -normasi.

2, Euclidean yoki **Frobenius** – Yevklid normasi **infinity** – modul bo‘yicha maksimal element

Matritsalar algebrasi

Amal nomi	Matematik amal	Komanda ko‘rinishi
Matritsani aniqlash	$A = [a_{ij}]$	>A:= matrix(n, m, [[a11,a12,...,a1n], [a21,a22,...,a2m],..., [an1,an2,...,anm]])
Diognal matritsani aniqlash	$J = \begin{bmatrix} a1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a4 \end{bmatrix}$	>J:=diag(a1,a2,a3,a4)
Matritsani generatsiya qilish	$A = [a_{ij}], a_{ij} = f(i, j)$	>f:=(I,j)->x^i*y^j: >A:=matrix(n,m,f)
Satrlar soni	m	>rowdim(a);
Ustunlar soni	n	>coldim(A):
Matritsalarini qo‘shish	$A+B$ $\alpha A + \beta B$	evalm(A+B); matadd(A,B,alpha,beta).
Matritsalarini ko‘paytirish	$C=AB$	evalm(A&*B); multiply(A,B);
Determinant	$ A $	>det(A);
Matritsaning izi	$\sum a_{ii}$	>trace(A);
Matritsaning minori	A dan i-satr, j-ustun ni o‘chirish	>minor(A,i,j);
Teskari matritsa	$A * B = E, B * A = E$	>evalm(1/A)

		>inverse(A); >evalm(A^(-1));
Transpozitsiyalash	A^T	>transpose(A);
Matritsaning xossalarini aniqlash	$A > 0$ $A \geq 0$ $A < 0$ $A \leq 0$	>definite(A,param) param:= 'positive_def', 'positive_semidef', 'negative_def', 'negative_semidef'
Matritsaning ortogonalligini aniqlash	$A * A^T = E, A^T * A = E$	>orthog(A);
Matritsaning darajasi	A^n	>evalm(A^n);
Matritsaning eksponentasi	e^A	>exponential(A);

Misollar.1.

$$> A := \text{matrix}([[1,2,3],[-3,-2,-1]]); \quad \backslash\! \backslash A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$2.> J := \text{diag}(1,2,3); \quad \backslash\! \backslash J := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$1. > f := (i, j) \rightarrow x^i y^j; \quad \backslash\! \backslash f := (i, j) \rightarrow x^i y^j$$

$$> A := \text{matrix}(2,3,f); \quad \backslash\! \backslash A := \begin{bmatrix} xy & xy^2 & xy^3 \\ x^2y & x^2y^2 & x^2y^3 \end{bmatrix}$$

4. > A:=matrix([[1,0],[0,-1]]):

> B:=matrix([[-5,1],[7,4]]); \\A:= $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, B:= $\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$

> v:=vector([2,4]); \\v:= $\begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}$

> multiply(A,v); \\ $\begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix}$

> multiply(A,B); \\ $\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$

> matadd(A,B); \\ $\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$

> S:=matrix([[1,1],[2,3]]):

> evalm(2+3*S); \\ $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 11 \end{bmatrix}$

5.> A:=matrix([[4,0,5],[0,1,-6],[3,0,4]]); \\A:= $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

> det(A); \\1

> minor(A,3,2); \\ $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$

> det(%); \\-24

> trace(A); \\-9

6. > A:=matrix([[4,0,5],[0,1,-6],[3,0,4]]); \\A:= $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

> inverse(A); \\ $\begin{bmatrix} 4 & 0 & -5 \\ -18 & 1 & 24 \\ -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

$$> \text{multiply}(A, \%); \quad \|\| \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$> \text{transpose}(A); \quad \|\| \begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$1. > A := \text{matrix}([[2,1],[1,3]]); \quad \|\| A := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$> \text{definite}(A, 'positive_def'); \quad \|\| \text{true}$$

$$> V := \text{matrix}([[1/2, 1*\sqrt{3}/2], [1*\sqrt{3}/2, -1/2]]); \quad \|\| B := \begin{bmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{bmatrix}$$

$$> \text{orthog}(V); \quad \|\| \text{true}$$

$$2. > T := \text{matrix}([[5*a, 2*b], [-2*b, 5*a]]); \quad \|\| T := \begin{bmatrix} 5a & 2b \\ -2b & 5a \end{bmatrix}$$

$$> \text{exponential}(T); \quad \|\| \begin{bmatrix} e^{(5a)} \cos(2b) & e^{(5a)} \sin(2b) \\ -e^{(5a)} \sin(2b) & e^{(5a)} \cos(2b) \end{bmatrix}$$

$$> \text{evalm}(T^2); \quad \|\| \begin{bmatrix} 25a^2 - 4b^2 & 20ab \\ -20ab & 25a^2 - 4b^2 \end{bmatrix}$$

2.3. Maple da ayrim chiziqli algebra masalalarini yechishga oid misollar

Maple dasturida oddiy tenglamalarni yechish. Maple muhitida tenglamalarni yechish uchun universal buyruq $\text{solve}(t,x)$ mavjud, bu yerda t – tenglama, x – tenglamadagi nomaʼlum oʻzgaruvchi. Bu buyruqning bajarilishi natijasida chiqarish satrida ifoda paydo boʻladi, bu ana shu tenglamaning yechimi hisoblanadi. Masalan:

> **solve(a*x+b=c,x);**

$$-\frac{b-c}{a}$$

Agar tenglama bir nechta yechimga ega bo'lsa va undan keyingi hisoblashlarda foydalanish kerak bo'lsa, u holda **solve** buyrug'iga biror-bir nom **name** beriladi.. Tenglamaning qaysi yechimiga murojoat qilish kerak bo'lsa, uning nomi va kvadrat qavs ichida esa yechim nomeri yoziladi: **name[k]**.

Masalan:

> **x:=solve(x^2-a=0,x);**

$$x := \sqrt{a}, -\sqrt{a}$$

> **x[1];**

$$\sqrt{a}$$

> **x[2];**

$$-\sqrt{a}$$

Tenglamalar sistemasi ushbu komandalar

`solve({eq1, eq2,...},{x1, x2,...}), fsolve({eq1, eq2,...},{x1, x2,...})`

bilan yechiladi, bu yerda birinchi figurali qavslarda tenglamalar ro'yxati, ikkinchi figurali qavslarda o'zgaruvchilar ro'yxati berilgan. Agar keyinchalik, yechimlar ustida biror amallar bajarish kerak bo'lsa `solve` komandasiga biror nom `name` berish kerak, so'ng nomni qabul qilish uchun `assign(name)` komandasini berish kerak. Shundan so'ng yechimlar ustida ixtiëriy mumkin bo'lgan amallarni bajarish mumkin.

Tenglamalar sistemasini yechish. Tenglamalar sistemasi ham xuddi shunday `solve({t1,t2,...},{x1,x2,...})` buyrug'i yordami bilan yechiladi, faqat endi buyruq parametri sifatida birinchi figurali qavsda bir- biri bilan vergul bilan ajratilgan tenglamalar, ikkinchi figurali qavsda esa noma'lum o'zgaruvchilar ketma-ketligi yoziladi.

Masalan:

1)Tenglamalar sistemasini yeching.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

```
>eq:={x-y=1,x+y=3};
```

```
eq := {x - y = 1, x + y = 3}
```

```
> s:=solve(eq, {x,y});
```

Enter tugmasini bosib natija:

```
s := {y = 1, x = 2}.
```

Quyidagi misollarda tenglamalar sistemasini grafik usulda yechimini topish ko'rsatilgan. Bu grafik chizish operatorlari:

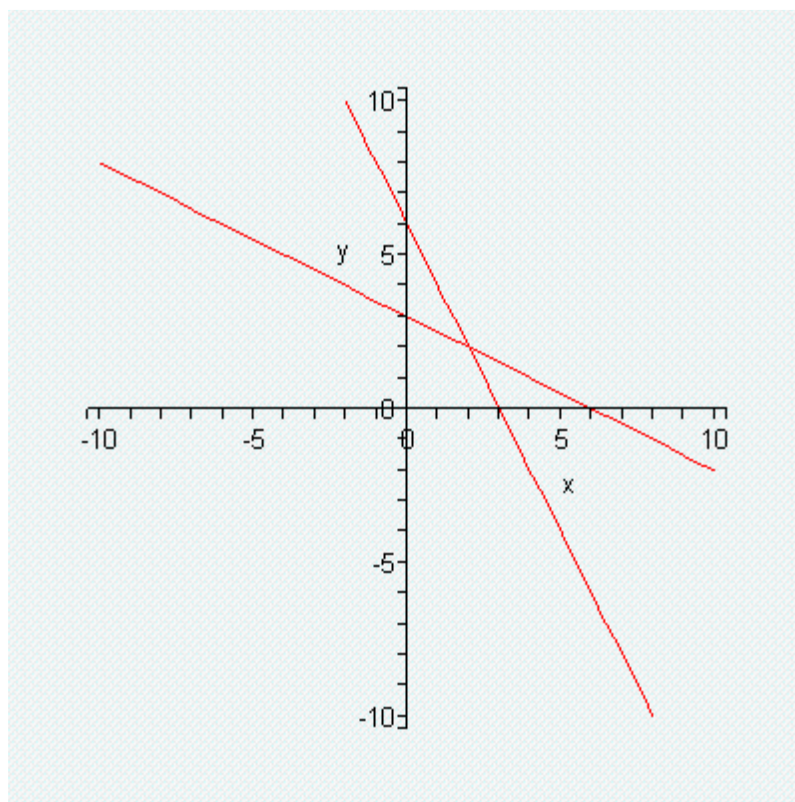
```
plot(p,x=-4..4,labels=[x,y],labelfont=[TIMES,ITALIC,12]);
```

```
with(plots):implicitplot(e,x=-10..10,y=-10..10);
```

Misol. 1.1. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish.

```
> s1:={2*x+y=6,x+2*y=6}:solve(s1,{x,y}); \\{y=2,x=2}
```

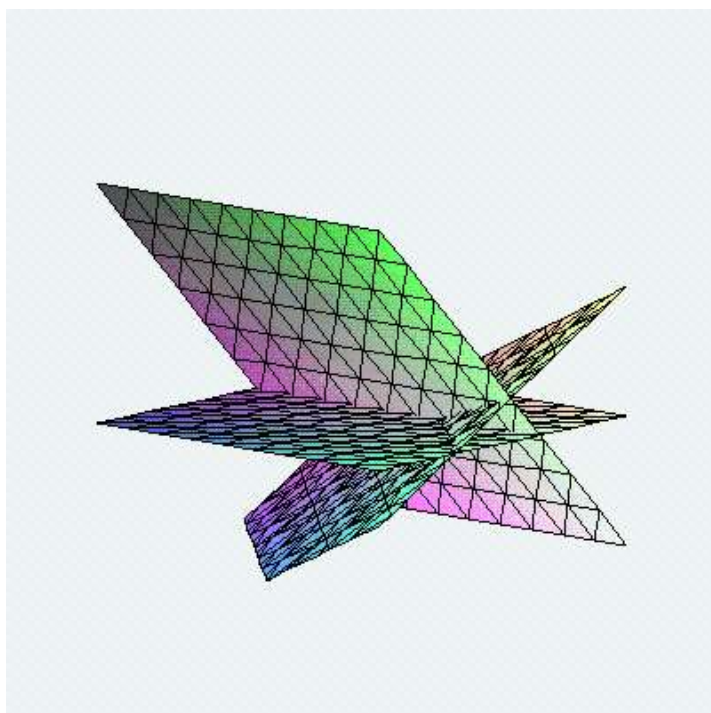
```
> with(plots):implicitplot(s1,x=-10..10,y=-10..10);
```



Misol 1.2. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish.

```
> s1 := {z=3, x-z=0, x+y+2*z=12}: solve(s1, {x,y,z}); \\ {z=3, x=3, y=3}
```

```
> display(implicitplot3d(s1, x=-10..10, y=-10..10, z=-10..10));
```

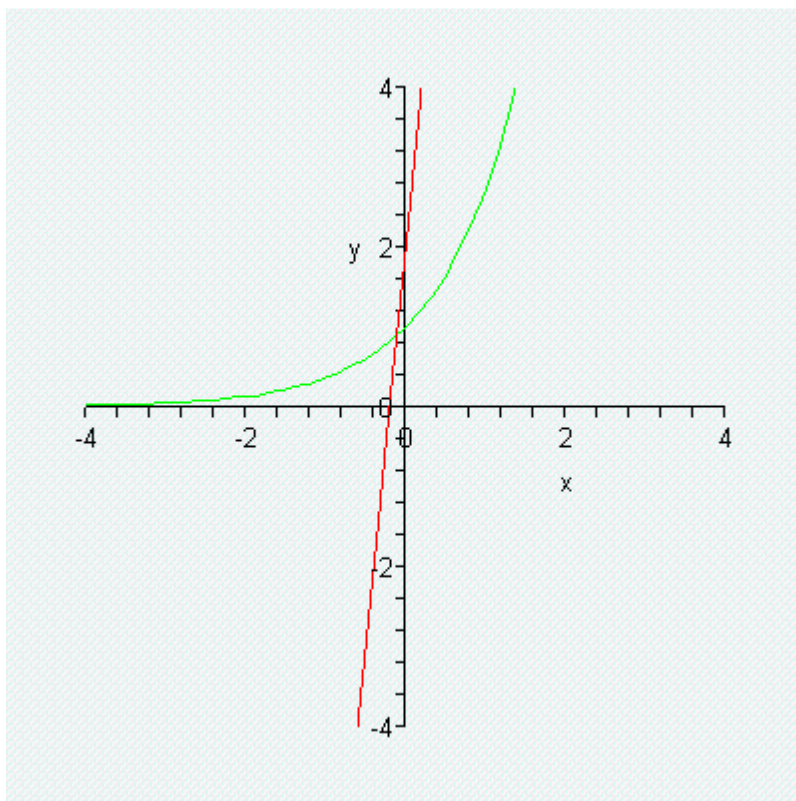


Misol 1.3. $f(x) = \exp(x) - 10x - 2 = 0$ tenglamani yechish.

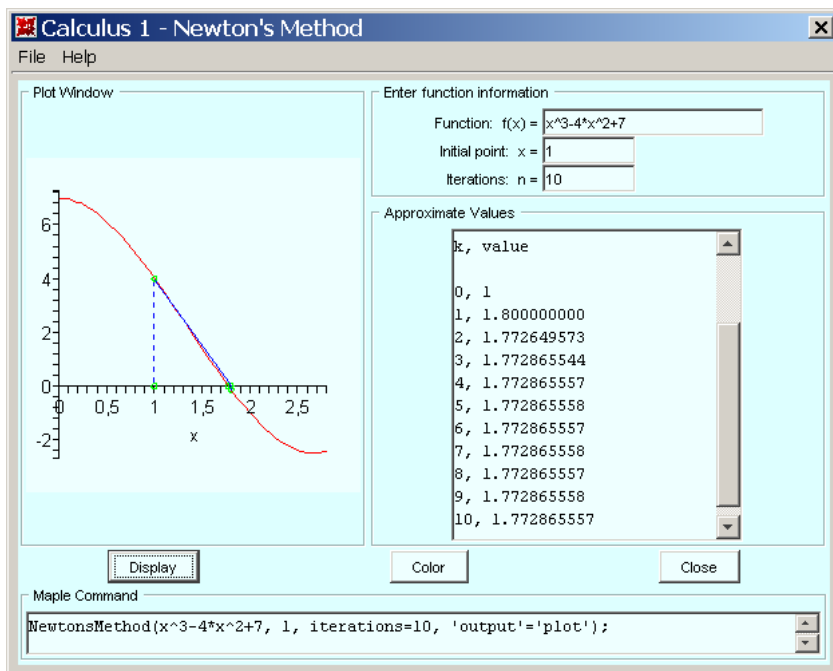
```
> fsolve( exp(x)-10*x-2,x );
```

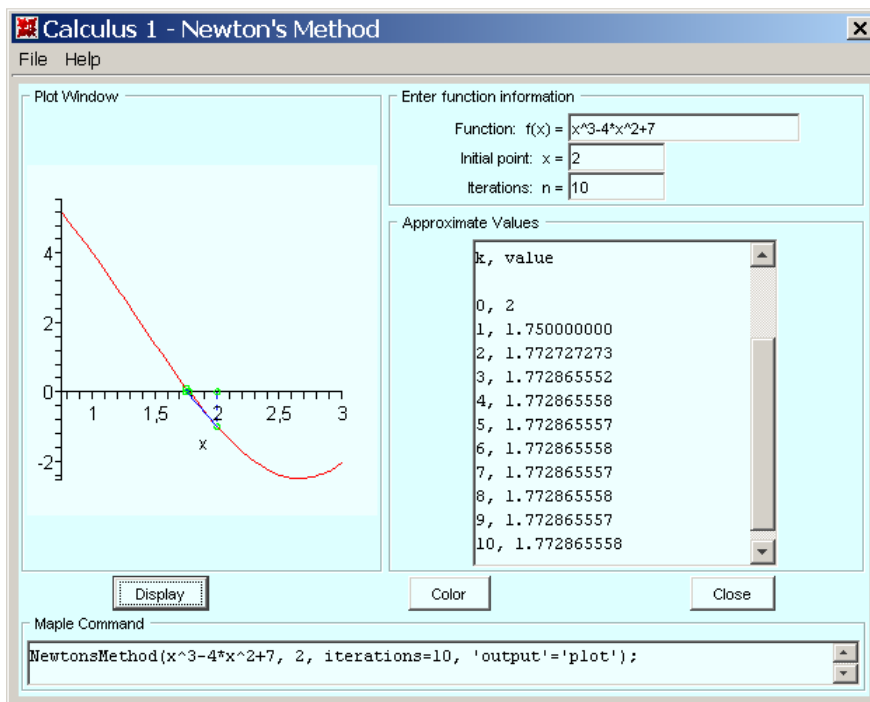
-0.1104575676

```
> plot({ exp(x),10*x+2},x=-4..4,y=-4..4,colour=[green,red]);
```



Tenglamalarni interaktiv usulda yechish





Bu yerda $f(x)=0$ tenglama Nyuton usuli bilan yechilmoqda. Nyuton usulida yechim ushbu iteratsiyalar èrdamida hisoblanadi [30]:

$$\xi = \lim_{k \rightarrow \infty} x^k, \quad x^{k+1} = x^k - \frac{f(x^k)}{f'(x^k)}, \quad |\xi - x^k| < \frac{1}{q} \left\{ q |\xi - x^{\sigma}|^{2^k} \right\}^k, \quad f(x^0) f''(x^0) > 0$$

Matematik paketlar yordamida algebraik va transsendent tenglamalarni sonli yechish

Faraz qilaylik $f(x) = 0$ tenglamani yechish talab etilsin. Bunday tenglamaning ildizini taqribiy topish odatda ikki qismdan iborat bo‘ladi.

- 1) ildizlarni ajratish;
- 2) ildizlarni berilgan aniqlikda hisoblash.

Matematik analizdan ma’lum bo‘lgan quyidagi teoremlar (1) tenglamaning ildizlari yotgan oralikni aniqlashga va ajratishga yordam beradi.

Teorema1. Agar $f(x)$ funksiya biror $[a,b]$ oraliqning chetki nuqtalarida har xil ishorali qiymatlarni qabul qilsa, u vaqtda bu oraliqda (1) ning hech bo‘lmaganda bitta ildizi mavjuddir. Shuning bilan $f(x)$ funksiya $[a,b]$ oraliqda ishora saqlasa, bu ildiz yagonadir.

Teorema2. $f(x)$ funksiya $[a,b]$ oraliqda analitik funksiya bo‘lsin. Agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ oraliqning uchlarida turli ishorali qiymatlar qabul qilsa, u holda $f(x)$ ning a va b nuqtalar orasida yotgan ildizlari toqdir. Agar oraliqning uchlarida bir xil ishoraga ega bo‘lsa, ildizlari yo‘q yoki ularning soni juftdir.

Ma’lumki, bu fanlardagi muayyan tatbiq bilan bog‘liq bo‘lgan har qanday tenglamani analitik yechish usullari mavjud emas. Masalan transsendent tenglamalar va ularning sistemasi, chiziqsiz algebraik tenglamalar sistemasi va shu kabilar. Odatda bunday tenglamalar taqribiy usullar bilan yechiladi. Ulardan eng ko‘p tarqalgani ketma-ket yaqinlashishlar usuli bo‘lib hisoblanadi. Bu usul nazariy va amaliy jihatdan yetarlicha ko‘p adabiyotlarda ko‘rilgan. Ammo, 1-kurs talabalari esa hali bunday hisoblash usullarini hali o‘tmaganligini hisobga olish kerak. Shu bois muammoni hisoblash eksperimenti nuqtai nazaridan ko‘rish maqsadga muvofiqdir. Buning uchun odatda talabalar bemalol qo‘lda yecha oladigan oddiy misollardan boshlanadi.

1-misol. Quyidagi tenglamani 0.001 aniqlikda oddiy iteratsiya usuli yordamida taqribiy yeching:

$$10x = x + 99 \quad (1)$$

Agar chizikli tenglamani yechish qoidasiga amal qiladigan bo‘lsak, u holda

$10x - x = 99$ va $9x = 99$ dan $x = 11$ aniq yechim kelib chiqadi. Endi aynan mana shu tenglama asosida iteratsiya usulini mohiyatini o‘rganishga kirishaylik. Buning uchun (1) tenglamani

$$x = \frac{1}{10} x + 9,9 = \varphi(x). \quad (2)$$

ko‘rinishida yozib olamiz va jarayonni ketma-ket yaqinlashishlar usulida tashkil etish uchun uni

$$x_{n+1} = \varphi(x_n) = \frac{1}{10}x_n + 9,9 \quad (n = 0,1,2,3\dots) \quad (3)$$

ko‘rinishda tasvirlab olinadi. Agar boshlang‘ich yaqinlashish sifatida $x_0 = 0$ olinsa,

$$n=0 \text{ dan } x_1 = 9,9 \text{ va buning yordamida } x_2 = \frac{1}{10}x_1 + 9,9 = 0,99 + 9,9 = 10,89,$$

$$x_3 = \frac{1}{10}x_2 + 9,9 = 1,089 + 9,9 = 10,989; \quad x_4 = 10,9989 \quad \text{va shu singari}$$

$x_5 = 10,99989$ larni hisoblash mumkin. E‘tibor berilsa hosil bo‘layotgan

$x_1, x_2, x_3 \dots$ sonli ketma-ketliklardan shuni aniqlash mumkinki, ikkita yonma-yon

joylashgan hadlar orasidagi farq ushbu $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon = 0,001$ shartni $n = 4$ dan

boshlab qanoatlantiradi. Demak, jarayon yaqinlashuvchi ekan va haqiqatdan ham

taqqoslab ko‘rish mumkinki taqribiy yechimlar ketma-ketligi aniq $x = 11$

yechimga intiladi.

Agar (1) tenglamani

$$x = 10x - 99 = \varphi(x) \quad (5)$$

ko‘rinishda tasvirlab olib, hisoblashlarni (3) formula singari

$$x_{n+1} = \varphi(x_n) = 10x_n - 99 \quad (n = 0,1,2,3\dots) \quad (6)$$

ko‘rinishida olb borilsa, u holda boshlang‘ich yaqinlashish sifatida ixtiyoriy olingan $x_0 = 0$ dan $x_1 = -99$ topiladi. Bundan ketma-ketlikning navbatdagi hadi

$$x_2 = -990 - 99 = -1089 \quad \text{va } x_3 = -10989 \quad \text{kabi uzoqlashuvchi keta-ketlik hadlari}$$

hosil bo‘ladi. Sababi, (2) formula bilan ish olib borganda oddiy iteratsiya

usulining yaqinlashish sharti $|\varphi'(x)| = \frac{1}{10} < 1$ bajariladi. Biroq, (5) formula bilan ish olib borganda esa bu shart $|\varphi'(x)| = 10 > 1$ bo'ladi. Xulosa qilib aytganda, mana shu oddiy misol orqali oddiy iteratsiya usulining mohiyatini, iteratsiya usulini tashkil qilish tartibini va talab qilinadigan ma'lum bir shartlarni talabalarda ajablanishga o'rin qoldirmaydigan hisoblash eksperimentini qo'lda bajarib ko'rsatish mumkin. Lekin bu unchalik qiyin bo'lmasada ma'lum bir ma'noda zerikarli hisoblashlarni talab qiladi. Darsning samaradorligini oshirish uchun bunday misollarni oldindan tayyorlab qo'yilgan dastur yordamida bajarish maqsadga muvofiqdir. Dasturiy tilning unchalik ham bu yerda ahamiyati sezilmaydi. Ammo, hisoblash jarayonini kompyuter ekranida, proyektor yordamida birdaniga jadval va grafik ko'rinishlarida tasvirlanishi har tomonlama foydali bo'ladi. Qolaversa hisoblashlarning har xil boshlang'ich shartlardagi, yoki tenglama ko'rinishlarining yaqinlashish yoki uzoqlashish holatlariga ta'siri asosiy qilinadigan ishlarning mohiyatini ochib beradi. Shu turkumdagi tanbiq bilan bog'liq bo'lgan tenglamalarni kompyuterda modellashtirib taqribiy yechimlar olinishi, ya'ni ketma-ket yaqinlashishlar usuli yordamida ma'lum bir aniqlikdagi taqribiy yechimni topish uchun ta'sir qiluvchi faktorlarni komp'terda vizual ko'rsatish o'quv jarayonida dars mazmunini yanada to'liqroq tushinib olishga yordam beradi.

$f(x) = 0$ tenglamani qaraylik. Tenglamaning ildizi deb, $f(\bar{x}) = 0$ tenglik bajariladigan \bar{x} ning qiymatiga aytiladi.

Masalaning qo'yilishi: tenglama ildizining taqribiy qiymatini ε aniqlikda topish kerak, ya'ni x ning shunday qiymatini topish kerakki, $|x - \bar{x}| < \varepsilon$ tengsizlik o'rinli bo'lsin.

Masalani yechish ikki bosqichda bajariladi: birinchi bosqichda ildizlarning

mavjudlik oraliklari aniqlanadi, ikkinchi bosqichda iteratsion jarayonda ildizlar aniqlashtiriladi. Birinchi bosqichda ildiz joylashgan yetarlicha kichik oraliklar (agar ildiz yagona bo'lsa, bitta oralik) topiladi. Ikkinchi bosqichda ildizning taqribiy qiymati berilgan aniqlikda hisoblanadi.

Oralikni ikkiga bo'lish usuli. $[a, b]$ – ildiz joylashgan oralik kesmasi bo'lsin. $f(x)$ funksiya $[a, b]$ da uzluksiz va kesma uchlarida turli ishorali qiymatlarni qabul qilsin $f(a) \cdot f(b) < 0$. Bu usulda uchlarida berilgan funksiya turli ishorali qiymatlarni qabul qiladigan, ichma-ich joylashgan oraliklar ketma-ketligini hosil qilishimiz kerak. Har bir keyingi kesma oldingisini teng ikkiga bo'lish orqali hosil qilinadi.

Deylik, k - qadamda shunday $[a^{(k)}, b^{(k)}]$ kesma topilgan bo'lsinki, uning uchlarida berilgan funksiya turli ishorali qiymatlar qabul qilsin, ya'ni $f(a^{(k)}) \cdot f(b^{(k)}) < 0$ tengsizlik bajarilsin. Oralikni yana ikkiga bo'lamiz $c^{(k)} = \frac{a^{(k)} + b^{(k)}}{2}$. Agar $f(c^{(k)}) = 0$, bo'lsa, $c^{(k)}$ – topilgan ildiz bo'ladi. Agar tenglik bajarilmasa, hosil bo'lgan oraliklarning uchlarida funksiya qiymatlarini tekshiramiz. Qaysi birining uchlarida funksiya turli ishorali qiymatlar qabul qilsa, shu oralikni tanlaymiz:

$$a^{(k+1)} = a^{(k)}, b^{(k+1)} = c^{(k)}, \text{ yesli } f(a^{(k)}) \cdot f(c^{(k)}) < 0$$

$$a^{(k+1)} = c^{(k)}, b^{(k+1)} = b^{(k)}, \text{ yesli } f(a^{(k)}) \cdot f(c^{(k)}) > 0$$

Bu jarayon kesmaning uzunligi 2^{-k} dan kichik bo'lguncha davom etadi va tenglama ildizi sifatida oralikning o'rtasidagi qiymat olinadi.

Teorema. $f(x)$ funksiya $[a, b]$ da uzluksiz va kesma uchlarida turli ishorali qiymatlarni qabul qilsin $f(a) \cdot f(b) < 0$. U holda, oralikni ikkiga bo'lish usuli yaqinlashadi va xatolik uchun quyidagi baho o'rinli bo'ladi:

$$|x^{(k)} - \bar{x}| \leq (b^{(k)} - a^{(k)}) / 2 = (b - a) / 2^{k+1}.$$

Nyuton metodi (urinmalar metodi). Nyuton metodi tenglamalarni sonli yechishning juda ham effektiv metodidir. Bu metodning afzalligi shundan iboratki, hisoblash sxemasi murakkab bo‘lmagan holda ketma-ket yaqinlashishlar ildizga tez yaqinlashadi.

Bu metod chiziqli bo‘lmagan tenglamalarni yechish masalasini chiziqli masalalarning ketma-ketligini yechishga olib keladi. Buning uchun berilgan tenglamadan uning bosh chiziqli qismi ajratib olinadi. Bizga

$$f(x) = 0$$

Tenglama va uning ildiziga dastlabki yaqinlashish qiymati $x^{(0)}$

berilgan bo‘lsin. Bu yerda $f(x)$ funksiyani yetarlicha silliq funksiya deb olamiz. Odatdagidek tenglamaning aniq ildizini ξ orqali belgilaymiz.

Endi $\xi = x^{(0)} + h$ deb olib, $f(x)$ funksiyaning $x^{(0)}$ nuqta atrofidagi Taylor qatori yoyilmasidagi dastlabki ikkita xadini olib nolga tenglashtirsak, h ga nisbatan quyidagi

$$0 = f(x^{(0)} + h) \approx f(x^{(0)}) + f'(x^{(0)}) \cdot h$$

Chiziqli tenglamaga ega bo‘lamiz. Bu tenglamani yechib, h xatoning taqribiy qiymatini topamiz:

$$h_0 = -\frac{f(x^{(0)})}{f'(x^{(0)})}.$$

Bu tuzatmani $\xi = x^{(0)} + h$ ga keltirib qo‘yib, navbatdagi yaqinlashish

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \frac{f(x^{(0)})}{f'(x^{(0)})}$$

ni topamiz. Xuddi shunga o'xshash

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \frac{f(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})} \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

ketma-ket yaqinlashishlarni hosil qilamiz. Bu formulalar yordamida Nyuton ketma-ketligini hosil qilish uchun $x^{(n)}$ lar $f(x)$ funksiyaning aniqlanish sohasida yotishi va ular uchun $f'(x^{(n)}) \neq 0$ bo'lishi kerak.

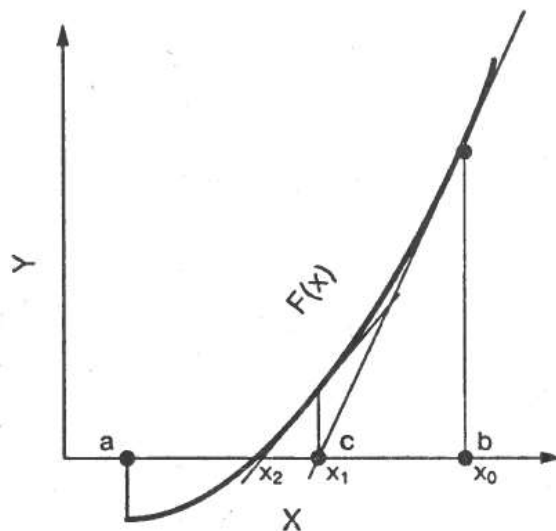
Nyuton metodining hisoblash formulasi quyidagicha:

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \frac{f(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})} \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

Bu ifodaga Nyuton metodining modifikatsiyasi deb ataladi.

Iteratsion jarayon berilgan $\varepsilon > 0$ aniqlikda $|x^{(n)} - x^{(n-1)}| < \varepsilon$ shart bajarilguncha davom ettiriladi.

Nyuton metodining geometrik ma'nosi. Tenglamaning $x^{(n+1)}$ ildiziga navbatdagi yaqinlashish $y=f(x)$ funksiya grafigiga $(x^{(n)}, f(x^{(n)}))$ nuqtada o'tkazilgan urinmaning OX o'qi bilan kesishish nuqtasi bo'ladi.



Berilgan tenglamalarni MathCad matematik paketi yordamida yechish.

$f(x) = 0$ tenglamani qaraylik. Tenglamaning ildizi deb, $f(\bar{x}) = 0$ tenglik bajariladigan \bar{x} ning qiymatiga aytiladi.

Masalaning qo‘yilishi: tenglama ildizining taqribiy qiymatini ε aniqlikda topish kerak, ya’ni x ning shunday qiymatini topish kerakki, $|x - \bar{x}| < \varepsilon$ tengsizlik o‘rinli bo‘lsin.

Masalani yechish ikki bosqichda bajariladi: birinchi bosqichda ildizlarning mavjudlik oraliklari aniqlanadi, ikkinchi bosqichda iteratsion jarayonda ildizlar aniqlashtiriladi. Birinchi bosqichda ildiz joylashgan yetarlicha kichik oraliklar (agar ildiz yagona bo‘lsa, bitta oralik) topiladi. Ikkinchi bosqichda ildizning taqribiy qiymati berilgan aniqlikda hisoblanadi.

Oralikni ikkiga bo‘lish usuli. $[a, b]$ – ildiz joylashgan oralik kesmasi bo‘lsin. $f(x)$ funksiya $[a, b]$ da uzluksiz va kesma uchlarida turli ishorali qiymatlarni qabul qilsin $f(a) \cdot f(b) < 0$. Bu usulda uchlarida berilgan funksiya turli ishorali qiymatlarni qabul qiladigan, ichma-ich joylashgan oraliklar ketma-ketligini hosil

qilishimiz kerak. Har bir keyingi kesma oldingisini teng ikkiga bo'lish orqali hosil qilinadi.

Deylik, k - qadamda shunday $[a^{(k)}, b^{(k)}]$ kesma topilgan bo'lsinki, uning uchlarida berilgan funksiya turli ishorali qiymatlar qabul qilsin, ya'ni $f(a^{(k)}) \cdot f(b^{(k)}) < 0$ tengsizlik bajarilsin. Oralikni yana ikkiga bo'lamiz $c^{(k)} = \frac{a^{(k)} + b^{(k)}}{2}$. Agar $f(c^{(k)}) = 0$, bo'lsa, $c^{(k)}$ – topilgan ildiz bo'ladi. Agar tenglik bajarilmasa, hosil bo'lgan oraliklarning uchlarida funksiya qiymatlarini tekshiramiz. Qaysi birining uchlarida funksiya turli ishorali qiymatlar qabul qilsa, shu oralikni tanlaymiz:

$$a^{(k+1)} = a^{(k)}, b^{(k+1)} = c^{(k)}, \text{ yesli } f(a^{(k)}) \cdot f(c^{(k)}) < 0$$

$$a^{(k+1)} = c^{(k)}, b^{(k+1)} = b^{(k)}, \text{ yesli } f(a^{(k)}) \cdot f(c^{(k)}) > 0$$

Bu jarayon kesmaning uzunligi 2ε dan kichik bo'lguncha davom etadi va tenglama ildizi sifatida oralikning o'rtasidagi qiymat olinadi.

Teorema. $f(x)$ funksiya $[a, b]$ da uzluksiz va kesma uchlarida turli ishorali qiymatlarni qabul qilsin $f(a) \cdot f(b) < 0$. U holda, oralikni ikkiga bo'lish usuli yaqinlashadi va xatolik uchun quyidagi baho o'rinli bo'ladi:

$$|x^{(k)} - \bar{x}| \leq (b^{(k)} - a^{(k)}) / 2 = (b - a) / 2^{k+1}.$$

Nyuton metodi (urinmalar metodi). Nyuton metodi tenglamalarni sonli yechishning juda ham effektiv metodidir. Bu metodning afzalligi shundan iboratki, hisoblash sxemasi murakkab bo'lmagan holda ketma-ket yaqinlashishlar ildizga tez yaqinlashadi.

Bu metod chiziqli bo'lmagan tenglamalarni yechish masalasini chiziqli masalalarning ketma-ketligini yechishga olib keladi. Buning uchun berilgan

tenglamadan uning bosh chiziqli qismi ajratib olinadi. Bizga

$$f(x) = 0$$

Tenglama va uning ildiziga dastlabki yaqinlashish qiymati $x^{(0)}$

berilgan bo'lsin. Bu yerda $f(x)$ funksiyani yetarlicha silliq funksiya deb olamiz. Odatdagidek tenglamaning aniq ildizini ξ orqali belgilaymiz.

Endi $\xi = x^{(0)} + h$ deb olib, $f(x)$ funksiyaning $x^{(0)}$ nuqta atrofidagi Teylor qatori yoyilmasidagi dastlabki ikkita xadini olib nolga tenglashtirsak, h ga nisbatan quyidagi

$$0 = f(x^{(0)} + h) \approx f(x^{(0)}) + f'(x^{(0)}) \cdot h$$

Chiziqli tenglamaga ega bo'lamiz. Bu tenglamani yechib, h xatoning taqribiy qiymatini topamiz:

$$h_0 = -\frac{f(x^{(0)})}{f'(x^{(0)})}.$$

Bu tuzatmani $\xi = x^{(0)} + h$ ga keltirib qo'yib, navbatdagi yaqinlashish

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \frac{f(x^{(0)})}{f'(x^{(0)})}.$$

ni topamiz. Xuddi shunga o'xshash

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \frac{f(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})}. \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

ketma-ket yaqinlashishlarni hosil qilamiz. Bu formulalar yordamida Nyuton ketma-ketligini hosil qilish uchun $x^{(n)}$ lar $f(x)$ funksiyaning aniqlanish sohasida

yotishi va ular uchun $f'(x^{(n)}) \neq 0$ bo'lishi kerak.

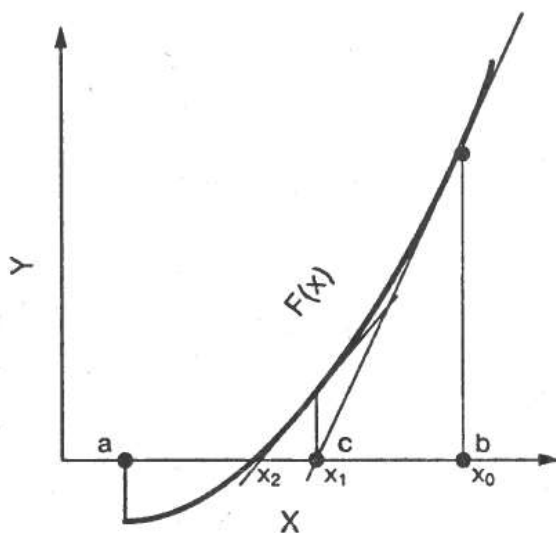
Nyuton metodining hisoblash formulasi quyidagicha:

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \frac{f(x^{(n)})}{f'(x^{(n)})}. \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

Bu ifodaga Nyuton metodining modifikatsiyasi deb ataladi.

Iteratsion jarayon berilgan $\varepsilon > 0$ aniqlikda $|x^{(n)} - x^{(n-1)}| < \varepsilon$ shart bajarilguncha davom ettiriladi.

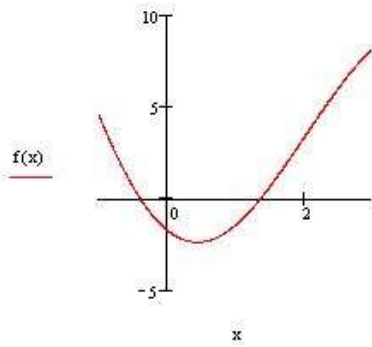
Nyuton metodining geometrik ma'nosi. Tenglamaning $x^{(n+1)}$ ildiziga navbatdagi yaqinlashish $y=f(x)$ funksiya grafigiga $(x^{(n)}, f(x^{(n)}))$ nuqtada o'tkazilgan urinmaning OX o'qi bilan kesishish nuqtasi bo'ladi.



Berilgan tenglamalarni MathCad matematik paketi yordamida yechish.

1-misol. Tenglamani iteratsiyalar uchun qulay holga keltirish

$$f(x) = x^2 - 3 \cdot x + 3.25 - 5 \cdot \cos(x)$$



Tenglamaning $[-0.4, 0]$ oralikdagi ildizini topish kerak.

$$f(-0.4) = 4.695 \times 10^{-3}$$

$$f(0) = -1.75$$

Tenglama ildizini root funksiyasi yordamida topamiz:

$$x0 := 0$$

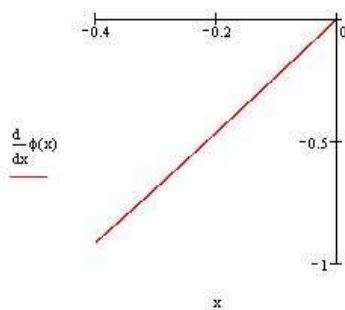
$$\text{TOL} := 10^{-10}$$

$$\text{root}(f(x0), x0) = -0.3991826759$$

1 -usul. Tenglamani quyidagi ko‘rinishga keltiramiz $x = \varphi(x)$, bunda $\varphi(x) := (x^2 - 5 \cdot \cos(x) + 3.25) / 3$

Yaqinlashish shartini tekshiramiz: $\frac{d}{dx} \varphi(x) \rightarrow \frac{2}{3} \cdot x + \frac{5}{3} \cdot \sin(x)$

Hosilaning grafigi



Iteratsion funksiya modulining maksimal qiymatiga oralikning chap uchida erishiladi

$$\phi1(x) := \frac{d}{dx} \phi(x)$$

$$q1 := |\phi1(-0.4)|$$

$$q1 = 0.916$$

$$x0 := -0.4$$

$x = \varphi(x)$ formula bo‘yicha 3ta iteratsiya bajaramiz

1 iteratsiya	$x0 := -0.4$	$y := \phi(x0)$	$y = -0.39843499$
--------------	--------------	-----------------	-------------------

2 iteratsiya	$x0 := -0.39843499$	$y := \phi(x0)$	$y = -0.3998653686$
--------------	---------------------	-----------------	---------------------

3 iteratsiya	$x0 := -0.3998653686$	$y := \phi(x0)$	$y = -0.3985582517$
--------------	-----------------------	-----------------	---------------------

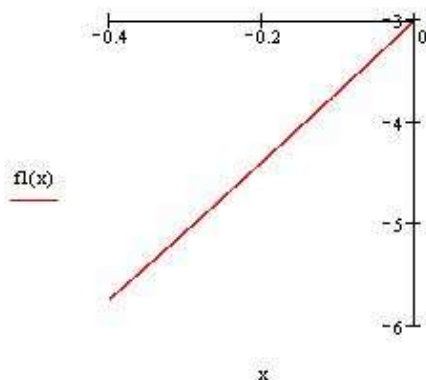
Topilgan qiymatning xatoligi quyidagicha:

$$|y - (-0.3991826759)| = 6.244 \times 10^{-4}$$

2 -usul. Tenglamani $x = x - \alpha f(x)$ ko‘rinishiga keltiramiz, bunda iteratsion funksiya $\varphi(x) = x - \alpha f(x)$, α -iteratsion parametr.

$$\frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 2 \cdot x - 3 + 5 \cdot \sin(x)$$

Funksiya xosilasining grafigi Xosila o‘zining makimal va minimal qiymatlariga oralikning uchlarida erishadi



$$m := f(-0.4)$$

$$m = -5.747$$

$$M := f(0)$$

$$M = -3$$

$$\alpha := \frac{2}{m + M}$$

$$\alpha = -0.229$$

$$q := \left| \frac{M - m}{m + M} \right|$$

$$q = 0.314$$

$x = \varphi(x) = x - \alpha f(x)$ formula yordamida 3ta iteratsiya bajaramiz

$$\phi(x) := x - \alpha \cdot f(x)$$

1 iteratsiya $x_0 := -0.4$ $y := \phi(x_0)$ $y = -0.3989264935$

2 iteratsiya $x_0 := -0.3989264935$ $y := \phi(x_0)$ $y = -0.3992627662$

3 iteratsiya $x_0 := -0.3992627662$ $y := \phi(x_0)$ $y = -0.399157617$

Topilgan qiymatning xatoligi quyidagicha:

$$|y - (-0.3991826759)| = 2.506 \times 10^{-5}$$

2.4. Matritsalar ustida amallar

Matritsani berilish usullari.

Maple da matritsani bir necha hil usulda berish mumkin.

1) Matrix palitrasi yordamida, u yerda matritsaning satr va ustunlari sonini ko'rsatish va shablonni qo'yish mumkin (Insert Matrix). Hosil bo'lgan shablonni qiymatlar bilan to'ldirish mumkin.



2) $\langle\langle a_{11}, \dots, a_{1m} \rangle \langle a_{12}, \dots, a_{2m} \rangle \dots \langle a_{1m}, \dots, a_{nm} \rangle\rangle$ – ustunlar orqali berilgan $n \times m$ o'lchovli matritsa (ustun-vektorlardan tuzilgan) $\langle\langle a_{11} | \dots | a_{1m} \rangle, \langle a_{21} | \dots | a_{2m} \rangle, \dots, \langle a_{n1} | \dots | a_{nm} \rangle\rangle$ – satr-vektordan tuzilgan $n \times m$ matritsa

> A:=<<1 2 3><4 5 6><7 8 10> <11 12 13>:

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 11 \\ 2 & 5 & 8 & 12 \\ 3 & 6 & 10 & 13 \end{bmatrix}$$

>B:=<<1 2 3><4 5 6>>;

$$B := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Matrix([[a₁₁,a₁₂,...,a_{1m}],[a₂₁,a₂₂,...,a_{2m}],..., [a_{n1},a_{n2},...,a_{nm}]])
yoki **Matrix**(n, m, [[a₁₁,a₁₂,...,a_{1n}], [a₂₁,a₂₂,...,a_{2m}], ..., [a_{n1},a_{n2},...,a_{nm}]]) konstruktor burug'i yordamida.

Masalan:

>M:=([[1,2], [3,4])

$$M := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

>C:=(3,4,[1,2,3,4], [5,6,7,8], [9,10,11,12])

$$C := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

Matritsa elementlarini funksiya orqali berish

>f := (i,j) → i + j; (3,f)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Matritsa shaklini aniqlash uchun opsiyalardan foydalanish

> 3, {(1,1) = 50, (1,2) = 60}, fill = 1, =)

$$\begin{bmatrix} 50 & 60 & 1 \\ 60 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Yuqori uchburchakli matritsani aniqlash

> (3, fill=1, =)

$$\begin{bmatrix} & & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Diagonal matritsani aniqlash

> (3, ([1,2,3], [=])

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Boshqa misollar

> (3,3,A,fill = 87)

$$\begin{bmatrix} 2 & 87 \\ 3 & 4 & 87 \\ 87 & 87 & 87 \end{bmatrix}$$

Maple da maxsus ko‘rinishdagi matritsalarini qo‘shimcha buyruqlar yordamida generatsiyalash mumkin. **LinearAlgebra** paketida maxsus ko‘rinishdagi matritsalarini generatsiyalash uchun quyidagi buyruqlar mavjud:

BandMatrixDiagonalMatrix

BezoutMatrixGivensRotationMatrix

ConstantMatrix

HankelMatrix

HilbertMatrix

SylvesterMatrix

HouseholderMatrix

ToeplitzMatrix

IdentityMatrix

VandermondeMatrix

JordanBlockMatrix

ZeroMatrix

RandomMatrix

ScalarMatrix

Misol 2.1.

> **with(LinearAlgebra);**

Nollik matritsa

> **ZeroMatrix(3);**

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nollik vektor

> **ZeroVector(2);**

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Birlik vektor

UnitVector(i, d) zadayet vektor dlini **d**s yedinitsey na pozitsii **i** > **UnitVector(2, 3);**

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Birlik matritsa

> **IdentityMatrix(2);**

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Diagonal matritsa

> **DiagonalMatrix([a, b, c]);**

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

Butun sonli tasodifiy kvadrat matritsa

> **RandomMatrix(3);**

$$\begin{bmatrix} 27 & 99 & 92 \\ 8 & 29 & 31 \\ 69 & 44 & 67 \end{bmatrix}$$

> **ConstantMatrix(n,4,outputoptions=[shape=triangular[upper]]);**

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Matritsa o'lchamini aniqlash

LinearAlgebra paketida quyidagi buyruqlar mavjud:

- **Dimension(A)** – matritsa yoki vektor o'lchamlari
- **RowDimension(A)** – matritsa satrlari soni
- **ColumnDimension(A)** – matritsa ustunlari soni

Matritsa satrlari va ustunlari ustida amallar

LinearAlgebra paketida quyidagi buyruqlar mavjud:

DeleteRow(A, L, outopts) –A matritsa satrini o'chirish

DeleteColumn(A, L, outopts) –A matritsa ustunini o'chirish

L – o'chirilayotgan satr(Ustunlar) ning raqami oraliq yoki ro'yxat ko'rinishida bo'lishi mumkin

Row(A, L, outopts) –A matritsa satrlarini ajratib olish

Column(A, L, outopts) –A matritsa ustunlarini ajratib olish

L – ajratib olinayotgan satr raqamlari oraliq yoki ro‘yxat ko‘rinishida bo‘lishi mumkin

RowOperation(A, [ri,rj]) –A matritsaning **ri** va **rj** satrlarini o‘rin almashtirish

ColumnOperation(A, [ci,cj]) –**ci** va **cj** utunlarning o‘rnini almashtirish

RowOperation(A, [ri,rj],expr) –**ri**: **ri:=ri+rj*expr** satrni o‘zgartirish, bu yerda **expr** – son yoki ifoda

ColumnOperation(A, [ci,cj],expr) –**ci** ustunni o‘zgartirish

ci:=ci+cj*expr,

bu yerda **expr** – son yoki ifoda, ustunlarni qo‘shish

RowOperation(A, r,expr) –**r** satrni **expr**: **r:=r*expr** ga ko‘paytirish

ColumnOperation(A, c,expr) –s ustunni expr ifodaga ko‘paytirish:
c:=c*expr

Matritsalarini qo‘shish

Bir xil o‘lchamli matritsalarini qo‘shish vektorlarni qo‘shish singari buyruqlar orqali amalga oshiriladi. **LinearAlgebra** paketida matritsalar oddiy + amali orqali yuajariladi.

Matritsalarini ko‘paytirish

Matritsani songa ko‘paytirish oddiy * amali yordamida amalga oshiriladi, masalan

$$\triangleright a := \begin{bmatrix} 93 & 43 \\ 19 & 37 \end{bmatrix}$$

$\triangleright 12a$

$$\begin{bmatrix} 1116 & 516 \\ 228 & 444 \end{bmatrix}$$

Vektor va matritsalarining nokommutativ ko‘paytirilishi. (nuqta) yordamida amalga oshiriladi, masalan

$$\triangleright a := \begin{bmatrix} 93 & 43 \\ 19 & 37 \end{bmatrix} \quad b := \begin{bmatrix} 48 & 20 \\ 19 & 37 \end{bmatrix}; \quad c := \langle 23, 6 \rangle$$

$\triangleright a \cdot c$

$$\begin{bmatrix} 2397 \\ 659 \end{bmatrix}$$

A.B –matritsa va vektorlarning matritsali ko‘paytirilishi

Matritsani darajaga ko‘tarish ^ amali yordamida bajariladi, masalan:

$\triangleright a^3$

$$\begin{bmatrix} 986548 & 613868 \\ 271244 & 187092 \end{bmatrix}$$

Shuningdek **LinearAlgebra** paketida quyidagi buyruqlar mavjud:

MatrixVectorMultiply(A, u) –A matritsani u vektorga ko‘paytirish

MatrixMatrixMultiply(A, B) – A matritsani B matritsaga ko‘paytirish

Umumiy buyruq: **Multiply(A,B)** – ikkinchi argument sifatida matritsa yoki vektorni ko‘rsatish mumkin

\triangleright **with(LinearAlgebra): A := Matrix([[1, 2], [3, 4]]); B := Matrix(2, [10, 20, 30, 40]);**

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{bmatrix} 10 & 20 \\ 30 & 40 \end{bmatrix}$$

> **A+B;**

$$\begin{bmatrix} 11 & 22 \\ 33 & 44 \end{bmatrix}$$

MatrixMatrixMultiply(A, B)

$$\begin{bmatrix} 70 & 100 \\ 150 & 220 \end{bmatrix}$$

> **MatrixVectorMultiply(A, v);**

$$\begin{bmatrix} 400 \end{bmatrix}$$

Determinant, minor va algebraik to'ldirmalar. Matritsa rangi va izi

LinearAlgebra paketida quyidagi buyruqlar mavjud:

Determinant(A) –A matritsa determinantini hisoblash

Minor(A, r, c, out, meth, outopts) –A matritsaning A[i,j] elementiga nisbatan minorni berish, bu yerda **out** natijani **output=matrix** yeki/va

output=determinant (determinant) ko‘rinishda beradi, **meth** – determinant hisoblash usuli

Rank(A) – matritsa rangi

Trace(A) – matritsa izi(diagonal elementlar yig‘indisi)

LinearAlgebra paketi buyruqlaridan foydalanishga misollar:

> **with(LinearAlgebra):A:=Matrix([[4,0,5],[0,1,-6],[3,0,4]]);**

$$A := \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 6 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

> **Determinant(A);**

1

> **Minor(A,3,2);**

24

> **Minor(A,3,2,output=matrix);**

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$$

> **Trace(A);**

9

Rank(A);

3

Teskari va transponent matritsa.

$A^{-1}A=AA^{-1}=YE$, bu yerda YE birlik matritsa munosabatni qanoatlantiruvchi teskari A^{-1} matritsani quyidagicha hisoblash mumkin:

LinearAlgebra paketining MatrixInverse(A) buyrug‘i yordamida

> **with(LinearAlgebra):MatrixInverse(A);**

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -5 \\ -18 & 1 & 24 \\ -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

evalm(1/A);

1) **inverse(A).**

A matritsani transponerlash – bu satr va ustunlarni o‘rin almashtirish. Natijada hosil bo‘lgan matritsa transponenlangan deyiladi va A^T orqali belgilanadi.

Transponenlangan matritsani hisoblash uchun

1) darajaga ko‘tarish %T

2) **Transpose(A)** buyrug‘idan foydalaniladi

>d:=<1,2,3>:

$$d^{%T}$$
$$[1\ 2\ 3]$$

> **with(LinearAlgebra); A := Matrix([[1, 2], [3, 4]]);**

> **A^%T;**

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

> **Transpose(A);**

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

> **W := Matrix([[1+2*I, I], [3-4*I, -I]]);**

$$W := \begin{bmatrix} 1 + 2I & I \\ 3 - 4I & I \end{bmatrix}$$

Nazorat savollari:

1. Matematik paketlarda ifodalar va funksiyalar qanday beriladi?
2. Algebra va sonlar nazariyasi masalalarini yechish uchun qanday buyruqlar ishlatiladi?
3. Tenglamalar sistemasi va tenglamalarni yechish usullarini tushuntiring.
4. Matritsalar ustida qanday amallarni bajarish mumkin?

3-ma'ruza. Maple tizimida funksiya grafigini chizish. Funksiya grafigi parametrlarini sozlash.

Reja

1. Maple tizimida funksiya grafigini chizish.
2. Funksiya grafigi parametrlarini sozlash.
3. Animatsiya.
4. Differensiallash, integrallash.
5. Qatorlar, limitlarni hisoblash.

N	Komandalar	Grafigi chiziladigan funksiya
1	<code>plot(f(x),x=a..b, y=c..d, params)</code>	$f(x), x=a..b, y=c..d$
2	<code>plot([y=y(t),x=x(t),t=a..b], params)</code>	$y=y(t), x=x(t), t=a..b$
3	<code>implicitplot(F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2)</code>	$F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2$
4	<code>implicitplot(F(x,y)=0,G(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2)</code>	$F(x,y)=0, G(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2$
5	<code>inequals({f1(x,y)>c1,...,fn(x,y)>cn}, x=x1...x2, y=y1..y2, options).</code>	$f1(x,y)>c1, \dots, fn(x,y)>cn$
6	<code>plot3d(f(x,y), x=x1...x2, y=y1...y2, options)</code>	$f(x,y), x=x1...x2, y=y1...y2$

7	plot3d([x(u,v), y(u,v), z(u,v)], u=u1..u2, v=v1..v2)	x(u,v), y(u,v), z(u,v), u=u1..u2, v=v1..v2
8	implicitplot3d(F(x,y,z)=c, x=x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2);	F(x,y,z)=c, x=x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2
9	spacecurve([x(t),y(t),z(t)],t=t1..t2)	x(t),y(t),z(t)],t=t1..t2
10	animate ,animate3d	Animasiya yaratish

Ikki o'lovli grafiklar

Maple da oshkor, parametrik, oshkormas ko'inishda berilgan bir va ikki o'zgaruvchili funksiyalarning grafiklari nihoyatda chiroyli chizish mumkin. $f(x)$ oshkor funksiyani Ox o'qining $a \leq x \leq b$ kesmasida va Oy o'qining $c \leq y \leq d$ kesmasidv grafigini chizish uchun `plot(f(x),x=a..b, y=c..d, params)` komandasi ishlatiladi, bu yerda params-tasvirni boshqarish uchun ishlatiladigan parametrlar. Ular quyidagilardan iborat:

№	Parametr	ma'nosi
1	title="text"	Tasvirga nom berish, nom lotincha bilsa probelsiz
2	coords=polar	Qutb koordinatlariga o'tish, yozilmasa dekart k.s.
3	axes=NORMAL axes=BOXED axes=FRAME axes=NONE	-oddiy o'qlar \ \ Koordinata o'qlarini berish -shkalali o'qlar -o'qlarning boshi quyi chap burchakda -o'qlar yo'q
4	asaling=CONSTRIINED asaling=UNCONSTRIINED	-o'qlarga bir xil masshtab berish - o'qlar masshtabi oyna o'lchamiga mos
5	style=LINE style=POINT	-chiziqlar bilan chiqarish -nuqtalar bilan chiqarish
6	numpoints=n (n=49 berilmasa)	-hisoblanadigan nuqtalar soni

7	color=rang nomi (yellow,...)	-chiziqlarda rang berish
8	xticmarks=nx, yticmarks=ny	Ox va Oy o'qlarda nuqtalar sonini berish
9	thickness=n, n=1,2,...	-chiziq qalinligini berish
10	linestyle=n (n=1-uzluksiz)	-chiziq tipini berish, uzluksiz, punktir
11	symbol=s (BOX, CROSS, CIRCLE, POINT, DIAMOND)	- nuqtani beradigan simvol tipini berish
12	font=[f,style, size]	Matn shrifti tipini berish, f-shrift nomi: TIMES, COURIER, HELVITICA, SYMBOL; style- shrift stili: BOLD, ITALIC, UNDERLINE; size-shrift o'lchami
13	Labels=[tx,ty]	Ox ga tx, Oy ga ty deb yozishga ruxsat berish
14	discont=true	Cheksiz uzilishlarni tasvirlashga ruxsat berish

Plot komandasi yordamida $y=f(x)$ funksiya parametrik ko'rinishda $x=x(t), y=y(t)$ berilsa ham grafigini chizish mumkin:

`plot([y=y(t),x=x(t),t=a..b], params).`

Oshkormas ko'rinishda berilgan funksiya grafigini chizish

$F(x, y) = 0$ oshkormas ko'rinishda berilgan funksiya grafigini chizish uchun plots paketidan `implicitplot` komandasi ishlatiladi: `>implicitplot(F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2).`

Tasvirga komentariylar berish

plots paketida `textplot([xo,yo,'text'], options)` komandasi yordamida tasvirda xo, yo koordinatali nuqtadan boshlab text komentariysini chiqariladi.

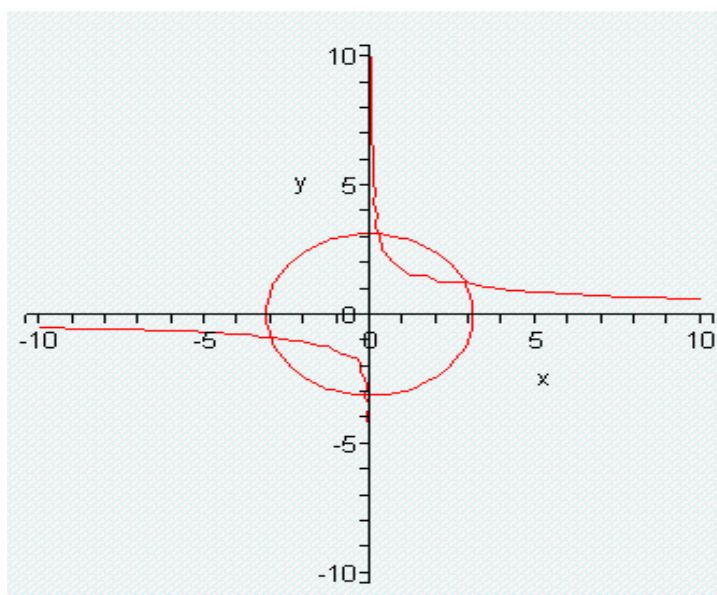
Bitta tasvirda bir necha grafikni chiqarish.

Ba'zan bitta grafikda bir necha grafik obyektlarni joylashtirish zarur bo'ladi. Masalan,

Ba'zan bitta grafikda bir necha grafik obyektlarni joylashtirish zarur bo'ladi. Masalan,

```
> e:={x^2+y^2-10=0,x*y^3-y-4=0};
```

```
with(plots):implicitplot(e,x=-10..10,y=-10..10);
```



Bunday grafiklar chizish tenglamalar sistemasini yechishda kerak bo'ladi.

Yana plot komandasi bilan chizilgan grafikka textplot komandasi bilan yaratilgan yozuvni qo'shish kerak bo'lsin. U holda komandalarning natijalari o'zgruvchilarga beriladi, so'ng plots paketining komandasi display orqali ekranga chiqariladi:>p:=plot(...): t:=textplot(...):

```
> with(plots): display([p,t], options);
```

Tengsizliklar bilan berilgan sohani chizish

$f_1(x, y) > c_1, f_2(x, y) > c_2, \dots, f_n(x, y) > c_n$ tengsizliklar bilan berilgan sohani chizish uchun `plots` paketidan `inequal` komandasini ishlatish kerak:

`inequal({f1(x,y)>c1,...,fn(x,y)>cn}, x=x1...x2, y=y1..y2, options).`

- `optionsfeasible=(color=red)` – ichki sohaga rang berish;
- `optionsexcluded=(color=yellow)` – tashqi sohaga rang berish;
- `optionsopen(color=blue, thickness=2)` – sohaning ochiq chegarasini chizig'i uchun rang va chiziq qalinligini berish;
- `--optionsclosed(color=green,thickness=3)` – sohaning yopiq chegarasini chizig'i uchun rang va chiziq qalinligini berish;

Sirtni chizish. Oshkor ko'rinishda berilgan sirtni chizish

$z=f(x,y)$ oshkor ko'rinishda berilgan sirtni chizish uchun `plot3d(f(x,y), x=x1...x2, y=y1...y2, options)` komandasi ishlatiladi. Parametrlarning ma'nolari quyidagicha:

№	Parametr nomi	Ma'nosi
1	$x=x1...x2,$ $y=y1...y2$	grafik chizilayotgan soha
2	<code>light=[angl1,</code> <code>angl2, c1, c2, c3]</code>	(<code>angl1, angl2</code>)-nuqtaning sferik koordinatalari, bu nuqtadan ranglari (<code>c1, c2, c3</code>) ga teng bo'lgan yorug'lik nuri tovlanadi
3	<code>style=opt</code>	chizmaning stilini beradi, <code>POINT</code> –nuqta uchun, <code>LINE</code> – chiziq uchun, <code>HIDDEN</code> – chiziqlari o'chirilgan to'r uchun, <code>PATCH</code> – to'ldiruvchi, <code>WIREFRAME</code> – chiziqlari ko'rinmas to'rni chiqarish, <code>CONTOUR</code> – Sirtning o'zgarmas qiymatlari sohasi, <code>PATCHCONTOUR</code> –to'ldiruvchi va Sirtning o'zgarmas qiymatlari sohasini berish.
4	<code>shading=opt</code>	to'ldiruvchining intensivlik funksiyasini beradi, uning qiymati odatda <code>xyz</code> ga teng
5	<code>NONE</code>	boyalmagan sirtni berish

Parametrli ko'rinishda berilgan sirtni chizish

Parametrli $x=x(u,v)$, $y=y(u,v)$, $z=z(u,v)$ ko'rinishda berilgan sirtni chizish uchun quyidagi komanda mavjud:

```
plot3d([x(u,v), y(u,v), z(u,v)], u=u1..u2, v=v1..v2);
```

Oshkormas ko'rinishda berilgan sirtni chizish

Oshkormas $F(x,y,z)=c$ ko'rinishda berilgan sirtni chizish uchun plot paketiga qarashli quyidagi komanda mavjud:

```
implicitplot3d(F(x,y,z)=c, x=x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2);
```

Fazoviy chiziqlarni chizish

Fazoviy $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$, $t_1 \leq t \leq t_2$, chiziqlarni chizish uchun plot paketiga qarashli quyidagi komanda mavjud:

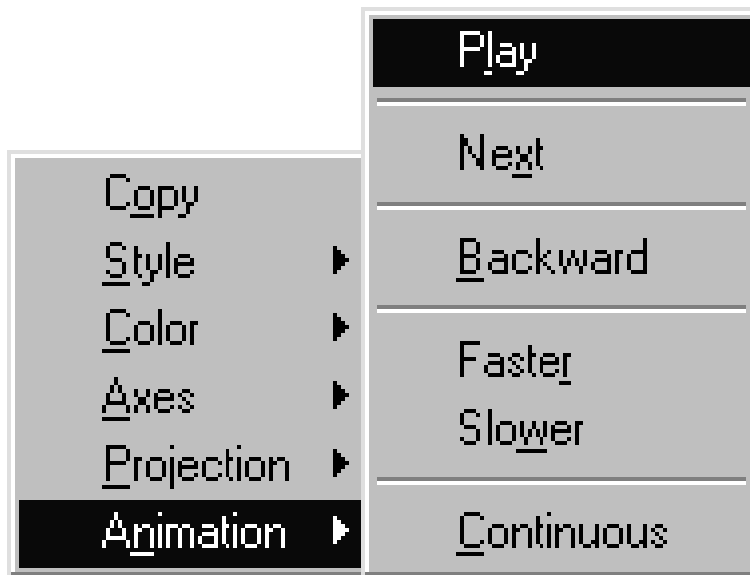
```
> spacecurve([x(t),y(t),z(t)],t=t1..t2);
```

Animatsiya

Maple da animate (ikki o'lchovli) animate3d (uch o'lchovli) komandalari yordamida tasvirlarni harakatlantirish mumkin. Animasiyani yaratish komandalarning kontekst menyulari orqali amalga oshiriladi.



> `animate3d(cos(t*x)*sin(t*y), x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi, t=1..2);`



N	Komandalar	Grafigi chiziladigan funksiya
1	<code>plot(f(x),x=a..b, y=c..d, params)</code>	<code>f(x),x=a..b, y=c..d</code>

2	plot([y=y(t),x=x(t),t=a..b], params)	y=y(t),x=x(t),t=a..b
3	implicitplot(F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2)	F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2
4	implicitplot(F(x,y)=0,G(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2)	F(x,y)=0,G(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2)
5	inequals({f1(x,y)>c1,...,fn(x,y)>cn}, x=x1...x2, y=y1..y2, options).	f1(x,y)>c1,...,fn(x,y)>cn
6	plot3d(f(x,y), x=x1...x2, y=y1...y2, options)	f(x,y), x=x1...x2, y=y1...y2
7	plot3d([x(u,v), y(u,v), z(u,v)], u=u1..u2, v=v1..v2)	x(u,v), y(u,v), z(u,v), u=u1..u2, v=v1..v2
8	implicitplot3d(F(x,y,z)=c, x=x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2);	F(x,y,z)=c, x=x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2
9	spacecurve([x(t),y(t),z(t)],t=t1..t2)	x(t),y(t),z(t),t=t1..t2
10	animate ,animate3d	Animatsiya yaratish

Ikki o'lchovli grafiklar

Maple da oshkor, parametrik, oshkormas ko'rinishda berilgan bir va ikki o'zgaruvchili funksiyalarning grafiklari nihoyatda chiroyli chizish mumkin. $f(x)$ oshkorfunksiyani Ox o'qining $a \leq x \leq b$ kesmasida va Oy o'qining $c \leq y \leq d$ kesmasida grafisini chizish uchun `plot(f(x),x=a..b, y=c..d, params)` komandasi ishlatiladi, bu yerda params-tasvirni boshqarish uchun ishlatiladigan parametrlar. Ular quyidagilardan iborat:

№	Parametr	ma'nosi
1	title="text"	Tasvirga nom berish, nom lotincha bo'lsa probelsiz
2	coords=polar	Qutb koordinatlariga o'tish, yozilmasa dekart k.s.

3	axes=NORMAL axes=BOXED axes=FRAME axes=NONE	-oddiy o'qlar \ \ Koordinata o'qlarini berish -shkalali o'qlar -o'qlarning boshi quyi chap burchakda -o'qlar yo'q
4	asaling=CONSTAINED asaling=UNCONSTAINED	-o'qlarga bir xil masshtab berish - o'qlar masshtabi oyna o'lchamiga mos
5	style=LINE style=POINT	-chiziqlar bilan chiqarish -nuqtalar bilan chivarish
6	numpoints=n (n=49 berilmasa)	-hisoblanadigan nuqtalar soni
7	color=rang nomi (yellow,...)	-chiziqlarga rang berish
8	xticmarks=nx, yticmarks=ny	Ox va Oy o'qlarda nuqtalar sonini berish
9	thickness=n, n=1,2,...	-chiziq qalinligini berish
10	linestyle=n (n=1-uzluksiz)	-chiziq tipini berish, uzluksiz, punktir
11	symbol=s (BOX, CROSS, CIRCLE, POINT, DIAMOND)	- nuqtani beradigan simvol tipini berish
12	font=[f,style, size]	matn shrifti tipini berish, f-shrift nomi: TIMES, COURIER, HELVITICA, SYMBOL; style- shrift stili: BOLD, ITALIC, UNDERLINE; size-shrift o'lchami
13	Labels=[tx,ty]	Ox ga tx, Oy ga ty deb yozishga ruxsat berish
14	discont=true	Cheksiz uzilishlarni tasvirlashga ruxsat berish

Plot komandasi yordamida $y=f(x)$ funksiya parametrik ko'rinishda $x=x(t), y=y(t)$ berilsa ham grafigini chizish mumkin:

`plot([y=y(t),x=x(t),t=a..b], params).`

Oshkormas ko'rinishda berilgan funksiya grafigini chizish

$F(x, y) = 0$ oshkormas ko'rinishda berilgan funksiya grafigini chizish uchun plots paketidan `implicplot` komandasi ishlatiladi:

```
>implicitplot(F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2).
```

Tasvirga komentariylar berish

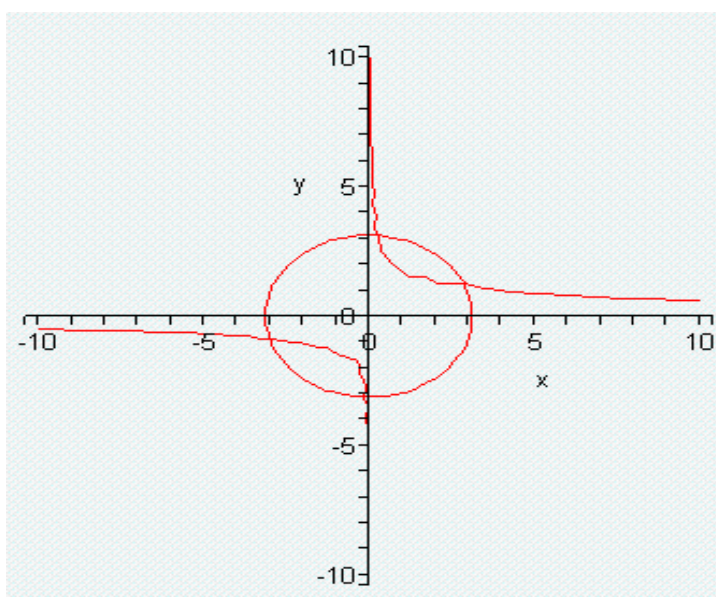
plots paketida `textplot([xo,yo,'text'], options)` komandasi yordamida tasvirda xo, yo koordinatali nuqtadan boshlab 'text' komentariysini chiqariladi.

Bitta tasvirda bir necha grafikni chiqarish

Ba'zan bitta grafikda bir necha grafik obektlarni joylashtirish zarur bo'ladi. Masalan,

```
> e:={x^2+y^2-10=0,x*y^3-y-4=0};
```

```
with(plots):implicitplot(e,x=-10..10,y=-10..10);
```



Bunday grafiklar chizish tenglamalar sistemasini yechishda kerak bo'ladi.

Yana plot komandasi bilan chizilgan grafikka textplot komandasi bilan yaratilgan yozuvni qo'shish kerak bo'lsin. U holda komandalarning natijalari o'zgruvchilarga beriladi, so'ng plots paketining komandasi display orqali ekranga chiqariladi:

```
>p:=plot(...): t:=textplot(...):
> with(plots): display([p,t], options);
```

Tengsizliklar bilan berilgan sohani chizish

$f_1(x, y) > c_1, f_2(x, y) > c_2, \dots, f_n(x, y) > c_n$ tengsizliklar bilan berilgan sohani chizish uchun plots paketidan `inequal` komandasini ishlatish kerak:

```
inequal({f1(x,y)>c1,...,fn(x,y)>cn}, x=x1...x2, y=y1..y2, options).
```

- `optionsfeasible=(color=red)` – ichki sohaga rang berish;
- `optionsexcluded=(color=yellow)` – tashqi sohaga rang berish;
- `optionsopen(color=blue, thickness=2)` – sohaning ochiq chegarasini chizig'i uchun rang va chiziq qalinligini berish;
- `--optionsclosed(color=green,thickness=3)` – sohaning yopiq chegarasini chizig'i uchun rang va chiziq qalinligini berish;

Sirtni chizish. Oshkor ko'rinishda berilgan sirtni chizish

$z=f(x,y)$ oshkor ko'rinishda berilgan sirtni chizish uchun `plot3d(f(x,y), x=x1...x2, y=y1...y2, options)` komandasi ishlatiladi. Parametrlarning ma'nolari quyidagicha:

№	Parametr nomi	Ma'nosi
1	$x=x1...x2,$ $y=y1...y2$	grafik chizilayotgan soha
2	<code>light=[angl1,</code> <code>angl2, c1, c2, c3]</code>	(<code>angl1, angl2</code>)-nuqtaning sferik koordinatalari, bu nuqtadan ranglari (<code>c1, c2, c3</code>) ga teng bo'lgan yorug'lik nuri tovlanadi
3	<code>style=opt</code>	chizmaning stilini beradi, <code>POINT</code> –nuqta uchun, <code>LINE</code> – chiziq uchun, <code>HIDDEN</code> – chiziqlari o'chirilgan to'r uchun, <code>PATCH</code> – to'ldiruvchi, <code>WIREFRAME</code> – chiziqlari ko'rinmas to'rni chiqarish, <code>CONTOUR</code> –

- Sirtning o'zgarmas qiymatlari sohasi, PATCHCONTOUR –to'ldiruvchi va Sirtning o'zgarmas qiymatlari sohasini berish.
- 4 shading=opt to'ldiruvchining intensivlik funksiyasini beradi, uning qiymati odatda xyz ga teng
- 5 NONE boyalmagan sirtni berish

Parametrli ko'rinishda berilgan sirtni chizish

Parametrli $x=x(u,v)$, $y=y(u,v)$, $z=z(u,v)$ ko'rinishda berilgan sirtni chizish uchun quyidagi komanda mavjud:

```
plot3d([x(u,v), y(u,v), z(u,v)], u=u1..u2, v=v1..v2);
```

Oshkormas ko'rinishda berilgan sirtni chizish

Oshkormas $F(x,y,z)=c$ ko'rinishda berilgan sirtni chizish uchun plot paketiga qarashli quyidagi komanda mavjud:

```
implicitplot3d(F(x,y,z)=c, x=x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2);
```

Fazoviy chiziqlarni chizish

Fazoviy $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$, $t_1 \leq t \leq t_2$, chiziqlarni chizish uchun plot paketiga qarashli quyidagi komanda mavjud:

```
> spacecurve([x(t),y(t),z(t)],t=t1..t2);
```

Differensial, integral

Maple da limit, hosila, integral va yana ba'zi amallarni bajarish uchun ikki xil komanda mavjud: birida komanda darhol bajariladi va ekranga natija chiqariladi, ikkinchisida esa amal bajarilmaydi va ekranga komandaning o'zi chiqariladi, bu Maple yordamida o'quvchiga o'qishi uchun qulay hujjat yaratish imkoniyatini beradi va uni bajarilishi kechiktirilgan komanda yoki inert komanda deyiladi. Ikkala komanda bir xil yoziladi, faqatgina inert komanda bosh harf bilan yoziladi.

Amal nomi	Darhol bajariladigan komanda	Bajarilishi kechiktirilgan komanda	Matematik ma'nosi
limit	limit(f(x), x=a, par)	Limit(f(x), x=a, par)	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
hosila	diff(f(x),x)	Diff(f(x),x)	$\frac{\partial f(x)}{\partial x}$
integral	int(f(x), x)	Int(f(x), x)	$\int f(x)dx$
aniq integral	int(f(x), x=a..b)	Int(f(x), x=a..b)	$\int_a^b f(x)dx$

Hosilani hisoblash

Misollar.

$$2. > \text{Diff}(\sin(x^2),x)=\text{diff}(\sin(x^2),x); \quad \|\ \frac{\partial}{\partial x} \sin(x^2) = 2 \cos(x^2)x$$

$$3. > \text{Diff}(\cos(2*x)^2,x)=\text{diff}(\cos(2*x)^2,x);$$

$$\|\ \frac{\partial^4}{\partial x^4} \cos(2x)^2 = -128 \sin(2x)^2 + 128 \cos(2x)^2$$

$$> \text{simplify}(%); \quad \|\ \frac{\partial^4}{\partial x^4} \cos(2x)^2 = 256 \cos(2x)^2 - 128$$

$$> \text{combine}(%); \quad \|\ \frac{\partial^4}{\partial x^4} \cos(2x)^2 = 128 \cos(4x)$$

Differensial operator D(f)

Maple da differensial opeator ham mavjud: D(f), bu yerda f- argumenti ko'rsatilmagan funksiY. Masalan,

>D(sin); $\| \cos$

>D(sin) (Pi): eval(%); $\| -1$

>f:=x->ln(x^2)+exp(3*x):

>D(f); $\| x \rightarrow 2\frac{1}{x} + 3e^{(3x)}$

Integrallash

Misollar.1.

>Int((1+cos(x))^2, x=0..Pi)= int((1+cos(x))^2, x=0..Pi); $\| \int_0^{\pi} (1 + \cos(x))^2 dx = \frac{3}{2} \pi$

int(f, x, continuous)-komanda integrallash sohasidagi uzilish nuqtalarini hisobga olmaydi.

Agar $x=0..+\infty$ bo'lsa xosmas integrallar hisoblanadi.

Integralni sonli hisoblash uchun evalf(int(f, x=x1..x2), e) – e-aniqlik, komanda ishlatiladi.

2. $I(a) = \int_0^{+\infty} e^{-ax} dx = ?, a > 0 (a < 0, I(a) \rightarrow \infty).$

> Int(exp(-a*x),x=0..+infinity)= int(exp(-a*x),x=0..+infinity);

Definite integration: Can't determine if the integral is convergent. Need to know the sign of $--> a$. Will now try indefinite integration and then take limits.

$$\int_0^{+\infty} e^{-ax} dx = \lim_{x \rightarrow \infty} -\frac{e^{-ax} - 1}{a}$$

> assume(a>0);

> Int(exp(-a*x),x=0..+infinity)=int(exp(-a*x),x=0..+infinity); $\| \int_0^{+\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$

Integrallash usullarini o'rgatish

Maple da integrallash usullarini o'rgatadigan student maxsus paket mavjud, uning yordamida usulning har bir qadami interaktiv holda namoyish etiladi. Bunday usullarga bo'laklab integrallash `intparts` va o'zgaruvchini almashtirish usullari `changevar` kiradi:

`intparts(Int(f, x), u)` va `changevar(h(x)=t, Int(f, x), t)`. Oxirgi natija

`value(%)` komandasi bilan hosil qilinadi. student paketiga murojaat albatta `with(student)` komandasi bilan amalga oshiriladi. Bir necha misol ko'ramiz.

Funksiyani tekshirish

`iscont(f,x=x1..x2)`, `discont(f,x)`, `singular(f,x)`

Funksiyani tekshirishda avvalo uning aniqlanish sohasini topish kerak. So'ng uzluksizlik sohasini topish kerak.

Funksiyaning uzluksizligi va uzilish nuqtalari

Quyidagi komandalar mavjud:

`iscont(f,x=x1..x2)`- funksiya $[x1..x2]$ kesmada uzluksizligini tekshiradi, javob- `true` (ha) , `false` (yo'q) ko'rinishda chiqadi, jumladan, $x=-\infty..+\infty$, ya'ni butun sonlar o'qida tekshiriladi.

`discont(f,x)` – funksiyaning 1- va 2-tur uzilish nuqtalarini aniqlash,

`singular(f,x)` - funksiyaning 2-tur uzilish nuqtalarini aniqlash.

Bu komandalar standart bibliotekadan `readlib(name)`, bu yerda `name`-shu komandalardan birining nomi, komandasi orqali chaqiriladi. Bu holda yechimlar to'plam (`set`) ko'rinishda chiqadi, oddiy tengsizliklar yordamida javob olish uchun `convert` komandasi yordamida shakl o'zgartirish kerak.

Ekstremumlar. Funksiyaning eng katta va eng kichik qiymatlari

$\text{extrema}(f, \{ \text{cond} \}, x, 's')$ - $f(x)$ - ekstremumga tekshirilayotgan funksiya, $\{ \text{cond} \}$ - o'zgaruvchiga qoyilgan o'artlar, x -o'zgaruvchi, $'s'$ -ekstremal nuqtalarni qabul qiladigan o'zgaruvchi. Agar $\{ \}$ bo'lsa ekstremum butun sonlar o'qida qidiriladi.

> readlib(extrema):

> extrema(arctan(x)-ln(1+x^2)/2, { }, x, 'x0'); x0; $\backslash\left\{ \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln(2) \right\}$ (ekstremal qiymat)

$\{x = 1\}$ (ekstremal nuqta)

Afsuski bu nuqtadagi qiymat maksimum yoki minimummi bu yerda aniq emas.

Buning uchun ikkita maximize(f,x,x=x1..x2), minimize(f, x, x=x1..x2) komandalari ishlatiladi. Agar o'zgaruvchidan keyin, 'infinity' yoki x=-infinity..+infinity deb berilsa masala butun sonlar o'qida yechiladi. Misol,

> maximize(exp(-x^2), {x}); $\backslash\{1\}$

Bu komandalarning kamchiligi shundaki, ular ekstremal nuqtada funksiya qiymatini beradi, uning xarakteri (max yoki min) ni bermaydi. Shuning uchun, ekstremumning xarakteri (max yoki min) , ekstremal nuqtalarni olish uchun avvalo,

> extrema(f, { }, x, 's');s;

komandasini berish kerak va shundan keyingina maximize(f,x); minimize(f,x) komandalarni berish kerak. Topilgan nuqtada max yoki min ekanligini bilish uchun mos ravishda $f''(x_0) < 0$ (max) yoki $f''(x_0) > 0$ (min) shartni tekshirish kerak.

Agar maximize va minimize komandalarida location opsiyasini bersak ham ekstremal nuqta ham funksiya qiymati chiqadi:

> minimize(x^4-x^2, x, location); $\backslash\left\{ \frac{-1}{4}, \left[\left(x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \right), \frac{-1}{4} \right], \left[\left(x = \frac{\sqrt{2}}{2} \right), \frac{-1}{4} \right] \right\}$

Funksiyani umumiy holda tekshirish

1. Aniqlanish sohasi. Aniqlanish sohasi funksiya uzluksizlikka tekshirilgach aniqlanadi.

2.Funksiya uzluksizligi va uzilish nuqtalari quyidagicha tekshiriladi:

> iscont(f, x=-infinity..infinity);

> d1:=discont(f,x); .\| 1-tur uzilish nuqtasi

> d2:=singular(f,x);\| 2-tur uzilish nuqtasi

3.Asimptotalar. Cheksiz uzilish nuqtalarining absissalari iyertikal assimptotani beradi, demak vertikal assimptota quyidagicha topiladi:

> yr:=d2;

Og'ma asimptotalar funksiyani cheksizlikdagi xarakterini beradi. Og'ma asimptotalar $y = kx + b, k = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)/x), b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$ ko'rinishda topiladi.

Qarama-qarshi ($-\infty$) uchdagi asimptotalar $x \rightarrow -\infty$ deb hosil qilinadi:

> k1:=limit(f(x)/x, x=+infinity);

> b1:=limit(f(x)-k1*x, x=+infinity);

> k2:=limit(f(x)/x, x=-infinity);

> b2:=limit(f(x)-k2*x, x=-infinity);

undan so'ng asimptotalar

> yn:=k1*x+b1;

deb hosil qilinadi.

4.Ekstremumlar. Ular quyidagi sxema boyicha tekshiriladi:

> extrema(f(x), {}, x, 's');

> s;

> fmax:=maximize(f(x), x);

> fmin:=minimize(f(x), x);

Limitlarni hisoblash

Maple da limit, hosila, integral va yana ba'zi amallarni bajarish uchun ikki xil komanda mavjud: birida komanda darhol bajariladi va ekranga natija chiqariladi, ikkinchisida esa amal bajarilmaydi va ekranga komandaning o'zi chiqariladi, bu Maple yordamida o'quvchiga o'qishi uchun qulay hujjat yaratish imkoniyatini

beradi va uni bajarilishi kechiktirilgan komanda yoki inert komanda deyiladi. Ikkala komanda bir xil yoziladi, faqatgina inert komanda bosh harf bilan yoziladi.

Amal nomi	Darhol bajariladigan komanda	Bajarilishi kechiktirilgan komanda	Matematik ma'nosi
limit	limit(f(x), x=a, par)	Limit(f(x), x=a, par)	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
hosila	diff(f(x),x)	Diff(f(x),x)	$\frac{\partial f(x)}{\partial x}$
integral	int(f(x), x)	Int(f(x), x)	$\int f(x)dx$
aniq integral	int(f(x), x=a..b)	Int(f(x), x=a..b)	$\int_a^b f(x)dx$

Limitlarni hisoblash

limit(f(x), x=a, par) komanlasida tabiiy ravishda quyidagi parametrlar mavjud: left-chap limit, right-o'ng limit, real- o'zgaruvchi haqiqiy, complex-o'zgaruvchi kompleks.

Misollar.

$$1. > \text{Limit}(\sin(2*x)/x, x=0); \quad \parallel \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$$

$$> \text{limit}(\sin(2*x)/x, x=0); \quad \parallel 2$$

$$> \text{Limit}(\sin(2*x)/x, x=0) = \text{limit}(\sin(2*x)/x, x=0); \quad \parallel \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = 2.$$

Oxirgi yozuvning qulayligi ko'rinib turibdi.

$$6. > \text{Limit}(x*(\text{Pi}/2 + \arctan(x)), x=-\text{infinity}) = \text{limit}(x*(\text{Pi}/2 + \arctan(x)), x=-\text{infinity}); \quad \parallel \lim_{x \rightarrow -\infty} x\left(\frac{\pi}{2} + \arctan(x)\right) = -1.$$

$$3. > \text{Limit}(1/(1+\exp(1/x)), x=0, \text{left}) = \text{limit}(1/(1+\exp(1/x)), x=0, \text{left});$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{1 + e^{1/x}} = 1$$

>Limit(1/(1+exp(1/x)),x=0,right)= limit(1/(1+exp(1/x)), x=0,right);

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 + e^{1/x}} = 0$$

Nazorat savollari

1. Maple tizimida funksiya grafigini chizish uchun qanday buyruqlar bor?
2. Funksiya grafigi parametrlarini sozlash qanday bajariladi?
3. Animatsiya nima uchun kerak?
4. Differensiallash, integrallash buyruqlarini ayting.
5. Qatorlar, limitlarni hisoblash qanday bajariladi?

4-ma'ruza. Differensial tenglamalarni yechish funksiyalari. Amaliy dasturlar paketida dasturlash elementlari.

Reja:

1. Differensial tenglamalarni yechish funksiyalari.
2. ODT uchun Koshi va aralash masalalarni yechish.
3. Differensial tenglama yechimlari grafiklarini chizish.
4. Amaliy dasturlar paketida dasturlash elementlari.

Maple da ODT ni analitik usulda yechish uchun `dsolve(eq,var,options)` komandasi ishlatiladi, bu yerda `eq`-tenglama, `var`-no'malum funksiya, `options`-parametrlar. Parametrlar ODT ni yechish usulini ko'rsatishi mumkin, masalan, sukut saqlash prinsipiga asosan, analitik yechim olish uchun `type=exact` parametri beriladi. ODT da hrsilani berish uchun `diff` komandasi ishlatiladi. Masalan, $y'' + y = x$ tenglamasi `diff(y(x),x$2)+y(x)=x` ko'rinishda yoziladi. ODT ning umumiy yechimi o'zgarmas sonlarni o'z ichiga oladi, masalan, yuqoridagi tenglama ikkita o'zgarmasni o'z ichiga oladi. O'zgarmaslar Maple da `_C1`, `_C2` ko'rinishda belgilanadi.

Ma'lumki, chiziqli ODT bir jinsli (o'ng tomon 0) va bir jinsli bo'lmagan (o'ng tomon 0 emas) ko'rinishda bo'ladi. Bir jinsli bo'lmagan tenglama yechimi mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi va bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimlari yig'indisidan iborat bo'ladi. Maple da ODT ning yechimi ana shunday ko'rinishda chiqariladi, ya'ni o'zgarmaslarni o'z ichiga olgan qism bir

jinsli tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi, va o'zgarmas son ishtirok etmagan qismi bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimi bo'ladi.

dsolve komandasi bergan yechim hisoblanmaydigan formatda beriladi. Yechim bilan kelajakda ishlash uchun, masalan grafik chizish uchun, uning o'ng tomonini rhs(%) komanda bilan ajratish kerak.

Misollar. 1. $y' + y \cos x = \sin x \cos x$ tenglama yechilsin.

> restart;

> de:=diff(y(x),x)+y(x)*cos(x)=sin(x)*cos(x);

$$\| de := \left(\frac{\partial}{\partial x} y(x)\right) + y(x) \cos(x) = \sin(x) * \cos(x)$$

> dsolve(de,y(x)); $\| y(x) = \sin(x) - 1 + e^{(-\sin(x))} _ C1.$

Ya'ni tenglamaning yechimi matematik tilda ushbu ko'rinishga ega:

$$y(x) = C_1 e^{(-\sin(x))} + \sin(x) - 1.$$

ODT sistemasi

dsolve komandasi yordamida LN sistemasini ham yechish mumkin. Buning uchun uni dsolve({sys},{x(t),y(t),...}), ko'rinishda yozib olish kerak, sys-ODT lar sistemasi, x(t), y(t), ...-no'malum funksiyalar sistemasi.

Misollar 1.

$$\left\{ \begin{aligned} x' &= -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1}, \\ y' &= 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \end{aligned} \right.$$

> sys:=diff(x(t),t)=-4*x(t)-2*y(t)+2/(exp(t)-1),

diff(y(t),t)=6*x(t)+3*y(t)-3/(exp(t)-1):

> dsolve({sys},{x(t),y(t)}); $\|$

$$\begin{aligned} x(t) &= -3 _ C1 + 4C1 _ e^{(-t)} - 2C2 _ + 2C2 _ e^{(-t)} + 2e^{(-t)} \ln(e^t - 1), \\ y(t) &= 6 _ C1 - 6C1 _ e^{(-t)} + 4C2 _ + 3C2 _ e^{(-t)} - 3e^{(-t)} \ln(e^t - 1) \end{aligned}$$

ODT ni sonli usulda yechish

dsolve komandasi ODT ni taqribiy yechish uchun ham ishlatiladi, faqatgina parametrlar safida type=numeric deb ko'rsatish kerak, undan tashqari options bo'limida sonli usullar turini ham ko'rsatish kerak: dsolve(eq, vars, type=numeric, options). Quyidagi sonli usullar ishlatilishi mumkin:

method=rkf45- 4-5-tartibli Runge-Kutta usuli,

method=dverk78-,7-8-tartibli Runge-Kutta usuli,

method=classical-,3-4-tartibli klassik Runge-Kutta usuli,

method=gear- Girning bir qadamli usuli,

method=mgear- Girning ko'p qadamli usuli.

ODT ning yechimini grafik usulda yechish uchun odeplot(dd, [x,y(x)], x=x1..x2), komandasi ishlatiladi, bu yerda dd:=dsolve({eq,cond}, y(x), numeric).

Yuqori tartibli Differensial tenglamalarni umumiy yechimini topish.

Maple da ODT ni analitik usulda yechish uchun dsolve(eq,var,options) komandasi ishlatiladi, bu yerda eq-tenglama, var-no'malum funksiya, options-parametrlar. Parametrlar ODT ni yechish usulini ko'rsatishi mumkin, masalan, sukut saqlash prinsipiga asosan, analitik yechim olish uchun type=exact parametri beriladi. ODT da hrsilani berish uchun diff komandasi ishlatiladi. Masalan, $y'' + y = x$ tenglamasi $\text{diff}(y(x),x^2)+y(x)=x$ ko'rinishda yoziladi. ODT ning umumiy yechimi o'zgarmas sonlarni o'z ichiga oladi, masalan, yuqoridagi tenglama ikkita o'zgarmasni o'z ichiga oladi. O'zgarmaslar Maple da $_C1$, $_C2$ ko'rinishda belgilanadi.

Ma'lumki, chiziqli ODT bir jinsli (o'ng tomon 0) va bir jinsli bo'lmagan (o'ng tomon 0 emas) ko'rinishda bo'ladi. Bir jinsli bo'lmagan tenglama yechimi mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi va bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimlari yig'indisidan iborat bo'ladi. Maple da ODT ning yechimi ana shunday ko'rinishda chiqariladi, ya'ni o'zgarmaslarni o'z ichiga olgan qism bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi, va o'zgarmas son ishtirok etmagan qismi bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimi bo'ladi.

dsolve komandasi bergan yechim hisoblanmaydigan formatda beriladi. Yechim bilan kelajakda ishlash uchun, masalan grafik chizish uchun, uning o'ng tomonini rhs(%) komanda bilan ajratish kerak.

Misollar.

1. $y'' - 2y' + y = \sin x + e^{-x}$ tenglamaning umumiy yechimi topilsin.

> restart;

> deq:=diff(y(x),x\$2)-2*diff(y(x),x)+y(x)=sin(x)+exp(-x);

$$\| deq := \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x)\right) - 2\left(\frac{\partial}{\partial x} y(x)\right) + y(x) = \sin(x) + e^{-x}$$

> dsolve(deq,y(x)); \| $y(x) = -C1e^x + -C2e^x x + \frac{1}{2}\cos(x) + \frac{1}{4}e^{-x}$

2. $y'' + k^2 y = \sin(qx)$ tenglamaning umumiy yechimi $q = k, q \neq k$ hollar uchun topilsin.

> restart; de:=diff(y(x),x\$2)+k^2*y(x)=sin(q*x); \| $de := \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x)\right) + k^2 y(x) = \sin(qx)$

> dsolve(deq,y(x)); \|

$$y(x) = \frac{1}{k} \left(-\frac{1}{2} \frac{\cos(k+q)x}{k+q} + \frac{1}{2} \frac{\cos(k-q)x}{k-q} \right) \sin(kx) - \frac{1}{k} \left(\frac{1}{2} \frac{\sin(k-q)x}{k-q} - \frac{1}{2} \frac{\sin(k+q)x}{k+q} \right) \cos(kx) + -C1\sin(kx) + -C2\cos(kx)$$

Rezonans holatdagi yechim ($q=k$) ni topamiz:

> q:=k: dsolve(de,y(x)); \|

$$y(x) = -\frac{1}{2} \frac{\cos(kx)^2 \sin(kx)}{k} - \frac{1}{k} \left(-\frac{1}{2} \cos(kx) \sin(kx) + \frac{1}{2} kx \cos(kx) \right) + -C1\sin(kx) + -C2\cos(kx)$$

Fundamental (baza) yechimlar sistemasini

dsolve komandasi ODT ning baza yechimlar sistemasini ham topishda ishlatiladi. Uning uchun parametrlar bo'limida output=basis deb ko'rsatish kerak. Masalan, $y^{(4)} + 2y' + y = 0$ ODT ning baza yechimlar sistemasini topaylik.

> de:=diff(y(x),x\$4)+2*diff(y(x),x\$2)+y(x)=0; \| $de := \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} y(x)\right) + 2\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x) + y(x) = 0$

> dsolve(de, y(x), output=basis); \| $[\cos(x), \sin(x), x\cos(x), x\sin(x)]$

ODT ni sonli usulda yechish

dsolve komandasi ODT ni taqribiy yechish uchun ham ishlatiladi, faqatgina parametrlar safida type=numeric deb ko'rsatish kerak, undan tashqari options bo'limida sonli usullar turini ham ko'rsatish kerak: dsolve(eq, vars, type=numeric, options). Quyidagi sonli usullar ishlatilishi mumkin:

method=rkf45- 4-5-tartibli Runge-Kutta usuli,

method=dverk78-,7-8-tartibli Runge-Kutta usuli,

method=classical-,3-4-tartibli klassik Runge-Kutta usuli,

method=gear- Girning bir qadamli usuli,

method=mgear- Girning ko'p qadamli usuli.

ODT ning yechimini grafik usulda yechish uchun odeplot(dd, [x,y(x)], x=x1..x2), komandasi ishlatiladi, bu yerda dd:=dsolve({eq,cond}, y(x), numeric).

ODT uchun Koshi va aralash masalalarni yechish

dsolve komandasi yordamida Koshi yoki chegara masalani ham yechish mumkin. Buning uchun blshlang'ich yoki chegara shartlarni qo'shimcha ravishda berish kerak. Qo'shimcha shartlarda hosila differensial operator D bilan beriladi.

Masalan,

$y''(0) = 2$ shart $(D@@2)(y)(0) = 2$ ko'rinishda,

$y'(0) = 0$ shart $D(y)(1) = 0$ ko'rinishda,

$y^{(n)}(0) = k$ shart $(D@@n)(y)(0) = k$ ko'rinishda yozilishi kerak.

Misollar

1. $y^{(4)} + y'' = 2 \cos x, y(0) = -2, y'(0) = 1, y''(0) = 0, y'''(0) = 0$

Koshi masalasi yechilsin.

> de:=diff(y(x),x\$4)+diff(y(x),x\$2)=2*cos(x);

> cond:=y(0)=-2, D(y)(0)=1, (D@@2)(y)(0)=0,

(D@@3)(y)(0)=0;

$$\backslash\ de := \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} y(x)\right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x)\right) = 2 \cos(x)$$

```
> dsolve({de,cond},y(x));
```

```
\| y(x) = -2 cos(x) - x sin(x) + x
```

$$2. y^{(2)} + y = 2x - \pi, y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

chegara masala yechilsin.

```
> restart; de:=diff(y(x),x$2)+y(x)=2*x-Pi;
```

```
\| de := ( $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  y(x)) + y(x) = 2x -  $\pi$ 
```

```
> cond:=y(0)=0,y(Pi/2)=0;
```

```
\| cond := y(0) = 0, y( $\frac{\pi}{2}$ ) = 0
```

```
> dsolve({de,cond},y(x)); \|
```

$$y(x) = 2x - \pi + \pi \cos(x)$$

Yechim grafigini chizish uchun tenglama shng tomonini ajratib olish kerak:

```
> y1:=rhs(%):plot(y1,x=-10..20,thickness=2);
```

ODT ni qator yordamida taqribiy yechish

dsolve komandasi yordamida ODT yechimini taqribiy usulda qator yordamida topish mumkin. Buning uchun dsolve komandasida output=series va Order:=n parametrlarni kiritish kerak. Bishlang'ich qiymatlar $y(0)=u_1$, $D(y)(0)=u_2$, $(D@@2)(y)(0)=u_3$ i hokazo ko'rinishda beriladi. Yechimni ko'phadga aylantirish uchun convert(%,polynom) komandasini berish kerak. Yechimning grafik ko'rinishda chiqarish uchun tenglama o'ng toioning rhs(%) komandasi bilan ajratib olish kerak.

Misollar 1. $y' = y + xe^x$, $y(0) = 0$ Koshi masalasining taqribiy yechimi 5-darajali ko'phad ko'rinishda olinsin.

```
> restart; Order:=5:
```

```
> dsolve({diff(y(x),x)=y(x)+x*exp(y(x)), y(0)=0}, y(x), type=series);
```

$$\| y(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{6}x^4 + O(x)$$

2. $y'(x) - y^2(x) = e^{-x} \cos x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ Koshi masalasining taqribiy yechimi 4-tartibli qator uo'rinishda topilsin.

> restart; Order:=4: de:=diff(y(x),x\$2)-y(x)^3=exp(-x)*cos(x):

> f:=dsolve(de,y(x),series);

$$\| f(x) := y(x) + D(y)(0)x + \left(\frac{1}{2}y(0)^3 + \frac{1}{2}\right)x^2 + \left(\frac{1}{2}y(0)^2 D(y)(0) - \frac{1}{6}\right)x^3 + O(x^4)$$

3. $y''(x) - y'(x) = 3(2 - x^2) \sin(x)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 1$ Koshi masalasining taqribiy yechimi 6 tartibli ko'phad ko'rinishda topilsin.

> restart; Order:=6:

> de:=diff(y(x),x\$3)-diff(y(x),x)=3*(2-x^2)*sin(x);

$$\| de := \left(\frac{\partial^3}{\partial x^3} y(x)\right) - \left(\frac{\partial}{\partial x} y(x)\right) = 3(2 - x^2) \sin(x)$$

> cond:=y(0)=1, D(y)(0)=1, (D@@2)(y)(0)=1;

\|cond:=y(0)=1, D(y)(0)=1, D(2)(y)(0)=1

> dsolve({de,cond},y(x)); \| $y(x) = \frac{21}{2} \cos(x) - \frac{3}{2} x^2 \cos(x) + 6x \sin(x) - 12 + \frac{7}{4} e^x + \frac{3}{4} e^{-x}$

> y1:=rhs(%):

> dsolve({de,cond},y(x), series);\| $y(x) = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{7}{24}x^4 + \frac{1}{120}x^5 + O(x^6)$

Aniq va taqribiy yechim grafigini chiqarish uchun quyidagi komandalarni berish kerak:

> convert(% ,polynom): y2:=rhs(%):

> p1:=plot(y1,x=-3..3,thickness=2,color=black):

> p2:=plot(y2,x=-3..3, linestyle=3,thickness=2, color=blue):

> with(plots): display(p1,p2);

Differensial tenglamalar yechimlarining grafiklarini chizish

Dastlab havoning qarshilik yo'q deb faraz qilaylik. Ikkinchi holatda esa havoning qarshiligi bor deb qaraymiz. Havoning qarshiligini e'tiborga olish nafaqat masalani murakkablashtiradi, balki masalani chiziqsiz masalaga aylantiradi. Shuning uchun masalani yechish uchun differensial tenglamalarni sonli usullardan foydalanib yechamiz. Masala tushunarli bo'lishligi uchun uning matnini keltiramiz. Demak massasi 500 va 100 gramm bo'lgan toshlar 45 gradus burchak ostida gorizontga $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ tezlik bilan otildi. Agar havoning qarshilik kuchi $F_{mp} = A \cdot V$ bo'lib, bunda $A=0,1 \text{N} \cdot \text{s}/\text{m}$ bo'lsa, ballistik trayektoriyani topamiz. Ushbu trayektoriyani havoning qarshilik kuchini e'tiborga olingan hol bilan taqqoslaymiz. Mazkur masala yechilgan matnni quyida keltiramiz:

```
> restart; with(plots):
```

```
Warning, the name changecoords has been redefined
```

Dastlab **plots** paketini ishga tushiramiz. Koordinata o'qlariga tezlik proyeksiyalarining parametrik tenglamalarini tuzamiz:

```
> Vox:=Vo*cos(alpha);Voy:=Vo*sin(alpha);
```

$$V_{ox} := V_0 \cos(\alpha)$$
$$V_{oy} := V_0 \sin(\alpha)$$

Toshning massasi 500g va toshning massasi 100g bo'lgan ikki holni qaraymiz. Har bir holda ham havoning qarshiligini e'tiborga olib va olmasdan qaraymiz. Unda 4 ta differensial tenglamalar sistemasini tuzamiz. Har bir sistema ikkinchi tartibli DT dan iborat bo'ladi:

```
> sys1:=massa[1]*diff(x(t),t$2)=
```

```
-A[1]*diff(x(t),t),massa[1]*diff(y(t),t$2)=
```

```
-A[1]*(diff(y(t),t))-massa[1]*g;
```

$$sys1 := massa_1 \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) = -A_1 \left(\frac{d}{dt} x(t) \right),$$

$$massa_1 \left(\frac{d^2}{dt^2} y(t) \right) = -A_1 \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) - massa_1 g$$

```
> sys2:=massa[1]*diff(x(t),t$2)=
-A[2]*diff(x(t),t),massa[1]*diff(y(t),t$2)=
-A[2]*(diff(y(t),t))-massa[1]*g;
```

$$\begin{aligned} \text{sys2} &:= \text{massa}_1 \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) = -A_2 \left(\frac{d}{dt} x(t) \right), \\ \text{massa}_1 \left(\frac{d^2}{dt^2} y(t) \right) &= -A_2 \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) - \text{massa}_1 g \end{aligned}$$

```
> sys3:=massa[2]*diff(x(t),t$2)=
-A[1]*diff(x(t),t),massa[2]*diff(y(t),t$2)=
-A[1]*(diff(y(t),t))-massa[2]*g;
```

$$\begin{aligned} \text{sys3} &:= \text{massa}_2 \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) = -A_1 \left(\frac{d}{dt} x(t) \right), \\ \text{massa}_2 \left(\frac{d^2}{dt^2} y(t) \right) &= -A_1 \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) - \text{massa}_2 g \end{aligned}$$

```
> sys4:=massa[2]*diff(x(t),t$2)=
-A[2]*diff(x(t),t),massa[2]*diff(y(t),t$2)=
-A[2]*(diff(y(t),t))-massa[2]*g;
```

$$\begin{aligned} \text{sys4} &:= \text{massa}_2 \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) = -A_2 \left(\frac{d}{dt} x(t) \right), \\ \text{massa}_2 \left(\frac{d^2}{dt^2} y(t) \right) &= -A_2 \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) - \text{massa}_2 g \end{aligned}$$

Hisoblashlar uchun boshlang'ich qiymatlarni beramiz:

```
> Vo:=20;massa:={0.5,0.1};A:={0.1,0};alpha:=Pi/4;g:=9.8;
```

$$V_0 := 20$$

$$massa := [.5, .1]$$

$$A := [.1, 0]$$

$$\alpha := \frac{1}{4}\pi$$

$$g := 9.8$$

Endi differensial tenglamalar sistemasini yechamiz:

```
> p1:=dsolve({sys1,x(0)=0,D(x)(0)=Vox,y(0)=0,D(y)(0)=Voy},
{y(t),x(t)},type=numeric,output=listprocedure):
> p2:=dsolve({sys2,x(0)=0,D(x)(0)=Vox,y(0)=0,D(y)(0)=Voy},
{y(t),x(t)},type=numeric,output=listprocedure):
> p3:=dsolve({sys3,x(0)=0,D(x)(0)=Vox,y(0)=0,D(y)(0)=Voy},
{y(t),x(t)},type=numeric,output=listprocedure):
> p4:=dsolve({sys4,x(0)=0,D(x)(0)=Vox,y(0)=0,D(y)(0)=Voy}, {y(t),x(t)},
type=numeric,output=listprocedure):
```

Differensial tenglamalar sistemasining yechimlari grafiklarini yasaymiz:

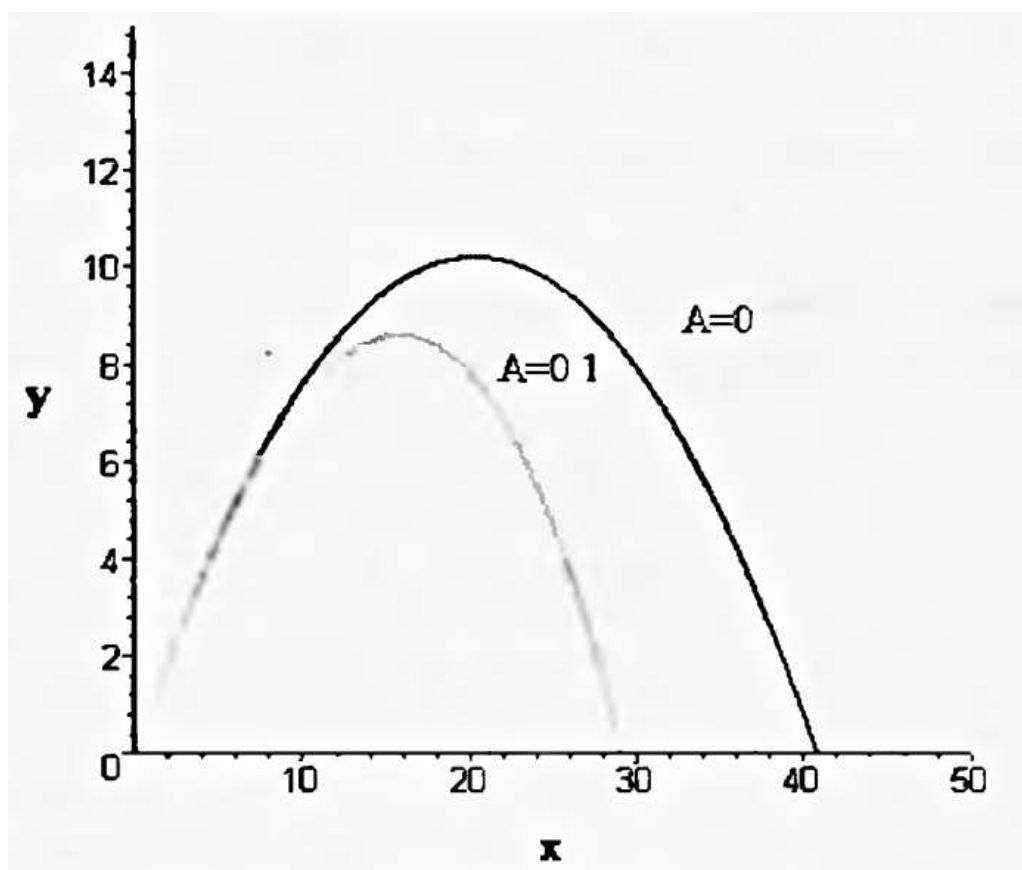
```
> a1:=odeplot(p1,[x(t),y(t)],0..3,color=green,
view=[0..50,0..15],thickness=2):
> a2:=odeplot(p2,[x(t),y(t)],0..3,color=red,
view=[0..50,0..15],thickness=2):
> a3:=odeplot(p3,[x(t),y(t)],0..3,color=blue,
view=[0..50,0..15],thickness=2):
> a4:=odeplot(p4,[x(t),y(t)],0..3,color=black,
view=[0..50,0..15],thickness=2):
```

Birinchi hol uchun trayektoriya grafigi:

```
> t:=textplot([[25,8,'A=0.1'],[35,9,'A=0']],color=blue,
font=[TIMES,ROMAN,12]):
> t1:=textplot([[17,3,'A=0.1'],[35,9,'A=0']],color=blue,
font=[TIMES,ROMAN,12]):

> display({a1,a2,t})
```

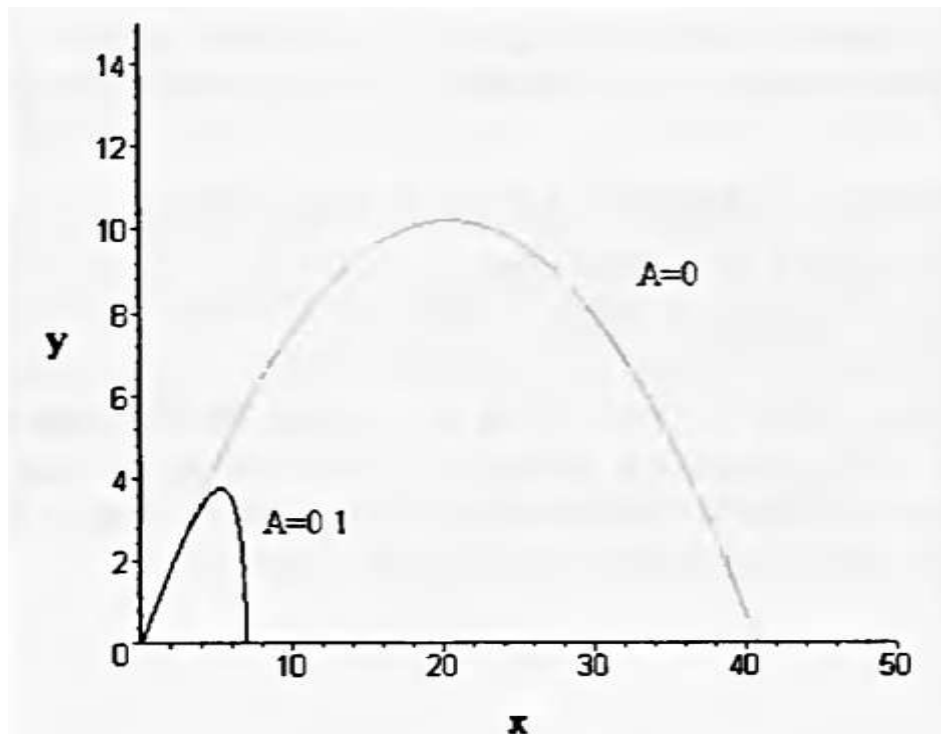
```
labels=[x,y],labelfont=[TIMES,ROMAN,14]);
```



Endi ikkinchi hol uchun grafikni chizamiz:

```
> display({a3,a4,t1},
```

```
labels=[x,y],labelfont=[TIMES,ROMAN,14]);
```

Bajarilgan hisoblashlardan va grafiklardan ko'rinib turibiki, havoning qarshilik kuchini e'tiborga olganda toshning uchish balandligi vakuumga nisbatan kamayadi va bu farq jismning massasiga ham bog'liqligi ko'rinib turibdi.

Maple da dasturlash elementlari

Takrorlanish buyrug'I (Sikl operatori)

```
| for <nom> | | from <ifoda> | | by <ifoda> | | to <ifoda> |
```

```
| while <ifoda> |
```

```
    do <buyruqlar ketma-ketligi>
```

```
end do;
```

yoki

```
| for <nom> | | in <ifoda> | | while <shart> |
```

```
    do <buyruqlar ketma-ketligi> end do;
```

Masalan 6 dan boshlab 10 gacha bo'lgan juft sonlarni ekranga chiqaring.

```
> for i from 6 by 2 to 10 do print(i) end do;
```

6 8 1
0

16 dan katta bo'lmagan 11 dan boshlab toq sonlarning yig'indisini toping.

```
> tot:=0;
```

```
for i from 11 by 2 while i < 16 do
```

```
  tot := tot + i
```

```
end do;
```

tot := 0

tot := 11

tot := 24

tot := 39

bob:=[1,5,7] ro'yxatidagi elementlarni qo'shing.

```
> tot:=0;
```

```
for z in bob do
```

```
  tot:=tot+z
```

```
end do;
```

tot := 0

tot := 1

tot := 6

tot := 13

1, x, y, q^2 , 3 elementlarni ko'paytiring.

```
> tot := 1;
```

```
for z in 1, x, y,  $q^2$ , 3 do
```

```
  tot := tot*z;
```

```
end do;
```

tot := 1

tot := 1

tot := x

tot := x y

tot := x y q^2

tot := 3 x y q^2

```
>
```

```
> rnd:=rand(1..100):
```

```
> A:=array(1..4,1..5,[]):
```

```
> for i from 1 to 4 do
```

```
> for j from 1 to 5 do
```

```
> A[i,j]:= rnd():
```

```
> end do:
```

```
> end do:
```

```
> print(A);
```

?64	9	12	52	25?
?				?
?72	90	18	43	55?
?				?
?40	17	70	52	81?
?				?
?87	34	85	9	68?

Tarmoqlanish buyrug'I (shartli operator)

if <shart> **then** <buyruq>

| **elif** <shart> **then** <buyruq> |

| **else** <buyruq> |

end if

`if` (shart, rost bo'lganda bajariladigan buyruq, yolg'on bo'lganda bajariladigan buyruq)

> **a := 3; b := 5;**

a := 3

b := 5

> **if (a > b) then a else b end if;**

5

> **5*(Pi + `if` (a > b,a,b));**

5 p C 25

> **x := `if` (a > b,NULL,b);**

x := 5

>

```

> a:=2;b:=6;c:=1;
> d:=b^2-4*a*c;
> if d>0 then (-b+sqrt(d))/2/a,(-b-sqrt(d))/2/a
> elif d=0 then -b/2/a
> else print(`Deystvitelnix korney net !!!`)
> end if;

```

$a := 2$

$b := 6$

$c := 1$

$d := 28$

$$K \frac{3}{2} C \frac{1}{2} \sqrt{7}, K \frac{3}{2} K \frac{1}{2} \sqrt{7}$$

Tarmoqlanish buyrug'i(shartli operator)

```

if <shart> then <buyruq>
    | elif <shart> then <buyruq> |
    | else <buyruq> |
end if

```

`if` (shart, rost bo'lganda bajariladigan buyruq, yolg'on bo'lganda bajariladigan buyruq)

```

> a := 3; b := 5;

```

$a := 3$

$b := 5$

> if (a > b) then a else b end if;

5

> 5*(Pi + `if^(a > b,a,b));

5 p C 25

> x := `if^(a > b,NULL,b);

$x := 5$

>

> a:=2;b:=6;c:=1;

> d:=b^2-4*a*c;

> if d>0 then (-b+sqrt(d))/2/a,(-b-sqrt(d))/2/a

> elif d=0 then -b/2/a

> else print(`Deystvitelnix korney net !!!`)

> end if;

$a := 2$

$b := 6$

$c := 1$

$d := 28$

$$K \frac{3}{2} C \frac{1}{2} \sqrt{7}, K \frac{3}{2} K \frac{1}{2} \sqrt{7}$$

Proseduralar

proc (formal o'zgaruvchilar)

local lokal o'zgaruvchilar;

global global o'zgaruvchilar;

description izoh;

proseduraning tanasi

end proc

>

> **A:=proc(a::algebraic,b::algebraic,c::algebraic)**

> **local d;**

> **description "Kvadrat tenglamani yechish";**

> **d:=b^2-4*a*c;**

> **if d>0 then (-b+sqrt(d))/2/a,(-b-sqrt(d))/2/a**

> **elif d=0 then -b/2/a**

> **else print(`Haqiqiy ildi yoq !!!`)**

> **end if;**

> **end proc;**

```

A := proc(a:algebraic, b:algebraic, c:algebraic)
  local d;
  description "Kvadrat tenglamani yechish"
  d := b^2 - 4*a*c;
  if 0 < d then
    1/2*(K b
    C sqrt(d))/a, 1/2*(K b - K sqrt(d))/a
  elif d = 0 then
    K 1/2*b/a
  else
    print(Haqiqiy ildi yoq !);
  end if
end proc

```

> A(1, 2, 9);

$\frac{1}{2} \sqrt{10}, \frac{1}{2} \sqrt{10}$

> lc := proc(s, u, t, v)

description "linear combination of the arguments";

s * u + t * v

end proc;

> lc(1, 2, 3, 4);

>

```
lc := proc(s, u, t, v)
```

```
description "linear combination of the arguments"
```

```
s*u + t*v
```

```
end proc
```

1
4

> with (plots) :


```
p:= proc(x, y, z)  
if x^2<y then x^2+y^2 else x-y end if  
end proc:  
implicitplot3d(p, -5..5, -5..9, 0..30);
```

Nazorat savollari

1. Differensial tenglamalarni yechishda qanday buyruqlar ishlatiladi?
2. ODT uchun Koshi va aralash masalalari qanday yechiladi?
3. Differensial tenglama yechimlarining grafiklarini chizish qaysi buyruqlar yordamida bajariladi?
4. Amaliy dasturlar paketida dasturlash elementlari.

IV. AMALIY MASHG'ULOTLAR

1-amaliy mashg'ulot

Elementar matematika masalalarini amaliy dasturlar paketida yechish. Simvulli hisoblashlar.

1-topshiriq.

$$\frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{3}}.$$

> `(sqrt(6+2*sqrt(5))-sqrt(6-2*sqrt(5)))/sqrt(3);` (Enter.)

$$\frac{2}{3}\sqrt{3}.$$

Arifmetik ifoda qiymatini hisoblang (Vichislit znachenije arifmeticheskogo virajeniya):

1	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$	9	$\frac{\sqrt{5^2-4} + \sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{2^2+1}}}{2\sqrt{2} + \sqrt{2^5}}$
2	$\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{3}{7}$	10	$\frac{\sqrt{14-6\sqrt{3}+3\sqrt{3^2+4^2}} - \sqrt{6-2\sqrt{5} + \sqrt{7^2-4}}}{\sqrt{7} + \sqrt{3^2+7^2}}$
3	$\frac{1}{13} - \frac{11}{16} + \frac{13}{7} - \frac{7}{12}$	11	$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{17}$
4	$\frac{\sqrt{4-3\sqrt{2}} - \sqrt{12-3\sqrt{3}}}{\sqrt{5}-2}$	12	$\frac{1}{23} - \frac{11}{26} + \frac{13}{27} - \frac{17}{22}$
5	$\frac{\sqrt{3^2+4} + \sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{5^2+1}}}{10\sqrt{3} - \sqrt{3^5}}$	13	$\frac{1}{32} + \frac{11}{74} + \frac{31}{145}$
6	$\frac{1}{2} - \frac{2}{9} + \frac{7}{17}$	14	$\frac{\sqrt{\sqrt{4} + \sqrt{2^2+2^4}} + \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{2^2-1}}}{2\sqrt{2} - \sqrt{2^5}}$
7	$\frac{1}{12} + \frac{1}{14} + \frac{3}{14}$	15	$\frac{\sqrt{2\sqrt{3} + \sqrt{3^2+4^2}} - \sqrt{2\sqrt{5} - \sqrt{3^2-4}}}{2\sqrt{7} - \sqrt{7^3}}$
8	$\frac{11}{12} - \frac{31}{14} + \frac{37}{14} - \frac{34}{79}$	16	

Polinom uchun quyidagi amallarni bajaring (Dlya polinoma $g(x)$ vipolnit sleduyushiye deystviya):

1) Ko'paytuvchilarga ajrating (razlojit na mnojiteli)

$$\text{factor}(x^4 - 2x^2 + 1) \Rightarrow (x-1)^2 (x+1)^2$$

№	g(x)	№	g(x)
---	------	---	------

1	$x^4 - 2x^3 + x^2 - 12x + 20$	8	$x^4 + x^3 - 17x^2 - 45x - 100$
2	$x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 60$	9	$x^4 - 5x^3 + x^2 - 15x + 50$
3	$x^4 - 14x^2 - 40x - 75$	10	$x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 20x + 25$
4	$x^4 - x^3 + x^2 - 11x + 10$	11	$x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 7x - 20$
5	$x^4 - x^3 - 29x^2 - 71x - 140$	12	$x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 5x + 100$
6	$x^4 + 7x^3 + 9x^2 + 13x - 30$	13	$x^4 + 10x^3 + 36x^2 + 70x + 75$
7	$x^4 + 3x^3 - 23x^2 - 55x - 150$	14	$x^4 + 9x^3 + 31x^2 + 59x + 60$

2-amaliy mashg'ulot

Grafik muhit va undan foydalanish tizimi: 2-D (ikki o'lchovli) va 3-D (uch o'lchovli) grafik muhitlari.

Ishdan maqsad: Maple, Mathcad tizimlarining grafik interfeysi. Programma oynasining umumiy ko'rinishi, ish varaqlari, palitralar, menY. Asosiy obyektlar va buyruqlar. 2-D (ikki o'lchovli) va 3-D (uch o'lchovli) grafik muhitlar. Animatsiya. Matematik tizimlarning buyruqlarini turli masalalar yechishda qo'llash orqali o'tilgan mavzularni mustahkamlash.

Differensiallashtirish, integrallashtirish, qatorlar va limitlarni hisoblash.

Masalaning qo'yilishi: Tinglovchi amaliy mashg'ulotda keltirilgan vazifalarni bajarishi, tahlil qilishi lozim.

1-vazifa. Maple, Mathcad tizimlarining grafik interfeysi bilan tanishing. Ularni qiyosiy taqqoslang va o'z fikringizni bayon qiling.

2-vazifa. Matematik paketlarning ish varaqlari, palitralari, menyusi, asosiy obyektlari va 2-D (ikki o'lchovli) va 3-D (uch o'lchovli) grafik muhitlar buyruqlari bilan tanishing va ularning farqli tomonlarini ko'satib bering.

3-vazifa. 2-D (ikki o'lchovli) grafik muhitda turli matematik funksiyalarning grafiklarini chizish buyruqlari bilan tanishing.

4-vazifa. 3-D (uch o'lchovli) grafik muhit bilan tanishib chiqing. Ikkinchi tartibli sirtlarning fazoviy grafiklarini chizish buyruqlari bilan tanishing. Shu haqida umumiy xulosa chiqaring va o'z fikringizni bayon qiling.

5-vazifa. Matematik tizimlarning animatsion (harakatlanuvchi) grafiklarni hosil qilish buyruqlari haqida adabiyotlardan ma'lumotlar bilan tanishib chiqing. Shu haqida umumiy xulosa chiqaring va o'z fikringizni bayon qiling.

6–vazifa. Maple, Mathcad tizimlarining grafik chizish buyruqlari yordamida turli harakatlanuvchi grafiklarni chizing. Ularni qiyosiy taqqoslang va o‘z fikringizni bayon qiling.

7–vazifa. Matematik paketlarda differentsiallashtirish va integrallashtirish amallarini bajarish buyruqlari haqida adabiyotlardan ma’lumotlar bilan tanishib chiqing. Shu haqida umumiy xulosa chiqaring va o‘z fikringizni bayon qiling.

8-vazifa. Matematik paketlarda qatorlar va limitlarni hisoblash buyruqlari haqida adabiyotlardan ma’lumotlar bilan tanishib chiqing. Shu haqida umumiy xulosa chiqaring va o‘z fikringizni bayon qiling.

2-amaliy mashg‘ulot uchun vazifalar

Mavzu: MathCAD, Maple tizimi.

Maqsad: amaliy dasturlar paketi(MathCAD, Maple) da berilgan topshiriqlarni bajarish orqali ushbu tizimlarda ishlashni o‘rganish.

Vazifalar:Berilgan topshiriqlarni o‘rganilayotgan amaliy dasturlar paketi(MathCAD, Maple) da bajaring.

1. Grafikni chizing

2. Parametrli funksiya grafigini chizing.

154. a) $y = \log(x^2 - 4)$; б) $y = \log(x + 2) + \log(x - 2)$.

155. $y = \sqrt{\sin(\sqrt{x})}$. 156. $y = \sqrt{\cos x^2}$.

157. $y = \lg\left(\sin \frac{\pi}{x}\right)$. 158. $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$.

159. $y = \arcsin \frac{2x}{1+x}$ 160. $y = \arccos(2 \sin x)$,

161. $y = \lg[\cos(\lg x)]$. 162(н). $y = (x + |x|) \sqrt{x \sin^2 \pi x}$.

а) $x = 1 - t$, $y = 1 - t^2$;

б) $x = t + \frac{1}{t}$, $y = t + \frac{1}{t^2}$;

в) $x = 10 \cos t$, $y = \sin t$ (эллипс);

г) $x = \operatorname{ch} t$, $y = \operatorname{sh} t$ (гипербола);

д) $x = 5 \cos^2 t$, $y = 3 \sin^2 t$;

е) $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(1 - \cos t)$ (циклоида);

ж) $x = \sqrt[t+1]{t}$, $y = \sqrt[t+1]{t+1}$, ($t > 0$).

3. Qutb koordinatalar sistemasida funksiya grafigini chizing

е) $r = 10 \sin 3\varphi$ (трехлепестковая роза);

ж) $r^2 = 36 \cos 2\varphi$ (лемниската Бернулли);

з) $\varphi = \frac{r}{r-1}$ ($r > 1$);

и) $\varphi = 2\pi \sin r$.

371.1. Построить в полярных координатах r и φ графики следующих функций:

а) $\varphi = 4r - r^2$; б) $\varphi = \frac{12r}{1+r^2}$; в) $r^2 + \varphi^2 = 100$.

4. Bo'lakli funksiya grafigini chizing.

5. Ikki o'zgaruvchili funksiya grafigini chizing

$$3194. u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \quad 3195. u = \frac{xy}{x + y}.$$

$$3196. u = \frac{x + y}{x^3 + y^3}. \quad 3197. u = \sin \frac{1}{xy}.$$

$$3198. u = \frac{1}{\sin x \sin y}. \quad 3199. u = \ln(1 - x^2 - y^2).$$

$$3201. u = \ln \frac{1}{\sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2}}.$$

3202. Показать, что функция

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2}, & \text{если } x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & \text{если } x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$$

Limitlarni hisoblang (Vichislite predeli):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{x}$$

1. Limit (sin (2*x) / x, x=0) ;

2. limit (sin (2*x) / x, x=0) ;

3. Expression- $\lim_{x \rightarrow a} f$

4. Limit (sin (2*x) / x, x=0) = limit (sin (2*x) / x, x=0) ;

№		№	
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2 \cdot x + 5}{x^2 + 1}$	8	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (2 \cdot \sin(x) - \cos(x) + \operatorname{ctg}(x))$
2	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$	9	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{\sqrt[3]{x^3 + 1}} \rightarrow 1$
3	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (\sqrt{x^2 + 1} - x)$	10	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot (\sqrt{x^2 + 1} - x)$
4	$\lim_{x \rightarrow 0} \sin^2 x / (1 + \sin^2 x)$	11	$\lim_{x \rightarrow \pi} \sin^3 x / (1 + \sin x)$

5	$\lim_{x \rightarrow 1} \sin x / (1 + \sin x)$	12	$\lim_{x \rightarrow 1} \cos 3x / (1 - \cos 3x)$
6	$\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$	13	$\lim_{x \rightarrow 1^-} \operatorname{arctg} \frac{1}{1-x}$
7	$\lim_{x \rightarrow 1^+} \operatorname{arctg} \frac{1}{1-x}$	14	$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctan}(x) \right)$

Funksiyalarni differensiallash va integrallash.

1. $\int \frac{3x^4 + 4}{x^2(x^2 + 1)^3} dx$

i) $\operatorname{int}(\cos(x) * \cos(2*x) * \cos(3*x), x);$

ii) $\operatorname{Int}(\cos(x) * \cos(2*x) * \cos(3*x), x);$

iii) $\operatorname{Int}(\cos(x) * \cos(2*x) * \cos(3*x), x) = \operatorname{int}(\cos(x) * \cos(2*x) * \cos(3*x), x);$

iv) Expression- $\int dx$

2. $\sin^2 x$

i) $\operatorname{diff}(\sin(x^2), x);$

ii) $\operatorname{Diff}(\sin(x^2), x);$

iii) $\operatorname{Diff}(\sin(x^2), x) = \operatorname{diff}(\sin(x^2), x);$

iv) Expression- $\frac{d}{dx}$

3. $\sin^2 x$

i) $\operatorname{diff}(\sin(x^2), x^2);$

ii) $\operatorname{Diff}(\sin(x^2), x^2);$

iii) $\operatorname{Diff}(\sin(x^2), x^2) = \operatorname{diff}(\sin(x^2), x^2);$

iv) Expression- $\frac{d}{dx}$

N _o	f(x)	N _o	f(x)	N _o	f(x)
1	$1/(\operatorname{tg} 2x + 1)$	6	$x^2 \cdot \operatorname{arctg}(x/3)$	11	$(2x + 3) \sin x$
2	$\cos x / (2x + 5)$	7	$e^{2x} \sin 3x$	12	$\cos 3x / (1 - \cos 3x)^2$
3	$1/(x \sqrt{x^3 + 4})$	8	$\operatorname{ctg} 2x / (\sin 2x)^2$	13	$1/(1 + x + x^2)$
4	$\sin x / (1 + \sin x)$	9	$(x + 1) \sin x$	14	$(1 + x) / (2 + x)$
5	$x^2 \cdot \lg(x + 2)$	10	$5x + x \lg x$	15	$\sqrt{1 + e^{-x}}$

3-amaliy mashg'ulot uchun vazifalar

Mavzu: MathCAD va Maple tizimi.

Maqsad: amaliy dasturlar paketi(MathCAD, Maple) da berilgan topshiriqlarni bajarish orqali ushbu tizimlarda ishlashni o'rganish.

Vazifalar:Berilgan topshiriqlarni o'rganilayotgan amaliy dasturlar paketi(MathCAD, Maple) da bajarang.

6. Diferensial tenglamalarni yeching.

$$\text{№ 3. } y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{10}}, \quad y_0(0,6) = 0,8, \quad x \in [0,6; 1,6].$$

$$\text{№ 4. } y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{7}}, \quad y_0(0,5) = 0,6, \quad x \in [0,5; 1,5]$$

$$\text{№ 5. } y' = x + \cos \frac{y}{\pi}, \quad y_0(1,7) = 5,3, \quad x \in [1,7; 2,7].$$

$$\text{№ 6. } y' = x + \cos \frac{y}{2,25}, \quad y_0(1,4) = 2,2, \quad x \in [1,4; 2,4].$$

$$\text{№ 7. } y' = x + \cos \frac{y}{e}, \quad y_0(1,4) = 2,5, \quad x \in [1,4; 2,4].$$

$$\text{№ 8. } y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{2}}, \quad y_0(0,8) = 1,4, \quad x \in [0,8; 1,8].$$

7. Diferensial tenglamalarni yeching.

$$\text{№ 17. } y'' + \frac{y'}{x} - 0,4y = 2x, \\ \begin{cases} y(0,6) - 0,3y'(0,6) = 0,6, \\ y'(0,9) = 1,7. \end{cases}$$

$$\text{№ 18. } y'' - \frac{y'}{2x} + 0,8y = x, \\ \begin{cases} y(1,7) + 1,2y'(1,7) = 2, \\ y'(2) = 1. \end{cases}$$

$$\text{№ 19. } y'' - \frac{y'}{3} + xy = 2, \\ \begin{cases} y(0,8) = 1,6, \\ 3y(1,1) - 0,5y'(1,1) = 1. \end{cases}$$

$$\text{№ 20. } y'' + 0,8y' - xy = 1,4, \\ \begin{cases} y(1,8) = 0,5, \\ 2y(2,1) + y'(2,1) = 1,7. \end{cases}$$

$$\text{№ 21. } y'' + 2y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}, \\ \begin{cases} 0,5y(0,9) + y'(0,9) = 1, \\ y(1,2) = 0,8. \end{cases}$$

$$\text{№ 22. } y'' - \frac{y'}{4} + \frac{2y}{x} = \frac{x}{2}, \\ \begin{cases} 1,5y(1,3) - y'(1,3) = 0,6, \\ 2y(1,6) = 0,3. \end{cases}$$

8. MatLab tizimida mustaqil yechish uchun misollar. $[a; b]$ kesmada $y' = f(x, y), y(a) = c$ differensial tenglamaga qo'yilgan Koshi masalasini yeching

No	$f(x, y)$	a	b	c	h
1	$xy^3 - x^2$	4	5	0,7	0,1
2	$\sqrt{4x^2 + 1} - 3y^2$	2,6	4,6	1,8	0,2
3	$\cos(1,5x - y^2) - 1,3$	-1	1	0,2	0,2
4	$x^2 + xy + y^2$	2	3	1,2	0,1
5	$e^{-(y^2+1)} + 2x$	0	0,5	0,3	0,05
6	$\cos(1,5y + x)^2 + 1,4$	1	2	0,9	0,1
7	$4,1x - y^2 + 0,6$	0,6	2,6	3,4	0,2
8	$\frac{1}{1 + x^3 y} + 2y$	1,5	2	2,1	0,05

9. ODTlar bilan tasvirlanuvchi jarayonlarni kompyuterda modellashtiring va masalalarni yeching.

1- masala. Massasi m bulgan jism $v(0) = u_0$ boshlang'ich tezlik bilan biror balandlikdan tashlab yuborilgan. Jism tezligining o'zgarish qonunini toping.

2- masala. Agar yoruglik manbai O nuqtaga o'rnatilgan bo'lsa, ko'zguning shakli undan kaytgan nurlar gorizontol o'qqa parallel bo'lishi uchun qanday bo'lishi kerak?

3- masala. Hayvonlarning biror turi o'zgarimas muxitda aloxida yashasin deylik. Urchish va o'lishning davriyligini xisobga olmay ko'rilayotgan tur individumlari sonining o'zgarish qonunini toping.

4- masala. Quyidagi chegaraviy masalani MathCadda yeching:

$$ua(x,t) := (x - x^2)e^t, f(x,t) = (x - x^2 + 2)e^t,$$

$$g_0(x) = (x - x^2), g_1(t) = 0, g_2(t) = 0$$

ODT va XXDT bilan tasvirlanuvchi jarayonlar va ularni kompyuterda modellashtirish.

Ishdan maqsad: ODT va XXDT bilan tasvirlanuvchi jarayonlar va ularni kompyuterda modellashtirish. Maple, Mathcad tizimlarining ODT va XXDTlarni yechish imkoniyatlaridan foydalanish.

Masalaning qo'yilishi: Tinglovchi amaliy mashg'ulotda keltirilgan vazifalarni bajarishi, tahlil qilishi lozim.

1-vazifa. Zamonaviy AKT muhitida matematik fanlarni o'qitish haqida adabiyotlardan ma'lumotlar bilan tanishib chiqing. Shu haqida umumiy xulosa chiqaring va o'z fikringizni bayon qiling.

2-vazifa. Maple, Mathcad tizimlarining ODTlarni yechish buyruqlari bilan tanishing. Ularni qiyosiy taqqoslang va o'z fikringizni bayon qiling.

3-vazifa. Matematik paketlarning xususiy xosilali differensial tenglamalarni yechish buyruqlari bilan tanishing va ularning farqli tomonlarini ko'satib bering.

VI. GLOSSARIY.

Algoritm ijrochisi- ma'lum hisoblashlarni amalga oshira oladigan inson yoki avtomat (xususan kompyuter protsessori).

Amaliy dastur- berilgan muammo doirasida biror masalaning yechimini topishga mo'ljallangan har qanday dastur.

Amaliy dasturlar paketi- muayyan soha masalalarini yechishga mo'ljallangan, maxsus tarzda jamlangan dasturiy ta'minot majmuasi

Audioilovalar. Tovushli fayllarni o'quvchi qurilmalar – raqamli tovushlar bilan ishlovchi dasturlar.

Axborot – (lat. **Informatio**– tushuntirish, baen qilish) – shartli belgilar erdamida shaxslar, predmetlar, dalillar, voqealar, hodisalar va jaraenlar haqida, ularni tasvirlash shaklidan qat'iy nazar uzatiladigan va saqlanadigan ma'lumotlar.

Webkamera - kompyuterlararo videotasvirlarni uzatuvchi qurilmadir.

Videoanjuman – turli geografik manzillardagi foydalanuvchi guruhleri orasida raqamli videoezuv eki oqimli video ko'rinishida ma'lumotlarni almashinish asosida yig'ilish va munozaralar o'tkazish jaraeni.

Videoilovalar – harakatlanuvchi tasvirlar ishlab chiqish texnologiyasi va namoyishi.

Virtual auditoriya – o'quv jaraenining o'qituvchisi va boshqaruvchisining maslahatini olish uchun tarmoq texnologiyasi erdamida turli geografik joylarda yashaetgan talabalarni birlashtirish.

Virtual laboratoriya – o'rganilaetgan haqiqiy obyektlarda bo'laetgan jaraenlarni kompyuter imitatsiyasi orqali taqdim etish va masofaviy kirish imkoniyatiga ega bo'lgan dasturiy majmua.

Virtual (voqe'lik)haqiqiylik – o'rganishga mo'ljallangan murakkab jaraenlarda bo'ladigan hodisalarni audiovideo tizimi orqali o'quvchi tassavuridagi mavhum ko'rinishi.

Global tarmoq – mintaqaviy (qit'alardagi) kompyuterlarni o'zida birlashtirish imkoniga ega bo'lgan tarmoq.

Interaktiv o'quv kurslari – o'zaro muloqot asosiga qurilgan vositalardan foydalanib tuzilgan kurslar.

Internet – yagona standart asosida faoliyat ko'rsatuvchi jahon global kompyuter tarmog'i.

Iteratsion sikl- takrorlanish soni oldindan noma'lum bo'lgan sikl shakli.

Keys-texnologiya – masofaviy o'qitishni tashkil qilishning shunday uslubiki, masofaviy ta'limda matnli, audiovizual va multimediali (keys) o'quv uslubiy materiallar majmuasi qo'llanishga asoslanadi.

Masofaviy ta'lim (MT) – ta'limni masofaviy o'qitish usul va vositalari orqali tashkil qilish shakli.

Massiv- bitta nom bilan berilgan va soni cheklangan bir xil tipdagi elementlar to'plami. Elementning o'rnini massivda uning indeksi bilan bir qiymatli aniqlanadi.

Multimedia – axborotni (matn, rasm, animatsiya, audio, video) ifodalashning ko'p imkoniyatli taqdim etilishi.

Multimedia(multi – ko'p, media – muhit) - bu kompyuter texnologiyasining turli xil fizik ko'rinishga ega bo'lgan (matn, grafika, rasm, tovush, animatsiya, videova h.k) turli xil tashuvchilarda (optik disk, flesh xotira va h.k.) mavjud bo'lgan axborotdan foydalanish bilan bog'liq sohasidir.

Operator- ma'lumot ustida yakunlanadigan amal bajarishni aniqlaydigan algoritmik til jumla.

Pedagogik axborot texnologiyalari – kompyuter, tarmoq texnologiyasi va didaktik vositalarni foydalanishga asoslangan texnologiyalar.

Provayder (provider) - kompyuterlarning tarmoqqa ulanish va axborot almashishini tashkil qiladigan tashkilot.

Sayt - grafika va multimediya elementlari joylashtirilgan gipermediya hujjatlari ko'rinishidagi mantiqan butun axborot.

Server – axborot-ta'lim resurslarini tarmoqda joylashtirish va uni tarqatish uchun mo'ljallangan kompyuter qurilmalari majmui.

Server (server) - ma'lumotlarni o'zida saqlovchi, foydalanuvchilarga xizmat ko'rsatuvchi, tarmoqdagi printer, tashqi xotira, ma'lumotlar ombori kabi resurslardan foydalanishni boshqaruvchi kompyuter.

Ta'lim jarayonini masofaviy o'qitish texnologiyasi – zamonaviy axborot va kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanib o'quv jarayonini masofadan turib ta'minlaydigan o'qitish usuli va vositalari hamda o'quv jarayonlarini boshqarish majmui.

Ta'lim maqsadi – tizimlashtirilgan bilim, ko'nikma va malakalarni o'zlashtirish, faollik va mustaqillikni rivojlantirish, butun dunëqarashni shakllantirish va rivojlantirish.

Ta'limning kompyuter texnologiyasi - kompyuter texnikasi, kommunikatsiya vositalari, shuningdek, axborotlarni ifodalash, uzatish va yig'ish, bilish faoliyatini nazorat qilish va boshqarishni tashkil etish bo'yicha o'qituvchining vazifalarini modellashtiruvchi interaktiv dasturiy mahsulotlar asosida pedagogik sharotini yaratishning metod, shakl va vositalari majmui.

Foydalanuvchi interfeysi – foydalanuvchini tizim ëki tarmoq bilan o'zaro ta'sirini aniqlaydigan shakl.

Elektron jadval - nomlangan satr va ustun ko'rinishidagi tartiblangan va turli tipdagi axborotlarni qayta ishlaydigan dastur.

Elektron kutubxona – elektron axborot-ta'lim resurslari majmuasi.

Elektron pochta – kompyuter tarmoqlari asosida foydalanuvchilar o'rtasida elektron shakldagi matn, tasvir, ovoz, video va boshqa axborotlarni uzatuvchi va qabul qiluvchi vosita.

Animatsiya – multimediali texnologiya; tasvirning harakatlanayotganligini ifodalash uchun tasvirlarning ketma-ket namoyishi.

Brauzer – internet bilan ishlashni ta'minlaydigan dastur.

Gipermatn – assotsiativ bog'langan bloklar ko'rinishida taqdim etilgan (boshqamatnli hujjatlarga yo'l ko'rsatuvchi) matn.

Grafik muharrir – tasvirlarni taxrir qilishni ta'minlaydigan amaliy dastur.

Katalog- fayllar mundarijasi. Foydalanuvchiga operatsion tizim buyruqlar tili orqali foydalanish imkonini beriladi.

Klaviatura- kompyuterga ma'lumot kiritish uchun va boshqaruvchi signal berish xizmat qiladi.

Kursor- displey ekranida klaviatura yordamida navbaldagi simvol kiritiladigan o'chib-yonuvchi

Matematik model- obyektning muhim xossalarini tafsiflovchi matematik munosabatlar (formula, tenglama, tengsizlik va h.k.) tizimi.

Matn muharriri- matnli ma'lumotlarni(hujjatlar, kitoblar va h.k.) kiritish va tahrirlash uchun dastur. U qatorlarni tahrirlash, matnning biror qismini izlash, almashtirish, abzats chegaralarini tekislash, matni sintaksis tahlil qilishni ta'minlashi lozim.

Ma'lumot tipi- o'zgarmas klassifikatsiyasi,o'zgavchilarning butun, haqiqiy son, mantiqiy, simvolli yoki matnli qiymatdan iboratligi.

Menyu- biror konkret bo'limni tanlash imkoniyati mavjud bo'lgan, kompyuter ekranidan taqdim etiladigan turli variantlar ro'yxati.

Oraliq test sinovi – ta'lim jaraënida bilimlarni nazorat qilish shakli.

Sun'iy intellekt (artificial intelligence) - inson intellektining ba'zi xususiyatlarini o'zida mujassamlashtirgan avtomatik va avtomatlashtirilgan tizimlar majmausi.

Taqdimot/prezentatsiyalar (ing. presentation) – audiovizual vositalardan foydalanib ko'rgazmali shaklda ma'lumot taqdim etish shakli.

Tizim (system) - yagona maqsad yo'lida bir vaqtning o'zida ham yaxlit, ham o'zaro bog'langan tarzda faoliyat ko'rsatadigan bir necha turdagi elementlar majmuasi.

Fayl- ma'lumotning doimiy saqlanish joyi- dastur, ma'lumot, matn, kodlangan tasvir.

VII. ADABIYOTLAR RO‘YXATI

I. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining asarlari

1. Mirziyoyev SH.M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz. – T.: “O‘zbekiston”, 2017. – 488 b.
2. Mirziyoyev SH.M. Milliy taraqqiyot yo‘limizni qat’iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko‘taramiz. 1-jild / SH.M. Mirziyoyev. – T.: “O‘zbekiston”, 2017. – 592 b.
3. Mirziyoyev SH.M. Xalqimizning roziligi bizning faoliyatimizga berilgan eng oliy bahodir. 2-jild / SH.M. Mirziyoyev. – T.: “O‘zbekiston”, 2018. – 507 b.
4. Mirziyoyev SH.M. Niyati ulug‘ xalqning ishi ham ulug‘, hayoti yorug‘ va kelajagi farovon bo‘ladi. 3-jild / SH.M. Mirziyoyev. – T.: “O‘zbekiston”, 2019. – 400 b.
5. Mirziyoyev SH.M. Milliy tiklanishdan – milliy yuksalish sari. 4-jild / SH.M. Mirziyoyev. – T.: “O‘zbekiston”, 2020. – 400 b.

II. Normativ-huquqiy hujjatlar

6. O‘zbekiston Respublikasining Konstitusiyasi. – T.: O‘zbekiston, 2018.
7. O‘zbekiston Respublikasining 2020 yil 23 sentabrda qabul qilingan “Ta’lim to‘g‘risida”gi O‘RQ-637-sonli Qonuni.
8. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2015 yil 12 iyun “Oliy ta’lim muasasalarining rahbar va pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PF-4732-sonli Farmoni.
9. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 2 fevraldagi “Korrupsiyaga qarshi kurashish to‘g‘risida”gi O‘zbekiston Respublikasi Qonunining qoidalarini amalga oshirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-2752-sonli Qarori.
10. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevral “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi 4947-sonli Farmoni.
11. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 20 aprel "Oliy ta’lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-2909-sonli Qarori.
12. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 27 iyul “Oliy ma’lumotli mutaxassislar tayyorlash sifatini oshirishda iqtisodiyot sohalari va tarmoqlarining ishtirokini yanada kengaytirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-3151-sonli Qarori.
13. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018 yil 21 sentabr “2019-2021 yillarda O‘zbekiston Respublikasini innovatsion rivojlantirish strategiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5544-sonli Farmoni.
14. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 may “O‘zbekiston Respublikasida korrupsiyaga qarshi kurashish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PF-5729-son Farmoni.
15. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 17 iyun “2019-2023 yillarda Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universitetida talab yuqori bo‘lgan malakali kadrlar tayyorlash tizimini tubdan takomillashtirish va ilmiy

salohiyatini rivojlantiri chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4358-sonli Qarori.

16. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 9 iyul “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4387-sonli Qarori.

17. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 avgust “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida”gi PF-5789-sonli Farmoni.

18. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 8 oktabr “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5847-sonli Farmoni.

19. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 7 maydagi “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4087-sonli Qarori.

20. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2019 yil 23 sentabr “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish bo‘yicha qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi 797-sonli Qarori.

SH. Maxsus adabiyotlar

21. E.M.Mirzakarimov. Oliy matematikadan laboratoriya ishlarini Maple dasturida bajarish. O‘quv qo‘llanma. Farg‘ona, 2015. 202 b.

22. Q.M. Karimov, I.D. Razzoqov. MathCAD va MatLab muhitida ishlash. Oliy o‘quv yurtlari fizika-matematika va kasbiy ta’lim fakultetlari talabalari uchun. O‘quv-uslubiy qo‘llanma. Qarshi, “Nasaf” nashriyoti, 2014 y. 80 bet.

23. P.A.Velmisov, S.V.Kireyev. Differensialniye uravneniya v MathCAD. Uchebnoye posobiye. Ulyanovsk, 2016, 109 s.

24. Kiryanov D.V. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. SPb.: BXV-Peterburg, 2012. 432 s.

25. O.G.Korolkov, A.S.Chebotarev, Y.D.Sheglova. Maple v primerax i zadachax. Uchebnoye posobiye dlya vuzov. Voronej, 2011, 82 s.

26. Maple v primerax i zadachax [Elektronniy resurs] / O.G. Korolkov, A.S. Chebotarev, Y.D. Sheglova .— Voronej : Izdatelsko-poligraficheskiy sentr Voronejskogo gosudarstvennogo universiteta, 2011 .— 132 s. — Rejim dostupa: <https://rucont.ru/efd/334854>

27. A. I. Lobanov, I. B. Petrov. Matematicheskoye modelirovaniye nelineynix protsessov : uchebnik dlya akademicheskogo bakalavriata. Moskva : Izdatelstvo Yurayt, 2019. — 255 s. — ISBN 978-5-9916-8897-0. — Tekst : elektronniy // EBS Yurayt [sayt]. — URL: <https://urait.ru/bcode/437003>.

28. Belogurov A.Y. Modernizatsiya protsessa podgotovki pedagoga v kontekste innovatsionnogo razvitiya obshestva: Monografiya. — M.: MAKS Press, 2016. — 116 s. ISBN 978-5-317-05412-0.

29. Vvedeniye v matematicheskoye modelirovaniye. Pod red. V.P.Trusova. M., Logos, 2005.
30. Visshaya matematika na kompyutere v programme Maple 14: uchebnoye posobiye po laboratornim rabotam / S.T. Kasyuk, A.A. Logvinova. — Chelyabinsk: Izdatelskiy sentr YUUrGU, 2011. — 57 s.
31. Ibraymov A.YE. Masofaviy o‘qitishning didaktik tizimi. metodik qo‘llanma/ tuzuvchi. A.YE. Ibraymov. – Toshkent: “Lesson press”, 2020. 112 bet.
32. Isroilov M.I. Hisoblash metodlari, II. -T., 2009.
33. Ishmuhamedov R.J., M.Mirsoliyeva. O‘quv jarayonida innovatsion ta’lim texnologiyalari. – T.: «Fan va texnologiya», 2014. 60 b.
34. Muzafarov X.A., Baklushin M.B., Abduraimov M.G. Matematicheskoye modelirovaniye. Tashkent, Universitet. 2002.
35. Muslimov N.A va boshqalar. Innovatsion ta’lim texnologiyalari. O‘quv-metodik qo‘llanma. – T.: “Sano-standart”, 2015. – 208 b.
36. Oliy ta’lim tizimini raqamli avlodga moslashtirish konsepsiyasi. Yevropa Ittifoqi Erasmus+ dasturining ko‘magida. https://hiedtec.ecs.uni-ruse.bg/pimages/34/3_UZBEKISTAN-CONCEPT-UZ.pdf
37. Samarskiy A. A., Mixaylov A. P. Matematicheskoye modelirovaniye. M., Nauka, 2005.
38. O‘runbayev E., Murodov F. Kompyuter algebrasi tizimlarining amaliy tatbiqlari. – SamDU nashri – Samarqand, 2003, 96 b.
39. Usmonov B.SH., Habibullayev R.A. Oliy o‘quv yurtlarida o‘quv jarayonini kredit-modul tizimida tashkil qilish. O‘quv qo‘llanma. T.: “Tafakkur” nashriyoti, 2020 y. 120 bet.

IV. Internet saytlar

40. <http://edu.uz> – O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi
41. <http://lex.uz> – O‘zbekiston Respublikasi Qonun hujjatlari ma’lumotlari milliy bazasi
42. <http://bimm.uz> – Oliy ta’lim tizimi pedagog va rahbar kadrlarini qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirishni tashkil etish bosh ilmiy-metodik markazi
43. <http://ziyonet.uz> – Ta’lim portali ZiyonET
44. <https://www.ucl.ac.uk/ioe/courses/graduate-taught/mathematics-education-ma>
45. <https://www.onlinestudies.com/Courses/Mathematics/Europe/>
46. <https://onlinelearning.harvard.edu/catalog?keywords=mathematics&op=Search>
47. <https://www.msu.ru/en/projects/proekt-vernadskiy/news/math-teachers-advanced-training.html>
48. <https://english.spbu.ru/education/graduate/master-in-english/90-program-master/2455-advanced-mathematics>
49. http://www.spbstu.ru/public/m_v/index.html
50. <http://www.sosmath.com/index.html/>

51.<http://dmvn.mexmat.net/>
52.<http://www.exponenta.ru/>