O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

OLIY TA’LIM TIZIMI PEDAGOG VA RAHBAR KADRLARINI QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING MALAKASINI OSHIRISHNI TASHKIL ETISH BOSH ILMIY - METODIK MARKAZI

O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI HUZURIDAGI PEDAGOG KADRLARNI QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING MALAKASINI OSHIRISH TARMOQ (MINTAQAVIY) MARKAZI

“BOSHQARILADIGAN TIZIMLAR MEXANIKASI”

MODULI BO‘YICHA

O‘QUV–USLUBIY MAJMUA

Toshkent – 2022

Mazkur o‘quv-uslubiy majmua Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligining 2020 yil 7 dekabrdagi 648-sonli buyrug‘i bilan tasdiqlangan o‘quv reja va dastur asosida tayyorlandi.

Tuzuvchi: Rossiya Milliy texnologik tadqiqotlar universiteti, Olmaliq filiali, f.-m.f.n., M.N. Sidiqov

Taqrizchilar: O‘zbekiston Milliy universiteti “Mexanika va matematik modellashtirish” kafedrasi professori, f.-m.f.d. N.A. Korshunova

O‘quv -uslubiy majmua Bosh ilmiy-metodik markaz Ilmiy metodik Kengashining qarori bilan nashrga tavsiya qilingan

(*2020 yil “30” dekabrdagi 5/4-sonli bayonnoma*)

MUNDARIJA

I. ISHCHI DASTUR

Kirish

Dastur O‘zbekiston Respublikasining 2020 yil 23 sentabrda tasdiqlangan “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi PF-4947-son, 2019 yil 27 avgustdagi “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida”gi PF-5789-son, 2019 yil 8 oktabrdagi “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5847-son va 2020 yil 29 oktabrdagi “Ilm-fanni 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-6097-sonli Farmonlari hamda O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2019 yil 23 sentabrdagi “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish bo‘yicha qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi 797-sonli Qarorlarida belgilangan ustuvor vazifalar mazmunidan kelib chiqqan holda tuzilgan bo‘lib, u oliy ta’lim muassasalari pedagog kadrlarining kasb mahorati hamda innovatsion kompetentligini rivojlantirish, sohaga oid ilg‘or xorijiy tajribalar, yangi bilim va malakalarni o‘zlashtirish, shuningdek amaliyotga joriy etish ko‘nikmalarini takomillashtirishni maqsad qiladi.

Dastur doirasida berilayotgan mavzular ta’lim sohasi bo‘yicha pedagog kadrlarni qayta tayyorlash va malakasini oshirish mazmuni, sifati va ularning tayyorgarligiga qo‘yiladigan umumiy malaka talablari va o‘quv rejalari asosida shakllantirilgan bo‘lib, uning mazmuni kredit modul tizimi va o‘quv jarayonini tashkil etish, ilmiy va innovatsion faoliyatni rivojlantirish, pedagogning kasbiy professionalligini oshirish, ta’lim jarayoniga raqamli texnologiyalarni joriy etish, maxsus maqsadlarga yo‘naltirilgan ingliz tili, mutaxassislik fanlar negizida ilmiy va amaliy tadqiqotlar, o‘quv jarayonini tashkil etishning zamonaviy uslublari bo‘yicha so‘nggi yutuqlar, pedagogning kreativ kompetentligini rivojlantirish, ta’lim jarayonlarini raqamli texnologiyalar asosida individuallashtirish, masofaviy ta’lim xizmatlarini rivojlantirish, vebinar, onlayn, «blended learning», «flipped classroom» texnologiyalarini amaliyotga keng qo‘llash bo‘yicha tegishli bilim, ko‘nikma, malaka va kompetensiyalarni rivojlantirishga yo‘naltirilgan.

Qayta tayyorlash va malaka oshirish yo‘nalishining o‘ziga xos xususiyatlari hamda dolzarb masalalaridan kelib chiqqan holda dasturda tinglovchilarning mutaxassislik fanlar doirasidagi bilim, ko‘nikma, malaka hamda kompetensiyalariga qo‘yiladigan talablar takomillashtirilishi mumkin.

Modulning maqsadi va vazifalari

Modulining maqsadi: Boshqariladigan tizimlar mexanikasi moduliga qo‘yilgan bog‘lanish turlariga ko‘ra boshqariluvchi mexanik sistema harakat tenglamalarini tuzish, ularning turlari, ekstremal trayektoriyalarni aniqlashga tegishli variatsion masalani qo‘yilishi va yetarlilik shartlari hamda ekstremal harakatni ustuvorlikka tekshirish, optimal harakatni stabillash muammolarini hal qilish haqida oliy ta’lim muassasalari pedagog kadrlarining bilim, ko‘nikma va kompetensiyalarini oshirish. **Modulning vazifalari:**

- Boshqariladigan tizimlar mexanikasi modulida bog‘lanishlarni hisobga olgan holda asosiy prinsiplar yordamida harakat tenglamalarini tuzish va boshqarish parametrlarini aniqlash va harakatni ustuvorlikka tekshirish,
- Nyuton tortish maydonida harakatlanadigan massasi o‘zgaruvchi moddiy nuqta uchun variatsion masalaning optimal yechimlarini aniqlash va olingan natijalarni mexanik taxlil qilish, ustuvorlik muammosini hal qilish va amaliyotda qo‘llash usullari haqida nazariy va amaliy bilimlarni, ko‘nikma va malakalarni shakllantirishdan iborat.

Modul bo‘yicha tinglovchilarning bilimi, ko‘nikmasi, malakasi va kompetensiyalariga qo‘yiladigan talablar

Modulni o‘zlashtirish jarayonida amalga oshiriladigan masalalar doirasida**:**

Tinglovchi:

- Mexanika fani rivojining zamonaviy bosqichlarini;
- Boshqariladigan tizimlar mexanikasiga tegishli asosiy qonunlar, prinsiplar va tadqik qilish usullarini;
- Dinamik tizimlarni sifat tadqiqi natijalarining zamonaviy talqinini;
- Tabiiy va aniq fanlarda foydalaniladigan zamonaviy amaliy dasturlar majmualarini ***bilishi*** kerak.
- axborot texnologiyalarining zamonaviy vositalaridan foydalanib ilmiy-tadqiqotlarni o‘tkazish;
- eksperimental tadqiqotlar natijalariga ishlov berish, ularni tahlil qilish va aks ettirish, xulosalar chiqarish, ilmiy maqolalar tayyorlash, tavsiyalarini ishlab chiqish;
- Boshqariladigan tizimlar mexanikasi, klassik mexanikaga zamonaviy qarash, mexanikaning zamonaviy yo‘nalishlari bo‘yicha ma’ruza, amaliy mashg‘ulot va nazorat ishlarini to‘g‘ri qo‘llay olish ***ko‘nikmalariga*** ega bo‘lishi lozim.

- axborot kommunikatsion texnologiyalari va ularni qo‘llashning ilmiynazariy va amaliy ahamiyatini bilish;
- Boshqariladigan tizimlar mexanikasi, klassik mexanikaga zamonaviy qarash, kompyuter injiniringi fanlarining zamonaviy yo‘nalishlarini ishlab chiqish;
- tabiiy va aniq fanlarni turli sohalarga tatbiq qilish;
- tabiiy va aniq fanlarni dasturlar paketi yordamida yechish va qo‘llash ***malakalariga*** ega bo‘lishi lozim.
- Mexanikaga oid masalalarni yechishda zamonaviy texnologiyalar va usullardan foydalana olish;
- tabiiy va aniq fanlar sohasida kasbiy faoliyat yuritish uchun zarur bo‘lgan bilim, ko‘nikma, malakaga ega bo‘lish;
- ilg‘or axborot-texnologiyalarida ishlash;
- egallangan tajribani tanqidiy ko‘rib chiqish qobiliyati, zarur bo‘lganda o‘z kasbiy faoliyatining turi va xarakterini o‘zgartira olish;
- Boshqariladigan tizimlar mexanikasi, klassik mexanikaga zamonaviy qarash, kompyuter injiniringiga oid zamonaviy manbalardan foydalana olish ***kompetensiyalariga*** ega bo‘lishi lozim.

Modulni tashkil etish va o‘tkazish bo‘yicha tavsiyalar

Modulni o‘qitish ma’ruza va amaliy mashg‘ulotlar shaklida olib boriladi.

Modulni o‘qitish jarayonida ta’limning zamonaviy metodlari, pedagogik texnologiyalar va axborot-kommunikatsiya texnologiyalari qo‘llanilishi nazarda tutilgan:

- ma’ruza darslarida zamonaviy kompyuter texnologiyalari yordamida prezentatsion texnologiyalardan;
- o‘tkaziladigan amaliy mashg‘ulotlarda ekspress-so‘rovlar, test so‘rovlari, aqliy hujum, guruhli fikrlash, kichik guruhlar bilan ishlash, kollokvium o‘tkazish, va boshqa interaktiv ta’lim usullarini qo‘llash nazarda tutiladi.

Modulning o‘quv rejadagi boshqa modullar bilan bog‘liqligi va uzviyligi

“Boshqariladigan tizimlar dinamikasi” moduli mazmuni o‘quv rejadagi “Hisoblash mexanikasi”, “Mexanikada matematik modellashtirish” o‘quv modullari bilan uzviy bog‘langan holda pedagoglarning ta’lim jarayonida modulda ko‘rilgan usullar va teoremalarni aniq masalalarni yechishda qo‘llash, foydalanish bo‘yicha kasbiy pedagogik tayyorgarlik darajasini oshirishga xizmat qiladi.

Modulning oliy ta’limdagi o‘rni

Modulni o‘zlashtirish orqali tinglovchilar ta’lim jarayonida aniq boshqariluvchi mexanik sistemalarda optimal boshqarishni amalga oshirish, xususiy harakatlarni ustuvorlikka tekshirish va olingan natijalarni taxlil qilish va amalda qo‘llashga doir kasbiy kompetentlikka ega bo‘ladilar.

Modul bo‘yicha soatlar taqsimoti

№	Modul mavzulari	Auditoriya o‘quv yuklamasi			
		Жами	jumladan		
			Назарий	Амалий машғулот	Кўчма машғулоти
1.	Boshqariluvchi mexanik tizimning harakat tenglamalari. Boshqaruvchanlik va kuzatuvchanlik	4	2	2	
2.	Optimal harakatni aniqlashga doir variatsion masala. Optimal harakatni aniqlashning zaruriy shartlari.	4	2	2	
3.	Gravitatsiya maydonlarida harakatlanadigan massasi o‘zgaruvchi moddiy nuqtaning optimal trayektoriyalarini aniqlash	4	4	2	
4.	Xususiy harakatni ustuvorlikka tekshirishga tegishli asosiy teoremalar va usullar. Maple va MetCat programmalash paketlari yordamida boshqarish masalalarini sonli yechish.	8	2	2	4
	Jami:	**22**	**10**	**8**	**4**

NAZARIY MASHG‘ULOTLAR MAZMUNI

1-mavzu. Boshqariluvchi mexanik tizimning harakat tenglamalari. Boshqaruvchanlik va kuzatuvchanlik (2 soat).

1.1. Boshqariluvchi mexanik sistemalarga tegishli aniq masalalar.

1.2. Boshqariluvchi mexanik sistema harakat tenglamalari.

1.3. Boshqaruvchanlik va kuzatuvchanlik.

1.4. Bog‘lanishlarga nisbatan parametrik bo‘shatilgan harakat.

2-mavzu. Optimal harakatni aniqlashga doir variatsion masala. Optimal harakatni aniqlashning zaruriy shartlari (2 soat).

2.1. Optimal harakatni aniqlashga doir variatsion masalani qo‘yilishi.

2.2. Optimal harakatni aniqlashning zaruriy shartlari. *2.2. Zaruriy shartlar.Veyershtrass shartlari.*

3-mavzu. Gravitatsiya maydonlarida harakatlanadigan massasi o‘zgaruvchi moddiy nuqta uchun optimal trayektoriyalarini aniqlash (4 soat).

3.1. Gravitatsiya maydonlarida harakatlanadigan massasi o‘zgaruvchi moddiy nuqta uchun. *Meshcherskiy tenglamasi. Gamilton tenglamasi.*

3.2. O‘tish funksiyasi va uning mexanik taxlili.

3.3 Optimal trayektoriyaning qismlari. *Nol, o‘rta va maksimal tortish qismlar.*

3.4. Optimal trayektoriya qismlariga tegishli birinchi integrallar.

4-mavzu. Xususiy harakatni ustuvorlikka tekshirishga tegishli asosiy teoremalar va usullar. Maple va MetCat programmalash paketlari yordamida boshqarish masalalarini sonli yechish. (2 soat).

4.1 Xususiy harakatni ustuvorlikka tekshirishga tegishli asosiy teoremalar va usullar.

4.2. Maple va MetCat programmalash paketlari yordamida boshqarish masalalarini sonli yechish.

4.3. Asosiy tushunchalar va ta’riflar. Og‘dirilgan harakat tenglamalari.

4.3. Lyapunov funksiyasi va uning xossalari.

4.3. Ustuvorlik xaqida Lyapunov teoremalari.

4.4. Avtonom sistemalar uchun birinchi yaqinlashish bo‘yicha harakat ustuvorligi. Xarakteristik tenglamalarni yechishda programmalash paketlaridan foydalanish.

AMALIY MASHG‘ULOTLAR MAZMUNI

1-amaliy mashg‘ulot. Boshqariluvchi mexanik tizimning harakat tenglamalari. Boshqaruvchanlik va kuzatuvchanlik (2 soat).

2-amaliy mashg‘ulot. Optimal harakatni aniqlashga doir variatsion masala. Optimal harakatni aniqlashning zaruriy shartlari (2 soat).

3-amaliy mashg‘ulot. Gravitatsiya maydonlarida harakatlanadigan massasi o‘zgaruvchi moddiy nuqtaning optimal trayektoriyalarini aniqlash (2 soat).

4-amaliy mashg‘ulot. Xususiy harakatni ustuvorlikka tekshirishga tegishli asosiy teoremalar va usullar. Maple va MetCat programmalash paketlari yordamida boshqarish masalalarini sonli yechish (2 soat).

KO‘CHMA MASHG‘ULOT MAZMUNI

Mavzu: Xususiy harakatni ustuvorlikka tekshirishga tegishli asosiy teoremalar va usullar. Maple va MetCat programmalash paketlari yordamida boshqarish masalalarini sonli yechish (4 soat).

Tinglovchilarni zamonaviy labaratoriyalar va ularda olib borilayotgan boshqariluvchi mexanik sistemalarga tegishli loyixalar bilan tanishtirish (Turin politexnika instituti Toshkent filali, O‘zbekiston milliy universiteti, RMTTU(Olmaliq filiali)

O‘QITISH SHAKLLARI

Mazkur modul bo‘yicha quyidagi o‘qitish shakllaridan foydalaniladi: - ma’ruzalar, amaliy mashg‘ulotlar (ma’lumotlar va nazariy bilimlarni mustahkamlash);

- davra suhbatlari (idrok qilish va mantiqiy xulosalar chiqarish);
- bahs va munozaralar (muammolar yechimini topish qobiliyatini rivojlantirish).
-

II. MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA’LIM METODLARI.

Xulosalash (Rezyume, Veyer) metodi

Metodning maqsadi: Bu metod murakkab, ko‘ptarmoqli, mumkin qadar, muammoli xarakteridagi mavzularni o‘rganishga qaratilgan. Metodning mohiyati shundan iboratki, bunda mavzuning turli tarmoqlari bo‘yicha bir xil axborot beriladi va ayni paytda, ularning har biri alohida aspektlarda muhokama etiladi. Masalan, muammo ijobiy va salbiy tomonlari, afzallik, fazilat va kamchiliklari, foyda va zararlari bo‘yicha o‘rganiladi. Bu interfaol metod tanqidiy, tahliliy, aniq mantiqiy fikrlashni muvaffaqiyatli rivojlantirishga hamda o‘quvchilarning mustaqil g‘oyalari, fikrlarini yozma va og‘zaki shaklda tizimli bayon etish, himoya qilishga imkoniyat yaratadi. “Xulosalash” metodidan ma’ruza mashg‘ulotlarida individual va juftliklardagi ish shaklida, amaliy mashg‘ulotlarida kichik guruhlardagi ish shaklida mavzu yuzasidan bilimlarni mustahkamlash, tahlili qilish va taqqoslash maqsadida foydalanish mumkin.

Metodni amalga oshirish tartibi:

trener-o‘qituvchi ishtirokchilarni 5-6 kishidan iborat kichik guruhlarga ajratadi;

trening maqsadi, shartlari va tartibi bilan ishtirokchilarni tanishtirgach, har bir guruhga umumiy muammoni tahlil qilinishi zarur bo‘lgan qismlari tushirilgan tarqatma materiallarni tarqatadi;

har bir guruh o‘ziga berilgan muammoni atroflicha tahlil qilib, o‘z mulohazalarini tavsiya etilayotgan sxema bo‘yicha tarqatma materialga yozma bayon qiladi;

navbatdagi bosqichda barcha guruhlar o‘z taqdimotlarini o‘tkazadilar.

Namuna:

Tahlil turlarining qiyosiy tahlili					
Tizimli tahlil		**Syujetli tahlil**		**Vaziyatli tahlil**	
Afzalligi	**kamchiligi**	**afzalligi**	**kamchiligi**	**afzalligi**	**kamchiligi**
Mummoni kelib chiqish sababli va kechish jarayonini aloqadorligi jihatidan o‘rganish imkoniyatiga ega	Alohida tayyorgarlikka ega bo‘lishni, ko‘p vaqt ajratishni talab etadi	O‘z vaqtida munosabat bildirish imkoniyatini beradi	Munosabat boshqa bir syujetga nisbatan qo‘llanishga yaroqsiz	Vaziyat ishtirokchilarining (obekt va subekt) vazifalarin i belgilab olish imkonini beradi	Dinamik xususiyatni belgilab olish uchun qo‘llab bo‘lmaydi
Xulosa: Tahlilning barcha turlari ham o‘zining afzalligi va kamchiligi bilan bir biridan farqlanadi. Lekin, ular qatoridan pedagogik faoliyat doirasida qaror qabul qilish uchun tizimli tahlildan foydalanish joriy kamchiliklarni bartaraf etishga, mavjud resurslardan maqsadli foydalanishda afzalliklarga egaligi bilan ajralib turadi.					

“FSMU” metodi

Texnologiyaning maqsadi: Mazkur texnologiya ishtirokchilardagi umumiy fikrlardan xususiy xulosalar chiqarish, taqqoslash, qiyoslash orqali axborotni o‘zlashtirish, xulosalash, shuningdek, mustaqil ijodiy fikrlash ko‘nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi. Mazkur texnologiyadan ma’ruza mashg‘ulotlarida, mustahkamlashda, o‘tilgan mavzuni so‘rashda, uyga vazifa berishda hamda amaliy mashg‘ulot natijalarini tahlil etishda foydalanish tavsiya etiladi.

Texnologiyani amalga oshirish tartibi:

- qatnashchilarga mavzuga oid bo‘lgan yakuniy xulosa yoki g‘oya taklif etiladi;
- har bir ishtirokchiga FSMU texnologiyasining bosqichlari yozilgan qog‘ozlarni tarqatiladi;
- ishtirokchilarning munosabatlari individual yoki guruhiy tartibda taqdimot qilinadi.

FSMU tahlili qatnashchilarda kasbiy-nazariy bilimlarni amaliy mashqlar va mavjud tajribalar asosida tezroq va muvaffaqiyatli o‘zlashtirilishiga asos bo‘ladi.

Namuna.

Fikr: *“Tizim atrof muhitdan ajralgan, u bilan yaxlit ta’sirlashuvchi, bir-biri bilan o‘zaro bog‘langan elementlar majmuasi bo‘lib, tadqiqotlar obekti sanaladi”.*

Topshiriq: Mazkur fikrga nisbatan munosabatingizni FSMU orqali tahlil qiling.

“Assesment” metodi

Metodning maqsadi: mazkur metod ta’lim oluvchilarning bilim darajasini baholash, nazorat qilish, o‘zlashtirish ko‘rsatkichi va amaliy ko‘nikmalarini tekshirishga yo‘naltirilgan. Mazkur texnika orqali ta’lim oluvchilarning bilish faoliyati turli yo‘nalishlar (test, amaliy ko‘nikmalar, muammoli vaziyatlar mashqi, qiyosiy tahlil, simptomlarni aniqlash) bo‘yicha tashxis qilinadi va baholanadi.

Metodni amalga oshirish tartibi:

“Assesment” lardan ma’ruza mashg‘ulotlarida tinglovchilarning mavjud bilim darajasini o‘rganishda, yangi ma’lumotlarni bayon qilishda, amaliy mashg‘ulotlarda esa mavzu yoki ma’lumotlarni o‘zlashtirish darajasini baholash, shuningdek, o‘z-o‘zini baholash maqsadida individual shaklda foydalanish tavsiya etiladi. Shuningdek, o‘qituvchining ijodiy yondashuvi hamda o‘quv maqsadlaridan kelib chiqib, assesmentga qo‘shimcha topshiriqlarni kiritish mumkin.

Namuna. Har bir katakdagi to‘g‘ri javobni baholash mumkin.

III. NAZARIY MASHG‘ULOT MATERIALLARI

1-MAVZU. BOSHQARILUVCHI MEXANIK TIZIMNING HARAKAT TENGLAMALARI. BOSHQARUVCHANLIK VA KUZATUVCHANLIK

Reja:

1. Boshqariluvchi mexanik sistemalarga tegishli aniq masalalar.
2. Boshqariluvchi mexanik sistema harakat tenglamalari.
3. Bog‘lanishlarga nisbatan parametrik bo‘shatilgan harakat.
4. Boshqaruvchanlik va kuzatuvchanlik.

Tayanch so‘zlar: *bog‘lanish, ideal, noideal bog‘lanishlar, reanom, umumlashgan koordinata, umumlashgan kuch. Boshqaruvchanlik va kuzatuvchanlik.*

1-mavzu. Boshqariluvchi mexanik tizimning harakat tenglamalari. Boshqaruvchanlik va kuzatuvchanlik

Reja:

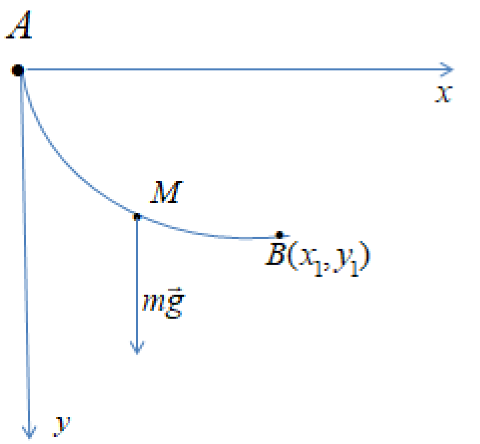
1. Boshqariluvchi mexanik sistemalarga tegishli aniq masalalar.
2. Boshqariluvchi mexanik sistema harakat tenglamalari.
3. Bog‘lanishlarga nisbatan parametrik bo‘shatilgan harakat.
4. Boshqaruvchanlik va kuzatuvchanlik.

Tayanch so‘zlar: bog‘lanish, ideal, noideal bog‘lanishlar, reanom, umumlashgan koordinata, umumlashgan kuch. Boshqaruvchanlik va kuzatuvchanlik.

1. Boshqariluvchi mexanik sistemalarga tegishli aniq masalalar.

Amaliyotda har qanday boshqarish imkoniyati mavjud bo‘lgan masalalarni yechishda, yechimlar orasidan bizni ma’lum bir talablarimizni qanoatlantiradigan, ya’ni optimal yechimni topishga harakat qilinadi. Buning uchun ma’lum bir miqdorni (funksional) minimum yoki maksimumga erishishi to‘g‘risidagi matematik masalani hal qilishga (optimallashtirish masalasini) to‘g‘ri keladi. Tarixiy ma’lumki, birinchi bo‘lib bunday masalani 1696 yilda I. Bernulli ko‘rib chiqqan.

1. Vertikal tekislikda ikkita A, B nuqta berilgan. Massasi m bo‘lgan moddiy nuqta boshlang‘ich tezliksiz A nuqtadan B nuqtaga og‘irlik kuchi $m\vec{g}$ ta’sirida eng kam vaqt sarflab yetib keladigan trayektoriyasini aniqlang.



Masalaning boshlang‘ich shartiga ko‘ra $t=0, x(0)=0, y(0)=0, v(0)=0$. Moddiy nuqtaning harakatiga tegishli kinetik energiyasini o‘zgarishi xaqidagi teoremaga ko‘ra harakat davomida energiya integrali o‘rinli:

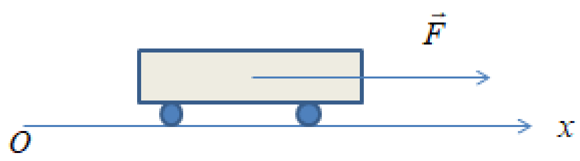
$\frac{mv^2}{2}-\frac{mv_0^2}{2}=mgy$, bundan boshlang‘ich shartlarga ko‘ra $v=\sqrt{2gy(x)}$. Agar $v=\frac{ds}{dt}=\frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{dt}$ ekanligini hisobga olsak, trayektoriya bo‘ylab ds masofani bosib o‘tish uchun $dT=\frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{\sqrt{2gy(x)}}=\frac{\sqrt{1+(y_x')^2}}{\sqrt{2gy(x)}}dx$ va tekislikda A nuqtadan B nuqtaga o‘tishi uchun esa

$$T(y(x))=\int_0^{x_1}\frac{\sqrt{1+(y_x')^2}}{\sqrt{2gy}}dx \qquad (1)$$

vaqt sarflanadi, ya’ni harakat vaqti minimallashtiriluvchi funksionaldan iborat bo‘ladi. Bunda $y(0)=0, y(x_1)=y_1$.

2. Tez ta’sir xaqidagi masala

Massasi m bo‘lgan telejka gorizontal to‘g‘ri chiziq bo‘ylab gorizontal yo‘nalgan F kuch ta’sirida harakatlanmoqda. Boshlang‘ich shartlar quyidagicha: $x(t_0)=x_0, \dot{x}(t_0)=v_0$.



Nyutonning ikkinchi qonuniga ko‘ra $\ddot{x}=\frac{F}{m}$, yoki

$$\ddot{x}=\frac{F}{m}=u \qquad (2)$$

Telejkaga ta’sir qiladigan shunday $u(x_0, v_0, t)$ kuchni topish talab qilinadiki, telejka minimal t_1 vaqtda to‘xtasin, $x(t_1), \dot{x}(t_1) = 0$. Bu masalada ta’sir qilayotgan gorizontal kuchni amalga oshirish imkoniyati chegaralangan bo‘lsa, u holda boshqarish parametri uchun $u_1 \leq u \leq u_2$ munosabat o‘rinli bo‘ladi va minimallashtiriluvchi funksional

$$J = t_1 - t_0,$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

3. Kosmik apparat optimal trayektoriyasini aniqlash masalasi.

Quyida gravitatsiya maydonida harakatlanadigan massasi o‘zgaruvchi kosmik apparat massa markazini harakatiga tegishli ekstremal trayektoriyalarni aniqlash masalasini ko‘rib chiqamiz. Meshcherskiy tenglamasiga ko‘ra, kosmik apparat massa markazi harakat differensial tenglamasini quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$M\frac{d\vec{v}}{dt} = M\vec{g}(\vec{r}) + \vec{\Phi}, \tag{3}$$

bunda $M(t)$ – kosmik apparat massasi, $\vec{g}(\vec{r})$ -gravitatsion tezlanish, $\vec{\Phi}$ – reaktiv kuch. Agar gravitatsiya maydoni Nyuton tortish maydonidan iborat bo‘lsa,

$$\vec{g} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r}, \tag{4}$$

reaktiv kuch(tortish kuchi) esa

$$\vec{\Phi} = \vec{v}_r \frac{dM}{dt} \ , \tag{5}$$

$$\vec{v}_r = -c\vec{e}, \tag{6}$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Bunda $\vec{v}_r$ -sarf qilinayotgan yoqilg‘ining nisbiy tezligi, $\vec{e}$ – reaktiv kuch yo‘nalishidagi birlik vektor, $c = /\vec{v}_r/$ -nisbiy tezlik miqdori bo‘lib, o‘zgarmas deb qabul qilinadi, μ – tortish markaziga tegishli Gauss doimiysi.

Kosmik apparat massasi yoqilg‘i sarfi hisobiga kamaygani uchun $\frac{dM}{dt} < 0$. Bunga ko‘ra, $m = -\frac{dM}{dt}$ vaqt birligi orasidagi massa sarfini kiritamiz. Agar massa sarfini amalga oshirish jihatidan chegaralanganini hisobga olsak, $0 \leq m \leq \tilde{m}$, ya’ni vaqt birligi oralig‘idagi massa sarfi quyi va yuqoridan chegaralangan. Yuqorida keltirilgan belgilashlarga ko‘ra, harakat tenglamasini birinchi tartibli differensial tenglamalar ko‘rinishida yozish mumkin.

$$\begin{aligned} &\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}(\vec{r}) - \frac{cm}{M}\bar{e}, \\ &\dot{\vec{r}} = \vec{v}, \\ &\dot{M} = m. \end{aligned} \tag{7}$$

Masala qo‘yilishiga ko‘ra, vaqt birligi oralig‘idagi massa sarfi m va tortish kuchi yo‘nalishi $\vec{e}$ boshqarish parametrlari hisoblanadi, ya’ni bu miqdorlarni tanlab olish imkoniyati mavjud.

Bu masala uchun quyidagi variatsion masalani qo‘yish mumkin:
Nuqta fazoda boshlang‘ich holatidan keyingi holatiga shunday o‘tsinki, bu o‘tishda nuqta holatiga bog‘liq bo‘lgan ma’lum bir funksional o‘zining minimal qiymatiga ega bo‘lsin. Misol uchun nuqta bir holatdan ikkinchi holatga o‘tganda massa sarfi eng kam bo‘lsin (minimal). Bu holda minimallashtiluvchi funksional

$$J = -M_1, \tag{8}$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Bunda M_1-kosmik apparatni keyingi holatdagi massasi. Bu masala massasi o‘zgaruvchi moddiy nuqta dinamikasiga tegishli

$$J = c\ln\frac{M_0}{M} \tag{9}$$

xarakteristik tezlikni minimallashtirish masalasiga ekvivalent.
Shunday qilib, kosmik apparatni gravitatsiya maydonidagi harakatida vaqt birligi oralig‘idagi massa sarfi m va tortish kuchi yo‘nalishi $\vec{e}$ boshqarish parametrlari hisoblanadi.

2. Boshqariluvchi mexanik sistema harakat tenglamalari.

Odatda mexanik sistema nuqtalariga qo‘yilgan bog‘lanishlar passiv kuchlar yordamida amalga oshiriladi va bu bog‘lanishlar tros, sterjen, sirt, har-xil sharnirlar ko‘rinishida bo‘ladi. Bog‘lanishlar ostidagi sistemalarni boshqarish masalasi esa ko‘pgina hollarda tashqi aktiv kuchlar yordamida amalga oshirilada. Ammo shunday sistemalar mavjudki, bu sistemalarda bog‘lanishlar maxsus yo‘llar bilan amalga oshiriladi yoki boshqacha qilib aytganda, reaksiya kuchlari yordamida sistemada ma’lum harakatlar amalga oshiriladi. Adabiyotlarga e’tibor beradigan bo‘lsak, boshqariluvchi sistemalar nazariyasida asosan ekstremal trayektoriyalarni aniqlash muxim o‘rin tutada. Quyida klassik mexanikaga tegishli noideal bog‘lanishli sistemalar nazariyasiga asoslangan holda shartli bog‘lanishlarning reaksiya kuchlari yordamida mexanik sistemalarda asimptotik turg‘un harakatni amalga oshirish masalasini ko‘rib chiqamiz. Bunda boshqarish parametrlari sifatida reaksiya kuchlari qatnashadi. Bunday masala birinchi bo‘lib fransuz mexanigi A.Begen tomonidan Sperri giroskoplarini o‘rganishda ko‘rib chiqilgan. Masala mohiyatiga ko‘ra, asosi harakatlanadigan giroskopik uskuna o‘zining ishlatilish maqsadidan og‘ishini bartaraf qilishdan iborat. Bu masalani hal qilishda A.Begen sistemaga qushimcha, ya’ni og‘ishlarni nolga teng bo‘lish shartini qo‘ygan va boshqarish parametrlari sifatida reaksiya kuchlarini olgan. Xozirda ishlab chiqilgan boshqariluvchi mexanik sistemalar nazariyasiga e’tibor beradigan bo‘lsak, shartli bog‘lanishlar mexanik sistema uchun invariant munosabatlar sifatida qaraladi, ya’ni vaqtning boshlang‘ich vaqtida o‘rinli bo‘lgan munosabat butun harakat davomida bajarilishi talab qilinadi.

Birinchi navbatda noideal bog‘lanishlarga tegishli P.Penleve tomonidan ishlab chiqilgan asosiy natijalar ustida to‘xtalamiz.

Ma’lumki, A. Begen tomonidan ishlab chiqilgan nazariyaga ko‘ra sistemaga qo‘yilgan birinchi tur bog‘lanishlar orasida, ikkinchi tur bog‘lanish reaksiya kuchlarining bajargan ishlari nolga teng bo‘ladigan ko‘chishlar mavjud, ya’ni ikkinchi tur bog‘lanishlar ideal bog‘lanishlardan iborat. Bunga ko‘ra, bunday sistemalar uchun Dalambera – Lagranja prinsipi barcha mumkin bo‘lgan ko‘chishlar uchun o‘rinli emas. O‘z o‘zidan tug‘iladigan savol, bu noideal bog‘lanishli sistemalarga tegishli natijalar shartli bog‘lanishli sistemalar uchun ham o‘rinlimi. Agar bizga n moddiy nuqtadan iborat S mexanik sistema berilgan bo‘lsa, sistemaga qo‘yilgan bog‘lanishlar ideal deyiladi, agar sistema neqtalarining mumkin bo‘lgan ko‘chishlaridagi reaksiya kuchlarining bajargan ishlarini yig‘indisi nolga teng bo‘lsa. Agar virtual ko‘chishlardagi bajarilgan ish nolga teng bo‘lmasi, $\bar{R}$ reaksiya kuchini doimo ikkita tashkil etuvchiga ajratsa bo‘ladi. Bunda $\bar{R}_1$ – reaksiya kuchining tashkil etuvchisi bo‘lib, ishqalanish yo‘q bo‘lgan haldagisi va $\bar{R}-\bar{R}_1=\bar{\rho}$ ishqalanish kuchi. Sistemaga ta’sir qilayotgan reaksiya kuchlarining tashkil etuvchilari quyidagi shartlarni qanoatlantiradi:

1. Sistema nuqtalarining har qanday virtual ko‘chishlarida.

$$\sum_{\gamma=1}^{3N} R_\gamma^n \,\delta x_\gamma = 0$$

2. $\bar{\rho}\delta t$ vektorlar sistemaning mumkin bo‘lgan ko‘chishlari to‘plamida yotadi va

$$\sum_{\gamma=1}^{3N} R^\tau{}_\gamma \delta\, x_\gamma = \tau \neq 0$$

Boshqacha qilib aytganda, bog‘lanish reaksiya kuchn $\bar{R}$ ni doimo ikkita $\bar{\rho}$ va $\bar{R}_1$ tashkil etuvchilrga ajratish mumkinki, bunda $\bar{\rho}$ ishqalanish kuchi va $\bar{R}_1$ tashkil etuvchi esa bog‘lanish kuchidan iborat.

Quyida shartli bog‘lanishlarni noidealligi va bo‘shatilishi hisobga olingan holda dinamik sistemalarning harakatini ko‘rib chiqamiz. Aniq masalada shartli bog‘lanishga nisbatan stabillash muammosini hal qilamiz.

Faraz qilamiz, bizga holati $q_i\left(\, i=1,2,...,n\right)$ umumlashgan koordinatalar bilan aniqlanadigan geometrik bog‘lanishli mexanik sistema berilgan bo‘lsin. Bunda sistema sistemaga ta’sir qilayotgan umumlashgan kuchlar Q_i va sistema harakati quyidagi bir-birini inkor qilmaydigan

$$f_\alpha\left(q_j,t\right)=0 \;\; \left(f_\alpha \in C_2;\; \alpha=1,2,...,a\right) \tag{10}$$

geometrik va

$$\varphi_\beta\left(q_i,\dot{q}_i,t\right)=0 \;\left(\varphi_\beta \in C_1;\; \beta=1,2,...,b\right) \tag{11}$$

umumiy holda chiziqsiz kinematik bog‘lanishlar ostida bo‘lsin.
Bog‘lanishlarga ko‘ra, sistemaning mumkin bo‘lgan ko‘chishlari quyidagi munosabatlarni qanoatlantiradi:

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f_\alpha}{\partial q_i}\delta q_i = 0, \qquad \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial \varphi_\beta}{\partial \dot q_i}\delta q_i = 0$$

va sistemaning holatini quyidagi, o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan o‘zgaruvchilar orqali aniqlash mumkin:

$$q_i = a_i(q_j, t),\ \dot q_i = b_i(q_j, p_s, t)\ (a_i \in C_2,\ b_i \in C_1) \tag{12}$$

Bunda $q_j\,(j = 1,2,\ldots,p)$- o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan Lagranj koordinatalari, $p_s\,(s = 1,2,\ldots,r)$ - o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan tezlik parametrlari. Kinematik bog‘lanishli sistemalar nazariyasiga ko‘ra, δq_i koordinatalarning variatsiyalarini $\delta\pi_s$ erkin variatsiyalar orqali ifodalash mumkin.

$$\delta q_i = \sum_{s=1}^{r}\frac{\partial b_i}{\partial p_s}\delta\pi_s \tag{13}$$

Faraz qilamiz, (1) bog‘lanishlar ichida birinchi c, tasa birinchi tur bog‘lanishlardan iborat bo‘lsin. Agar birinchi tur bog‘lanish reaksiya kuchlarini $\vec N_i$ va $\vec\Phi_i$ -bilan shartli bog‘lanishlar reakiya kuchlarini belgilasak $\vec R_i = \vec N_i + \vec\Phi_i$. Bunga ko‘ra, noideal bog‘lanishli sistema uchun

$$\sum_{i=1}^{n} N_i\delta q_i = 0,\quad \sum_{i=1}^{n}\Phi_i\delta q_i = \tau \neq 0.$$

o‘rinli va shartli bog‘lanishlarning reaksiya kuchlarini shunday ikkita Φ_i^n, Φ_i^n tashkil etuvchiga ajratish mumkinki, bunda $\Phi_i^n\delta t$ vektorlar sistemaning mumkin bo‘lgan ko‘chishlar to‘plamida yotadi. Noideal bog‘lanishli sistemalar nazariyasiga ko‘ra, bu tashkil etuvchilarning komponentalari uchun quyidagi munosabatlar o‘rinli:

$$\Phi_i^n = \sum_{\alpha=c+1}^{a}\lambda_\alpha\frac{\partial f_\alpha}{\partial q_i} + \sum_{\beta=c+1}^{b}\mu_\beta\frac{\partial\varphi_\beta}{\partial \dot q_i},$$

$$\Phi_i^\tau = \sum_{\nu=1}^{m} u_\nu\frac{\partial b^*}{\partial p_\nu}$$

Bunda $\lambda_\alpha, \mu_\beta$ -Lagranj ko‘paytuvchilari, u_ν -proporsionallik koeffitsiyentlari.
Sistemaning harakat tenglamalari esa quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot q_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + N_t + \Phi_i.$$

Bunda T -sistema kinetik energiyasi bog‘lanishlarni hisobga olinmagan holda tuzilgan.
Reaksiya kuchlarining strukturasi esa

$$N_i = \sum_{\alpha=1}^{c}\lambda_\alpha\frac{\partial f_\alpha}{\partial q_i} + \sum_{\beta=1}^{d}\mu_\beta\frac{\partial\varphi_\beta}{\partial \dot q_i},$$

$$\Phi_i = \sum_{\alpha=c+1}^{a}\lambda_\alpha\frac{\partial f_\alpha}{\partial q_i} + \sum_{\beta=c+1}^{b}\mu_\beta\frac{\partial\varphi_\beta}{\partial \dot q_i} + \sum_{\nu=1}^{m} u_\nu\frac{\partial b^*}{\partial p_\nu}.$$

3. Bog‘lanishlarga nisbatan parametrik bo‘shatilgan harakat.

Endi sistemaga qo‘yilgan birinchi va ikkinchi tur bog‘lanishlar bilan birgalikda shartli bog‘lanishlarga nisbatan quyidagi

$$t_{c+\gamma}(q_i,t)=\eta_\gamma \quad (\gamma=1,2,....,e) \tag{14}$$
$$\varphi_{d+\rho}(q_i,q_i^{\bullet},t)=\zeta_\rho \quad (\rho=1,2,....,f)$$

munosabatlarni kiritamiz. Bunda η_γ va ζ_ρ - geometrik va kinematik shartli bog‘lanishlardan uzluksiz og‘ish parametrlarini bildiradi. Bu og‘ishlar sifatida ko‘pgina hollarda shartli bog‘lanishlarning chap tomonlari olinadi. Bunga ko‘ra sistemaning kinematik mumkin bo‘lgan holatlari uchun quyidagi munosabatlarga ega bo‘lamiz:

$$q_i = A_i^*(q_\mu,\eta_\gamma,t) \quad (A_i^*\in C_1)$$
$$\dot q_i = B_i^*(q_\mu,\eta_\gamma,p_\nu,\zeta_\rho,\dot\eta_\gamma,t) \quad (B_i^*\in C_1)$$

Bu munosabatlar shunday tanlab olinadiki $\eta_\gamma=\dot\eta_\gamma=\zeta_\rho=0$ da bo‘shatilmagan sistema holatini berishi kerak.

(10) va (11) geometrik va kinematik bog‘lanishlarni hisobga olish uchun sistema holatini aniqlaydigan munosabatlarni umumlashgan $q_{p+1},q_{p+2},...,q_k$, koordinatalarga va $p_{r+1},p_{r+2},...,p_m$ tezlik parametrlariga nisbatan yechib olamiz. Bunga ko‘ra, sistemaning mumkin bo‘lgan holatlari quyidagicha aniqlanadi:

$$q_i = A_i(q_j,\eta_\gamma,t)$$
$$\dot q_i = B_i(q_j,\eta_\gamma,p_s,\zeta_\rho,\eta_\gamma^{\bullet},t) \tag{15}$$

Sistemaga tegishli umumlashgan koordinatalarning variatsiyalari uchun

$$\delta q_i=\sum_{s=1}^{r}\frac{\partial B_i}{\partial p_s}\delta\pi_s+\sum_{\rho=1}^{f}\frac{\partial B_i}{\partial\zeta_\rho}\delta\sigma_\rho+\sum_{\gamma=1}^{e}\frac{\partial B_i}{\partial\eta_\gamma}\delta\eta_\gamma$$

munosabat o‘rinli.

Bizga ma’lumki, shartli bog‘lanishlardan ozod qilingan sistema uchun Dalamber – Lagranj prinsipi $\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot q_i}-\frac{\partial T}{\partial q_i}-Q_i-\Phi_i\right)\delta q_i=0$ o‘rinli.

Shuni ta’kidlash kerakki, o‘zgaruvchilarning variatsiyalari oddiy bog‘lanishlarni to‘liq qanoatlantiradi

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f_{c+\gamma}}{\partial q_i}\delta q_i=\delta\eta_\gamma,\quad \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\varphi_{d+\rho}}{\partial\dot q_i}\delta q_i=\delta\sigma_\rho$$

Lagranj ko‘paytuvchilari usulidan foydalanib prinsipni

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot q_i}-\frac{\partial T}{\partial q_i}-Q_i-\Phi_i^\tau\right)\delta q_i=\sum_{\alpha=1}^{e}\lambda_{c+\alpha}\delta\eta_\alpha+\sum_{\beta=1}^{f}\mu_{d+\beta}\delta\sigma_\beta$$

ko‘rinishda yozish mumkin. Yoki sistema tezlanishlar energiyasi S orqali bo‘shatilgan sistema harakat tenglamalarini quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$\frac{\partial S}{\partial\dot p_s}=Q_s^p+\Phi_s^p,\quad Q_s^p=\sum_{i=1}^{n}Q_i\frac{\partial B_i}{\partial p_s},\ \Phi_s^p=\sum_{i=1}^{n}\Phi_i^\tau\frac{\partial B_i}{\partial p_s}$$

$$\frac{\partial S}{\partial\ddot\eta_\alpha}=Q_a^\eta+\Phi_a^\eta+\lambda_{c+\alpha},\quad Q_a^\eta=\sum_{i=1}^{n}Q_i\frac{\partial B_i}{\partial\dot\eta_\alpha},\ \Phi_a^\eta=\sum_{i=1}^{n}\Phi_i^\tau\frac{\partial B_i}{\partial\dot\eta_\alpha}$$

$$\frac{\partial S}{\partial \dot\zeta_\beta}=Q^\zeta_\beta+\Phi^\zeta_\beta+\mu_{d+\beta},\ Q^\zeta_\beta=\sum_{i=1}^{n}Q_i\frac{\partial B_i}{\partial \zeta_\beta},\ \Phi^\zeta_\beta=\sum_{i=1}^{n}\Phi^\tau_i\frac{\partial B_i}{\partial \zeta_\beta}$$

Bu tenglamalar sistemasi og‘ishlarga mos munosabatlar bilan birgalikda yopiq $p_s, q_i, \eta_\alpha, \zeta_\beta$ o‘zgaruvchilarga nisbatan tenglamalar sistemasini tashkil qiladi. Bu tenglamalar sistemasida $\lambda_{c+1},\lambda_{c+2},...,\lambda_a$; $\mu_{d+1},\mu_{d+2},...,\mu_b$; $u_1,u_2,...,u_m$ boshqarish parametrlari rolini bajaradi. Ko‘rish qiyin emaski, sistemani shartli bog‘lanishlardan ozod qilish natijasida bog‘lanishlarga nisbatan og‘dirilgan tenglamalar sistemasini hosil qildik. Olingan tenglamalar sistemasi uchun odatda stabillash yoki bog‘lanishlarga nisbatan optimal stabillash masalalari ko‘riladi, ya’ni boshqarish parametrlari qo‘shimcha shartlar aosida aniqlanadi.

Masala. Tekislikda joylashgan Σ plastinka silindrik sharnir yordamida ulangan Σ_1 disk yordamida harakatlanadi. Bunda disk elektrodvigatelga ulangan bo‘lib, zlektrodvigatel momenti shunday ta’sir ko‘rsatidiki, disk markazi bilan sharnir ulangan nuqtadan o‘tkazilgan radius, sharnir bilan plastinka massa markazini birlashtiruvchi to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak harakat davomida $\pi/2$ ga teng bo‘ladi.
Sistemaning harakat va shartli bog‘lanishdan uzluksiz bo‘shatilgan tenglamalarini tuzing.
Birinchi navbatda $\alpha-\beta-\pi/2=0$ shartli bog‘lanish aniq bajarilgan holni ko‘rib chiqamiz.
Shartli bog‘lanishni bajarilgan deb hisoblasak, sistema kinetik energiyasi

$$T=T(\Sigma)+T(\Sigma_1)=\frac{1}{2}\{M[R^2\dot\alpha^2+\left(b^2+k^2\right)\dot\beta^2+$$
$$+2bR\dot\alpha\dot\beta\cos(\alpha-\beta)]+I_1\dot\alpha^2\},$$

ko‘rinishga ega bo‘ladi. Umumlashgan koordinatlarga mos umumlashgan kuchlar uchun

$$Q_\alpha=-RF\sin\alpha,\ \ Q_\beta=-aF\sin\beta,$$

$$\Phi^n_\alpha=-\Phi^n_\beta=\lambda,\ \Phi^\tau_\alpha=\Phi^\tau_\beta=u$$

o‘rinli.
Bunga ko‘ra sistema harakat tenglamalari quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:,

$$M\left[\left(b^2+k^2\right)\ddot\beta-bk\dot\beta^2\right]+aF\sin\beta=0$$
$$\left[M\left(b^2+k^2+R^2\right)+I_1\right]\ddot\beta+F(a\sin\beta+R\cos\beta)=2u$$

Faraz qilamiz, shartli bog‘lanish aniq bajarilmaydi, ya’ni boshlang‘ich shartlar bog‘lanishlrn aniq qanoatlantirmaydi. Bu holda umumiy nazariyaga ko‘ra

$$\alpha=x+\eta+\pi/2,\ \beta=x$$

og‘ishlar kiritamiz.

$$\alpha-\beta-\pi/2=\eta$$

va o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan χ va η o‘zgaruvchilarga nisbatan dinamikaning umumiy tenglamasi

$$\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot\alpha}-\frac{\partial T}{\partial\alpha}-Q_\alpha-\Phi^\tau_\alpha\right)\delta\alpha+\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot\beta}-\frac{\partial T}{\partial\beta}-Q_\beta-\Phi^\tau_\beta\right)\delta\beta=\lambda\,\delta\eta$$

va bu sistemaga nolga teng bo‘lgan yechimi asimptotik turg‘un bo‘lgan sistemani qo‘shib

$$\ddot\eta=V(\eta,\dot\eta),\ V(0,0)=0,\ \eta(0)=\eta^\circ,\ \dot\eta(0)=\dot\eta^\circ$$

$$\left[M\left(b^2+k^2+R^2-2bR\sin\gamma\right)+I_1\right]\ddot{\beta}+\left[MR\left(R-b\sin\gamma\right)+I_1\right]V(\eta,\dot{\eta})-$$
$$-MbR\dot{\eta}\left(\dot{\eta}+2\dot{\beta}\right)\cos\eta+F\left[a\sin\beta+R\cos(\beta+\eta)\right]=2u$$
$$\left[MR\left(R-b\sin\eta\right)+I_1\right]\ddot{\beta}+\left(MR^2+I_1\right)V(\eta,\dot{\eta})+MbR\dot{\beta}^2\cos\eta+RF\cos(\beta+\eta)=2u$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Bu tenglamalar sistemasida sistemaning harakatini va sistemani shartli bog‘lanishga nisbatan asimptotik turg‘unligini ta’minlovchi boshqarish parametrini aniqlash mumkin.

4. **Boshqaruvchanlik va kuzatuvchanlik**.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Lawden D.F. Optimal Trajectories for Space Navigation Butterworth, Washington, D.C. 2003.
2. N.A.Korshunova and D.M.Azimov. Analytical Solutions for Thrust Arcs in a Field of Two Fixed Centers // «Journal of Guidance, Control, and Dynamics», (AIAA, USA), 2014, V.37, №5, P.1716-1719
3. Herbert Goldstein, Charles Poole, John Safko. Classical Mechanics. Classical Mechanics. USA, 2013.
4. Gantmaxer F.R. Leksii po analiticheskoy mexanike. 3-izd. M.: Fizmatmex, 2005.
5. Turayev X. Harakatning turg‘unlik nazariyasi. - SamGU, 2004.

2-mavzu. Optimal harakatni aniqlashga doir variatsion masala. Optimal harakatni aniqlashning zaruriy shartlari.

Reja:
1. Variatsion masalaning qo‘yilishi.
2. Statsionarlikning zaruriy shartlari
3. Boshqarish parametrlari uzilishga ega bo‘lgan t^* nuqtadagi shartlar (Erdman-Veyershtrassa shartlari).

Tayanch so‘zlar: variatsiya**,** umumlashgan impuls, xaqiqiy harakat, mumkin bo‘lgan harakat.

1. Variatsion masalaning qo‘yilishi.

Faraz qilamiz, obyektning harakati quyidagi

$$\dot{x}_i = f_i(x_j, u_s, t), \ (i, j = 1,2,3,...,n; s = 1,2,3,...,r) \tag{1}$$

Bunda x_i – uzluksiz, bo‘lakli silliq va sistema holatini aniqlovchi koordinatalar; u_s – boshqaruvchi parametrlar bo‘lib, bo‘lakli uzluksiz funksiyalar sinfiga tegishli; t – vaqti ($t_0 \le t \le t_1$); f_i -aniqlanish sohasida yetarlicha tartibli xususiy hosilalari mavjud bo‘lgan funksiyalar. Ko‘pgina hollarda sistemaga tegishli koordinatalar va boshqarish parametrlariga qo‘shimcha

$$\psi_\kappa(x_i, u_s, t) = 0, \ (1,2,3,..., p < r) \tag{2}$$

qo‘shimcha bog‘lanishlar qo‘yiladi. Bunda ψ_k – funksiyalar uchun ham f_i funksiyalar qanoatlantiradigan shartlar bajariladi.

Faraz qilamiz, sistemaning holati uchun quyidagilar o‘rinli bo‘lsin:

$$t = t_0; x_i(t_0) = x_{i0}, \ (i = 1,2,3,...,n); \tag{3}$$

$$t = t_1; x_l(t_1) = x_{l1}, \ (l = 1,2,3,..., q \le n) \tag{4}$$

Variatsion masalani qo‘yilishi quyidagicha: $t_0 \le t \le t_1$ vaqt intervalida (1) harakat tenglamalarini, (2) bog‘lanishlarni. (3) va (4) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi va argumentlariga nisbatan xususiy hosilalari uzluksiz bo‘lgan

$$J = J(x_{q+1}, x_{q+2},..., x_n, t_1) \tag{5}$$

funksionalni minimallovchi x_i koordinatalarni va u_s boshqarish parametrlarini toping.

Masala qo‘yilishiga ko‘ra, funksionalni minimum qiymatini aniqlash shartli ekstremum masalasiga keladi, ya’ni funksionalda qatnashuvchi o‘zgaruvchilarga (1) va (2) ko‘rinishdagi differensial va chekli bog‘lanishlar qo‘yilgan. Bizga nazariy mexanika fanidan ma’lumki, bunday hollarda o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan

Lagranj ko‘paytuvchilari λ_i va $\mu_k\ (i=1,2,3,...n; k=1,2,3,...p)$ kiritish usulidan foydalaniladi va masala shartsiz ekstremumni aniqlashga keltiriladi.

$$I = J + \int_{t_0}^{t_1} F dt, \tag{6}$$

funksionalni ko‘rib chiqamiz.

Bunda
$$F = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i (\dot{x}_i - f_i) + \sum_{k=1}^{p} \mu_k \psi_k \tag{7}$$

Lagranj funksiyasi.

Ko‘rish qiyin emaski, J funksionalni mumkin bo‘lgan trayektoriyalardagi ekstremumini aniqlash I funksionalni ekstremumini aniqlashga ekvivalent, chunki ekstremal trayektoriyalarda $F=0$. Bundan $I=J$ ekanligi kelib chiqadi.

Qo‘yilgan masalani yechishda, xuddi analitik mexanikaga tegishli prinsiplarda ko‘rilganidek xaqiqiy tayektoriya kinematik mumkin bo‘lgan trayektoriyalar bilan solishtiriladi. Bunda o‘zgaruvchilarni variatsiyalash usulidan foydalanamiz. Ko‘rilayotgan holda harakat vaqti va chegara o‘zgaruvchan bo‘lgani uchun, sistemaga tegishli koordinatalar va boshqarish parametrlarining variatsiyalarini hisoblashda

$$\Delta f = \delta f + \dot{f}\Delta t \tag{8}$$

to‘liq variatsiyadan foydalanamiz. Bunda δf -izoxron variatsiya (faqat funksiyaning ko‘rinishini o‘zgarishi hisobga olinadi); $\dot{f}\Delta t$ -vaqt o‘zgarishi hisobiga hosil bo‘ladigan variatsiY. Bundan tashqari, boshqarish parametrlari bo‘lakli uzluksiz bo‘lgani uchun, vaqtning ma’lum qiymatlarida birinchi tartibli uzulish nuqtalari mavjud. Shuning uchun, (6) funksionalni to‘liq variatsiyasini hisoblashda quyidagi formuladan foydalanamiz:

$$\Delta I = \Delta J + \Delta \int_{t_0}^{t_-^*} F dt + \Delta \int_{t_+^*}^{t_1} F dt, \tag{9}$$

$$\Delta \int_{t_0}^{t_-^*} F dt = \int_{t_0}^{t_-^*} \delta F dt + [F \Delta t]_{t_0}^{t_-^*}, \tag{10}$$

bunda t^* – uzulish vaqti. Bunga ko‘ra

$$\int_{t_0}^{t_-^*} \delta F dt = \int_{t_0}^{t_-^*} [\sum_{i=1}^{n} (\frac{\partial F}{\partial x_i}\delta x_i + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\delta \dot{x}_i + \frac{\partial F}{\partial \lambda_i}\delta \lambda_i) + \sum_{k=1}^{p} \frac{\partial F}{\partial \mu_k}\delta \mu_k + \sum_{s=1}^{q} \frac{\partial F}{\partial u_s}\delta u_s]dt. \tag{11}$$

Agar integral ostidagi ikkinchi yig‘indini bo‘laklab integrallasak,

$$\int_{t_0}^{t_-^*} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\delta \dot{x}_i dt = \int_{t_0}^{t_-^*} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\frac{d}{dt}\delta x_i dt = (\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\delta x_i)_{t_0}^{t_-^*} - \int_{t_0}^{t_-^*} \sum_{i=1}^{n} \frac{d}{dt}(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i})\delta x_i dt.$$

Olingan natijani (30) munosabatga olib borib qo‘ysak

$$\int_{t_0}^{t_-^*}\delta F dt = \int_{t_0}^{t_-^*}[(\sum_{i=1}^{n}(\frac{\partial F}{\partial x_i}-\frac{d}{dt}(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}))\delta \dot{x}_i+\frac{\partial F}{\partial \lambda_i}\delta\lambda_i)+\sum_{k=1}^{p}\frac{\partial F}{\partial \mu_k}\delta\mu_k+\sum_{s=1}^{q}\frac{\partial F}{\partial u_s}\delta u_s]dt+(\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\delta x_i)\Big|_{t_0}^{t_-^*}.$$

Optimal trayektoriya bo‘ylab $\frac{\partial F}{\partial \lambda_i}=0,\ \frac{\partial F}{\partial \mu_k}=0,$ bo‘lgani uchun

$$\int_{t_0}^{t_-^*}\delta F dt = \int_{t_0}^{t_-^*}[\sum_{i=1}^{n}(\frac{\partial F}{\partial x_i}-\frac{d}{dt}(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}))\delta \dot{x}_i+\sum_{s=1}^{q}\frac{\partial F}{\partial u_s}\delta u_s]dt+(\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\delta x_i)\Big|_{t_0}^{t_-^*}. \qquad (12)$$

kelib chiqadi. Agar oxirgi yig‘indidagi izoxron variatsiyalar uchun $\delta x_i=\Delta x_i-\dot{x}_i\Delta t$ munosabatlar o‘rinliligini hisobga olsak, (29) formula quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\Delta\int_{t_0}^{t_-^*}F dt = \int_{t_0}^{t_-^*}[\sum_{i=1}^{n}(\frac{\partial F}{\partial x_i}-\frac{d}{dt}(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}))\delta \dot{x}_i+\sum_{s=1}^{q}\frac{\partial F}{\partial u_s}\delta u_s]dt \ + \ (\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\Delta x_i)\Big|_{t_0}^{t_-^*} \ + \ [(F-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\dot{x}_i)\Delta t]\Big|_{t_0}^{t_-^*}$$

(1.32)

$$\Delta\int_{t_+^*}^{t_1}F dt = \int_{t_+^*}^{t_1}[\sum_{i=1}^{n}(\frac{\partial F}{\partial x_i}-\frac{d}{dt}(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}))\delta \dot{x}_i+\sum_{s=1}^{q}\frac{\partial F}{\partial u_s}\delta u_s]dt \ + \ (\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\Delta x_i)\Big|_{t_+^*}^{t_1} \ + \ [(F-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\dot{x}_i)\Delta t]\Big|_{t_+^*}^{t_1}$$

(13)

formula keltirib chiqarish mumkin. Sistema holatiga tegishli x_i koordinatalar (nuqta trayektoriyasi uzluksiz) va vaqt uzluksiz bo‘lgani uchun

$$x_i(t_-^*)=x_i(t_+^*)=x_i(t^*),\ \Delta t_-^*=\Delta t_+^*=\Delta t^*.$$

Bu munosabatlarni hisobga olib, (32) va (33) formulalarni qo‘shamiz.

$$\Delta\int_{t_0}^{t_1}F dt=\Delta\int_{t_0}^{t_-^*}F dt+\Delta\int_{t_+^*}^{t_1}F dt=\int_{t_0}^{t_1}[\sum_{i=1}^{n}(\frac{\partial F}{\partial x_i}-\frac{d}{dt}(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}))\delta \dot{x}_i+\sum_{s=1}^{q}\frac{\partial F}{\partial u_s}\delta u_s]dt+(\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\Delta x_i)\Big|_{t_0}^{t_1}+$$

$$+[(F-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\dot{x}_i)\Delta t]\Big|_{t_0}^{t_1}+\sum_{i-1}^{n}[(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i})_{t_-^*}-(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i})_{t_+^*}]\Delta x_i(t^*)+ \qquad (14)$$

$$+[(F-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\dot{x}_i)_{t_-^*}-(F-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\dot{x}_i)_{t_+}]\Delta t^*.$$

Hisoblashlarni oxirga yetkazish uchun J funksionalni variatsiyasini hisoblash qoldi.

$$\Delta J=\frac{\partial J}{\partial t}\Delta t_1+\sum_{l=q+1}^{n}\frac{\partial J}{\partial x_{l,1}}\Delta x_{l,1} \qquad (15)$$

Harakat boshlanishiga tegishli t_0 onda $\Delta x_i=0,\ \Delta t=0$ va t_1 onda zsa chegaraviy shartlarga ko‘ra $\Delta x_j\ (j=1,2,3,...,q)$, ya’ni koordinalarning bir qismi qo‘zg‘almas. Buni hisobga olgan holda, yuqorida olingan (13) va (14) formulalarni qo‘shib, (9) funksionalning to‘liq variatsiyasini hosil qilamiz.

$$\Delta I=\int_{t_0}^{t_1}[\sum_{i=1}^{n}(\frac{\partial F}{\partial x_i}-\frac{d}{dt}(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}))\delta \dot{x}_i+\sum_{s=1}^{q}\frac{\partial F}{\partial u_s}\delta u_s]dt+ \qquad (16)$$

$$+\sum_{i-1}^{n}[(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i})_{t_-^*} - (\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i})_{t_+^*}]\Delta x_i(t^*) + [(F - \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i})_{t_-^*} - (F - \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i})_{t_+}]\Delta t^* +$$

$$+\sum_{l=q+1}^{n}(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_{l1}} + \frac{\partial J}{\partial x_{l1}})\Delta x_{l1} + [(F - \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\dot{x}_i)_{t=t_1} + \frac{\partial J}{\partial t}]\Delta t_1 = 0.$$

2. Statsionarlikning zaruriy shartlari

Ekstremumning zaruriy shartlari bu optimal trayektoriya bo‘ylab funksional-ni to‘liq variatsiyasini

$$\Delta I = 0 \tag{17}$$

nolga teng bo‘lishdir. Bunga ko‘ra, o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan o‘zgaruvchilarga nisbatan variatsiyalar oldidagi koeffitsiyentlar nolga teng bo‘lishi zarur. Bundan kelib chiqadiki:

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}) - \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0, \ (i = 1,2,3,...,n), \tag{18}$$

$$\frac{\partial F}{\partial u_s} = 0, \ (s = 1,2,3,...,r) \ . \tag{19}$$

(18) va (19) birgalikda Eyler-Lagranj tenglamalari deb ataladi va (18) sistema

$$\dot{\lambda}_{\text{ш}} = \frac{\partial F}{\partial x_i}, \ (i = 1,2,3,...,n) \tag{20}$$

tenglamalar sistemasiga ekvivalent bo‘ladi.

Transversallik shartlari.

Bu shartlar o‘zgaruvchilarni chegaradagi qiymatlariga tegishli bo‘lib, quyidagicha aniqlanadi:

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_{l1}} + \frac{\partial J}{\partial x_{l1}} = 0, \ l = q+1, q+2,...,n \tag{21}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_{i1}}\dot{x}_{i1} = \frac{\partial J}{\partial t_1}, \tag{22}$$

yoki

$$\lambda_{l1} = -\frac{\partial I}{\partial x_{l1}}; \ \sum_{i=1}^{n}\lambda_{i1}\dot{x}_{i1} = \frac{\partial I}{\partial t_1}, \ (l = q+1,...,n) \tag{23}$$

Shuni eslatib o‘tish kerakki, bu zaruriy shartlarni keltirib chiqarishda optimal trayektoriya bo‘ylab Lagranj funksiyasi $F = 0$ nolga teng deb olinadi.

3. Boshqarish parametrlari uzilishga ega bo‘lgan t^* nuqtadagi shartlar

(Erdman-Veyershtrassa shartlari).

(16) formulaga ko‘ra

$$(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i})_{t_-^*} = (\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i})_{t_+^*}; \quad (\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\dot{x}_i)_{t_-^*} = (\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i}\dot{x}_i)_{t_+^*}, \tag{24}$$

yoki Lagranj ko‘paytuvchilarida

$$(\lambda_i)_{t_-^*} = (\lambda_i)_{t_+^*}; \quad (\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \dot{x}_i)_{t_-^*} = (\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \dot{x}_i)_{t_+^*}. \qquad (25)$$

Bundan kelib chiqadiki, Lagranj ko‘paytuvchilari boshqarish parametrlari-ning uzilish nuqtalarida uzluksiz funksiyalardan iborat bo‘lar ekan.

Shunday qilib, $x_i, u_s, \lambda_i, \mu_k$ $(2n + r + p)$ ta noma’lumlarga nisbatan (18),(19),(22) va (25) $2n + r + p$ ta shartlar keltirib chiqardik. Koordinatalar va Lagranj ko‘paytuvchilariga nisbatan tenglamalar sistemasini integrallash jarayonida $2n$ ta integrallash doimiylari kelib chiqadi. Bu doimiylarni aniqlash uchun yuqorida keltirilgan shartlardan foydalanamiz va ularning soni $2n+1$ ga teng, ya’ni bitta ortiqcha shart yordamida erkin bo‘lgan harakat vaqti t_1 ni topish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Lawden D.F. Optimal Trajectories for Space Navigation Butterworth, Washington, D.C. 2003.

2. N.A.Korshunova and D.M.Azimov. Analytical Solutions for Thrust Arcs in a Field of Two Fixed Centers // «Journal of Guidance, Control, and Dynamics», (AIAA, USA), 2014, V.37, №5, P.1716-1719

3. Herbert Goldstein, Charles Poole, John Safko. Classical Mechanics. Classical Mechanics. USA, 2013.

4. Gantmaxer F.R. Leksii po analiticheskoy mexanike. 3-izd. M.: Fizmatmex, 2005.

5. Turayev X. Harakatning turg‘unlik nazariyasi. - SamGU, 2004.

3-mavzu. Gravitatsiya maydonlarida harakatlanadigan massasi o‘zgaruvchi moddiy nuqtaning optimal trayektoriyalarini aniqlash

Reja:

1. Masalaning qo‘yilishi.
2. Optimal trayektoriya qismlari. O‘tish funksiyasi.
3. Bazis vektor godografi. Birinchi integrallar.

Tayanch so‘zlar: reaktiv kuch, baziz vektor, o‘tish funksiyasi, birinchi integral, to‘liq integral, tortish qismlari.

1. Masalaning qo‘yilishi

Faraz qilamiz, massasi $M(t)$ qonunga ko‘ra o‘zgaruvchi moddiy nuqta (kosmik apparat massa markazi) gravitatsiya maydoni kuchi $\vec{g}(\bar{r})$ va massasi o‘zgarishi hisobiga hosil bo‘ladigan $\vec{F} = -\frac{c}{M}\frac{dM}{dt}\vec{e}$ reaktiv kuchlar ta’sirida $Ox_1x_2x_3$ Dekart koordinata sistemasiga nisbatan harakatlanayotgan bo‘lsin. Bunda $\vec{e}(e_1, e_2, e_3)$ -reaktiv kuch yo‘nalishidagi birlik vektor, $m = \frac{dM}{dt}$ -reaktiv dvigatelni birlik vaqt oralig‘idagi massa sarfi, $c-$ dvigateldan chiqayotgan yongan yoqilg‘ining nisbiy tezligi bo‘lib, o‘zgarmas deb qabul qilinadi..

Moddiy nuqta massasi o‘zgaruvchi bo‘lgani uchun, Meshcherskiy tenglamasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\begin{aligned} &\dot{\vec{v}} = \frac{cm}{M}\vec{e} + \vec{g}(\vec{r}), \\ &\dot{\vec{r}} = \vec{v},\ \dot{M} = -m. \end{aligned} \qquad (.1)$$

Bu sistemaga tegishli vaqt birligi orasidaga massa sarfi uchun $0 \le m \le \tilde{m},$ ya’ni massa sarfi chegaralangan holni ko‘rib chiqamiz. Masalada reaktiv kuch yo‘nalishi $\vec{e}(e_1, e_2, e_3)$ va massa sarfi m boshqaruvchi parametrlar hisoblanadi. Bunga ko‘ra, bog‘lanish tenglamalarini kiritamiz:

$$\begin{aligned} &\vec{e}^2 - 1 = 0, \\ &m(\tilde{m} - m) - \alpha^2 = 0. \end{aligned} \qquad (2)$$

Bunda α -qo‘shimcha boshqarish parametri.

Boshlang‘ich shartlar

$$t-0, \vec{v}(0)=\vec{v}_0, \vec{r}(0)=\vec{r}_0, M(0)=M_0 \tag{3}$$

Faraz qilamiz, vaqtni chegaraviy qiymati $t=t_1$ da nuqta holati va harakatiga tegishli koordinatalarning ayrimlari va Mayer masalasiga tegishli J funksional berilgan bo‘lsin. Yuqorida berilgan munosabatlarga asoslangan holda variatsion masala quyidagicha qo‘yiladi:

Harakat tenglamasi (1) ni qanoatlantiradigan, boshqarish parametrlari uchun (2.3) shartlar bajariladigan, J funsionalni minimumini ta’minlagan holda nuqtani boshlang‘ich (2.3) holatdan boshqa keyingi holatga o‘tkazuvchi trayektoriyani aniqlang.

Bazis vektor uchun tenglama.

Umumiy nazariyaga ko‘ra, qo‘yilgan masala uchun Lagranj funksiyasini tuzamiz:

$$F=(\dot{\vec{v}}-\frac{cm}{M}\vec{e}-g)\vec{\lambda}_v+(\dot{\vec{r}}-\vec{v})\vec{\lambda}_r+(\dot{M}+m)\lambda_m+(\vec{e}^2-1)\mu_1+(m(\tilde{m}-m)-\alpha^2)\mu_2.$$

Bunga ko‘ra, Eyler-Lagranj tenglamalar sistemasi uchun

$$\dot{\vec{\lambda}}_v=\frac{\partial F}{\partial \vec{v}},\ \dot{\vec{\lambda}}_r=\frac{\partial F}{\partial \vec{r}},\ \dot{\lambda}_m=\frac{\partial F}{\partial M},\ \frac{\partial F}{\partial \vec{e}}=0,\ \frac{\partial F}{\partial m}=0,\ \frac{\partial F}{\partial \alpha}=0\ , \tag{4}$$

yoki o‘rniga qo‘yib

$$\dot{\vec{\lambda}}_v=-\vec{\lambda}_r,\ \dot{\vec{\lambda}}_r=-\frac{\partial \vec{g}}{\partial \vec{r}}\vec{\lambda}_v,\ \dot{\lambda}_m=\frac{cm}{M^2}\vec{e}\vec{\lambda}_v, \tag{4}$$

$$\frac{cm}{M}\vec{\lambda}_v-2\mu_1\vec{e}=0, \tag{5}$$

$$\lambda_M-\frac{c}{M}\vec{e}\vec{\lambda}_v+\mu_2(\tilde{m}-2m)=0, \tag{6}$$

$$\mu_2\alpha=0\ , \tag{7}$$

tenglamalar sistemasiga ega bo‘lamiz.

Keyingi hisoblashlarda $\vec{\lambda}_v$ vektorni $\vec{\lambda}$ bilan belgilaymiz va uni bazis vektor deb ataymiz. (2.4) vektor tenglamalarning birinchi ikkitasiga ko‘ra
bazis vektorga nisbatan tenglama quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\ddot{\vec{\lambda}}=-\frac{\partial \vec{g}}{\partial \vec{r}}\vec{\lambda}\ . \tag{8}$$

2. Optimal trayektoriya qismlari. O‘tish funksiyasi.

Ushbu praragrafda trayektoriya bo‘ylab reaktiv kuchni ishlash tartibiga tegishli muxim bo‘lgan shartlar ustida to‘xtalamiz. (2.7) tenglamadan:

agar

$$\alpha=0,\ \mu_2\neq 0 \Rightarrow m=0\ \text{ёки}\ \ m=\tilde{m};$$

$$\alpha\neq 0,\ \mu_2=0 \Rightarrow\ 0<m<m;$$

kelib chiqadi.

Shunday qilib, α, μ_2 larga bog‘liq holda optimal trayektoriyalar uchta qismdan iborat bo‘lar ekan: nol tortish qismi (NT), bunda massa sarfi uchun $m = 0$; maksimal tortish qismi (MT), bunda $m = \tilde{m}$ va o‘rta tortish (PT) qismi $0 < m < \tilde{m}$. (5) shartdan, agar $m \neq 0, ва\, \mu_1 \neq 0$ shartlar bajarilsa, $\vec{\lambda}\, ва\, \vec{e}$ vektorlar kollenear vektorlardan iborat ekanligi kelib chiqadi va $\mu_1 = 0$ bo‘lsa u holda $\vec{\lambda} = 0$, ya’ni harakat $\vec{e}$ ning qiymatiga bog‘liq bo‘lmaydi.. Bundan kelib chiqadiki, reaktiv kuchni ba’zis vektor bo‘lab yo‘naltirish zarur ($\mu_1 > 0$).

O‘tish funksiyasini keltirib chiqarish uchun, Veyershtrassa shartiga murojat qilamiz. Unga ko‘ra

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i f_i \geq \sum_{i=1}^{n} \lambda_i f_i^*$$

yoki

$$\vec{\lambda}(\frac{cm}{M}\vec{e} + \vec{g}) + \vec{\lambda}_r \vec{v} - \lambda_M m \geq \vec{\lambda}(\frac{cm}{M}\vec{e}^* + \vec{g}) + \vec{\lambda}_r \vec{v} - \lambda_M m*. \quad (9)$$

Bunda $\vec{e}\, ва\, m$ - funksionalni minimumini ta’minlovchi boshqarish parametrlari, $\vec{e}*\, ва\; m*$ (2.1) va (2.2) tenglamalarni qanoatlantiruvchi mumkin bo‘lgan boshqa-rish parametrlari. Oddiy qisqartirishlardan so‘ng (9) quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$(\frac{c}{M}\vec{e}\vec{\lambda} - \lambda_M)m \geq (\frac{c}{M}\vec{e}^*\vec{\lambda} - \lambda_M)m*. \quad (10)$$

Bu zaruriy shartni har bir tortish qismi uchun ko‘rib chiqamiz.

Nol(NT) tortish qismida $m = 0$. Bu holda mumkin bo‘lgan boshqarish parametri $m^* > 0$ bo‘lgani uchun (10) dan

$$(\frac{c}{M}\vec{e}^*\vec{\lambda} - \lambda_M) \leq 0$$

yoki

$$\frac{c}{M}\vec{e}^*\vec{\lambda} \leq \lambda_M. \quad (11)$$

Bu tengsizlik har doim bajarilishini hisobga olsak, chap tomonidagi skalyar ko‘paytma maksimumga ega bo‘lganda ham bajariladi va bu maksimum $\vec{\lambda}\, ва\, \vec{e}^*$ vektorlar kollinear bo‘lganida o‘rinli. Shuning uchun, (NT) nol tortish qismida

$$\lambda_M \geq \frac{c}{M}\lambda, \quad (12)$$

tengsizlik o‘rinli va bunda $\lambda = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2}$.

Maksimal tortish qismi (MT) $m = \tilde{m}. \Rightarrow m^* \leq \tilde{m}$.

1) Agar $m^* = \tilde{m}$ bajarilsa, (10) dan $\vec{e}\vec{\lambda} \geq \vec{e}^*\vec{\lambda}$.
(13)

Bu shart ixtiyoriy $\vec{e}^*$ uchun bajariladi qachonki, $\vec{e}\vec{\lambda}$ skalyar ko‘paytma maksimal qiymatga ega bo‘lsa, ya’ni $\vec{e}\, ва\, \vec{\lambda}$ vektorlar kollinear vektorlardan iborat bo‘lsa, ya’ni

$$\vec{e} = \frac{\vec{\lambda}}{\lambda} \text{ yoki } e_i = \frac{\lambda_i}{\lambda} \; (i = 1,2,3) \qquad (14)$$

bajarilsa.

Agar $\vec{e}^* = \vec{e}$ bajarilsa, bu holda (10) dan $(\frac{c}{M}\vec{e}\vec{\lambda} - \lambda_M)(\tilde{m} - m*) \ge 0$ va $\tilde{m} \ge m^*$ doimo o‘rinli bo‘lishini hisobga olsak

$$\frac{c}{M}\vec{e}\vec{\lambda} \ge \lambda_M \,. \qquad (15)$$

Bundan ko‘rinadiki, (10) shartni bajarilishi uchun (13) va (15) shartlarni bajarilishi yetarli va (15) dan (14) munosabatga ko‘ra

$$\frac{c}{M}\lambda \ge \lambda_M \qquad (16)$$

shart kelib chiqadi.

O‘rta ($0 < m < \tilde{m}$) tortish qismi (PT) . Bu holda $m*$ massa sarfi ixtiyoriy $0 < m^* < \tilde{m}$ intervaldagi qiymatga ega bo‘lishi mumkin, ya’ni $m^* < m, m^* = \tilde{m}$ yoki $m^* > m$. Agar $\vec{e}^* = \vec{e}$ bajarilsa, (2.10) dan quyidagi tengsizlik kelib chiqadi:

$$(\frac{c}{M}\vec{e}\vec{\lambda} - \lambda_M)(m - m*) \ge 0 \,. \qquad (17)$$

Ammo $(m - m*)$ miqdor ixtiyoriy ishoraga ega bo‘lishini hisobga olsak, (17) bajarilishining zaruriy sharti quyidagicha bo‘ladi:

$$\lambda_M = \frac{c}{M}\vec{e}\vec{\lambda} \,. \qquad (18)$$

Xususiy holda $m^* = m$ ga teng bo‘lsa, (10) dan (13) kelib chiqadi va bu tengsizlik ixtiyoriy $\vec{e}^*$ vektorlar uchun o‘rinli bo‘ladi, agar $\vec{e}$ *ва* $\vec{\lambda}$ vektorlar o‘zaro kollinear bo‘lsa.

Bunga ko‘ra

$$\lambda_M = \frac{c}{M}\lambda \,. \qquad (19)$$

Quyidagi $\chi = \frac{c}{M}\lambda - \lambda_M$ o‘tish funksiyasini kiritadagan bo‘lsak, Veyershtrassa shartidan quyidagi xulosalarga kelamiz:

Trayektoriyaning nol tortish qismida (NT) qismida $\chi < 0, \, m = 0$ **, maksimal tortish qismida (MT)** $\chi \ge 0, \, m = \tilde{m}$**, va o‘rta tortish qismida (PT)** $\chi = 0, \; 0 < m < \tilde{m}.$

3. Bazis vektor godografi. Birinchi integrallar.

Qo‘yilgan masalada Erdman-Veyershtrassa shartlaridan $\lambda_i \; (i = 1,2,...,7)$ Lagranj ko‘raytuvchilari boshqarish parametrlari o‘zilishga ega bo‘lgan nuqtalarda uzliksiz ekanligini kelib chiqadi. Bunga ko‘ra (4) sistemaning birinchi tenglamasidan bazis vektordan olingan hosila $\dot{\vec{\lambda}}$ ham uzliksiz ekanligi kelib chiqadi. Agar koordinata boshidan bazis vektor o‘tkazadigan bo‘lsak, u holda bu vektor uchidagi nuqtani koordinata sistemasida qoldirgan izi godograf deb ataladi va bu chiziq silliq chiziqdan iborat bo‘ladi. Optimal trayektoriyaga nisbatan tortish kuchi bazis vektor bo‘ylab yo‘nalgani uchun, tortish kuchining yo‘nalishi $\vec{e} = \frac{\vec{\lambda}}{\lambda}$ ham ($\vec{\lambda} \neq 0$ farqli bo‘lgan nuqtalarda) uzliksiz bo‘ladi. Bundan kelib chiqadiki, koordinata boshida tortish kuchi yo‘nalishini qarama-qarshi tomonga o‘zgartiradi (revers). Bizga ma’lumki, boshqarish parametrlari uzilishga ega bo‘lgan nuqtalarda $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \dot{x}_i = \vec{\lambda}(\frac{cm}{M}\vec{e} + \vec{g}) + \vec{\lambda}_r \vec{v} - \lambda_M m$ yig‘indi uzluksiz funksiyadan iborat. Bu yig‘indidaga $\vec{\lambda}, \vec{g}, \lambda_r, \vec{v}$ kattaliklar uzliksiz bo‘lgani uchun, $(\frac{c}{M}\vec{e}\vec{\lambda} - \lambda_M)m$ *ёки* χm ham uzliksiz funksiyadan iborat bo‘ladi. Bundan kelib chiqadiki, o‘tish funksiyasi uzliksiz bo‘lgani uchun vaqt birligi orasidagi massa sarfi m uziladigan nuqtalarda o‘tish funksiyasi uchun

$$\chi = 0 \tag{21}$$

bajariladi. Bunday nuqtalar o‘tish nuqtalari deb ataladi, ya’ni dvigatelni ishlash rejimi o‘zgaradi.

Endi o‘tish χ funksiyasidan vaqt bo‘yicha hosila olamiz:

$$\dot{\chi} = \frac{c}{M}\dot{\lambda} + \frac{c}{M^2}\lambda m - \dot{\lambda}_M .$$

Agar (4) ga ko‘ra $\dot{\lambda}_M = \frac{cm}{M^2}\lambda$ munosabat o‘rinli ekanligini hisobga olsak, nol tortish qismi (NT) uchun

$$\dot{\chi} = \frac{c}{M}\dot{\lambda} \tag{22}$$

formula kelib chiqadi. Bunga ko‘ra trayektoriyaning nol tortish (NT) qismida $M = const$ va (22) ni integrallab quyidagi

$$\chi = \frac{c}{M}\lambda + const \tag{23}$$

birinchi integralga ega bo‘lamiz.

O‘rta tortish (PT) qismida $\chi = 0,\ \dot{\chi} = 0$ (22) dan $\frac{c}{M}\dot{\lambda} = 0$ va bundan

$$\dot{\lambda} = 0 \Rightarrow \lambda = const\ . \tag{24}$$

Shunday qilib, trayektoriyaning o‘rta tortish qismida bazis vektorning qiymati o‘zgarmasdan qoladi. Agar gravitatsion maydon $\vec{g} = \vec{g}(\vec{r})$ statsionar maydondan iborat bo‘lsa, bu holda energiya integrali

$$\vec{\lambda}\vec{g} + \vec{\lambda}_r \vec{v} + m(\frac{c}{M}\lambda - \lambda_M) = const ,$$

yoki

$$\vec{\lambda}\vec{g} + \vec{\lambda}_r \vec{v} + m\chi = h . \tag{25}$$

Yuqorida ko‘rilganidek, nol va o‘rta tortish qismlarida $\chi = 0$ bo‘lgani uchun (25) integral quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\vec{\lambda}\vec{g} + \vec{\lambda}_r \vec{v} = h \tag{26}$$

Agar maydon bir jinsli $\vec{g} = const$ gravitatsiya maydonidan iborat bo‘lsa, harakatlanayotgan massasi o‘zgaruvchi moddiy nuqtani optimal trektoriyalari ko‘pgina hollarda aniqlangan. Bunda harakat fazoviy deb qaralib, muxit qarshilik kuchi hisobga olinmaydi. Tortish kuchini miqdori va yo‘nalishini aniqlash ko‘riladigan aniq masalada minimumi ta’minlanishi talab qilinadagan funksionalga bog‘liq bo‘ladi. Bu holda $\vec{g} = const$ bo‘lgani uchun, bazis vektorga tegishli tenglama quyidagi ko‘rinishga keladi: $\ddot{\vec{\lambda}} = 0$ va tenglamani ikki marta integrallab

$$\dot{\vec{\lambda}} = \vec{a}; \ \vec{\lambda} = \vec{a}t + \vec{b}, \qquad (27)$$

natijaga kelamiz. Bunda $\vec{a}, \vec{b}$ -integrallash doimiylari.

Shunday qilib, bazis vektor uchidagi nuqta o‘zgarmas tezlik bilan harakatlanib, to‘g‘ri chiziqdan iborat bo‘lgan godograf chizar ekan. $\vec{\lambda}$ *ba* $\dot{\vec{\lambda}}$ vektorlar uzluksiz bo‘lgani uchun $\vec{a}, \vec{b}$ vektorlar trayektoriyaning ixtiyoriy qismida bir xil qiymatga ega. Quyida bazis vektorga tegishli bo‘lgan har xil hollarni qo‘rib chiqamiz.

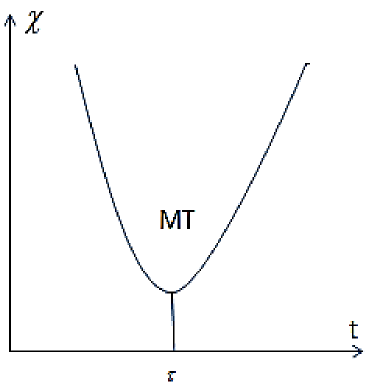
1. $\vec{a} \neq 0, \vec{b} \neq 0 \Rightarrow \vec{\lambda} \neq 0$

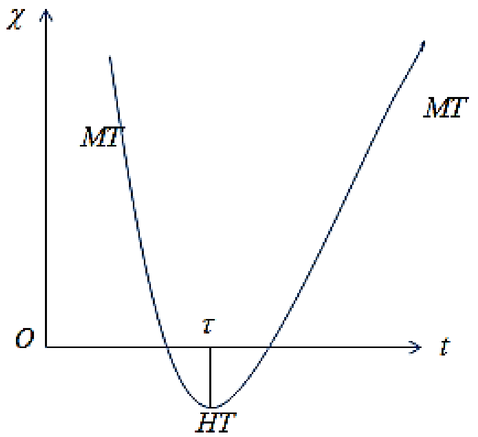
Bu holda bazis vektor koordinata markazidan o‘tmaydi va ma’lum bir τ vaqtgacha kamayadi ($\dot{\lambda} < 0$), keyin esa manaton o‘sadi, ya’ni (22) dan

$$\dot{\lambda} < 0, \ \dot{\chi} > 0 \Rightarrow t < \tau,$$
$$\dot{\lambda} > 0, \ \dot{\chi} < 0 \Rightarrow t > \tau.$$

Bundan kelib chiqadiki, o‘tish funksiyasi boshida manaton kamayayib boradi, keyin esa manaton o‘sadi. O‘tish funksisi va uning hosilasi uzluksiz funksiya-lardan iborat bo‘lgani uchun $\chi(t)$ ning grafigi t o‘qni ikki martadan ko‘p kesib o‘tolmaydi (-rasm), ya’ni optimal trayektoriyada o‘tish nuqtasi ikkiga teng bo‘ladi.

Bundan kelib chiqadiki, harakat qismlari uchta bo‘ladi, ya’ni: MT-NT-MT





2. $a \neq 0,\ b = 0$. Bazis vektor godografi koordinata markazidan o‘tadi.

$$t < \tau;\ \dot{\lambda} = -a \Rightarrow \textit{камаювчи},$$

$$t < \tau;\ \dot{\lambda} = a \Rightarrow \textit{ўсувчи},$$

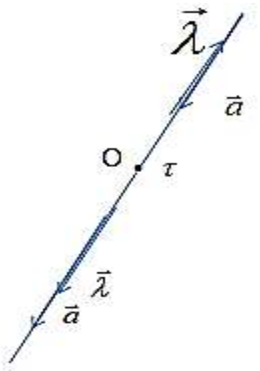
$$t = \tau;\ \dot{\lambda} = 0 \Rightarrow \textit{биринчи тур узилиш}.$$

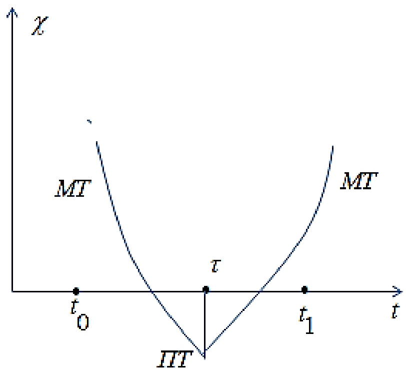
$\dot{\chi} = \dfrac{\mu}{M}\dot{\lambda}$ munosabatga ko‘ra, $t = \tau$ da o‘tish funksiyasi ham birinchi tur uzulishga ega bo‘ladi:

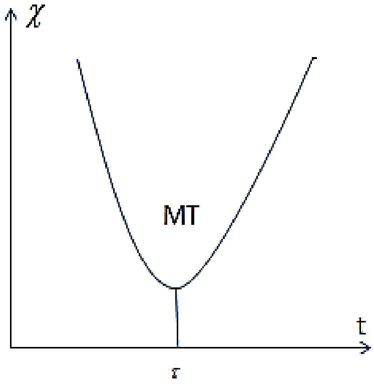
$$\dot{\chi} = -\frac{\mu}{M} a < 0 \Rightarrow t < \tau,$$

$$\dot{\chi} = \frac{\mu}{M} a > 0 \Rightarrow t > \tau.$$

Olingan tengsizliklardan kelib chiqadigan xulosa shundan iboratki, $\dot{\chi}$ xech kachon nolga teng bo‘lmaydi, ammo $t = \tau$ da o‘zilishga ega. Xuddi yuqorida bazis vektorga nisbatan ko‘rilganidek o‘tish funksiyasi $t < \tau$ da kamayadi va aksi $t > \tau$ da o‘suvchi funksiyadan iborat bo‘ladi. O‘tish funksiyasining grafigi ustida to‘xtaladigan bo‘lsak, grafik t o‘qini ko‘pi bilan ikki nuqtada kesib o‘tadi. Bu holda ham trayektoriya uchta qismdan iborat bo‘ladi: MT-NT-MT







3. $a = 0,\ b \neq 0 \Rightarrow \vec{\lambda} = \vec{b}.$. Bu holda bazis vektor godografi nuqtaga aylanadi va reaktiv tortish kuchi yo‘nalishi harakat davrida o‘zgarmaydi. Bunga ko‘ra, $\lambda = const, \dot{\lambda} = 0, \ddot{\lambda} = 0$ va trayektoriyaning qismi, o‘rta tortish (PT) qismga to‘g‘ri keladi.

4. Foydalanilgan adabiyotlar
5.

1. Lawden D.F. Optimal Trajectories for Space Navigation Butterworth, Washington, D.C. 2003.
2. N.A.Korshunova and D.M.Azimov. Analytical Solutions for Thrust Arcs in a Field of Two Fixed Centers // «Journal of Guidance, Control, and Dynamics», (AIAA, USA), 2014, V.37, №5, P.1716-1719
3. Herbert Goldstein, Charles Poole, John Safko. Classical Mechanics. Classical Mechanics. USA, 2013.
4. Gantmaxer F.R. Leksii po analiticheskoy mexanike. 3-izd. M.: Fizmatmex, 2005.
5. Turayev X. Harakatning turg‘unlik nazariyasi. - SamGU, 2004.

4-mavzu. Xususiy harakatni ustuvorlikka tekshirishga tegishli asosiy teoremalar va usullar. Maple va MetCat programmalash paketlari yordamida boshqarish masalalarini sonli yechish.

Reja:

1. Lyapunov bo‘yicha turg‘unlik va asimptotik turg‘unlik.
2. Lyapunov funksiyasi va xossalari.Asosiy teoremalar.
3. Lyapunov funksiyasini qurish usullari va Maple va MetCat programmalash paketlari yordamida boshqarish masalalarini sonli yechish.

Tayanch so‘zlar: ustuvorlik, asimptotik turg‘unlik, Lyapunov funksiyasi, ishorasi aniqlangan va ishorasi o‘zgarmas funksiyalar.

1. Lyapunov bo‘yicha turg‘unlik va asimptotik turg‘unlik.

Ustuvorlik tushunchasi mexanikaning ko‘p yo‘nalishlarida ishlatilib, har doim bu tushuncha qaysi ma’noda ko‘rilayotgani eslatilib o‘tiladi. Masalan, nazariy mexanikada A.M. Lyapunov bo‘yicha ustivorlik, ya’ni boshlang‘ich shartlardan og‘ish hisobiga xususiy yechimni og‘ishi, materiallar qarshiligida jism formasini saqlashi, plastinka va qobiqlar nazariyasida tebranma harakat chastotasi bilan bog‘liq. A.M. Lyapunov bo‘yicha turg‘unlik mexanik sistema xususiy yechimlariga tegishli bo‘lib, quyidagicha kiritaladi.

Faraz qilamiz, mexanik sistemaning harakat tenglamalari quyidagi

$$\dot{y}_i = Y_i(t, y_1,...y_n) \;\; i = 1,...,n \tag{1}$$

oddiy differensial tenglamalar sistemasidan iborat bo‘lib, $y_i = f_i(t),\ i = 1,...n$ $t = t_{0.}\ y_i = f_i(t_0),\ i = 1,...n$ boshlang‘ich shartlarni qanoatlantiruvchi , (1) harakat tenglamalarining xususiy yechimidan iborat bo‘lsin.

Endi boshlang‘ich shartlarga

$$t = t_{0.}\ y_i = f_i(t_0) + \varepsilon_i,\ i = 1,...n, \tag{2}$$

og‘ishlar beramiz. Bunda (2) boshlang‘ich shartlarga mos keluvchi sistemaning harakati og‘dirilgan harakat va ε_i miqdorlar esa boshlang‘ich og‘ishlar deb ataladi. Og‘dirilgan harakatga mos keluvchi parametrlarni $y_i(t)$ bilan belgilasak, u holda og‘dirilmagan harakatga mos keluvchi $f_i(t)$ xususiy yechimlarni hisobga olgan holda, ma’nosiga ko‘ra $x_i = y_i(t) - f_i(t),\ i = 1,...n$ o‘zgaruvchilarni og‘ishlar yoki variatsiyalar deb ataymiz. Keyingi analitik amallarni bajarish uchun, og‘ishlarga mos keluvchi n o‘lchovli fazoda harakatlanuvchi $M(x_1, x_2,..., x_n)$ nuqtaning trayektoriyasidan foydalanamiz. Ko‘rish qiyin emaski, og‘dirilmagan harakatga $x_i = 0$ koordinata boshi mos keladi. Keyingi hisoblashlarda og‘dirilmagan harakatga nisbatan og‘ishlarni baholashda quyidagi $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = x_i^2 + ... + x_n^2$ miqdordan foydalanamiz. Kiritilgan belgilashlarga ko‘ra, $t = t_{0.}\ x_{oi} = \varepsilon_i,\ i = 1,...n$ boshlang‘ich og‘ishlardan iborat bo‘ladi.

A.M. Lyapunov bo‘yicha turg‘unlik ta’rifi. 1. Agar har qanday kichik musbat $\varepsilon > 0$ son uchun, shunday $\delta > 0$ musbat son topish mumkin bo‘lsaki, har qanday $\sum_{i=1}^{n} x_{0i}^2 \le \delta$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi boshlang‘ich og‘ishlar uchun, vaqtni ixtiyoriy $t > t_0$ qiymatlarida $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 < \varepsilon$ shart o‘rinli bo‘lsa, og‘dirilmagan harakat turg‘un(ustivor) deb ataladi, aks holda noturg‘un deyiladi. Harakat geometriyasiga murojat qiladigan bo‘lsak, $\sum_{i=1}^{n} x_{0i}^2 \le \delta$ sfera ichidan harakatni boshlaydigan nuqta, xech qachon $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 < \varepsilon$ sferadan chiqib ketolmaydi. Boshqacha qilib aytganda, og‘dirilgan harakat og‘dirilmagan harakat atrofida harakatlanib, undan juda kichik miqdorga farq qiladi.

2. Agar og‘dirilmagan harakat turg‘un bo‘lib,

$$\lim_{e \to \infty} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 0$$

shart bajarilsa, u holda og‘dirilmagan harakat asimptotik turg‘un deyiladi.

3. Agar og‘dirilmagan harakat o‘zgaruvchilarni ma’lum qismiga nisbatan turg‘un va qolganlariga nisbatan noturg‘un bo‘lsa, og‘dirilmagan harakat ma’lum o‘zgaruvchilarga nisbatan turg‘un deyiladi. Shuni ta’kidlash kerakki, Lyapunov bo‘yicha turg‘unlik o‘zgaruvchilarni tanlab olishga bog‘liq.

Og‘dirilgan harakat tenglamalari

Og‘dirilgan harakat tenglamalarini keltirib chiqarish uchun, og‘ishlarga mos keluvchi $y_i = x_i(t) - f_i(t),\ i = 1,...n$ o‘zgaruvchilarni sistema harakat tenglamalariga

$$\dot{y}_i + \dot{x}_i = Y_i(t, y_1 + x_1, ... y_n + x_n)\ \ i = 1,...,n,$$

qo‘yamiz va x_i o‘zgaruvchilarni kichik deb hisoblab, Teylor qatoriga yoyamiz. Bunga ko‘ra

$$\dot{y}_i + \dot{x}_i = Y_i(t, f_1, ... f_n) + \left(\frac{\partial Y_i}{\partial x_1}\right)_0 x_1 + ... + \left(\frac{\partial Y_i}{\partial x_n}\right)_0 x_n + X_i^*,\ \ i = 1,...,n.$$

Bunda X_i^* - x_i o‘zgaruvchilarga nisbatan yuqori tartibli hadlar. Agar $f_i(t)$ lar $\dot{y}_i = Y_i(t, y_1, ... y_n)\ \ i = 1,...,n$ tenglamalar sistemasining yechimidan iborat ekanligini hisobga olsak, **og‘dirilgan harakat tenglamalari** quyidagi

$$\dot{x}_i = a_{j1}x_1 + ... + a_{jn}x_n + X_i^*,\ \ i = 1,...,n \qquad (3)$$

ko‘rinishni egallaydi.

Tenglamalar sistemasidan yuqori tartibli hadlarni tashlab yuborsak, $\dot{x}_i = a_{j1}x_1 + ... + a_{jn}x_n,\ i = 1,...,n$ birinchi yaqinlashishdagi og‘dirilgan harakat tenglamalari kelib chiqadi. Agar a_{ij} koeffitsiyentlar o‘zgarmaslardan iborat bo‘lsa, tenglamalar sistemasi avtonom, aks holda noavtonom sistema deb ataladi.

Lyapunov tomonidan xususiy harakatni ustuvorlikka tekshirishni ikkita usuli taklif qilgan. Birinchi usul og‘dirilgan harakat tenglamalarining yechimlarini aniqlash orqali, ikkinchi usul(to‘g‘ri usul) esa maxsus xossalarga ega bo‘lgan funksiyalarni tuzishga asoslanadi. Turg‘unlikka tekshirishda ikkinchi usul anchagina ratsional hisoblanib, og‘dirilgan harakat tenglamalarining yechimlarini topish talab qilinmaydi va bir qator teoremalarga asoslanadi. Shuni ta’kidlash kerakki, juda ko‘p hollarda og‘dirilgan harakat tenglamalarining analitik yechimlarini topishning iloji yo‘q va shuning uchun ikkinchi usuldan foydalanish samarali hisoblanadi.

2. Lyapunov funksiyasi va xossalari. Asosiy teoremalar.

Asosiy usul hisoblanadigan ikkinchi usulni o‘rganish uchun

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \le \mu \qquad (4)$$

sohada ma’lum hossalarga ega bo‘lgan bir qiymatli, uzluksiz $V(x) = V(x_1,...,x_n),\ V(0) = 0$ funksiyani ko‘rib chiqamiz. Agar $V(x) = V(x_1,...,x_n)$

funsiyaning qiymati $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \le \mu$ sohada noldan tashqari faqatgina bir xil ishorali (musbat yoki manfiy) bo‘lsa, funsiya ishorasi o‘zgarmas funksiya deb ataladi. Agar ishorasi o‘zgarmas $V(x) = V(x_1,...,x_n)$ funksiya faqatgina koordinata boshida $x_i = 0$ da nolga teng bo‘lsa, bunday funksiya ishorasi aniqlangan (musbat yoki manfiy) funksiya deb ataladi. Yuqorida keltirilgan xossalarga ega bo‘lgan va harakat turg‘unligini aniqlashda ishlatiladigan funksiyalar, Lyapunov funksiyalari deb ataladi. Endi bu funksiyalarning hossalarini o‘rganishga o‘tamiz.

1. Lyapunov funksiyalari hamma x_i o‘zgaruvchilarga bog‘liq bo‘lishi kerak.
2. $V(x) = c$ sirt $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \le \mu$ sohada yopiq sirtdan iborat.
3. Agar $|c| > |c_1|$ bo‘lsa, $V(x) = c_1$ sirt $V(x) = c$ sirtning ichida joylashadi.

Endi Lyapunov funksiyasidan og‘dirilgan harakat tenglamalariga ko‘ra vaqt bo‘yicha olingan hosilaning mexanik ma’nosiga to‘xtalamiz. Agar sistema avtonom sistemadan iborat bo‘lsa, $\dot V = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx_1}\dot x_1 + ... + \frac{dV}{dx_n}\dot x_n$ va og‘dirilgan harakat tenglamalarini hisobga oladigan bo‘lsak, $\dot V = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx_1}X_1 + ... + \frac{dV}{dx_n}X_n = gradV * \vec v$. Bundan, agar harakat davomida nuqta musbat aniqlangan funksiyaga mos keluvchi $V(x) = c$ sirtni tashqarisidan ichiga qarab harakatlansa $\dot V = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx_1}\dot x_1 + ... + \frac{dV}{dx_n}\dot x_n$ <0 va aksi, ichidan tashqarisiga qarab harakatlansa $\dot V = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx_1}\dot x_1 + ... + \frac{dV}{dx_n}\dot x_n = \vec v * gradV > 0$ bo‘ladi. Bu hollardan tashqari, yana $\dot V = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx_1}\dot x_1 + ... + \frac{dV}{dx_n}\dot x_n = \vec v * gradV = 0$ bo‘lishi mumkin. Bu holda nuqta sirt ustida harakatlanadi.

Harakatni turg‘unligi xaqidagi Lyapunov teoremalari

Teorema 1. Agar og‘dirilgan harakat tenglamalariga ko‘ra, shunday ishorasi aniqlangan $V(x)$ funsiya topish mumkin bo‘lsaki, bu funksiyadan og‘dirilgan harakat tenglamalariga ko‘ra vaqt bo‘yicha olingan hosila $V(x)$ funksiyaga nisbatan teskari ishorali **ishorasi o‘zgarmas funksiyadan** iborat bo‘lsa, og‘dirilmagan harakat turg‘un deyiladi.

Teorema 2. Agar og‘dirilgan harakat tenglamalariga ko‘ra, shunday ishorasi aniqlangan $V(x)$ funsiya topish mumkin bo‘lsaki, bu funksiyadan og‘dirilgan harakat tenglamalariga ko‘ra vaqt bo‘yicha olingan hosila $V(x)$ funksiyaga nisbatan teskari ishorali ishorasi aniqlangan funksiyadan iborat bo‘lsa, og‘dirilmagan harakat asimptotik turg‘un deyiladi.

Asimptotik turg‘unlik xaqidagi N.N. Krasovskiy teoremasi

Yuqorida keltirilgan asimptotik turg‘unlik xaqidagi Lyapunov teoremasi $V(x)$ funksiyaga yetarlicha og‘ir shart qo‘yadi. Bu shartni yengillashtirishda $V(x)$ funksiya ishorasi o‘zgarmas bo‘lishi ham mumkin ekan. Agar $\dot{V}(x) = 0$ ga teng bo‘ladigan sohani K

bilan belgilaymiz. Bunda K nuqtalar to‘plami,chiziqdan yoki sirtdan iborat bo‘lishi mumkin.

Teorema. Agar og‘dirilgan harakat tenglamalariga ko‘ra, $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \le \mu$ sohada shunday ishorasi aniqlangan $V(x)$ funsiya topish mumkin bo‘lsaki, bu funksiyadan og‘dirilgan harakat tenglamalariga ko‘ra vaqt bo‘yicha olingan hosila uchun quyidagi

$$\dot{V} < 0,\ x \notin K,$$
$$\dot{V} = 0,\ x \in K$$

shart bajarilsa, (bunda K sohada og‘dirilgan harakatga tegishli to‘liq trayektoriya joylashmagan) og‘dirilmagan harakat asimptotik turg‘un deyiladi.

Harakatni noturg‘unligi xaqidagi Chetayev teoremasi

Teorema 1. Agar og‘dirilgan harakat tenglamalariga ko‘ra, shunday $V(x)$ funsiya topish mumkin bo‘lsaki, bu funksiya uchun $x_i = 0$ nuqta atrofida shunday soha movjud bo‘lib, bu sohada $V(x) > 0$ va bu funksiyadan og‘dirilgan harakat tenglamalariga ko‘ra olingan vaqt bo‘yicha hosila esa $\dot{V} > 0$ bo‘lsa, og‘dirilmagan harakat noturg‘un deyiladi.

Bu teorema Lyapunov tomonidan isbotlangan quyidagi teoremaga nisbatan umumiyroq hisoblanadi.

Teorema 2. Agar og‘dirilgan harakat tenglamalariga ko‘ra, shunday $V(x)$ funsiya topish mumkin bo‘lsaki, bu funksiya uchun $x_i = 0$ nuqta atrofidagi sohada $V(x) > 0$ va bu funksiyadan og‘dirilgan harakat tenglamalariga ko‘ra olingan vaqt bo‘yicha hosila esa ishorasi aniqlangan bo‘lib, $\dot{V} > 0$ shart bajarilsa, og‘dirilmagan harakat noturg‘un deyiladi.

Chiziqli sistemalarning ustuvorligi

Quyida xususiy hollardan biri bo‘lgan, og‘dirilgan harakat tenglamalari chiziqli tenglamalar sistemasidan iborat bo‘lgan holni ko‘rib chiqamiz. Bunda hisoblashlarni soddalashtirish uchun algebrada ko‘riladigan matritsalar nazariyasidan foydalanamiz. Faraz qilamiz, og‘dirilgan harakat tenglamalari chiziqli avtonom $\dot{x}_i = a_{j1}x_1 + ... + a_{jn}x_n$, $i = 1,...,n$,yoki vektor ko‘rinishda

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x}$$

sistemadan iborat bo‘lsin. Bunda $A = \|a_{ij}\|$ kvadrat matritsa. Chiziqli $\bar{z} = \Lambda\bar{x}$ xos bo‘lmagan almashtirish yordamida yangi $z_1,...,z_n$ o‘zgaruvchilarga o‘tamiz. $\Lambda = \|\alpha_{ij}\|$ matritsa xosmas matritsadan iborat bo‘lgani uchun,uning teskari matritsasi movjud bo‘lib teskari
$\bar{x} = \Lambda^{-1}\bar{z}$ chiziqli almashtirish o‘rinli. Almashtirishlarni o‘rniga qo‘yib

$$\dot{\bar{z}} = B\bar{z},$$

vektor tenglamaga ega bo‘lamiz. Bunda $B = \Lambda A\Lambda^{-1}$. Shunday qilib, chiziqli almashtirish natijasida $\bar{x}$ uzgaruvchiga nisbatan $\dot{\bar{x}} = A\bar{x}$ vektor tenglamadan, $\bar{z}$ o‘zgaruvchiga nisbatan $\dot{\bar{z}} = B\bar{z}$ vektor tenglamaga kelamiz. Almashtirishlar chiziqli bo‘lgani uchun xususiy yechimni $\bar{z}$ o‘zgaruvchilarga nisbatan ustuvorlik yoki noustuvorligidan, $\bar{x}$ o‘zgaruvchilarga nisbatan ustuvorlik yoki noustuvorlik kelib chiqadi.

Keyinga analitik amallarni bajarish uchun, chiziqli algebraga tegishli teoremalarga to‘xtalamiz.

Teorema 1. Agar Λ matritsa xosmas matritsadan iborat bo‘lsa, u holda $A - \lambda E$ va $\Lambda A\Lambda^{-1} - \lambda E$ matritsalarning elementar bo‘luvchilari bir xil bo‘ladi va teskarisi, agar $A - \lambda E$ va $B - \lambda E$ matritsalarning elementar bo‘luvchilari bir xil bo‘lsa, shunday Λ matritsa topiladiki $B = \Lambda A\Lambda^{-1}$ munosabat o‘rinli.

Teorema 2. Agar T va Π matritsalar kvadrat simmetrik matritsalar bo‘lib, bunda T musbat aniqlangan bo‘lsa, u holda

1. $\det(T\lambda + \Pi) = 0$ xarakteristik tenglamaning yechimlari xaqiqiy bo‘ladi.

2. Doimo shunday xosmas Λ matritsa topish mumkinki, $\Lambda' T\Lambda = E,\ \Lambda'\Pi\Lambda = C_0$. Bunda E -birlik matritsa, Λ' -transpanirlangan matritsa va C_0 -diagonal matritsa bo‘lib, uning elementlari xarakteristik tenglamaning yechimlaridan iborat.

Yuqorida keltirilgan teoremalarga ko‘ra, $\dot{\bar{z}} = B\bar{z}$ tenglamadagi B matritsaning koeffitsiyentlarini, boshlang‘ich A matritsaning

$$B = \begin{Vmatrix} B_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_m \end{Vmatrix} \qquad (*)$$

Jordan formasini olamiz. Bunda $B_k = \begin{Vmatrix} \lambda_k & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \lambda_k & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \lambda_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \lambda_4 \end{Vmatrix}$, va o‘zgartirilgan tenglamalar sistemasiga tegishli $\vec{z}$ vektor kanonik vektor deb, uning elementlari esa kanonik o‘zgaruvchilar deb ataladi. Shuni ta’kidlash kerakki, kanonik o‘zgaruvchilarga o‘tish uchun faqatgina $A - \lambda E$ matritsaning elementar bo‘luvchilarini bilish yetarli bo‘ladi. Olingan natijaga ko‘ra, kanonik o‘zgaruvchilardagi tenglamalar m ta alohida tenglamalar to‘plamidan iborat bo‘ladi va ulardan biri quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$
\begin{aligned}
&\dot{z}_1 = \lambda_1 z_1, \\
&\dot{z}_2 = z_1 + \lambda_1 z_2, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\dot{z}_{e_1} = z_{e_1 - 1} + \lambda_1 z_{e_1}.
\end{aligned}
$$

Bu tenlamalar sistemasi oddiy integrallanadi.

$$
\begin{aligned}
&z_1 = z_{01} e^{\lambda_1 t}, \\
&z_2 = (z_{02} + z_{01} t) e^{\lambda_1 t}, \\
&\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \\
&z_{e_1} = (z_{0e_1} + z_{0e_2} t + \ldots + z_{01} \frac{t^{e_1 - 1}}{(e_1 - 1)!}) e^{\lambda_1 t}
\end{aligned}
$$

Endi og‘dirilgan harakat ustuvorligi masalasiga qaytamiz. Olingan yechimlarga ko‘ra quyidagi **teoremalar** o‘rinli:

1. Agar xarakateristik tenglama yechimlarining xaqiqiy qismlari manfiy bo‘lsa, og‘dirilmagan harakat asimptotik ustuvor bo‘ladi.
2. Agar xarakateristik tenglama yechimlarining ichida bittagina bo‘lsa ham xaqiqiy qismi musbat bo‘lgan yechimi mavjud bo‘lsa, og‘dirilmagan harakat noustuvor bo‘ladi.
3. Agar xarakateristik tenglama yechimlarining ichida xaqiqiy qismlari nolga teng bo‘lgan yechimlari bo‘lib, qolganlari esa manfiy xaqiqiy qismlarga ega bo‘lsa, u holda:

a) Og‘dirilmagan harakat ustuvor bo‘ladi, agar xaqiqiy qismlari nolga teng bo‘lgan yechimlarga oddiy elementar bo‘luvchilar mos kelsa:

b) Og‘dirilmagan harakat noustuvor bo‘ladi, agar xaqiqiy qismlari nolga teng bo‘lgan yechimlar, oddiy elementar bo‘luvchilar uchun karrali bo‘lsa.

3. Lyapunov funksiyasini qurish usullari va Maple va MetCat programmalash paketlari yordamida boshqarish masalalarini sonli yechish.

1. O‘zgaruvchilarni almashtirish usuli. Agar og‘dirilgan harakat tenglamalari uchun Lyapunov funksiyasini tuzish qiyin bo‘lsa, chiziqli almashtirishlar yordamida Lyapunov funksiyasi ma’lum bo‘lgan tenglamalar sistemasiga o‘tiladi. Almashtirishlar chiziqli bo‘lgani uchun, almashtirishlar yordamida olingan og‘dirilgan harakat tenglamalarining ustuvorligi yoki noustuvorligidan boshlang‘ich sistemaning ustuvorligi yoki noustuvorligi kelib chiqadi.

2. Noma’lum koeffitsiyentlar usuli. Ko‘pgina hollarda Lyapunov funksiyasi kvadratik forma $V = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_i x_j$ ko‘rinishida qidiriladi,.chunki kvadratik forma uchun ishorasi aniqlanganligini belgilovchi Silvestr alomat movjud. Birinchi navbatda kvadratik formaning noma’lum koeffitsiyentlari Silvestr alomatini qanoatlantirsin. Bunga ko‘ra kvadratik forma ishorasi aniqlangan bo‘ladi. Formaning koeffitsiyentlari soni $n(n+1)/2$ bo‘lib, ular Silvestr alomatiga ko‘ra n ta shartni qanoatlantirishi lozim. Bundan erkin koeffitsiyentlar soni $n(n-1)/2$ ga teng ekanligi kelib chiqadi. Qolgan erkin koeffitsiyentlarni Lyapunov teoremalarini qanoatlantiradigan qilib tanlab olinsa, og‘dirilmagan harakat ustuvorligiga tegishli yetalilik shartlari kelib chiqadi. Ammo bu usul har doim ham ish bermaydi, ammo ayrim hollarda yaxshi natijalar olish mumkin.

3. Ko‘pgina hollarda Lyapunov funksiyasini birinchi integrallar kombinatsiyasi yordamida tuziladi. Faraz qilamiz, og‘dirilgan harakat tenglamalari uchun

$F(x_1, x_2, ..., x_n) = h$ birinchi integral bo‘lib, $F(x_1, x_2, ..., x_n) - F(0)$ ayirma argumentlarga nisbatan musbat aniqlangan bo‘lsin. Ko‘rish qiyin emaski, Lyapunov funksiyasi sifatida $V = F(x_1, x_2, ..., x_n) - F(0)$ olinsa, bu funksiya turg‘unlik xaqidagi teoremani hamma shartlarini qanoatlantiradi. Ayrim hollarda og‘dirilgan harakat tenglamalari bir nechta

$$F_1(x_1, x_2, ..., x_n) = h_1,$$

$$F_2(x_1, x_2, ..., x_n) = h_2,$$

$$F_m(x_1, x_2, ..., x_n) = h_m,$$

birinchi integrallarga ega bo‘ladi. Bu holda N.G. Chetayev tomonidan Lyapunov funksiyassini quyidagi

$$V = \lambda_1(F_1 - F_1(0)) + ... + \lambda_m(F_m - F_m(0)) + \mu_1(F_1^2 - F_1^2(0)) + ... + \mu_1(F_m^2 - F_m^2(0)),$$

ko‘rinishda tanlab olish taklif qilingan. Bunda noma’lum λ_k, μ_k koeffitsiyentlarni V funksiyani ishorasi aniqlanganlik shartlaridan tanlab olinadi.

Shuni ta’kidlash kerakki, xozirgacha Lyapunov funsiyasini tuzishning umumiy usuli va uning mavjudligi muammolari ochiq qolmoqda. Oxirgi davrda chop qilingan ilmiy maqolalarga murojat qiladigan bo‘lsak, ustuvorlik muammosini yuqori tartibli og‘dirilgan harakat tenglamalarida xal qilishda yangi bir nechta Lyapunov funksiyasini tuzish, Lyapunov vektor funksiyasi va chegaraviy tenglamalar usullari paydo bo‘ldi.

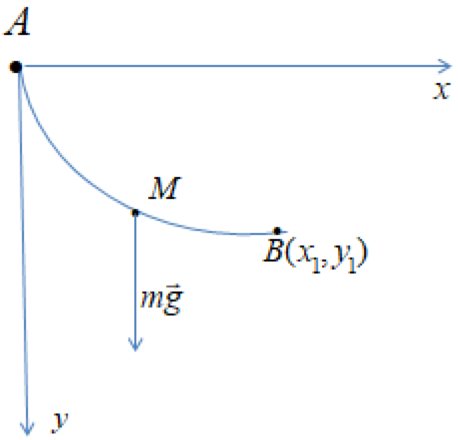
IV. AMALIY MASHG‘ULOT MATERIALLARI

1- amaliy mashg‘ulot. Boshqariluvchi mexanik sistemalarga aniq masalalar.

Амалиёт дарслари

Amaliyotda har qanday boshqarish imkoniyati mavjud bo‘lgan masalalarni yechishda, yechimlar orasidan bizni ma’lum bir talablarimizni qanoatlantiradigan, ya’ni optimal yechimni topishga harakat qilinadi. Buning uchun ma’lum bir miqdorni (funksional) minimum yoki maksimumga erishishi to‘g‘risidagi matematik masalani hal qilishga (optimallashtirish masalasini) to‘g‘ri keladi. Tarixiy ma’lumki, birinchi bo‘lib bunday masalani 1696 yilda I. Bernulli ko‘rib chiqqan.

1-Masala. Vertikal tekislikda ikkita A, B nuqta berilgan. Massasi m bo‘lgan moddiy nuqta boshlang‘ich tezliksiz A nuqtadan B nuqtaga og‘irlik kuchi $m\vec{g}$ ta’sirida eng kam vaqt sarflab yetib keladigan trayektoriyasini aniqlang.



Masalaning boshlang‘ich shartiga ko‘ra $t=0, x(0)=0, y(0)=0, v(0)=0$. Moddiy nuqtaning harakatiga tegishli kinetik energiyasini o‘zgarishi xaqidagi teoremaga ko‘ra harakat davomida energiya integrali o‘rinli:

$\frac{mv^2}{2}-\frac{mv_0^2}{2}=mgy$, bundan boshlang‘ich shartlarga ko‘ra $v=\sqrt{2gy(x)}$. Agar $v=\frac{ds}{dt}=\frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{dt}$ ekanligini hisobga olsak, trayektoriya bo‘ylab ds masofani

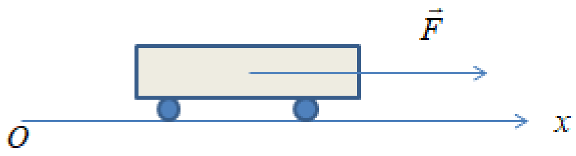
bosib o‘tish uchun $dT=\frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{\sqrt{2gy(x)}}=\frac{\sqrt{1+(y_x^{/})^2}}{\sqrt{2gy(x)}}dx$ va tekislikda A nuqtadan B nuqtaga o‘tishi uchun esa

$$T(y(x)) = \int_0^{x_1} \frac{\sqrt{1+(y_x^{/})^2}}{\sqrt{2gy}}\,dx \qquad (1)$$

vaqt sarflanadi, ya'ni harakat vaqti minimallashtiriluvchi funksionaldan iborat bo'ladi. Bunda $y(0)=0, y(x_1)=y_1$.

2-masala. Tez ta'sir xaqidagi masala

Massasi m bo'lgan telejka gorizontal to'g'ri chiziq bo'ylab gorizontal yo'nalgan F kuch ta'sirida harakatlanmoqda. Boshlang'ich shartlar quyidagicha: $x(t_0)=x_0, \dot{x}(t_0)=v_0$.



Nyutonning ikkinchi qonuniga ko'ra $\ddot{x}=\frac{F}{m}$, yoki

$$\ddot{x}=\frac{F}{m}=u \qquad (2)$$

Telejkaga ta'sir qiladigan shunday $u(x_0,v_0,t)$ kuchni topish talab qilinadiki, telejka minimal t_1 vaqtda to'xtasin, $x(t_1), \dot{x}(t_1)=0$. Bu masalada ta'sir qilayotgan gorizontal kuchni amalga oshirish imkoniyati chegaralangan bo'lsa, u holda boshqarish parametri uchun $u_1 \le u \le u_2$ munosabat o'rinli bo'ladi va minimallashtiriluvchi funksional

$$J=t_1-t_0,$$

ko'rinishda bo'ladi.

3.Kosmik apparat optimal trayektoriyasini aniqlash masalasi.

Quyida gravitatsiya maydonida harakatlanadigan massasi o'zgaruvchi kosmik apparat massa markazini harakatiga tegishli ekstremal trayektoriyalarni aniqlash masalasini ko'rib chiqamiz. Meshcherskiy tenglamasiga ko'ra, kosmik apparat massa markazi harakat differensial tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$M\frac{d\vec{v}}{dt}=M\vec{g}(\vec{r})+\vec{\Phi}, \qquad (3)$$

bunda $M(t)$ – kosmik apparat massasi, $\vec{g}(\vec{r})$ -gravitatsion tezlanish, $\vec{\Phi}$ – reaktiv kuch. Agar gravitatsiya maydoni Nyuton tortish maydonidan iborat bo'lsa,

$$\vec{g}=-\frac{\mu}{r^3}\vec{r}, \qquad (4)$$

reaktiv kuch(tortish kuchi) esa

$$\vec{\Phi}=\vec{v}_r\frac{dM}{dt} \quad , \qquad (5)$$

$$\vec{v}_r = -c\vec{e}, \qquad (6)$$

ko'rinishda bo'ladi. Bunda $\vec{v}_r$ -sarf qilinayotgan yoqilg'ining nisbiy tezligi, $\vec{e}$ – reaktiv kuch yo'nalishidagi birlik vektor, $c = |\vec{v}_r|$ -nisbiy tezlik miqdori bo'lib, o'zgarmas deb qabul qilinadi, μ – tortish markaziga tegishli Gauss doimiysi.

Kosmik apparat massasi yoqilg'i sarfi hisobiga kamaygani uchun $\frac{dM}{dt} < 0.$ Bunga ko'ra, $m = -\frac{dM}{dt}$ vaqt birligi orasidagi massa sarfini kiritamiz. Agar massa sarfini amalga oshirish jihatidan chegaralanganini hisobga olsak, $0 \le m \le \tilde{m}$, ya'ni vaqt birligi oralig'idagi massa sarfi quyi va yuqoridan chegaralangan. Yuqorida keltirilgan belgilashlarga ko'ra, harakat tenglamasini birinchi tartibli differensial tenglamalar ko'rinishida yozish mumkin.

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}}{dt} &= \vec{g}(\vec{r}) - \frac{cm}{M}\bar{e}, \\ \dot{\vec{r}} &= \vec{v}, \\ \dot{M} &= m. \end{aligned} \qquad (7)$$

Masala qo'yilishiga ko'ra, vaqt birligi oralig'idagi massa sarfi m va tortish kuchi yo'nalishi $\vec{e}$ boshqarish parametrlari hisoblanadi, ya'ni bu miqdorlarni tanlab olish imkoniyati mavjud.

Bu masala uchun quyidagi variatsion masalani qo'yish mumkin:
Nuqta fazoda boshlang'ich holatidan keyingi holatiga shunday o'tsinki, bu o'tishda nuqta holatiga bog'liq bo'lgan ma'lum bir funksional o'zining minimal qiymatiga ega bo'lsin. Misol uchun nuqta bir holatdan ikkinchi holatga o'tganda massa sarfi eng kam bo'lsin (minimal). Bu holda minimallashtiluvchi funksional

$$J = -M_1, \qquad (8)$$

ko'rinishda bo'ladi. Bunda M_1-kosmik apparatni keyingi holatdagi massasi. Bu masala massasi o'zgaruvchi moddiy nuqta dinamikasiga tegishli

$$J = c\ln\frac{M_0}{M} \qquad (9)$$

xarakteristik tezlikni minimallashtirish masalasiga ekvivalent.

Shunday qilib, kosmik apparatni gravitatsiya maydonidagi harakatida vaqt birligi oralig'idagi massa sarfi m va tortish kuchi yo'nalishi $\vec{e}$ boshqarish parametrlari hisoblanadi.

2-amaliyot. Optimal harakatni aniqlashga doir masalalar (2 soat).

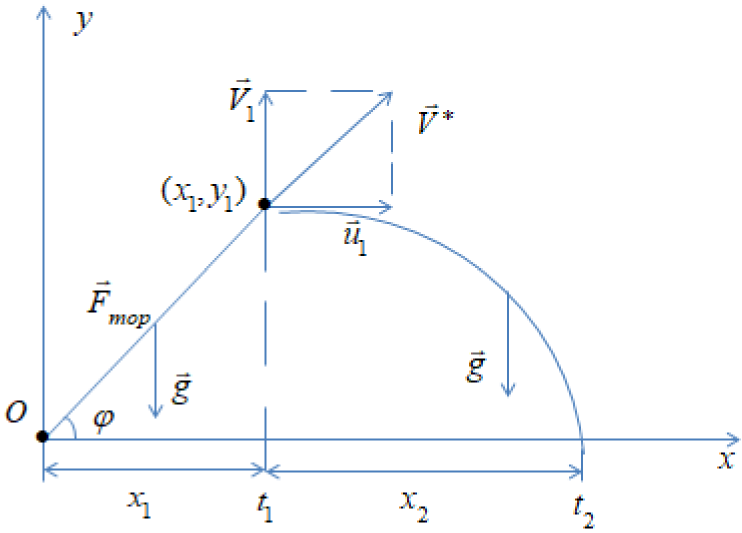
Masalalar

1. Quyidagi $\dot{x} = -x^3 + u,\ x(0) = 1$ sistemada $J = \frac{1}{2}\int_0^1 (x^2 + u^2)dt$ funksionalni minimumini ta'minlovchi boshqarish parametri va trayektoriyani aniqlang.

2. $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = u$ sistemani boshlang‘ich $x_1(0)=0,\ x_2(0)=0$ holatdan $x_1(0)+x_2(0)=1$ keyingi holatga o‘tkazuvchi va $J=\frac{1}{2}\int_0^1 u^2dt$ funksionalni minimalashtiruvchi boshqarishni va sistema trayektoriyasini aniqlang.
3. Quyidagi $\dot{x}=u$ sistemada $x(0)=1$ boshlang‘ich, keyingi onda $x(4)=1$shartlarni qanoatlantiruvchi va boshqarishga nisbatan $|u|\le 1$ tengsizlik ko‘rinishidagi chegaraga ko‘ra, ushbu $J=\frac{1}{2}\int_0^1 x^2dt$ funksionalni minimumini ta’minlovchi boshqarish parametri va trayektoriyani aniqlang.
4. $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = u, x_1(0)=10, x_2(0)=0$ sistemada $J=t_l^2+\frac{1}{2}\int_0^{t_l} u^2dt$ funksionalni minimallashtiruvchi boshqarishni va trayektoriyani aniqlang. Bunda $x_1(t_l)=0, x_2(t_l)=\text{эркин}.$
5. $J=\frac{1}{2}\int_0^1 (x_1^2+u^2)dt$ kriteriyga ko‘ra, $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -x_2 - x_1^2 + u$ sistema uchun Gamilton sistemasini tuzing.
6. “Yer-havo” sinfiga tegishli raketa boshlang‘ich nuqtadan gorizontga β burchak ostida o‘tkazilgan to‘g‘ri chiziq bo‘yicha maksimal uzoqlikka erishishi mumkin bo‘lgan reaktiv kuch vektori yo‘nalishini o‘zgarishi dasturini aniqlang. Raketa massasining o‘zgarish qonuni $M=M_0e^{-\alpha t}$ (M_0 - boshlang‘ich massa, $\alpha = const$). Harakat vertikal tekislikda bir jinsli og‘irlik maydonida yuz beradi. Atmosferaning qarshiligi hisobga olinmasin. Boshlang‘ich tezlik nolga teng.
7. $J=\frac{1}{2}\int_0^1 (x_1^2+x_2^2+u^2)dt$ kriteriyga ko‘ra, $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -x_1 - x_1^2 + u$ sistema uchun Gamilton sistemasini tuzing.

3-amaliy mashg‘ulot. Vertikal tekislikda harakatlanadigan massasi o‘zgaruvchi raketaning optimal trayektoriyasini aniqlash masalasi. (2 soat).

Massasi o‘zgaruvchi moddiy nuqta vertikal tekislikda bir jinsli og‘irlik kuchi hamda reaktiv kuch ta’sirida harakatlanadi. Aerodinamik qarshilikni hisobga olmagan holda, maksimal uchish uzoqligini ta’minlash uchun reaktiv kuch yo‘nalishi qanday qonunga ko‘ra o‘zgarishini aniqlang. Yechish. Faraz qilamiz, boshlang‘ich $t=0$ onda nuqta koordinata boshida harakatga kelib, boshlang‘ich tezligi $v(0)=0$ ga teng bo‘lsin va uning reaktiv dvigateli $t=t_1$ vaqtga qadar ma’lum konuniyatga ko‘ra yoqilg‘i sarflasin.



Masalaning qo‘yilishiga ko‘ra, reaktiv kuch koordinata boshidan o‘tuvchi vertikal tekislikda o‘zgarishi lozim va raketaning massa markazini harakati Meshcherskiy tenglamasiga ko‘ra quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$M\vec W = \vec F_{реак} + M\vec g,$$

yoki koordinata o‘qlariga proyeksiyalab

$$\begin{aligned} &\dot u = f\cos\varphi, \\ &\dot v = f\sin\varphi - g, \\ &\dot x = u,\ \dot y = v, \end{aligned} \tag{1}$$

oddiy differensial tenglamalar sistemasiga ega bo‘lamiz. Bunda M -nuqta massasi, $\frac{dM}{dt}$ – vaqt birligi orasidagi massa sarfi, $f = \frac{c}{M}\frac{dM}{dt}$ – reaktiv tezlanish bo‘lib, vaqtning vaqtning funksiyasi, c – yonayotgan yoqilg‘i zarralarining nisbiy tezligi, φ – ainqlanishi lozim bo‘lgan boshqarish parametri bo‘lib, reaktiv kuch bilan gorizontal o‘q orasidagi burchak.

Masalaning shartiga ko‘ra, boshlang‘ich onda

$$t_0 = 0,\ x = y = u = v = 0 \tag{2}$$

va aktiv qismni chegarasi $t = t_1$ ga tegishli koordiatalarni x_1, y_1 va tezlik komponenitalarini esa mos ravishda u_1, v_1 bilan belgilaymiz.

Nuqtaning uchish uzoqligi $L = x_1 + x_2$, bunda x_2 passiv ya’ni erkin uchish uzoqligi $x_2 = u_1 t_2$ bo‘lib, aktiv uchastkaning chegaraviy qiymatlari yordamida oson topiladi. Bizga ma’lumki, t_2 – erkin uchish vaqti bo‘lib, quyidagicha aniqlanadi:

$$t_2 = \frac{1}{g}\left(v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gy_1}\right),$$

va bunga ko‘ra umumiy uchish uzoqli uchun

$$L = x_1 + \frac{1}{g}\left(v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gy_1}\right) \tag{3}$$

Ko‘rilayetgan holda variatsion masala quyidagicha qo‘yiladi: (1) tenglamalar sistemasini qanoatlantiruvchi va (3) uchish uzoqligini maksimumga erishishini ta'minlovchi reaktiv kuch yo'nalishini aniqlovchi $\varphi(t)$ boshqarish funksiyasini aniqlang.

Umumiy nazariyaga ko'ra, F Lagranj funksiyasini tuzamiz.

$$F = \lambda_u(\dot{u} - f\cos\varphi) + \lambda_v(\dot{v} - f\sin\varphi + g) + \lambda_x(\dot{x} - u) + \lambda_y(\dot{y} - v)\,.$$

Bunga ko'ra Eyler-Lagranj

$$\dot{\lambda}_u = \frac{\partial F}{\partial u},\ \dot{\lambda}_v = \frac{\partial F}{\partial v},\ \frac{\partial F}{\partial \varphi} = 0,\ \dot{\lambda}_x = \frac{\partial F}{\partial x},\ \dot{\lambda}_y = \frac{\partial F}{\partial y}$$

tenglamalar sistemasini yozamiz:

$$\begin{aligned} &\dot{\lambda}_u = -\lambda_x, \\ &\dot{\lambda}_v = -\lambda_y, \\ &\dot{\lambda}_x = 0, \\ &\dot{\lambda}_y = 0, \end{aligned} \tag{4}$$

$$\lambda_u f\sin\varphi - \lambda_v f\cos\varphi = 0 \Rightarrow tg\varphi = \frac{\lambda_u}{\lambda_v}. \tag{5}$$

(4) tenglamalar sistemasini integrallab,

$$\begin{aligned} &\lambda_x = -a,\ \lambda_y = -b, \\ &\lambda_u = at + c,\ \lambda_v = bt + d, \end{aligned} \tag{6}$$

bunda a, b, c, d -ixtiyoriy o'zgarmaslar. Bu o'zgarmaslarni aniqlash uchun transversallik shartlaridan foydalanamiz.

Bunga ko'ra

$$\begin{aligned} &\lambda_{x1} = \frac{\partial L}{\partial x_1} \Rightarrow \lambda_{x1} = -1, \\ &\lambda_{y1} = \frac{\partial L}{\partial y_1} \Rightarrow \lambda_{y1} = -\frac{u_1}{\sqrt{v_1^2 + 2gy_1}}, \\ &\lambda_{u1} = \frac{\partial L}{\partial u_1} \Rightarrow -\frac{1}{g}(v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gy_1}), \\ &\lambda_{v1} = \frac{\partial L}{\partial v_1} \Rightarrow -\frac{u_1}{g}(1 + v_1 / \sqrt{v_1^2 + 2gy_1}) \end{aligned}$$

va olingan Lagranj ko'payiuvchilarining qiymatlarini (6) tenglamaga qo'yib, a, b, c, d o'zgarmaslarni topamiz:

$$\begin{aligned} &a = 1, \\ &b = \frac{u_1}{\sqrt{v_1^2 + 2gy_1}}, \\ &c - -[t_1 + \frac{1}{g}(v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gy_1})], \\ &d = -\frac{u_1}{\sqrt{v_1^2 + 2gy_1}}(t_1 + \frac{1}{g}(v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gy_1})). \end{aligned}$$

O‘z navbatida reaktiv kuch yo‘nalishi φ quyidagicha aniqlanadi:

$$tg\varphi = \frac{\lambda_v}{\lambda_u} = \frac{bt+d}{at+c} = \frac{u_1}{\sqrt{v_1^2 + 2gy_1}} \tag{7}$$

Bundan ko‘rinadiki, maksimal uchish uzoqligi reaktiv kuchni gorizont bilan hosil qilgan **burchagi o‘zgarmas** bo‘lgan holda erishilar ekan.

Endi boshqarish parametri φ burchakka tegishli uzilish nuqtalari mavjudligi masalasini ko‘rib chiqamiz. Buning uchun, Veyershtrassa zaruriy shartlariga murojat qilamiz:

$$\lambda_x \dot{x} + \lambda_y \dot{y} + \lambda_u \dot{u} + \lambda_v \dot{v} \le \lambda_x \dot{X} + \lambda_y \dot{Y} + \lambda_u \dot{U} + \lambda_v \dot{V}. \tag{8}$$

Bunda $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{U}, \dot{V}$ tenglamalar sistemasidan olingan bo‘lib, boshqarish φ funksiyasini boshqa φ^* mumkin bo‘lgan boshqarish funksiyasi bilan almashtirish natijasida hosil bo‘lgan funksiyalar. Bunga ko‘ra, zaruriy shartni qaytadan yozamiz:

$$\lambda_x u + \lambda_y v + \lambda_u f\cos\varphi + \lambda_v (f\sin\varphi - g) \le \lambda_x u + \lambda_y v + \lambda_u f\cos\varphi^* + \lambda_v (f\sin\varphi^* - g),$$

yoki $\lambda_u f\cos\varphi + \lambda_v (f\sin\varphi - g) \le \lambda_u f\cos\varphi^* + \lambda_v f\sin\varphi^*$.

Bu munosabatga yuqorida keltirib chiqarilgan Lagranj ko‘paytuvchilarining qiymatlarini qo‘yib, quyidagi tengsizlikka ega bo‘lamiz:

$$\frac{1}{g}(v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gy_1})\cos\varphi + \frac{u_1}{g}(1 + v_1/\sqrt{v_1^2 + 2gy_1})\sin\varphi \ge$$
$$\frac{1}{g}(v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gy_1})\cos\varphi * + \frac{u_1}{g}(1 + v_1/\sqrt{v_1^2 + 2gy_1})\sin\varphi^*$$

Bu tengsizlikni ikkala tomonini $\frac{1}{g}(v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gy_1}\,)$ ga bo‘lib

$$cos\varphi + \frac{u_1}{\sqrt{v_1^2 + 2gy_1}}\sin\varphi \ge cos\varphi^* + \frac{u_1}{\sqrt{v_1^2 + 2gy_1}}\sin\varphi^*\ , \tag{9}$$

tengsizlik hosil qilamiz. Bu tengsizlik $u_1 > 0$, ya’ni o‘tkir burchaklarda (birinchi chorakda) bajariladi va φ burchakning qiymati (9) tenglamaga ko‘ra yagona bo‘lgani uchun to‘liq optimal trayektoriya bo‘ylab boshqarish funksiyasini uzilish nuqtalari bo‘lmaydi. (1) tenglamalar sistemasini integrallash uchun f reaktiv tezlanishni aniq ko‘rinishini berish zarur. Masalan, agar massani o‘zgarish qonuni ko‘rsatkichli funksiyaga ko‘ra o‘zgarsa, u holda $f = \frac{c}{M}\frac{dM}{dt} = const$ o‘zgarmasdan iborat bo‘ladi va tenglamalar sistemasini boshlang‘ich shartlarga ko‘ra integrallab quyidagi harakatlanish qonuniga ega bo‘lamiz:

$$u_1 = f\cos\varphi t_1, v_1 = (f\sin\varphi - g)t_1,$$
$$x_1 = \frac{1}{2} f\cos\varphi t_1^2,\ u_1 = \frac{1}{2}(f\sin\varphi - g)t_1^2.$$

Boshqarish parametri uchun

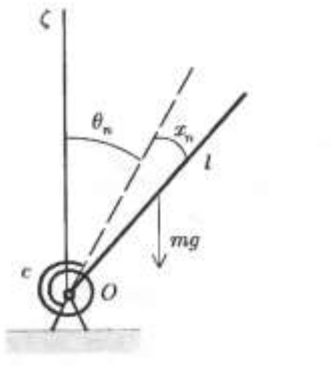
$$\sin^3\varphi + \frac{f}{g}\cos 2\varphi = 0,$$

ya’ni $f > g$ qiymatlarda yechimga ega bo‘lgan tenglama kelib chiqadi.

Olingan natijalarga ko‘ra, raketaning trayektoriyasi $y = \dfrac{f\sin\varphi - g}{f\cos\varphi}x$ to‘g‘ri chiziqdan iborat bo‘lib, trayektoriya bo‘ylab raketa $w = (f^2 + g^2 - 2gf\sin\varphi)^{\frac{1}{2}}$ tezlanish bilan harakatlanadi.

4-amaliy mashg‘ulot. Xususiy harakatni ustuvorlikka tekshirish va dasturlash paketlaridan foydalanish. (2 soat).

Masala. Gorizontal o‘q atrofida aylanadigan massasi m va uzunligi l bo‘lgan ingichka sterjen vertikal holatda bikrligi s bo‘lgan spiral prujina yordamida muvozanat holatida ushlab turiladi. Vertikal hodatda prijina deformatsiyalanmagan. Prujinaning muvozanat holatlarini aniqlang va og‘dirilgan harakat tenglamalarini tuzing.



Muvozanat holatida prujina tomonidan sterjenga ta’sir qiladigan $c\theta$ moment og‘irlik kuchi momenti $\frac{1}{2}mgl\sin\theta$ ga teng bo‘ladi.

$$c\theta = \frac{1}{2}mgl\sin\theta$$

Bundan $\theta = k\sin\theta$, $k = \dfrac{2c}{mgl}$. Bundan ko‘rinadiki, k kichik qiymatlarida tenglama bir nechta yechimga ega bo‘lishi mumkin. Faraz qilamiz, θ_n muvozanat holatlaridan biri bo‘lsin. Og‘dirilgan harakat tenglamalarini tuzish uchun xususiy yechimga nisbatan $\theta = \theta_n + x_n$ og‘ish beramiz harakat tenglamasini tuzamiz. Sterjen harakat miqdori momentining o‘zgarishi xaqidagi teoremaga ko‘ra

$$m\frac{l^2}{3}\ddot{\theta} = -c\theta + \frac{1}{2}mgl\sin\theta.$$

Harakat tenglamasiga yuqorida keltirilgan $\theta = \theta_n + x_n$ munosabatni va $k = \frac{2c}{mgl}$ belgilashni hisobga olsak,

$$\ddot{x}_n + \frac{3g}{2l}(k(\theta_n + x_n) - \sin(\theta_n + x_n))$$

x_n og‘ishga nisbatan differensial tenglamaga ega bo‘lamiz. Birinchi yaqinlashishdagi tenglamani keltirib chiqarish uchun $\sin(\theta_n + x_n)$ ifodani qatorga yoyamiz: $\sin(\theta_n + x_n) = \sin\theta_n + x_n \cos\theta_n + ... +$ va qatorning birinchi ikkita hadi bilan chegaralansak

$$\ddot{x}_n + \frac{3g}{2l}(k_n - cosx_n)x_n$$

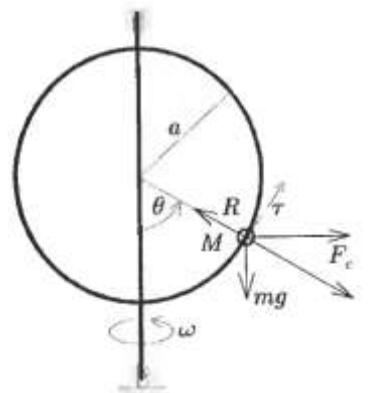
birinchi yaqinlashishdagi og‘dirilgan harakat tenglamasi kelib chiqadi.

Harakat turg‘unligiga oid masalalar.

1. Massasi m va uzunligi l bo‘lgan sferik mayatnikni statsionar harakatini ustuvorlikka tekshiring va ustuvorlik shartlarini aniqlang?

2. Qattiq jismni Eyler holiga mos keladagan qo‘zg‘almas nuqta atrofidagi harakatida bosh o‘qlarga nisbatan permanent harakatlariga tegishli og‘dirilgan harakat tenglamalarini tuzing va birinchi integrallarini aniqlang?

3. Radiusi a bo‘lgan xalqa o‘zining vertikal diametri atrofida aylantiruvchi M moment ta’sirida aylanma harakat qiladi. O‘z navbatida xalqaga o‘rnatilgan m massasi xalqacha xalqa bo‘ylab o‘zining og‘irlik kuchi hisobiga harakatlanadi. Xalqa o‘zgarmas burchak tezlik bilan aylanma harakat qilishi uchun uning o‘qiga qanday moment ta’sir qilishini va xalqalar o‘rtasidagi ishqalanish kuchini hisobga olmagan holda xalqachaning nisbiy muvozanatini aniqlang va nisbiy muvozanat holatidan og‘dirilgan harakat tenglamalarini tuzing.



4. Massasi m radiusi r bo‘lgan bir jinsli disk gorizontal tekislik bo‘ylab og‘irlik kuchi ta’sirida sirpanmasdan dumalab harakatlanadi. Diskni harakat tenglamalarini tuzing, statsionar harakatlarini aniqlang va statsionar harakatlarni birinchi yaqinlashishga ko‘ra ustuvorlikka tekshiring.

V. KEYSLAR BANKI

1-kichik-keys. “Termoelastik masalalarni sonli yechishga doir mulohaza”.

Muammoning qo‘yilishi: Chekli ayirmali tenglamalarni iterasiya usuli yordamida sonli yechish usulini tushintiring.

1. Tinglovchilardan olingan javoblar quyidagicha:

Tenglama va chegaraviy shartlardagi hosilalarni chekli ayirmali munosabatlar bilan almashtirish kerak. Ularni Gauss metodi yordamida sonli yechish zarur va olingan natijalar tenglamani qanoatlantiradi.

2. Tinglovchilardan olingan javoblar quyidagicha:

Chekli ayirmali munosabatlar yordamida differensial tenglama izlanuvchi funksiyaning tugun nuqtalardagi qiymatlariga nisbatan algebraik tenglamalar sistemasiga keltiriladi. Xosil bo‘lgan chekli ayirmali tenglamalar izlanuvchi funksiyaning markaziy tugun nuqtalariga nisbatan yechib olinadi va bu ifoda asosida ketma-ket yaqinlashish jaroyoni tashkil etiladi.

Nima uchun bunday javoblar kelib chiqdi va uning sababini, vaziyatdan chiqish yo‘lini ko‘rsating.

2-kichik-keys. “Elastik-plastik maslalarni sonli yechishda ketma-ket yaqinlashishi usulini qo‘llash bo‘yicha mulohaza”.

Muammoning qo‘yilishi: Chiziqli bo‘lmagan plastik masallarni yechishga o‘rganilgan iterasiya usuli bilan yechish termoelastik masalani sonli yechishdan nima bilan farq qiladi qiladi?

1. Tinglovchilardan olingan javoblar quyidagicha:

Chiziqli differensial tenglamalarni yechish usulini chiziqsiz tenglamalarga xam qo‘llash mumkin. Buning uchun, tenglamaning chiziqsiz qismini ajratib olish zarur va uni tenglamaning o‘ng tomoni sifadida qarab, iterasiya jaroyonini tashkil etish mumkin.

2. Tinglovchilardan olingan javoblar quyidagicha:

VI. MUSTAQIL TA’LIM MAVZULARI

Mustaqil ishni tashkil etishning shakli va mazmuni

Tinglovchi mustaqil ishni muayyan modulni xususiyatlarini hisobga olgan xolda quyidagi shakllardan foydalanib tayyorlashi tavsiya etiladi:

- meyoriy xujjatlardan, o‘quv va ilmiy adabiyotlardan foydalanish asosida modul mavzularini o‘rganish;
- tarqatma materiallar bo‘yicha ma’ruzalar qismini o‘zlashtirish;
- avtomatlashtirilgan o‘rgatuvchi va nazorat qiluvchi dasturlar bilan ishlash;
- maxsus adabiyotlar bo‘yicha modul bo‘limlari yoki mavzulari ustida ishlash;
- tinglovchining kasbiy faoliyati bilan bog‘liq bo‘lgan modul bo‘limlari va mavzularni chuqur o‘rganish.

Mustaqil ta’lim mavzulari

1. Noidel bog‘lanishlar. Noideal bog‘lanish reaksiya kuchlarining sistema nuqtalarini mumkin bo‘lgan ko‘chishlaridagi bajargan ishi.
2. Bo‘shaydigan bog‘lanishli sistemalar uchun mumkin bo‘lgan ko‘chish prinsipi
3. Gauss va Gamilton-Ostrogradskiy prinsiplari
4. Birinchi integrallar yordamida Gamilton tenglamalarining tartibini pasaytirish
5. Davriy koeffitsiyentli chiziqli og‘dirilgan harakat tenglamalarining xarakteristik sonlari.
6. Noavtonom sistemalar uchun Lyapunov funksiyalari va ularning xossalari
7. Gamilton sitemalarining ustuvorligi

VII. GLOSSARIY

1	Mexanicheskoye dvijeniye	Mexanik harakat	Vaqt o‘tishi bilan moddiy jismlarning fazoda o‘zaro holatining (yoki berilgan jism bo‘laklari o‘zaro holatining) o‘zgarishi .	Mechanical movement
2	Mexanika	Mexanika	Moddiy jismlarning mexanik harakati va o‘zaro mexanik ta’siri hakidagi fan.	Mechanics
3	Sila	Kuch	Biror moddiy jismning boshqa jismga ko‘rsatadigan mexanik ta’sirining o‘lchovi bo‘lgan vektor kattalik .	Force
4	Inertnost	Inertlik	Kuchlar ta’siridan holi bo‘lgan moddiy jismning o‘z harakatini saqlash va vaqtning o‘tishi bilan shu jismga kuchlar ta’sir eta boshlasa, mazkur harakatini asta-sekin o‘zgartira borish xususiyati.	Inertness
5	Massa	Massa	Istalgan moddiy obektning inertlik va gravitatsion xususiyatlarini ifodalovchi asosiy ko‘rsatkichlaridan biri.	Weight
6	Materialnaya tochka	Moddiy nuqta	harakati yoki muvozanatini tekshirishda o‘lchamlari va shaklining ahamiyati bo‘lmagan, massasi bir nuqtada joylashgan deb tasavvur qilinadigan jism	Material point
7	Mexanicheskaya sistema	Mexanik sistema	Sistema-sistema. Moddiy nuqtalarning ixtiyoriy to‘plami.	Mechanical system
8	Massa mexanicheskoy sistemi	Mexanik sistemaning massasi	Mexanik sistemani tashkil etuvchi moddiy nuqtalar massalarining yig‘indisi.	Weight of the mechanical system
9	Absolyutno tverdoye telo	Absolyut qattiq jism.	Tverdoye telo –qattiq jism .Istalgan ikki nuqtasi orasidagi masofa doimo o‘zgarmasdan qoladigan jism.	Perfectly rigid body

10	Svobodnoye tverdoye telo	Erkin qattiq jism	Ko‘chishlariga hech qanday chek ko‘yilmagan jism.	Free solid body
11	Nesvobodnoye tverdoye telo	Bog‘lanishdagi qattiq jism	Ko‘chishlari cheklangan qattiq jism.	Non-free solid body
12	Sistema otscheta	Sanoq sistemasi	Shunday qattik jismki,unga nisbatan biror koordinatalar sistemasi vositasida vaqtning turli paytida boshqa jismlarning (yoki mexanik sistemaning) holati aniqlanadi.	Reference system
13	Inersialn aya sistema otscheta	Inersial sanoq sistemasi	Shunday sanoq sistemasiki,tanholangan (tashqi kuchlar ta’sir etmaydigan) nuqta unga nisbatan tinch holatda qoladi, yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qiladi.	Inertial reference system
14	Ravnovesiye mexanicheskoy sistemi	Mexanik sistemaning muvozanati.	Ravnovesiye-Muvozanat.Mexanik sistemaning barcha nuqtalari,qo‘yilgan kuchlar ta’sirida berilgan sanoq sistemasiga nisbatan tinch holatda qoladigan mazkur sistemaning holati.	The balance of the mechanical system
15	Polojeniye	Holat	Nuqta ,nuqtalar sistemasi yoki jismlarning sanoq sistemasiga nisbatan egallagan geometrik o‘rni	Position
16	Nachalnoye polojeniye	Boshlang‘ich holat	Nuqta,nuqtalar sistemasi yoki jismlarning vaqtni boshlang‘ich paytidagi holati.	The initial position
17	Teoriticheskaya mexanika	Nazariy mexanika	Umumiy mexanika. Mexanik sistemalarning harakat qonunlari va bu harakatlarning umumiy xossalari o‘rganiladigan mexanikaning bo‘limi.	Theoretical mechanics
18	Kinematika	Kinematika	Moddiy jismlar harakatini mazkur jismlarning massasi va ularga ta’sir etuvchi kuchlarga bog‘liqona ravishda o‘rganiladigan mexanikaning bo‘limi.	Kinematics

19	Osnovnaya sistema otscheta	Asosiy sanoq sistemasi	Jismlarning harakati bir necha sanoq sistemasiga nisbatan qaralayotganda, mazkur sanoq sistemalaridan biri bo‘lib, qolgan sanoq sistemalarining harakati unga nisbatan aniqlanadi .	The main frame of reference
20	Podvijnaya sistema otscheta	Qo‘zg‘aluvchi sanoq sistemasi	Asosiy sanoq sistemasiga nisbatan harakatlanuvchi sanoq sistemasi.	Mobile reference system
21	Elementarnoye peremesheniye tochki	Nuqtaning elementar ko‘chishi	Nuqtaning berilgan holatdan unga cheksiz yaqin holatga ko‘chishi.	Elementary movement point
22	Trayektoriya tochki	Nuqtaning trayektoriyasi	Berilgan sanoq sistemasiga nisbatan harakatlanayotgan nuqta holatlarining geometrik o‘rni.	The trajectory of the point
23	Put tochki	Nuqtaning yo‘li	Nuqtaning berilgan vaqt ichida o‘tgan masofasi bo‘ylab o‘lchanadi.	Way point
24	Dugovaya koordinata tochki	Nuqtaning yoy koordinatasi	Trayektoriyaning hisoblash boshi uchun tanlangan nuqtasidan harakati kuzatilayotgan nuqtaning berilgan paytdagi holatigacha,shu trayektoriya bo‘ylab o‘lchanadigan masofa	Arc coordinate point
25	Uravneniya dvijeniya	Harakat tenglamasi	Vaqtning o‘tishi bilan tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan nuqta holatining o‘zgarishini ifodalaydigan tenglamalar.	The equations of motion
26	Grafik dvijeniya	Harakat grafigi	Tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan nuqta holatini aniqlovchi parametr bilan vaqt orasidagi munosabatni ifodalaydigan chiziq.	Motion graphic
27	Skorost tochki	Nuqtaning tezligi	Tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan hisoblangan nuqtaning radius – vektoridan vaqt bo‘yicha olingan hosilasi bilan ifodalanuvchi nuqta harakatining kinematik o‘lchovi.	The speed point
28	Velichina skorosti tochki	Nuqta tezligining miqdori	Nuqtaning yoy koordinatasidan vaqt bo‘yicha olingan hosilaning absolyut qiymatiga teng kattalik.	The value of the speed point

29	Srednyaya skorost tochki	Nuqtaning o‘rtacha tezligi	Nuqtaning muayyan vaqt oralig‘idagi radius – vektori orttirmasining mazkur vaqtga nisbatiga teng bo‘lgan kattalik.	The average speed of a point
30	Srednyaya velichina skorosti tochki	Nuqta tezligining o‘rtacha qiymati	Nuqtaning muayyan vaqt oralig‘idagi yoy koordinatasi absolyut qiymatining mazkur vaqtga nisbatiga teng kattalik.	The average value of the velocity of the point
31	Grafik skorosti tochki	Nuqta tezligining grafigi	Nuqta tezligining mikdori bilan vaqt orasidagi bog‘lanishni ifodalovchi chiziq.	Graphic of speed point
32	Sektornaya skorost	Sektor tezligi	Harakatdagi nuqta radius-vektorini chizgan yuzasining o‘zgarish tezligini ifodalovchi tezligiga vektorli ko‘paytmasining yarmisiga ten.	Sectoral speed
33	Ravnomernoye dvijeniye tochki	Nuqtaning tekis harakati	Tezligining miqdori o‘zgaruvchan bo‘lgan nuqtaning harakati.	Uniform motion of a point
34	Uskoreniye tochki	Nuqtaning tezlanishi	Nuqta tezligining o‘zgarish o‘lchovini ifodalovchi kattalik bo‘lib,mazkur nuqtaning tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan aniqlangan tezligidan vaqt bo‘yicha olingan hosilasiga teng.	The acceleration of point
35	Sredneye uskoreniye tochki	Nuqtaning o‘rtacha tezlanishi	No‘qtaning muayyan vaqt oralig‘idagi tezligi orttirmasining mazkur vaqta nisbatiga teng kattalik	Average acceleration point
36	Yestestvenni ye osi	Tabiiy o‘qlar	Koordinatalar boshi nuqta bilan birgalikda trayektoriya bo‘ylab ko‘chadigan, nuqta trayektoriyasiga mos ravishda o‘tkazilgan urinma, bosh normal va binormallar bo‘yicha yo‘nalgan to‘g‘ri burchakli o‘qlar sistemasi.	Natural axis
37	Kasatelnoye uskoreniye tochki	Nuqtaning urinma tezlanishi	Nuqtaning tezlanishini tabiiy o‘qlar bo‘yicha tashkil etuvchilarga ajratganda, trayektoriyaga	Tangential acceleration of point

			urinma bo‘ylab yo‘nalgan tashkil etuvchisi.	
38	Normalnoye uskoreniye tochki	Nuqtaning normal tezlanishi	Nuqtaning tezlanishini tabiiy o‘qlar bo‘yicha ajratganda, trayektoriyaga o‘tkazilgan bosh normal bo‘yicha yo‘nalgan tashkil etuvchisi.	Normal acceleration of point
39	Uskorennoye dvijeniye	Tezlanuvchan harakat	Vaqtning o‘tishi bilan tezligining miqdori orta boradigan, ya’ni urinma tezlanishining yo‘nalishi tezlik bilan bir yo‘nalishda bo‘lgan nuqtaning harakati	Accelerated motion
40	Ravnomerno peremennoye dvijeniya	Tekis o‘zgaruvchan harakat	Urinma tezlanishining mikdori o‘zgarmas bo‘lgan nuqtaning harakati	Uniformly variable movement
41	Ravnomerno uskorennoye dvijeniya	Tekis o‘zgaruvchan harakat	Urinma tezlanishining miqdori o‘zgarmas, yo‘nalishi, tezlikning yo‘nalishi bilan ustma-ust tushadigan nuqtaning harakati	Uniformly accelerated motion
42	Zamedlennoye dvijeniya	Sekinlanuvchan harakat	Vaqtning o‘tishi bilan tezligining miqdori kamaya boradigan.urinma tezlanishining yo‘nalishi tezlikning yo‘nalishiga qaramaqarshi yo‘naladigan nuqtaning harakati.	Decelerated motion
43	Ravnozamedlyennoye dvijeniya	Tekis sekin-lanuvchan harakat	Urinma tezlanishining miqdori o‘zgarmas, yunalishi, tezlikning yo‘nalishiga qaramaqarshi yo‘nalgan nuqtaning harakati	Equally decelerated motion
44	Slojnoye dvijeniye tochki ili tela	Nuqta yoki jismning murakkab harakati	Bir vatning o‘zida asosiy va ko‘zgaluvchi sanoq sistemalariga nisbatan kuzatiladigan nuqta yoki jismning harakati	The complex motion of a point or body
45	Absolyutnoye dvijeniya tochki ili tela	Nuqta yoki jismning absolyut harakati	Murakkab harakatdagi nuqta yoki jismning asosiy sanoq sistemasiga nisbatan harakati	The absolute motion of a point or body
46	Otnositelnoye dvijeniya tochki ili tela	Nuqta yoki jismning	Murakkab harakatdagi nuqta yoki jismning ko‘zg‘aluvchi sanoq sistemasiga nisbatan harakati	The relative motion of a point or body

		nisbiy harakati		
47	Perenosnoye dvijeniya	Ko‘chirma harakat	Ko‘zg‘aluvchi sanoq sistemasining asosiy sanoq sistemasiga nisbatan harakati	figurative movement
48	Absolyutnaya trayektoriya tochki	Nuqtaning absolyut trayektoriyasi	Nuqtaning ko‘zraluvchi sanoq sistemasiga nisbatan trayektoriyasi.	The absolute trajectory of the point
49	Otnositeln aya trayektoriya tochki	Nuqtaning nisbiy trayektoriyasi	Nuqtaning ko‘zgaluvchi sanoq sistemasiga nisbatan trayektoriyasi	The relative trajectory of the point
50	Absolyutnaya skorost tochki	Nuqtaning absolyut tezligi	Nuqtaning absolyut harakatdagi tezligi	The absolute velocity of the point
51	Otnositeln aya skorost tochki	Nuqtaning nisbiy tezligi	Nuqtaning nisbiy harakatdagi tezligi	The relative velocity of the point
52	Perenosnaya skorost tochki	Nuqtaning ko‘chirma tezligi	Berilgan onda qo‘zg‘aluvchi sanoq sistemasi bilan doimiy bog‘langan fazoning nuqtasi bilan ustma-ust tushuvchi nuqtaning murakkab harakatdagi tezligi	Portable speed point
53	Absolyutnoye uskoreniye tochki	Nuqtaning absolyut tezlanishi	Nuqtaning absolyut harakatdagi tezlanishi	The absolute acceleration of point
54	Otnositeln oye uskoreniye tochki	Nuqtaning nisbiy tezlanishi	Nuqtaning nisbiy harakatdagi tezlanishi	The relative acceleration point
55	Perenosnoye uskoreniye tochki	Nuqtaning ko‘chirma tezlanishi	Berilgan onda qo‘zg‘aluvchi sanoq sistemasi bilan doimiy bog‘langan fazoning nuqtasi bilan ustma –ust tushuvchi nuqtaning murakkab harakatdagi tezlanishi.	Portable acceleration point
56	Koriolisov o uskoreniye tochki	Nuqtaning koriolis tezlanishi	Murakkab harakatdagi nuqta absolyut tezlanishining tashkil etuvchisi bo‘lib, ko‘chirma harakat burchak tezligini	Coriolis acceleration point

			nuqtaning nisbiy tezligiga vektorli ko‘paytmasining ikkilanganiga teng.	
57	Postupatel noye dvijeniye tverdogo tela	Qattiq jismning ilgarilanma harakati	Postupatelnoye dvijeniya-Ilgarilanma harakat. Qattiq jismning ixtiyoriy ikkita nuqtasini tutashtiruvchi kesma o‘zining boshlang‘ich holatiga parallal ravishda ko‘chadigan harakati.	Translational motion of the body
58	Skorost postupatel nogo dvijeniya	Ilgarilanma xarakat tezligi	Ilgarilanma harakatdagi qattik jism ixtiyoriy nuqtasining tezligi.	The speed of translational movement
59	Uskoreniye	Ilgarilanma	Ilgarilanma harakatdagi qattiq jism	Acceleration of
	postupatel nogo dvijeniye	harakat tezlanishi	ixtiyoriy nuqtasining tezlanishi.	translational movement
60	Vrashateln oye dvijeniya tverdogo tela	Qattiq jisming aylanma harakati	Qattliq jismning bunday harakatida mazkur jism bilan doimiy bog‘langan biror to‘g‘ri chiziqda yotuvchi barcha nuqtalar tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan qo‘zg‘almasdan qoladi.	The rotational motion of a solid
61	Ugol povorota tverdogo tela	Qattiq jismning aylanish burchagi	Ugol povorota –Aylanish burchagi. Jismning aylanish o‘qi orqali o‘tuvchi va jism bilan doimiy biriktirilgan yarim tekislikning ketma-ket egallagan ikkita holati orasidagi burchak	The angle of rotation of a rigid body
62	Ploskoparal lelnoye dvijeniye tverdogo tela	Qattiq jismning tekis parallel harakati	Ploxoye dvijeniye tverdogo tela-qattiq jismning tekis parallel harakati. Hamma nuqtalari tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan qo‘zgalmas bo‘lgan tekislikka parallel tekisliklarda harakatlanadigan qattiq jismning harakati.	Plane-parallel motion of a solid body
63	Sentr konechnogo povorota	Chekli aylanish markazi	Shunday nuqtaki, mazkur nuqta atrofida tekis shaklni aylantirish natijasida bu shaklni shakl tekisligida bir holatdan boshqa holatga ko‘chirish mumkin.	The center of the finite of rotation

64	Mgnovenniy sentr vrasheniya	Oniy aylanish markazi	Qo‘zg‘almas tekislikning shunday nuqtasiki, mazkur nuqta atrofida burish natijasida tekis shakl berilgan holatdan unga cheksiz yakin holatga ko‘chadi.	Instantaneous center of rotation
65	Nepodvijnaya sentroida	Qo‘zg‘almas sentroida	Oniy aylanish markazlarining ko‘zg‘almas tekislikdagi geometrik o‘rni.	Fixed centroid
66	Podvijnaya sentroida	Qo‘zg‘aluvchi sentroida	Tezliklar oniy markazining harakatlanuvchi tekis shakl bilan bog‘langan tekislikdagi geometrik o‘rni.	Mobile centroid
67	Mgnovenniy sentr uskoreniy	Tezlanishlarning oniy markazi	Vaqtning berilgan paytida tezlanishi nolga teng bo‘lgan tekis shaklning nuqtasi	Instant acceleration Center
68	Dvijeniye tverdogo tela vokrug nepodvijnoy tochki	Qattiq jismining qo‘zgalmas nuqta atrofidagi harakati	Sfericheskoye dvijeniye-sferik harakat tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan doimo bitta nuqtasi qo‘zg‘almasdan qoladigan jismning harakati	rigid body motion around a fixed point
69	Os konechnogo povorota tverdogo tela	Qattiq jismning chekli aylanish o‘qi.	Shunday to‘g‘ri chiziqki, uning atrofida qo‘zg‘almas nuqtaga ega bo‘lgan qattiq jismni muayyan bir holatdan boshqa holatga ko‘chirish mumkin	The finite rotation axis of a rigid body
70	Mgnovennaya os vrasheniya	Oniy aylanish o‘qi	Shunday to‘g‘ri chiziqki uning atrofida burish natijasida ko‘zg‘almas nuqtaga ega bo‘lgan jism berilgan holatdan unga cheksiz yaqin holatga ko‘chadi.	The instantaneous axis of rotation
71	Mgnovennaya uglovaya skorost	Oniy burchak tezlik	Qattiq jismning oniy aylanish o‘qi atrofida aylanishidagi burchak tezligi.	The instantaneous angular velocity

72	Uglovaya skorost	Burchak tezlik	Qattiq jism aylanma harakatining kinematik o‘lchovini ifodalovchi vektor kattalik bo‘lib,miqdor jihatdan elementar aylanish burchagining mazkur aylanish sodir bo‘ladigan elementar vaqtga nisbatiga teng, yo‘nalishi, oniy aylanish o‘qi bo‘ylab shunday yo‘naladiki, uning uchidan qaralganda, jismning elementar aylanishi soat strelkasi aylanadigan yo‘nalishga teskari yo‘nalishda ko‘rinishi kerak.	Angular velocity
73	Uglovoye uskoreniye	Burchak tezlanish	Qattiq jism burchak tezligining o‘zgarish o‘lchovini ifodalovchi kattalik bo‘lib, Jismning burchak tezligidan vaqt bo‘yicha olingan hosilaga teng bo‘ladi.	Angular acceleration
74	Nepodvijni y aksoid	Qo‘zg‘almas aksoid	Asosiy sanoq sistemasiga nisbatan oniy aylanish o‘qlarining geometrik o‘rni	Immovable cone
75	Podvijniy aksoid	Qo‘zg‘aluvchi aksoid	Harakatlanuvchi jismdagi oniy aylanish o‘qlarining geometrik o‘rni.	Moving aksoid
76	Pretsessiya	Pretsessiya	Qattiq jismning shu jismga doimiy biriktirilgan o‘q atrofidagi aylanma harakati va mazkur o‘qning u bilan kesishuvchi hamda berilgan sanoq sistemasiga nisbatan qo‘zg‘almas bo‘lgan o‘q atrofidagi aylanma haraqatidan tashkil topgan qattiq jismning qo‘zg‘almas nuqta atrofidagi harakati.	Precession
77	Regulyarnaya pretsessiya	Muntazam pretsessiya	Sof aylanish o‘qi va pretsessiya o‘qi atrofidagi aylanishlar tekis aylanishdan iborat bo‘lgan pretsessiY.	Regular precession
78	Nutatsiya	Nutatsiya	Qattiq jismning pretsessiyasi bilan birgaliqda bir vaqtda sodir bo‘luvchi harakat bo‘lib mazkur harakat natijasida sof aylanish o‘qi bilan pretsessiya o‘qi orasidagi burchak o‘zgaradi.	Nutation
79	Pryamaya pretsessiya	To‘g‘ri pretsessiya	Pretsessiya oniy burchak tezligi vektori bilan shu ondagi sof aylanish burchak tezligi vektori orasidagi burchak o‘tkir	Direct precession

			burchaqdan iborat bo‘lgan holdagi pretsessiY.	
80	Obratnaya pretsessiya	Teskari pretsessiya	Pretsechchiya oniy burchak tezligi bilan shu ondagi sof aylanish burchak tezligi orasidagi burchak o‘tmas burchakdan iborat bo‘lgan holdagi pretsessiya	Inverse precession
81	Para vrasheniy	Juft aylanish	Absolyut miqdorlari teng va qarama-qarshi yo‘nalgan burchak tezliklar bilan ikkita parallel o‘qlar atrofida aylanuvchi qattiq jismning murakkab harakati.	A pair of rotation
82	Vintovoye dvijeniye tverdogo tela	Qattiq jismning vint harakati	Biror o‘q atrofidagi aylanma harakat va tezligi mazkur o‘qqa parallel bo‘lgan ilgarilanma harakatdan tashkil topgan jismning harakati.	Screw rigid body motion
83	Kinematiches kiy vint	Kinematik vint	Jismning burchak tezligi va unga parallel ravishda yo‘nalgan ilgarilanma harakat tezligining to‘plami.	Kinematic screw
84	Os konechnogo vintovogo peremesheni ya	Chekli vint ko‘chishining o‘qi	Jismning muayyan bir holatdan boshqa holatga ko‘chirish mumkin bo‘lgan vint ko‘chishining o‘qi.	The axis of the finite movement of the screw
85	Nepodvijni y vintovoy aksoid	Qo‘zg‘aluvchi vint aksoidi	Oniy vint o‘qlarining assosiy sanoq sistemasiga nisbatan geometrik o‘rni.	Fixed screw aksoid
86	Podvijniy vintovoy aksoid	Qo‘zg‘aluvchi vint aksoidi	Oniy vint o‘qlarining harakatlanuvchi jismdagi geometrik o‘rni	Movable screw aksoid
87	Kinetika	Kinetika	Kuch ta’siridagi mexanik sistemaning muvozanati va harakati o‘rganiladigan mexanikaning bo‘limi.	Kinetics
88	Liniya deystviy sili	Kuchning ta’sir chizig‘i	Kuchni ifodalovchi vektor yo‘nalgan to‘g‘ri chiziq	force action line
89	Sistema sil	Kuchlar sistemasi	Mexanik sistemaga ta’sir etuvchi ixtiyoriy kuchlar to‘plami	System of the forces

90	Sistema sxodyashixsya sil	Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi	Ta’sir chiziqlari bir nuqtada kesishadigan kuchlar sistemasi	The system of convergent forces
91	Sistema parallelni x sil	Parallel kuchlar sistemasi	Ta’sir chiziqlari parallel bo‘lgan kuchlar sistemasi	System of parallel forces
92	Ploskaya sistema sil	Tekislikdagi kuchlar sistemasi	Ta’sir chiziqlari bir tekisliqda yotadigan kuchlar sistemasi.	The flat system of forces
93	Prostranstv yennaya sistema sil	Fazodagi kuchlar sistemasi	Ta’sir chiziqlari fazoda ixtiyoriy ravishda joylashgan kuchlar sistemasi.	The space system of forces
94	Plecho sili	Kuch yelkasi	Berilgan nuqtadan kuchning ta’sir chizig‘igacha bo‘lgan eng qisqa masofa.	Moment of force about the axis
95	Moment sili otnositeln o tochki	Nuqtaga nisbatan kuch momenti	Kuch qo‘yilgan nuqtaning berilgan nuqtaga nisbatan radius vektorini shu kuchga vektorli qo‘paytmasiga teng kattalik.	Moment of a force about a point
96	Moment sili otnositeln o osi	O‘qqa nisbatan kuch momenti	O‘qning ixtiyoriy nuqtasiga nisbatan hisoblangan kuch momentining shu uqdagi proyeksiyasiga teng kattalik.	Moment of force about the axis
97	Glavniy vektor sistemi sil	Kuchlar sistemasinin g bosh vektori	Kuchlar sistemasi xamma kuchlarining geometrik yig‘indisiga teng kattalik.	The main vector of force system
98	Glavniy moment sistemi sil otnositeln ogo sentra	Kuchlar sistemasinin g markazga nisbatan bosh momenti	Kuchlar sistemasining hamma kuchlaridan berilgan markazga nisbatan hisoblangan momentlarining geometrik yigindisiga teng kattalik.	The main point about the center of the system of forces
99	Vneshnyaya sila	Tashqi kuch	Mexanik sistemaning biror moddiy nuqtasiga mazkur sistemaning tarkibiga kirmaydigan moddiy jismlarning ko‘rsatadigan ta’sir kuchi.	External force

100	Vnutrennyaya sila	Ichki kuch	Mexanik sistemaning biror moddiy nuqtasiga mazkur sistemaning tarkibiga kiruvchi boshqa moddiy nuqtalarning ko‘rsatadigan ta’sir kuchi	Internal force
101	Sosredotochennaya sila	Bir nuqtaga qo‘yilgan kuch	Jismning bir nuqtasiga ta’sir etadigan kuch	concentrated force
102	Poverxnostniye sili	Sirt kuchlari	Moddiy jismning sirtidagi nuqtalariga ta’sir etuvchi kuchlar	Surface forces
103	Massoviye sili	Massa kuchlari	Moddiy jismning har bir zarrasiga ta’sir etuvchi va mazkur zarralarning massasiga proporsional kuchlar.	Mass forces
104	Para sil	Juft kuch	Para-juft. Miqdorlari teng va qarama qarshi yo‘nalgan ikki parallel kuchdan iborat kuchlar sistemasi.	Force couple
105	Plecho pari	Juft yelkasi	Juft tashkil etuvchi kuchlarning ta’sir chiziqlari orasidagi eng qisqa masofa.	shoulder pairs
106	Ploskost pari	Juft tekisligi	Berilgan juftni tashkil etuvchi kuchlarning ta’sir chiziqlari yotgan tekislik.	plane couples
107	Moment pari	Juft momenti	Juftning mexanik ta’sirini o‘lchovi bo‘lib, juft tashkil etuvchi kuchlardan birining ikkinchisi ko‘yilgan nuqtasiga nisbatan hisoblangan momenti.	moment couples
108	Svyazi	Bog‘lanishlar	Mexanik sistema nuqtalariga ta’sir etuvchi ixtiyoriy kuchlarga bog‘liq bo‘lmagan tarzda mazkur sistema nuqtalarining holati va tezligiga qo‘yiladigan cheklar.	relations
109	Reaksii svyazey	Bog‘lanishlarning reaksiyalari	Mexanik sistemaga ko‘yilgan bog‘lanishlarni ifodalovchi moddiy jismlarning mazkur sistemaning moddiy nuqtalariga ko‘rsatadigan ta’sir kuchi.	Reactions relations
110	Statika	Statika	Kuchlar ta’siridagi mexanik sistemalarning muvozanat shartlari tekshiriladigan mexanikaning bo‘limi.	Statistics
111	Staticheski opredelimaya	Statik aniq mexanik sistema	Statikaning muvozanat martlaridan aniqlangan barcha bog‘lanishlarning	Statically determinate

	mexanicheskaya sistema		reaksiyalarini aniqlash mumkin bo‘lgan mexanik sistema	mechanical system
112	Uravnoveshannaya sistema sil	Muvozanatlashgan kuchlar sistemasi	Muvozanat holatidagi erkin qattiq jismga ta’sir etib uning bu holatini o‘zgartirmaydigan kuchlar sistemasi	A balanced system of forces
113	Uravnoveshivayushaya sistema sil	Muvozanatlovchi kuchlar sistemasi	Berilgan kuchlar sistemasi bilan birgaliqda muvozanatlashgan kuchlar sistemasini tashkil etuvchi boshqa kuchlar sistemasi	Balancing system of forces
114	Privedeniye sistemi sil k dannoy tochke	Kuchlar sistemasini berilgan nuqtaga keltirish	Absolyut qattiq jismga ta’sir etuvchi kuchlar sistemasini unga ekvivalent bo‘lgan hamda berilgan markazga qo‘yilgan bitta kuch va juft kuch bilan almashtirish	Bringing the power of the system to this point
115	Ravnodeystvuyushaya sistemi sil	Kuchlar sistemasining teng ta’sir etuvchisi	Ravnodeystvuyushaya –teng ta’sir etuvchi berilgan kuchlar sistemasiga ekvivalent bo‘lgan bitta kuch	Resultant of a system of forces
116	Dinamicheskiy vint	Dinamik vint	Silovoy vint –kuch vinti. Bitta kuch va tashkil etuvchi kuchlari mazkur kuchga tik tekislikda yotuvchi juftdan iborat bo‘lgan kuchlar. sistemasi	Dynamic screw
117	Sentralnaya os sistemi sil	Kuchlar sistemasining markaziy o‘qi	Sentralnaya os -markaziy o‘q . Keltirish markazlarining geometrik o‘rni bo‘lgan to‘g‘ri chiziq bo‘lib, bu markazlarni ixtiyoriy birortasiga keltirish natijasida berilgan kuchlar sistemasi dinamik vintga ekvivalent bo‘ladi	The central axis of the system of forces
118	Invarianti sistemi sil	Kuchlar sistemasining invariantlari	Berilgan kuchlar sistemasini unga ekvivalent bo‘lgan kuchlar sistemasi bilan almashtirganda o‘zgarmasdan qoladigan,hamda mazkur sistemaning bosh vektoriga va ixtiyoriy markazga nisbatan hisoblangan bosh momentining bosh vektor	Invariants of the system of forces

			yo‘nalishidagi proyeksiyasiga teng bo‘lgan kattaliklar	
119	Sentr parallelnix sil	Parallel kuchlar markazi	Parallel kuchlar sistemasini tashkil etuvchi kuchlarning qo‘yilgan nuqtalari atrofida istalgan burchakka burilganda barcha kuchlar parallel holda qoladigan va ularning o‘zaro yo‘nalish oriyentatsiyasi saqlanadigan, hamda mazkur sistemaning teng ta’sir etuvchisi o‘tadigan geometrik nuqta.	Center of parallel forces
120	Sentr tyajesti tverdogo tela	Qattiq jismning og‘irlik markazi	Qattiq jismning barcha zarralariga ta’sir etuvchi va parallel bo‘lgan og‘irlik kuchlarining markazi	The center of gravity of a rigid body
121	Dinamika	Dinamika	Mexanik sistemalarning kuchlar ta’siridagi harakati o‘rganiladigan mexanikaning bo‘limi	Dynamics
122	Sentr mass mexanichesko y sistemi	Mexanik sistemaning massalar markazi	Shunday geometrik nuqtaki, mexanik sistemani tashkil etuvchi barcha moddiy nuqtalarning massalarini ularning mazkur nuqtadan o‘tkazilgan radius-vektorlariga ko‘paytmalarining yig‘indisi nolga teng bo‘ladi.	The center of mass of the mechanical system
123	Moment inersii mexanichesko y sistemi otnositeln o osi	Mexanik sistemaning o‘qqa nisbatan inersiya momenti	Mexanik sistemani tashkil etuvchi barcha nuqtalarining massalarini berilgan o‘qdan mazkur nuqtalargacha bo‘lgan masofalar kvadratiga ko‘paytmalarining yig‘indisiga teng kattalik.	The moment of inertia about the axis of the mechanical system
124	Radius inersii sistemi	Sistemaning o‘qqa nisbatan inersiya	Shunday kattalikki, uning kvadrati mexanik sistemaning berilgan o‘qqa nisbatan inersiya momentini mazkur sistemaning massasiga	Radius of inertia about the axis

	otnositeln o osi	radiusi	nisbatiga teng	
125	Sentrobejn iy moment inersii	Markazdan qochirma inersiya momenti	Mexanik sistemani tashkil etuvchi barcha moddiy nuqtalarning massalarini,mazkur koordinatalariga ko‘paytmalarining yig‘indisiga teng kattalik	Centrifugal moment of inertia
126	Ellipsoid inersii dlya dannoy tochki	Berilgan nuqta uchun inersiya ellipsoidi	Markazi berilgan nuqtada yotuvchi ellipsoid bo‘lib, bu ellipsoid har bir nuqtasining mazkur markazdan o‘tuvchi radius-vektorining kvadrati, radius – vektor bo‘ylab yo‘nalgan o‘qqa nisbatan mexanik sistemaning inersiya momentiga teskari proporsional bo‘ladi.	The ellipsoid of inertia for a given point
127	Sentralni y ellipsoid inersii	Markaziy inersiya ellipsoidi	Sistemaning massa markaziga mos bo‘lgan inersiya ellipsoidi.	The central ellipsoid of inertia
128	Glavnaya os inersii dlya dannoy tochki	Berilgan nuqta uchun inersiya bosh o‘qi	Berilgan nuqta uchun inersiya bosh o‘qi Berilgan nuqtaga mos bo‘lgan inersiya ellipsoidining istalgin bosh o‘klaridan biri.	The main axis of inertia for a given point
129	Glavnaya sentralnaya os inersii	Inersiya markaziy bosh o‘qi	Sistemaning massalar markaziga mos bo‘lgan inersiya bosh o‘qi	Main central axis of inertia
130	Glavniy sentralniy moment inersii	Inersiya markaziy bosh momenti	Inersiya markaziy bosh o‘qiga nisbatan sistemaning inersiya momenti	The main central moments of inertia
131	Tenzor inersii	Inersiya tenzori	Komponentlari sistemaning o‘qqa nisbatan inersiya momenti va teskari ishora bilan olingan markazdan qochirma inersiya momentlaridan iborat bo‘lgan, rangi ikkiga teng tenzor	The inertia tensor
132	Moment inersii mexanichesko y sistemi otnositeln o tochki	Nuqtaga nisbatan mexanik sistemaning inersiya momenti	Mexanik sistemani tashkil etuvchi barcha nuqtalar massalarini, berilgan nuqtadan mazkur sistemaning nuqtalarigacha bo‘lgan masofalar kvadratiga ko‘paytmalarining yig‘indisiga teng kattalik	The moment of inertia of the mechanical system with respect to the point

133	Kolichestvo dvijeniya tochki	Nuqtaning harakat miqdori	Mexanik harakatning vektorli o‘lchovi bo‘lib, moddiy nuqtaning massasini uning tezlik vektoriga ko‘paymasiga teng kattalik	The quantity of motion of the point
134	Kolichestvo dvijeniya sistemi	Sistemaning harakat mikdori	Mexanik sistemani tashkil etuvchi barcha moddiy nuqtalar harakat miqdorlarining yig‘indisiga teng kattalik	The quantity of motion of the system
135	Moment kolichestva dvijeniya tochki otnositeln o sentra	Markazga nisbatan nuqta harakat miqdorining momenti	Moddiy nuqtaning berilgan markazdan o‘tkazilgan radius-vektorini harakat miqdorli vektorli ko‘paytmasi bilan ifodalanadigan kattalik	The angular momentum relative to the center point
136	Moment kolichestva dvijeniya tochki otnositeln o osi	O‘qqa nisbatan nuqta harakat miqdorining momenti	Berilgan o‘qda tanlab olingan ixtiyoriy markazga nisbatan aniqlangan nuqta harakat mikdori momentining mazkur o‘kdagi proyeksiyasiga teng kattalik	The angular momentum about the axis point
137	Glavniy moment kolichestva dvijeniya sistemi otnositeln o sentra	Markazga nisbatan sistema harakat miqdorining bosh momenti	Kinematicheskiy moment sistemi otnositelno sentra-Markazga nisbatan sistemaning kinetik momenti. Berilgan markazga nisbatan mexanik sistema barcha nuqtalari harakat miqdori momentlarining yig‘indisiga teng kattalik	The main moment of the system's motion relative to the center
138	Glavniy moment kolichestva dvijeniya sistemi otnositeln o osi	O‘qqa nisbatan sistema harakat miqdorining bosh momenti	Kineticheskiy moment sistemi otnositelno osi-o‘qqa nisbatan sistemaning kinetik momenti. Mexanik sistema barcha nuqtalarining berilgan o‘qqa nisbatan hisoblangan harakat miqdori momentlarining yig‘indisiga teng kattalik	The main moment of the system's motion relative to the axis
139	Kineticheskaya energiya tochki	Nuqtaning kinetik energiyasi	Mexanik harakatning skalyar o‘lchovini ifodalovchi kattalik bo‘lib, moddiy nuqta massasini uning tazligi	The kinetic energy of a point

			kvadratiga ko‘paymasining yarmiga teng.	
140	Kineticheskaya energiya sistemi	Sistemaning kinetik energiyasi	Mexanik sistemani tashkil etuvchi barcha nuqtalar kinetik energiyalarining yig‘indisiga teng kattalik.	The kinetic energy of the system
141	Elementarniy impuls sili	Kuchning elementar impulsi	Kuch ta’sirining vektorli o‘lchovi bo‘lib,kuchni mazkur kuch ta’sir etadigan elementar vaqtga ko‘paytmasiga teng	Elementary force impulse
142	Impuls sili za konechniy promejutok vremeni	Kuchning chekli vaqt ichidagi impulsi	Kuchning elementar impulsi chekli vaqt oralig‘ida olingan aniq integralga teng kattalik bo‘lib, integralning chegarasi uchun boshlang‘ich va oxirgi paytdagi vaqt olinadi	Impulse force for a finite period of time
143	Elementarnaya rabota sili	Kuchning elementar ishi	Kuch ta’sirining skalyar o‘lovini ifodalovchi kattalik bo‘lib, kuchni shu kuch qo‘yilgan nuqtaning elementar ko‘chishiga skalyar ko‘paytmasiga teng.	Elementary work of force
144	Rabota sili na konechnom peremesheni i	Kuchning chekli ko‘chishdagi ishi	Berilgan moddiy nuqtaga ta’sir etuvchi kuchning elementar ishidan kuch qo‘yilgan nuqtaning ko‘chishi natijasida chizgan egri chizig‘i bo‘ylab olingan integralga teng kattalik.	The work of force in the finite moving
145	Moshnost sili	Kuchning kuvvati	Moshnost-quvvat. Kuchni kuch ko‘yilgan nuqtaning tezligiga skalyar ko‘paytmasiga teng kattalik	power force
146	Sentralnaya sila	Markaziy kuch	Ta’sir chizig‘i doimo berilgan sanoq sistemasiga nisbatan ko‘zg‘almas bo‘lgan nuqtadan o‘tadigan kuch	Central force
147	Sila nyutonianskogo tyagoteniya	Nyuton tortish kuchi	Kuch ta’sir etayotgan nuqtaning massasiga proporsional hamda shu nuqtadan tortish markazigacha bo‘lgan masofaning kvadratiga teskari proporsional va mazkur markazga yo‘nalgan markaziy kuch.	The strength of the Newtonian gravitation

148	Sila tyajesti	Og‘irlik kuchi	Yerning sirtiga yaqin moddiy nuqtaga ta’sir etuvchi kuch bo‘lib, mazkur nuqtaning massasini uning vakuumdagi erkin tushish tezlanishiga kupaytmasiga teng	Gravity
149	Ves tela	Jismning og‘irligi	Jism zarralariga ta’sir etayotgan og‘irlik kuchlarining modullarini yig‘indisiga teng kattalik	Body weight
150	Silovoye pole	Kuch maydoni	Fazoning biror bo‘lagi bo‘lib, unga joylashgan moddiy nuqtaga ta’sir etuvchi kuch, berilgan sanoq sistemasiga nisbatan hisoblangan mazkur nuqtaning koordinatalariga va vaqtga bog‘liq bo‘ladi.	Force field
151	Statsionarn oye silovoye pole	Statsionar kuch maydoni	Ta’sir etuvchi kuchlari vaqtga bog‘liq bo‘lmagan kuch maydoni deyiladi.	The stationary force field
152	Odnorodnoye silovoye pole	Bir jinsli kuch maydoni	Ixtiyoriy nuqtasida maydon kuchi berilgan nuqta uchun bir xil qiymatga ega bo‘ladigan kuch maydoni	A homogeneous force field
153	Silovaya funksiya	Kuch funksiyasi	Koordinatalarning yoki ba’zida vaqtning ham skalyar funksiyasi bo‘lib, mazkur funksiyaning gradiyenti, berilgan kuch maydonidagi moddiy nuqtaga ta’sir etuvchi kuchga teng.	force function
154	Potensial noye silovoye pole	Potensialli kuch maydoni	Kuch funksiyasi mavjud bo‘lgan statsionar kuch maydoni	Potential force field
155	Potensial naya energiya tochki	Nuqtaning potensial energiyasi	Potensial kuch maydonidagi moddiy nuqtaga ta’sir etuvchi kuchning mazkur nuqtani berilgan holatdan, potensial energiyaning qiymati shartli ravishda nolga teng deb hisoblanadigan holatiga ko‘chishida bajargan ishiga teng kattalik.	The potential energy of a point
156	Potensial naya energiya sistemi	Sistemaning potensial energiyasi	Mexanik sistema barcha nuqtalari potensial energiyalarining yig‘indisiga teng kattalik	The potential energy of the system

157	Polnaya mexanicheskaya energiya tochki	Nuqtaning to‘liq mexanik energiyasi	Moddiy nuqta kinetik va potensial energiyalarining yig‘indisiga teng kattalik	The full mechanical energy of a point
158	Polnaya mexanicheskaya energiya sistemi	Sistemaning to‘liq mexanik energiyasi	Mexanik sistema kinetik va potensial energiyalarining yig‘indisiga teng kattalik	The full mechanical energy of the system
159	Konservativnaya mexanicheskaya sistema	Konservativ mexanik sistema	To‘liq mexanik energiyaning saqlanish qonuni o‘rinli bo‘lgan mexanik sistema	The conservative mechanical system
160	Sila inersii	Inersiya kuchi	Moddiy nuqta massasini uning tezlanishiga ko‘paytmasiga teng va bu tezlanishga qaramaqarshi yo‘nalgan kattalik	inertia force
161	Perenosnaya sila inersii	Ko‘chirma inersiya kuchi	Inersial bo‘lmagan sanoq sistemasiga nisbatan moddiy nuqtaning harakati tekshirilayotganda, nuqta massasini uning ko‘chirma tezlanishiga ko‘paytmasi bilan ifodalanadigan va bu tezlanishga qaramaqarshi yo‘nalgan kattalik.	Portable inertia
162	Koriolisova sila inersii	Koriolis inersiya kuchi	Inersial bo‘lmagan sanoq sistemasiga nisbatan moddiy nuqtaning harakati tekshirilayotgan, nuqta massasini uning koriolis tezlanish vektoriga ko‘paytmasiga teng va bu tezlanishga qarama-qarshi yo‘nalgan kattalik.	Coriolis force of inertia
163	Uravneniya svyazey	Bog‘lanishlarning tenglamalari	Bog‘lanish qo‘yilgan sistema nuqtalarining koordinatalari yoki tezliklari qanoatlantiradigan tenglamar	The relations equations
164	Geometricheskiye svyazi	Geometrik bog‘lanishlar	Mexanik sistema nuqtalarining faqat koordinatalariga (ba’zida vaqtga ham) bog‘liq bo‘ladigan tenglamalar bilan	Geometric relationss

			ifodalanadigan bog‘lanishlar	
165	Differensialniye svyazi	Differensialli bog‘lanishlar	Mexanik sistema nuqtalarining koordinatalaridan tashqari shu koordinatalarning vaqt bo‘yicha birinchi xosilasini xam (ba’zida vaqtni ni xam)o‘z ichiga oladigan tenglamalar bilan ifodalanadigan bog‘lanishlar	Differential relations
166	Golonomniye svyazi	Golonomli bog‘lanishlar	Tenglamalarini integrallash mumkin bo‘lgan differensialli bog‘lanishlar va geometrik bog‘lanishlar	Holonomic relations
167	Negolonomniye svyazi	Begolomnom bog‘lanishlar	Tenglamalarini integrallab bo‘lmaydigan differensialli bog‘lanishlar	Nonholonomic relations
168	Golonomnaya sistema	Golonomli sistema	Fakat golonomli bog‘lanishlar ko‘yilgan mexanik sistema	Holonomic system
169	Negolonomnaya sistema	Begolonom sistema	Kamida bitta begolonom bog‘lanish kuyilgan mexanik sistema	Nonholonomic system
170	Statsionarniye svyazi	Statsionar bog‘lanishlar	Tenglamalariga vaqt oshkor ravishda katnashmaydigan bog‘lanishlar	Stationary relations
171	Nestatsionarniye svyazi	Statsionar bo‘lmagan bog‘lanishlar	Tenglamalariga vaqt oshkor ravishda qatnashadigan bog‘lanishlar	Nonstationary relations
172	Servosvyazi	Servo bog‘lanishlar	Yordamchi energiya vositasida amalga oshiriladigan hamda sistema nuqtalariga avtomatik ravishda ta’sir etadigan va avtomatik boshqariladigan bog‘lanishlar.	Servorelations
173	Vozmojnoye peremesheniye tochki	Nuqtaning mumkin bo‘lgan ko‘chishi	Virtualnoye peremesheniye tochki-Nuqtaning virtual ko‘chishi. Bog‘lanishlarni qanoatlantirgan holda moddiy nuqtaning berilgan paytda egallagan holatidan, xuddi shu paytda egallashi mumkin bo‘lgan o‘qga chepsiz yaqin holatiga ko‘chishi bo‘lib, bu ko‘chish mazkur nuqta radius-	The possible motion of the point

			vektorining izoxron variatsiyasi bilan ifodalanadi	
174	Vozmojnoye peremesheniye sistemi	Sistemaning mumkin bo‘lgan	Virtualnoye peremesheniye sistemiSistemaning virtual ko‘chishi. Berilgan mexanik sistema nuqtalarining qo‘yilgan	The possible motion of the system

		ko‘chishi	bog‘lanishlarni qanoatlantiruvchi ixtiyoriy mumkin bo‘lgan ko‘chishlar to‘plami	
175	Uderjivayushiye svyazi	Bo‘shatmaydigan bog‘lanishlar	Shunday bog‘lanishlarki,mazkur bog‘lanishlar qo‘yilgan mexanik sistema nuqtasining ixtiyoriy mumkin bo‘lgan ko‘chishiga qaramaqarshi ko‘chish ham mumkin bo‘lgan ko‘chishdan iborat bo‘ladi	Retention relations
176	Neuderjivayushiye svyazi	Bo‘shatadigan bog‘lanishlar	Shunday bog‘lanishlarki,mazkur bog‘lanishlar qo‘yilgan mexanik sistema nuqtalarining ayrim mumkin bo‘lgan ko‘chishlariga qaramaqarshi ko‘chishlar mumkin bo‘lgan ko‘chishni ifodalamaydi	Nonretention relations
177	Idealniye svyazi	Ideal bog‘lanishlar	Mexanik sistema nuqtalarining har qanday mumkin bo‘lgan ko‘chishida (bo‘shatmaydigan bog‘lanishlar uchun) yoki ixtiyoriy mumkin bo‘lgan ko‘chishga qarama -qarshi ko‘chish ham mumkin bo‘lgan ko‘chishdan iborat bo‘lganda (bo‘shatadigan bog‘lanishlar uchun), bog‘lanish reaksiya kuchlarining bajargan elementar ishlarini yig‘indisi nolga teng bog‘lanishlar	Ideal relations

178	Chislo stepeney svobodi	Erkinlik darajasi soni	Mexanik sistemaning o‘zaro bog‘liqsiz bo‘lgan ko‘chishlarining soni	The number of degrees of freedom
179	Obobshenniye koordinati	Umumlashgan koordinatalar	Mexanik sistemaning holatini bir qiymatli aniqlaydigan, o‘zaro bog‘liqsiz parametrlar	Generalized coordinates
180	Obobshennaya skorost	Umumlashgan tezlik	Umumlashgan koordinatalardan vaqt bo‘yicha olingan hosilaga teng kattalik	Generalized speed
181	Negolonomniye koordinati	Begolonom koordinatalar	Differensiallari, sistemaning umumlashgan koordinatalarini differensiallari bilan integrallanmaydigan chiziqli tenglamalar vositasida bog‘langan kattaliklar	Nonholonomic coordinates
182	Izbitochniye koordinati	Ortiqcha koordinatalar	Mexanik sistemaning holatini aniqlash uchun bo‘lgan koordinatalardan tashqari qo‘shimcha kiritiladigan, o‘zaro bog‘lanishda bo‘lgan koordinatotalar	redundant coordinates
183	Vozmojnaya rabota	Mumkin bo‘lgan ish	Virtualnaya rabota-virtual ish. Kuchning, mazkur kuch qo‘yilgan nuqtaning mumkin bo‘lgan ko‘chishida bajargan ishi	possible work
184	Obobshennaya sila	Umumlashgan kuch	Mexanik sistemaga ta’sir etayetgan kuchlar mumkin bo‘lgan ishining ifodasidagi, berilgan umumlashgan koordinata variatsiyasi oldidagi koeffitsiyent teng bo‘lgan kattalik	Generalized force
185	Funksiya Lagranja	Lagranj funksiyasi	Umumlashgan koordinatalar va umumlashgan tezliklar orqali ifodalangan	Lagrangian function
186	Siklicheskiye koordinati	Siklik koordinatalar	Lagranj funksiyasiga oshkor ravishda qatnashmaydigan mexanik sistemaning umumlashgan koordinatalari	Cyclic coordinates

187	Obobshennoy impuls	Umumlashgan impuls	Mexanik sistemaning kinetiq energiyasidan (yoki Lagranj funksiyasidan) umumlashgan tezlik bo‘yicha olingan xususiy hosilaga teng kattalik	The generalized impulce
188	Kanonicheskiye peremenniye	Kanonik o‘zgaruvchilar	Mexanik sistema umumlashgan koordinatalari va umumlashgan impuslarining to‘plamidan iborat bo‘lgan o‘zgaruvchilar	Canonical variables
189	Funksiya Gamiltona	Gamilton funksiyasi	Kanonik o‘zgaruvchilar orqali ifodalangan sistemaning to‘liq mexanik energiyasi	The Hamiltonian
190	Deystviye po Gamiltonu	Gamilyon ta’siri	Mexanik sistemaning Lagranj funksiyasidan vaqt bo‘yicha olingan integralga teng kattalik	Action to Hamilton
191	Deystviye po Lagranju	Lagranj ta’siri	Mexanik sistemaning ikkilangan kinetik energiyasidan vaqt bo‘yicha olingan integralga teng kattalik	Action to Lagrange
192	Dissipativniye sili	Dissipativ kuchlar	Mexanik sistema nuqtalarining tezliklariga bog‘liq bo‘lgan va mazkur sistemaning to‘liq mexanik energiyasini kamayishiga sababchi bo‘lgan qarshilik kuchi	dissipative forces
193	Dissipativnaya funksiya	Dissipativ funksiya	Mexanik sistemaning umumlashgan koordinatalari va umumlashgan tezliklarining funksiyasi bo‘lib, undan teskari ishora bilan olingan umumlashgan tezliklar bo‘yicha xususiy hosila, mos umumlashgan dissipativ kuchlarga teng	dissipative function
194	Nevozmushennoye dvijeniye	Assosiy harakat	Harakatining ustuvorligi tekshirilayotgan mexanik sistemaning berilgan kuchlarga va boshlang‘ich shartlarga mos harakati	undisturbed motion
195	Vozmushennoye dvijeniye	Assosiy harakatdan og‘dirilgan harakat	Boshlang‘ich shartlarni o‘zgartirilishi natijasida sodir bo‘ladigan, mexanik sistemaning tekshirilishi natijasida sodir bo‘ladigan,mexanik sistemaning	disturbed motion

			tekshirilayotgan assosiy harakatidan farqli bo‘lgan ixtiyoriy harakati	
196	Ustoychivoye ravnovesiye	Ustuvor muvozanat	Mexanik sistemaning muvozanat holati bo‘lib, sistemaning holatini ixtiyoriy ravishda istalgancha kichik o‘zgartirilganda va unga har qanday istalgancha kichik tezlik berilganda, sistema keyingi vaqt davomida ham mazkur muvozanat holatiga istalgancha yaqin holatni egallaydi	stable equilibrium
197	Ustoychivoye dvijeniye	Ustuvor harakat	Mexanik sistemaning assosiy harakati bo‘lib, vaqtning boshlang‘ich paytida mazkur harakatdan istalgancha kichik og‘dirilgan harakat,keyingi vaqt davomida ham assosiy harakatga istalgancha yaqinligicha qoladi	stable motion
198	Matematicheskiy mayatnik	Matematik mayatnik	Og‘irlik kuchi ta’sirida berilgan tekislikda yotuvchi egri chiziq bo‘yicha tebranadigan moddiy nuqta	Mathematical pendulum
199	Sferaticheskiy mayatnik	Sferik mayatnik	Og‘irlik kuchi ta’sirida sferik sirt bo‘yicha harakatlanadigan moddiy nuqta	Spherical pendulum
200	Fizicheskiy	Fizik	Ko‘zg‘almas aylanish o‘qiga ega bo‘lgan va bu o‘q	physical

	mayatnik	mayatnik	atrofida og‘irlik kuchi ta’sirida tebranadigan qattiq jism	pendulum
201	Giroskop	Giroskop	Jismda belgilangan nuqta atrofida harakatlanadigan va mazkur nuqta uchun yasalgan jismning inersiya ellipsoidi aylanma ellipsoiddan iborat bo‘lgan qattiq jism	gyroscope
202	Telo peremennoy massi	O‘zgaruvchan massali jism	Vaqtning o‘tishi bilan sistema tarkibining uzluksiz ravishda o‘zgarishi (unga moddiy zarralarning qo‘shilishi yoki undan ajralishi) natijasida massasi o‘zgaradigan mexanik sistema	Nominations mass peremennoy

203	Udar	Zarba	Moddiy jismlarning cheksiz kichik vaqt ichidagi o‘zaro mexanik ta’siri bo‘lib,bu ta’sir jism nuqtalarining tezliklarini chekli miqdorga o‘zgarishiga olib keladi.	Impact
204	Udarnaya sila	Zarbali kuch	Zarba davridagi impulsi chekli qiymatga ega bo‘ladigan kuch	Impact force
205	Udarniy impuls	Zarba impulsi	Zarba davridagi zarbali kuch impulsi	Impact impulce
206	Sentralni y udar	Markaziy zarba	Bunday zarbada zarba impulsining ta’sir chizig‘i zarba beriladigan jismning massalar markazidan o‘tadi.	Central impact
207	Koeffitsiyen t vosstanovle niya pri udare	Zarbadagi tiklash	Moddiy nuqta ko‘zg‘almas tekislikka urilgandagi zarbada, nuqtaning zarbadan oldingi va keyingi tezliklarining mazkur tekislikka o‘tkazilgan normaldagi proyeksiyalari nisbatining moduliga teng kattalik	Reduction factor on impact
208	Absolyutno uprugiy udar	Absolyut elastik zarba	Tiklash koeffitsiyenti birga teng bo‘lgan zarba	Absolute Elastic impact
209	Absolyutno neuprugiy udar	Absolyut elastik bo‘lmagan zarba	Tiklash koeffitsiyent nolga teng bo‘lgan zarba	Absolute nonelastic impact
210	Sentr udara	Zarba markazi	Ko‘zg‘almas aylanish o‘qiga ega bo‘lgan absolyut qattiq jismning shunday xususiyatga ega bo‘lgan nuqtasiki, aylanish o‘qi va jismning massalar markazi orqali o‘tuvchi tekislikka tik ravishda yo‘nalgan zarbali kuch impulsining ta’siri chizig‘i mazkur nuqtadan o‘tadi va o‘q mahkamlangan nuqtalarda zarbali reaksiyani vujudga keltirmaydi.	Center of impact

VIII. ADABIYOTLAR ROʻYXATI

I. Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining asarlari

1. Mirziyoyev SH.M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz. – T.: “Oʻzbekiston”, 2017. – 488 b.

2. Mirziyoyev SH.M. Milliy taraqqiyot yoʻlimizni qat’iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga koʻtaramiz. 1-jild. – T.: “Oʻzbekiston”, 2017. – 592 b.

3. Mirziyoyev SH.M. Xalqimizning roziligi bizning faoliyatimizga berilgan eng oliy bahodir. 2-jild. T.: “Oʻzbekiston”, 2018. – 507 b.

4. Mirziyoyev SH.M. Niyati ulugʻ xalqning ishi ham ulugʻ, hayoti yorugʻ va kelajagi farovon boʻladi. 3-jild.– T.: “Oʻzbekiston”, 2019. – 400 b.

5. Mirziyoyev SH.M. Milliy tiklanishdan – milliy yuksalish sari. 4-jild.– T.: “Oʻzbekiston”, 2020. – 400 b.

II. Normativ-huquqiy hujjatlar

6. Oʻzbekiston Respublikasining Konstitusiyasi. – T.: Oʻzbekiston, 2018.

7. Oʻzbekiston Respublikasining 2020 yil 23 sentabrda qabul qilingan “Ta’lim toʻgʻrisida”gi OʻRQ-637-sonli Qonuni.

8. Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining 2015 yil 12 iyun “Oliy ta’lim muasasalarining rahbar va pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari toʻgʻrisida”gi PF-4732-sonli Farmoni.

9. Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevral “Oʻzbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish boʻyicha Harakatlar strategiyasi toʻgʻrisida”gi 4947-sonli Farmoni.

10. Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 20 aprel "Oliy ta’lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari toʻgʻrisida”gi PQ-2909-sonli Qarori.

11. Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining 2018 yil 21 sentabr “2019-2021 yillarda Oʻzbekiston Respublikasini innovatsion rivojlantirish strategiyasini tasdiqlash toʻgʻrisida”gi PF-5544-sonli Farmoni.

12. Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 may “Oʻzbekiston Respublikasida korrupsiyaga qarshi kurashish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari toʻgʻrisida”gi PF-5729-son Farmoni.

13. Oʻzbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 17 iyun “2019-2023 yillarda Mirzo Ulugʻbek nomidagi Oʻzbekiston Milliy universitetida talab yuqori boʻlgan malakali kadrlar tayyorlash tizimini tubdan takomillashtirish va ilmiy salohiyatini rivojlantiri choratadbirlari toʻgʻrisida”gi PQ-4358-sonli Qarori.

14. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 avgust “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida”gi PF-5789-sonli Farmoni.

15. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 8 oktabr “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5847-sonli Farmoni.

16. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 29 oktabr “Ilm-fanni 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-6097-sonli Farmoni.

17. O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Shavkat Mirziyoyevning 2020 yil 25 yanvardagi Oliy Majlisga Murojaatnomasi.

18. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2019 yil 23 sentabr “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish bo‘yicha qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi 797-sonli Qarori.

SH. Maxsus adabiyotlar

1. Bruce R. Munson, Alric P. Rothmayer, Theodore H. Okiishi, Wade W. Huebsch Fundamentals of Fluid Mechanics, Wiley, 2017. 792r.

2. Charlie Brau Notes on Analytical Mechanics. 2005.

12. Gantmaxer F.R. Leksii po analiticheskoy mexanike. 3-izd. M.: Fizmatmex, 2005. 17

3. Chung T.J. Computational Fluid Dynamics. - Cambridge University Press, 2002 (1012p).

4. Grant R. Fowles and George L. Cassiday. Analytical Mechanics. Brooks Cole. USA, 2014.

5. Herbert Goldstein, Charles Poole, John Safko. Classical Mechanics. Classical Mechanics. USA, 2013.

6. I. M. Rikhsiboev and N. S. Mohamed, Engineering Mathematics 2, Malaysia, 2019.

7. Jim Libby, Math for Real Life: Teaching Practical Uses for Algebra, Geometry and Trigonometry// 2019, 234p. ISBN: 978-1476667492

8. Karl Berry, The TEX Live Guide—2020

9. Lawden D.F. Optimal Trajectories for Space Navigation Butterworth, Washington, D.C. 2013.

10. Lindsay Clandfield and Kate Pickering “Global”, B2, Macmillan. 2013. 175.

11. Manfredo P. Do Carmo. Differential geometry of Curves and surface // Dover publications, Inc. Mineola, New York, 2016. – 529 rr.

12. Maple 15 user manual, Maplesoft, 2016, 462 p.

13. Margaret L. Lial, Thomas W. Hungerford, John P. Holcomb, Bernadette Mullins, Mathematics with Applications In the Management, Natural and Social Sciences (11th Edition), Pearsonb 2018.

14. Massey B., Ward-Smith J. Mechanics of Fluids. Solutions Manual Eighth edition. - Taylor &. Francis, 2016.

15. N.A. Korshunova and D.M. Azimov. Analytical Solutions for Thrust Arcs in a Field of Two Fixed Centers // «Journal of Guidance, Control, and Dynamics», (AIAA, USA), 2014, V.37, №5, P.1716-1719

16. Rao, M. M. Random and Vector Measures, Series on Multivariate Analysis, 9, World Scientific, 2012.

17. Robert D. Zucker, Oscar Biblarz Fundamentals of Gas Dynamics, Wiley, 2002. 512r.

18. Steve Taylor "Destination" Vocabulary and grammar", Macmillan 2010.

19. Tao, Terence. An Introduction to Measure Theory. Providence, R.I.: American Mathematical Society, 2019.

20. Weaver, Nik Measure Theory and Functional Analysis. World Scientific, 2013, 423 p.

21. Avilova L.V., Bolotyuk V.A., Bolotyuk L.A. Analiticheskaya geometriya i lineynaya algebra// 2013. Izdaniye: 1-ye izd. 421 s.

22. Azimov D.M., Korshunova N.A Harakatning ustuvorlik nazariyasi bo'yicha tanlangan ma'ruzalar. - Uchebnoye posobiye. - Tashkent, Universitet, 2005.

23. Belogurov A.Y. Modernizatsiya protsessa podgotovki pedagoga v kontekste innovatsionnogo razvitiya obshestva: MonografiY. — M.: MAKS Press, 2016. — 116 s. ISBN 978-5-317-05412-0. 24. Gulobod Qudratulloh qizi, R.Ishmuhamedov, M.Normuhammedova. An'anaviy va noan'anaviy ta'lim. – Samarqand: "Imom Buxoriy xalqaro ilmiy-tadqiqot markazi" nashriyoti, 2019. 312 b.

25. Ibraymov A.YE. Masofaviy o'qitishning didaktik tizimi. metodik qo'llanma/ tuzuvchi. A.YE. Ibraymov. – Toshkent: "Lesson press", 2020. 112 bet.

26. Ishmuhamedov R.J., M.Mirsoliyeva. O'quv jarayonida innovatsion ta'lim texnologiyalari. – T.: «Fan va texnologiya», 2014. 60 b.

27. Kiryanov D. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. - SPb.: BXVPeterburg, 2012. — 432 s. 28. Muslimov N.A va boshqalar. Innovatsion ta'lim texnologiyalari. O'quv-metodik qo'llanma. – T.: "Sano-standart", 2015. – 208 b.

29. Ignatova N. Y. Obrazovaniye v sifrovuyu epoxu: monografiY. Mvo obrazovaniya i nauki RF. – Nijniy Tagil: NTI (filial) UrFU, 2017. – 128 s. http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/54216/1/978-5-9544-0083-0_2017.pdf

30. Oliy ta'lim tizimini raqamli avlodga moslashtirish konsepsiyasi. Yevropa Ittifoqi Erasmus+ dasturining ko'magida. https://hiedtec.ecs.uni-ruse.bg/pimages/34/3._UZBEKISTAN-CONCEPT-UZ.pdf

31. O.K. Asekretov, B.A. Borisov, N.Y. Bu-gakova i dr. M – Kniga 16 / Sovremenniye obrazovatelniye texnologii: pedagogika i psixologiya: Novosibirsk: Izdatelstvo SRNS, 2015. – 318 s. http://science.vvsu.ru/files/5040BC65-273B-44BB-98C4-CB5092BE4460.pdf

32. Turayev X. Harakatning turg'unlik nazariyasi. - SamGU, 2004.

33. Usmonov B.SH., Habibullayev R.A. Oliy o'quv yurtlarida o'quv jarayonini kredit-modul tizimida tashkil qilish. O'quv qo'llanma. T.: "Tafakkur" nashriyoti, 2020 y. 120 bet.

IV. Internet saytlar

34. http://edu.uz – O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi

35. http://lex.uz – O'zbekiston Respublikasi Qonun hujjatlari ma'lumotlari milliy bazasi

36. http://bimm.uz – Oliy ta'lim tizimi pedagog va rahbar kadrlarini qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirishni tashkil etish bosh ilmiy-metodik markazi

37. http://ziyonet.uz – Ta'lim portali ZiyonET

38. http://natlib.uz – Alisher Navoiy nomidagi O'zbekiston Milliy kutubxonasi

O'zbekiston milliy universiteti huzuridagi pedagog kadrlarni qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish tarmoq (mintaqaviy) markazi "Mexanika va matematik modellashtirish" yo'nalishidagi mutaxassislik fanlaridan tayyorlangan " BOSHQARILADIGAN TIZIMLAR DINAMIKASI" moduli bo'yicha qayta tayyorlash va malaka oshirish masofaviy kurslari uchun tayyorlangan materiallar talablarga javob berishi bo'yicha

EKSPERT XULOSASI

"Mexanika va matematik modellashtirish" yo'nalishi qayta tayyorlash va malaka oshirish kursi mutaxassilik fanlaridan fanlaridan tayyorlangan **"BOSHQARILADIGAN TIZIMLAR DINAMIKASI" "** moduli bo'yicha test savollari, o'quv-uslubiy majmua, bitiruv ishi mavzulari hamda masofaviy materiallar mazkur modul bo'yicha tasdiqlangan namunaviy **dastur doirasida tayyorlangan va unga qo'yilgan talablarga javob beradi** hamda BIMM internet portaliga qo'yishga tavsiya etiladi.

Tarmoq (mintaqaviy) markazi direktori	**O'.Tilavov**
Bo'lim boshlig'i	**O'.Muxamadiyev**
" Mexanika va matematik modellashtirish" kafedrasi мудири	**prof .A.B.Axmedov**
Tuzuvchi:	**M.N. Sidiqov**