



Бош илмий-методик  
марказ

**FARG‘ONA DAVLAT  
UNIVERSITETI HUZURIDAGI  
PEDAGOG KADRLARNI  
QAYTA TAYYORLASH VA  
ULARNING MALAKASINI  
OSHIRISH MINTAQAVIY  
MARKAZI**



---

**“MATEMATIKANING  
SOHALARGA  
TADBIQLARI”**

**MODULI BO‘YICHA**

**O‘QUV–USLUBIY MAJMUUA**

---

**U.Xonkulov – FarDU  
Matematika kafedrası  
katta o‘qituvchisi,  
f.m.f.b.PhD**

**2021**

**Mazkur o‘quv-uslubiy majmua Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligining 2020 yil dekabrda 648-sonli buyrug‘i bilan tasdiqlangan o‘quv reja va dastur asosida tayyorlandi FarDU Ilmiy kengashining 2020 yil «28» dekabrda 2-sonli qarori bilan tasdiqlangan.**

**Tuzuvchi:**

**U.Xonkulov – FarDU Matematika kafedra katta o‘qituvchisi, f.m.f.b.PhD**

**Taqrizchilar:**

**A.Yusupova – FarDU Matematika kafedra dotsenti, f.m.f.n.,**

## МУНДАРИЖА

I. ISHCHI DASTUR.....	4
II. MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTREFAOL TA’LIM METODLARI.....	14
III. NAZARIY MA’LUMOTLAR.....	17
VI. AMALIY MA’LUMOTLAR.....	40
V. GLOSSARIY.....	60
VI. ADABIYOTLAR RO‘YXATI.....	63

## **I.ISHCHI DASTUR**

### **KIRISH**

Dastur O‘zbekiston Respublikasining 2020 yil 23 sentabrda tasdiqlangan “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi PF-4947-son, 2019 yil 27 avgustdagi “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida”gi PF-5789-son, 2019 yil 8 oktabrdagi “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5847-sonli Farmonlari hamda O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2019 yil 23 sentabrdagi “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish bo‘yicha qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi 797-sonli Qarorlarida belgilangan ustuvor vazifalar mazmunidan kelib chiqqan holda tuzilgan bo‘lib, u oliy ta’lim muassasalari pedagog kadrlarining kasb mahorati hamda innovatsion kompetentligini rivojlantirish, sohaga oid ilg‘or xorijiy tajribalar, yangi bilim va malakalarni o‘zlashtirish, shuningdek amaliyotga joriy etish ko‘nikmalarini takomillashtirishni maqsad qiladi.

Mazkur dastur zamonaviy talablar va rivojlangan xorijiy davlatlarning oliy ta’lim sohasida erishgan yutuqlar hamda orttirilgan tajribalar asosida «Matematika» qayta tayyorlash va malaka oshirish yo‘nalishi uchun tayyorlangan namunaviy o‘quv reja hamda dastur mazmunidan kelib chiqqan holda tuzilgan bo‘lib, u qayta tayyorlash va malaka oshirish jarayonlarining mazmunini takomillashtirish hamda oliy ta’lim muassasalari pedagog kadrlarining kasbiy kompetentligini muntazam oshirib borishda xizmat qiladi.

#### **Modulning maqsadi va vazifalari**

**“Matematikaning sohalarga tadbirlari” modulining maqsadi:** pedagog kadrlarni innovatsion yondoshuvlar asosida o‘quv-tarbiyaviy jarayonlarni yuksak ilmiy-metodik darajada loyihalashtirish, sohadagi ilg‘or tajribalar, zamonaviy bilim va malakalarni o‘zlashtirish va amaliyotga joriy etishlari uchun zarur bo‘ladigan kasbiy bilim, ko‘nikma va malakalarini takomillashtirish, shuningdek ularning ijodiy faolligini rivojlantirishdan iborat.

**“Matematikaning sohalarga tadbirlari” modulining vazifalariga** quyidagilar kiradi:

“Matematika” yo‘nalishida pedagog kadrlarning kasbiy bilim, ko‘nikma, malakalarini takomillashtirish va rivojlantirish;

-pedagoglarning ijodiy-innovatsion faollik darajasini oshirish;  
-mutaxassislik fanlarini o‘qitish jarayoniga zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalari va xorijiy tillarni samarali tatbiq etilishini ta’minlash;

- mutaxassislik fanlari sohasidagi o‘qitishning innovatsion texnologiyalari va ilg‘or xorijiy tajribalarini o‘zlashtirish;

“Matematika” yo‘nalishida qayta tayyorlash va malaka oshirish jarayonlarini fan va ishlab chiqarishdagi innovatsiyalar bilan o‘zaro integratsiyasini ta’minlash.

### **Modul yakunida tinglovchilarning bilim, ko‘nikma va malakalari hamda kompetensiyalariga qo‘yiladigan talablar:**

Matematika fanlari bo‘yicha tinglovchilar quyidagi yangi bilim, ko‘nikma, malaka hamda kompetensiyalarga ega bo‘lishlari talab etiladi:

#### **Tinglovchi:**

- integral va o‘lchov tushunchalarini;  
- geometriyaning chiziqli fazo va chiziqli akslantirishlar yordamida bayon etilishi, vektor algebrasidan foydalanishni;

- matematik masalalarni matematik tizimlarda yechishni va standart funksiyalardan foydalanishni;

- matematikani o‘qitishda uning tatbiqlari bilan tushuntirishni, hayotiy va sohaga oid misollarni;

- matematik fanlarni o‘qitishning zamonaviy usullarini bilishi kerak.

#### **Tinglovchi::**

- o‘lchovlar nazariyasidan matematika, fizika va biologiya masalalarida keng foydalanish;

- matematik analizning biomatematika, mexanika, ommaviy xizmat nazariyasi, iqtisodiy sohalar va boshqa sohalarida keng qo‘llash;

- matematik fanlarni o‘qitishda innovatsion ta’lim metodlari va vositalarini amaliyotda qo‘llash;

- talabaning o‘zlashtirish darajasini nazorat qilish va baholashning nazariy asoslari hamda innovatsion yondashuv uslublarini to‘g‘ri qo‘llay olish ko‘nikmalariga ega bo‘lishi lozim.

#### **Tinglovchi::**

- o‘lchovlar nazariyasi va uning tatbiqini turli fazolarda qo‘llay olish;

- geometriyaning chiziqli fazo va chiziqli akslantirishlar yordamida bayon etilishi, vektor algebrasidan foydalanish;

- matematikani o‘qitish innovatsion jarayonini loyihalashtirish va tashkillashtirishning zamonaviy usullarini qo‘llash malakalariga ega bo‘lishi lozim.

#### **Tinglovchi::**

- matematikani o'qitishda foydalaniladigan zamonaviy (matlab, mathcad, maple, GeoGebra va boshqalar) matematik paketlarini o'quv jarayoniga tatbiq etish;

-matematikaning xorij va respublika miqyosidagi dolzarb muammolari, yechimlari, tendensiyalari asosida o'quv jarayonini tashkil etish;

- matematikani turli sohalarga tatbiq etish;

- oliy ta'lim tizimida matematik fanlar mazmunining uzviyligi va uzluksizliginitahlil qila olish **kompetensiyalariga** ega bo'lishi lozim.

### **Modulning oliy ta'limdagi o'rni**

Modulni o'zlashtirish orqali tinglovchilar ilg'or xorijiy mamlakatlarda biologiya o'qitishni tashkil qilishning xorijiy tajribalarni o'rganish, amalda qo'llash va baholashga doir kasbiy kompetentlikka ega bo'ladilar. So'nggi yillarda matematika sohasidagi yutuqlar va istiqbollar oliy o'quv yurtlaridagi ta'lim jarayonining mazmunini boyitishga xizmat qiladi.

## modulning soatlar bo'yicha taqsimoti

№	Modul mavzulari	Tinglovchining o'quv yuklamasi, soat				
		Hammasi	Auditoriya o'quv yuklamasi			Ko'chma mashg'ulot
			Jami	жумладан		
				Nazariy	Amaliy mashg'ulot	
1.	Tenglamalar va ularning tatbiqlari.	4	4	2	2	
2.	Matritsalar va ularning tatbiqlari. Vektorlar va ularning tatbiqlari.	4	4	2	2	
3.	Hosila va uning tatbiqlari. Integral va uning tatbiqlari.	4	4	2	2	
4.	Qatorlar va ularning tatbiqlari. Differensial tenglamalar va ularning tatbiqlari.	4	4	2	2	
5	Matematika va sa'nat.	2	2		2	
6.	Matematika va muhandislik.	2	2		2	
<b>Жами:</b>		<b>20</b>	<b>20</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	<b>0</b>

### NAZARIY MASHG'ULOT MATERIALLARI

#### 1-Mavzu: Tenglamalar va ularning tatbiqlari.

1. Tenglamalarning iqtisodiyotning turli tarmoqlariga tadbiqlarining o'ziga xos xususiyatlari.
2. Tenglamalarning iqtisodiyotning turli tarmoqlaridagi muammolari.

#### 2-Mavzu: Matritsalar va ularning tatbiqlari. Vektorlar va ularning tatbiqlari.

1. Matritsalarining tabiiy fanlarga tadbiqlari.
2. Ko'p omillilik.
3. Vektorlarning trayektoriyali siljishlarga tadbig'i.

#### 3-Mavzu: Hosila va uning tatbiqlari. Integral va uning tatbiqlari.

1. Tabiiy va iqtisodiy modellarni yaratish, ularni prognozlashda integralning tadbig'i.
2. Ishlab chiqarish bilan bog'liq jarayonlarni modellashtirish.

#### 4-Mavzu: Qatorlar va ularning tatbiqlari. Differensial tenglamalar va ularning tatbiqlari.

1. Fan tarmoqlari, ijtimoiy iqtisodiy masalalarni hal etishda qatorlarni ahamiyati.
2. Biologik, fizik, kimyoviy jarayonlarni tadqiq etishda differensial tenglamalar.

#### AMALIY MASHG‘ULOTLAR

**1-Amaliy mashg‘ulot.** Tenglamalar va ularning tatbiqlari.

**2-Amaliy mashg‘ulot.** Matritsalar va ularning tatbiqlari. Vektorlar va ularning tatbiqlari.

**3-Amaliy mashg‘ulot.** Hosila va uning tatbiqlari. Integral va uning tatbiqlari.

**4-Amaliy mashg‘ulot.** Qatorlar va ularning tatbiqlari. Differensial tenglamalar va ularning tatbiqlari.

**5-Amaliy mashg‘ulot.** Matematika va sa’nat.

**6-Amaliy mashg‘ulot.** Matematika va muhandislik.



## **ADABIYOTLAR RO‘YXATI**

### **I. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining asarlari**

1. Mirziyoyev Sh.M. Niyati ulug‘ xalqning ishi ham ulug‘, hayoti yorug‘ va kelajagi farovon bo‘ladi. 3-JILD / Sh.M. Mirziyoyev. – T.: “O‘zbekiston”, 2019. – 592 b.
2. Mirziyoyev Sh.M. Xalqimizning roziligi bizning faoliyatimizga berilgan eng oliy bahodir. 2-JILD / Sh.M. Mirziyoyev. – T.: “O‘zbekiston”, 2019. – 400 b.
3. Mirziyoyev Sh.M. Milliy taraqqiyot yo‘limizni qat’iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko‘taramiz. 1-JILD / Sh.M. Mirziyoyev. – T.: “O‘zbekiston”, 2018. – 592 b.
4. Mirziyoyev Sh.M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob halqimiz bilan birga quramiz. – T.: “O‘zbekiston”. 2017. – 488 b.
5. Mirziyoyev Sh.M. Milliy taraqqiyot yo‘limizni qat’iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko‘taramiz – T.: “O‘zbekiston”. 2017. – 592 b.

### **II. Normativ-huquqiy hujjatlar**

6. O‘zbekiston Respublikasining Konstitutsiyasi. – T.: O‘zbekiston, 2018.
7. O‘zbekiston Respublikasining “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni.
8. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2015 yil 12 iyun “Oliy ta’lim muasasalarining rahbar va pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PF-4732-sonli Farmoni.
9. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevral “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi 4947-sonli Farmoni.
10. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 20 aprel "Oliy ta’lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-2909-sonli Qarori.
11. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018 yil 21 sentabr “2019-2021 yillarda O‘zbekiston Respublikasini innovatsion rivojlantirish strategiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5544-sonli Farmoni.
12. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 may “O‘zbekiston Respublikasida korrupsiyaga qarshi kurashish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PF-5729-son Farmoni.
13. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 17 iyun “2019-2023 yillarda Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universitetida talab yuqori bo‘lgan malakali kadrlar tayyorlash tizimini tubdan takomillashtirish va ilmiy salohiyatini rivojlantiri chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4358-sonli Qarori.
14. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 avgust “Oliy

ta'lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to'g'risida"gi PF-5789-sonli Farmoni.

15. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 8 oktabr "O'zbekiston Respublikasi oliy ta'lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risida"gi PF-5847-sonli Farmoni.

### III. Maxsus adabiyotlar

16. Andrea Prosperetti, *Advanced Mathematics for Applications*, Cambridge University Press, 2011.

17. Bauer, H. *Measure and Integration Theory*, Berlin: de Gruyter, ISBN-13: 978-3110167191, 2001.

18. Bear, H.S. *A Primer of Lebesgue Integration*, San Diego: Academic Press, 2<sup>nd</sup> Edition, 2001.

19. Bobenko A.I. (Ed.) *Advances in Discrete Differential Geometry*//Springer, 2016. — 439 p. — (Mathematics). — ISBN: 3662504464

20. Bogachev, V. I. *Measure theory*, Berlin: Springer, 2006.

21. David Spencer "Gateway", Students book, Macmillan 2012.

22. *English for Specific Purposes*. All Oxford editions. 2010. 204.

23. Evan M. Glazer, John W. McConnell *Real-Life Math: Everyday Use of Mathematical Concepts*//2013, ISBN-13: 978-0313319983

24. Georgii H.O. *Gibbs measures and phase transitions*. Berlin:de Gruyter, 657 p., 2011.

25. H.Q. Mitchell "Traveller" B1, B2, MM Publications. 2015. 183.

26. H.Q. Mitchell, Marileni Malkogianni "PIONEER", B1, B2, MM Publications. 2015. 191.

27. I. M. Rikhsiboev and N. S. Mohamed, *Engineering Mathematics 2*, Malaysia, 2019.

28. Jim Libby, *Math for Real Life: Teaching Practical Uses for Algebra, Geometry and Trigonometry*// 2019, 234p. ISBN: 978-1476667492

29. Karl Berry, *The TEX Live Guide*—2020

30. Lindsay Clandfield and Kate Pickering "Global", B2, Macmillan. 2013. 175.

31. Manfredo P. Do Carmo. Differential geometry of Curves and surface // Dover publications, Inc. Mineola, New York, 2016. – 529 pp.
32. Maple 15 user manual, Maplesoft, 2016, 462 p.
33. Margaret L. Lial, Thomas W. Hungerford, John P. Holcomb, Bernadette Mullins, Mathematics with Applications In the Management, Natural and Social Sciences (11th Edition), Pearsonб 2018.
34. Rao, M. M. Random and Vector Measures, Series on Multivariate Analysis, 9, World Scientific, 2012.
35. Steve Taylor “Destination” Vocabulary and grammar”, Macmillan 2010.
36. Tao, Terence. An Introduction to Measure Theory. Providence, R.I.: American Mathematical Society, 2019.
37. Weaver, Nik Measure Theory and Functional Analysis. World Scientific, 2013, 423 p.
38. Авилова Л.В., Болотюк В.А., Болотюк Л.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра// 2013. Издание: 1-е изд. 421 с.
39. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия, М.: Наука, 1990. – 672 с.
40. Белогуров А.Ю. Модернизация процесса подготовки педагога в контексте инновационного развития общества: Монография. — М.: МАКС Пресс, 2016. — 116 с. ISBN 978-5-317-05412-0.
41. Gulobod Qudratulloh qizi, R.Ishmuhamedov, M.Normuhammedova. An’anaviy va noan’anaviy ta’lim. – Samarqand: “Imom Buxoriy xalqaro ilmiy-tadqiqot markazi” nashriyoti, 2019. 312 б.
42. Ibraymov A.YE. Masofaviy o‘qitishning didaktik tizimi. metodik qo‘llanma/ tuzuvchi. A.YE.Ibraymov. – Toshkent: “Lesson press”, 2020. 112 бет.
43. Ishmuhamedov R.J., M.Mirsoliyeva. O‘quv jarayonida innovatsion ta’lim texnologiyalari. – T.: «Fan va texnologiya», 2014. 60 б.
44. Kiryanov D. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. - SPb.: BVV-Peterburg, 2012. — 432 с.
45. Muslimov N.Ava boshqalar. Innovatsion ta’lim texnologiyalari. O‘quv-metodik qo‘llanma. – T.: “Sano-standart”, 2015. – 208 б.
46. Образование в цифровую эпоху: монография / Н. Ю. Игнатова; М-во образования и науки РФ; ФГАОУ ВО «УрФУ им. первого Президента России Б.Н.Ельцина», Нижнетагил. технол. ин-т (фил.). – Нижний Тагил:

НТИ (филиал) УрФУ, 2017. – 128 с.  
[http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/54216/1/978-5-9544-0083-0\\_2017.pdf](http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/54216/1/978-5-9544-0083-0_2017.pdf)

47. Олий таълим тизимини рақамли авлодга мослаштириш концепцияси. Европа Иттифоқи Эрасмус+ дастурининг кўмагида.  
[https://hiedtec.ecs.uni-ruse.bg/pimages/34/3\\_UZBEKISTAN-CONCEPT-UZ.pdf](https://hiedtec.ecs.uni-ruse.bg/pimages/34/3_UZBEKISTAN-CONCEPT-UZ.pdf)

48. Современные образовательные технологии: педагогика и психология: монография. Книга 16 / О.К. Асекретов, Б.А. Борисов, Н.Ю. Бугакова и др. – Новосибирск: Издательство ЦРНС, 2015. – 318 с.  
<http://science.vvsu.ru/files/5040BC65-273B-44BB-98C4-CB5092BE4460.pdf>

49. Усмонов Б.Ш., Ҳабибуллаев Р.А. Олий ўқув юртларида ўқув жараёнини кредит-модуль тизимида ташкил қилиш.–Т.: “ТКТИ” нашриёти, 2019.

#### **IV. Интернет сайтлар**

50. O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi:  
[www.edu.uz](http://www.edu.uz).

51. Бош илмий-методик марказ: [www.bimm.uz](http://www.bimm.uz)

52. [www.Ziyonet.Uz](http://www.Ziyonet.Uz)

53. Открытое образование. <https://openedu.ru/>

54. <https://www.ucl.ac.uk/ioe/courses/graduate-taught/mathematics-education-ma>

55. <https://www.onlinestudies.com/Courses/Mathematics/Europe/>

56. <https://online-learning.harvard.edu/catalog?keywords=mathematics-&op=Search>

57. <https://www.msu.ru/en/projects/proekt-vernadskiy/news/math-teachers-advanced-training.html>

58. <https://english.spbu.ru/education/graduate/master-in-english/90-program-master/2455-advanced-mathematics>.

## II. MODULNI O'QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTREFAOL TA'LIM METODLARI.

### “SWOT-tahlil” metodi.

**Metodning maqsadi:** mavjud nazariy bilimlar va amaliy tajribalarni tahlil qilish, taqqoslash orqali muammoni hal etish yo'llarni topishga, bilimlarni mustahkamlash, takrorlash, baholashga, mustaqil, tanqidiy fikrlashni, nostandart tafakkurni shakllantirishga xizmat qiladi.

<b>S – (strength)</b>	• кучли томонлари
<b>W – (weakness)</b>	• заиф, кучсиз томонлари
<b>O – (opportunity)</b>	• имкониятлари
<b>T – (threat)</b>	• тўсиқлар

**Namuna:** Xorijiy tillarni o'qitishda multimedia ilovalarini qo'llash, yaratish va foydalanishda SWOT tahlilini ushbu jadvalga tushiring.

<b>S</b>	Ijtimoiy - gumanitar fanlarni o'qitishda multimedia ilovalarini qo'llash, yaratish va foydalanishning kuchli tomonlari	Multimedia ilovalarini yaratish texnik va dasturiy vositalarining turli tumanligi. . .
<b>W</b>	Ijtimoiy - gumanitar fanlarni o'qitishda multimedia ilovalarini qo'llash, yaratish va foydalanishning kuchsiz tomonlari	Ba'zi texnik nosozliklar, texnikadan foydalanish imkoniyatlarining chegaralanganligi
<b>O</b>	Ijtimoiy - gumanitar fanlarni o'qitishda multimedia ilovalarini qo'llash, yaratish va foydalanishning imkoniyatlari (ichki)	Multimedia ilovalarini yaratishda rag'batlantiruvchi davlat grantlarning mavjudligi. . .
<b>T</b>	To'siqlar (tashqi)	Mualliflik xuquqini olmagan holda ilovaning o'zgalar tomonidan o'zlashtirilishi. . .

### Xulosalash» (Rezyume, Veer) metodi

**Metodning maqsadi:** Bu metod murakkab, ko'ptarmoqli, mumkin qadar, muammoli xarakteridagi mavzularni o'rganishga qaratilgan. Metodning mohiyati shundan iboratki, bunda mavzuning turli tarmoqlari bo'yicha bir xil axborot beriladi va ayni paytda, ularning har biri alohida aspektlarda muhokama etiladi. Masalan, muammo ijobiy va salbiy tomonlari, afzallik, fazilat va kamchiliklari,

foйда va zararları bo'yicha o'rganiladi. Bu interfaol metod tanqidiy, tahliliy, aniq mantiqiy fikrlashni muvaffaqiyatli rivojlantirishga hamda o'quvchilarning mustaqil g'oyalari, fikrlarini yozma va og'zaki shaklda tizimli bayon etish, himoya qilishga imkoniyat yaratadi. "Xulosalash" metodidan ma'ruza mashg'ulotlarida individual va juftliklardagi ish shaklida, amaliy va seminar mashg'ulotlarida kichik guruhlardagi ish shaklida mavzu yuzasidan bilimlarni mustahkamlash, tahlili qilish va taqqoslash maqsadida foydalanish mumkin.

**Методни амалга ошириш тартиби:**



тренер-ўқитувчи иштирокчиларни 5-6 кишидан иборат кичик гуруҳларга ажратади;



тренинг мақсади, шартлари ва тартиби билан иштирокчиларни таништиргач, ҳар бир гуруҳга умумий муаммони таҳлил қилиниши зарур бўлган қисмлари туширилган тарқатма материалларни



ҳар бир гуруҳ ўзига берилган муаммони атрофлича таҳлил қилиб, ўз мулоҳазаларини тавсия этилаётган схема бўйича тарқатмага ёзма баён қилади;



навбатдаги босқичда барча гуруҳлар ўз тақдимотларини ўтказадилар. Шундан сўнг, тренер томонидан таҳлиллар умумлаштирилади, зарурий ахборотлар билан тўлдирилади ва мавзу

**Namuna:**

Multimediali taqdimot yaratuvchi dasturlar					
Microsoft PowerPoint		Courselab Kingsoft		Prezi	
afzalligi	kamchiligi	afzalligi	kamchiligi	afzalligi	kamchiligi

**Xulosa:**

**“Keys-stadi” metodi**

«Keys-stadi» - inglizcha so'z bo'lib, («case» – aniq vaziyat, hodisa, «stadi» – o'rganmoq, tahlil qilmoq) aniq vaziyatlarni o'rganish, tahlil qilish asosida o'qitishni amalga oshirishga qaratilgan metod hisoblanadi. Mazkur metod dastlab 1921 yil Garvard universitetida amaliy vaziyatlardan iqtisodiy boshqaruv fanlarini o'rganishda foydalanish tartibida qo'llanilgan. Keysda ochiq axborotlardan yoki aniq voqea-hodisadan vaziyat sifatida tahlil uchun foydalanish mumkin. Keys harakatlari o'z ichiga quyidagilarni qamrab oladi: Kim (Who), Qachon (When),

Qaerda (Where), Nima uchun (Why), Qanday/ Qanaqa (How), Nima-natija (What).

### “Keys metodi” ni amalga oshirish bosqichlari

Ish bosqichlari	Faoliyat shakli va mazmuni
<b>1-bosqich:</b> Keys va uning axborot ta'minoti bilan tanishtirish	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ yakka tartibdagi audio-vizual ish;</li> <li>✓ keys bilan tanishish(matnli, audio yoki media shaklda);</li> <li>✓ axborotni umumlashtirish;</li> <li>✓ axborot tahlili;</li> <li>✓ muammolarni aniqlash</li> </ul>
<b>2-bosqich:</b> Keysni aniqlashtirish va o'quv topshirig'ni belgilash	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ individual va guruhda ishlash;</li> <li>✓ muammolarni dolzarblik ierarxiyasini aniqlash;</li> <li>✓ asosiy muammoli vaziyatni belgilash</li> </ul>
<b>3-bosqich:</b> Keysdagi asosiy muammoni tahlil etish orqali o'quv topshirig'ining yechimini izlash, hal etish yo'llarini ishlab chiqish	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ individual va guruhda ishlash;</li> <li>✓ muqobil yechim yo'llarini ishlab chiqish;</li> <li>✓ har bir yechimning imkoniyatlari va to'siqlarni tahlil qilish;</li> <li>✓ muqobil yechimlarni tanlash</li> </ul>
<b>4-bosqich:</b> Keys yechimini yechimini shakllantirish va asoslash, taqdimot.	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ yakka va guruhda ishlash;</li> <li>✓ muqobil variantlarni amalda qo'llash imkoniyatlarini asoslash;</li> <li>✓ ijodiy-loyiha taqdimotini tayyorlash;</li> <li>✓ yakuniy xulosa va vaziyat yechimining amaliy aspektlarini yoritish</li> </ul>

**Keys.** Biror bir mavzuni o'rgatuvchi multimediali o'quv darsini yaratish.

#### Кейсни бажариш босқчилари ва топшириқлар:

- Кейсдаги муаммони келтириб чиқарган асосий сабабларни белгиланг(индивидуал ва кичик гуруҳда).
- Мобил иловани ишга тушириш учун бажариладагина ишлар кетма-кетлигини белгиланг (жуфтликлардаги иш).

## «FSMU» metodi

**Texnologiyaning maqsadi:** Mazkur texnologiya ishtirokchilardagi umumiy fikrlardan xususiyl xulosalar chiqarish, taqqoslash, qiyoslash orqali axborotni o'zlashtirish, xulosalash, shuningdek, mustaqil ijodiy fikrlash ko'nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi. Mazkur texnologiyadan ma'ruza mashg'ulotlarida, mustahkamlashda, o'tilgan mavzuni so'rashda, uyga vazifa berishda hamda amaliy mashg'ulot natijalarini tahlil etishda foydalanish tavsiya etiladi.

### Texnologiyani amalga oshirish tartibi:

- qatnashchilarga mavzuga oid bo'lgan yakuniyl xulosa yoki g'oya taklif etiladi;
- har bir ishtirokchiga FSMU texnologiyasining bosqichlari yozilgan qog'ozlarni tarqatiladi:

Ф	• фикрингизни баён этинг
С	• фикрингизни баёнига сабаб кўрсатинг
М	• кўрсатган сабабингизни исботлаб мисол келтиринг
У	• фикрингизни умумлаштиринг

- ishtirokchilarning munosabatlari individual yoki guruhiiy tartibda taqdimot qilinadi.

FSMU tahlili qatnashchilarda kasbiyl-nazariyl bilimlarni amaliyl mashqlar va mavjud tajribalar asosida tezroq va muvaffaqiyatli o'zlashtirilishiga asos bo'ladi.



### III.NAZARIY MASHG'ULOT MATERIALLARI

#### 1-MAVZU: TENGLAMALAR SISTEMASI VA ULARNING TATBIQLARI.

1. Tenglamalar sistemasining iqtisodiyotning turli tarmoqlariga tadbiqlarining o'ziga xos xususiyatlari.
2. Tenglamalar sistemasining iqtisodiyotning turli tarmoqlaridagi muammolari.

**Tayanch iboralar:** Iqtisodiy prognoz, xarajat matritsasi, matritsani transponirlash, chiziqli model, chiziqlilik gipotezasi, balansli (defitsitsiz) savdo

#### Tenglamalar sistemasining iqtisodiyotning turli tarmoqlariga tadbiqlarining o'ziga xos xususiyatlari.

**Ishlab chiqarish prognozi.**  $C = (c_{ij}); i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$  - n turdagi mahsulotlarni ishlab chiqarish uchun m turdagi xom ashyo xarajatlari matritsasi bo'lsin. Quyidagi vektorni tashkil etadigan har bir turdagi xom ashyoning ma'lum miqdordagi zaxiralari:

$$\bar{q} = (q_1, q_2, \dots, q_m)$$

Ishlab chiqarish rejasi bo'yich olingan  $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  vektorga ko'paytmasi n noma'lum bo'lgan m tenglamalar sistemasini yechish bilan aniqlanadi:

$$C\bar{x}^T = \bar{q}^T,$$

bu yerda "T" vektorining satr va ustun transponirlanishini bildiradi.

**1-misol.** Korxonada uch turdagi xom ashyodan uch turdagi mahsulot ishlab chiqaradi. Kerakli ishlab chiqarish xarakteristikalarini quyidagi ma'lumotlar bilan ifodalangan:

Xom ashyoning turi	Mahsulotlarning barcha turlari uchun xom ashyo iste'moli G' vazn birligida			Xom ashyo zaxirasi G' vazn birligida
	1	2	3	
1	6	4	5	2400
2	4	3	1	1450
3	5	2	3	1550

Xom ashyoning ma'lum bir zaxirasi uchun har bir turdagi mahsulotning ishlab chiqarish hajmini aniqlash talab qilinsin.

Ushbu turdagi masalalar korxonalarni faoliyatini prognozlash va baholashda, foydali qazilma konlarini o'zlashtirish loyihalarini ekspert baholashda, shuningdek

mikroiqtisodiyotini rejalashtirishda xarakterlidir.

$x_1$ ,  $x_2$  va  $x_3$  orqali noma'lum ishlab chiqarish hajmlarini belgilaylik. Har bir turdagi xom ashyo zaxiralarini to'liq iste'mol qilish sharoitida uch noma'lumli uchta tenglama sistemasini tashkil etuvchi balans tenglamasini tuzish mumkin:

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 2400, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 1450, \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1550. \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasini biror usul bilan yechsak, bizga ma'lum bo'lgan xom ashyo zaxiralari uchun har bir turdagi ishlab chiqarish hajmi mos ravishda (birliklar bo'yicha) kelib chiqadi:

$$x_1 = 150, \quad x_2 = 250, \quad x_3 = 100.$$

### **Tenglamalar sistemasining iqtisodiyotning turli tarmoqlaridagi muammolari.**

**Ko'p tarmoqli iqtisodiyotning chiziqli modeli.** Faraz qilaylik iqtisodiyotning ishlab chiqarish sohasi har biri o'ziga xos bir xil mahsulot ishlab chiqaradigan  $n$  ta tarmoqdan iborat bo'lsin. Ishlab chiqarishni ta'minlash uchun har bir soha boshqa tarmoqlarning mahsulotlariga muhtoj (ishlab chiqarish iste'moli). Odatda ishlab chiqarish jarayoni ma'lum vaqt davomida (ba'zi hollarda bu birlik yil) ko'rib chiqiladi yani,

$x_i$  -  $i$ -sanoatning umumiy mahsuloti;

$x_{ij}$  -  $j$ -chi sanoat tomonidan  $x_i$  hajm mahsulot ishlab chiqarishda iste'mol qiladigan  $i$ -chi sanoat mahsuloti;

$y_i$  - ishlab chiqarish sohasida sotish uchun mo'ljallangan  $i$ -chi sanoat mahsulotlarining hajmi yoki yakuniy iste'mol mahsuloti deb ataladi. Turli tarmoqlar o'rtasidagi aloqaning muvozanat printsipi shundan iboratki,  $i$ -chi sanoatning yalpi mahsuloti ishlab chiqarish va noishlab chiqarish sohalaridagi iste'mol yig'indisiga teng bo'lishi kerak. Chiziqli gipoteza yoki oddiy qo'shilish balans koeffitsientlari quyidagi shaklda tasvirlanadi:

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Ushbu tenglamalar balans nisbati deb ataladi. Turli sanoat tarmoqlari mahsulotlarining o'lchamlari har xil bo'lgani uchun, bundan keyin biz qiymat balansini yodda tutamiz.

Leontiev ikkinchi jahon urushidan avval AQSh iqtisodiyotini tahlil qilish asosida muhim bir fakt aniqladi: uzoq vaqt davomida  $a_{ij} = x_{ij} / x_j$  qiymatlar juda



**Savdoning chiziqli modeli.** Tovarlarini o'zaro sotib olish jarayoni biror qiymat va matritsaning o'ziga xos vektori tushunchalari yordamida tahlil qilinadi. Faraz qilaylik  $n$  ta mamlakat byudjetlarini  $x_1, x_2, \dots, x_n$  tovarlarini sotib olishga sarflangan. Linear almashinuv modeli yoki xalqaro savdo modelini ko'rib chiqing.

Bo'lsin  $a_{ij}$  –  $j$ - mamlakat byudjetning  $x_j$  ulushini  $i$ -mamlakatdan tovar sotib olishga sarflaydigan ulushi bo'lsin.  $a_{ij}$  elementlardan iborat matritsasini tuzamiz:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Agar butun byudjet faqat mamlakat ichkarisida va tashqarisidagi xaridlarga sarflansa quyidagi tenglik o'rinli bo'ladi:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} = 1; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Ushbu xususiyatga ega bo'lgan  $A$  matritsaning istalgan ustun elementlari yig'indisi biriga teng bo'lib, savdo-sotiqning matritsasi deyiladi.  $I$ -chi mamlakat uchun ichki va tashqi savdo tushumlarining umumiy hajmi quyidagi formuladan topiladi:

$$P_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n.$$

Balansli (defitsitsiz) savdoning holati tabiiy shaklda shakllantiriladi: har bir mamlakat uchun uning byudjeti savdo tushumidan ko'p bo'lmasligi kerak, ya'ni.

$$P_i \geq x_i, \text{ yoki}$$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Ushbu shartlar bo'yicha tengsizlik belgisi bo'lishi mumkin emasligini isbotlaylik. Ushbu tengsizlikning barchasini qo'shaylik ( $i = 1$  dan  $1$   $n$  gacha qiymatlar). Qiymatlar guruhlaymiz:

$$\begin{aligned} & x_1(a_{11} + a_{21} + \dots + a_{n1}) + x_2(a_{12} + a_{22} + \dots + a_{n2}) + \dots + \\ & + x_n(a_{1n} + a_{2n} + \dots + a_{nn}) \geq x_1 + x_2 + \dots + x_n \end{aligned}$$

Qavslar ichidagi qiymatlar  $A$  matritsa elementlari va ular uchun yuqoridagi shartlar bo'yicha biriga teng. Shunday qilib uchbu tengsizlik kelib chiqadi:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq x_1 + x_2 + \dots + x_n.$$

Bu yerda faqat tenglik belgisi bo'lishi mumkin.



$$x_1 = 1400, \quad x_2 = 1460, \quad x_3 = 2200, \quad x_4 = 1210$$

### **Nazorat savollari**

1. Tenglamalar sistemasining iqtisodiyotning turli tarmoqlariga tadbirlarining o'ziga xos xususiyatlari qanday
2. Tenglamalar sistemasining iqtisodiyotning turli tarmoqlaridagi muammolari va tadbirlari qanday.
3. Savdoning chiziqli modelida matrisa ahamiyati qanday.

### **Adabiyotlar**

1. Evan M. Glazer, John W. McConnell Real-Life Math: Everyday Use of Mathematical Concepts G'G'2013, ISBN-13: 978-0313319983
2. Georgii H.O. Gibbs measures and phase transitions. Berlin: de Gruyter, 657 p., 2011.
3. H.Q. Mitchell "Traveller" B1, B2, MM Publications. 2015. 183.
4. H.Q. Mitchell, Marileni Malkogianni "PIONEER", B1, B2, MM Publications. 2015. 191.
5. M. Rikhsiboev and N. S. Mohamed, Engineering Mathematics 2, Malaysia, 2019.

## **2-MAVZU: MATRITSALAR VA ULARNING TATBIQLARI. VEKTORLAR VA ULARNING TATBIQLARI.**

### **Reja**

4. Matritsalarining tabiiy, gumanitar fanlarga tadbirlari.
5. Ko'p omillilik. Mahsulotni ishlab chiqarish uchun xom ashyo sarfi masalasiga matrisa va vektorlar tushunchasini tadbirlari.
6. Vektorlarning traektoriyali siljishlarga tadbiri. Mahsuldor Leontiev modeli.

**Tayanch iboralar:** matrisa, vektor, Leontiev modeli, traektoriyali siljish, matritsalar tadbiri, vektorlarning tadbiri

### **Matritsalar va vektorlarning tabiiy, gumanitar fanlarga tadbirlari.**

Algebra elementlari xususan matrisa tushunchasidan foydalanish ko'plab iqtisodiy masalalarni hal qilishning asosiy yondashuvlaridan biridir. Ushbu yondashuv ma'lumotlar bazasini ishlab chiqish va ulardan foydalanish, iqtisodiy jarayonlarni prognozlash va ko'rsatgichlarni tahlil qilishda ayniqsa dolzarb ahamiyatga ega. Iqtisodiy ko'rsatgichlar deyarli barcha ma'lumotlar matrisa shaklida tasvirlanadi va qayta ishlanadi.

Masalan vector va matrisa tushunchasi yordamida iqtisodiy ko'rsatgichlarni

shaklantirish bo'yicha bazi misollarni ko'rib chiqaylik.

**1-misol.** Korxonada har kuni to'rtta turdagi mahsulot ishlab chiqaradi va ularning asosiy ishlab chiqarish iqtisodiy ko'rsatkichlari 1-jadvalda keltirilgan.

1-jadval

Mahsulot turi	Mahsulotlar soni	Mahsulotni ishlab chiqarish uchun xom ashyo sarfi (kg)	Ishlab chiqarish uchun ajratilgan vaqt (soat)	Mahsulot tannarxi (pul birligida)
1	20	5	10	30
2	50	2	5	15
3	30	7	15	45
4	40	4	8	20

Quyidagi kundalik ko'rsatkichlarni aniqlash talab qilinsin: xom ashyo sarfi- $S$ , ishlab chiqarishga sarflangan vaqt- $T$  va korxonada ishlab chiqargan mahsulotlarning tannarxi- $P$ .

1-jadvalga ko'ra biz butun ishlab chiqarish stiklini tavsiflovchi to'rtta vektorni tuzalik:

$\vec{q} = (20, 50, 30, 40)$  - assortiment (mahsulotlar soni) vektori;

$\vec{s} = (5, 2, 7, 4)$  - mahsulotni ishlab chiqarish uchun sarf-harajatlar vektori;

$\vec{t} = (10, 5, 15, 8)$  - ishlab chiqarish uchun ajratilgan vaqt vektori;

$\vec{p} = (30, 15, 45, 20)$  - tannarx vektori.

Izlanayotgan xom ashyo sarfi- $S$ , ish vaqti uchun harajatlar- $T$  va korxonaning ishlab chiqargan mahsulotlari narxi- $P$  hosil qilingan vektorlarning skalyar ko'paytmasiga teng:

$$S = \vec{q} \cdot \vec{s} = 100 + 100 + 210 + 160 = 570 \text{ kg.}$$

$$T = \vec{q} \cdot \vec{t} = 1220 \text{ soat.}$$

$$P = \vec{q} \cdot \vec{p} = 3500 \text{ so'm}$$

### Xom ashyo sarfi

Korxonada to'rt turdagi xom ashyolardan foydalanib to'rt turdagi mahsulot ishlab chiqarsin. Har bir mahsulot uchun xom ashyoni iste'mol qilish stavkalari 2-jadvalda keltirilgan.

x.a.turi mah.turi	Xom ashyo turi			
	1-nav	2-nav	3-nav	4-nav
№1	2	3	4	5
№2	1	2	5	6
№3	7	2	3	2
№4	4	5	6	8

Bu ma'lumotlarni A matritsa elementlari sifatida tasvirlaymiz.

$$\begin{array}{c}
 \text{xom ashyo turi} \\
 .1 \ 2 \ 3 \ 4 \\
 A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 7 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 8 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \text{ mahsulot turi}
 \end{array}$$

Har bir turdagi mahsulot uchun ma'lum bir ishlab chiqarish rejasi bo'yicha har bir turdagi xom ashyo xarajatlarini topish talab qilinadi: masalan 60,50, 35 va 40 birlikda (bu birlik mahsulot turi) bo'lishi mumkin.

Bu birlik uchun ishlab chiqarishga oid  $B$  matritsa (reja) tuzamiz:

$$B = (60, 50, 35, 40).$$

Har bir turdagi mahsulotni 60,50, 35 va 40 birlikda ishlab chiqarish uchun har bir turdagi xom ashyo xarajatlari  $B$  matritsa elementlarini  $A$  matritsa elementlariga ko'paytmasiga tengligi malum bo'ladi:

$$B \cdot A = (60, 50, 35, 40) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 7 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120 + 50 + 245 + 160 \\ 180 + 100 + 70 + 200 \\ 240 + 250 + 105 + 240 \\ 300 + 300 + 70 + 320 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 575 \\ 550 \\ 835 \\ 990 \end{pmatrix}$$

**Ko'p omillilik. Mahsulotni ishlab chiqarish uchun xom ashyo sarfi masalasiga matritsa va vektorlar tushunchasini tadbirlari.**

Ishlab chiqarishda yakuniy mahsulot deganda o'z ichki ehtiyojlaridan ortib qolgan sotish uchun moljallangan mahsulotlar majmuasi tushiniladi. Sanoatda



har biri bitta turdagi mahsulot ishlab chiqaradigan  $n$  ta korxonadan iborat bo'lsin.  $x_i$ -hajmidagi mahsulotni  $i$ -korxonada ishlab chiqaradi deb olaylik. Sanoat korxonalarining har biri ishlab chiqarishni ta'minlash uchun o'zlari va boshqa korxonalar tomonidan ishlab chiqarilgan mahsulotlarning bir qismini iste'mol qiladilar.  $a_{ij}$  –  $i$ -korxonada ishlab chiqargan  $x_j$  -hajmidagi mahsulotni ishlab chiqarishni ta'minlash uchun iste'mol qilagan  $j$ -korxonaning ulushi bo'lsin. Biror  $i$  –korxonani istemoldan tashqari sotish uchun mo'ljallangan  $y_i$  –mahsulotlarining sonini topaylik. Ushbu qiymatni osongina ushbu formula bo'yicha hisoblanish mumkin:

$$y_i = x_i - \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Sanoatning ichki iste'molini tavsiflovchi qiymatlarni  $n$  tartibli kvadrat  $A$  matritsa ko'rinishida tasvirlash mumkin:

$$A = (a_{ij}); \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Natijada korxonalarining istemoldan tashqari sotish uchun mo'ljallangan yakuniy mahsulotlari miqdori quyidagi matrisali tenglamaning yechimlari

hisoblanadi:  $y = x - Ax$  bu yerda  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix}$ ,  $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{pmatrix}$   $i = 1, 2, 3, \dots, n.$

$E$  birlik matritsadan foydalanib  $y = (E - A)x$  tenglamaning ildizlarini topamiz.

Masalan sanoatda uchta korxonaning mahsulot ishlab chiqarish va ichki istemoli berilgan hamda uni quyidagi matrisalar ko'rinishida tashlash mumkin bo'lsin:

$$x = \begin{pmatrix} 300 \\ 200 \\ 400 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \end{pmatrix}.$$

Bu uchta korxonaning istemoldan tashqari sotish uchun mo'ljallangan yakuniy mahsulotlari miqdori uchun quyidagi matrisali tenglama tuziladi:

$$y = (E - A)x = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,1 & -0,2 \\ -0,2 & 0,7 & -0,1 \\ -0,2 & -0,2 & 0,4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 300 \\ 200 \\ 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110 \\ 40 \\ 60 \end{pmatrix}.$$

**1-misol.** 4-jadval uchta turdagi xom ashyoni iste'mol qilish bilan 4 turdagi mahsulot ishlab chiqaradigan 5 ta korxonaning kunlik unumdorligi ma'lumotlari, shuningdek har bir korxonaning yiliga ishlash davomiyligi va har bir turdagi xom ashyoning narxi to'g'risidagi ma'lumotlar ko'rsatilgan.

4-jadval

Mahsulot turi, №	Korxonalarning samaradorligi G' kun					Xom ashyoning qiymati G' vazn		
	1	2	3	4	5	1	2	3
1	4	5	3	6	7	2	3	4
2	0	2	4	3	0	3	5	6
3	8	15	0	4	6	4	4	5
4	3	10	7	5	4	5	8	6
	Yiliga ish kunlari soni					Xom ashyoning narxi G' pul birlik		
	1	2	3	4	5	1	2	3
	200	150	170	120	140	40	50	60

Quyidagilarni aniqlash kerak:

- 1) har bir mahsulot turi bo'yicha har bir korxonaning yillik samaradorligi;
- 2) har bir korxonaning har bir xom ashyo turiga yillik ehtiyoji;
- 3) ko'rsatilgan turlar va miqdordagi mahsulotlarni ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan xom ashyo sotib olishda har bir korxonani moliyalashtirishning yillik miqdori.

**Yechish.** Har bir mahsulot turi bo'yicha har bir korxonaning yillik samaradorligini topiylik. Bizni qiziqtiradigan ishlab chiqarishning butun iqtisodiy spektrini tavsiflovchi matritsalarini tuzish kerak, so'ngra ularga tegishli amallar yordamida muammoning yechimini topish kerak. Avvalo biz barcha turdagi mahsulotlar uchun korxonalar samaradorligi matritsasini tuzamiz:

$$\begin{array}{c}
 \text{Ishlab chiqarish} \\
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\
 A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 6 & 7 \\ 0 & 2 & 4 & 3 & 0 \\ 8 & 15 & 0 & 4 & 6 \\ 3 & 10 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{l} \text{mahsulot} \\ \text{turi} \\ \downarrow \end{array}
 \end{array}$$

Ushbu matritsaning har bir ustuni har bir mahsulot turi uchun alohida korxonaning kunlik samaradorligiga mos keladi. Shuning uchun yillik unumdorlik  $j$ - mahsulotning har bir turi bo'yicha  $A$  matritsasining  $j$ -ustuni ushbu korxonalar uchun yiliga ish kunlari soniga ko'paytirish yo'li bilan olinadi. ( $j = 1, 2, 3, 4, 5$ ). Shunday qilib, har bir mahsulot uchun har bir korxonaning yillik unumdorligi matritsa bilan tavsiflanadi

$$A_{yil} = \begin{pmatrix} 800 & 750 & 510 & 720 & 980 \\ 0 & 300 & 680 & 360 & 0 \\ 1600 & 2250 & 0 & 480 & 840 \\ 600 & 1500 & 1190 & 600 & 560 \end{pmatrix}.$$

Mahsulot birligi uchun xom ashyo xarajatlari matritsasi (ushbu ko'rsatkichlar barcha korxonalar uchun shartli ravishda bir xil) shaklga ega

$$B = \begin{matrix} & \text{Mahsulot turi} \\ & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 4 & 8 \\ 4 & 6 & 5 & 6 \end{pmatrix} & 1 \\ & 2 \\ & 3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{xom ashyo turlari} \\ \downarrow \end{matrix}$$

Korxonalarda xom ashyo turlari bo'yicha kunlik iste'mol  $A$  va  $B$  matritsalar ko'paytmasi bilan tavsiflanadi:

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 55 & 126 & 53 & 62 & 58 \\ 68 & 165 & 85 & 89 & 77 \\ 74 & 167 & 78 & 92 & 82 \end{pmatrix},$$

bu erda  $i$ -chi qator xomashyo turi soniga,  $j$ -ustun esa korxonalar raqamiga 4-jadvalga muvofiq keladi. ( $i = 1, 2, 3$ ;  $j = 1, 2, 3, 4, 5$ ).

Har bir korxonaning har bir xom ashyo turiga yillik ehtiyoji - bu  $A_{yil}$  matritsasi bilan taqqoslaganda,  $VA$  matritsa ustunlarini korxonalar uchun yiliga tegishli ish kunlari soniga ko'paytirish orqali olinadi - bu har bir korxonaning har bir xom ashyo turiga yillik ehtiyoji quyidagicha:

$$BA_{yil} = \begin{pmatrix} 11000 & 18900 & 9019 & 7440 & 8120 \\ 13600 & 24750 & 14450 & 10680 & 10780 \\ 14800 & 25050 & 13260 & 11040 & 11480 \end{pmatrix}.$$

Biz xomashyo tannarxi matritsasini tuzaylik

$$p = (40, 50, 60).$$

Keyin har bir korxonalar uchun xom ashyoning umumiy yillik zaxirasining qiymati ushbu matritsani  $BA_{yil}$  matritsaga ko'paytirish yo'li bilan olinadi:

$$P = p \cdot BA_{yil} = (2\,008\,000, 3\,496\,500, 1\,494\,000, 1\,552\,600).$$

Demak xomashyo sotib olish uchun korxonalarni moliyalashtirish miqdori  $P$  ning tegishli tarkibiy qismlari bilan belgilanadi.

## Vektorlarning traektoriyali siljishlarga tadbig'i. Mahsuldor Leontiev modeli

Barcha elementlari manfiy bo'lmagan  $A$  matritsa har qanday tuzilgan martisa uchun samaralidir. Malumki  $y = (E - A)x$  tenglamaning ildizlari manfiy bo'lmagan komponentlardan iborat yechimgi, chunki  $x$  ning barcha elementlari manfiy emas. Bunday holat iqtisodiyotda Leontiev modelini samarali ekanligini ko'satadi.  $y = (E - A)x$  tenglamani yechishda ba'zi asosiy fikrlariga e'tibor qarataylik. Birlik matritsa  $E$  dan foydalanib  $(E - A)x = y$  hosil bo'ladi.

Agar  $(E - A)^{-1}$  teskari matritsa bo'lsa, unda  $(E - A)x = y$  tenglamaning yagona yechimi mavjud:

$$x = (E - A)^{-1} y.$$

Bu yerda  $(E - A)^{-1}$  matritsa umumiy xarajatlar matritsasi deb nomlangan.

$A$  matritsa samaradorligi uchun bir nechta mezon mavjud, ulardan ikkitasini keltiramiz.

1.  $A$  matritsasi faqat mahsuldor matritsa bo'lsa  $(E - A)^{-1}$  mavjud va uning elementlari manfiy emas.

2. Manfiy bo'lmagan elementlarga ega bo'lgan  $A$  matritsa uning har qanday ustunlaridagi (satrlaridagi) elementlarning yig'indisi birdan oshmasa  $u$  samarali bo'ladi:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1$$

Bundan tashqari, kamida bitta ustun (satr) uchun bu miqdor qat'iy ravishda birdan kam.

Leontiev modelini qo'llashga quyidagi misolni ko'rib chiqalik.

**1-misol** 1. 5-jadvalda ma'lum bir vaqt oralig'ida beshta sanoat tarmoqlari o'rtasidagi balans ma'lumotlari keltirilgan. Yakuniy iste'mol (ichki ehtiyojlardan qolgan) va yalpi mahsulotning matrisalari, shuningdek to'g'ridan-to'g'ri xarajatlar koeffitsientlari matritsasini toping va yuqoridagi mezonlarga muvofiq unumdorligini aniqlang.

5-jadval.

№	Korxonalar	Iste'mol					Yakuniy mahsulot	Yalpi mahsuloti
		1	2	3	4	5		
1	Mashina asboblari	15	12	24	23	16	10	100
2	Energetika	10	3	34	15	7	30	100
3	Mashinasozlik	10	5	10	10	10	5	50
4	Avtomobil	10	5	10	5	5	15	15

	sanoati							
5	Uglevodorodlarni qazib olish va qayta ishlash	7	15	15	3	3	50	100

**Yechish.** 5-jadvalda  $A = (a_{ij})$ ;  $i, j = 1, 2, \dots, n$  va  $x_{ij}$ ,  $y_{ij}$  munosabatlarga muvofiq balans tarkibiy qismlari ko'rsatilgan:  $x_{ij}$  – birinchi beshta ustun,  $y_i$  – oltinchi ustun,  $x_i$  – oxirgi ustun ( $i, j = 1, 2, 3, 4, 5$ ). Demak yuquridagi formulalarga ko'ra:

$$x = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 50 \\ 50 \\ 100 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 5 \\ 15 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,12 & 0,48 & 0,46 & 0,16 \\ 0,10 & 0,03 & 0,70 & 0,30 & 0,07 \\ 0,10 & 0,05 & 0,20 & 0,20 & 0,10 \\ 0,10 & 0,05 & 0,20 & 0,10 & 0,05 \\ 0,07 & 0,15 & 0,30 & 0,20 & 0,03 \end{pmatrix}$$

A matritsaning barcha elementlari musbar, ammo ularning uchinchi va to'rtinchi ustunlaridagi yig'indilari birdan kattaroq ekanligini ko'rish oson. Binobarin, mahsuldorlikning ikkinchi mezonining shartlari bajarilmaydi va A matritsasi mahsuldor emas. Ushbu samarasizlikning iqtisodiy sababi shundaki, 3 va 4-sektorlarning ichki iste'moli ularning yalpi mahsulotiga nisbatan juda yuqori.

**2-misol.** 6-jadvalda ma'lum bir vaqtda uchta korxonaning balans ma'lumotlarini o'z ichiga oladi. Har bir turdagi mahsulotni yalpi ishlab chiqarish hajmini barcha korxonalar bo'yicha ko'rsatilgan qiymatlar (60, 70 va 30) bo'yicha pul birligida topilsin.

6-jadval

№	Korxonalar	Iste'mol			Yakuniy mahsulot	Pul birliklarining yalpi mahsuloti
		1	2	3		
1	Uglevodorodlarni qazib olish va qayta ishlash	5	35	20	40	100
2	Energetika	10	10	20	60	100
3	Mashinasozlik	20	10	10	10	50

**Yechish.** Yalpi mahsulot va yakuniy iste'mol martisalari va to'g'ridan-to'g'ri xarajatlar koeffitsientlari matritsasini tuzamiz . Demak:

$$x = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 40 \\ 60 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,35 & 0,40 \\ 0,10 & 0,10 & 0,40 \\ 0,20 & 0,10 & 0,20 \end{pmatrix}$$

A matritsa har ikkala mahsuldorlik mezoniga javob beradi. Yakuniy iste'mol ma'lum darajada oshgan taqdirda, yakuniy mahsulotning yangi matrisasi kelib chiqadi masala shartiga ko'ra:

$$y = \begin{pmatrix} 60 \\ 70 \\ 30 \end{pmatrix}$$

Yalpi mahsulotning yangi matrisasini topish talab etiladi. A matritsasi o'zgarmaydi degan taxmin ostida muvozanat munosabatlarini qondirish uchun. tarkibiy qismlar  $x_1, x_2, x_3$  noma'lumli matrisani topish,  $(E - A)x = y$  va  $x = (E - A)^{-1}y$  shaklidagi tenglamadan  $x$  matrisani topish talab etiladi. Ushbu sistemaning matritsasi

$$(E - A) = \begin{pmatrix} 0,95 & -0,35 & -0,40 \\ -0,10 & 0,90 & -0,40 \\ -0,20 & -0,10 & 0,80 \end{pmatrix}.$$

teng. U holda sistemaning ildizi

$$x = \begin{pmatrix} 152,6 \\ 135,8 \\ 92,5 \end{pmatrix}.$$

Shunday qilib, yakuniy mahsulot matrisasi tarkibiy qismlarining ma'lum bir o'sishini ta'minlash uchun tegishli yalpi chiqimlarni oshirish kerak: 6-jadvalda ko'rsatilgan qiymatlarni yani uglevodorodlarni ishlab chiqarish va qayta ishlash 52,6% ga, energiya darajasi - 35,8% ga, mashinasozlik mahsuloti esa 85% ga dastlabki ko'rsatkichlarga nisbatan oshirish kerak.

## Nazorat savolari.

1. Ko'p omillilikni amaliyotga tatbqi qanday.
2. Mahsulotni ishlab chiqarish uchun xom ashyo sarfi masalasiga matritsa va vektorlar tushunchasini tadbiqlari qanday.
3. Vektorlarning traektoriyali siljishlarga tadbig'i. Mahsuldor Leontiev modellini tushuntiring

## Adabiyotlar

1. Andrea Prosperetti, Advanced Mathematics for Applications, Cambridge University Press, 2011.
2. Jim Libby, Math for Real Life: Teaching Practical Uses for Algebra, Geometry and Trigonometry G'G' 2019, 234p. ISBN: 978-1476667492
3. Evan M. Glazer, John W. McConnell Real-Life Math: Everyday Use of Mathematical Concepts G'G' 2013, ISBN-13: 978-0313319983
4. Georgii H.O. Gibbs measures and phase transitions. Berlin: de Gruyter, 657 p., 2011.
5. H.Q. Mitchell "Traveller" B1, B2, MM Publications. 2015. 183.
6. H.Q. Mitchell, Marileni Malkogianni "PIONEER", B1, B2, MM Publications. 2015. 191.

## 3-MAVZU: HOSILA VA UNING TATBIQLARI. INTEGRAL VA UNING TATBIQLARI.

1. Tabiiy va iqtisodiy modellarni yaratish, ularni prognozlashda integralning tadbig'i.
2. Ishlab chiqarish bilan bog'liq jarayonlarni modellashtirish.

**Tayanch iboralar:** hosila, integral, iqtisodiy model, cheklangan harajatlar, Talabning elastikligi, modellashtirish

### Tabiiy va iqtisodiy modellarni yaratish, ularni prognozlashda integralning tadbig'i.

Hosila tushunchasini iqtisodiyot sohasida qo'llanilishi. Cheklangan xarajatlar.

$C = f(Q)$  formuladan  $Q$  hajmda ishlab chiqarilgan mahsulotlarni  $C$  xarajatga bog'liqligini ko'rish mumkin. Cheklangan xarajatni o'zgarishi  $\Delta S$ -ishlab chiqarishni ko'payishini  $\Delta Q$  - ishlab chiqarish hajmining o'zina o'zgarishi nisbati tavsiflaydi:

$$MC = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta Q} = f'(Q)$$

Talabning elastikligi.  $D = D(P)$  -  $P$  narxdagi tovarlar talabi funksiyasi bo'lsin. Talabning egiluvchanligi deganda tovarlar narxi 1% ga o'zgartirganda talabning nisbiy o'zgarishi tushuniladi:

$$E = \frac{\Delta D / D \cdot 100\%}{\Delta P / P \cdot 100\%}$$

$\Delta D$  miqdor  $\Delta R$  bog'liq bo'lgani uchun uchbu limit vaziyat o'rinli,  $\Delta P \rightarrow 0$ :

$$E(D) = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\Delta D(P) \cdot P}{\Delta P(P) \cdot D(P)} = \frac{P}{D(P)} \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\Delta D(P)}{\Delta P} = P \frac{D'(P)}{D(P)} \quad (1)$$

Bundan talabning egiluvchanligi quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$E(D) = P(\ln D(P))'$$

Ushbu tenglikdan kelib chiqadiki, talabning egiluvchanligi logaritm xususiyatlariga ega:

$$E(D_1 D_2) = E(D_1) + E(D_2), \quad E(D_1 / D_2) = E(D_1) - E(D_2)$$

$D(P)$  kamayuvchi funksiya ekan, u holda  $D'(P) < 0$ . (1) formuladan  $E(D) < 0$  kelib chiqadiki.

$|E(D)|$  qiymat talabning qiymatiga qarab uch turga bo'linadi:

- 1)  $|ED| > 1 (E(D) < -1)$  — talab elastik;
- 2)  $|ED| = 1 (E(D) = -1)$  — talab neytral;
- 3)  $|ED| < 1 (E(D) > -1)$  — talab egiluvchan emas.

Keling, talabning egiluvchanligining turli xil variantlari uchun mahsulot narxining oshishi bilan daromadning o'zgarishini topaylik. Bu qiymat:

$$I(P) \text{ q } D(R) \text{ R.}$$

Ushbu funktsiyaning hosilasini topaylik:

$$I'(R) \text{ q } D(P) \text{ QPD}'(P).$$

$D'(P)$  ifoda (1) formulaga ko'ra:

$$D'(P) = \frac{E(D)D(P)}{P}$$

U holda

$$I'(P) = D(P) + E(D)D(P) = D(P)(1 + E(D))$$



Quyidagi hollar bo'lishi mumkin:

- 1) agar  $E(D) < -1$  bo'lsa, u holda  $I'(R) < 0$  — elastik talab bilan tovarlar narxining o'sishi daromadning pasayishiga olib keladi;
- 2) agar  $E(R)$  q  $-1$  bo'lsa, u holda  $I'(P)$  q  $0$  — neytral talab bo'lsa, narxning o'zgarishi daromadga ta'sir qilmaydi;
- 3) agar  $E(D) > -1$  bo'lsa, u holda  $I'(R) > 0$  — noelastik talab bilan mahsulot narxining oshishi daromadning oshishiga olib keladi.

Foydani maksimallashtirish.  $Q$  - sotilgan tovarlar miqdori,  $R(Q)$  daromad funksiyasi,  $C(Q)$  tovarlarni ishlab chiqarish xarajatlari funksiyasi bo'lsin. Tovarlarni sotishdan olingan foyda quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\Pi(Q) = R(Q) - C(Q)$$

Foydaning ma'lum bir  $Q$  qiymatida maksimal bo'lishi uchun zarur ekstremum printsipli (kritik nuqta) bajarilishi kerak  $P'(Q) > 0$ . Binobarin,

$$R'(Q) - C'(Q) = 0, \quad R'(Q) = C'(Q)$$

Bunda  $R'(Q) = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta R(Q)}{\Delta Q}$  - cheklangan daromat (rentabellik);

$C'(Q) = \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta C(Q)}{\Delta Q}$  - cheklangan xarajat.

Taniqli iqtisodchular fikricha: foyda maksimal bo'lishi uchun cheklangan rentabellik va cheklangan xarajatlarni teng bo'lishi kerak.

### **Ishlab chiqarish bilan bog'liq jarayonlarni modellashtirish.**

Iqtisodiyotga aniq integralning ba'zi ba'zi tadbirlari. Uskunalar ishlab chiqarish hajmining o'sishi. Biron bir turdagi uskunalarni ishlab chiqarish uning ishlab chiqarish hajmining o'sish sur'ati bilan tavsiflanadi;

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{1}{y},$$

bu yerda,  $\Delta y$  — ma'lum bir  $\Delta t$  vaqt ichida uskunalar ishlab chiqarish hajmining o'shishi,  $u - t$  vaqt momentida ishlab chiqarish darajasi.

Faraz qilaylik  $K$  ma'lum, dastlab  $t$  q  $0$  vaqtda esa uskunalarning yillik ishlab chiqarish darajasi  $y_0$  bo'lgan olib,  $t$  vaqt momentida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdorini topaylik.

$y$   $t$  ning uzluksiz funksiyasi deb faraz qilamiz va  $\Delta t \rightarrow 0$  ni topamiz.

$$K = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{1}{y} = \frac{y'}{y} = (\ln y)'$$

Ushbu tenglikni 0 dan  $t$  gacha intervallaymiz:

$$\int_0^t K dt = \int_{y_0}^y (\ln y)' dy$$

$$Kt \Big|_{y_0}^y = \ln \Big|_{y_0}^y, \quad Kt = \ln \frac{y}{y_0}, \quad y = y_0 e^{Kt}$$

$t$  vaqt ichida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdori aniq integral bilan topiladi:

$$Y(t) = \int_0^t y(t) dt = \int_0^t y_0 e^{Kt} dt = \frac{y_0}{K} e^{Kt} \Big|_0^t = \frac{y_0}{K} (e^{Kt} - 1)$$

**1-misol.** Yillik o'sish sur'ati 5% ( $K$  q 0,05) bo'lsa, 10 yil ichida ishlab chiqarilgan uskunalarning umumiy miqdori quyidagi qiymatga teng bo'ldi:

$$Y(10) = 20y_0 (e^{0,5} - 1) \approx 13y_0$$

### Nazorat savollari

1. Tabiiy va iqtisodiy modellarni yaratish, ularni prognozlashda integralning tadbig'I qanday.
2. Ishlab chiqarish bilan bog'liq jarayonlarni modellashtirishni tushuntiring
3. Tabiiy va iqtisodiy modellarni yaratish, ularni prognozlashda integralning tadbig'I qanday.

### Adabiyotlar

59. Jim Libby, Math for Real Life: Teaching Practical Uses for Algebra, Geometry and Trigonometry G'G' 2019, 234p. ISBN: 978-1476667492
60. Karl Berry, The TEX Live Guide—2020
61. Lindsay Clandfield and Kate Pickering "Global", B2, Macmillan. 2013. 175.
62. Manfredo P. Do Carmo. Differential geometry of Curves and surface G'G' Dover publications, Inc. Mineola, New York, 2016. – 529 rr.
63. Maple 15 user manual, Maplesoft, 2016, 462 p.
64. Margaret L. Lial, Thomas W. Hungerford, John P. Holcomb, Bernadette Mullins, Mathematics with Applications In the Management, Natural and Social Sciences (11th Edition), Pearsonb 2018.

65. Rao, M. M. Random and Vector Measures, Series on Multivariate Analysis, 9, World Scientific, 2012.

#### **4-MAVZU: QATORLAR VA ULARNING TATBIQLARI. DIFFERENTIAL TENGLAMALAR VA ULARNING TATBIQLARI.**

1. Fan tarmoqlari, ijtimoiy iqtisodiy masalalarni hal etishda qatorlarni ahamiyati.

2. Biologik, fizik, kimyoviy jarayonlarni tadqiq etishda differensial tenglamalar.

**Tayanch iboralar:** qator, diferensial tenglama, foyda funksiyasi, shartli ekstremum, qatorlar tadbiri

#### **Differensial tenglamalarni turli sohalarda qo'llash**

Mahsulotning tabiiy o'sish modelini ko'rib chiqamiz. Aytaylik, ba'zi mahsulotlar belgilangan  $P$  narxda sotilgan.  $Q(t)$   $t$  vaqt ichida sotilgan mahsulotlarning miqdorini ifodalasin. Unda olingan daromad  $PQ(t)$ . Daromadning bir qismi ishlab chiqarish sarmoyalariga sarflanadi:

$$I(t) = mPQ(t) \quad (1)$$

bu yerda  $m$  - investitsiya stavkasi,  $0 < m < 1$ .

Agar bozor to'yingan bo'lmasa, unda ishlab chiqarishni kengayishi natijasida daromadning ko'payishi kuzatiladi, uning bir qismi yana ishlab chiqarishga sarmoyaga yo'naltiriladi. Bu bo'shatish tezligining o'sishiga olib keladi (tezlashish) va bo'shatish darajasi investitsiyalar o'sishiga mutanosib:

$$Q' = lQ \quad (2)$$

Bu yerda  $\frac{1}{l}$  tezlashtirish(asselerasiya) normasi.

(1) va (2) formulalarni birlashtiradigan bo'lsak, biz differensial tenglamani olamiz

$$Q' = kQ,$$

bu yerda  $k = l - mP$ .

Bu o'zgaruvchilari ajraladigan differentsial tenglama. Uning umumiy yechimi

$$Q = Ce^{kt},$$

bu yerda  $C$  – o'zgarmas son.

Agar  $t$  q  $t_0$  vaqtning dastlabki momentida  $Q_0$  ishlab chiqish hajmi berilgan bo'lsa, u holda bu shartdan  $S$  ni topish mumkin.

$$Q_0 = Ce^{kt_0}, \quad C = Q_0 e^{-kt_0}.$$

Dastlabki shartlarni qanoatlantiradigan ma'lum bir yechimni topishimiz mumkin:

$$Q = Q_0 e^{k(t-t_0)}.$$

Iqtisodiyotda bir nechta o'zgaruvchan funktsiyalarning qo'llanilishi. Har xil turdagi tovarlarni ishlab chiqarishdan olinadigan foydani topish.  $m$  ta tovarlarning ishlab chiqarilgan navlari soni  $x_1, x_2, \dots, x_m$  va ularning  $P_1, P_2, \dots, P_m$  ( $P_i$  – doimiy qiymatlar) bo'lsin. Ushbu tovarlarni ishlab chiqarish xarajatlari tannarxi funktsiyasi bilan berilsin:

$$C = S(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

Foyda funktsiyasi quyidagi shaklga ega

$$\Pi = P_1 x_1 + P_2 x_2 + \dots + P_m x_m - S(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

Maksimal foyda miqdori sifatida ko'p o'zgaruvchili funktsiyalarning shartli ekstremumining sharti sifatida qidiriladi  $x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$ :

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Ushbu holat  $x_i$  o'zgaruvchili algebraik tenglamalar sistemasiga olib keladi

$$P_i - \frac{\partial S}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Tenglamalar sistemasi iqtisodiyotning samarali qoidasini amalga oshiradi: tovarning maksimal qiymati (narxi) ushbu tovarni ishlab chiqarishning cheklangan xarajatlariga tengdir. Ushbu tenglamalar sistemasining yechimlari  $m$  - o'lchovli

nuqtalardir

**1-misol.** Ikki turdagi tovar ishlab chiqarildi deylik, ularning miqdorini  $x$  va  $y$  bilan belgilaymiz. Tegishli ravishda ushbu tovarlarning narxlarini  $R_1q8$  va  $R_2q10$  bo'lsin va xarajat funksiyasi  $C = x^2 + xy + y^2$ . Maksimal daromadni toping.

**Yechish:** Foyda funksiyasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\Pi(x, y) = 9x + 10y - x^2 - xy - y^2$$

Shartli ekstremum shartlari chiziqli algebraik tenglamalar sistemasiga olib keladi:

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$$

Uning yechimi (2,4) nuqtani belgilaydi.

$$\Delta = AC - B = 3 > 0, \quad A = -2 < 0$$

Topilgan nuqta foyda funksiyasining shartli maksimal darajasini belgilaydi, ya'ni  $P_{max}q 28$ .

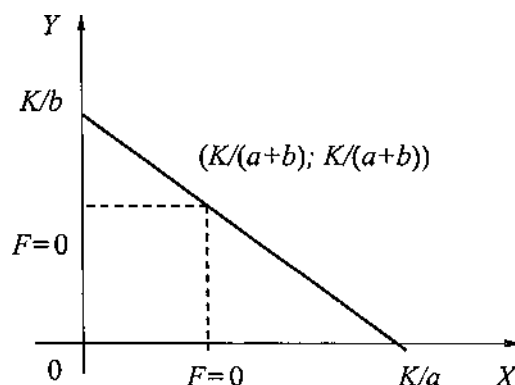
Talabni optimallashtirish. Talabni o'rganish vazifasi xaridor byudjetidagi cheklovlar ostida funksiyalarni optimallashtirishdir. Bir misolni ko'rib chiqing: agar  $x$  byudjetli iste'molchi funktsiyani maksimal darajada oshirishga intilsa, tovarlarning ikkita navi mos ravishda  $a$  va  $b$  narxlarini bo'yicha  $x$  va  $y$  talab qiymatlarini toping:

$$F(x, y) = x^{\frac{a}{a+b+1}} y^{\frac{b}{a+b+1}}$$

Masala shartidan kelib chiqadiki, qiymati  $ax$   $Q$   $by$  bo'lgan xaridor uchun iste'molchi  $K$  dan oshmaydigan miqdorni sarf qilishi mumkin, shuning uchun  $ax$   $Q$   $by$  funktsiya chegaralangan holda maksimal darajaga etgan nuqtani  $(x, y)$  topish kerak:

$$ax + by \leq K, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0 \quad (1)$$

(1) dan hosil qilingan chegaralangan soha  $OXY$  tekisligida uchburchak shaklidagi yopiq  $D$  maydonini tasvirlaydi (1-rasm), undan  $F(x, y)$  funktsiyaning maksimal nuqtasini izlash kerak..



Funktsiyani hususiy hosilalarini hisoblash orqali biz  $(0, 0)$  yagona kritik nuqta  $D$  sohani chegarasida joylashganligini aniqlaymiz.  $x$   $q$   $0$  va  $y$   $q$   $0$  nuqtalarda  $F(x, y)$   $q$   $0$  funktsiya minimal qiymatlarga erishadi. Shuning uchun biz  $D$  soha chegaradagi funktsiyaning maksimal nuqtasini izlashimiz kerak

$$ax \leq by \leq K$$

Ushbu tenglamadan  $y$  ni topib ifodani  $F(x, y)$  funktsiyaga qo'yib bitta o'zgaruvchili funktsiyani olamiz:

$$f(x) = b^{\frac{b}{a+b+1}} x^{\frac{a}{a+b+1}} (K - ax)^{\frac{b}{a+b+1}}$$

Ushbu funktsiyaning kritik nuqtasini uning birinchi hosilasi nolga teng shartidan topamiz, undan:  $x \leq K/a$  va  $y \leq K/b$ .

Shunday qilib ushbu modelda ikkala turdagi tovarlarga optimal talab bir xil: u byudjetga proporsional va tovarlarning umumiy narxiga teskari proporsionaldir.

### Nazorat savollari

1. Fan tarmoqlari, ijtimoiy iqtisodiy masalalarni hal etishda qatorlarni ahamiyati qanday.
2. Biologik, fizik, kimyoviy jarayonlarni tadqiq etishda differentsial tenglamalarni tatbiqi qanday
3. Differentsial tenglamalarni iqtisodiyoti sohalarda qo'llanilishi qanday

### Adabiyotlar

1. Tao, Terence. An Introduction to Measure Theory. Providence, R.I.: American Mathematical Society, 2019.
2. Weaver, Nik Measure Theory and Functional Analysis. World Scientific, 2013, 423 p.
3. Avilova L.V., Bolotyuk V.A., Bolotyuk L.A. Analiticheskaya geometriya i lineynaya algebra  $G^1G^1$  2013. Izdanie: 1-e izd. 421 s.
4. Aleksandrov A.D., Netsvetaev N.Yu. Geometriya, M.: Nauka, 1990. – 672 s.

5. Belogurov A.Yu. Modernizatsiya protsessa podgotovki pedagoga v kontekste innovatsionnogo razvitiya obhestva: Monografiya. — M.: MAKS Press, 2016. — 116 s. ISBN 978-5-317-05412-0.

## АМАЛИЙ МАШҒУЛОТЛАР

### 1-АМАЛИЙ МАШҒУЛОТ: TENGLAMALAR SISTEMASI VA ULARNING TATBIQLARI

**1-misol.** Ba'zi bir materiallardan 360 turdagi A, 300 turdagi B va 675 C turdagi bo'laklarni kesib olish kerak, bu holda uchta kesish usulidan foydalanish mumkin. Har bir o'ramdan har bir kesish usuli bilan olingan bo'laklar soni 1-jadvalda ko'rsatilgan:

Bo'laklar turi	Kesish usuli		
	1	2	3
A	3	2	1
B	1	6	2
C	4	1	5

Ushbu keltirilgan shartlarni matematik (analitik) ko'rinishda tasvirlang.

**Yechish:**  $x, y, z$  mos ravishda birinchi, ikkinchi va uchinchi usullar bilan kesiladigan materiallar sonini belgilaymiz. Demak, kesishning birinchi usuli bilan  $3x$  ta, ikkinchi usul bilan  $2y$  ta, uchinchi usul bilan  $z$  ta A tipdagi bo'laklar olinadi. Masala shartiga ko'ra A turdagi buyumlar soni ga teng bo'lishi kerak. Shunga o'xshash B va C turdagi bo'laklar sonini topish mumkin:  $x + 6y + 2z = 300$  va  $4x + y + 5z = 675$ . B va C ishlov beriladigan Natijada quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 360 \\ x + 6y + 2z = 300 \\ 4x + y + 5z = 675 \end{cases}$$

Sistemaning kengaytirilgan matritsasini yozamiz va elementar almashtirishlar orqali uning elementlarini uchburchak shaklga keltiramiz.

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 & 300 \\ 3 & 2 & 1 & 360 \\ 4 & 1 & 5 & 675 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 & 300 \\ 0 & -16 & 5 & -540 \\ 0 & -7 & 2 & 14 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 & 300 \\ 0 & 16 & 5 & 540 \\ 0 & -14 & 4 & 30 \end{pmatrix} \square \\ & \square \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 & 300 \\ 0 & 16 & 5 & 540 \\ 0 & 2 & 9 & 570 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 & 300 \\ 0 & 2 & 9 & 570 \\ 0 & 16 & 5 & 540 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 & 300 \\ 0 & 2 & 9 & 570 \\ 0 & 0 & -67 & -4020 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$



Demak, tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$x = 90 \begin{cases} x + 6y + 2z = 300 \\ 2y + 9z = 570 \\ -67z = -4020 \end{cases} .$$

Oxirgi tenglamadan  $z = 60$  ni topamiz,  $z$  ning topilgan qiymatini ikkinchi tenglamaga qo'yib,  $y = 15$  ni, birinchisidan  $x = 90$  topiladi.

Demak,  $\vec{C} = (90; 15; 60)$  vector tenglamalar sistemasi uchun yechim bo'ladi.

**2-misol.** Uchta kema portga 6000 tonna cho'yan, 4000 tonna temir rudasi va 3000 tonna mis etkazib berdi. Yuklarni tushirish to'g'ridan-to'g'ri temir yo'l vagonlariga yoki iste'molchilarga etkazib berish uchun port omborlarida tushirilishi mumkin. 8000 tonna yukni vagonlarga tushirish mumkin, qolgan yuk esa omborlarga yuborilishi kerak. Portga etkazilgan vagonlar misni tashish uchun moslashtirilmagan. 1 tonna yukni vagonlarga tushirish qiymati 4,30; 5,25 va 2,20 (pul birliklarida). 1 tonna yukni omborlarga tushirish qiymati 7,8; 6,4 va 3,25 (pul birliklarida). Agar jami xarajatlar 58850 (pul birligida) bo'lishi kerak bo'lsa, kemalardagi yuklarni to'liq tushirish shartlarini matematik (analitik) ko'rinishda tasvirlang.

**Yechish:** Masala shartiga ko'ra portga etkazib beriladigan cho'yan, temir rudasi va misni ikki yo'l bilan tushirish mumkin: yo temir yo'l vagonlariga yoki port omborlariga. Yukni tonnada  $x_{ij}$  bilan belgilaymiz,  $i = 1, 2, 3$  - yuklar,  $j = 1, 2$  yukni tushirish usul bo'lsin. Shunday qilib, masala oltita noma'lumni o'z ichiga oladi. Cho'yanni to'liq tushirish sharti quyidagicha yozilishi mumkin:  $x_{11} + x_{12} = 6000$ . Bu yerda  $x_{11}$  va  $x_{12}$  - cho'yanni vagonlar va omborlarga tushiriladigan tonna miqdori. Xuddi shunday shartlar temir rudasi uchun ham bajarilishi kerak:  $x_{21} + x_{22} = 4000$ . Misga kelsak ular faqat omborlarga tushirilishi mumkin, shuning uchun  $x_{31} = 0$  va misni to'liq tushirish sharti quyidagi shaklga ega:  $x_{32} = 3000$ . Portga etkazib berilgan yuklarni vagonlarga to'liq yuklash sharti quyidagicha:  $x_{11} + x_{21} = 8000$ . Yuklarni tushirish xarajatlari masala shartiga ko'ra 58850 (pul birligida) bo'lgani uchun umumiy xarajatlar miqdori bu qiymatga teng bo'lishi kerak:

$$4,3x_{11} + 7,8x_{12} + 5,25x_{21} + 6,4x_{22} + 3,25x_{32} = 58850.$$

Misga faqat omborlarga tushirilishi mumkin bo'lgani uchun yani  $x_{31} = 0$  va misni to'liq tushirish sharti  $x_{32} = 3000$  ga ko'ra:

$$4,3x_{11} + 7,8x_{12} + 5,25x_{21} + 6,4x_{22} = 49100.$$

Natijada quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} = 6000 \\ x_{21} + x_{22} = 4000 \\ x_{11} + x_{21} = 8000 \\ 4,3x_{11} + 7,8x_{12} + 5,25x_{21} + 6,4x_{22} = 49100 \end{cases}$$

Tenglamalar sistemasini yechib  $x_{22} = 2000$ ,  $x_{21} = 2000$ ,  $x_{12} = 0$ ,  
 $x_{11} = 6000$  qiymatlarni topamiz.

### Yopiq testlar

Savol	Javob
$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -1, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$ sistema yechilsin.	$x_1=1, x_2=2, x_3=3$
$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = -6 \end{cases}$	$x_1=1, x_2=3, x_3=1.$

### Nazorat savollari

1. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini matritsalar yordamida yozishni ko'rsating.
2. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini matritsalar yordamida qanday yechiladi?
3. Chiziqli tenglamalar sistemasini haqidagi Kroneker-Kapelli teoremasini ayting.
4. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning Jordan-Gauss usulini tushuntirib bering.
5. Pog'onali va uchburchak sistemalar haqida tushuncha bering.
6. Matritsaning xos soni va xos vektori haqida tushuncha bering.

### Adabiyotlar

6. Evan M. Glazer, John W. McConnell Real-Life Math: Everyday Use of Mathematical Concepts G'G'2013, ISBN-13: 978-0313319983
7. Georgii H.O. Gibbs measures and phase transitions. Berlin:de Gruyter, 657 p., 2011.
8. H.Q. Mitchell "Traveller" B1, B2, MM Publications. 2015. 183.
9. H.Q. Mitchell, Marileni Malkogianni "PIONEER", B1, B2, MM Publications. 2015. 191.
10. M. Rikhsiboev and N. S. Mohamed, Engineering Mathematics 2, Malaysia, 2019.

## 2-АМАЛИЙ МАШҲУЛОТ: Matritsalar va ularning tatbiqlari. Vektorlar va ularning tatbiqlari

Matritsalarining iqtisodiyotda tatbiqlarini ko'rib chiqamiz. Buning uchun biz iqtisodiy muammoning yechimlarini tahlil qilishimiz va ma'lum xulosalar chiqarishimiz kerak bo'ladi. Matritsa - bu halqalar yoki maydon elementlarining to'rtburchaklar jadvali shaklida yozilgan matematik ob'ekt, bu uning elementlari joylashgan kesishgan satrlar va ustunlar to'plamidir. Matritsaning qatorlari va ustunlari soni matritsaning o'lchamini aniqlaydi.

Matritsalar matematikada chiziqli algebraik yoki differentsial tenglamalarning ixcham sistemalarini yozishda keng qo'llaniladi. Bunday holda, matritsa qatorlari soni tenglamalar soniga, ustunlar soni esa noma'lumlar soniga to'g'ri keladi. Natijada, chiziqli tenglamalar sistemasining yechimi matritsalar ustidahi amallarga bo'liq bo'ladi.

Matritsa tushunchasi va unga asoslangan matematikaning bo'limi - iqtisodchilar uchun juda muhimdir. Bu iqtisodiy ob'ektlar va jarayonlarning matematik modellarining muhim qismi va juda sodda, eng muhimi ixcham matritsa shaklida yozilganligi bilan izohlanadi.

Ba'zi bir iqtisodiy bog'liqliklarni yozish uchun matritsalaridan foydalanish qulay.

**1-misol.** Iqtisodiyotning alohida tarmoqlari uchun resurslarni taqsimlash jadvali quyidagicha: 1-jadval.

Resurslar	Iqtisodiyot tarmoqlari	
	Sanoat	Qishloq xo'jaligi
Elektr energiya	5,3	4,1
Mehnat resursi	2,8	2,1
Suv resurslari	4,8	5,1

Uni tarmoqlar bo'yicha resurslarni taqsimlashni matritsa sifatida ixcham shaklda yozish mumkin:

$$A = \begin{pmatrix} 5,3 & 4,1 \\ 2,8 & 2,1 \\ 4,8 & 5,1 \end{pmatrix}$$

Masalan, ushbu yozuvda  $a_{11} = 5,3$  matritsa elementi sanoat tomonidan

qancha elektr energiyasi iste'mol qilinishini va  $a_{22} = 2,1$  elementi qishloq xo'jaligi tomonidan qancha mehnat resurslari iste'mol qilinishini ko'rsatadi.

Quyidagi masalanini ko'rib chiqaylik: kompaniyaga uchta turdagi  $P_1, P_2, P_3$  mahsulotlarni ishlab chiqarishga ruxsat berilgan va ikki turdagi  $C_1$  va  $C_2$  xom ashyolardan foydalaniladi. Kompaniyalarni xomashyo iste'mol qilish stavkalari matritsa bilan tavsiflansin:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

bu yerda har bir  $a_{ij}$  element ( $i = 1,2,3; j = 1,2$ )  $j$ -turdagi xom ashyoning qancha birligi  $i$ -turdagi mahsulot birligini ishlab chiqarishga sarflanganligini ko'rsatadi. Ishlab chiqarish rejasi  $P_1, P_2, P_3$  mahsulotlar uchun  $C = (100 \ 80 \ 130)$  qator matritsa, har bir turdagi xom ashyoning birlik qiymati (pul birliklari) - matritsa ustuni bilan belgilansin:

$$B = \begin{pmatrix} 30 \\ 50 \end{pmatrix}.$$

$A$  va  $C$  matrisalarning ko'paytmasi  $C_1$  va  $C_2$  xom ashyolarning narxini aniqlaydi: birinchi xom ashyoning narxi  $C_1 = 2 \cdot 100 + 5 \cdot 80 + 1 \cdot 130 = 730$  birlik. ikkinchisi  $C_2 = 3 \cdot 100 + 2 \cdot 80 + 4 \cdot 130 = 980$  birlik, shuning uchun  $S$  matrisani xomashyo xarajatlarining qator matritsasi sifatida yozish mumkin:

$$S = C \cdot A = (100 \ 80 \ 130) \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = (730 \ 980).$$

Endi xom ashyoning umumiy qiymati  $Q = 730 \cdot 30 + 980 \cdot 50 = 70,900$  birlik qiymatga teng. Uni quyidagi matrisalar ko'paytmasi shaklida yozish mumkin:  $Q = S \cdot B = (CA)B = (70900)$ .

Xom ashyoning umumiy qiymatini boshqacha tartibda hisoblash ham mumkin: birinchi navbatda, mahsulot birligi uchun xom ashyo tannarxi matritsasini hisoblaymiz, ya'ni:

$$R = A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} (30 \ 50) = \begin{pmatrix} 210 \\ 250 \\ 230 \end{pmatrix}.$$

Keyin esa xom ashyoning umumiy qiymati topiladi:

$$Q = C \cdot R = (100 \quad 80 \quad 130) \begin{pmatrix} 210 \\ 250 \\ 230 \end{pmatrix} = (70900).$$

Ushbu misol orgali biz matritsalar ko'paytmasining assotsiativlik qonuni bajarilishiga amin bo'ldik:  $(CA)B = C(AB)$ .

Matritsalarining iqtisodiyotda ishlatilishini tahlil qilib, shunday xulosaga kelish mumkinki, matritsalarining afzalliklari shundaki, ular strategik ahamiyatga ega o'zgaruvchilarning keng doirasidan foydalanadi; resurslarning harakat yo'nalishini ko'rsatadi. Shuningdek, matritsalar juda kam mehnat va vaqt sarflab ulkan va juda xilma-xil statistik materiallarni, ijtimoiy-iqtisodiy kompleksning darajasi, tuzilishi va xususiyatlarini tavsiflovchi har xil dastlabki ma'lumotlarni qayta ishlashga imkon beradi.

### Nazorat savollari

1. Matritsaga ta'rif bering. Matritsaning tuzilishi nimadan iborat? Iqtisodiyotga tatbiqi qanday.
2. Diagonal matritsaning ko'rinishini yozing.
3. Birlik matritsaning ko'rinishini yozing. Birlik matritsa iqtisodiy sohada qanday ishlatiladi.
4. Matritsalarining tengligiga va teng emasligiga ta'rif bering. Bu iqtisodiyotda qanday tushiniladi.
5. Maxsus va maxsusmas matritsalariga ta'rif bering.

### Adabiyotlar

1. Tao, Terence. An Introduction to Measure Theory. Providence, R.I.: American Mathematical Society, 2019.
2. Weaver, Nik Measure Theory and Functional Analysis. World Scientific, 2013, 423 p.
3. Avilova L.V., Bolotyuk V.A., Bolotyuk L.A. Analiticheskaya geometriya i lineynaya algebra G'G' 2013. Izdanie: 1-e izd. 421 s.
4. Aleksandrov A.D., Netsvetaev N.Yu. Geometriya, M.: Nauka, 1990. – 672 s.
5. Belogurov A.Yu. Modernizatsiya protsessa podgotovki pedagoga v kontekste innovatsionnogo razvitiya obhestva: Monografiya. — M.: MAKSS Press, 2016. — 116 s. ISBN 978-5-317-05412-0.

### 3-АМАЛИЙ МАШҒУЛОТ: HOSILA VA UNING TATBIQLARI. INTEGRAL VA UNING TATBIQLARI.

**1-misol.** Radiusi  $r$  ga teng aylananing chorak qismidan iborat bo'lgan birjinsli yoyining og'irlik markazini toping (1- rasm).

**Yechish.** 12.7.22- rasmda  $AB$  aylana choragidan iborat yoy tasvirlangandir.

Uning tenglamasi  $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ ,  $0 \leq x \leq r$ .

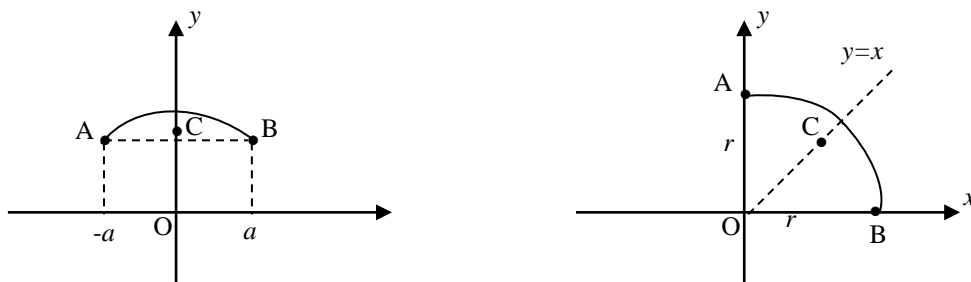
$$\text{Bundan } y' = -\frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}} = -\frac{x}{y}, \quad \sqrt{1 + (y')^2} = \sqrt{1 + \frac{x^2}{y^2}} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y} = \frac{r}{y}.$$

Aylana chorak qismining uzunligi  $S = \frac{1}{2}\pi r$  bo'lishi ma'lum.

$$Y = \frac{1}{S} \int_0^r y \cdot \frac{r}{y} dx = \frac{2}{\pi r} \cdot r \cdot x \Big|_0^r = \frac{2r}{\pi}.$$

12.7.22-rasmdan ko'rinadiki,  $AB$  yoy birinchi chorak bissektrisasiga nisbatan simmetrikdir, demak, uning og'irlik markazi shu bissektrisada yotadi, ya'ni

$$X = Y = \frac{2r}{\pi}.$$



1-rasm.

$$2\pi YS = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

tenglikni olish qiyin emas. Agar  $y=f(x)$  funksiya  $[a;b]$  kesmada uzluksiz differensiallanuvchi hamda manfiy emas deb faraz qilib, uning grafigi bo'lgan AB yoyni Ox o'qi atrofida aylantirishdan sirt hosil qilsak, bu tenglikning o'ng tomoni shu aylanish sirtining yuzi ekanligi ma'lum chap tomoni esa birjinsli AB yoy og'irlik markazining Ox o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan aylana uzunligini yoy uzunligiga ko'paytmasiga tengdir. Bu quyidagi teoremaning isbotidan iboratdir.

**1-teorema (Guldining birinchi teoremasi).** *Birjinsli tekis egri chiziqni u yotgan tekislikda olingan va uni kesmaydigan, biror o'q atrofida aylantirish natijasida hosil qilingan aylanish sirtining yuzi shu egri chiziq yoyning uzunligi bilan uning og'irlik markazi aylanishidan hosil bo'lgan aylana uzunligining ko'paytmasiga teng.*

**2-misol.** Radiusi  $r$  ga teng bo'lgan birjinsli yarim aylananing og'irlik markazi topilsin.

**Yechish.** Yarim aylanani 12.7.23-rasmdagidek joylashtirsak, Oy uning simmetriya o'qidan iborat bo'lib, og'irlik markazining absissasi  $X=0$  bo'ladi. Ordinatasini topish uchun yuqoridagi teoremani qo'llaymiz. Yarim aylana o'z diametri atrofida aylanishidan sfera hosil bo'lgani uchun va yuqoridagi teorema bo'yicha

$$4\pi r^2 = 2\pi Y \cdot S, \quad S = \pi r \Rightarrow 4\pi r^2 = 2\pi^2 r Y.$$

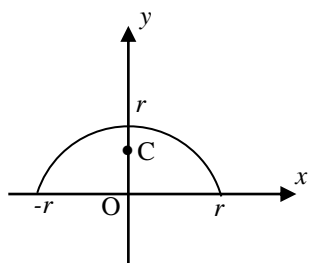
Bundan

$$Y = \frac{2r}{\pi}.$$

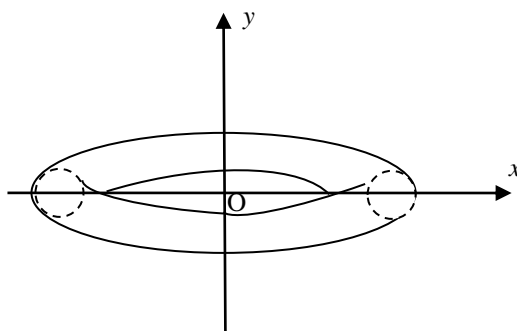
Demak, 2-rasmdagi yarim aylana og'irlik markazi  $C\left(0; \frac{2r}{\pi}\right)$  nuqtadadir.



**3-misol.** Radiusi  $r$  ga teng bo‘lgan aylanani, uning tekisligida yotgan va uni kesmaydigan hamda aylana markazidan  $d$  masofada yotgan o‘q atrofida aylantirish natijasida hosil qilingan *tor* sirtining yuzi topilsin (3-rasm)



2-rasm.



3-rasm.

**Yechish.** Masala shartiga ko‘ra  $d \geq r$ . Aylananing uzunligi  $2\pi r$  va u birjinsli ekanligidan uning og‘irlik markazi o‘zining markazidan iborat bo‘lib, og‘irlik markazini Oy o‘qi atrofida aylanishidan uzunligi  $2\pi d$  ga teng bo‘lgan aylana hosil bo‘ladi. Demak, Guldinning birinchi teoremasiga ko‘ra tor sirtining  $Q$  yuzi

$$Q = (2\pi r) \cdot (2\pi d) = 4\pi^2 rd$$

bo‘ladi.

**b) Tekis shaklning og‘irlik markazi.** Bu yerda  $x=a$ ,  $x=b$  ( $a < b$ ) to‘g‘ri chiziklar va  $y=f_1(x)$ ,  $y=f_2(x)$  egri chiziqlar bilan chegaralangan zichligi  $\mu(x)$  bo‘lgan tekis moddiy shaklni qaraymiz. Shu bilan birga  $f_1(x) \geq f_2(x)$  va ular  $[a;b]$  da uzluksiz deb faraz qilamiz.  $[a;b]$  ni ixtiyoriyicha qilib  $n$  ta bo‘laklarga bo‘lamiz va bo‘linish (tugun) nuqtalarini

$a=x_0 < x_1 < \dots < x_{i-1} < x_i < \dots < x_{n-1} < x_n=b$  orqali belgilaymiz. Bu tugun nuqtalaridan Oy o‘qqa parallel to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazib, tekis shaklni  $n$  ta bo‘laklarga ajratamiz,  $i$ -bo‘lakdan  $\xi_i \in [x_{i-1}; x_i]$  nuqta tanlab bu bo‘lakchani shakldagidek qilib, zichligi  $\mu(\xi_i)$  gat eng bo‘lgan birjinsli to‘g‘ri to‘rt burchak bilan almashtiramiz. Agar  $\xi_i$  ni  $[x_{i-1}; x_i]$  ning o‘rtasi deb tanlasak, aytilgan to‘g‘ri to‘rtburchakning og‘irlik markazining koordinatalari

$$\xi_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}, \quad h_i = \frac{f_1(\xi_i) + f_2(\xi_i)}{2};$$

uning yuzi esa  $\Delta S_i = [f_2(\xi_i) - f_1(\xi_i)] \Delta x_i$  dan iborat bo‘ladi ( $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ ). Agar bu to‘rtburchakni o‘zining og‘irlik markazidagi moddiy nuqta bilan almashtirsak, olingan bunday moddiy nuqtalar sistemasining og‘irlik markazi uchun

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu(\xi_i)[f_2(\xi_i) - f_1(\xi_i)]\Delta x_i}{\sum_{i=1}^n \mu(\xi_i)[f_2(\xi_i) - f_1(\xi_i)]\Delta x_i},$$

$$\bar{Y} = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mu(\xi_i)[f_2^2(\xi_i) - f_1^2(\xi_i)]\Delta x_i}{\sum_{i=1}^n \mu(\xi_i)[f_2(\xi_i) - f_1(\xi_i)]\Delta x_i}$$

larni olamiz. Oxirgilarda  $\max_i \Delta x_i \rightarrow 0$  limitga o'tib, tekis shakl og'irlik markazi  $(X, Y)$  uchun

$$X = \frac{\int_a^b \mu(x)[f_2(x) - f_1(x)]dx}{\int_a^b \mu(x)[f_2(x) - f_1(x)]dx}$$

$$Y = \frac{\frac{1}{2} \int_a^b \mu(x)[f_2^2(x) - f_1^2(x)]dx}{\int_a^b \mu(x)[f_2(x) - f_1(x)]dx}$$

larni olamiz va, nihoyat, birjinsli tekis shakl uchun

$$X = \frac{1}{S} \int_a^b x[f_2(x) - f_1(x)]dx, \quad Y = \frac{1}{2S} \int_a^b [f_2^2(x) - f_1^2(x)]dx$$

formulalar kelib chiqadi, bu yerda S tekis shaklning yuzi bo'lib,

$$S = \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)]dx.$$

Bu o'rinda

$$M_x = \frac{1}{2} \int_a^b [f_2^2(x) - f_1^2(x)]dx$$

va

$$M_y = \int_a^b x[f_2(x) - f_1(x)]dx$$

larni berilgan birjinsli tekis shaklning mos ravishda Ox va Oy o'qlarga nisbatan statik momentlari deb yuritilishini ham aytamiz.

**4-misol.** Absissalar o'qi va  $y=2x-x^2$  parabola bilan chegaralangan birjinsli shaklning og'irlik markazi topilsin (12.7.26- rasmga qarang).

**Yechish.**

$$2x - x^2 = 0 \Rightarrow a = 0, b = 2.$$

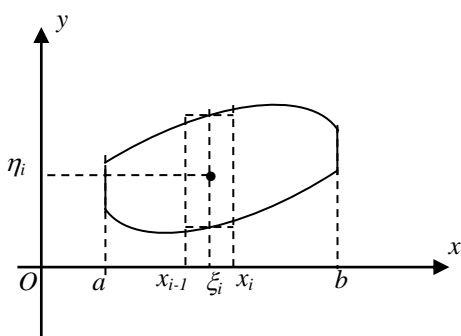
$$S = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left( x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3};$$

(12.7.33) ga ko'ra:

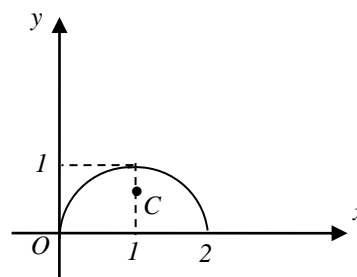
$$X = \frac{1}{S} \int_0^2 x(2x - x^2) dx = \frac{3}{4} \int_0^2 (2x^2 - x^3) dx = \frac{3}{4} \left( \frac{2}{3} x^3 - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^2 = \frac{3}{4} \left( \frac{16}{3} - \frac{16}{4} \right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{12} = 1$$

$$Y = \frac{1}{2S} \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \frac{3}{2} \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \frac{3}{8} \left( \frac{4}{3} x^3 - x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{3}{8} \left( \frac{32}{3} - 16 + \frac{32}{5} \right) = \frac{3}{8} \left( 10 \frac{2}{3} - 16 + 6 \frac{2}{5} \right) = \frac{3}{8} \cdot \left( \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{15} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

Og'irlik markazi  $C(1;0,4)$  nuqtada. Bu misoldan ko'rinadiki, og'irlik markazi bu shaklning simmetriya o'qidadir.



12.7.25-rasm.



12.7.26-rasm.

Bu umumiy xossa bo'lib, *agar birjinsli shakl biror o'qqa nisbatan simmetrik bo'lsa, uning og'irlik markazi shu simmetriya o'qida yotadi.*

(12.7.33) formulalarning ikkinchisini

$$2\pi YS = \pi \int_a^b [f_2^2(x) - f_1^2(x)] dx$$

ko'rinishga keltirish qiyin emas. Bundan ko'rinadiki, tenglikning o'ng tomoni  $\forall x \in [a; b] \quad 0 \leq f_1(x) \leq f_2(x)$  faraz asosida tekis shaklni  $Ox$  o'qi atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jismning hajmidan iborat bo'lsa, chap tomoni esa birjinsli tekis shakl yuzini uning og'irlik markazi  $Ox$  o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan aylananing uzunligiga ko'paytmasidir. Ya'ni quyidagi o'rinli ekanligini oldik.

### **Nazorat savollari**

1. Aniq integral yordamida hajmni topish formulasini yozing.
2. Aniq integral yordamida yoy uzunligini topish formulasini yozing.
3. Aniq integral yordamida aylanma jismning sirtini topish formulasini yozing.
4. Aniq integral yordamida kuchning bajargan ishining formulasini yozing.
5. Cheksiz oraliq bo'yicha xosmas integralarni ta'riflang.

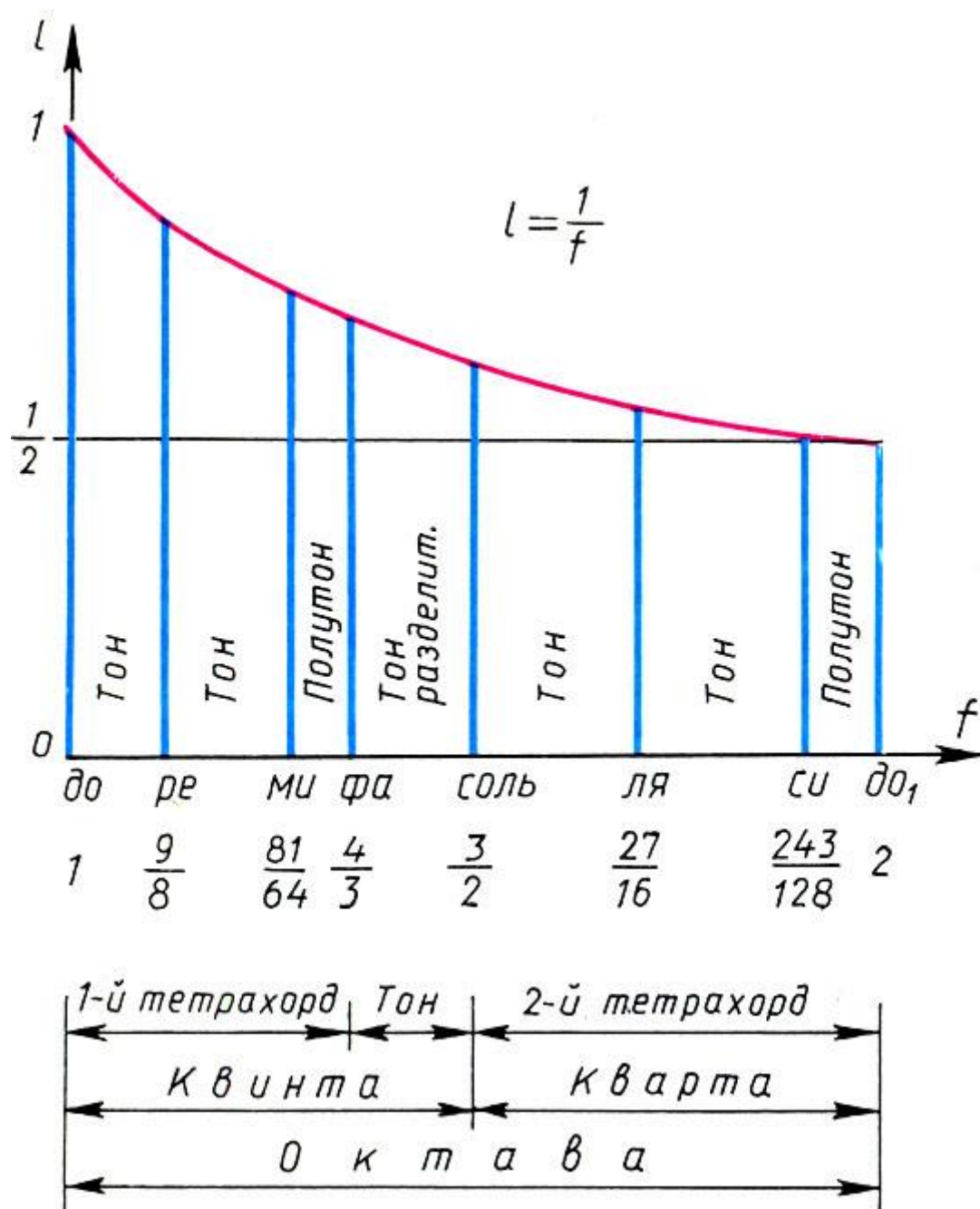
### **Adabiyotlar**

1. Evan M. Glazer, John W. McConnell Real-Life Math: Everyday Use of Mathematical Concepts G'G'2013, ISBN-13: 978-0313319983
2. Georgii H.O. Gibbs measures and phase transitions. Berlin: de Gruyter, 657 p., 2011.
3. H.Q. Mitchell "Traveller" B1, B2, MM Publications. 2015. 183.
4. H.Q. Mitchell, Marileni Malkogianni "PIONEER", B1, B2, MM Publications. 2015. 191.
5. M. Rikhsiboev and N. S. Mohamed, Engineering Mathematics 2, Malaysia, 2019.

### **5-АМАЛИЙ МАШҒУЛОТ: МАТЕМАТИКА ВА СА'НАТ**

Musiqa yozish uchun ehtimollik usullaridan foydalanishni Yanis Xenakis taklif qilgan. Uning ishi, yutuqlari va sevimli mashg'ulotlarini birlashtirgan narsa shundaki, u hamma joyda matematik usullarni qo'llash imkoniyatlarini izlagan.

Masalan, to'g'ri chiziqlardan foydalanish g'oyasi va tanlangan matematik model bo'yicha musiqiy kompozitsiyani dinamik ravishda rivojlantirish g'oyasi u tomonidan ko'p yillar davomida ishlab chiqilgan. Model tasodifiy jarayon bilan aniqlanadi, shunda tanlangan vaqt ichida muallif tomonidan ko'rsatilgan signal spektri, balandlikning fazoviy taqsimoti va hk tavsiflangan.



Matematikani sa'nat sohasiga taqbiqi ko'p jihatdan taqribiy hisoblashlarga asoslanadi. Tajriba asosida  $x$  va  $y$  o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish quyidagi jadval ko'rinishida aniqlangan bo'lsin:

$x$	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$y$	$y_1$	$y_2$	...	$y_n$

Amaliy masalalarni hal qilishda, aksariyat hollarda funksional bog'lanishni qandaydir ko'phad ko'rinishida qidiriladi, ya'ni

$$f(x, B_0, B_1, \dots, B_m) = \sum_{j=0}^m B_j x^j$$

deb olinadi (bu yerda  $m \leq n-1$ ). U holda,  $B_j (j=0,1,\dots,m)$  larni aniqlash uchun eng kichik kvadratlar usuli asosida

$$\sum_{j=0}^m (\sum_{i=1}^n x_i^{j+k}) B_j = \sum_{i=1}^n y_i x_i^k, \quad k = 0,1,\dots,m \quad (1)$$

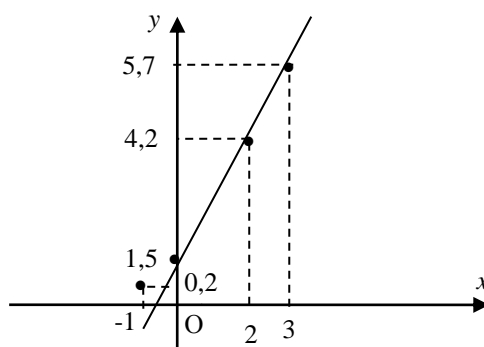
sistemaga kelish qiyin emas. Endi misollar keltiraylik.

**1-misol.** Tajriba asosida  $x$  va  $y$  o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish quyidagi jadval ko'rinishda aniqlangan bo'lsin:

$x$	-1	0	2	3
$y$	0,2	1,5	4,2	5,7

Bu o'zgaruvchilar orasidagi taxminiy bog'lanish topilsin.

**Yechish:** koordinatalar tekisligida nuqtalarni quramiz.



1 –rasm.

1-rasmdan ko'rinadiki, nuqtalar qandaydir to'g'ri chiziq atrofida guruhlashgandir. Demak, chiziqli bog'lanishni tanlaymiz:

$$y = B_1 x + B_0$$

Noma'lum  $B_0$  va  $B_1$  parametrlarni hisoblash mumkin. Hisoblarni osonlashtirish maqsadida quyidagi jadvaldan foydalanamiz:

$i$	$x_i$	$y_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$
1	-1	0,2	-0,2	1
2	0	1,5	0	0
3	2	4,2	8,4	4
4	3	5,7	17,1	9

$\Sigma$	4	11,6	25,3	14
----------	---	------	------	----

$$B_0 = \frac{14 \cdot 11,6 - 4 \cdot 25,3}{4 \cdot 14 - 4^2} = \frac{162,4 - 101,2}{56 - 16} = \frac{61,2}{40} = 1,53;$$

$$B_1 = \frac{4 \cdot 25,3 - 4 \cdot 11,6}{40} = \frac{101,2 - 46,4}{40} = \frac{54,8}{40} = 1,37$$

Demak,

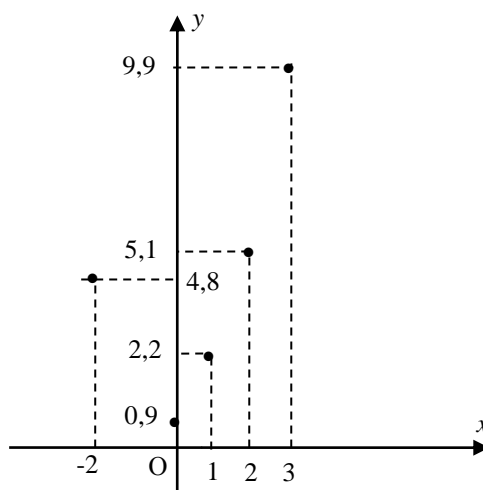
$$y = 1,37x + 1,53$$

**2-misol.** Tajribada olingan

$x$	-2	0	1	2	3
$y$	4,8	0,9	2,2	5,1	9,9

jadval bo'yicha  $x$  va  $y$  lar orasidagi bog'lanishni aniqlang.

**Yechish.** Koordinatalar tekisligida nuqtalarni quramiz.



2 –rasm.

2-rasmdan ko'rinadiki, qurilgan nuqtalar qandaydir parabola atrofida guruhlashgandir. Shuning uchun bog'lanishni

$$y = B_0 + B_1x + B_2x^2$$

ko'rinishda tanlaymiz. U holda (1) sistema

$$\sum_{j=0}^2 (\sum_{i=1}^5 x_i^{j+k}) B_i = \sum_{i=1}^5 y_i x_i^k, k = 0,1,2$$

ko'rinishni oladi. Bu sistemaning yoyilgan ko'rinishi

$$\begin{cases} 5B_0 + \left(\sum_{i=1}^5 x_i\right)B_1 + \left(\sum_{i=1}^5 x_i^2\right)B_2 = \sum_{i=1}^5 y_i, \\ \left(\sum_{i=1}^5 x_i\right)B_0 + \left(\sum_{i=1}^5 x_i^2\right)B_1 + \left(\sum_{i=1}^5 x_i^3\right)B_2 = \sum_{i=1}^5 y_i x_i, \\ \left(\sum_{i=1}^5 x_i^2\right)B_0 + \left(\sum_{i=1}^5 x_i^3\right)B_1 + \left(\sum_{i=1}^5 x_i^4\right)B_2 = \sum_{i=1}^5 y_i x_i^2 \end{cases}$$

bo'ldi.

Oxirgi sistemaning koeffitsientlarini hisoblashni osonlashtirish maqsadida quyidagi jadvalni tuzamiz:

$i$	$x_i$	$y_i$	$x_i y_i$	$x_i^2$	$y_i x_i^2$	$x_i^3$	$x_i^4$
1	-2	4,8	-9,6	4	19,2	-8	16
2	0	0,9	0	0	0	0	0
3	1	2,2	2,2	1	2,2	1	1
4	2	5,1	10,2	4	20,4	8	16
5	3	9,9	29,7	9	89,1	27	81
$\sum$	4	22,9	32,5	18	130,9	28	114

Demak,

$$\begin{cases} 5B_0 + 4B_1 + 18B_2 = 22,9; \\ 4B_0 + 18B_1 + 28B_2 = 32,5; \\ 18B_0 + 28B_1 + 114B_2 = 130,9 \end{cases}$$

sistemaga egamiz. Bu sistemani Jordan-Gaus usuli yordamida echaylik.

$$\begin{cases} B_0 + 0,8B_1 + 3,6B_2 = 4,58; \\ 14,8B_1 + 13,6B_2 = 14,18; \Leftrightarrow \\ 13,6B_1 + 49,2B_2 = 48,46; \\ B_0 + 2,8649B_2 = 3,8135; \\ B_1 + 0,9189B_2 = 0,9581; \Leftrightarrow \\ 36,7030B_2 = 35,4298; \\ B_0 \approx 1,0480; \\ B_1 \approx 0,0711; \\ B_2 \approx 0,9653. \end{cases}$$

Demak,  $y = 1,0480 + 0,0711x + 0,9653x^2$



## 6-АМАЛИЙ МАШҒУЛОТ: МАТЕМАТИКА ВА МУHANDISLIK

Matematikani muhandislikda tatabiqlari ko'p jihatdan ikkinchi tartibli sirtlar va simmetriya bilan bevosita bog'liq. Oyz tekislikda  $\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$  tenglama bilan berilgan giperbolaning Oz o'q atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt tenglamasini tuzaylik

$$\left(\frac{\pm\sqrt{x^2+y^2}}{b^2}\right)^2 - \frac{z^2}{c^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Bu tenglama bilan berilgan sirt *bir pallali aylanma giperboloid* deyiladi (1-rasm).

Agar Oyz tekislikda yuqoridagiga qo'shma

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

giperbolani Oz o'q atrofida aylantirsak, hosil bo'lgan sirt tenglamasi

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

ko'rinishda bo'lib, uni *ikki pallali aylanma giperboloid* deyiladi (1-rasm).

Umuman, tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (1)$$

ko'rinishda bo'lgan sirt *bir pallali giperboloid*

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

ko'rinishda bo'lsa, *ikki pallali giperboloid* deb ataladi.

Agar (1) bir pallali giperboloidni  $z=h$  tekislik bilan kesilsa, kesim

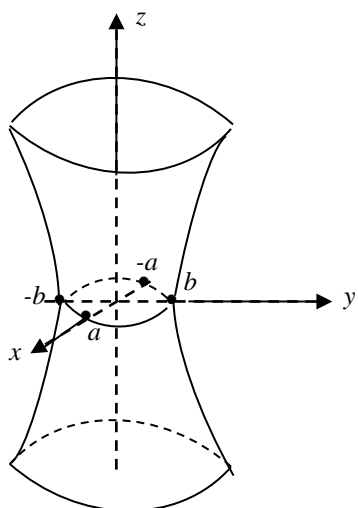
$$\left. \begin{array}{l} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \\ z = h \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} = 1, \\ z = h \end{array} \right\} \left( a_1^2 = a^2 \left( 1 + \frac{h^2}{c^2} \right), b_1^2 = b^2 \left( 1 + \frac{h^2}{c^2} \right) \right)$$

tenglamalar sistemasi bilan aniqlanuvchi hamda yarim o'qlari  $a_1$  va  $b_1$  bo'lgan ellips bo'ladi. Agar Oyz (yoki Oxz) tekislikka parallel tekislik bilan kesilsa, kesimda giperbola hosil bo'ladi. Masalan,  $x=h$  tekislik (1) bir pallali giperboloidda

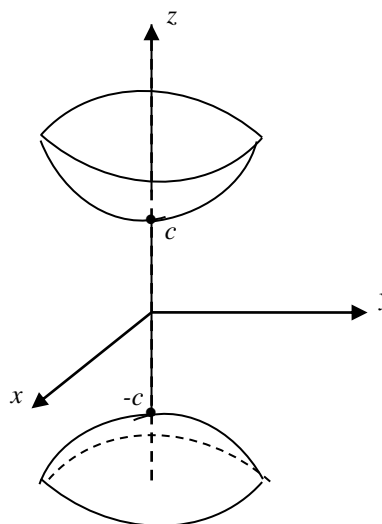
$$\left\{ \frac{y^2}{b_2^2} - \frac{z^2}{c_2^2} = 1 \quad \left( b_2^2 = b^2 \left( 1 - \frac{h^2}{a^2} \right), c_2^2 = c^2 \left( 1 - \frac{h^2}{a^2} \right) \right) \right.$$

giperboladan iborat kesim hosil qiladi.

Agar (1) ikki pallali giperboloidning  $z=h$  tekislik bilan kesimi qaralsa,  $|h| > c$  bo'lganda kesimda ellips hosil bo'ladi,  $|h| = c$  bo'lganda bitta nuqta,  $|h| < c$  bo'lganda kesim hosil bo'lmaydi.  $x=h$  ( $y=h$ ) tekislik bilan kesimi giperboladan iborat bo'lishini ko'rish qiyin emas.



1- rasm.



2- rasm.

Koordinatalar fazosida ushbu

$$\frac{x^2}{2p} + \frac{y^2}{2q} = z \quad (2)$$

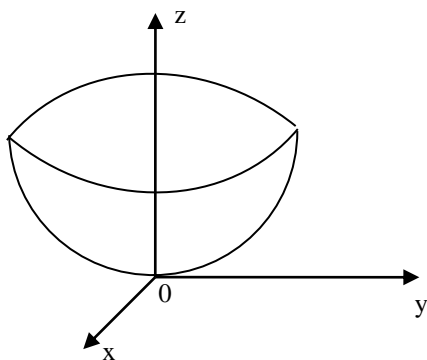
tenglama bilan ifodalangan sirt *elliptik paraboloid* deyiladi, bunda  $p \cdot q > 0$ .  
Agar  $p=q$  bo'lsa, elliptik paraboloid

$$\begin{cases} x^2 = 2pz, \\ y = 0 \end{cases}$$

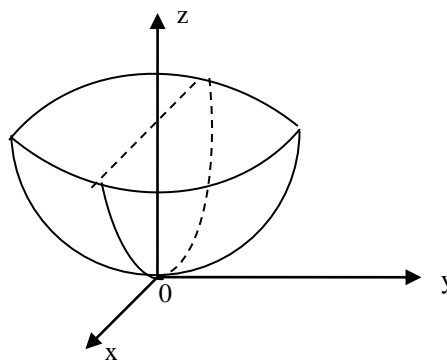
parabolani  $Oz$  o'q atrofida aylanishidan hosil bo'lgan aylanish sirtidan iborat bo'ladi. ( $p \neq q$  bo'lgan umumiy holda elliptik paraboloid aylanma sirt bo'lmaydi. Uning  $Oz$  o'qqa perpendikulyar tekislik bilan kesimi ellipsdan iborat bo'ladi

(1) elliptik paraboloidning  $Ox$  (yoki  $Oy$ ) o'qqa perpendikulyar tekislik bilan kesimi paraboladir.

(1) tenglamada  $x$  va  $y$  o'zgaruvchilarning faqat kvadratlari qatnashganligi sababli  $Oxz$  va  $Oyz$  tekisliklar sirtning simmetriya tekisliklari bo'ladi



3-rasm.



4-rasm.

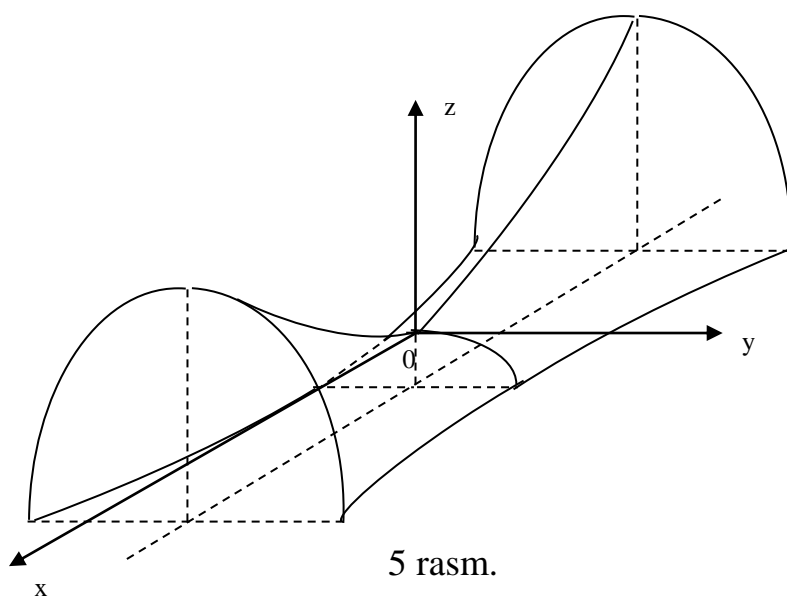
Agar

$$\frac{x^2}{2p} - \frac{y^2}{2q} = z$$

tenglamada  $p \cdot q > 0$  bo'lsa, unga mos sirt *giperbolik paraboloid* deb ataladi.

Oz o'qga perendikulyar tekislik bilan kesimi giperbola ( $z=0$  bo'lganda kesishuvchi ikki to'g'ri chiziq), Ox (yoki Oy) o'qga perendikulyar tekislik bilan kesimi paraboladir.

Giperbolik paraboloid shakli «egarsimon» bo'lib, uni biror parabola uchini uning tekisligiga perendikulyar tekislikda yotuvchi o'qi birinchi parabola o'qiga qarama-qarshi yo'nalishli bo'lgan ikkinchi parabola ustida parallel harakatlantirish bilan olish mumkin. Agar bu jarayonda ikkala parabola o'qlari bir xil yo'nalishli bo'lsa, natija elliptik paraboloid bo'lishini ko'rish qiyin emasdir



## GLOSSARIY

Termin	O'zbek tilidagi sharhi	Ingliz tilidagi sharhi
chiziqli tenglamalar sistemasi	$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$ <p>ko'rinishdagi yozuvga chiziqli tenglamalar sistemasi deyiladi.</p>	A system of linear equations
chiziqli tenglamalar sistemasining yechimi	$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$ <p>sistemadagi barcha tenglamalarni qanoatlantiruvchi <math>(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)</math> tartiblangan juftlikka aytiladi</p>	Solution of systems of linear equations
Matritsa	$a_{ik}$ haqiqiy sonlar $m$ ta satr va $n$ ta ustunda joylashgan quyidagi to'g'ri to'rtburchak $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{n2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = (a_{ij})$ <p>shaklidagi jadvalga <math>m \times n</math> o'lchamli matritsa deyiladi.</p>	A matrix
Satr	matritsa qatori	A row
Ustun	matritsa qatori	A column
Matritsalar ustida amallar	Qo'shish ayirish, ko'paytirish	Operations on matrices

<p>yuqori uchburchakli matritsa</p>	$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ <p>ko'rinishdagi matritsaga  aytiladi.</p>	<p>Upper triangle Matrix</p>
<p>Quy uchburchakli matritsa</p>	$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ <p>ko'rinishdagi matritsaga  aytiladi.</p>	<p>Bellow triangle Matrix</p>
<p>diagonal matritsa;</p>	$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ <p>ko'rinishdagi matritsaga  aytiladi.</p>	<p>Diagonal Matrix</p>
<p>birlik matritsa.</p>	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = E$ <p>ko'rinishdagi matritsaga  aytiladi.</p>	<p>Unitary Matrix</p>
<p>Determinant</p>	<p>Kvadrat matritsaning har bir satr va har bir ustunidan bittadan elementlar olib</p>	<p>Determinant</p>

	tuzilgan ko'paytmalarning algebraik yig'indisiga berilgan kvadrat matritsaning determinanti deyiladi.	
Determinantning xossalari	Determinantga oid mazmu	The properties of the Determinants
Sonni Determinantga ko'paytirish	A kvadrat matritsaning biror bir satr (ustun) elementlarini noldan farqli $\lambda$ skalyarga ko'paytirilsa, u holda A matritsaning determinanti $\lambda$ skalyarga ko'paytiriladi.	Multiply by a scalar to the determinant
Nol matrissaning Determinanti	Nolga teng bo'lgan qiymat	The Determinant of the null matrix

## **ADABIYOTLAR RO‘YXATI**

### **I. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining asarlari**

1. Mirziyoyev Sh.M. Niyati ulug‘ xalqning ishi ham ulug‘, hayoti yorug‘ va kelajagi farovon bo‘ladi. 3-JILD / Sh.M. Mirziyoyev. – T.: “O‘zbekiston”, 2019. – 592 b.
2. Mirziyoyev Sh.M. Xalqimizning roziligi bizning faoliyatimizga berilgan eng oliy bahodir. 2-JILD / Sh.M. Mirziyoyev. – T.: “O‘zbekiston”, 2019. – 400 b.
3. Mirziyoyev Sh.M. Milliy taraqqiyot yo‘limizni qat’iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko‘taramiz. 1-JILD / Sh.M. Mirziyoyev. – T.: “O‘zbekiston”, 2018. – 592 b.
4. Mirziyoyev Sh.M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob halqimiz bilan birga quramiz. – T.: “O‘zbekiston”. 2017. – 488 b.
5. Mirziyoyev Sh.M. Milliy taraqqiyot yo‘limizni qat’iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko‘taramiz – T.: “O‘zbekiston”. 2017. – 592 b.

### **II. Normativ-huquqiy hujjatlar**

6. O‘zbekiston Respublikasining Konstitutsiyasi. – T.: O‘zbekiston, 2018.
7. O‘zbekiston Respublikasining “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni.
8. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2015 yil 12 iyun “Oliy ta’lim muasasalarining rahbar va pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PF-4732-sonli Farmoni.
9. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevral “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi 4947-sonli Farmoni.
10. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 20 aprel "Oliy ta’lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-2909-sonli Qarori.
11. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018 yil 21 sentabr “2019-2021 yillarda O‘zbekiston Respublikasini innovatsion rivojlantirish strategiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5544-sonli Farmoni.
12. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 may “O‘zbekiston Respublikasida korrupsiyaga qarshi kurashish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PF-5729-son Farmoni.
13. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 17 iyun “2019-2023 yillarda Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universitetida talab yuqori bo‘lgan malakali kadrlar tayyorlash tizimini tubdan takomillashtirish va ilmiy salohiyatini rivojlantiri chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4358-sonli Qarori.
14. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 avgust “Oliy

ta'lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to'g'risida"gi PF-5789-sonli Farmoni.

15. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 8 oktabr "O'zbekiston Respublikasi oliy ta'lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risida"gi PF-5847-sonli Farmoni.

### III. Maxsus adabiyotlar

16. Andrea Prosperetti, *Advanced Mathematics for Applications*, Cambridge University Press, 2011.

17. Bauer, H. *Measure and Integration Theory*, Berlin: de Gruyter, ISBN-13: 978-3110167191, 2001.

18. Bear, H.S. *A Primer of Lebesgue Integration*, San Diego: Academic Press, 2<sup>nd</sup> Edition, 2001.

19. Bobenko A.I. (Ed.) *Advances in Discrete Differential Geometry*//Springer, 2016. — 439 p. — (Mathematics). — ISBN: 3662504464

20. Bogachev, V. I. *Measure theory*, Berlin: Springer, 2006.

21. David Spencer "Gateway", Students book, Macmillan 2012.

22. *English for Specific Purposes*. All Oxford editions. 2010. 204.

23. Evan M. Glazer, John W. McConnell *Real-Life Math: Everyday Use of Mathematical Concepts*//2013, ISBN-13: 978-0313319983

24. Georgii H.O. *Gibbs measures and phase transitions*. Berlin:de Gruyter, 657 p., 2011.

25. H.Q. Mitchell "Traveller" B1, B2, MM Publications. 2015. 183.

26. H.Q. Mitchell, Marileni Malkogianni "PIONEER", B1, B2, MM Publications. 2015. 191.

27. I. M. Rikhsiboev and N. S. Mohamed, *Engineering Mathematics 2*, Malaysia, 2019.

28. Jim Libby, *Math for Real Life: Teaching Practical Uses for Algebra, Geometry and Trigonometry*// 2019, 234p. ISBN: 978-1476667492

29. Karl Berry, *The TEX Live Guide*—2020

30. Lindsay Clandfield and Kate Pickering "Global", B2, Macmillan. 2013. 175.



31. Manfredo P. Do Carmo. Differential geometry of Curves and surface // Dover publications, Inc. Mineola, New York, 2016. – 529 pp.
32. Maple 15 user manual, Maplesoft, 2016, 462 p.
33. Margaret L. Lial, Thomas W. Hungerford, John P. Holcomb, Bernadette Mullins, Mathematics with Applications In the Management, Natural and Social Sciences (11th Edition), Pearsonб 2018.
34. Rao, M. M. Random and Vector Measures, Series on Multivariate Analysis, 9, World Scientific, 2012.
35. Steve Taylor “Destination” Vocabulary and grammar”, Macmillan 2010.
36. Tao, Terence. An Introduction to Measure Theory. Providence, R.I.: American Mathematical Society, 2019.
37. Weaver, Nik Measure Theory and Functional Analysis. World Scientific, 2013, 423 p.
38. Авилова Л.В., Болотюк В.А., Болотюк Л.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра// 2013. Издание: 1-е изд. 421 с.
39. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия, М.: Наука, 1990. – 672 с.
40. Белогуров А.Ю. Модернизация процесса подготовки педагога в контексте инновационного развития общества: Монография. — М.: МАКС Пресс, 2016. — 116 с. ISBN 978-5-317-05412-0.
41. Gulobod Qudratulloh qizi, R.Ishmuhammedov, M.Normuhammedova. An’anaviy va noan’anaviy ta’lim. – Samarqand: “Imom Buxoriy xalqaro ilmiy-tadqiqot markazi” nashriyoti, 2019. 312 б.
42. Ibraymov A.YE. Masofaviy o‘qitishning didaktik tizimi. metodik qo‘llanma/ tuzuvchi. A.YE.Ibraymov. – Toshkent: “Lesson press”, 2020. 112 бет.
43. Ishmuhammedov R.J., M.Mirsoliyeva. O‘quv jarayonida innovatsion ta’lim texnologiyalari. – T.: «Fan va texnologiya», 2014. 60 б.
44. Kiryanov D. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. - SPb.: BVV-Peterburg, 2012. — 432 с.
45. Muslimov N.Ava boshqalar. Innovatsion ta’lim texnologiyalari. O‘quv-metodik qo‘llanma. – T.: “Sano-standart”, 2015. – 208 б.
46. Образование в цифровую эпоху: монография / Н. Ю. Игнатова; М-во образования и науки РФ; ФГАОУ ВО «УрФУ им. первого Президента России Б.Н.Ельцина», Нижнетагил. технол. ин-т (фил.). – Нижний Тагил:

НТИ (филиал) УрФУ, 2017. – 128 с.  
[http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/54216/1/978-5-9544-0083-0\\_2017.pdf](http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/54216/1/978-5-9544-0083-0_2017.pdf)

47. Oliy ta'lim tizimini raqamli avlodga moslashtirish konsepsiyasi. Yevropa Ittifoqi Erasmus+ dasturining ko'magida. [https://hiedtec.ecs.uni-ruse.bg/pimages/34/3\\_UZBEKISTAN-CONCEPT-UZ.pdf](https://hiedtec.ecs.uni-ruse.bg/pimages/34/3_UZBEKISTAN-CONCEPT-UZ.pdf)

48. Современные образовательные технологии: педагогика и психология: монография. Книга 16 / О.К. Асекретов, Б.А. Борисов, Н.Ю. Бугакова и др. – Новосибирск: Издательство ЦРНС, 2015. – 318 с.  
<http://science.vvsu.ru/files/5040BC65-273B-44BB-98C4-CB5092BE4460.pdf>

49. Usmonov B.SH., Habibullayev R.A. Oliy o'quv yurtlarida o'quv jarayonini kredit-modul tizimida tashkil qilish.–T.: "TKTI" nashriyoti, 2019.

#### **IV. Интернет сайтлар**

50. O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi:  
[www.edu.uz](http://www.edu.uz).

51. Bosh ilmiy-metodik markaz: [www.bimm.uz](http://www.bimm.uz)

52. [www.Ziyonet.Uz](http://www.Ziyonet.Uz)

53. Открытое образование. <https://openedu.ru/>

54. <https://www.ucl.ac.uk/ioe/courses/graduate-taught/mathematics-education-ma>

55. <https://www.onlinestudies.com/Courses/Mathematics/Europe/>

56. <https://online-learning.harvard.edu/catalog?keywords=mathematics-&op=Search>

57. <https://www.msu.ru/en/projects/proekt-vernadskiy/news/math-teachers-advanced-training.html>

58. <https://english.spbu.ru/education/graduate/master-in-english/90-program-master/2455-advanced-mathematics>.