

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ОЛИЙ ТАЪЛИМ ТИЗИМИ ПЕДАГОГ ВА РАЎБАР КАДРЛАРИНИ
ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ ОШИРИШНИ
ТАШКИЛ ЭТИШ БОШ ИЛМИЙ - МЕТОДИК МАРКАЗИ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ПЕДАГОГ
КАДРЛАРНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ
ОШИРИШ МИНТАҚАВИЙ МАРКАЗИ

“АЛГЕБРАИК ТИЗИМЛАР”
МОДУЛИ БЎЙИЧА

Ў Қ У В – У С Л У Б И Й М А Ж М У А

Фарғона– 2019

Модулнинг ишчи дастури Олий ва ўрта махсус, касб-хунар таълими ўқув-методик бирлашмалари фаолиятини Мувофиқлаштирувчи кенгашининг 2019 йил 2 ноябрдаги 1023-сонли буйруғи билан тасдиқланган ўқув дастури ва ўқув режасига мувофиқ ишлаб чиқилган.

Тузувчи: Э.Ю.Азизов - физика-математика фанлари номзоди, доценти Э.Ю.Азизов

Такризчи: А.Ўринов – физика-математика фанлари доктори, профессор

МУНДАРИЖА

I. ИШЧИ ДАСТУР.....	4
II. МОДУЛНИ ЎҚИТИШДА ФОЙДАЛАНИЛАДИГАН ИНТРЕФАОЛ ТАЪЛИМ МЕТОД.....	12
III. НАЗАРИЙ МАЪЛУМОТЛАР.....	14
IV. АМАЛИЙ МАШҒУЛОТЛАР.....	31
V. КЕЙСЛАР БАНКИ.....	337
VI. МУСТАҚИЛ ТАЪЛИМ МАВЗУЛАРИ.....	41
VII. ГЛОССАРИЙ.....	42
VIII. АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ.....	44

І. ИШЧИ ДАСТУР

КИРИШ

Дастур Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2015 йил 12 июндаги “Олий таълим муассасаларининг раҳбар ва педагог кадрларини қайта тайёрлаш ва малакасини ошириш тизимини янада такомиллаштириш чоратадбирлари тўғрисида”ги ПФ-4732-сонли, 2017 йил 7 февралдаги “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида”ги ПФ-4947-сонли Фармонлари, шунингдек 2017 йил 20 апрелдаги “Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чоратадбирлари тўғрисида”ги ПҚ–2909-сонли қарори ҳамда 2019 йил 27 августдаги “Олий таълим муассасалари раҳбар ва педагог кадрларининг узлуксиз малакасини ошириш тизимини жорий этиш тўғрисида”ги ПФ-5789 – сонли Фармонида белгиланган устувор вазифалар мазмунидан келиб чиққан ҳолда тузилган бўлиб, у олий таълим муассасалари педагог кадрларининг касб маҳорати ҳамда инновацион компетентлигини ривожлантириш, соҳага оид илғор хорижий тажрибалар, янги билим ва малакаларни ўзлаштириш, шунингдек амалиётга жорий этиш кўникмаларини такомиллаштиришни мақсад қилади.

Жамият тараққиёти нафақат мамлакат иқтисодий салоҳиятининг катталиги билан, балки бу салоҳият ҳар бир инсоннинг камол топиши ва уйғун ривожланишига қанчалик йўналтирилганлиги, инновацияларни тадбиқ этилганлиги билан ҳам ўлчанади. Демак, таълим тизимини самарадорлигини ошириш, педагогларни замонавий билим ва амалий кўникма ва малакалар билан қуроллантириш, чет элнинг илғор тажрибаларни ўрганиш ва илмий-тадқиқот натижаларини таълим амалиётига тадбиқ этиш бугунги куннинг долзарб вазифасидар. «Алгебраик тизимлар» модули айнан мана шу йўналишдаги масалаларни ҳал этишга қаратилган.

«Алгебраик тизимлар » курсининг мақсади тингловчиларни замонавий алгебраик тизимлар ва уларни ўқитишнинг замонавий технологиялари, таълимдаги инновациялар билан таништириш ва ана шу инновациялар ва технологиялардан маҳорат билан фойдаланиш малакасини шакллантиришдир.

Модулнинг мақсади ва вазифалари

“Алгебрик тизимлар” модулининг мақсади: математика йўналиши бўйича педагог кадрларни қайта тайёрлаш ва малака ошириш курс тингловчиларини алгебранинг ривожланаётган замонавий соҳаларини

Ўқитишдаги замонавий педагогик ва инновацион технологиялар, модулли технологиялар ҳақидаги билимларини такомиллаштириш, бу борадаги муаммоларни аниқлаш, таҳлил этиш ва баҳолаш. Илмий тадқиқот натижаларини ўрганиш ва амалда қўллаш кўникма ва малакаларини шакллантириш.

“Алгебрик тизимлар” модулининг вазифалари:

- Тингловчиларга математиканинг янги илмий йўналишлари ва бу соҳалардаги олинган натижалар таҳлили, келиб чиқиш тарихи тўғрисида маълумотлар бериш, замонавий модулли технологияларидан фойдаланиб тингловчиларни мазкур йўналишда малакасини оширишга кўмаклашиш;

- Таълим-тарбия жараёнида модулли технологияларни қўллашнинг афзалликларини ёритиш ва тингловчиларда улардан фойдаланиш технологиялари билан таништириш;

- Математиканинг ривожланиш тенденцияларини таҳлил этиш ва юксак малакали мутахассис кадрлар тайёрлаш борасидаги ислохотларни амалга ошириш жараёнида илғор хориж тажрибасини ўрганиш, улардан самарали фойдаланиш маҳоратини шакллантиришдан иборат.

Модул бўйича тингловчиларнинг билими, кўникмаси, малакаси ва компетенцияларига қўйиладиган талаблар

“Алгебрик тизимлар” модулини ўзлаштириш жараёнида амалга ошириладиган масалалар доирасида:

Тингловчи:

- модуль, ўқитиш модулли, кредит, рейтинг тушунчаси;
- технологиялаштириш қоидалари, тамойиллар;
- назорат жараёнини ташкил этиш;
- интерфаол технологиялар ва улардан самарали фойдаланиш ҳақида **билимларга эга бўлиши;**

Тингловчи:

- педагогик фаолият жараёнини модуллаштириш;
- назорат жараёнини тез ва самарали ўткази олиш;
- назоратнинг турли шаклларида самарали фойдаланиш;
- интерфаол методларни мақсадли равишда тўғри танлаш ва фойдаланиш;

кўникмаларини эгаллаши;

Тингловчи:

- ўқув курсини модулини тузиш;
- ахборотни структуралаштириш;

-талабаларнинг мустақил амалий фаолиятни ташкил этиш;
-кириш ва чиқиш назоратини ташкил этиш эришилган натижаларини таҳлил этиш;

-интерфаол методлардан фойдаланиш;

малакаларини эгаллаши;

Тингловчи:

-ўз соҳасига оид ахборотни мантиқий блокларга ажратиш ва аниқ, лўнда, тушунарли равишда баён этиш;

-модулли ёндашув асосида ўқув жараёнини ташкил этиш;

-технологик ёндашув асосида таълим ва тарбия жараёнини бошқариш;

-коммуникативликни ва мустақил фаолиятни ташкил этиш юзасидан

компетенцияларни эгаллаши лозим.

Модулни ташкил этиш ва ўтказиш бўйича тавсиялар

“Алгебрик тизимлар” модули маъруза ва амалий машғулотлар шаклида олиб борилади.

Курсни ўқитиш жараёнида таълимнинг замонавий методлари, ахборот-коммуникация технологиялари ва илмий ютуқларни қўллаш назарда тутилган:

Назарий машғулотларда замонавий компьютер технологиялари ёрдамида презентацион ва электрон-дидактик технологиялардан фойдаланилади;

Ўтказиладиган амалий машғулотларда ва кўчма машғулотларда техник воситалардан, экспресс-сўровлар, тест сўровлари, ақлий хужум, гуруҳли фикрлаш, кичик гуруҳлар билан ишлаш, ва бошқа интерактив таълим усуллари қўллаш назарда тутилади.

Модулнинг ўқув режадаги бошқа модуллар билан боғлиқлиги ва узвийлиги

“Алгебрик тизимлар” модули ўқув режадаги биринчи блок ва мутаххасислик фанларининг барча соҳалари билан ўзвий боғланган ҳолда педагогларнинг умумий тайёргарлик даражасини оширишга хизмат қилади.

Модулнинг олий таълимдаги ўрни

Модулни ўзлаштириш орқали тингловчилар алгебранинг асосий мавзулари бўйича таълим жараёнини ташкил этишда технологик ёндашув асосларини ва бу борадаги илғор тажрибани, илмий ютуқларни ўрганадилар, уларни таҳлил этиш, амалда қўллаш ва баҳолашга доир касбий компетентликка эга бўладилар.

МОДУЛНИНГ МАЗМУНИ

Алгебрани ўқитишда ишлатиладиган мавжуд амалий дастурлар, уларнинг бўлимлари, уларнинг ишлатилиши, Maple, Matematica, mathcard пакетлари. Математик дастурлар пакети Maple ёрдамида алгебрадан дарсларни ташкил қилиш. Алгебрадаги асосий тушунчаларни ва таърифларни киритиш методикаси, улардан фойдаланиш, уларнинг таҳлили. Акслантиришлар. Группалар. Қисм группалар. Нормал қисм группалар. Изоморфизм. Гомоморфизм. Халқа. Халқанинг умумий хоссалари. Халқанинг идеаллари. Майдон ва унинг хоссалари. Чекли майдон. Банах алгебраси. Гомоморфизмлар. Коммутатив Банах алгебралари. Спектр ва резольвента. Идеаллар. Гельфанд тасвирлари. C^* алгебралар. Алгебраларнинг турлари ва уларнинг таснифлаш усуллари; бунда математиканинг амалий дастурлар пакетидан фойдаланиш. Алгебра ва сонлар назариясининг классик муаммолари ва ҳозирги кундаги долзарб масалалари. Замонавий алгебра муаммолари бўйича сўнгги йилларда хорижда ва республикамизда ўрганилаётган долзарб муаммолар ва уларнинг ечимларининг таҳлили.

“Алгебрик тизимлар” модули бўйича соатлар тақсими

№	Модул мавзулари	Аудитория		
		Жами	жумладан	
			Назарий	Амалий
1.	Группалар.	6	2	4
2.	Халқа ва майдонлар.	6	2	4
3.	Халқалар гомоморфизмлари.	4	2	2
	Жами 16 соат	16	6	10

НАЗАРИЙ ВА АМАЛИЙ МАШҒУЛОТЛАР МАЗМУНИ

1-Мавзу. Группалар.

Группалар. Бинар амал. Ярим группа. Моноид. Группа. Группа турлари. Қисм группа. Қисм группа бўйича қўшни синфлар. Циклик группалар. Нормал қисм группалар. Фактор группа. Группа гомоморфизми ва изоморфизми. Группалар гомоморфизмлари ҳақидаги асосий теоремалар. Группанинг тўпламдаги таъсири. Орбита. Стационар қисм группалар.

2-Мавзу: Ҳалқа ва майдонлар.

Ҳалқа ва майдонлар. Ҳалқа ва майдон тушунчаси. Ҳалқа турлари. Қисм-ҳалқа. Қисм-майдон. Ҳалқа чап ва ўнг идеаллари. Чекли хосил қилинган идеаллар. Бош идеал. Бош идеаллар ҳалқаси.. Фактор ҳалқалар.

3-Мавзу: Ҳалқалар гомоморфизмлари

Ҳалқалар гомоморфизмлари. Ҳалқа гомоморфизмлари ҳақидаги асосий теорема. Идеал турлари. Чекли майдонлар ва уларнинг татбиқлари..

Ўқитиш шакллари

Мазкур модул бўйича қуйидаги ўқитиш шаклларидан фойдаланилади:

- маърузалар, амалий машғулотлар (маълумотлар ва тушунчаларни англаб олиш, ақлий қизиқишни ривожлантириш, назарий билимларни мустаҳкамлаш);
- давра суҳбатлари (кўрилаётган лойиҳа ечимлари бўйича таклиф бериш қобилиятини ошириш, эшитиш, идрок қилиш ва мантиқий хулосалар чиқариш);
- баҳс ва мунозаралар (масалалар ечими бўйича далиллар ва асосли аргументларни тақдим қилиш, эшитиш ва муаммолар ечимини топиш қобилиятини ривожлантириш).

АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ

I. Ўзбекистон Республикаси Президентининг асарлари

1. Каримов И.А. Ўзбекистон мустақилликка эришиш оstonасида. -Т.: “Ўзбекистон”. 2011. - 440 б.
2. Мирзиёев Ш.М. Буюк келажакимизни мард ва олижаноб ҳалқимиз билан бирга қураимиз. – Т.: “Ўзбекистон”. 2017. – 488 б.
3. Мирзиёев Ш.М. Миллий тараққиёт йўлимизни қатъият билан давом эттириб, янги босқичга кўтарамиз – Т.: “Ўзбекистон”. 2017. – 592 б.

II. Норматив-ҳуқуқий ҳужжатлар

4. Ўзбекистон Республикасининг Конституцияси. – Т.: Ўзбекистон. 2018.
5. Ўзбекистон Республикасининг “Таълим тўғрисида”ги Қонуни.
6. Ўзбекистон Республикасининг “Коррупцияга қарши курашиш тўғрисида”ги Қонуни.
7. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2015 йил 12 июндаги “Олий таълим муассасаларининг раҳбар ва педагог кадрларини қайта тайёрлаш ва малакасини ошириш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида” ги ПФ-4732-сонли Фармони.
8. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида”ги 4947-сонли Фармони.
9. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2018 йил 3 февралдаги “Хотин-қизларни кўллаб-қувватлаш ва оила институтини мустаҳкамлаш соҳасидаги фаолиятни тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПФ-5325-сонли Фармони.
10. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 17 июндаги “2019-2023 йилларда Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида талаб юқори бўлган малакали кадрлар тайёрлаш тизимини тубдан такомиллаштириш ва илмий салоҳиятини ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-4358-сонли Қарори.
11. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 11 июлдаги «Олий ва ўрта махсус таълим тизимида бошқарувнинг янги тамойилларини жорий этиш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ПҚ-4391- сонли Қарори.
12. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 11 июлдаги «Олий ва ўрта махсус таълим соҳасида бошқарувни ислоҳ қилиш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ПФ-5763-сон Фармони.
13. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 27 августдаги “Олий таълим муассасалари раҳбар ва педагог кадрларининг узлуксиз малакасини ошириш тизимини жорий этиш тўғрисида”ги

ПФ-5789-сонли Фармони.

14. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “2019-2021 йилларда Ўзбекистон Республикасини инновацион ривожлантириш стратегиясини тасдиқлаш тўғрисида”ги 2018 йил 21 сентябрдаги ПФ-5544-сонли Фармони.

15. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 27 майдаги “Ўзбекистон Республикасида коррупцияга қарши курашиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПФ-5729-сон Фармони.

16. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 2 февралдаги “Коррупцияга қарши курашиш тўғрисида”ги Ўзбекистон Республикаси Қонунининг қоидаларини амалга ошириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-2752-сонли Қарори.

17. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909-сонли Қарори.

18. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Олий маълумотли мутахассислар тайёрлаш сифатини оширишда иқтисодиёт соҳалари ва тармоқларининг иштирокини янада кенгайтириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 2017 йил 27 июлдаги ПҚ-3151-сонли Қарори.

19. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Нодавлат таълим хизматлари кўрсатиш фаолиятини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 2017 йил 15 сентябрдаги ПҚ-3276-сонли Қарори.

20. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Олий таълим муассасаларида таълим сифатини ошириш ва уларнинг мамлакатда амалга оширилаётган кенг қамровли ислохотларда фаол иштирокини таъминлаш бўйича кўшимча чора-тадбирлар тўғрисида”ги 2018 йил 5 июндаги ПҚ-3775-сонли Қарори.

21. Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2012 йил 26 сентябрдаги “Олий таълим муассасалари педагог кадрларини қайта тайёрлаш ва уларнинг малакасини ошириш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 278-сонли Қарори.

Ш. Махсус адабиётлар

22. Sadullaev A. Pluripotential theory. Application. Palmarium academic publishing. Germany. 2012

23. Brian S. Tomson Theory of integral. Simon. Fraser University Classical Real Analysis.com, British Columbia 2012

24. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. 2-нашри, 1-к.-М.,”Наука”, 1976.

25. Худойбергенов Г., Ворисов А., Мансуров Х. Комплекс анализ. (маърузалар). – Т.,”Университет”, 1998.

26. Тўйчиев Т.Т., Тишабаев Ж.К. Дополнительные главы анализа. «Университет», Ташкент 2015.

27. Тўйчиев Т.Т., Тишабаев Ж.К., Джумабаев Д.Х., Китманов А.М., Комплекс ўзгарувчили функциялар назарияси фанидан мустақил ишлар, Т. “Мумтоз сўз”, 2018.

28. Садуллаев А., Худойбергангов Г., Мансуров Х., Ворисов А., Тўйчиев Т. Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами. 3-қисм (комплекс анализ).- Т., “Ўзбекистон”, 2000.

29. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. 3-нашри. – М. “Наука”, 1975.

30. Евграфов М.А., Бежанов К.А., Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Сборник задач по теории аналитических функций, 2-нашри. –М., “Наука” 1972.

31. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. 4-нашри. –М., ”Наука”, 1973.

32. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М. “Наука”, 1976.

33. D. S. Malik, John M. Mordeson, M. K. Sen, Fundamentals of Abstract Algebra, Mcgraw-Hill College, 1997.

34. Fernando Q. Gouvêa. A Guide to Groups, Rings, and Fields, USA, 2012.

35. Albeverio S., Ayupov. Sh.A., Omirov B.A. On nilpotent and simple Leibniz algebras. // Comm. in Algebra. – 2005. - Vol. 33. - № 1. – P. 159-172.

36. Albeverio S., Ayupov Sh. A., Omirov B. A., Khudoyberdiyev A.Kh. n-dimensional filiform Leibniz algebras of length (n-1) and their derivations. // Journal of Algebra. – 2008. - 319 (6). – P. 2471-2488.

37. Barnes D.W. On Levi's theorem for Leibniz algebras. // Bull. Austr. Math. Soc., – 2012. - Vol. 86. - № 2. – P. 184-185.

IV. Интернет сайтлар

38. Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги: www.edu.uz.

39. Бош илмий-методик марказ: www.bimm.uz

40. [www. Ziyonet. Uz](http://www.Ziyonet.Uz)

41. www.arxiv.org

42. www.ams.mathscinet.org

43. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/theoretical.htm/>

44. <http://www.ruscommech.ru/>

45. <http://www.knigapoisk.ru/book>

46. www.natlib.uz

47. www.twirpx.com

II. МОДУЛНИ ЎҚИТИШДА ФОЙДАЛАНИЛАДИГАН ИНТРЕФАОЛ ТАЪЛИМ МЕТОД

“Ассесмент” методи

Методнинг мақсади: мазкур метод таълим олувчиларнинг билим даражасини баҳолаш, назорат қилиш, ўзлаштириш кўрсаткичи ва амалий кўникмаларини текширишга йўналтирилган. Мазкур техника орқали таълим олувчиларнинг билиш фаолияти турли йўналишлар (топшириқлар, амалий кўникмалар, қиёсий таҳлил, ечимларни таҳлил қилиш) бўйича ташҳис қилинади ва баҳоланади.

Методни амалга ошириш тартиби:

“Ассесмент” лардан маъруза машғулотларида талабаларнинг ёки катнашчиларнинг мавжуд билим даражасини ўрганишда, янги маълумотларни баён қилишда, семинар, амалий машғулотларда эса мавзу ёки маълумотларни ўзлаштириш даражасини баҳолаш, шунингдек, ўз-ўзини баҳолаш мақсадида индивидуал шаклда фойдаланиш тавсия этилади. Шунингдек, ўқитувчининг ижодий ёндашуви ҳамда ўқув мақсадларидан келиб чиқиб, ассесментга қўшимча топшириқларни киритиш мумкин.

Намуна. Ҳар бир катакдаги тўғри жавоб 5 балл ёки 1-5 балгача баҳоланиши мумкин.

1

Топшириқ

- алгебраларнинг ечимлилигини кўрсатинг
- алгебраларнинг нилрадикалини топинг.

3

Қиёсий таҳлил

- Нилпотент, нилиндекс ва нилрадикалларнинг қиёсий таҳлили.

2

Тушунча таҳлили

- алгебраларнинг ечимлилиги таърифи;
- нилрадикални топиш усули;

4

Амалий кўникма

- алгебраларнинг таснифлари.

“Хулосалаш” (Резюме, Веер) методи.

Методнинг мақсади: Бу метод мураккаб, кўптармоқли, мумкин қадар, муаммоли характердаги мавзуларни ўрганишга қаратилган. Методнинг моҳияти шундан иборатки, бунда мавзунинг турли тармоқлари бўйича бир хил ахборот берилади ва айна пайтда, уларнинг ҳар бири алоҳида аспектларда муҳокама этилади. Масалан, муаммо ижобий ва салбий томонлари, афзаллик, фазилат ва камчиликлари, фойда ва зарарлари бўйича ўрганилади. Бу интерфаол метод танқидий, таҳлилий, аниқ мантиқий фикрлашни муваффақиятли ривожлантиришга ҳамда ўқувчиларнинг мустақил ғоялари, фикрларини ёзма ва оғзаки шаклда тизимли баён этиш, химоя қилишга имконият яратади. “Хулосалаш” методидан маъруза машғулотларида индивидуал ва жуфтликлардаги иш шаклида, амалий ва семинар машғулотларида кичик гуруҳлардаги иш шаклида мавзу юзасидан билимларни мустаҳкамлаш, таҳлил қилиш ва таққослаш мақсадида фойдаланиш мумкин.

Методни амалга ошириш тартиби:



тренер-ўқитувчи иштирокчиларни 5-6 кишидан иборат кичик гуруҳларга ажратади;



тренинг мақсади, шартлари ва тартиби билан иштирокчиларни таништиргач, ҳар бир гуруҳга умумий муаммони таҳлил қилиниши зарур бўлган қисмлари туширилган тарқатма



ҳар бир гуруҳ ўзига берилган муаммони атрофлича таҳлил қилиб, ўз мулоҳазаларини тавсия этилаётган схема бўйича тарқатмага ёзма баён қилади;



навбатдаги босқичда барча гуруҳлар ўз тақдимотларини ўтказадилар. Шундан сўнг, тренер томонидан таҳлиллар умумлаштирилади, зарурий ахборотар билан тўлдирилади ва

III. НАЗАРИЙ МАЪЛУМОТЛАР

1-МАЪРУЗА. Группалар.

РЕЖА:

1. Группа ва унинг асосий хоссалари. Мисоллар.
2. Қисм группа, циклик группалар.
3. Нормал қисм группа, Группаларнинг гомоморфизми.

Таянч сўзлар: *группа, бинар муносабат, ярим группа, коммутатив группа, тривиал группа, моноид, гомоморфизм, мономорфизм, эпиморфизм, изоморфизм.*

Берилган $M \neq \emptyset$ тўпламда бинар муносабат бирор $\alpha: M \times M \rightarrow M$ акслантириш ёрдамида аниқланиб, ҳар бир $(x, y) (x, y \in M)$ жуфтлик учун $z = \alpha(x, y) \in M$ элемент мос қўйилади. Одатда бинарамали $\circ, \times, \cdot, \dots$, каби белгилар биланифодаланади, мисол учун $z = x \circ y$.

Агар M тўпламда аниқланган бинарамали “ \circ ” ассоциативлик шартини қаноатлантирса, яъни

$$(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \quad \forall x, y, z \in M,$$

у ҳолда (M, \circ) жуфтлик ярим группа дейилади.

Агар (G, \circ) яримгруппада қуйидаги шартлар бажарилса, у ҳолда у группа дейилади:

(G1) Энейтрал элементнинг мавжудлиги, яъни $\exists e \in G, \forall g \in G$ учун

$$g \circ e = e \circ g = g;$$

(G2) $\forall g \in G$ элемент учун, тесқари элемент деб аталувчи $g \circ g^{-1} = g^{-1} \circ g = e$ шартни қаноатлантирувчи элементнинг мавжудлиги.

Ҳар қандай G группа ягона нейтрал элементга эга ва ҳар бир $g \in G$ учун ягона тесқари элемент мавжуд.

Группада қуйидаги тенгликлар ўринлидир:

$$(g^{-1})^{-1} = g, \quad (g_1 \circ g_2 \circ \dots \circ g_k)^{-1} = g_k^{-1} \circ g_{k-1}^{-1} \circ \dots \circ g_1^{-1}.$$

Группа элементининг бутун даражасини қуйидагича аниқлаш мумкин:

$$g^n = g \circ g \circ \dots \circ g \quad (n - \text{марта}),$$

$$g^{-n} = g^{-1} \circ g^{-1} \circ \dots \circ g^{-1} = (g^n)^{-1}, \quad n \in \mathbb{N},$$

$$g^0 = e, \quad g^n \circ g^m = g^{n+m}, \quad (g^n)^m = g^{n \cdot m}, \quad n, m \in \mathbb{Z}.$$

Группанинг айрим элементлари учун $g \circ f \neq f \circ g$. Агар $g \circ f = f \circ g$ тенглик ўринли бўлса, у ҳолда f ва g элементлар ўрин алмашувчан дейилади.

Агар G группанинг ихтиёрий икки элементи ўриналмашувчан бўлса, у ҳолда G группа коммутатив ёки Абел группаси дейилади.

Группада амал баъзан \cdot белги (агар группа Абел группаси бўлса $+$

белги) билан ифодаланади ва кўпайтириш амали (кўшиш) дейилади. Группанинг нейтрал элементи бир (нол) дейилади, мос равишда 1 (ёки 0) билан белгиланади, бунда группа мультипликатив (аддитив) дейилади.

Аддитив группда a элементга тескари элемент қарама-қарши элемент дейилади ва $-a$ каби белгиланади, a^n ўрнига na ёзилади, $n \in \mathbb{Z}$.

Аддитивгруппаларга мисоллар

$(\mathbb{Z}, +)$, $(\mathbb{Q}, +)$, $(\mathbb{R}, +)$, $(\mathbb{C}, +)$ – аддитивгруппалар бўлади.

$R(x_1, x_2, \dots, x_n)$ кўпхадлар тўплами кўшиш амалига нисбатан аддитив группа бўлади.

$M(n, \mathbb{R})$ $n \times n$ матрицалар тўплами кўшиш амалига нисбатан аддитив группа бўлади

\mathbb{R}_n чизиқли фазо кўшиш амалига нисбатан аддитив группа бўлади.

$C[a, b]$ – $[a, b]$ кесмада аниқланган узлуксиз функциялар кўшиш амалига нисбатан аддитив группа бўлади.

Мультипликатив группаларга мисоллар

$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} \setminus \{0\}$ – кўпайтириш амалига нисбатан мультипликатив группа.

$M(n, \mathbb{R})$ детерминанти нолдан фарқли бўлган $n \times n$ матрицалар тўплами кўпайтириш амалига нисбатан мультипликатив группа бўлади.

Бизасосан G группани мультипликатив группа сифатида ўрганамиз.

Чекли группа учун $n = |G|$ сони G группа тартиби дейилади.

$E = \{e\}$ группанинг тартиби биргаченг, у бирёкитривиалгруппа дейилади.

Чексиз элементли группанинг тартиби чексиз, яъни чексиз тартибли группа дейилади.

Фаразқилайлик, $M, N \subseteq G$ группанинг қисм тўплари бўлсин. Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$M^{-1} = \{m^{-1} : m \in M\}; \quad MN = \{mn : m \in M, n \in N\}.$$

2. Қисм группа, циклик группалар.

G группанинг H қисм тўплами, G да аниқланган амалга нисбатан группа ташкил қилса, H тўплам G группанинг қисм тўплами дейилади.

Қуйидаги муносабатлар ўринли:

$$(H \subseteq G \text{ қисм группа}) \Leftrightarrow (e \in H, HH \subseteq H, H^{-1} \subseteq H) \Leftrightarrow (e \in H, HH = H, H^{-1} = H).$$

Қисм группани қуйидагича белгилаймиз: $H \leq G$.

Агар $H \leq G$ ва $H \neq \{e\}$, $H \neq G$ бўлса, у ҳолда H хос қисмгруппа дейилади ва $H < G$ каби белгиланади.

Теорема 1. Ихтиёрий сондаги қисм группалар кесиммасияна қисм группа бўлади.

$M \subseteq G$ бўлсин.

Таъриф. $Mg = \{mg : m \in M\}$ тўплам M тўпламнинг $g \in G$ билан ўнгга сурилиши дейилади, $gM = \{gm : m \in M\}$ тўплам M тўпламнинг $g \in G$ билан чапга сурилиши дейилади.

$H \leq G$ бўлсин, у ҳолда Hg – G группанинг H қисм гурпуадаги ўнг қўшни, gH – чап қўшни синфлари дейилади, g элемент Hg ва gH учун вакил дейилади.

Маълумки, $g = eg = ge \in Hg \cap gH$ ва

$$Hg_1 = Hg_2 \text{ ёки } f_1H = f_2H \Leftrightarrow \exists h_1, h_2 \in H: g_2 = h_1g_1, f_2 = f_1h_2.$$

Ўнг ва чап қўшни синфлар кесишмаси бўш бўлмаслиги мумкин, аммо бир томонли қўшни синфлар Hg_1 ва Hg_2 (ёки f_1H ва f_2H) ёки устма-уст тушади ёки кесишмайди.

Ихтиёрий қисм группа бир вақтда чап ва ўнг қўшни синф бўлади: $H = eH = He$, аммо қўшни синфлар орасида бошқа қисмгруппалар мавжуд эмас. Барча қўшни синфлар бир хил қувватга эга- $|H|$.

Теорема 2. Ҳар хил бир томонли қўшни синфлар тўпламининг қуввати $|G : H|$ томонларнинг танланишига боғлиқ эмас.

Ушбу $|G:H|$ қиймат H қисмгруппанинг G гурпуадаги индексидеб юритилади.

Чекли индекслар қуйидаги хоссани қаноатлантиради:

агар $K \leq H \leq G$, у ҳолда $|G:H| |H:K| = |G:K|$.

Хусусан, Лагранж теоремаси ўринлидир.

H – G чекли группанинг қисмгруппаси бўлсин, у ҳолда

$$|G| = |H| |G:H|.$$

G – группа берилган бўлсин, $g, h \in G$.

$gh = hgh^{-1} \in G$ элемент h элемент ёрдамида элементга қўшма дейилади.

g_1 ва g_2 элементлар учун $\exists h \in G$ элемент топилиб, $g_1h = g_2$ бўлса, g_1 элемент g_2 элементнинг G гурпуадаги қўшмаси дейилади. У ҳолда g_2 элемент g_1 элементга қўшма бўлади: чунки $g_1 = g_2h^{-1}$.

Тасдиқ. Қўшмалик муносабати – G группа элементларининг эквивалентлик муносабати дир.

Исбот: $g = ge, g_1h = g_2 \rightarrow g_2 = g_1h, g_1h = g_2, g_2k = g_3 \rightarrow g_1h_k = g_3$.

G группа элементлари ўзаро кесишмайдиган $[g]$ эквивалентлик синфларга ажралади, бу синфлар қўшмалик синфлари деб юритилади. Уларнинг ичида битта элементли $[e]$ синф ҳам мавжуд.

G Абель группаси \Leftrightarrow унинг барча қўшмалик синфлари битта элементи дир.

$M \subseteq G$ бўлсин. $Mg = \{mg \mid m \in M\}$ тўплам $g \in G$ элемент ёрдамида

тузилган M нинг қўшма тўплами дейилади.

$g \in G$ элемент $h \in G$ элементни марказлаштиради дейилади, агар $hg=h$, яъни $gh=hg$.

$M \subseteq G$ қисм тўпланинги марказлаштирувчиси (централизатори) $CG(M)$ қуйидагича аниқланади:

$$CG(M) = \{ g \in G : gm = mg \forall m \in M \}.$$

Агар $M=G$ бўлса, у ҳолда $C(G) = CG(M)$ қисм группа G группа маркази дейилади.

$g \in G$ элемент $M \subseteq G$ қисм тўпланини нормалаштиради дейилади, агар $Mg=M$, яъни $\forall m \in M : mg \in M$ и $\forall m_1 \in M \exists m_2 \in M : m_2g = m_1$.

$M \subseteq G$ қисм тўпланинги нормализатори $NG(M)$ қуйидагича аниқланади:

$$NG(M) = \{ g \in G : Mg = M \}.$$

$NG(M)$ – G нинг қисм группасидир.

Тасдиқ. $H \leq G \Rightarrow H \leq NG(H)$ ва $CG(M) \leq NG(M)$.

Исбот: $h \in H \Rightarrow Hh = hHh^{-1} \subset H$ ва $\forall x \in H$ учун $x = h(h^{-1}xh)h^{-1}$, яъни

$$\exists y = h^{-1}xh \in H : x = h^{-1}yh = yh.$$

Демак $Hh = H$. $h \in CG(M) \Rightarrow mh = m \forall m \in M \Rightarrow Mh = M \Rightarrow h \in NG(M)$.

2-МАЪРУЗА. Ҳалқа ва майдонлар.

РЕЖА:

1. Ҳалқа тушунчаси. Қисм ҳалқалар
2. Ҳалқанинги турлари
3. Майдон. Қисм майдонлар

Таъриф. Бўш бўлмаган K тўпланда иккита алгебраик (бинар) амал: $+$ (қўшиш) ва $*$ (қўпайтириш) аниқланган бўлиб, қуйидаги

(K1) $(K, +)$ – Абел группа;

(K2) $(K, *)$ – яримгруппа;

(K3) $(a+b)*c = a*c + b*c$, $c*(a+b) = c*a + c*b$, $\forall a, b, c \in K$.

шартлар бажарилса, K ҳалқа деб юритилади.

Ушбу $(K, +)$ структура (ёки тизим) ҳалқанинги аддитив группаси, $(K, *)$ эса мультипликатив яримгруппаси дейилади.

Агар $(K, *)$ моноид (бирли яримгруппа) бўлса $(K, +, *)$ бирли ҳалқа дейилади.

Майдоннинг бирлик элементи одатда 1 билан белгиланади. Баъзан бирлик элементнинг мавжудлиги майдоннинг таърифида талаб этилади.

Айрим назарияларда ҳалқанинги таърифида (K2) аксиома қатнашмайди, ёки (K2) аксиома бошқа бирор аксиома билан алмаштирилади. Бундай ҳолларда ҳалқа ноассоциатив ҳалқа деб юритилади.

Биз асосан одатдаги (ассоциатив) ҳалқаларни ўрганамиз.

K ҳалқанинг L қисм тўплами қисмҳалқа дейилади, агар $x, y \in L \Rightarrow x-y \in L$ и $x \cdot y \in L$.

Ихтиёрий сондаги қисмҳалқалар кесишмаси қисмҳалқа бўлади. Натижада, бирор $T \subset K$ қисмтўпалам ёрдамида ҳосил қилинган $\langle T \rangle \subset K$ қисмҳалқа тўғрисида гапириш мумкин, бу қисмҳалқа T ни ўз ичига олувчи барча қисмҳалқаларнинг кесишмасидир. Агар T – яримҳалқа бўлса, у ҳолда $\langle T \rangle = T$.

K ҳалқакоммутативдейилади, агар $xu=yx, \forall x, y \in K$ бўлса.

Мисоллар. 1) $(Z, +, \cdot)$. m га бўлинувчи барча бутун сонлар тўплами mZ, Z нинг қисмҳалқаси бўлади;

2) $(Q, +, \cdot)$ – рационал сонлар ҳалқаси;

3) $(R, +, \cdot)$ – ҳақиқий сонлар ҳалқаси. Z ва Q тўпламлар R нинг бирлик яримҳалқасидир;

4) $M_n(R)$ – R майдонустида аниқланган $n \times n$ матрицалар ҳалқаси, бирли ҳалқа бўлади. $n > 1$ да $M_n(R)$ – нокоммутатив, $M_n(Q), M_n(Z)$ – яримҳалқа;

5) K коммутатив ҳалқаустида аниқланган $n \times n$ матрицалар $M_n(K)$ ҳалқаси,

6) Функциялар ҳалқаси. X – ихтиёрий тўпалам, K – ҳалқа. Барча $f: X \rightarrow K$ функциялар $K^X = \{f: X \rightarrow K\}$ тўплами $f+g$ и fg индивафг кўпайтма:

$$(f+g)(x) = f(x) \oplus g(x), (fg)(x) = f(x) \otimes g(x),$$

амалларига нисбатан ҳалқа бўлади, бу ерда \oplus, \otimes – K ҳалқадаги амаллар.

Агар 0 ва 1 K ҳалқанинг нол ва бирлик элементи бўлса, у ҳолда $0_x: x \rightarrow 0$ ва $1_x: x \rightarrow 1$ – ўзгармас функциялар K^X ҳалқанинг ноли ва бири бўлади.

Агар K – коммутатив бўлса, у ҳолда K^X – коммутатив.

Агар $K=R$ ёки $X=[0,1]$ бўлса, $K^X = R^{[0,1]} = [0; 1]$ да аниқланган барча ҳақиқий функциялар ҳалқасидир. У ўз ичига қуйидаги қисмҳалқаларни олади:

$B[0,1]$ – барча чегараланган ҳақиқий функциялар ҳалқаси;

$C[0,1]$ – барча ҳақиқий узлуксиз функциялар ҳалқаси.

$x \rightarrow a \in R, \forall x \in X$ ўзгармас функциялар R ҳалқага изоморф бўлган яримҳалқа ҳосил қилади.

7) ихтиёрий $(A, +)$ аддитив группада ушбу $xu=0, \forall x, y \in A$ кўпайтириш амалини киритиш мумкин. Натижада, кўпайтма нол бўлган ҳалқа ҳосил бўлади. Хоссалари:

1. $a^m a^n = a^{m+n}, (a^m)^n = a^{mn}, a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0, \forall a \in K;$

2. $a+0=a \Rightarrow a(a+0)=aa \Rightarrow a^2+a \cdot 0=a^2 \Rightarrow a \cdot 0=0$ (шунга ўхшаш $0 \cdot a=0$);

3. $0=1 \Rightarrow a=a \cdot 1=a \cdot 0=0, \forall a \in K$, яъни $K=\{0\}$. Натижада, нетривиал ҳалқа учун $0 \neq 1$.

4. $(-a)b=a(-b)=-ab$.

Исбот. $0 = a \cdot 0 = a(b-b) = ab + a(-b) \Rightarrow a(-b) = (-ab) - (-a) = a \Rightarrow (-a)(-b) = ab. \square$

5. Дистрибутивликнинг умумий қонуни:

$$(a_1+a_2+\dots+a_n)(b_1+b_2+\dots+b_n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j \quad (\text{индукцияга кўра}).$$

Хусусан, $n(ab)=(na)b=a(nb), \forall n \in \mathbf{Z}$.

$\mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$ ҳалқаларда $ab=0 \Rightarrow a=0 \vee b=0$, аммо

а) $M_n(\mathbf{R})$ ҳалқада $ab = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$;

в) Z_4 ҳалқада $2 \otimes 2 = 0$;

с) R^2 ҳалқада $(1,0)(0,1) = 0$ ва б.

Фараз қилайлик K - ҳалқа, L – идеал бўлсин. K/L нинг элементлари $a+L$ кўшни синфлардир, $a \in K$ (L модул бўйича қолдиқ синфлар дейилади).

Кўшиши: $(a+L) \oplus (b+L) = (a+b)+L, -(a+L) = -a+L.$

Кўпайтириши: $(a+L) \otimes (b+L) = ab+L.$

Кўпайтиришнинг корректлиги: $a' = a+x, b' = b+y, x, y \in L \Rightarrow a'b' = ab+ay+xb+xy = ab+z$, бу ерда $z = ay+xb+xy \in L$, чунки L – идеал, яъни $a'b'$ битта ab нинг кўшни синфига тегишлидир. \square

$$a = a+L \Rightarrow \overline{a} \oplus \overline{b} = \overline{a+b}, \overline{a} \otimes \overline{b} = \overline{a \cdot b}.$$

Хусусан, $\overline{0} = L, \overline{1} = 1+L$ (агар 1 мавжуд бўлса).

K/L учун ҳалқанинг барча хоссалари осон текширилади.

Шундай қилиб $\pi : a \rightarrow \overline{a}$ акслантириш $K \rightarrow K' = K/L$ эпиморфизм бўлади ва $\text{Ker } \pi = L$.

Тасдиқ. K ҳалқанинг ихтиёрий гомоморф образи, $L = \text{ker } f$ идеал бўйича тузилган $K/\text{ker } f$ факторҳалқага изоморфдир.

Исбот. Агар $f : K \rightarrow K'$ гомоморфизм бўлсин. У ҳолда $f(K) \subset K'$ ни K' сифатида қараймиз: $K' = f(K)$, яъни f – эпиморфизм. $L = \text{Ker } f$ бўлсин ва $\overline{K} = K/L$. У ҳолда $a' \in K' \Leftrightarrow a+L = \overline{a}$, бунда $a' = f(a)$ акслантириш K' ва \overline{K} ҳалқалар изоморфизмидини ҳосил қилади:

$$\alpha(\overline{a} \oplus \overline{b}) = \alpha(\overline{a+b}) = f(a+b) = f(a) + f(b) = \alpha(\overline{a}) + \alpha(\overline{b}).$$

$$\alpha(\overline{a} \otimes \overline{b}) = \alpha(\overline{a \cdot b}) = f(ab) = f(a)f(b) = \alpha(\overline{a}) \cdot \alpha(\overline{b}),$$

яъни α – гомоморфизм, $\alpha(\overline{K}) = f(K) = K'$. Демак, α – эпиморфизм. Агар $\alpha(\overline{a}) = \overline{0}$ бўлса, у ҳолда $f(a) = 0$, яъни $a \in L = \text{Ker } f = \overline{a} = \overline{0}$. Демак, α – мономорфизм.

Натижада, α акслантириш $K' = f(K)$ ва K/L факторҳалқа орасида изоморфизмдир, яъни K ҳалқанинг ихтиёрий гомоморф образи, $L = \text{ker } f$ идеал бўйича тузилган $K/\text{ker } f$ факторҳалқага изоморфдир. \square

Теорема. (ҳалқанинг гомоморфизмлари ҳақидаги асосий теорема) K ҳалқанинг ихтиёрий L идеали K/L фактор тўплам устида ҳалқанинг структурасини аниқлайди, бунда K/L факторҳалқа K ҳалқанинг ядроси

Лўлган гомоморфизмнинг образи бўлади. Тескариси, K ҳалқанинг ҳар бир гомоморф образи $K' = f(K)$ ушбу $K/\ker f$ факторҳалқага изоморфдир.

Таъриф. K ҳалқа бўлсин. Агар $a, b \in K, a \neq 0, b \neq 0$ учун $ab=0$ бўлса, у ҳолда *анолнинг чап, b эса ўнг бўлувчиси* дейилади. Коммутатив ҳалқада эса *ва b нолнинг бўлувчилари* дейилади.

Ихтиёрий $K \neq 0$ ҳалқада, 0 нол элемент нолнинг (тривиал) бўлувчиси бўлади.

Нолнинг нолдан фарқли бўлувчиси бўлмаган $1 \neq 0$ бирли коммутатив ҳалқа *бутунли ҳалқа* дейилади.

Теорема. Бирли нотривиал коммутатив K ҳалқа бутунлик соҳаси бўлади фақат ва фақат шу ҳолдаки, агар ҳалқада *қисқартириш қонуни* ўринли бўлса: $ab=ac, a \neq 0 \Rightarrow b=c, \forall a, b, c \in K$.

Мисол. $s = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots), x_i \in \mathbf{R}\}$ – ҳақиқий сонлардан тузилган кет-кетликлар фазоси ва K – барча $a: s \rightarrow s$ чизиқли акслантиришлар ҳалқаси бўлсин. s да амаллар координаталар бўйича аниланган. K ҳалқада қўшиш ва операторлар суперпозицияси (композицияси) амалларини қуйидагича аниқлаймиз: $(a_1 \oplus a_2)(x) = a_1(x) + a_2(x), (a_1 \otimes a_2)(x) = a_2(a_1(x)), x \in s$.

$a_i: s \rightarrow s$ операторлар қуйидагича аниқланган бўлсин:

$$a_1: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, \dots),$$

$$a_2: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, \dots).$$

У ҳолда,

$$a_1 \otimes a_2: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (0, x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, \dots),$$

$$a_2 \oplus a_1: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, \dots),$$

яъни $a_2 \oplus a_1 = 1$ – айний оператор.

Демак, $a_1 \oplus a_2 \neq 1, a_2 \oplus a_1 = 1$, яъни a_1 ўнг (чап бўлмаган), a_2 эса чап (ўнг бўлмаган) K даги бирнинг бўлувчиларидир.

$M_n = M_n(\mathbf{R})$ матрицалар ҳалқасида тескариланувчан элементлар, бу тескариланувчан матрицалардир (яъни нолдан фарқли детерминантга эга бўлган матрицалар). Тескариланувчан элемент нолнинг бўлувчиси бўлаолмайди:

$$ab=0 \Rightarrow a^{-1}(ab)=0 \Rightarrow (a^{-1}a)b=0 \Rightarrow b=0, \text{ (шунга ўхшаш, } ba=0 \Rightarrow b=0).$$

Теорема. Бирли элементли K ҳалқанинг тескариланувчан элементлари тўплами кўпайтириш амалига нисбатан группа ташкил этади (ушбу группа $U(K)$ каби белгиланади).

Изоҳ. $M_n(\mathbf{R})$ ҳалқада чап ва ўнг тескариланувчанлик тушунчаси тескариланувчанлик тушунчаси билан бир хил. Чунки, $ab=1, a, b \in M_n(\mathbf{R}) \Rightarrow \det(a)\det(b) = \det(ab) = 1$, яъни. $\det(a) \neq 0$ ва $\det(b) \neq 0$, демак. a ва b тескариланувчан. Хусусан, $ab=1 \Rightarrow a^{-1}(ab)=a^{-1} \Rightarrow b=a^{-1}$. \square

Агар K ҳалқа аксиомаларидаги $(K2)$ аксиомани янада кучлироқ қуйидаги аксиомага алмаштирадик:

$(K2')$ кўпайтириш амалига нисбатан $K^* = K \setminus \{0\}$ тўпلام группа бўлади; у ҳолда K бўлиш амали ўринли бўлган ҳалқа ёки жисм дейилади.

Шундай қилиб, бўлиш амали ўринли бўлган ҳалқада нолнинг бўлувчилари мавжуд эмас ва нолдан фарқли ихтиёрий элемент тескариланувчан.

Агар жисм коммутатив бўлса, у *майдон* деб юритилади.

Таъриф. Бирли коммутатив P ҳалқа майдон дейилади, агар $1 \neq 0$ бўлиб ҳар бир $a \neq 0$ элемент тескариланувчан бўлса. $P^* = U(P)$ группа P майдоннинг мультипликатив группаси дейилади.

ab^{-1} кўпайтмани одатда $\frac{a}{b}$ (ёки a/b) каср кўринишда ёзамиз. Бу каср $bx = a$ тенгламанинг ягона ечимидир ($b \neq 0$).

Тасдиқ. P ҳалқада аниқланган “каср” амали қуйидаги қоидаларга бўйсунди:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc, (b, d \neq 0); \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, (b, d \neq 0);$$

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}, (b \neq 0); \frac{a}{b} \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, (bd \neq 0);$$

$$\left(\frac{a}{b^{-1}}\right)^{-1} = \frac{b}{a^{-1}}.$$

Таъриф. P майдон учун $F \subset P$ қисм майдон дейилади, агар F тўпلام P да қисм ҳалқа бўлиб, F майдон ташкил қилса.

Мисол. $Q \subset R \subset C$.

Ушбу $F \subset P$ ҳолатда, P майдон F майдоннинг кнегайтмаси дейилади.

Таърифга кўра $0, 1 \in P$ ва $0, 1 \in F$ ҳамда мос равишда F нинг бири ва ноли бўлади.

$F \subset P$ қисм майдон ва $a \in P \setminus F$ бўлсин. P майдоннинг F ва a ни ўз ичига олувчи барча қисм майдонларининг кесишмаси F_1 , $\{F, a\}$ тўпلامни ўз ичига олувчи энг кичик майдон бўлади ва F_1 майдон F майдонга a элементни бирлаштириш (улаш) билан ҳосил қилинган майдон дейилади ва $F_1 = F(a)$ каби белгиланади.

Агар F_1 майдон F қисм майдонга $a_1, a_2, \dots, a_n \in P$ элементларни бирлаштириш билан ҳосил қилинган бўлса биз $F_1 = F(a_1, a_2, \dots, a_n)$ каби ёзамиз.

Мисол. $Q(\sqrt{2}) = \{c: c = a + b\sqrt{2}, a, b \in Q\}$.

$$\text{Исбот. } (\sqrt{2})^2 = 2, \frac{1}{a + b\sqrt{2}} = \frac{a}{a^2 - 2b^2} - \frac{b}{a^2 - 2b^2}\sqrt{2},$$

бунда $a + b\sqrt{2} \neq 0$. \square

Шунга ўхшаш,

$$Q(\sqrt{3}) = \{c: c = a + b\sqrt{3}, a, b \in Q\}, Q(\sqrt{5}) = \{c: c = a + b\sqrt{5}, a, b \in Q\}.$$

\mathbf{P} ва \mathbf{P}' майдонлар изоморф дейилади, агар улар ҳалқа сифатида изоморф бўлса. Таърифга кўра, ихтиёрий $f: \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{P}'$ изоморфизм учун $f(0) = 0$, $f(1) = 1$.

Ихтиёрий нолдан фарқли гомоморфизм мономорфизм бўлади. Чунки,
 $a \neq 0, f(a) \neq 0 \Rightarrow f(1) = f(aa^{-1}) = f(a)f(a^{-1}) \neq 0$.

Натижада, $\forall b \in \mathbf{P}, f(b) = f(b1) = f(b)f(1) = 0$, яъни $\text{Ker}f = \mathbf{P}$.

Майдонлар назариясида майдонлар *автоморфизмлари* муҳим аҳамиятга эга бўлиб, Галуа назариясининг асосий инструментларидан бири ҳисобланади.

Майдонларни кенгайтириш жараёни жуда узун тарихга эга:

$$1 \rightarrow \{n\} \rightarrow \mathbf{N} \rightarrow \{\mathbf{N}, 0\} \rightarrow \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{Q}(\sqrt{2}) \rightarrow \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{C}.$$

$\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{R}$ алгебраик жараён эмас (тўлдиришнинг узлуксизиги).

p -адик сонлар майдони \mathbf{Q} ни бошқа бир метрика ёрдамида тўлдиришдир.

3-МАЪРУЗА. Ҳалқалар гомоморфизмлари

РЕЖА:

4. Ҳалқа тушунчаси. Ҳалқанинг гомоморфизмлари ва идеаллари.
5. Ҳалқанинг турлари
6. Майдон. Майдонлар характеристикаси.

Таянч сўзлар: *ҳалқа, майдон, бинар муносабат, гомоморфизм, мономорфизм, эпиморфизм, изоморфизм.*

Ҳалқа. Ҳалқанинг гомоморфизмлари ва идеаллари

Таъриф. Бўш бўлмаган K тўпламда иккита алгебраик (бинар) амал: $+$ (қўшиш) ва $*$ (кўпайтириш) аниқланган бўлиб, қуйидаги

(K1) $(K, +)$ – Абел группа;

(K2) $(K, *)$ – яримгруппа;

(K3) $(a+b)*c = a*c + b*c$, $c*(a+b) = c*a + c*b$, $\forall a, b, c \in K$.

шартлар бажарилса, K *ҳалқа* деб юритилади.

Ушбу $(K, +)$ структура (ёки тизим) *ҳалқанинг аддитив группаси*, $(K, *)$ эса *мультипликатив яримгруппаси* дейилади.

Агар $(K, *)$ моноид (бирли яримгруппа) бўлса $(K, +, *)$ бирли ҳалқа дейилади.

Майдоннинг бирлик элементи одатда 1 билан белгиланади. Баъзан бирлик элементнинг мавжудлиги майдоннинг таърифида талаб этилади.

Айрим назарияларда ҳалқанинг таърифида (K2) аксиома қатнашмайди, ёки (K2) аксиома бошқа бирор аксиома билан алмаштирилади. Бундай ҳолларда ҳалқа *ноассоциатив ҳалқа* деб юритилади.

Биз асосан одатдаги (ассоциатив) ҳалқаларни ўрганамиз.

K ҳалқанинг L қисм тўплами *қисмҳалқа* дейилади, агар $x, y \in L \Rightarrow x-y \in L$ и $x \cdot y \in L$.

Ихтиёрий сондаги қисмҳалқалар кесишмаси қисмҳалқа бўлади. Натижада, бирор $T \subset K$ қисмтўпалам ёрдамида ҳосил қилинган $\langle T \rangle \subset K$ қисмҳалқа тўғрисида гапириш мумкин, бу қисмҳалқа T ни ўз ичига олувчи барча қисмҳалқаларнинг кесишмасидир. Агар T – яримҳалқа бўлса, у ҳолда $\langle T \rangle = T$.

K ҳалқа *коммутатив* дейилади, агар $x \cdot y = y \cdot x, \forall x, y \in K$ бўлса.

Мисоллар. 1) $(Z, +, \cdot)$. m га бўлинувчи барча бутун сонлар тўплами mZ, Z нинг қисмҳалқаси бўлади;

2) $(Q, +, \cdot)$ – рационал сонлар ҳалқаси;

3) $(R, +, \cdot)$ – ҳақиқий сонлар ҳалқаси. Z ва Q тўпламлар R нинг бирлик яримҳалқасидир;

4) $M_n(R)$ – R майдонустида аниқланган $n \times n$ матрицалар ҳалқаси, бирли ҳалқа бўлади. $n > 1$ да $M_n(R)$ – нокоммутатив, $M_n(Q), M_n(Z)$ – яримҳалқа;

5) K коммутатив ҳалқаустида аниқланган $n \times n$ матрицалар $M_n(K)$ ҳалқаси,

б) Функциялар ҳалқаси. X – ихтиёрий тўпалам, K – ҳалқа. Барча $f: X \rightarrow K$ функциялар $K^X = \{f: X \rightarrow K\}$ тўплами $f+g$ и fg кўпайтма:

$$(f+g)(x) = f(x) \oplus g(x), (fg)(x) = f(x) \otimes g(x),$$

амалларига нисбатан ҳалқа бўлади, бу ерда \oplus, \otimes – K ҳалқадаги амаллар.

Агар 0 ва 1 K ҳалқанинг нол ва бирлик элементи бўлса, у ҳолда $0_x: x \rightarrow 0$ ва $1_x: x \rightarrow 1$ – ўзгармас функциялар K^X ҳалқанинг ноли ва бири бўлади.

Агар K – коммутатив бўлса, у ҳолда K^X – коммутатив.

Агар $K=R$ ёки $X=[0,1]$ бўлса, $K^X = R^{[0,1]} = [0,1]$ да аниқланган барча ҳақиқий функциялар ҳалқасидир. У ўз ичига қуйидаги қисмҳалқаларни олади:

$V[0,1]$ – барча чегараланган ҳақиқий функциялар ҳалқаси;

$C[0,1]$ – барча ҳақиқий узлуксиз функциялар ҳалқаси.

$x \rightarrow ax \in R, \forall x \in X$ ўзгармас функциялар R ҳалқага изоморф бўлган яримҳалқа ҳосил қилади.

7) ихтиёрий $(A, +)$ аддитив гурпуада ушбу $x \cdot y = 0, \forall x, y \in A$ кўпайтириш амалини киритиш мумкин. Натижада, *кўпайтма нол бўлган ҳалқа* ҳосил бўлади. Хоссалари:

5. $a^m a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$, $\forall a \in K$;
6. $a+0=a \Rightarrow a(a+0)=aa \Rightarrow a^2+a \cdot 0=a^2 \Rightarrow a \cdot 0=0$ (шунга ўхшаш $0 \cdot a=0$);
7. $0=1 \Rightarrow a=a \cdot 1=a \cdot 0=0, \forall a \in K$, яъни $K=\{0\}$. Натихада, нетривиал халқа учун $0 \neq 1$.
8. $(-a)b=a(-b)=-ab$.

Исбот. $0 = a \cdot 0 = a(b-b) = ab + a(-b) \Rightarrow a(-b) = (-ab) - (-a) = a \Rightarrow (-a)(-b) = ab$. \square

5. Дистрибутивликнинг умумий қонуни:

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)(b_1 + b_2 + \dots + b_n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j \quad (\text{индукцияга кўра}).$$

Хусусан, $n(ab) = (na)b = a(nb), \forall n \in \mathbf{Z}$.

Фараз қилайлик $(K, +, \cdot)$ ва (K', \oplus, \otimes) халқа бўлсин. $f: K \rightarrow K'$ акслантириш гомоморфизм дейилади, агар

$$\begin{aligned} f(a+b) &= f(a) \oplus f(b), \\ f(a \cdot b) &= f(a) \otimes f(b), \forall a, b \in K. \end{aligned}$$

Демак, $f(0) = 0'$, $f(na) = nf(a), \forall n \in \mathbf{Z}$.

$\text{Ker} f = \{a \in K : f(a) = 0'\}$ – K да яримхалқа. $\text{Ker} f$ тўплам f нинг ядроси (ўзаги) дейилади.

Умуман, $L = \text{Ker} f \Rightarrow Lx \subset L, \forall x \in K$.

Исбот. $\forall x \in K, l \in L$ учун $f(lx) = f(l) \otimes f(x) = 0' \otimes f(x) = 0'$, яъни $lx \in L$. \square

Шунга ўхшаш, $xL \subset L, \forall x \in K$, яъни $LK \subset L$ ва $KL \subset L$.

Бундай L яримхалқалар (икки томонлама) *идеал* деб юритилади.

$f: K \rightarrow K'$ гомоморфизм *мономорфизм* дейилади, агар $\text{Ker} f = \{0\}$ бўлса.

Эпиморфизм дейилади, агар $\text{Im} f = \{f(x), x \in K\} = f(K) = K'$ бўлса. *Изоморфизмом* дейилади, агар f мономорфизм ва эпиморфизм бўлса, бундай ҳолда $K \cong K'$ каби белгиланади.

Мисоллар. 1) $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_m$ эпиморфизм бўлади ва $\text{Ker} f = m\mathbf{Z}$, $m\mathbf{Z}$ – \mathbf{Z} да идеал (умуман \mathbf{Z} да ихтиёрий қисмхалқа $m\mathbf{Z}$ кўринишга эга, яъни идеал);

2) $M_2(\mathbf{Z})$ – \mathbf{Z} майдон бўйича 2×2 матрицалар халқаси. $K_0 = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \delta \end{pmatrix}, \alpha, \beta, \delta \in \mathbf{Z} \right\}$ яримхалқа бўлади, идеал

эмас: $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta & \alpha \\ \delta & 0 \end{pmatrix} \notin K_0$;

3) Коммутатив халқада идеал қуриш методлари:

а) $\forall a \in K, aK$ – K нинг идеали бўлади: $ax + ay = a(x+y)$, $(ax)y = a(xy)$. aK идеал $a \in K$ элемент ёрдамида тузилган асосий идеал деб юритилади.

2. Халқанинг турлари

$\mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$, \mathbf{C} халқаларда $ab=0 \Rightarrow a=0$ ёки $b=0$, аммо

$$a) M_n(\mathbf{R}) \text{ халқада } ab = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0;$$

$$b) \mathbf{Z}_4 \text{ халқада } 2 \otimes 2 = 0;$$

$$c) \mathbf{R}^2 \text{ халқада } (1,0)(0,1) = 0 \text{ ва б.}$$

Таъриф. K халқа бўлсин. Агар $a, b \in K, a \neq 0, b \neq 0$ учун $ab=0$ бўлса, у ҳолда *анолнинг чап*, b эса *ўнг* бўлувчиси дейилади. Коммутатив халқада эса *ва* b *нолнинг бўлувчилари* дейилади.

Ихтиёрий $K \neq 0$ халқада, 0 нол элемент нолнинг (тривиал) бўлувчиси бўлади.

Нолнинг нолдан фарқли бўлувчиси бўлмаган $1 \neq 0$ бирли коммутатив халқа *бутунли халқа* дейилади.

Теорема. Бирли нотривиал коммутатив K халқа бутунлик соҳаси бўлади фақат ва фақат шу ҳолдаки, агар халқада *қисқартириш қонуни* ўринли бўлса: $ab=ac, a \neq 0 \Rightarrow b=c, \forall a, b, c \in K$.

Мисол. $s = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots), x_i \in \mathbf{R}\}$ – ҳақиқий сонлардан тузилган кет-кетликлар фазоси ва K – барча $a: s \rightarrow s$ чизиқли акслантиришлар халқаси бўлсин. s да амаллар координаталар бўйича аниланган. K халқада қўшиш ва операторлар суперпозицияси (композицияси) амалларини куйидагича аниқлаймиз: $(a_1 \oplus a_2)(x) = a_1(x) + a_2(x), (a_1 \otimes a_2)(x) = a_2(a_1(x)), x \in s$.

$a_i: s \rightarrow s$ операторлар куйидагича аниқланган бўлсин:

$$a_1: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, \dots),$$

$$a_2: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, \dots).$$

У ҳолда,

$$a_1 \otimes a_2: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (0, x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, \dots),$$

$$a_2 \oplus a_1: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, \dots),$$

яъни $a_2 \oplus a_1 = 1$ – айний оператор.

Демак, $a_1 \oplus a_2 \neq 1, a_2 \oplus a_1 = 1$, яъни a_1 ўнг (чап бўлмаган), a_2 эса чап (ўнг бўлмаган) K даги бирнинг бўлувчиларидир.

$M_n = M_n(\mathbf{R})$ матрицалар халқасида тескариланувчан элементлар, бу тескариланувчан матрицалардир (яъни нолдан фарқли детерминантга эга бўлган матрицалар). Тескариланувчан элемент нолнинг бўлувчиси бўлаолмайди:

$$ab=0 \Rightarrow a^{-1}(ab)=0 \Rightarrow (a^{-1}a)b=0 \Rightarrow b=0, \text{ (шунга ўхшаш, } ba=0 \Rightarrow b=0).$$

Теорема. Бирли элементли K халқанинг тескариланувчан элементлари тўплами кўпайтириш амалига нисбатан группа ташкил этади (ушбу группа $U(K)$ каби белгиланади).

Изоҳ. $M_n(\mathbf{R})$ ҳалқада чап ва ўнг тескариланувчанлик тушунчаси тескариланувчанлик тушунчаси билан бир хил. Чунки, $ab=1$, $a, b \in M_n(\mathbf{R}) \Rightarrow \det(a)\det(b) = \det(ab) = 1$, яъни. $\det(a) \neq 0$ ва $\det(b) \neq 0$, демак. a ва b тескариланувчан. Хусусан, $ab=1 \Rightarrow a^{-1}(ab)=a^{-1} \Rightarrow b=a^{-1}$. \square

Агар K ҳалқа аксиомаларидаги (K2) аксиомани янада кучлироқ куйидаги аксиомага алмаштираш:

(K2') кўпайтириш амалига нисбатан $K^* = K \setminus \{0\}$ тўпلام группа бўлади; у ҳолда K бўлиш амали ўринли бўлган ҳалқа ёки жисм дейилади.

Шундай қилиб, бўлиш амали ўринли бўлган ҳалқада нолнинг бўлувчилари мавжуд эмас ва нолдан фарқли ихтиёрий элемент тескариланувчан.

Агар жисм коммутатив бўлса, у майдон деб юритилади.

Таъриф. Бирли коммутатив \mathbf{P} ҳалқа майдон дейилади, агар $1 \neq 0$ бўлиб ҳар бир $a \neq 0$ элемент тескариланувчан бўлса. $\mathbf{P}^* = U(\mathbf{P})$ группа \mathbf{P} майдоннинг мультипликатив группаси дейилади.

ab^{-1} кўпайтмани одатда $\frac{a}{b}$ (ёки a/b) каср кўринишда ёзамиз. Бу каср $b \cdot x = a$ тенгламанинг ягона ечимидир ($b \neq 0$).

Тасдиқ. \mathbf{P} ҳалқада аниқланган “каср” амали куйидаги қоидаларга бўйсунди:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc, (b, d \neq 0); \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, (b, d \neq 0);$$

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}, (b \neq 0); \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, (bd \neq 0);$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a^{-1}}.$$

Таъриф. \mathbf{P} майдон учун $\mathbf{F} \subset \mathbf{P}$ қисм майдон дейилади, агар \mathbf{F} тўпلام \mathbf{P} да қисм ҳалқа бўлиб, \mathbf{F} майдон ташкил қилса.

Мисол. $\mathbf{Q} \subset \mathbf{R} \subset \mathbf{C}$.

Ушбу $\mathbf{F} \subset \mathbf{P}$ ҳолатда, \mathbf{P} майдон \mathbf{F} майдоннинг кнегайтмаси дейилади.

Таърифта кўра $0, 1 \in \mathbf{P}$ ва $0, 1 \in \mathbf{F}$ ҳамда мос равишда \mathbf{F} нинг бири ва ноли бўлади.

$\mathbf{F} \subset \mathbf{P}$ қисм майдон ва $a \in \mathbf{P} \setminus \mathbf{F}$ бўлсин. \mathbf{P} майдоннинг \mathbf{F} ва a ни ўз ичига олувчи барча қисм майдонларининг кесишмаси \mathbf{F}_1 , $\{\mathbf{F}, a\}$ тўпلامни ўз ичига олувчи энг кичик майдон бўлади ва \mathbf{F}_1 майдон \mathbf{F} майдонга a элементни бирлаштириш (улаш) билан ҳосил қилинган майдон дейилади ва $\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}(a)$ каби белгиланади.

Агар F_1 майдон F қисм майдонга $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbf{P}$ элементларни бирлаштириш билан ҳосил қилинган бўлса биз $F_1 = F(a_1, a_2, \dots, a_n)$ каби ёзамиз.

Мисол. $Q(\sqrt{2}) = \{c: c = a + b\sqrt{2}, a, b \in Q\}$.

Исбот. $(\sqrt{2})^2 = 2, \frac{1}{a + b\sqrt{2}} = \frac{a}{a^2 - 2b^2} - \frac{b}{a^2 - 2b^2}\sqrt{2},$

бунда $a + b\sqrt{2} \neq 0$. □

Шунга ўхшаш,

$Q(\sqrt{3}) = \{c: c = a + b\sqrt{3}, a, b \in Q\}, Q(\sqrt{5}) = \{c: c = a + b\sqrt{5}, a, b \in Q\}$.

\mathbf{P} ва \mathbf{P}' майдонлар изоморф дейилади, агар улар халқа сифатида изоморф бўлса. Таърифга кўра, ихтиёрий $f: \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{P}'$ изоморфизм учун $f(0) = 0, f(1) = 1$.

Ихтиёрий нолдан фарқли гомоморфизм мономорфизм бўлади. Чунки,
 $a \neq 0, f(a) \neq 0 \Rightarrow f(1) = f(aa^{-1}) = f(a)f(a^{-1}) = 0$.

Натижада, $\forall b \in \mathbf{P}, f(b) = f(b1) = f(b)f(1) = 0$, яъни $\text{Ker} f = \mathbf{P}$.

Майдонлар назариясида майдонлар *автоморфизмлари* муҳим аҳамиятга эга бўлиб, Галуа назариясининг асосий инструментларидан бири ҳисобланади.

Майдонларни кенгайтириш жараёни жуда узун тарихга эга:

$$1 \rightarrow \{n\} \rightarrow \mathbf{N} \rightarrow \{\mathbf{N}, 0\} \rightarrow \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{Q}(\sqrt{2}) \rightarrow \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{C}.$$

$\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{R}$ алгебраик жараён эмас (тўлдиришнинг узлуксизиги).

p -адик сонлар майдони \mathbf{Q}_p ни бошқа бир метрика ёрдамида тўлдиришдир.

Майдон. Майдонлар характеристикаси

m модулининг қолдикларидан ушбу амал билан $\bar{k} + \bar{l} = \overline{k+l}, \bar{k}\bar{l} = \overline{kl}$ тузилган \mathbf{Z}_m халқани қараймиз:

$$\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \dots, \overline{m-1}.$$

Агар $st = m$ бўлса, у ҳолда $\bar{s} \cdot \bar{t} = \bar{0}$, \bar{s} ва \bar{t} - \mathbf{Z}_m даги нолнинг бўлувчиларидир.

Демак, агар бўлувчи мавжуд бўлса ($m \neq 1$), яъни m -туб бўлмаса, у ҳолда \mathbf{Z}_m майдон ташкил этмайди.

p -туб сон бўлсин. Кўрсатиш мумкинники, \mathbf{Z}_p - майдон. Фараз қилайлик $\bar{s} \neq \bar{0}$ (яънисони p га бўлинмайди). $\bar{s}' \in \mathbf{Z}_p^*$ тескари элемент мавжудлигини кўрсатамиз.

Қуйидаги сонларни қараймиз

$$\bar{s}, \overline{2s}, \overline{3s}, \dots, \overline{(p-1)s}. \quad (*)$$

Барчаси нолдан фарқли, чунки $s \not\equiv 0 \pmod{p} \Rightarrow ks \not\equiv 0 \pmod{p}$, агар $k = 1, 2, \dots, p-1$ бўлса. Бундан ташқари (*) даги барча элементлар бир-биридан фарқли, чунки агар $\overline{ks} = \overline{ls}$, $k < l$ бўлса, у ҳолда $\overline{(l-k)s} = \overline{0}$, бу мумкин эмас (бизда $l-k < p$). Шунинг учун, Поэтому в (*) да қанча ҳар хил элементлар бўлса, ушбу

$$\overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \dots, \overline{p-1} \quad (**)$$

тўпламда ҳам шунча элементлар бор, чўни (*) тўплам (**) нинг шунчаки ўриналмаштиришидан тузилган. Натижада (*) да $\overline{s's} = \overline{1}$ ни қаноатлантирувчи элемент мавжуддир ($1 \leq s' \leq p-1$). Демак, $\overline{s's} = \overline{1}$, яъни. $s' = \overline{s}^{-1}$ - тесқари элемент.

Шундай қилиб қуйидаги теорема исботланди

Теорема. Қолдиқлар ҳалқаси Z_m майдон бўлиши учун $m=p$ -туб сон бўлиши зарур ва етарли.

Натижа. (Ферманинг кичик теоремаси). p -туб сонга бўлинмайдиган ихтиёрий m бутун сон учун қуйидаги муносабат ўринлидир: $m^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$. Дялюбою целого числа m , не делящегося m простое число римеет место сравнение: $m^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

Исбот. Z_p майдон мультипликативгруппаси Z_p^* нинг тартибир-1 га тенг. Лагранж теоремасига кўрар-1 сони Z_p^* даги ихтиёрий элемент тартибига бўлинади (яъни Z_p^* га тегишли ихтиёрий элемент $p-1$ даражаси $\overline{1}$ га тенг), яъни

$$(\overline{m})^{p-1} = \overline{1} \Rightarrow \overline{m^{p-1}} - \overline{1} = \overline{0} \Rightarrow \overline{m^{p-1} - 1} = \overline{0} \Rightarrow m^{p-1} - 1 \equiv 0 \pmod{p}, \text{ яъни } m^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}. \quad \square$$

Таъриф. Хос қисммайдонга эга бўлмаган майдон *содда майдон* деб юритилади.

Теорема. Ҳар бир P майдон ягона P_0 содда қисммайдонга эга. Бу содда майдон Q га ёки Z_p га изоморфдир (p бирор туб сон).

Исбот. Агар P' ва P'' ҳар хил содда қисммайдонлар бўлса, у ҳолда $P_0 = P' \cap P''$ қисммайдон (бўш эмас, чунки $0, 1 \in P_0$), ва $P_0 \neq P', P_0 \neq P''$, бу P' ва P'' нинг содда эканлигига зиддир. Натижада, содда қисммайдон ягонадир (умуман $P_0 = \bigcap_{\alpha} P_{\alpha}$ - P даги барча қисммайдонлар).

$1 \in P_0$ бир элемент учун $n \cdot 1 = \underbrace{1+1+1+\dots+1}_n$. Ҳалқа аксиомаларидан қуйидагилар келиб чиқади:

$$s1 + t1 = (s + t)1,$$

$$(s1)(t1) = (st)1, \forall s, t \in \mathbf{Z}.$$

\mathbf{Z} ҳалқани \mathbf{P} майдонга f акслантиришни қарайлик:

$$f(n) = n1.$$

f ҳалқанинг гомоморфизмидир. Ядро $\text{Ker}f = \mathbf{Z}$ да идеал бўлиб, $\text{Ker}f = m \mathbf{Z}$, бирор $m \geq 0, m \in \mathbf{Z}$ учун.

Агар $m=0$ бўлса, у ҳолда $\text{Ker}f = \{0\}$ ва f - изоморфизм \mathbf{Z} ни \mathbf{P} нинг ичига акслантириш бўлади.

Шунинг учун, $\mathbf{Z} \subset \mathbf{P}$ ни қисм ҳалқа деб ҳисоблаш мумкин. У ҳолда $1/t1, (s, t \in \mathbf{Z})$ каср \mathbf{P} да маънога эга (чунки \mathbf{P} майдон) ваулар \mathbf{Z} ни ўз ичига олувчи \mathbf{P} даги энг кичик \mathbf{P}_0 қисм ҳалқани ҳосил қилади ва $\mathbf{P}_0 \approx \mathbf{Q}$.

Агар $m > 0$ бўлса, у ҳолда $f^* : \bar{k} = \{k\}_m \rightarrow f(k)$ акслантириш \mathbf{Z}_m ни \mathbf{P} ичига изоморф акслантиради. Маълумки, \mathbf{P} да нолнинг бўлувчилари йўқ, у ҳолда ва \mathbf{Z}_m да ҳам нолнинг бўлувчилари йўқ. Юқоридаги теоремага кўра $m = p$ - туб сон, яъни \mathbf{Z}_p - майдон. Натижада, $f^*(\mathbf{Z}_p) - \mathbf{P}$ да содда қисм майдон, яъни $\mathbf{P}_0 \approx \mathbf{Z}_p$.

□

Таъриф. \mathbf{P} майдон нолхарактикага эга дейилади, агар унинг \mathbf{P}_0 содда қисм майдони \mathbf{Q} га изоморф бўлса.

Таъриф. \mathbf{P} майдон p содда характикага эга дейилади, агар унинг \mathbf{P}_0 содда қисм майдони \mathbf{Z}_p га изоморф бўлса.

Мос равишда $\text{char } \mathbf{P} = 0$ ёки $\text{char } \mathbf{P} = p > 0$ каби белгилаймиз.

Агар \mathbf{Z}_p - майдон сифатида қараалса, одатда \mathbf{F}_p ёки $\text{GF}(p)$ (Galois Field - Галуа майдони) каби белгиланади.

Шундай (чекли) $\text{GF}(p)$ майдон мавжудки, унинг элементлари учун $q = p^n$ тенглик ўринлидир, бу ерда p - туб сон, n - мусбат бутун сон.

Мисол. Тўртта элементли $\text{GF}(4) = \{0, 1, \alpha, \beta\}$ группани қараймиз:

+	0	1	α	β
0	0	1	α	β
1	1	0	β	α
α	α	β	0	1
β	β	α	1	0

*	0	1	α	β
0	0	0	0	0
1	0	1	α	β
α	0	α	β	1
β	0	β	1	α

Назорат саволлари

1. Бинар амаллар.
2. Яримгруппа ва моноидлар.
3. Тескариланувчи элементлар.
4. Группалар. Таърифи ва мисоллар.
5. Группаларнинг гомоморфизм ва изоморфизмлари.
6. Қисм-группалар ва фактор группалар.

7. Ҳалқалар ва бутунлик соҳалари.
8. Ҳалқаларнинг гомоморфизмлари ва идеаллари.
9. Майдон таърифи, мисоллар.

Адабиёт

1. D. S. Malik, John M. Mordeson, M. K. Sen, Fundamentals of Abstract Algebra, Mcgraw-Hill College, 1997.
2. Fernando Q. Gouvêa. A Guide to Groups, Rings, and Fields, USA, 2012.

IV. АМАЛИЙ МАШҒУЛОТЛАР

1-2 – Амалий машғулот

Группалар

1. *Қуйидаги группалар аддитив группалар эканлигини кўрсатинг.*

$(\mathbb{Z}, +)$, $(\mathbb{Q}, +)$, $(\mathbb{R}, +)$, $(\mathbb{C}, +)$

2. $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ кўпхадлар тўплами қўшиш амалига нисбатан аддитив группа бўлишини кўрсатинг.

3. $M(n, \mathbb{R})$ $n \times n$ матрицалар тўплами қўшиш амалига нисбатан аддитив группа бўлишини кўрсатинг.

4. \mathbb{R}_n чизиқли фазо қўшиш амалига нисбатан аддитив группа бўлади.

5. $C[a, b]$ – $[a, b]$ кесмада аниқланган узлуксиз функциялар қўшиш амалига нисбатан аддитив группа бўлади.

6. *Қуйидаги группалар мультипликатив группалар эканлигини кўрсатинг*

$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} \setminus \{0\}$

7. $M(n, \mathbb{R})$ детерминанти нолдан фарқли бўлган $n \times n$ матрицалар тўплами кўпайтириш амалига нисбатан мультипликатив группа бўлади.

8. Ихтиёрий сондаги қисмгруппаларнинг кесишмаси яна қисм группа бўлишини кўрсатинг.

1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$. m га бўлинувчи барча бутун сонлар тўплами $m\mathbb{Z}$, \mathbb{Z} нинг қисмҳалқаси бўлади;

2) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ – рационал сонлар ҳалқаси;

3) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ – ҳақиқий сонлар ҳалқаси. \mathbb{Z} ва \mathbb{Q} тўпламлар \mathbb{R} нинг бирлик яримҳалқасидир;

4) $M_n(\mathbb{R}) - \mathbb{R}$ майдонустида аниқланган $n \times n$ матрицалар ҳалқаси, бирли ҳалқа бўлади. $n > 1$ да $M_n(\mathbb{R})$ - нокоммутатив, $M_n(\mathbb{Q})$, $M_n(\mathbb{Z})$ – яримҳалқа;

5) \mathbb{K} коммутатив ҳалқаустида аниқланган $n \times n$ матрицалар $M_n(\mathbb{K})$ ҳалқаси,

6) Функциялар ҳалқаси. X – ихтиёрий тўплам, \mathbb{K} – ҳалқа. Барча $f: X \rightarrow \mathbb{K}$ функциялар $\mathbb{K}^X = \{f: X \rightarrow \mathbb{K}\}$ тўплами $f+g$ и fg и fg кўпайтма:

$$(f+g)(x) = f(x) \oplus g(x), (fg)(x) = f(x) \otimes g(x),$$

амалларига нисбатан ҳалқа бўлади, бу ерда \oplus , \otimes – \mathbb{K} ҳалқадаги амаллар.

7) Агар 0 ва $1 \in \mathbb{K}$ ҳалқанинг нол ва бирлик элементи бўлса, у ҳолда $0_x: x \rightarrow 0$ ва $1_x: x \rightarrow 1$ – ўзгармас функциялар \mathbb{K}^X ҳалқанинг ноли ва бири бўлади.

Агар \mathbb{K} – коммутатив бўлса, у ҳолда \mathbb{K}^X – коммутатив.

Агар $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ёки $X = [0, 1]$ бўлса, $\mathbb{K}^X = \mathbb{R}^{[0, 1]}$ – $[0; 1]$ да аниқланган барча ҳақиқий функциялар ҳалқасидир. У ўз ичига қуйидаги қисмҳалқаларни олади:

$V[0,1]$ – барча чегараланган ҳақиқий функциялар ҳалқаси;

$C[0,1]$ – барча ҳақиқий узлуксиз функциялар ҳалқаси.

8) $\mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$ ҳалқаларда $ab=0 \Rightarrow a=0$ ёки $b=0$, аммо

$$a) M_n(\mathbf{R}) \text{ ҳалқада } ab = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0;$$

$$b) Z_4 \text{ ҳалқада } 2 \otimes 2 = 0;$$

$$c) R^2 \text{ ҳалқада } (1,0)(0,1) = 0 \text{ ва б.}$$

Мисоллар. 1) $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}_m$ эпиморфизм бўлади ва $\text{Ker} f = m\mathbf{Z}$, $m\mathbf{Z} - \mathbf{Z}$ да идеал (умуман \mathbf{Z} да ихтиёрий қисм ҳалқа $m\mathbf{Z}$ кўринишга эга, яъни идеал);

2) $M_2(\mathbf{Z})$ $-\mathbf{Z}$ майдон бўйича 2×2 матрицалар ҳалқаси. $K_0 = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \delta \end{pmatrix}, \alpha, \beta, \delta \in \mathbf{Z} \right\}$ яримҳалқа бўлади, идеал

$$\text{эмас: } \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta & \alpha \\ \delta & 0 \end{pmatrix} \notin K_0;$$

3) Коммутатив ҳалқада идеал куриш методлари:

а) $\forall a \in K$, $aK - K$ нинг идеали бўлади: $ax + ay = a(x+y)$, $(ax)y = a(xy)$. aK идеал $a \in K$ элемент ёрдамида тузилган асосий идеал деб юритилади.

Мисол. $s = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots), x_i \in \mathbf{R}\}$ – ҳақиқий сонлардан тузилган кет-кетликлар фазоси ва $K -$ барча $a: s \rightarrow s$ чизиқли акслантиришлар ҳалқаси бўлсин. s да амаллар координаталар бўйича аниланган. K ҳалқада кўшиш ва операторлар суперпозицияси (композицияси) амалларини куйидагича аниқлаймиз: $(a_1 \oplus a_2)(x) = a_1(x) + a_2(x)$, $(a_1 \otimes a_2)(x) = a_2(a_1(x))$, $x \in s$.

$a_i: s \rightarrow s$ операторлар куйидагича аниқланган бўлсин:

$$a_1: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, \dots),$$

$$a_2: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, \dots).$$

У ҳолда,

$$a_1 \otimes a_2: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (0, x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, \dots),$$

$$a_2 \oplus a_1: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, \dots),$$

яъни $a_2 \oplus a_1 = 1$ – айний оператор.

Демак, $a_1 \oplus a_2 \neq 1$, $a_2 \oplus a_1 = 1$, яъни a_1 ўнг (чап бўлмаган), a_2 эса чап (ўнг бўлмаган) K даги бирнинг бўлувчиларидир.

$M_n = M_n(\mathbf{R})$ матрицалар ҳалқасида тескариланувчан элементлар, бу тескариланувчан матрицалардир (яъни нолдан фарқли детерминантга эга бўлган матрицалар). Тескариланувчан элемент нолнинг бўлувчиси бўлаолмайди:

$$ab=0 \Rightarrow a^{-1}(ab)=0 \Rightarrow (a^{-1}a)b=0 \Rightarrow b=0, \text{ (шунга ўхшаш, } ba=0 \Rightarrow b=0).$$

Мисол. $Q(\sqrt{2}) = \{c: c=a + b\sqrt{2}, a, b \in Q\}$.

$$(\sqrt{2})^2 = 2, \frac{1}{a + b\sqrt{2}} = \frac{a}{a^2 - 2b^2} - \frac{b}{a^2 - 2b^2}\sqrt{2},$$

Мисол. Тўртта элементли $GF(4)=\{0, 1, \alpha, \beta\}$ группани қараймиз:

+	0	1	α	β
0	0	1	α	β
1	1	0	β	α
α	α	β	0	1
β	β	α	1	0

*	0	1	α	β
0	0	0	0	0
1	0	1	α	β
α	0	α	β	1
β	0	β	1	α

3-4-АМАЛИЙ МАШҒУЛОТ

Халқа ва майдонлар

Халқа.Майдон.Халқа турлари

1) $f: Z \rightarrow Z_m$ эпиморфизм бўлади ва $\text{Ker}f = mZ$, $mZ - Z$ да идеал(умуман Z да ихтиёрий қисмхалқа mZ кўринишга эга, яъни идеал);

2) $M_2(Z)$ $-Z$ майдон бўйича 2×2 матрицалар халқаси. $K_0 = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \delta \end{pmatrix}, \alpha, \beta, \delta \in Z \right\}$ яримхалқа бўлади, идеал

эмас: $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta & \alpha \\ \delta & 0 \end{pmatrix} \notin K_0;$

3) Коммутатив халқада идеал қуриш методлари:

а) $\forall a \in K, aK - K$ нинг идеали бўлади: $ax+ay=a(x+y), (ax)y=a(xy)$. aK идеал $a \in K$ элемент ёрдамида тузилган асосий идеал деб юритилади.

1) P майдоннинг ихтиёрий F кенгайтмаси P майдон устида аниқланган коммутатив ва ассоциатив бирли алгебра бўлади :

Q майдоннинг $F = Q(\sqrt{2})$ кенгайтмасини қарасак, у 2 ўлчамли алгебра бўлади;

Q майдоннинг кенгайтмаси R чексиз ўлчамли алгебра бўлади.

R майдоннинг кенгайтмаси S 2 ўлчамли алгебра бўлади.

2) Коэффициентлари P майдонга тегишли бўлган n та ўзгарувчили $K=P[x_1, x_2, \dots, x_n]$ кўпхадлар халқаси P майдон устида чексиз ўлчамли коммутатив ассоциатив алгебрадир. Бунда

$$K = K_0 \oplus K_1 \oplus \dots$$

Яъни, $K -$ биржинсли, даражаси m ($K_0 = P$) бўлган кўпхадлар K_m кимфазоларининг тўғри йиғиндисидан иборатдир, бу ерда

$$K_i K_j \subset K_{i+j}.$$

Бундай ёйилмага эга бўлган алгебралар, *градуирланган алгебра* дейилади.

3) элементлари \mathbf{P} майдонга тегишли бўлган барча $n \times n$ квадрат матрицалар тўплами $M_n(\mathbf{P})$, \mathbf{P} майдон устида ўлчами n^2 бўлган алгебра бўлади.

Бу алгебранинг базичи сифатида қуйидаги матрицаларни олиш мумкин:

$$\left\{ E_{ij} / i, j = \overline{1, n} \right\},$$

Бу ерда E_{ij} – матрица i – сатр ва j – устун кесишмасида 1 (\mathbf{P} майдоннинг 1 элементи), бошқа элементлари 0 га тенг матрица. Маълумки, бу базис элементлари қуйидаги кўпайтириш қонунига бўйсунди.

$$E_{ik} E_{lj} = \delta_{kl} E_{ij}.$$

Маълумки, ихтиёрий $(a_{ij}) \in M_n(\mathbf{P})$ матрица E_{ik} ларнинг чизиқли комбинацияси орқали ифодаланади

$$(a_{ij}) = \sum_{i,j=1}^n a_{ij} E_{ij}.$$

Бу алгебранинг бирлик элементи қуйидаги бирлик матрицадан иборат бўлади

$$E = \sum_{i=1}^n E_{ii} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Маълумки, λE кўринишидаги элемент $M_n(\mathbf{P})$ алгебранинг ихтиёрий элементи билан ўрин алмашинувчи бўлади, яъни λE элемент $Z(M_n(\mathbf{P}))$ марказда ётади.

Мисол 1. $C(X)$ – тўплам X топологик фазодаги узлуксиз функциялар тўплами бўлсин. $C(X)$ тўплам қушиш, сонга кўпайтириш ва кўпайтириш λf , $f+g$, fg амалларига нисбатан коммутатив алгебра ташкил қилади.

2. Айтайлик X – чизиқли фазо бўлсин, $L(X)$ орқали X да аниқланган барча чизиқли алмаштиришлар $V: X \rightarrow X$ тўпламини белгилаймиз. $L(X)$ тўплам қушиш, сонга кўпайтириш ва суперпозиция λV , $A+B$, $A \circ V$ амалларига нисбатан алгебра ташкил қилади. $L(X)$ алгебра коммутатив бўлиши учун X бир ўлчамли бўлиши зарур ва етарли.

Агар X – чекли ўлчамли бўлса, у холда $L(X) = M_n(\mathbf{C})$ бўлади. $L(X)$ даги амаллар матрицаларни қушиш, сонга кўпайтириш ва кўпайтириш амаллари билан устма-уст тушади.

3. Агар X – банах фазоси бўлса, $B(X)$ орқали барча чегараланган операторли

белгиласак $B(X)$ тўплам қушиш, сонга кўпайтириш ва кўпайтириш $\lambda B, A+B, A \circ B$ амалларига нисбатан алгебра ташкил қилади.

Мисол. 1. $C(X)$ бирлик элементли халқа бўлади, бу ерда айний фукнция бирлик элемент вазифасини бажаради.

2. $L(X)$ ва $B(X)$ алгебралар ҳам бирлик элементли халқа бўлади, бу ерда айний $e=E$ – оператор бирлик элемент вазифасини бажаради

5-АМАЛИЙ МАШҒУЛОТ

Халқалар гомоморфизмлари.

Мисоллар. 1) $f: Z \rightarrow Z_m$ эпиморфизм бўлади ва $\text{Ker}f = mZ$, mZ – Z да идеал (умуман Z да ихтиёрий қисмхалқа mZ кўринишга эга, яъни идеал);

2) $M_2(Z)$ – Z майдон бўйича 2×2 матрицалар халқаси. $K_0 = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \delta \end{pmatrix}, \alpha, \beta, \delta \in Z \right\}$ яримхалқа бўлади, идеал

эмас: $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta & \alpha \\ \delta & 0 \end{pmatrix} \notin K_0$;

3) Коммутатив халқада идеал куриш методлари:

а) $\forall a \in K$, aK – Книнг идеали бўлади: $ax+ay=a(x+y)$, $(ax)y=a(xy)$. aK идеал $a \in K$ элемент ёрдамида тузилган асосий идеал деб юритилади.

Мисол. $s = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots), x_i \in \mathbf{R}\}$ – ҳақиқий сонлардан тузилган кет-кетликлар фазоси ва K – барча $a: s \rightarrow s$ чизикли акслантиришлар халқаси бўлсин. s да амаллар координаталар бўйича аниланган. K халқада кўшиш ва операторлар суперпозицияси (композицияси) амалларини қуйидагича аниқлаймиз: $(a_1 \oplus a_2)(x) = a_1(x) + a_2(x)$, $(a_1 \otimes a_2)(x) = a_2(a_1(x))$, $x \in s$.

$a_i: s \rightarrow s$ операторлар қуйидагича аниқланган бўлсин:

$$a_1: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, \dots),$$

$$a_2: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, \dots).$$

У ҳолда,

$$a_1 \otimes a_2: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (0, x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, \dots),$$

$$a_2 \oplus a_1: x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots) \rightarrow (x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n+1}, \dots),$$

яъни $a_2 \oplus a_1 = 1$ – айний оператор.

Демак, $a_1 \oplus a_2 \neq 1$, $a_2 \oplus a_1 = 1$, яъни a_1 ўнг (чап бўлмаган), a_2 эса чап (ўнг бўлмаган) K даги бирнинг бўлувчиларидир.

$M_n = M_n(\mathbf{R})$ матрицалар халқасида тескариланувчан элементлар, бу тескариланувчан матрицалардир (яъни нолдан фарқли детерминантга эга бўлган матрицалар). Тескариланувчан элемент нолнинг бўлувчиси бўлаолмайди:

$ab=0 \Rightarrow a^{-1}(ab)=0 \Rightarrow (a^{-1}a)b=0 \Rightarrow b=0$, (шунга ўхшаш, $ba=0 \Rightarrow b=0$).

Мисол. $Q(\sqrt{2}) = \{c: c=a + b\sqrt{2}, a, b \in Q\}$.

$$\cdot (\sqrt{2})^2 = 2, \frac{1}{a + b\sqrt{2}} = \frac{a}{a^2 - 2b^2} - \frac{b}{a^2 - 2b^2}\sqrt{2},$$

V. КЕЙСЛАР БАНКИ

1 – МАВЗУ

Группа, қисм группа, циклик группа

1. Қуйидаги группалар аддитив группалар эканлигини кўрсатинг.

$(\mathbb{Z}, +)$, $(\mathbb{Q}, +)$, $(\mathbb{R}, +)$, $(\mathbb{C}, +)$

2. $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ кўпхадлар тўплами қўшиш амалига нисбатан аддитив группа бўлишини кўрсатинг.

3. $M(n, \mathbb{R})$ $n \times n$ матрицалар тўплами қўшиш амалига нисбатан аддитив группа бўлишини кўрсатинг.

4. \mathbb{R}_n чизиқли фазо қўшиш амалига нисбатан аддитив группа бўлади.

5. $C[a, b]$ – $[a, b]$ кесмада аниқланган узлуксиз функциялар қўшиш амалига нисбатан аддитив группа бўлади.

6. . Қуйидаги группалар мультипликатив группалар эканлигини кўрсатинг

$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} \setminus \{0\}$

7. $M(n, \mathbb{R})$ детерминанти нолдан фарқли бўлган $n \times n$ матрицалар тўплами кўпайтириш амалига нисбатан мультипликатив группа бўлади.

8. Ихтиёрий сондаги қисмгруппаларнинг кесишмаси яна қисм группа бўлишини кўрсатинг.

1) $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$. m га бўлинувчи барча бутун сонлар тўплами $m\mathbb{Z}$, \mathbb{Z} нинг қисмхалқаси бўлади;

2) $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$ – рационал сонлар халқаси;

3) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ – ҳақиқий сонлар халқаси. \mathbb{Z} ва \mathbb{Q} тўпламлар \mathbb{R} нинг бирлик яримхалқасидир;

4) $M_n(\mathbb{R}) - \mathbb{R}$ майдонустида аниқланган $n \times n$ матрицалар халқаси, бирли халқа бўлади. $n > 1$ да $M_n(\mathbb{R})$ - нокоммутатив, $M_n(\mathbb{Q})$, $M_n(\mathbb{Z})$ – яримхалқа;

5) \mathbb{K} коммутатив халқаустида аниқланган $n \times n$ матрицалар $M_n(\mathbb{K})$ халқаси,

6) Функциялар халқаси. X – ихтиёрий тўплам, \mathbb{K} – халқа. Барча $f: X \rightarrow \mathbb{K}$ функциялар $K^X = \{f: X \rightarrow \mathbb{K}\}$ тўплами $f+g$ и fg индивафг кўпайтма:

$$(f+g)(x) = f(x) \oplus g(x), (fg)(x) = f(x) \otimes g(x),$$

амалларига нисбатан халқа бўлади, бу ерда \oplus , \otimes – \mathbb{K} халқадаги амаллар.

7) Агар 0 ва $1 \in \mathbb{K}$ халқанинг нол ва бирлик элементи бўлса, у ҳолда $0_x: x \rightarrow 0$ ва $1_x: x \rightarrow 1$ – ўзгармас функциялар K^X халқанинг ноли ва бири бўлади.

Агар \mathbb{K} – коммутатив бўлса, у ҳолда K^X – коммутатив.

Агар $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ёки $X = [0, 1]$ бўлса, $K^X = \mathbb{R}^{[0, 1]}$ – $[0; 1]$ да аниқланган барча ҳақиқий функциялар халқасидир. У ўз ичига қуйидаги қисмхалқаларни олади:

$B[0,1]$ – барча чегараланган ҳақиқий функциялар ҳалқаси;

$C[0,1]$ – барча ҳақиқий узлуксиз функциялар ҳалқаси.

8) Z, Q, R, C ҳалқаларда $ab=0 \Rightarrow a=0$ ёки $b=0$, аммо

а) $M_n(R)$ ҳалқада $ab = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$;

в) Z_4 ҳалқада $2 \otimes 2 = 0$;

с) R^2 ҳалқада $(1,0)(0,1) = 0$ ва б.

2- МАВЗУ

Ҳалқа ва майдонлар, қисм ҳалқалар

1) $f: Z \rightarrow Z_m$ эпиморфизм бўлади ва $\text{Ker} f = mZ$, $mZ - Z$ да идеал (умуман Z да ихтиёрий қисм ҳалқа mZ кўринишга эга, яъни идеал);

2) $M_2(Z)$ $-Z$ майдон бўйича 2×2 матрицалар ҳалқаси. $K_0 = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \delta \end{pmatrix}, \alpha, \beta, \delta \in Z \right\}$ ярим ҳалқа бўлади, идеал

эмас: $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta & \alpha \\ \delta & 0 \end{pmatrix} \notin K_0$;

3) Коммутатив ҳалқада идеал қуриш методлари:

а) $\forall a \in K, aK - K$ нинг идеали бўлади: $ax + ay = a(x+y), (ax)y = a(xy)$. aK идеал $a \in K$ элемент ёрдамида тузилган асосий идеал деб юритилади.

1) P майдоннинг ихтиёрий F кенгайтмаси P майдон устида аниқланган коммутатив ва ассоциатив бирли алгебра бўлади :

Q майдоннинг $F = Q(\sqrt{2})$ кенгайтмасини қарасак, у 2 ўлчамли алгебра бўлади;

Q майдоннинг кенгайтмаси R чексиз ўлчамли алгебра бўлади.

R майдоннинг кенгайтмаси C 2 ўлчамли алгебра бўлади.

2) Коэффициентлари P майдонга тегишли бўлган n та ўзгарувчили $K = P[x_1, x_2, \dots, x_n]$ кўпхадлар ҳалқаси P майдон устида чексиз ўлчамли коммутатив ассоциатив алгебрадир. Бунда

$$K = K_0 \oplus K_1 \oplus \dots$$

Яъни, K – биржинсли, даражаси m ($K_0 = P$) бўлган кўпхадлар K_m қимфазоларининг тўғри йиғиндисидан иборатдир, бу ерда

$$K_i K_j \subset K_{i+j}.$$

Бундай ёйилмага эга бўлган алгебралар, *градуирланган алгебра* дейилади.

3) элементлари P майдонга тегишли бўлган барча $n \times n$ квадрат

матрицалар тўплами $M_n(\mathbf{P})$, \mathbf{P} майдон устида ўлчами n^2 бўлган алгебра бўлади.

Бу алгебранинг базичи сифатида қуйидаги матрицаларни олиш мумкин:

$$\left\{ E_{ij} / i, j = \overline{1, n} \right\},$$

Бу ерда E_{ij} – матрица i – сатр ва j – устун кесишмасида 1 (\mathbf{P} майдоннинг 1 элементи), бошқа элементлари 0 га тенг матрица. Маълумки, бу базис элементлари қуйидаги кўпайтириш қонунига бўйсунди.

$$E_{ik} E_{lj} = \delta_{kl} E_{ij}.$$

Маълумки, ихтиёрий $(a_{ij}) \in M_n(\mathbf{P})$ матрица E_{ik} ларнинг чизиқли комбинацияси орқали ифодаланади

$$(a_{ij}) = \sum_{i,j=1}^n a_{ij} E_{ij}.$$

Бу алгебранинг бирлик элементи қуйидаги бирлик матрицадан иборат бўлади

$$E = \sum_{i=1}^n E_{ii} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Маълумки, λE кўринишидаги элемент $M_n(\mathbf{P})$ алгебранинг ихтиёрий элементи билан ўрин алмашинувчи бўлади, яъни λE элемент $Z(M_n(\mathbf{P}))$ марказда ётади.

Мисол 1. $C(X)$ – тўпلام X топологик фазодаги узлуксиз функциялар тўплами бўлсин. $C(X)$ тўпلام қушиш, сонга кўпайтириш ва кўпайтириш λf , $f+g$, fg амалларига нисбатан коммутатив алгебра ташкил қилади.

2. Айтайлик X – чизиқли фазо бўлсин, $L(X)$ орқали X да аниқланган барча чизиқли алмаштиришлар $V: X \rightarrow X$ тўпلامي белгилаймиз. $L(X)$ тўпلام қушиш, сонга кўпайтириш ва суперпозиция λV , $A+V$, $A \circ V$ амалларига нисбатан алгебра ташкил қилади. $L(X)$ алгебра коммутатив бўлиши учун X бир ўлчамли бўлиши зарур ва етарли.

Агар X – чекли ўлчамли бўлса, у холда $L(X) = M_n(\mathbf{C})$ бўлади. $L(X)$ даги амаллар матрицаларни қушиш, сонга кўпайтириш ва кўпайтириш амаллари билан устма-уст тушади.

3. Агар X – банах фазоси бўлса, $B(X)$ орқали барча чегараланган операторли белгиласак $B(X)$ тўпلام қушиш, сонга кўпайтириш ва кўпайтириш λB , $A+B$, $A \circ B$ амалларига нисбатан алгебра ташкил қилади.

Мисол. 1. $C(X)$ бирлик элементли халқа бўлади, бу ерда айний функция бирлик элемент вазифасини бажаради.

2. $L(X)$ ва $B(X)$ алгебралар ҳам бирлик элементли халқа бўлади, бу ерда айний $e=E$ – оператор бирлик элемент вазифасини бажаради

3- МАВЗУ

Ҳалқалар гомоморфизмлари

$$\mathbf{Q}^* = \mathbf{Q} \setminus \{0\}, \mathbf{R}^* = \mathbf{R} \setminus \{0\}, \mathbf{C}^* = \mathbf{C} \setminus \{0\}$$

$M(n, \mathbf{R})$ детерминанти нолдан фарқли бўлган $n \times n$ матрицалар тўплами кўпайтириш амалига нисбатан мультипликатив группа бўлади.

Ихтиёрий сондаги қисмгруппаларнинг кесишмаси яна қисм группа бўлишини кўрсатинг.

1) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$. m га бўлинувчи барча бутун сонлар тўплами $m\mathbf{Z}$, \mathbf{Z} нинг қисм халқаси бўлади;

2) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$ – рационал сонлар халқаси;

3) $(\mathbf{R}, +, \cdot)$ – ҳақиқий сонлар халқаси. \mathbf{Z} ва \mathbf{Q} тўпламлар \mathbf{R} нинг бирлик яримхалқасидир;

4) $M_n(\mathbf{R})$ – \mathbf{R} майдонуста аниқланган $n \times n$ матрицалар халқаси, бирли халқа бўлади. $n > 1$ да $M_n(\mathbf{R})$ – нокоммутатив, $M_n(\mathbf{Q})$, $M_n(\mathbf{Z})$ – яримхалқа;

5) \mathbf{K} коммутатив халқауста аниқланган $n \times n$ матрицалар $M_n(\mathbf{K})$ халқаси,

б) Функциялар халқаси. X – ихтиёрий тўплам, \mathbf{K} – халқа. Барча $f: X \rightarrow \mathbf{K}$ функциялар $\mathbf{K}^X = \{f: X \rightarrow \mathbf{K}\}$ тўплами $f+g$ йиғинди ва fg кўпайтма:

$$(f+g)(x) = f(x) \oplus g(x), (fg)(x) = f(x) \otimes g(x),$$

амалларига нисбатан халқа бўлади, бу ерда \oplus, \otimes – \mathbf{K} халқадаги амаллар.

7) Агар 0 ва 1 \mathbf{K} халқанинг нол ва бирлик элементи бўлса, у ҳолда $0_x: x \rightarrow 0$ ва $1_x: x \rightarrow 1$ – ўзгармас функциялар \mathbf{K}^X халқанинг ноли ва бири бўлади.

Агар \mathbf{K} – коммутатив бўлса, у ҳолда \mathbf{K}^X – коммутатив.

Агар $\mathbf{K} = \mathbf{R}$ ёки $X = [0, 1]$ бўлса, $\mathbf{K}^X = \mathbf{R}^{[0, 1]} = [0; 1]$ да аниқланган барча ҳақиқий функциялар халқасидир. У ўз ичига қуйидаги қисмхалқаларни олади:

$B[0, 1]$ – барча чегараланган ҳақиқий функциялар халқаси;

$C[0, 1]$ – барча ҳақиқий узлуксиз функциялар халқаси.

8) $\mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}$ халқаларда $ab=0 \Rightarrow a=0$ ёки $b=0$, аммо

a) $M_n(\mathbf{R})$ халқа $ab = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$;

в) Z_4 халқада $2 \otimes 2 = 0$;

с) \mathbf{R}^2 халқада $(1, 0)(0, 1) = 0$ ва б.

VI. МУСТАҚИЛ ТАЪЛИМ МАВЗУЛАРИ

Мустақил ишни ташкил этишнинг шакли ва мазмуни Алгебриктивизмлар фанини ўрганувчилар аудиторияда олган назарий билимларини мустаҳкамлаш ва криптография, компьютер технологияларида амалий масалаларни ечишда кўникма ҳосил қилиш учун мустақил таълим тизимига асосланиб, фан ўқитувчиси раҳбарлигида, мустақил иш бажарадилар. Бунда улар кўшимча адабиётларни ўрганиб ҳамда Интернет сайтларидан фойдаланиб, янги билим кўникмаларга эга бўладилар ва улар асосида илмий докладлар тайёрлайдилар.

1. Мустақил иш мавзулари:

1. Группа, ҳалқа ва майдонлар
2. Группанинг гомоморфизми, гомоморфизм ҳақидаги теоремалар.
3. Нетер ва Артин халкалари
4. Чекли майдонлар, майдон кенгайтмалари.
5. Ассоциатив алгебралар ҳақида тушунчалар
6. Ноассоциатив алгебраларнинг турлари ва уларнинг таснифлаш
7. Йордан алгебралари ва уларнинг таснифлари.
8. Нилпотент ва ечилувчан Ли алгебралари.
9. Ечилувчан ва нилпотент радикаллар, ҳамда улар орасидаги боғланишлар.
10. Кичик ўлчамли нилпотент Ли алгебраларининг таснифи.
11. Ли алгебралари учун Энгел ва Ли теоремалари.
12. Характеристик нилпотент Ли алгебралари.
13. Нилпотент Ли алгебраларининг дифференциаллашлари ва ички дифференциаллашлари.
14. Нилпотент Ли алгебрасида ташқи дифференциаллашнинг мавжудлиги.
15. Содда ва яримсодда Ли алгебралари.
16. Чекли ўлчамли содда Ли алгебраларнинг таснифи.
17. Карган матрицаси, Динкин схемаси.
18. Яримсодда Ли алгебраларини содда идеалларнинг тўғри йиғиндиси шаклида ёйилиши ҳақидаги теорема.
19. Ли алгебраларининг умумлашмалари ва улар орасидаги боғланишлар.
20. Ли супералгебралари, Лейбниц алгебралари.
21. Нилпотент ва ечилувчан Лейбниц алгебралари.
22. Нилпотент Лейбниц алгебраларининг таснифи.

VII. ГЛОССАРИЙ

Термин	Ўзбек тилидаги шарҳи	Инглиз тилидаги шарҳи
бинар муносабат	бирор $\alpha: M \times M \rightarrow M$ акслантириш ёрдамида аниқланиб, ҳар бир (x, y) ($x, y \in M$) жуфтлик учун $z = \alpha(x, y) \in M$ элемент мос қуйиладигон мослик.	The map $\alpha: M \times M \rightarrow M$, which correspond to each pair of (x, y) to element $z = \alpha(x, y) \in M$.
ярим группа	ассоциативлик шартини қаноатлантирадиган бинарамали ва M тўплам.	The set with the operation which satisfy the associative law.
группа	ягона нейтрал элементга эга ва ҳар бир $g \in G$ учун ягона тесқари элементи мавжуд ярим группа	The semigroup which have unique unit element and any element $g \in G$ has an inverse.
ҳалқа	иккита алгебраик (бинар) амал: $+$ (қўшиш) ва $*$ (қўпайтириш) аниқланган бўлиб $(K1) (K, +) -$ Абель группа; $(K2) (K, *) -$ яримгруппа; $(K3) (a+b)*c = a*c + b*c$, $c*(a+b) = c*a + c*b$, $\forall a, b, c \in K$. шартлар бажариладиган K тўплам.	The set with the two binary operation $+$ (addition) and $*$ (multiplication) $(K1) (K, +) -$ Abelian group; $(K2) (K, *) -$ semi-group; $(K3) (a+b)*c = a*c + b*c$, $c*(a+b) = c*a + c*b$, $\forall a, b, c \in K$.
бирли ҳалқа	бирлик элементнинг мавжуд ҳалқа	The ring with a unit element
идеал	$ax \in I \quad \forall a \in I, x \in R$ шартни қаноатлантирадиган қисм тўплам	The subset of R that for any $a \in I, x \in R, ax \in I$
алгебра	бирор $(A, +, *)$ ҳалқада	The ring $(A, +, *)$ with

	қўшимча бинар амал аниқланса	another binary operation
ассоциатив алгебра	ассоциатив $(A, +, *)$ ҳалқа	The ring $(A, +, *)$ with associative condition
коммутатив алгебра	коммутатив $(A, +, *)$ ҳалқа	The ring $(A, +, *)$ with commutative condition
алгебранинг маркази	$a \in A: ax = xa, \forall x \in A$ шартни қаноатлантирадиган элементлар тўплами.	The subset, which any element $a \in A$: satisfying the condition $ax = xa, \forall x \in A$
Ли алгебраси -	$x, y, z \in G$ учун $[x, x] = 0$ ва $[[x, y], z] + [[y, z], x] + [[z, x], y] = 0$ шартлари ўринли бўлган алгебра	The algebra with the following condition $[x, x] = 0$ and $[[x, y], z] + [[y, z], x] + [[z, x], y] = 0$ for any elements $x, y, z \in G$
Зинбиел алгебраси	$x, y, z \in A$ элементи учун $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z) + x \circ (z \circ y)$ тенглик ўринли бўлган алгебра.	The algebra with the following condition $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z) + x \circ (z \circ y)$ for any elements $x, y, z \in A$
Лейбниц алгебраси	$x, y, z \in L$ элементлар учун $[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y]$ айниятни бажарадиган L алгебра	The algebra with the following condition $[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y]$ for any elements $x, y, z \in A$
дифференциаллаш	$d([x, y]) = [d(x), y] + [x, d(y)]$ шартини бажарувчи d чизиқли акслантириш	The linear map with the condition $d([x, y]) = [d(x), y] + [x, d(y)]$
ечимли алгебра	$L^{(n)} = 0$ бўладиган L алгебра	The algebra with condition $L^{(n)} = 0$
нильпотентли	$L^s = 0$ бўладиган L алгебра	The algebra with condition $L^s = 0$
нилрадикали	алгебранинг максимал нилпотент идеали	The maximal nilpotent ideal of algebra

VIII. АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ

I. Ўзбекистон Республикаси Президентининг асарлари

1. Каримов И.А. Ўзбекистон мустақилликка эришиш оstonасида. - Т.:“Ўзбекистон”, 2011.
2. Мирзиёев Ш.М. Буюк келажакимизни мард ва олижаноб ҳалқимиз билан бирга қурамиз. – Т.: “Ўзбекистон”. 2017. – 488 б.
3. Мирзиёев Ш.М. Миллий тараққиёт йўлимизни қатъият билан давом эттириб, янги босқичга кўтарамиз – Т.: “Ўзбекистон”. 2017. – 592 б.

II. Норматив-ҳуқуқий ҳужжатлар

4. Ўзбекистон Республикасининг Конституцияси. – Т.: Ўзбекистон, 2019.
5. Ўзбекистон Республикасининг “Таълим тўғрисида”ги Қонуни.
6. Ўзбекистон Республикасининг “Коррупцияга қарши курашиш тўғрисида”ги Қонуни.
7. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2015 йил 12 июндаги “Олий таълим муасасаларининг раҳбар ва педагог кадрларини қайта тайёрлаш ва малакасини ошириш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида” ги ПФ-4732-сонли Фармони.
8. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида”ги 4947-сонли Фармони.
9. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2018 йил 3 февралдаги “Хотин-қизларни кўллаб-қувватлаш ва оила институтини мустаҳкамлаш соҳасидаги фаолиятни тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПФ-5325-сонли Фармони.
10. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 17 июндаги “2019-2023 йилларда Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида талаб юқори бўлган малакали кадрлар тайёрлаш тизимини тубдан такомиллаштириш ва илмий салоҳиятини ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-4358-сонли Қарори.
11. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 11 июлдаги «Олий ва ўрта махсус таълим тизимида бошқарувнинг янги тамойилларини жорий этиш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ПҚ-4391- сонли Қарори.
12. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 11 июлдаги «Олий ва ўрта махсус таълим соҳасида бошқарувни ислоҳ қилиш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ПФ-5763-сон фармони.
13. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 27 августдаги

“Олий таълим муассасалари раҳбар ва педагог кадрларининг узлуксиз малакасини ошириш тизимини жорий этиш тўғрисида”ги ПФ-5789-сонли фармони.

14. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “2019-2021 йилларда Ўзбекистон Республикасини инновацион ривожлантириш стратегиясини тасдиқлаш тўғрисида”ги 2018 йил 21 сентябрдаги ПФ-5544-сонли Фармони.

15. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 27 майдаги “Ўзбекистон Республикасида коррупцияга қарши курашиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПФ-5729-сон Фармони.

16. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 2 февралдаги “Коррупцияга қарши курашиш тўғрисида”ги Ўзбекистон Республикаси Қонунининг қоидаларини амалга ошириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-2752-сонли қарори.

17. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909-сонли қарори.

18. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Олий маълумотли мутахассислар тайёрлаш сифатини оширишда иқтисодиёт соҳалари ва тармоқларининг иштирокини янада кенгайтириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 2017 йил 27 июлдаги ПҚ-3151-сонли қарори.

19. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Нодавлат таълим хизматлари кўрсатиш фаолиятини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 2017 йил 15 сентябрдаги ПҚ-3276-сонли қарори.

20. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Олий таълим муассасаларида таълим сифатини ошириш ва уларнинг мамлакатда амалга оширилаётган кенг қамровли ислохотларда фаол иштирокини таъминлаш бўйича қўшимча чора-тадбирлар тўғрисида”ги 2018 йил 5 июндаги ПҚ-3775-сонли қарори.

21. Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2012 йил 26 сентябрдаги “Олий таълим муассасалари педагог кадрларини қайта тайёрлаш ва уларнинг малакасини ошириш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 278-сонли Қарори.

Ш. Махсус адабиётлар

1. D. S. Malik, John M. Mordeson, M. K. Sen, Fundamentals of Abstract Algebra, McGraw-Hill College, 1997.
2. Fernando Q. Gouvêa. A Guide to Groups, Rings, and Fields, USA, 2012.

3. Albeverio S., Ayupov. Sh.A., Omirov B.A. On nilpotent and simple Leibniz algebras. // *Comm. in Algebra.* – 2005. - Vol. 33. - № 1. – P. 159-172.
4. Albeverio S., Ayupov Sh. A., Omirov B. A., Khudoyberdiyev A.Kh. n-dimensional filiform Leibniz algebras of length $(n-1)$ and their derivations. // *Journal of Algebra.* – 2008. - 319 (6). – P. 2471-2488.
5. Barnes D.W. On Levi's theorem for Leibniz algebras. // *Bull. Austr. Math. Soc.*, – 2012. - Vol. 86. - № 2. – P. 184-185.
6. Burde D. Degenerations of 7-dimensional nilpotent Lie algebras. // *Comm. in Algebra.* – 2005. - Vol. 33. - № 4. – P. 1259–1277.
7. Loday J.-L., Pirashvili T. Leibniz representations of Leibniz algebras. // *J. Algebra.* – 1996. - Vol. 181. – P. 414-425.
8. Goze M., Khakimdjanov Yu. Nilpotent Lie Algebras. // Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. – 1996. Vol. 361. – 336 p.
9. Albeverio, S., Ayupov, Sh.A. and Omirov, B.A.: On nilpotent and simple Leibniz algebras. *Comm. Algebra.* (2005), 159–172.
10. Loday. J. L. Dialgeras. Prepublication del'Inst. De Recherche Math. Avancee (Strasbourg). V. 14(1999). 61 pp.
11. Loday J.-L. Une version non commutative des algèbres de Lie: les algèbres de Leibniz. *Enseign. Math.* – 1993. - Vol. 39. – P. 269-293.
12. Dzhumadil'daev A.S., Tulenbaev K.M. Nilpotency of Zinbiel algebras. *J. Dyn. Control. Syst.*, vol. 11(2), 2005, p. 195-213.

