ОЛИЙ ТАЪЛИМ ТИЗИМИ ПЕДАГОГ ВА РАҲБАР КАДРЛАРИНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ ОШИРИШНИ ТАШКИЛ ЭТИШ БОШ ИЛМИЙ - МЕТОДИК МАРКАЗИ

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ПЕДАГОГ КАДРЛАРНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ ОШИРИШ ТАРМОҚ МАРКАЗИ

“Аналитик механика ва турғунлик назарияси” модули бўйича

Ў Қ У В –У С Л У Б И Й М А Ж М У А

Тузувчи: **М.Н. Сидиқов**

Тошкент 2019

МУНДАРИЖА

I. ИШЧИ ДАСТУР

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ПЕДАГОГ КАДРЛАРНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ ОШИРИШ ТАРМОҚ (МИНТАҚАВИЙ) МАРКАЗИ

«Тасдиқлайман»
Тармоқ (минтақавий)
маркази директори
И.Х.Ҳамиджонов
____
__________ 2019 йил

“АНАЛИТИК МЕХАНИКА ВА УСТУВОРЛИК НАЗАРИЯСИ” МОДУЛИ БЎЙИЧА

ИШЧИ ЎҚУВ ДАСТУРИ

Қайта тайёрлаш ва малака ошириш курси йўналиши: Механика

Тингловчилар контингенти: Олий таълим муассасаларининг профессор-ўқитувчилари

Тошкент – 2019

Мазкур ишчи дастур Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2019 йилнинг _____ ________даги _____-сонли буйруғи билан тасдиқланган намунавий ўқув режа ва дастур асосида ишлаб чиқилган.

ЎзМУ,

Тузувчи: **М.Н. Сидиқов**

Тақризчилар:

ЎзМУ, ф-м.ф.д. профессор,
Н.А.Коршунова
ф-м.ф.н. доцент **А.Х.Зокиров**

Ишчи ўқув дастур Ўзбекистон Миллий университети Кенгашининг 2019 йил __________даги ___- сонли қарори билан нашрга тавсия қилинган.

Кириш

Дастур Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2015 йил 12 июндаги "Олий таълим муассасаларининг раҳбар ва педагог кадрларини қайта тайёрлаш ва малакасини ошириш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида"ги ПФ-4732-сонли, 2017 йил 7 февралдаги "Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида"ги ПФ-4947-сонли Фармонлари, шунингдек 2017 йил 20 апрелдаги "Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида"ги ПҚ–2909-сонли қарори ҳамда 2019 йил 27 августдаги "Олий таълим муассасалари раҳбар ва педагог кадрларининг узлуксиз малакасини ошириш тизимини жорий этиш тўғрисида"ги ПФ-5789 – сонли Фармонида белгиланган устувор вазифалар мазмунидан келиб чиққан ҳолда тузилган бўлиб, у олий таълим муассасалари педагог кадрларининг касб маҳорати ҳамда инновацион компетентлигини ривожлантириш, соҳага оид илғор хорижий тажрибалар, янги билим ва малакаларни ўзлаштириш, шунингдек амалиётга жорий этиш кўникмаларини такомиллаштиришни мақсад қилади.

Жамият тараққиёти нафақат мамлакат иқтисодий салоҳиятининг юксаклиги билан, балки бу салоҳият ҳар бир инсоннинг камол топиши ва уйғун ривожланишига қанчалик йўналтирилганлиги, инновацияларни тадбиқ этилганлиги билан ҳам ўлчанади. Демак, таълим тизими самарадорлигини ошириш, педагогларни замонавий билим ҳамда амалий кўникма ва малакалар билан қуроллантириш, чет эл илғор тажрибаларини ўрганиш ва таълим амалиётига тадбиқ этиш бугунги куннинг долзарб вазифасидир. "Аналитик механика ва устуворлик назарияси" модули айнан мана шу йўналишдаги масалаларни ҳал этишга қаратилган.

Модулнинг мақсади ва вазифалари

"Аналитик механика ва турғунлик назарияси" модулининг мақсади: тингловчиларга классик механиканинг фундаментал асосларини етарли даражада ўқитиш ва бу назарий билимлар ёрдамида механик масалаларнинг харакат дифференциал тенгламаларини тузишга ва уларни интеграллаш усуллари ёрдамида татқиқ қилишга, боғланишдаги жисмлар ҳаракатига оид масалаларни ечишда қўллашга, турғунлик назариясининг асосий методлари билан таништириш ва аниқ масалаларни ечишда бу методлардан фойдаланишни ўргатишдан иборат.

Модулнинг вазифаси мазкур дастур доирасида тингловчиларга классик механика жараёнларини аниқ тасаввур қилиш, бу жараёнларнинг математик моделини тузиш ва ечимларини топиш методларини ўрганиш, ечимларни механик таҳлил қилиш, тегишли усуллар ёрдамида ишлаб чиқаришда ишлатиладиган қурилмаларнинг ҳаракатлари назарий томондан устиворликка текширишдан иборат.

Модул бўйича тингловчиларнинг билими, кўникмаси, малакаси ва компетенцияларига қўйиладиган талаблар

"Аналитик механика ва устуворлик назарияси" модулини ўзлаштириш жараёнида амалга ошириладиган масалалар доирасида:

- классик масалаларни ечишда асосий принципларни ва теоремаларни қўллашни;
- механика масалаларини ечишда математик ва алгоритмик моделлаштириш усулларини;
- илмий-тадқиқот ёки ишлаб чиқариш фаолиятида олинган натижаларнинг механик маъносини;
- механика фанларини ўқитишдаги илғор тажрибаларни **билиши керак.**

Тингловчи:

- ноидеал боғланишли системаларда ишқаланиш қонунини аниқлаш:
- шартли боғланишларни амалга оширувчи реакция кучларини аниқлаш;
- механиканинг асосий принципларини ва интеграллаш усулларини қўллаш ва таснифлаш кўникмаларига эга бўлиши лозим.;

Тингловчи:

- механика фанига тегишли асосий усулларни амалда қўллаш;
- олиб борилган илмий-амалий ишлар натижалари бўйича ишланмалар ишлаб чиқиш **малакаларига эга бўлиши лозим.**

Тингловчи:

- механикага тегишли янги масалаларни қўйиш;
- ҳаракат тенгламаларни тузиш, ечимларни келтириб чиқариш, олинган натижаларни таҳлил қилиш;
- олиб борилган механик амалий тадқиқот натижаларини ўрганилаётган ҳодисаларга мутаносиблиги хақида тавсиялар бериш;
- илмий тадқиқот ишларининг натижаларини тахлил қилиш **компетенцияларига эга бўлиши лозим;**

Модулни ташкил этиш ва ўтказиш бўйича тавсиялар

"Аналитик механика ва устуворлик назарияси" курси маъруза ва амалий машғулотлар шаклида олиб борилади.

Курсни ўқитиш жараёнида таълимнинг замонавий методлари, ахборот-коммуникация технологиялари қўлланилиши назарда тутилган:

- маъруза дарсларида замонавий компьютер технологиялари ёрдамида презентацион ва электрон-дидактик технологиялардан;
- ўтказиладиган амалий машғулотларда техник воситалардан, тест сўровлари, ақлий ҳужум, гуруҳли фикрлаш, коллоквиум ўтказиш ва бошқа интерактив таълим усулларини қўллаш назарда тутилади.

Модулнинг ўқув режадаги бошқа модуллар билан боғлиқлиги ва узвийлиги

"Аналитик механика ва устуворлик назарияси" модули мазмуни ўқув режадаги “Таълимда ахборот-коммуникацион технологиялар” ўқув модули билан узвий боғланган ҳолда механиканинг долзарб муаммолари бўйича педагогларнинг касбий педагогик тайёргарлик даражасини орттиришга хизмат қилади.

Модулнинг олий таълимдаги ўрни

Модулни ўзлаштириш орқали тингловчилар ишлаб чиқаришда, космик парвозларни амалга оширишда ишлатиладиган механизм ва машиналарни лойиҳалаш жараёнида ва уларда кечадиган механик ҳаракатларни ўрганишда, устивор дастурий ҳаракатларни амалга оширишда мазкур модулда ўрганиладиган теоремалар, принциплар, асосий усуллар муҳим ўрин тутади, чунки механизмларнинг узоқ вақт ишлаши, мустаҳкамлиги ва ҳаракатининг устиворлиги уларда кечадиган жараёнлар билан бевосита боғлиқ.

“Аналитик механика ва устуворлик назарияси” Модули бўйича соатлар тақсимоти

№	Мавзу номи	Жами аудитория соати	Аудитория		
			Назарий	Амалий	Кўчма
1.	Кинематик боғланишли система ҳаракат тенгламалари.	4	2	2	
2.	Умумий интеграл ёрдамида Гамильтон тенгламаларини интеграллаш.	4	2	2	
3.	Классик механикада устуворлик таърифи ва геометрик интерпритацияси.	4	2		2
4.	Мувозанат ҳолати устуворлиги хақидаги Лагранж-Дирихли теоремаси.	4		2	2
	Жами	**16**	**6**	**6**	**4**

НАЗАРИЙ ВА АМАЛИЙ МАШҒУЛОТЛАР МАЗМУНИ

1-Мавзу: Кинематик боғланишли система ҳаракат тенгламалари.

Кинематик боғланишли система ҳаракат тенгламалари. Пуанкаре-Картан интеграл инварианти. Интеграл инвариантлар ёрдамида Лагранж тенгламаларининг тартибини пасайтириш. *Боғланишлар ва уларнинг таснифи. Умумлашган координаталар. Координата вариацияси. Мумкин бўлган хақиқий ва вертуал кўчишлар. Системанинг эркинлик даражаси. Идеал ва ноидеал боғланишлар. Умумлашган кучлар. Квазикоординаталар ва квазикоординаталарда ҳаракат тенгламалари. Пуанкаре-Картан интеграл инвариантлари. Пуанкаре-Картан интеграли тузилиши. Биринчи интеграллар.*

2-Мавзу: Умумий интеграл ёрдамида Гамильтон тенгламаларини интеграллаш.

Умумий интеграл ёрдамида Гамильтон тенгламаларини интеграллаш: *Гамильтон принципи. Биринчи интеграллар ёрдамида тенгламалар системасининг тартибини пасайтириш. Уиттекер тенгламаси. Универсал интеграл инвариантлар орасидаги боғланиш.*

3-Мавзу: Классик механикада устуворлик таърифи ва геометрик интерпритацияси.

Классик механикада устуворлик таърифи ва геометрик интерпритацияси. Ҳаракат устуворлигига тегишли асосий теоремалар. *Устуворликнинг Ляпунов бўйича таърифи. Оғдирилган ҳаракат тенгламалари. Автоном системалар учун Ляпунов функциялари. Ляпунов функцияларининг хоссалари. Автоном системалар учун бевосита усулнинг асосий теоремалари: устуворлик ва асимптотик устуворлик ҳақидаги Ляпунов теоремалари.*

АМАЛИЙ МАШҒУЛОТ МАЗМУНИ

1-Амалий машғулот

1-Мавзу: Кинематик боғланишли система ҳаракат тенгламалари.

Кинематик боғланишли система ҳаракат тенгламалари. Пуанкаре-Картан интеграл инварианти. Интеграл инвариантлар ёрдамида Лагранж тенгламаларининг тартибини пасайтириш. *Боғланишлар ва уларнинг таснифи. Умумлашган координаталар. Координата вариацияси. Мумкин бўлган ҳақиқий ва вертуал кўчишлар. Системанинг эркинлик даражаси. Идеал ва ноидеал боғланишлар. Умумлашган кучлар. Квазикоординаталар ва квазикоординаталарда ҳаракат тенгламалари. Пуанкаре-Картан интеграл инвариантлари. Пуанкаре-Картан интеграли тузилиши. Биринчи интеграллар.*

2-Амалий машғулот

2-Мавзу: Умумий интеграл ёрдамида Гамильтон тенгламаларини интеграллаш.

Умумий интеграл ёрдамида Гамильтон тенгламаларини интеграллаш. *Гамильтон принципи. Биринчи интеграллар ёрдамида тенгламалар системасининг тартибини пасайтириш. Уиттекер тенгламаси. Универсал интеграл инвариантлар орасидаги боғланиш.*

4-Мавзу: Мувозанат ҳолати устуворлиги хақидаги Лагранж-Дирихли теоремаси.

Мувозанат ҳолати устуворлиги хақидаги Лагранж-Дирихли теоремаси: Стационар ҳаракатни устуворлиги. Биринчи яқинлашиш бўйича устуворлик теоремалари. *Консерватив системалар абсолют мувозанатининг устуворлиги. Лагранж, Четаев теоремалари. Консерватив системалар нисбий мувозанатининг устуворлиги. Циклик интеграллар. Раус функцияси.*

Стационар ҳаракатлар ва уларнинг устуворлик шартлари. Раус, Ляпунов теоремалари. Гироскопик боғланмаган системалар.

КЎЧМА МАШҒУЛОТ МАЗМУНИ

Кўчма машғулотлар модул соҳаси бўйича етакчи олий таълим кафедралари ва илмий-тадқиқот муассасалари лабораториялари ҳамда ишлаб чиқариш корхоналари бўлимларида ташкил этилади. Мазкур машғулотлар соҳага оид долзарб мавзуларда тажриба-синов ва лаборатория машғулотлари ҳамда танишув амалиёти шаклларида олиб борилади. Шунингдек, таъкидланган муассасалар ва корхоналар етакчи мутахассислари томонидан республика ва хорижий илмий марказларда соҳа йўналишида амалга оширилаётган илғор илмий ва амалий тадқиқотлар бўйича таҳлилий шарҳлар берилиши маҳсадга мувофиқдир.

Қўчма машғулотлар учун қуйидаги мавзулар тавсия этилади:

1 мавзу: Классик механикада устуворлик таърифи ва геометрик интерпритацияси.

2 мавзу: Мувозанат ҳолати устуворлиги хақидаги Лагранж-Дирихли теоремаси.

Кўчма машғулотларда Турин политехника институтида олиб борилаётган илмий тадқиқотлар билан танишиш, шу соҳада изланаётган олимлар билан учрашувлар ташкил этиш ва имконият доирасида экспериментал тадқиқотларда қатнашиш назарда тутилган.

ЎҚИТИШ ШАКЛЛАРИ

Мазкур модул маъруза ва семинар машғулотлар шаклида олиб борилади.

Курсни ўқитиш жараёнида таълимнинг замонавий методлари, ахборот-коммуникация технологиялари қўлланилиши назарда тутилган:

- маъруза дарсларида замонавий компьютер технологиялари ёрдамида презентацион ва электрон-дидактик технологиялардан;

- ўтказиладиган амалий машғулотларда техник воситалардан, экспресс-сўровлар, тест сўровлари, ақлий ҳужум, гуруҳли фикрлаш, кичик гуруҳлар билан ишлаш, коллоквиум ўтказиш, ва бошқа интерактив таълим усулларини қўллаш назарда тутилади.

АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ

I. Ўзбекистон Республикаси Президентининг асарлари

1. Каримов И.А. Ўзбекистон мустақилликка эришиш остонасида. -Т.: “Ўзбекистон”. 2011. - 440 б.
2. Мирзиёев Ш.М. Буюк келажагимизни мард ва олижаноб ҳалқимиз билан бирга қурамиз. – Т.: “Ўзбекистон”. 2017. – 488 б.
3. Мирзиёев Ш.М. Миллий тараққиёт йўлимизни қатъият билан давом эттириб, янги босқичга кўтарамиз – Т.: “Ўзбекистон”. 2017. – 592 б.

II. Норматив-ҳуқуқий ҳужжатлар

4. Ўзбекистон Республикасининг Конституцияси. – Т.: Ўзбекистон.

2018.

5. Ўзбекистон Республикасининг “Таълим тўғрисида”ги Қонуни.
6. Ўзбекистон Республикасининг “Коррупцияга қарши курашиш тўғрисида”ги Қонуни.
7. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2015 йил 12 июндаги “Олий таълим муасасаларининг раҳбар ва педагог кадрларини қайта тайёрлаш ва малакасини ошириш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида” ги ПФ-4732-сонли Фармони.
8. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида”ги 4947-сонли Фармони.
9. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2018 йил 3 февралдаги “Хотин-қизларни қўллаб-қувватлаш ва оила институтини мустаҳкамлаш соҳасидаги фаолиятни тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПФ-5325-сонли Фармони.
10. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 17 июндаги “2019-2023 йилларда Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида талаб юқори бўлган малакали кадрлар тайёрлаш тизимини тубдан такомиллаштириш ва илмий салоҳиятини ривожлантири чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-4358-сонли Қарори.
11. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 11 июлдаги «Олий ва ўрта махсус таълим тизимига бошқарувнинг янги тамойилларини жорий этиш чора-тадбирлари тўғрисида »ги ПҚ-4391- сонли Қарори.
12. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 11 июлдаги «Олий ва ўрта махсус таълим соҳасида бошқарувни ислоҳ қилиш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ПФ-5763-сон Фармони.
13. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 27 августдаги “Олий таълим муассасалари раҳбар ва педагог кадрларининг узлуксиз малакасини ошириш тизимини жорий этиш тўғрисида”ги ПФ-5789-сонли Фармони.
14. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “2019-2021 йилларда Ўзбекистон Республикасини инновацион ривожлантириш стратегиясини тасдиқлаш тўғрисида”ги 2018 йил 21 сентябрдаги ПФ-5544-сонли Фармони.
15. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 27 майдаги “Ўзбекистон Республикасида коррупцияга қарши курашиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПФ-5729-сон Фармони.
16. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 2 февралдаги “Коррупцияга қарши курашиш тўғрисида”ги Ўзбекистон Республикаси Қонунининг қоидаларини амалга ошириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-2752-сонли Қарори.
17. Ўзбекистон Республикаси Президентининг "Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909-сонли Қарори.
18. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Олий маълумотли

мутахассислар тайёрлаш сифатини оширишда иқтисодиёт соҳалари ва тармоқларининг иштирокини янада кенгайтириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 2017 йил 27 июлдаги ПҚ-3151-сонли Қарори.

19. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Нодавлат таълим хизматлари кўрсатиш фаолиятини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 2017 йил 15 сентябрдаги ПҚ-3276-сонли Қарори.

20. Ўзбекистон Республикаси Президентининг “Олий таълим муассасаларида таълим сифатини ошириш ва уларнинг мамлакатда амалга оширилаётган кенг қамровли ислоҳотларда фаол иштирокини таъминлаш бўйича қўшимча чора-тадбирлар тўғрисида”ги 2018 йил 5 июндаги ПҚ-3775-сонли Қарори.

21. Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2012 йил 26 сентябрдаги “Олий таълим муассасалари педагог кадрларини қайта тайёрлаш ва уларнинг малакасини ошириш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 278-сонли Қарори.

Ш. Махсус адабиётлар

22. Ишмухамедов Р.Ж., Юлдашев М. Таълим ва тарбияда инновацион педагогик технологиялар.– Т.: “Ниҳол” нашриёти. 2013, 2016. – 279 б.

23. Креативная педагогика. Методология, теория, практика. / под. ред. Попова В.В., Круглова Ю.Г.-3-е изд.–М.: “БИНОМ. Лаборатория знаний”. 2012. – 319 с.

24. Каримова В.А., Зайнутдинова М.Б. Информационные системы.- Т.: Aloqachi. 2017. - 256 стр.

25. Информационные технологии в педагогическом образовании / Киселев Г.М., Бочкова Р.В. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Дашков И.К. 2018. - 304 с.

26. Natalie Denmeade. Gamification with Moodle. Packt Publishing - ebooks Accoun 2015. - 134 pp.

27. Paul Kim. Massive Open Online Courses: The MOOC Revolution. Routledge; 1 edition 2014. - 176 pp.

28. William Rice. Moodle E-Learning Course Development - Third Edition. Packt Publishing - ebooks Account; 3 edition 2015. - 350 pp.

29. English for academics. Cambridge University Press and British Council Russia, 2014. Book 1,2.

30. Karimova V.A., Zaynutdinova M.B., Nazirova E.Sh., Sadikova Sh.Sh. Tizimli tahlil asoslari.– T.: “O’zbekiston faylasuflar milliy jamiyati nashriyoti”, 2014. – 192 b.

31. Yusupbekov N.R., Aliev R.A., Aliev R.R., Yusupbekov A.N. Boshqarishning intellectual tizimlari va qaror qabul qilish. –Toshkent: “O’zbekiston milliy ensiklopediyasi” DIN. 2015. – 572 b.

32. Mark A Friend, James P Kohn, Fundamentals of Occupational Safety and Health. 2015.

33. Lawden D.F. Optimal Trajectories for Space Navigation Butterworth,

Washington, D.C. 2013

34. Natalya.A.Korshunova and Dilmurat.M.Azimov. Analytical Solutions for Thrust Arcs in a Field of Two Fixed Centers // «Journal of Guidance, Control, and Dynamics» (AIAA), USA, 2014. V.37, №5, pp. 1716-1719.

35. Herbert Goldstein. Classical Mechanics. Pearson New International Edition. USA, 2013

36. Гантмахер Ф. Р. Лекции по аналитической механике. 3-е изд. М.: Физматлит, 2012. — С. 262. — ISBN 5-9221-0067-X.

37. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.2. М.: Наука, 2004 (электрон вариант).

38. Р. Темам, А. Миранвиль. Математическое моделирование в механике сплошных сред . Изд. Бином. 2-издание, М., 2014. 320 с.

IV. Интернет сайтлар

39. Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги: www.edu.uz.

40. Бош илмий-методик марказ: www.bimm.uz

41. www. Ziyonet. Uz

42. www.arxiv.org

43. www.ams.mathscinet.org

44. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/theoretical.htm/

45. http://www.ruscommech.ru/

46. http://www.knigapoisk.ru/book

47. www.natlib.uz

48. www.twirpx.com

II. МОДУЛНИ ЎҚИТИШДА ФОЙДАЛАНИЛАДИГАН ИНТРЕФАОЛ ТАЪЛИМ МЕТОДИ.

“SWOT-таҳлил” методи.

Методнинг мақсади: мавжуд назарий билимлар ва амалий тажрибаларни таҳлил қилиш, таққослаш орқали муаммони ҳал этиш йўлларни топишга, билимларни мустаҳкамлаш, такрорлаш, баҳолашга, мустақил, танқидий фикрлашни, ностандарт тафаккурни шакллантиришга хизмат қилади.

S	Аналитик механикага тегишли усуллардан фойдаланишнинг кучли томонлари	Механик системалар ҳаракатининг аналитик, яъни аниқ ечимларини топиш имкониятини беради.
W	Аналитик механикага тегишли усуллардан фойдаланишнинг кучсиз томонлари	Деформацияланувчи механик системаларнинг ҳаракатини ўрганишда ҳар доим ҳам қўллаб бўлмайди.
O	Аналитик механика фанининг усулларидан фойдаланиш имкониятлари	Ҳар доим ҳам умумий ечимни аниқлаб бўлмасада, аналитик механиканинг усуллари ёрдамида хусусий ечимларни аниқлаш имконияти мавжуд.
T	Тўсиқлар (ташқи)	Аналитик усулларни эркинлик даражаси юқори бўлган системаларга қўлланилганда

		тахлил қилишнинг мураккаблиги..

III. НАЗАРИЙ МАШҒУЛОТ МАТЕРИАЛЛАРИ

1-мавзу. Кинематик боғланишли система ҳаракат тенгламалари.

Режа:

1. Боғланишлар классификацияси. Мумкун бўлган кўчиш.
2. Идеал боғланишли системалар учун Лагранж принципи.
3. Кинематик боғланишли системалар учун Раус ва Аппель тенгламалари.

Таянч сўзлар: *боғланиш, кинематик, идеал, ноидеал боғланишлар, реаном, умумлашган координата, умумлашган куч.*

Боғланишлар классификацияси. Мумкун бўлган кўчиш

Система нуқталарининг ҳолати ва ҳаракатига қўйилган ҳар қандай чегара механикада боғланиш дейилади. Богланишлар бирор координаталар системасига нисбатан система нуқталарининг координаталари $x_i, y_i, z_i\ (i=1,2,...N)$ улардан вақт буйича олинган биринчи тартибли ҳосилалари $\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i\ (i=1,2,...N)$ орасидаги маълум муносабатлар билан ифодаланади. Бу муносабатларда t вақт ошкор равишда қатнашиши мумкин.

Система нуқталарига қўйилган боғланишларни ифодаловчи муносабатлар тенгламалар ёки тенгсизликлардан иборат бўлиши мумкин.

Система нуқталарнга қуйилган боғланишлар актив кучлар таъсиридаги система нуқталарининг ҳаракатини худди шу кучлар таъсиридаги эркин система нуқталарининг ҳаракатини нисбатан маълум маънода чеклайди.

Бундай чеклашдан техникаииг турли соҳаларида, амалиёт учун зарур бўлган, мақсадга мувофиқ бирор йўналиш буйича ҳаракатини таъминлашда фойдаланилади. Двигатель цилиндри ичида ҳаракатланаётган поршен бунга мисол бўла олади. Бунда цилиндр боғланиш вазифасини ўтайди.

Шундай қилиб, боғланишдаги система нуқталарининг ҳаракати {фақат система нуқталарига таъсир этувчи кучлар ва бошланғич шартларгагина боғлик бўлмай, балки қуйилган боғланишларга ҳам боғлиқ бўлади. Бу ҳолда бошланғич шартлар боғланиш тенгламаларини қаноатлантириши керак.

Система нуқталарига қуйилган боғланишлар турига қараб система нуқталари турлича ҳаракатда бўлади. Боғланишларнинг турли хилларини кўриб ўтамиз.

Боғланишлар фақат система нуқталарининг координаталарини чекласа, бундай богланишлар геометрик боғланишлар дейилади. Геометрик боғланишнинг тенгламаси

$$f(x_i, y_i, z_i, t) = 0 \qquad (i=1,2,...N),$$

кўринишда ёзилади. f - функция ва унинг ҳосилалари узлуксиз функция деб қаралади.

Агар боғланиш система нуқталарининг координаталаридан ташқари тезлигини ҳам чекласа, бундай боғланиш кинематик ёки дифференциалли боғланиш, дейилади. Кинематик боғланиш тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$\varphi(x_i, y_i, z_i, \dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i, t) = 0 \quad (i = 1,2,...N) \ .$$

Геометрик боғланишлар ва интегралланадиган кўринишдаги дифференциал боғланишлар Герц таърифига кўра голоном богланишлар дейилади. Интегралланмайдиган дифференциал боғланишлар ноголоном боғланишлар дейилади. Ноголоном боғланиш тенгламаларини система нуқталари координаталарининг функциясидан иборат бўлган бирор функциянинг тўлиқ дифференциали тарзида ифодалаб бўлмайди. Агар боғланиш тенгламаси вақтга ошкор равишда боғлиқ бўлса, бундай боғланиш ностационар(реоном) боғланиш дейилади [1](12-14 бетлар).

Мумкин бўлган кўчиш

Аналитик механикада мумкин бўлган кўчиш тушунчаси асосий тушунчалардан бири ҳисобланади. Бу тушунчани голоном боғланиш қўйилган нуқта учун киритамиз. Моддий нуқтага

$$f(x, y, z, t) = 0,$$

голоном стационар боғланиш қўйилган бўлсин. Бирор пайтда сирт устидаги нуқтанинг эгаллаган ҳолатидаи боғланишни қаноатлантирган ҳолда фикран ҳар қандай элементар (жуда кичик) кўчишларни олнш мумкнлигини тасаввур қилайлик. Бу кўчишларни нукта раднус-векторинииг сирт устида жойлашган орттирмалари тарзида тасвирлаш мумкин. Мазкур кўчшиларни бириичи тартибли кичик миқдоргача аниқлик билан олсак, у ҳолда бу кўчишлар M иуқтада сиртга ўтказилган уринма текисликда ётади. **Қуйилган боғланишни берилган онда қаноатлантирувчи нуқтанинг ҳар қандай тасаввур қилинадиган чексиз кичик кўчиши мумкин бўлган кўчиш ёки** виртуал кўчиш **дейилади.** Нуқтанинг мумкин бўлган кўчиши $\delta\vec{r}(\delta x, \delta y, \delta z)$ лар билан белгиланади.

Агар нуқтага стационар бўлмаган

$$f(x, y, z, t) = 0$$

боғланиш қуйилган бўлса, у ҳолда нуқтанинг мумкин бўлган кўчиши вақтнинг берилган пайтидаги аниқ қайд қилинган қиймати учун ҳисобланади, яъни бунда $\delta t = 0$ деб қаралади. Масалан, ҳаракатдаги ёки деформацияланувчи сирт устидаги нуқтанинг мумкин бўлган кўчиши, берилган пайтда сирт эгаллаган ҳолатда нуқтанинг сирт бўйлаб элементар кўчишларидан иборат бўлади.

Боғланишни қаноатлантирган ҳолда нуқтанинг фазода $\boldsymbol{dt}$ вақт ичида элементар кўчиши ***хақиқий кўчиш*** дейилади. Агар нуқтага $f(x, y, z, t) = 0$ боғланиш қўйилган бўлса, у ҳолда M нуқтанинг $\boldsymbol{dt}$ вақт ичидаги хақиқий кучиши $d\vec{r}$ шу пайтда траекторияга уринма бўйича йўналади. Нуқтанинг хақиқий кўчиши нуқтага таъсир этувчи кучларга, унга қуйилган боғланишга ва бошланғич шартларга боғлиқ бўлади. Нуқтанинг мумкин бўлган кўчиши билан хақиқий кўчиши орасидаги муносабатни аниқлаймиз. Агар нуқтага стационар боғланиш қўйилган бўлса, у ҳолда нуқтанинг ҳар бир хақиқий кўчиши бирорта мумкин бўлган кўчиши билан устма-уст тушади. Нуқтанинг ҳар бир мумкин бўлган кучишини голоном боғланиш билан ифодаланган сиртга нисбатан нуқтанинг нисбий кўчиши деб қараш мумкин. Агар боғланиш стационар бўлса, яъни сирт геометрик шаклини ўзгартирмаса ва фазода кўчмаса, сирт устидаги нуқта кўчирма ҳаракатда қатнашмайди ва нуқтанинг барча мумкин бўлган кучишлари абсолют кўчишлардан иборат бўлади. Бинобарин, кучлар таъсиридаги нуқтанинг исталган хақикий кўчиши $d\vec{r}$ шу нуқтанинг бирор мумкин бўлган кўчиши $\delta\vec{r}$ билан устма-уст тушади. Стационар бўлмаган боғланишлар қўйилган нуқтанинг хақиқий кўчиши бирорта ҳам мумкин бўлган кўчиш билан устма-уст тушмаслиги мумкин.

Механик система нуқталарининг мумкин бўлган кўчишлари $\delta\vec{r}_i$ тўплами системанинг мумкин бўлган кўчиши дейилади. Нуқтанинг мумкин бўлган кўчиши билан хақиқий кўчиши орасида ўрнатилган муносабатлар система нуқталарининг кўчишига ҳам тааллуқли бўлади.

Агар система M_i нуқтасининг радиус-векторини $\vec{r}_i$ ва координаталарини x_i, y_i, z_i билан белгиласак, M_i нуқтанинг мумкин бўлган кўчиши

$$\delta\vec{r}_i = \delta x_i\vec{i} + \delta y_i\vec{j} + \delta z_i\vec{k}$$

вектор билан ифодаланади. Бунда $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ лар $Oxyz$ инерциал система координата ўқларининг бирлик векторларини, $\delta x_i, \delta y_i, \delta z_i$ лар эса мумкин бўлган кўчишнинг мазкур ўқлардаги проекцияларини ифодалайди ва координаталарнинг вариациялари дейилади.

M_i нуқтанинг хақиқий кўчиши эса

$$d\vec{r}_i = dx_i\vec{i} + dy_i\vec{j} + dz_i\vec{k}$$

вектор билан ифодаланади. Бунда dx_i, dy_i, dz_i лар координаталарнинг дифференциалини ифодалайди.

Системанинг ҳолати умумлашган координаталар орқали ифодаланганда системанинг мумкин бўлган кўчишларини ҳам умумлашган координаталарнинг вариациялари орқали ифодалаш мумкин.

$$\delta\vec{r}_i = \sum_{k=1}^{n}\frac{\partial\vec{r}_i}{\partial q_k}\delta q_k$$

Юқорида кўрганимиздек, системанинг мумкин бўлган кўчишини аниқлашда боғланиш тенгламасида t ни ўзгармас деб қараш керак [1](15-18 бетлар)

2. Аналитик механикада системанинг ҳаракати ёки мувозанатини текширишда мухим ахамиятга эга бўлган яна. Битта тушунча ***кучнинг мумкин бўлган кўчишдаги иши*** тушунчаси киритилади. Кучнинг мумкин бўлган кўчишдаги элементар иши δA қуйидагича аниқланади:

$$\delta A = \vec{F}\delta\vec{r}\ .$$

Агар системанинг ҳар қндай мумкин бўлган кўчишида система нуқталарига қуйилган боғланиш реакция кучларининг ишлари йиғиндиси нолга тенг бўлса, бундай боғланишлар **идеал богланишлар** дейилади; идеал богланишлар учун қуйидаги тенглик ўринли бўлади.

$$\delta A = \sum_{i=1}^{N} \vec{N}_i \delta\vec{r} = 0\,.$$

Ўз навбатида системага қўйилган боғланишлар ноидеал деб аталади, агар системанинг ҳар қндай мумкин бўлган кўчишида система нуқталарига қуйилган боғланиш реакция кучларининг ишлари йиғиндиси учун

Қуйидаги муносабат ўринли бўлса;

$$\delta A = \sum_{i=1}^{N} \vec{N}_i \delta\vec{r} = \tau \neq 0$$

Мумкин бўлган кўчиш принципи берилган кучлар таъсиридаги маълум боғланишлар қуйилган механик системанинг мувозанат шартини ифодалайди [1](30-33 бетлар).[2](16-17 бетлар)

Актив кучлар таъсиридаги идеал ва стационар боғланишлар қуйилган механик система мувозанатда бўлиши учун система нуқталарининг ҳар қандай мумкин бўлган кўчишида барча актив кучлар элементар ишларининг йиғиндиси нолга тенг (бўшатмайдиган) ва нолдан кичик ёки нолга тенг (бўшатадиган боғланишлар учун) бўлиши зарур ва етарлидир, яъни

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \delta\vec{r} \leq 0\,.$$

Шуни таъкидлаш керакки, бу принцип ноидеал боғланишли системалар учун ўринли эмас.

Раус тенгламалари

Қуйида кинематик боғланишли системанинг ҳаракат тенгламаларини Лагранж кўпайтувчилари ёрдамида тузишни кўриб чиқамиз. Фараз қиламиз, N та моддий нуқтадан ташкил топган системага S геометрик идеал

$$f_\alpha(x,t) = 0 \qquad \left(\alpha = \overline{1,S}\right),$$

ва r чизиқли кинематик

$$\sum_{k=1}^{3N} a_{\rho k}\dot{x}_k + a_\rho = 0\,,$$

ёки $$\sum_{k=1}^{3N} a_{\rho k}dx_k + a_\rho dt = 0$$

$\left(\rho=\overline{1,r}\right)$ боғланишлар қўйилган бўлсин. Бунда $a_{\rho k}, a_\rho$ - x,t ўзгарувчиларнинг функияси.

Агар Даламбер–Лагранж принципида фақатгина геометрик боғланишларни ҳисобга оладиган бўлсак қуйидаги муносабатга эга бўламиз:

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{Q_i-\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_i}\right]\right\}\delta q_i=0\ .$$

Бу тенгламадаги умумлашган координаталар δq_i вариацияларининг ҳаммаси ҳам ўзаро боғлиқ бўлмай улар кинематик боғланишлар тенгламалари билан боғланган.

Яъни

$$x_k=x_k(q,t)\qquad \left(k=\overline{1,3N}\right)$$

Умумлашган координаталар киритиш билан геометрик боғланишларни ҳисобга оламиз. Бунга кўра:

$$dx_k=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial x_k}{\partial q_i}dq_i+\frac{\partial x_k}{\partial t}dt\qquad (n=3N-S)$$

ва кинематик боғланишлар тенгламаларига қўйиб умумлашган координаталарга нисбатан кинематик боғланишларни оламиз.

$$\sum_{k=1}^{3N}a_{\rho k}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial x_k}{\partial q_i}dq_i+\sum_{k=1}^{3N}a_{\rho k}\frac{\partial x_k}{\partial t}dt+a_\rho dt=0\qquad \left(\rho=\overline{1,r}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=1}^{3N}a_{\rho k}\frac{\partial x_k}{\partial q_i}\right]dq_i+\left(\sum_{k=1}^{3N}a_{\rho k}\frac{\partial x_k}{\partial t}+a_\rho\right)dt=0$$

ёки

$$\sum_{i=1}^{n}A_{\rho i}dq_i+A_\rho dt=0\qquad \left(\rho=\overline{1,r}\right)\ ,$$

бунда

$$A_{\rho i}=\sum_{k=1}^{3N}a_{\rho k}\frac{\partial x_k}{\partial q_i}\ ,\quad A_\rho=\sum_{k=1}^{3N}a_{\rho k}\frac{\partial x_k}{\partial t}+a_\rho\ .$$

Кинематик боғланишларга кўра умумлашган координаталарнинг вариациялари учун

$$\sum_{i=1}^{n}A_{\rho i}\delta q_i=0\qquad \left(\rho=\overline{1,r}\right)$$

муносабатлар ўринли. Бу системани ҳар бир тенгламасини λ_ρ кўпайтувчиларга кўпайтириб қўшиб чиқамиз.

$$\sum_{\rho=1}^{\kappa}\lambda_\rho\sum_{i=1}^{n}A_{\rho i}\delta q_i=\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{\rho=1}^{r}\lambda_\rho A_{\rho i}\right)\delta q_i=0\,. \tag{2}$$

тенгламаларни қўшиб

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{Q_i-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right)+\frac{\partial T}{\partial q_i}+\sum_{\rho=1}^{r}\lambda_\rho A_{\rho i}\right\}\delta q_i=0\,,$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Бу тенгламадаги λ_ρ кўпайтувчиларни шундай танлаб оламизки, ўзаро боғлиқ бўлган r та вариациялар олдидаги коэффициентлар ҳам нолга айлансин. Бундан

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_i}=Q_i+\sum_{\rho=1}^{r}\lambda_\rho A_{\rho i} \qquad \left(i=\overline{1,n}\right) \tag{3}$$

Бу тенгламалардаги номаълумлар сони $q_1, q_2, \ldots q_n, \lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_r$ $n+r$ та бўлиб тенгламалар сони эса n та. Бу тенгламалар системасига кинематик боғланишлар тенгламаларини қўшиб $n+r$ та номаълумли $n+r$ та тенгламалар системасини ҳосил қиламиз.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_i}=Q_i+\sum_{\rho=1}^{r}\lambda_\rho A_{\rho i} \qquad \left(i=\overline{1,n}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n}A_{\rho i}dq_i+A_\rho dt=0 \qquad \left(\rho=\overline{1,r}\right)$$

Бу тенгламалар системаси **Раус тенламалари** деб аталади.ва системага киритилган умумлашган координаталар q_i **формал** равишда умумлашган дейилади, чунки бу координаталар кинематик боғланишлар орқали ўзаро боғланган.[2](347 бет)

Кинематик боғланишли системалар учун Аппель тенгламалари

Фараз қиламиз, N та моддий нуқтадан ташкил топган системанинг ҳолати $q_1, q_2, \ldots q_n$ умумлашган координаталар билан аниқлансин.

У ҳолда Декарт координаталари

$$x_\nu = x_\nu(q_1, q_2, \ldots q_n, t) \qquad \left(\nu=\overline{1,3N}\right) \tag{4}$$

$$dx_\nu=\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial x_\nu}{\partial q_i}dq_i+\frac{\partial x_\nu}{\partial t} \tag{5}$$

$$\delta x_\nu=\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial x_\nu}{\partial q_i}\delta q_i \quad \left(\nu=\overline{1,3N}\right) \tag{6}$$

умумлашган координатилар ва вақтнинг функцияси бўлади.

Бундан ташқари, системага

$$\sum_{i=1}^{n}A_{\rho i}dq_i+A_\rho dt=0 \qquad \left(\rho=\overline{1,r}\right)\ , \tag{7}$$

ёки дифференциал кўринишдаги

$$\sum_{i=1}^{n}a_{\rho k}dq_i+a_\rho dt=0 \qquad \left(\rho=\overline{1,r}\right) \tag{8}$$

кинематик боғланишлар қўйилган бўлсин.

Бу боғланишлар умумлашган координаталарнинг вариацияларига қуйидагича чегара қўяди:

$$\sum_{i=1}^{n}A_{\rho i}\delta q_i=0 \qquad \left(\rho=\overline{1,r}\right) \tag{9}$$

Шундай қилиб, умулашган координаталарнинг n та $\delta q_1, \ldots, \delta q_n$ вариациялари r та

(7) боғланишлар билан боғланган. (7) ва (8) муносабатлардан фойдаланиб (5) ва (6) тенгламалардаги ўзаро боғлиқ бўлган вариацияларни

$$dx_k = \sum_{j=1}^{n-r} B_{kj} dq_j + B_k dt \qquad \left(k = \overline{1,3N}\right),$$

$$\delta x_k = \sum_{j=1}^{n-r} B_{kj} \delta q_j \ ,$$

чиқариб ташлаймиз. Бунда B_{kj}, B_k – $q_1, \ldots, q_n, t$ ларга боғлиқ бўлган янги функциялар.

У ҳолда ўзаро боғлиқ бўлмаган вариациялар сони $(n-r)$ га тенг бўлади. Бунга кўра, Даламбер-Лагранж принципини $\sum_{k=1}^{3N}\left(X_k - m_k \ddot{x}_k\right)\delta x_k = 0$ қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\sum_{j=1}^{n-r}\left[\sum_{k=1}^{3N}\left(X_k - m_k \ddot{x}_k\right)B_{kj}\right]\delta q_j = 0 \,. \tag{10}$$

Актив кучларнинг элементар бажарган ишлари эса

$$\sum_{k=1}^{3N} X_k \delta x_k = \sum_{j=1}^{n-r}\sum_{k=1}^{3N} X_k B_{kj} \delta q_j = \sum_{j=1}^{n-r} Q'_j \delta q_j \tag{11}$$

кўринишда аниқланади. Бунда $Q'_j = \sum_{k=1}^{3N} X_k B_{kj}$ ўзаро боғлиқ бўлмаган вариацияларга тегишли умумлашган куч.

Принципга тегишли иккинчи ҳад устида тўхталамиз. (4) га кўра

$$\dot{x}_k = \sum_{j=1}^{n-r} B_{kj} \dot{q}_j + B_k \qquad \left(k = \overline{1,3N}\right).$$

Бу муносабатнинг иккала томонинидан вақт бўйича ҳосила оламиз.

$$\ddot{x}_k = \sum_{j=1}^{n-r} B_{kj} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^{n-r}\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial B_{kj}}{\partial q_i} \dot{q}_j \dot{q}_i + \sum_{j=1}^{n-r} \frac{\partial B_{kj}}{\partial t} \dot{q}_j + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial B_k}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial B_k}{\partial t} \qquad \left(k = \overline{1,3N}\right)$$

бундан

$$B_{kj} = \frac{\partial \ddot{x}_k}{\partial \ddot{q}_j} \tag{12}$$

келиб чиқади.

Энди қуйидаги

$$S = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3N} m_k \ddot{x}_k^2 \tag{13}$$

функцияни киритамиз. Бу S - функция Аппель томонидан киритилган бўлиб, тезланишлар энергияси дейилади (кинетик $T = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3N} m_k \dot{x}_k^2$ энергияга ўхшаш) ва

$$\frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_j} = \sum_{k=1}^{3N} m_k \ddot{x}_k \frac{\partial \ddot{x}_k}{\partial \ddot{q}_j} = \sum_{k=1}^{3N} m_k \ddot{x}_k B_{kj} \tag{14}$$

ўринли.
(12) и (13) га кўра Даламбер-Лагранж принципи қуйидаги кўринишга келади:

$$\sum_{j=1}^{n-r}\left(Q'_j - \frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_j}\right)\delta q_j = 0 . \tag{15}$$

δq_j вариациацияларнинг ҳаммаси ўзаро боғлиқ бўлмагани учун

$$\frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_j} = Q'_j \qquad \left(j = \overline{1, n-r}\right) \tag{16}$$

тенгламалар системаси келиб чиқади. Бу тенгламалар системаси Аппель томонидан келтириб чиқарилган бўлиб, Аппель номи билан аталади. Бу тенгламаларнинг сони системани эркинлик даражасига тенг.
Ўзаро боғлиқ бўлмаган вариацияларга тегишли умумлашган кучларни топиш учун, актив кучларнинг мамкин бўлган кўчишлардаги ишларини ҳисоблаймиз

$$\delta A = \sum_{i=1}^{n} Q_i \delta q_i = \sum_{i=1}^{n-r} Q_i^{/}\, \delta q_i$$

ва кинематик боғланишлар ёрдамида боғлиқ бўлган вариацияларни чиқариб ташлаймиз.

Шуни таъкидлаш керакки, тезланишлар энергияси $S = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3N} m_k \ddot{x}_k^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} m_k \left(\frac{d^2\vec{r}_k}{dt^2}\right)^2$ учун кинетик энергия учун ўринли бўлган Кенига теоремасига ўхшаш теорема ўринли:

$$S = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} m_k \left(\frac{d^2\vec{r}_c}{dt^2} + \frac{d^2\vec{r}'_k}{dt^2}\right)^2 = \frac{1}{2}M\left(\frac{d^2\vec{r}_c}{dt^2}\right)^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} m_k \left(\frac{d^2\vec{r}'_k}{dt^2}\right)^2 + \frac{d^2\vec{r}_c}{dt^2}\sum_{k=1}^{N} m_k \frac{d^2\vec{r}'_k}{dt^2}$$

ва $\sum_{k=1}^{N} m_k \frac{d^2\vec{r}'_k}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}\left(\sum m_k \vec{r}'_k\right) = \frac{d^2}{dt^2}\left(M\vec{r}'_c\right) = 0$ эканлигини ҳисобга олсак,

$$\boxed{S = \frac{1}{2}M\vec{W}_c^{\,2} + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} m_k \vec{W}'^{\,2}_k}$$

Бунда C - система масса маркази; $M = \sum m_k$ - системанинг массаси;

Шундай қилиб, системанинг тезланишлар энергияси масса марказининг тезланиш энергиясидан (бу нуқтага системанинг масси жамланган) ва масса маркази атрофидаги нисбий ҳаракат тезланишлари энергияларининг йиғиндисидан иборат бўлар экан[1](67-73 бетлар).

Мавзу бўйича саволлар

1. Ноидеал боғланишлар деб қандай боғланишларга айтилади.
2. Лагранж принципи қандай системалар учун ўринли.
3. Мумкин бўлган кўчиш билан хақиқий кўчиш орасидаги фарқ нимада
4. Кинематик боғланишли системалар учун Лагранж тенгламалари ўринли бўладими.

5. Раус тенгламаларидаги координаталарни умумлашган координаталар сифатида қараш мумкинми.
6. Аппел тенгламаларининг сони системанинг эркинлик даражасидан қанчага фарқ қилади.

Фойдаланилган адабиётлар

1. Гантмахер Ф. Р. Лекции по аналитической механике. 3-е изд. М.: Физматлит, 2002. — С. 262. — ISBN 5-9221-0067-X.

2. Herbert Goldstein. Classical Mechanics. Pearson New International Edition. USA, 2013

3. Antonio Fasano, Stefano Marmi. Analytical Mechanics. Oxford University Press. 2006

4. Уиттекер Е. Аналитическая динамика. М.: ОНТИ, 2001.

2- Мавзу. Умумий интеграл ёрдамида Гамильтон тенгламаларини интеграллаш

Режа:

1. Гамильтон бўйича таъсир.
2. Механиканинг асосий интеграл инварианти.Каноник алмаштиришлар.
3. Унверсал интеграл инвариантлар орасидаги боғланиш.Гамильтон-Якоби тенгламаси.

Таянч сўзлар: *вариация***,** *умумлашган импульс, ҳақиқий ҳаракат, мумкин бўлган ҳаракат, инвариант*.

Гамильтон бўйича таъсир

Классик механикада каноник алмаштиришлар Гамильтон тенгламаларига тегишли бўлиб, бу тенгламаларнинг интеграл инвариантларига асосланади. Шунинг учун бу инвариантларни келиб чиқишига тўхталиб ўтамиз.

Лагранж функцияси $L(t, q_i, \dot{q}_i)$ ва эркинлик даражаси n га тенг бўлган ихтиёрий геометрик боғланишли механик системани кўриб чиқамиз.

Маълумки, қуйидаги интеграл

$$S = \int_{t_0}^{t_1} L(t, q_i, \dot{q}_i) dt$$

$(t_{0?}, t_1)$ вақт оралиғидаги **Гамильтон таъсири** деб аталади.

Интеграл остидаги L Лагранж функцияси системанинг умумлашган координата ва тезликларнинг функцияси бўлгани учун, интегрални ҳисоблашда $(t_{0?}, t_1)$ вақт оралигида $q_i(t)$ умумлашган координаталар маълум бўлиши керак. Бошқача қилиб таърифлаганда, Гамильтон таъсири система ҳаракатига боғлиқ бўлган функционал бўлади.

Система ҳаракатини талқин қиладиган бўлсак, ҳаракатни $(n+1)$ ўлчовли кенгайтирилган фазода нуқта траекторияси деб қараш мумкин. Кенгайтирилган фазода иккита «фиксирланган» $M(t_0, q_i^0)$ ва $M_1(t_1, q_i^1)$ нуқталардан ўтувчи, системани бошланғич (q_i^0) ҳолатдан (t_0 вақтга мос келувчи) (q_i^1) (t_1 вақтга мос келувчи) кейинги ҳолатига ўтказувчи мумкин бўлган ҳаракатларни кўриб чиқамиз. Фараз қиламиз, мумкин бўлган ҳаракатлар орасида хақиқий ҳаракат мавжуд деб ва бу ҳаракат учун $L(t, q_1, ... q_n, \dot{q}_1, ... \dot{q}_n)$ Лагранж функцияси мос келади, умумлашган $q_i(t)$ координаталар эса

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0. \ (i = 1, ..., n)$$

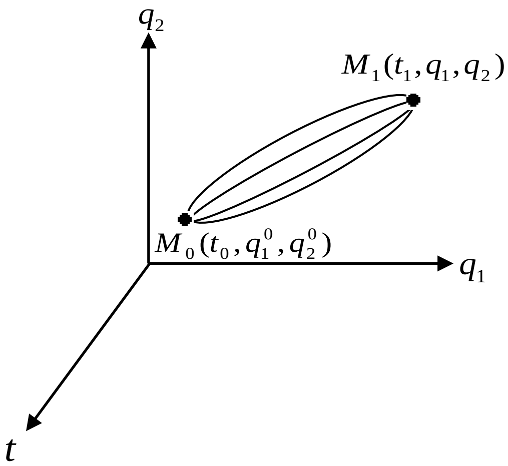
Лагранжнинг 2-тур дифференциал тенгламаларини қаноатлантиради.

Қолган, M_0 ва M_1 нуқталардан ўтувчи бошқа траекториялар тўпламини **мумкин бўлган** (атроф йўллар**)** ҳаракатлар деб атаймиз.

***Гамильтон принципи*:**

Гамильтон таъсири хақиқий ҳаракат учун мумкин бўлган ҳаракатлардан фарқли, экстремал (стационар) қийматга эга бўлади (Гамильтон таъсирининг вариацияси $\delta w = 0$ бўлади).

Гамильтон принципининг яна бир кўринишига тўхталиб ўтамиз. $(n+1)$ ўлчамли кенгайтирилган $(t, q_1,...,q_n)$ координата фазоси ўрнига $(2n+1)$ ўлчамли кенгайтирилган $t, q_i, p_i (i=1,...,n)$ (p_i умумлашган импульслар) фазони кўриб чиқамиз. Бу фазода фиксирланган $B_0(q_i^0, p_i^0, t_0)$ ва $B_1(q_i^1, p_i^1, t_1)$ нуқталар орқали ўтувчи хақиқий ҳаракатга мос келувчи траекторияни, шунингдек бу нуқталардан ўтувчи барча бошқа мумкин бўлган ҳаракатларни («атроф» йўлларни) қараб чиқамиз(1-расм).



1-Расм

хақиқий ҳаракатга мос келувчи $H(q_i(t), p_i(t), t)$ ва $q_i(t)$, $p_i(t)$ ўзгарувчилар Гамильтон тенгмаларини

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \ \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, \ (i = 1,...,n)$$

қаноатлантиради.

Гамильтон функцияси $H(q_i(t), p_i(t), t)$ билан Лагранж функцияси $L(t, q_i, \dot{q}_i)$ орасидаги боғланишни

$$L^* = \sum_{i=1}^{n} p_i \dot{q}_i - H(t, q_i, p_i)$$

ҳисобга олсак, у ҳолда Гамильтон принципи қуйидаги

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L^* dt = \delta \int_{t_0}^{t_1} (\sum_{i=1}^{n} p_i \dot{q}_i - H) dt = 0$$

кўринишда ёзилади (принципнинг биринчи кўринишидан шартли ўларок) ва атроф йўллар сифатида таққослашга B_0 ва B_1 нуқталардан ўтувчи $(2n+1)-$ ўлчамли кенгайтирилган ҳаракат фазосининг ихтиёрий эгри чизиқлари олинади. Лекин кенгайтирилган $(2n+1)$ ўлчовли фазонинг $p_1,...,p_n$ ўзгарувчилари (умумлашган импульслар)

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \quad (i = 1,...,n)$$

тенгламани қаноатлантиришини ҳисобга олсак, у ҳолда Гамильтон принципининг иккинчи кўриниши биринчи кўринишга ўтади.

Механиканинг асосий интеграл инварианти (Пуанкаре-Картан интеграл инварианти)

Гамильтон таъсирининг вариациясини, вақтнинг шунингдек координаталарнинг бошланғич ва охирги қийматлари ўзгарувчан бўлган ҳолда, яъни α параметрнинг

$$\begin{aligned} t_0 &= t_0(\alpha), \quad q_i^0 = q_i^0(\alpha), \\ t_1 &= t_1(\alpha), \quad q_i^1 = q_i^1(\alpha) \end{aligned} \qquad (i = 1,\dots,n) \tag{1}$$

функцияси бўлган ҳол учун кўриб чиқамиз.

Бу ҳолда $W = \int\limits_{t_0}^{t_1} L\,dt$ интегрални параметр бўйича дифференциаллаб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\begin{gathered} \delta W = \delta \int\limits_{t_0(\alpha)}^{t_1(\alpha)} L dt = L_1 \delta t_1 - L_0 \delta t_0 + \int\limits_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i \right) dt = L_1 \delta t_1 + \\ \sum_{i=1}^{n} p_i^1 [\delta q_i]_{t=t_1} - L_0 \delta t_0 - \sum_{n=1}^{n} p_i^0 [\delta q_i]_{t=t_0} + \int\limits_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) \delta q_i dt; \end{gathered} \tag{2}$$

$$[\delta q_i]_{t=t_\lambda} = \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} q_i(t,\alpha) \right]_{t=t_\lambda} \delta\alpha \ \ (i = 1,\dots,n; \lambda = 0,1). \tag{3}$$

Лекин $q_i^1 = q_i^1(t_1,\alpha)$ умумлашган координаталарнинг чегарадаги тўлиқ вариациялари учун

$$\delta q_i^1 = \dot{q}_i^1\, \delta t_1 + \left[\frac{\partial q_i(t,\alpha)}{\partial \alpha} \right]_{t=t_1} \delta\alpha,$$

формулага эгамиз.

Ёки

$$\delta q_i^1 = [\delta\, q_i]_{t=t_1} + \dot{q}_i^1 \delta\, t_1 \ \ (i = 1,\dots,n).$$

Бу ердан

$$[\delta\, q_i]_{t=t_1} = \delta q_i^1 - \dot{q}_i^1 \delta t_1 \ \ (i = 1,\dots,n)\,. \tag{4}$$

Айнан шундай ифода умумлашган координатанинг бошланғич қийматлари учун ҳам ўринли:

$$[\delta\, q_i]_{t=t_0} = \delta\, q_i^0 - \dot{q}_i^0 \delta\, t_0 \qquad (i = 1,\dots,n) \tag{5}$$

(4) ва (5) тенгламалардан фойдаланиб δw учун (2) ифодани қуйидаги

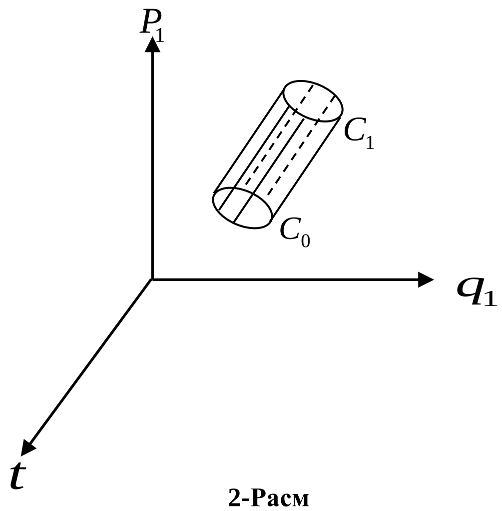
$$\delta W = \left[\sum_{i=1}^{n} p_i \delta q_i - H \delta t \right]_0^1 + \int\limits_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{dL}{\partial \dot{q}_i} \right) \delta q_i dt. \tag{6}$$

кўринишини (одатдагидай умумлашган $\dot{q}_i$ тезликларни умумлашган импульслар p_i орқали ифодалаб ва $\sum\limits_{i=1}^{n} p_i \dot{q}_i - L' = H$ тенгликни ҳисобга олиб) ҳосил қиламиз.

Бу тенгламада

$$\left[\sum_{i=1}^{n} p_i \delta q_i - H\,\delta t\right]_0^1 = \sum_{i=1}^{n} p_i^1 \delta q_i^1 - H_1 \delta t_1 - \sum_{i=1}^{n} p_i^0 \delta q^0{}_i + H_0 \delta t_0 \ .$$

Хусусий ҳолда, ҳар қандай α учун мос келувчи йўл ҳақиқий йўл бўлганда, яъни $q_i = q_i(t,\alpha)$ $(i = 1,...,.n)$ ҳақиқий ҳаракатлар тўпламидан иборат бўлса, (6) тенгликни ўнг томонидаги интеграл ҳар қандай α учун нолга тенг бўлади ва Гамильтон таъсири вариацияси учун ифода



2-Расм

$$\delta W = \left[\sum_{i=1}^{n} p_i \delta q_i - H\delta t\right]_0^1 \qquad (7)$$

оддий кўринишни қабул қилади. [2](34-39:354-358),[1](103-108:113-117),[3](312-314)

Кенгайтирилган $(n+1)$ ўлчовли фазо ўрнига $(2n+1)$ ўлчовли фазо олинса, у ҳолда бу фазода нуқтанинг координаталари q_i, p_i, t катталиклардан иборат бўлади. Бу фазода

$$q_i = q^0{}_i(t,\alpha), \quad p_i = p_i^0(t,\alpha), \quad t = t_0(\alpha) \qquad (8)$$

$$(i = 1,..,n; \quad 0 \le \alpha \le L)$$

ихтиёрий ёпиқ C_0 эгри чизиқни оламиз ва α параметрни шундай танлаб оламизки. $\alpha = 0$, $\alpha = L$ қийматлар C_0 ёпиқ эгри чизиқнинг айнан битта нуқтасига мос келсин. C_0 ёпиқ эгри чизиқнинг ҳар бир нуқтасидан тегишли хақиқий ҳаракат траекторияларини ўтказамиз ва хақиқий ҳаракат траекториялари найчасини ҳосил қиламиз (2-расм).

$$q_i = q_i(t,\alpha), \quad p_i = p_i(t,\alpha) \ \ (i = 1,...,n. \ 0 \le \alpha \le L) \qquad (9)$$

Бу ифодада $q_i(t,0) \equiv q_i(t,L), \quad p_i(t,0) \equiv p_i(t,L) \quad (i = 1,...,n).$

Бу найчада ихтиёрий равишда найчани қамраб олувчи ва ҳар бир ясовчи билан фақат биттагина умумий нуқтага эга бўлган C_1 эгри чизиқни танлаб оламиз. C_1 эгри чизиқнинг тенгламасини қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$q_i = q_i^1(\alpha), \ p_i = p_i^1(\alpha), \ t = t_1(\alpha) \qquad (10)$$

Гамильтон таъсирини $W = \int_{t_0(\alpha)}^{t_1(\alpha)} L dt$ хақиқий ҳаракатлар найчаси бўйлаб C_0 эгри чизиқдан C_1 эгри чизиққача қараб чиқамиз.

У ҳолда ҳар қандай α учун (7) ифодага кўра

$$\delta W = W'(\alpha)\delta\alpha = \left[\sum_{i=1}^{n} p_i \delta q_i - H\delta t\right]_0^1.$$

Бу тенгликни $0 < \alpha < l$ оралиқда интеграллаб қуйидаги

$$0 = W(l) - W(0) = \int_0^l \left[\sum_{i=1}^n p_i \delta q_i - H\delta t \right]_0^1 = \int_0^l \left[\sum_{i=1}^n p_i^1 \delta q_i^1 - H_1 \delta t_1 \right] -$$
$$- \int_0^l \left[\sum_{i=1}^n p_i^0 \delta q_i^0 - H_0 \delta t_0 \right] = \oint_{c_1} \sum_{i=1}^n (p_i \delta q_i - H\delta t) - \oint_{c_0} \sum_{i=1}^n (p_i \delta q_i - H\delta t)$$

ифодани ҳосил қиламиз.

Яъни $$\oint_{c_0} \left[\sum_{i=1}^n p_i \delta q_i - H\delta t \right] = \oint_{c_1} \left[\sum_{i=1}^n p_i \delta q_i - H\delta t \right]. \tag{11}$$

Шундай қилиб, ихтиёрий ёпиқ контур бўйича

$$I = \int_c \sum_{i=1}^n p_i \delta q_i - H\delta t \tag{12}$$

интеграл бу контурни тўғри йўллар найчаси бўйлаб ихтиёрий силжитилганда (деформация билан) ўз қийматини ўзгартирмайди, яъни интеграл ***инвариант*** бўлади. Биз система Гамильтон систамасидан иборат бўлса, у ҳолда (12) кўринишдаги интеграл инвариант бўлишини кўрсатдик.

Энди система ҳаракати қуйидаги биринчи тартибли дифференциал

$$\frac{dq_i}{dt} = Q_i(t, q_j p_j), \qquad \frac{dp_i}{dt} = P_i(t, q_j, p_j), \qquad (i = 1, \ldots, n)$$

(13)

тенгламалар системаси билан аниқланиши муълум бўлсин ва $t = 0$ да q_i^0, p_i^0 $(i = 1, \ldots, n)$ Коши (бошланғич) шартлари қўйилган бўлсин.

Бундан ташқари, (12) Пуанкаре-Картан интеграли (13) тенгламалар системаси билан аниқланувчи хақиқий ҳаракатларга нисбатан интеграл инвариант бўлсин, яъни бу хақиқий ҳаракатларнинг ҳар қандай найчаси учун ёпиқ контурни қамраб олган эгри чизиқ бўйича ҳисобланган Пуанкаре-Картан интеграли ўз қийматини ўзгартирмайди. У ҳолда биз Гамильтон функцияси H ва Q_i, P_i функциялар ўртасида қуйидагича

$$Q_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \qquad P_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \tag{14}$$

боғланиш мавжуд..

Унверсал интеграл инвариантлар орасидаги боғланиш.

Ли Хуа- чжун теоремаси

Агар

$$I' = \oint \sum_{i=1}^n \left[A_i(t, q_k, p_k) \delta q_i + B_i(t, q_k, p_k) \delta p_i \right]$$

универсал интеграл инвариант бўлса, у ҳолда

$$I' = c\,I_1$$

бўлади. c-ўзгармас сон., I_1 -эса Пуанкаре интеграли.

Гамильтон системаларида ўзгарувчини алмаштириш

Гамильтон системаларига тегишли бўлиб, бу алмаштиришлардан асосий мақсад, берилган ихтиёрий Гамильтон системасини бошқа структура жиҳатидан соддароқ Гамильтон функцисига эга бўлган система билан алмаштиришдир. Умумий ҳолда вақтга боғлиқ бўлган қуйидаги

$$q_i^{/} = q_i^{/}(t, q_k, p_k),\quad p_i^{/} = p_i^{/}(t, q_k, p_k)\ (i, k = 1,2,..., n)$$
$$\frac{\partial(q^{/}{}_1, p^{/}{}_1,..., q^{/}{}_n . p^{/}{}_n)}{\partial(q_1, p_1,..., q_n, p_n)} \neq 0, \tag{1}$$

алмаштиришлар каноник дейилади, агар бу алмаштиришлар ихтиёрий Гамильтон

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i},\ \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}(i = 1,..., n) \tag{2}$$

системасини яна Гамильтон системасига (умумий ҳолда бошқа H' Гамильтон функцияси билан) ўтказса. Яъни қуйидаги кўринишни эгаллаcа:

$$\frac{dq^{/}{}_i}{dt} = \frac{\partial H^{/}}{\partial p^{/}{}_i}, \frac{dp^{/}{}_i}{dt} = -\frac{\partial H^{/}}{\partial q^{/}{}_i}\ (i = 1,..., n). \tag{3}$$

Каноник алмаштириш шартларини келтириб чиқариш учун кенгайтирилган $2n+1$ ўлчовли (q_i, p_i, t) ва $\left(q_i', p_i', t\right)$ координат системаларида каноник алмаштиришлар натижасида, бири иккинчисига ўтувчи Гамильтон системалариниг ҳақиқий ҳаракатлар найлари бўйлаб, ихтиёрий ёпиқ $C, C'{}'$ чизиқлар бўйича олинган

$$I = \int_c \sum_{i=1}^{n} p_i \delta q_i - H\delta t\,, I' = \int_{c'} \sum_{i=1}^{n} p_i' \delta q_i' - H'\delta t$$

интегралларни кўриб чиқамиз.

Биринчи интеграл Гамильтон функцияси $H(q_i, p_i, t)$ бўлган Гамильтон системаси учун инвариант бўлса, иккинчи интеграл каноник алмаштиришлардан ҳосил бўлган $H'(q_i', p_i', t)$ Гамильтон системаси учун инвариант бўлади. Агар иккинчи интеграл остидаги $\left(q_i', p_i^{/}\right)$ ўзгарувчиларни (1) тенгламага асосан $\left(q_i, p_i\right)$ лар билан алмаштирсак C ёпиқ контур C' ёпиқ контурга ўтади ва иккинчи интеграл бошланғич Гамильтон системаси учун янги инвариантга айланади. Лекин Ли Хуа-чжун теоремасига кўра бу икки интеграл орасида қуйидаги

$$\int_{c'} (\sum_{i=1}^{n} p_i' \delta q_i' - H'\delta t) = c \int_{c} (\sum_{i=1}^{n} p_i \delta q_i - H\delta t) \tag{4}$$

боғланиш ўринли бўлади (вақт каноник алмаштиришларда ўзгармасдан қолади) ёки

$$\int_c ((\sum_{i=1}^{n} p_i'\delta q_i' - H'\delta t) - c(\sum_{i=1}^{n} p_i\delta q_i - H\delta t)) = 0 \qquad (5)$$

тенглама бажарилади.

Хақиқий ҳаракатлар трубкасида олинган ихтиёрий ёпиқ соҳа бўйича интеграл нолга тенг бўлиши учун интеграл остидаги ифода (q_i, p_i, t) ўзгарувчиларга боғлиқ бўлган қандайдир $F(q_i, p_i, t)$ функциянинг тўлиқ дифференциали бўлиши керак.

У ҳолда

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^{/}\delta q_i^{/} - H^{/}\delta t = c(\sum_{i=1}^{n} p_i\delta q_i - H\delta t) - \delta F. \qquad (6)$$

ва тенгликдаги ўзгармас $c \neq 0$ чунки, тенгликнинг чап томонидаги ифода тўлиқ дифференциал эмас, шунинг учун δF га тенг бўлмайди.

$F(q_i, p_i, t)$ функцияни **келтириб чиқарувчи функция**, c ўзгармасни каноник алмаштиришлар **валентлиги** деб аталади. $c = 1$ бўлган ҳолда, алмаштиришлар ***унивалент каноник ўзгартиришлар*** дейилади. Юқоридаги аналитик амалларни ҳисобга олиб, қуйидаги теоремани келтиришимиз мумкин:

Гамильтон системасидаги (1) алмаштиришлар каноник бўлиши учун, (6) тенгламани қаноатлантирувчи келтириб чиқарувчи F функция ва $c \neq 0$ ўзгармаснинг мавжуд бўлиши зарур ва етарли.

3.2.Каноник алмаштиришлар аломати (критерийси).

Юқорида келтирилган каноник алмаштириш шартида қатнашувчи ўзаро боғлиқ бўлмаган ва q_i, p_i ўзгарувчиларнинг функцияси бўлган

$$q_i' = \varphi_i(p_i, q_i, t), \;\; p_i' = \phi_i(q_i, p_i, t) \qquad (7)$$

алмаштиришлар каноник бўлиши учун қандай шартларни қаноат-лантириши кераклигини кўриб чиқамиз.

Фараз қиламиз (6) кўринишдаги алмаштиришлар каноник алмаштиришлардан иборат бўлсин. У ҳолда бу алмаштиришлар учун қуйидаги

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^{/}\delta q_i^{/} - H^{/}\delta t = c(\sum_{i=1}^{n} p_i\delta q_i - H\delta t) - \delta F \qquad (8)$$

айният ўринли бўлиши керак.

Энди вақтнинг ихтиёрий фиксирланган $t = t'$ қийматини оламиз. У ҳолда юқоридаги (8) айният

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^{/}\delta q_i^{/} = c(\sum_{i=1}^{n} p_i\delta q_i) - \delta F \qquad (9)$$

кўринишга эга бўлади.

Бу тенглама валентлиги c бўлган ва фиксирланган вақтдаги

$$q_i^{/} = \varphi_i(q_i, p_i, t^{/}),\, p_i^{/} = \phi(q_i, p_i, i^{/}) \;\; (i = 1,..., n)$$

каноник алмаштиришларни аниқлайди.

Энди тескариси, яъни (9) тенглама билан аниқланувчи барча алмаштиришлар вақтнинг ихтиёрий фиксирланган қийматида бир хил валентлик алмаштиришлар бўлсин.

У ҳолда алмаштиришлар натижасида ҳосил бўлган Гамильтон функциясини қуйидагича

$$H^{/} = cH + \frac{\partial F}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n} p_i^{\ /} \frac{\partial q_i}{\partial t} \tag{10}$$

аниқлаб ва бу тенгламани вақтнинг вариациясига кўпайтириб (9) ва (10) тенгламаларни икки томонини қўшсак (8) ифодага эга бўламиз.

Шундай қилиб, вақтга ошкор равишда боғлиқ бўлган

$$q_i^{/} = \varphi_i(q_i, p_i, t\ ),\ p_i^{/} = \phi(q_i, p_i, i), (i = 1,..., n)$$

алмаштиришлар каноник бўлиши учун, ихтиёрий фиксирланган вақтни қийматида

$$q_i^{/} = \varphi_i(q_i, p_i, t^{/}),\ p_i^{/} = \phi(q_i, p_i, i^{/}), (i = 1,..., n)$$

алмаштиришлар бир хил c валентлик каноник алмаштиришлар бўлиши зарур ва етарлидир.

Бизга қуйидаги алмаштиришлар берилган бўлсин:

$$q_i^{/} = \varphi_i(q_i, p_i),\ p_i^{/} = \phi(q_i, p_i^{\ /}), \frac{\partial(q^{/}{}_1,..., p^{/}{}_n)}{\partial(q_1,..., p_n)} \neq 0, (i = 1,..., n). \tag{11}$$

Бу ҳолда алмаштиришларни канониклигини аниқловчи айният қуйидагича аниқланади:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^{/} \delta q_i^{/} = c(\sum_{i=1}^{n} p_i \delta q)_i - \delta F(q_i, p_i)\,. \tag{12}$$

Агар, бу тенгламадаги $p_i', \delta q_i'$ ларни (p_i, q_i) ўзгарувчилар орқали ифодаласак (7) ёрдамида

$$\sum_{i-1}^{n} (\Phi_i \delta q_i + \Psi_i \delta p_i) = -\delta K(q_i, p_i) \tag{13}$$

тенгликни ҳосил қиламиз.

Бу тенгликдаги (Ψ_i, Φ_i) функциялар учун

$$\Phi_i = \sum_{i-1}^{n} p_i^{\ /} \frac{\partial q_i^{/}}{\partial q_i} - cp_i, \Psi_i = \sum_{i=1}^{n} p_i^{/} \frac{\partial q_i^{/}}{\partial p_i}\ (i - 1,..., n)$$

ифодаларга эга бўламиз.

Алмаштиришлар канониклиги (12) тенгламанинг чап қисмида турган ифоданинг тўлиқ дифференциаллик шартидан аниқланади:

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial q_k} = \frac{\partial \Phi_k}{\partial q_i}, \frac{\partial \Psi_i}{\partial p_k} = \frac{\partial \Psi_k}{\partial p_i}, \frac{\partial \Phi_i}{\partial p_k} = \frac{\partial \Psi_k}{\partial q_i}, (i, k = 1,..., n)$$

Эркин каноник алмаштиришлар

Агар каноник алмаштиришлар учун қуйидаги қўшимча $\frac{\partial(q_1^{/},..., q_n^{/})}{\partial(p_i,..., p_i)} \neq 0$ шарт бажарилса, у ҳолда бу алмаштиришлар эркин каноник алмаштиришлар дейилади. Бу ҳолда янги ўзгарувчилар сифатида (q_i, q_i') ларни олиш мумкин.

Ҳақиқатдан ҳам, қўшимча қуйилган шарт каноник алмаштиришлардаги биринчи n та тенгламадаги умумлашган импульслар p_i ларни қолган (q_i', q_i, t) ўзгарувчилар орқали ифодалаш имкониятини беради. Бу ҳолда келтириб чиқарувчи функцияни қуйидаги $F(t, q_i, p_i) = S(t, q_i, q_i^{/}),$ кўринишда олиш мумкин, яъни янги ўзгарувчилар функцияси деб қараш мумкин ва эркин каноник алмаштиришлар шарти

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^{/}\delta q_i^{/} - H^{/}\delta t = c(\sum_{i=1}^{n} p_i\delta q_i - H\delta t) - \delta S(t, q_i, q_i^{/}) \quad (13)$$

кўринишга келади.

Вариациялар олдидаги коэффициентларни тенглаб

$$\frac{\partial S}{\partial q_i} = cp_i, \ \frac{\partial S}{\partial q_i^{/}} = -p_i^{/} \ H^{/} = cH + \frac{\partial S}{\partial t} \quad (14)$$

ифодаларни ҳосил қиламиз.

Бу тенгламалар системаси эркин каноник **алмаштириш**ларни аниқлайди. $C = 1$ бўлган ҳолда алмаштиришлар эркин ***унивалент каноник алмаштиришлар*** дейилади.

(14) тенгламалар системаси учун қуйидаги хусусий ҳол ўринли. Агарда $H' = cH$ га тенг бўлса, у ҳолда $\frac{\partial S}{\partial t} = 0,$ яъни келтириб чиқарувчи функция S вақтга ошкор равишда боғлиқ бўлмайди.

Эркин каноник алмаштиришлар шартидан, алмаштиришлар вақтга ошкор равишда боғлиқ бўлмаган ҳолда Гамильтон функциясининг кўриниши кўп ҳам ўзгармаслиги келиб чиқади. Шунинг учун Гамильтон функциясини оддийроқ кўринишга келтириш учун алмаштиришларни вақтга ошкор равишда боғлиқ бўлган ҳолда олинади. [2]

Гамильтон-Якоби тенгламаси.

Эркин каноник алмаштиришлар натижаси сифатида Гамильтон–Якоби тенгламаси келиб чиқади. Бунинг учун шундай эркин каноник алмаштиришларни қидирамизки, бу алмаштиришлар натижасида берилган Гамильтон тенгламалари

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \ (i = 1,..., n) \quad (15)$$

Гамильтон фукцияси $H' = 0$ булган Гамильтон ситемасига ўтсин, яъни

$$\frac{dq^{/}{}_i}{dt} = \frac{\partial H^{/}}{\partial p^{/}{}_i}, \frac{dp^{/}{}_i}{dt} = -\frac{\partial H^{/}}{\partial q^{/}{}_i} \ (i = 1,..., n). \quad (16)$$

У ҳолда $H' = 0$ эканлигини ҳисобга олсак бу тенгламаларни интеграллаб қуйидаги

$$q_i^{/} = \alpha_i, \ p_i^{/} = \beta_i \ (i = 1,..., n)$$

ечимларни ҳосил қиламиз ва бу тенгламалар системасини q_i, p_i ўзгарувчиларга нисбатан ечиб бошланғич система ҳаракатини аниқлаймиз.

Бундай алмаштиришларни топиш учун эркин каноник ўзгартиришлар шартларига мурожат қиламиз. Агар $H' = 0$ эканлигини ҳисобга олсак, келтириб чиқарувчи функция учун

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H(t, q_i . p_i) = 0$$

тенгламани ҳосил қиламиз.

Лекин $\frac{\partial S}{\partial q_i} = p_i$ бўлгани учун, келтириб чиқарувчи функция $\frac{\partial S}{\partial t} + H(t, q_i \cdot \frac{\partial S}{\partial q_i}) = 0$ тенгламани қаноатлантиради.

Бу хусусий ҳосилали тенглама **Гамильтон-Якоби тенгламаси** деб аталади. Бу тенгламадан ташқари, келтириб чиқарувчи функция учун қуйидаги $\det(\frac{\partial^2 S}{\partial q_i \partial \alpha_i}) \neq 0$ шарт бажарилиши керак.

Мавзу бўйича саволлар

1. Гамильтон принципидаги хақиқий йўл билан мумкин бўлган йўлнинг фарқи нимада?
2. Гамильтон принципининг биринчи ва иккинчи кўринишлари орасидаги фарқи нимадан иборат?
3. Интеграл инвариант Лагранж системалари учун ўринлими?
4. Нима учун Пуанкаре интеграл инварианти универсал деб аталади?
5. Биринчи тартибли универсал интеграл инвариантлар орасида қандай боғланиш мавжуд?
6. Консерватив системалар учун Пуанкаре-Картан интеграли ҳар доим ҳам инвариант бўладими?

Фойдаланилган адабиётлар

1. Гантмахер Ф. Р. Лекции по аналитической механике. 3-е изд. М.: Физматлит, 2002. — С. 262. — ISBN 5-9221-0067-X.

2. Herbert Goldstein. Classical Mechanics. Pearson New International Edition. USA, 2013

3. Antonio Fasano, Stefano Marmi. Analytical Mechanics. Oxford University Press. 2006

4. Уиттекер Е. Аналитическая динамика. М.: ОНТИ, 2001.

3-Мавзу. Классик механикада устуворлик таърифи ва геометрик интерпритацияси.

Режа:
1. Механик системаларда турғунлик тушунчаси.
2. Ляпунов бўйича турғунлик ва асимптотик турғунлик.
3. Ляпунов функцияси ва хоссалари.
4. Ляпунов функциясини қуриш усуллари.

Таянч сўзлар: *устуворлик, асимптотик турғунлик, Ляпунов функцияси, ишораси аниқланган ва ишораси ўзгармас функциялар.*

Механик системаларда турғунлик тушунчаси

Устуворлик тушунчаси механиканинг кўп йўналишларида ишлатилиб, ҳар доим бу тушунча қайси маънода кўрилаётгани эслатилиб ўтилади. Масалан, назарий механикада А.М. Ляпунов бўйича устиворлик, яъни бошланғич шартлардан оғиш ҳисобига хусусий ечимни оғиши, материаллар қаршилигида жисм формасини сақлаши, пластинка ва қобиқлар назариясида тебранма ҳаракат частотаси билан боғлиқ. А.М. Ляпунов бўйича турғунлик механик система хусусий ечимларига тегишли бўлиб, қуйидагича киритилади.

Фараз қиламиз, механик системанинг ҳаракат тенгламалари қуйидаги

$$\dot{y}_i = Y_i(t, y_1,...y_n) \quad i = 1,...,n \tag{1}$$

оддий дифференциал тенгламалар системасидан иборат бўлиб, $y_i = f_i(t),\ i = 1,...n$ $t = t_{0.}\ y_i = f_i(t_0),\ i = 1,...n$ бошланғич шартларни қаноатлантирувчи , (1) ҳаракат тенгламаларининг хусусий ечимидан иборат бўлсин.

Энди бошланғич шартларга $t = t_{0.}\ y_i = f_i(t_0) + \varepsilon_i,\ i = 1,...n$,
(2)
оғишлар берамиз. Бунда (2) бошланғич шартларга мос келувчи системанинг ҳаракати оғдирилган ҳаракат ва ε_i миқдорлар эса бошланғич оғишлар деб аталади. Оғдирилган ҳаракатга мос келувчи параметрларни $y_i(t)$ билан белгиласак, у ҳолда оғдирилмаган ҳаракатга мос келувчи $f_i(t)$хусусий ечимларни ҳисобга олган ҳолда, маъносига кўра $x_i = y_i(t) - f_i(t),\ i = 1,...n$ ўзгарувчиларни оғишлар ёки вариациялар деб атаймиз. Кейинги аналитик амалларни бажариш учун, оғишларга мос келувчи n ўлчовли фазода ҳаракатланувчи $M(x_1, x_2,..., x_n)$ нуқтанинг траекториясидан фойдаланамиз. Кўриш қийин эмаски, оғдирилмаган ҳаракатга $x_i = 0$ координата боши мос келади. Кейинги ҳисоблашларда оғдирилмаган ҳаракатга нисбатан оғишларни баҳолашда қуйидаги $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = x_i^2 + ... + x_n^2$ миқдордан фойдаланамиз. Киритилган белгилашларга кўра, $t = t_{0.}\ x_{oi} = \varepsilon_i,\ i = 1,...n$ бошланғич оғишлардан иборат бўлади.

4.2 Ляпунов бўйича турғунлик ва асимптотик турғунлик

А.М. Ляпунов бўйича турғунлик таърифи. 1. Агар ҳар қандай кичик мусбат $\varepsilon > 0$ сон учун, шундай $\delta > 0$ мусбат сон топиш мумкин бўлсаки, ҳар қандай $\sum_{i=1}^{n} x_{0i}^2 \le \delta$ тенгсизликни қаноатлантирувчи бошланғич оғишлар учун, вақтни ихтиёрий $t > t_0$ қийматларида $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 < \varepsilon$ шарт ўринли бўлса, оғдирилмаган ҳаракат турғун(устивор) деб аталади, акс ҳолда нотурғун дейилади. Ҳаракат геометриясига мурожат қиладиган бўлсак, $\sum_{i=1}^{n} x_{0i}^2 \le \delta$ сфера ичидан ҳаракатни бошлайдиган нуқта, хеч қачон $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 < \varepsilon$ сферадан чиқиб кетолмайди. Бошқача қилиб айтганда, оғдирилган ҳаракат оғдирилмаган ҳаракат атрофида ҳаракатланиб, ундан жуда кичик миқдорга фарқ қилади.

2. Агар оғдирилмаган ҳаракат турғун бўлиб, $\lim\limits_{e \to \infty} \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 = 0$ шарт бажарилса, у ҳолда оғдирилмаган ҳаракат асимптотик турғун дейилади.

3. Агар оғдирилмаган ҳаракат ўзгарувчиларни маълум қисмига нисбатан турғун ва қолганларига нисбатан нотурғун бўлса, оғдирилмаган ҳаракат маълум ўзгарувчиларга нисбатан турғун дейилади. Шуни таъкидлаш керакки, Ляпунов бўйича турғунлик ўзгарувчиларни танлаб олишга боғлиқ.

Оғдирилган ҳаракат тенгламалари

Оғдирилган ҳаракат тенгламаларини келтириб чиқариш учун, оғишларга мос келувчи $y_i = x_i(t) - f_i(t),\ i = 1,...n$ ўзгарувчиларни система ҳаракат тенгламаларига

$$\dot{y}_i + \dot{x}_i = Y_i(t, y_1 + x_1, ...y_n + x_n)\ \ i = 1,...,n,$$

қўямиз ва x_i ўзгарувчиларни кичик деб ҳисоблаб, Тейлор қаторига ёямиз. Бунга кўра

$$\dot{y}_i + \dot{x}_i = Y_i(t, f_1, ...f_n) + \left(\frac{\partial Y_i}{\partial x_1}\right)_0 x_1 + ... + \left(\frac{\partial Y_i}{\partial x_n}\right)_0 x_n + X_i^*,\ \ i = 1,...,n.$$

Бунда X_i^* - x_i ўзгарувчиларга нисбатан юқори тартибли ҳадлар. Агар $f_i(t)$ лар $\dot{y}_i = Y_i(t, y_1, ...y_n)\ \ i = 1,...,n$ тенгламалар системасининг ечимидан иборат эканлигини ҳисобга олсак, **оғдирилган ҳаракат тенгламалари** қуйидаги $\dot{x}_i = a_{j1}x_1 + ... + a_{jn}x_n + X_i^*,\ i = 1,...,n$ (3) кўринишни эгаллайди. Тенгламалар системасидан юқори тартибли ҳадларни ташлаб юборсак, $\dot{x}_i = a_{j1}x_1 + ... + a_{jn}x_n,\ i = 1,...,n$ биринчи яқинлашишдаги оғдирилган ҳаракат тенгламалари келиб чиқади. Агар a_{ij} коэффициентлар ўзгармаслардан иборат бўлса, тенгламалар системаси автоном, акс ҳолда ноавтоном система деб аталади.

Ляпунов томонидан хусусий ҳаракатни устуворликка текширишни иккита усули таклиф қилган. Биринчи усул оғдирилган ҳаракат тенгламаларининг ечимларини аниқлаш орқали, иккинчи усул(тўғри усул) эса махсус хоссаларга эга бўлган функцияларни тузишга асосланади. Турғунликка текширишда иккинчи усул анчагина рационал ҳисобланиб, оғдирилган ҳаракат тенгламаларининг ечимларини топиш талаб қилинмайди ва бир қатор теоремаларга асосланади. Шуни таъкидлаш керакки, жуда кўп ҳолларда оғдирилган ҳаракат тенгламаларининг аналитик ечимларини топишнинг иложи йўқ ва шунинг учун иккинчи усулдан фойдаланиш самарали ҳисобланади.

Ляпунов функцияси ва хоссалари.

Иккинчи усулни ўрганиш учун $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \le \mu$ (4) соҳада маълум ҳоссаларга эга бўлган бир қийматли, узлуксиз $V(x) = V(x_1,...,x_n), V(0) = 0$ функцияни кўриб чиқамиз. Агар $V(x) = V(x_1,...,x_n)$ фунциянинг қиймати $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \le \mu$ соҳада нолдан ташқари фақатгина бир хил ишорали (мусбат ёки манфий) бўлса, фунция ишораси ўзгармас функция деб аталади. Агар ишораси ўзгармас $V(x) = V(x_1,...,x_n)$ функция фақатгина координата бошида $x_i = 0$да нолга тенг бўлса, бундай функция ишораси аниқланган (мусбат ёки манфий) функция деб аталади. Юқорида келтирилган хоссаларга эга бўлган ва ҳаракат турғунлигини аниқлашда ишлатиладиган функциялар, Ляпунов функциялари деб аталади. Энди бу функцияларнинг ҳоссаларини ўрганишга ўтамиз.

1. Ляпунов функциялари ҳамма x_i ўзгарувчиларга боғлиқ бўлиши керак.
2. $V(x) = c$ сирт $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \le \mu$ соҳада ёпиқ сиртдан иборат.
3. Агар $|c| > |c_1|$ бўлса, $V(x) = c_1$ сирт $V(x) = c$ сиртнинг ичида жойлашади.

Энди Ляпунов функциясидан оғдирилган ҳаракат тенгламаларига кўра вақт бўйича олинган ҳосиланинг механик маъносига тўхталамиз. Агар система автоном системадан иборат бўлса, $\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx_1}\dot{x}_1 + ... + \frac{dV}{dx_n}\dot{x}_n$ ва оғдирилган ҳаракат тенгламаларини ҳисобга оладиган бўлсак, $\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx_1}X_1 + ... + \frac{dV}{dx_n}X_n = gradV * \vec{v}$. Бундан, агар ҳаракат давомида нуқта мусбат аниқланган функцияга мос келувчи $V(x) = c$ сиртни ташқарисидан ичига қараб ҳаракатланса $\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx_1}\dot{x}_1 + ... + \frac{dV}{dx_n}\dot{x}_n < 0$ ва акси, ичидан ташқарисига қараб ҳаракатланса $\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx_1}\dot{x}_1 + ... + \frac{dV}{dx_n}\dot{x}_n = \vec{v} * gradV > 0$ бўлади. Бу ҳоллардан ташқари, яна $\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx_1}\dot{x}_1 + ... + \frac{dV}{dx_n}\dot{x}_n = \vec{v} * gradV = 0$ бўлиши мумкин. Бу ҳолда нуқта сирт устида ҳаракатланади. [3] (159-162 бетлар)

Ҳаракатни турғунлиги хақидаги Ляпунов теоремалари

Теорема 1. Агар оғдирилган ҳаракат тенгламаларига кўра, шундай ишораси аниқланган $V(x)$ фунция топиш мумкин бўлсаки, бу функциядан оғдирилган ҳаракат тенгламаларига кўра вақт бўйича олинган ҳосила $V(x)$ функцияга нисбатан тескари ишорали **ишораси ўзгармас функциядан** иборат бўлса, оғдирилмаган ҳаракат турғун дейилади.

Теорема 2. Агар оғдирилган ҳаракат тенгламаларига кўра, шундай ишораси аниқланган $V(x)$ фунция топиш мумкин бўлсаки, бу функциядан оғдирилган ҳаракат тенгламаларига кўра вақт бўйича олинган ҳосила $V(x)$ функцияга нисбатан тескари ишорали ишораси аниқланган функциядан иборат бўлса, оғдирилмаган ҳаракат асимптотик турғун дейилади. [1] (197-200 бетлар)

Асимптотик турғунлик хақидаги Н.Н. Красовский теоремаси

Юқорида келтирилган асимптотик турғунлик хақидаги Ляпунов теоремаси $V(x)$ функцияга етарлича оғир шарт қўяди. Бу шартни енгиллаштиришда $V(x)$ функция ишораси ўзгармас бўлиши ҳам мумкин экан. Агар $\dot{V}(x)=0$ га тенг бўладиган соҳани K билан белгилаймиз. Бунда K нуқталар тўплами,чизиқдан ёки сиртдан иборат бўлиши мумкин.

Теорема. Агар оғдирилган ҳаракат тенгламаларига кўра, $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \le \mu$ соҳада шундай ишораси аниқланган $V(x)$ фунция топиш мумкин бўлсаки, бу функциядан оғдирилган ҳаракат тенгламаларига кўра вақт бўйича олинган ҳосила учун қуйидаги

$$\dot{V}<0,\ x\notin K,$$
$$\dot{V}=0,\ x\in K$$

шарт бажарилса, (бунда К соҳада оғдирилган ҳаракатга тегишли тўлиқ траектория жойлашмаган) оғдирилмаган ҳаракат асимптотик турғун дейилади.

Ҳаракатни нотурғунлиги хақидаги Четаев теоремаси

Теорема 1. Агар оғдирилган ҳаракат тенгламаларига кўра, шундай $V(x)$ фунция топиш мумкин бўлсаки, бу функция учун $x_i=0$ нуқта атрофида шундай соҳа мовжуд бўлиб, бу соҳада $V(x)>0$ ва бу функциядан оғдирилган ҳаракат тенгламаларига кўра олинган вақт бўйича ҳосила эса $\dot{V}>0$ бўлса, оғдирилмаган ҳаракат нотурғун дейилади.

Бу теорема Ляпунов томонидан исботланган қуйидаги теоремага нисбатан умумийроқ ҳисобланади.

Теорема 2. Агар оғдирилган ҳаракат тенгламаларига кўра, шундай $V(x)$ фунция топиш мумкин бўлсаки, бу функция учун $x_i=0$ нуқта атрофидаги соҳада $V(x)>0$ ва бу функциядан оғдирилган ҳаракат тенгламаларига кўра олинган вақт бўйича ҳосила эса ишораси аниқланган бўлиб, $\dot{V}>0$ шарт бажарилса, оғдирилмаган ҳаракат нотурғун дейилади. [1] (189-206 бетлар)

Мавзу бўйича саволлар

1. Ляпунов бўйича турғунлик вақтга нисбатан қандай ораликда кўрилади?
2. Ляпунов бўйича турғунликда системага таъсир қилаётган кучлар ўзгарадими?
3. Ляпунов функциясини доимо қуриш мумкин-ми?
4. Асимптотик турғунлик ҳақидаги Ляпунов ва Красовский теоремалари орасидаги фарқ нимада?
5. Тоқ даражали кўпхад ишораси аниқланган функция бўла оладими?
6. Нима учун Ляпунов функциясини биринчи интегралларнинг комбинацияси сифатида танлаб олинади?

Фойдаланилган адабиётлар

1. Гантмахер Ф. Р. Лекции по аналитической механике. 3-е изд. М.: Физматлит, 2002. – С. 262. – ISBN 5-9221-0067-X.

2. Herbert Goldstein. Classical Mechanics. Pearson New International Edition. USA, 2013

3. Antonio Fasano, Stefano Marmi. Analytical Mechanics. Oxford University Press. 2006

4. Уиттекер Е. Аналитическая динамика. М.: ОНТИ, 2001.

IV. АМАЛИЙ МАШҒУЛОТ МАТЕРИАЛЛАРИ

1-Амалий машғулот

Кинематик боғланишли система ҳаракат тенгламалари.

Амалий машғулотдан асосий мақсад, тингловчиларни ишқаланишга эга бўлган аниқ системаларнинг ҳаракат тенгламаларини тузишда келиб чиқадиган асосий муаммоларни бу системаларга тегишли аниқ масалаларда кўрсатиб бериш. Кўриладиган масаланинг ҳаракат тенгламалари Раус ва Аппель тенгламалари кўринишида тузилади ва тенгламаларда қатнашадиган номаълум ишқаланиш кучлари умумий теоремалар ёрдамида топилади, яъни ишқаланишга эга бўлган системаларда ишқаланиш қонунини билиш ёки ишқаланиш кучларини система нуқталарининг мумкин бўлган кўчишларидаги элементар бажарган ишлари маълум бўлиши лозим.

2-Амалий машғулот

Умумий интеграл ёрдамида Гамильтон тенгламаларини интеграллаш.

Интеграл инвариантларга ва вақтга ошкор равишда боғлиқ бўлган каноник алмаштиришларга масалалар ечилади. Асосий мақсад тингловчиларни вақтга боғлиқ бўлган алмаштириш ёрдамида Гамильтон функцияси соддароқ бўлган система билан алмаштириш натижасида системанинг ҳаракатини ўрганишдан иборат. Бунда алмаштиришларни канониклик аломатига кўра келтириб чиқарувчи фунцияни, алмаштиришларни валентлигини ва янги Гамильтон функцияси аниқланади.

3-Амалий машғулот

Мувозанат ҳолати устуворлиги хақидаги Лагранж-Дирихли теоремаси.

Абсолют ва нисбий яккаланган мувозанат ҳолатининг устуворлигига тегишли аниқ масалалар тингловчиларни Лагранж теоремасини аниқ системаларга қўллаш кўникмасини ҳосил қилади ва кейинги босқичда .стационар ҳаракатнинг устуворлиги хақидаги Раус теоремасини қўлашда ёрдам беради.

КЎЧМА ДАРС МАВЗУЛАРИ.

1-мавзу. Классик механикада устуворлик таърифи ва геометрик интерпритацияси. Кўчма машғулот Турин политехника институтида олиб борилаётган автоматик бошқарилувчи системалар билан тингловчиларни таништириш ва автомобилсозлик соҳасида ишлатиладиган , хусусан двигательда инжектор системаларини ишлашини таъминловчи сенсорлар ва улардан олинадиган маълумотлар ёрдамида устувор бошқарилувчи системаларни ишлаб чиқишда эришилган натижалар билан танишиш, лабараторияларда бажарилаётган новацион ишланмалар (Қуёш батареялари ёрдамида фаолият олиб борадиган механизмлар) билан таништирилади ва ишлаш принциплпри ўрганилади.

2-мавзу. Мувозанат ҳолати устуворлиги хақидаги Лагранж-Дирихли теоремаси. Кўчма машғулот Турин политехника институтида мавжуд бўлган иншоотлар ва механизмларни тебранма ҳаракатга нисбатан устуворлигини ўрганувчи лабаратория платформаси ва платформа ёрдамида амалга ошириш мумкин бўлган ишлар билан танишилади. Айниқса, иншоотларни зилзилабардошлигини ўрганишда ишлатиладиган ҳар-хил мосламалар, махсус датчиклар ва улардан олинадиган маълумотларни тахлил қилиш, замонавий ўлчаш асбоблари билан ишлаш кўникмасини ҳосил қилиш тингловчиларни илмий изланишлар олиб боришларида яхши ёрдам беради.

V. КЕЙСЛАР БАНКИ

Кичик кейс 1. “Турғунлик назариясига тегишли муаммоли масала”

Муаммонинг қўйилиши: Механик системанинг мувозанат ҳолатидан оғдирилган ҳаракат тенгламаси $\ddot{x}+p(t)x=0$ кўринишга эга. Бунда $t\to\infty,\ p(t)\to 0$ ва функция силлиқ функциядан иборат. Оғдирилмаган ҳаракатни турғунликка текширинг?

Тингловчилардан олинган жавоблар қуйидагича:

1. Мувозанат ҳолатини устиворлигини $p(t)$ функциянинг вақт оралиғидаги ўрта қийматини олган ҳолда ўзгармас коэффициентли $\ddot{x}+(2+\frac{1}{T_0}\int\limits_0^{T_0} p(t)dt)x=0$ дифференциал тенгламанинг ечимлари ёрдамида устуворликка текшириш мумкин.
2. Мувозанат ҳолатини устиворлигини $p(t)$ функциянинг ихтиёрий фиксирланган қийматини олиб, оғлирилмаган ҳаракат турғунлиги тўғрисида фикр юритиш мумкин.

   Нима учун бундай жавоблар келиб чиқди ва унинг сабаби. Вазиятдан чиқиш йўлини кўрсатинг.

Мини-кейс 2. “Гамильтон принципига тегишли мулоҳаза”

Муаммонинг қўйилиши: Ихтиёрий механик системанинг хақиқий ҳаракати фиксирланмаган вақт оралиғида кинематик мумкин бўлган ҳаракатлардан шу билан фарқ қиладики, фақатгина хақиқий ҳаракат учун Гамильтон таъсири стационар қийматга эга. Таърифнинг муаммоли жойлари нимада?

Тингловчилардан олинган жавоблар қуйидагича:

1. Гамильтон принципи фақатгина Лагранж системалари учунгина ўринли.
2. Ихтиёрий механик системалар учнн Гамильтон принципи ўринли эмас

   Нима учун бундай жавоблар келиб чиқди ва унинг сабаби. Вазиятдан чиқиш йўлини кўрсатинг.

Мини-кейс 3. “ Кинематик боғланишли системаларга тегишли муаммо”

Механик системаларга тегишли сирпанмасдан ҳаракат ишқаланиш кучлари ҳисобига бажарилади. Бунда боғланиш реакция кучларининг бажарган иши ҳар доим нолдан нолга тенг бўлади. Тасдиқнинг хатоси борми деган савол туғилали.

Тигловчилар томонидан келтирилган жавоблар қуйидагилардан иборат бўлди:

1. Сирпанишдаги ишқаланиш мавжуд бўлган ҳолларда бажарилган иш нолдан фарқли бўлади.
2. Бажарилган иш нолга тенг бўлиши учун ишқаланиш кучи нолга тенг бўлиши лозим.

Нима учун бундай жавоблар пайдо бўлди. Бунинг асосий сабаби нимада.

VI. МУСТАҚИЛ ТАЪЛИМ МАВЗУЛАРИ

1. Аппель тенгламалари квазикоординаталардаги кўриниши
2. Гамильтон-Якоби тенламаси. Ўзгарувчилар ажраладиган ҳоллар Лиувилл, Моисеев ва Штеккел ҳоллари
3. Ноавтоном системалар учун Ляпунов функцияси.
4. Ноавтоном системалар учун Ляпунов теоремалари
5. Ноконсерватив системаларнинг мувозанат ҳолатини устуворлиги
6. Гироскопик боғланмаган системалар
7. Гамильтон системаларининг устуворлиги

Тест топшириқлари

1. Элементар иш ифодасидаги умумлашган координата вариациясининг коэффитсенти … деб аталади.
   a) *умумлашган кучлар
   b) Лагранж кўпайтувчиси
   c) гироскопик ҳадлар
   d) куч импулси
2. Қандай боғланишда ҳақиқий кўчиш мумкин бўлган кўчишлардан бирига мос келади?
   a) *статсионар боғланишда
   b) ноголоном боғланишда
   c) голоном боғланишда
   d) идеал боғланишда
3. Қандай система эркин система деб аталади?
   a) *фақат ички боғланишга эга система
   b) ташқи боғланишга эга система
   c) ички боғланишга эга бўлмаган система
   d) ҳар бир нуқтаси ихтиёрий тезликка эга система
4. Қандай боғланишларда реаксия кучларининг мумкин бўлган кўчишлардагида бажарган элементар ишлари йиғиндиси нолга тенг бўлади?
   a) *идеал
   b) стационар
   c) ноголоном
   d) дифференсиал
5. Ҳақиқий кўчишлардаги гироскопик кучларнинг бажарган ишларининг йиғиндиси нимага тенг?
   a) *0
   b) нолдан фарқли
   c) ишораси ўзгарувчи функция
   d) мусбат-аниқланган функция
6. Нуқтанинг ҳолатига қўйилган $f(x,y,z,t) \geq 0$ боғланиши қайси турга тегишли?
   a) *голоном, ностационар, бўшатадиган
   b) геометрик, стационар

c) голоном, стационар
d) ностационар, бўшатмайдиган

7. Мумкин бўлган кўчиш принсипи бажарилиши учун боғланишлар қандай бўлиши керак?
   a) *стационар ва идеал
   b) голоном, ностационар
   c) ички
   d) ташқи, ноголоном
8. Қайси таъриф боғланиш реаксиялари учун тўғри?
   a) *пассив кучлар, миқдори ва йўналиши бошқа кучларга боғлиқ бўлган
   b) жисм нуқталарига тезланиш бермайдиган
   c) нуқта тезликлари бўйича йўналган
   d) нуқта траекторияси нормали бўйича йўналган
9. Аппел тенгламалар сони нечтага тенг?
   a) *эркинлик даражасига тенг
   b) уларнинг сони эркинлик даражасидан катта
   c) умумлашган координаталар сонига
   d) эркинлик даражасидан икки марта катта
10. Қуйидаги тенгламаларнинг қайси бири умумлашган координаталарда Лагранж кўпайтувчилардаги ноголоном системаларни ифодалайди?
   a) *Раус тенгламалари
   b) Чаплигин тенгламалари
   c) Лагранжнинг 1-тур тенгламалари
   d) Аппел тенгламалари
11. $\oint_C \sum p_i \delta q_i - H\delta t$ – Пуанкаре-Картан интеграл инварианти дифференциал тенгламалар учун инвариант бўлса система Гамилтон тенгламаларидан иборат бўладими?
   a) *ҳа
   b) йўқ
   c) ҳа, агар чизиқли система бўлса
   d) йўқ, агар стационар система бўлса
12. Гамилтон таъсири функцияси фақат аддитив ўзгармас билан фарқ қилади
   a) *Гамилтона-Якоби тенгламасининг тўлиқ интегралидан
   b) кинетик потенсиалдан
   c) Лагранж функциясидан
   d) гироскопик кучлардан
13. Қайси ҳолда умулашган энергия интеграли оддий энергия интегралига ўтади?
   a) *стационар боғланишли системада
   b) консерватив системада
   c) идеал боғланишда
   d) голоном системада

14.Қайси ҳолда Гамилтон функцияси динамик системанинг тўлиқ энергиясига тенг бўлади?
  a) *боғланишлар стационар бўлса
  b) ҳамма координаталар сиклик бўлса
  c) система консерватив бўлса
  d) боғланишлар идеал бўлса
15.Гамилтон функцияси айнан нолга тенг бўлиши учун, каноник алмаштиришлар қандай шартларни қаноатлартириши керак?
  a) *ҳосилавий функция Гамилтон-Якоби тенгламасининг ечими
  b) алмаштиришлар унивалент
  c) ҳосилавий функция вақтга ошкор боғлиқ эмас
  d) алмаштиришлар валентлиги нолдан фарқли
16.Қуйидаги келтирилган интеграллардан Пуанкаре-Картан интеграл инвариантини курсатинг
  a) * $\oint_C \sum p_i \delta q_i - H\delta t$
  b) $\oint_C H\delta t$
  c) $\oint_C \sum \delta p_i \delta q_i$
  d) $\oint \sum \delta \mathrm{q_i}$
17.Лагранж функцияси $L = 2q_2\dot{q}^2 + 3\dot{q}^2{}_1$ кўринишда бўлса, берилган сиситема учун Гамильтон функциясини топинг.
  a) * $\frac{p_1^2}{12} + \frac{p_2^2}{8q_1}$
  b) $\frac{2p_1^2}{3} + \frac{p_2^2}{4q_1}$
  c) $\left(p_1^2 + p_2^2\right)q_1$
  d) $\frac{1}{12}\left(p_1^2 + \frac{p_2^2}{q_1}\right)$
18.Динамик консерватив системанинг кинетик энергияси $T = \frac{1}{2}(q_2\dot{q}_1^2 + q_1\dot{q}_2^2)$ га, потенциал энергияси эса $\Pi = b\cos q_2$ га тенг. Берилган системанинг гамилтонианнини топинг.
  a) * $\frac{1}{2}(p_1^2 / q_2 + p_2^2 / q_1) + + b\cos q_2$
  b) q_2
  c) $q_2 + p_2$
  d) 0
19.Сиклик интеграл гамилтон системаларини тартибини нечтага камайтиради?
  a) *2

b) 3
c) 5
d) 10

20. Гамилтон тенгламасининг тартиби 6 га тенг. Бу система учун энергия интеграли ва 2та сиклик интеграл аниқланган. Бу системани квадратурага киритиш мумкинми?
a) *Мумкин
b) Йўқ
c) Бир қийматли жавоб бериб бўлмайди;
d) Қайсидир ҳолда мумкин, қайсидир ҳолда мумкин емас

21. Унивалент каноник алмаштиришнинг валентлиги нимага тенг.
a) *1
b) 0
c) 2
d) -1

22. Нолга тенг бўлган каноник акслантиришнинг валентлиги ?
a) *йўқ
b) мавжуд, агар эркин акслантириш бўлса
c) мавжуд, агар нуқтага акслантириш бўлса
d) мавжуд

23. Унивалент каноник акслантиришнинг валентлиги манфий бўладими?
a) * бўлмайди
b) бўлади
c) Йўқ бўлмайди, агар ҳосилавий функция вақтга боғлиқ бўлса
d) Йўқ бўлмайди, агар ҳосилавий функция вақтга боғлиқ бўлмаса

24. Энергия интеграли Гамилтон системасини тартибини нечтага камайтиради ?
a) *2
b) 5
c) 10
d) 4

25. Гамилтон функцияси боғланишлари стационар бўлган системаларда ....
a) *тўлиқ энергиядан иборат бўлади
b) Лагранж функциясидан иборат бўлади
c) Пуассон қавсларидан бири
d) Гамилтон таъсиридан иборат

26. Сиклик интеграл гамилтон системасининг тартибини қанча бирликка камайтиради?
a) *2
b) 1
c) 3
d) 4

27. Мувозанат ҳолатида система потенциал энергияси минимумга эга бўлмаса, унинг бу мувозанати устувор бўладими?

a) *Ҳа, агар бу мувозанат ҳолати яккаланган, потенциал энергия эса аналитик функциядан иборат бўлса
b) Ҳа, агар система голоном бўлса
c) Йўқ
d) Ҳа, агар система стационар боғланишли бўлса

28. Қўзғатилган ҳаракат тенгламаси – чизиқли автоном система. Характеристик тенгламанинг битта нолинчи илдизи ўзининг элементар бўлувчисига каррали бўлса, қўзғатилмаган ҳаракат қандай бўлади?
a) *ноустувор
b) устувор
c) асимптотик устувор
d) аниқлаб бўлмайди

29. Қўзғатилган ҳаракат тенгламаси қуйидагича: $\dot{x} = gx^m + a_1x^{m+1} + \dots$
Қўзғатилмаган ҳаракат асимптотик устувор бўлади, агар:
a) $*\, g < 0,\, m$-тоқ
b) $g > 0,\, m$-тоқ
c) $g > 0,\, m$-жуфт
d) $g < 0,\, m$-жуфт

30. Ляпунов функцияси $V(x_1, x_2) = (x_1 - x_2)^2$ қандай аниқланган
a) *ўзгармас ишорали
b) аниқ мусбат
c) ўзгарувчан ишорали
d) аниқ манфий

31. Устуворлик масаласи биринчи яқинлашишдаги оғдирилган ҳаракат тенгламаларига кўра ечилади, агар система характеристик тенгламаси илдизлари орасида
a) *ҳақиқий қисми нол бўлган илдизлари йўқ
b) ҳақиқий қисми мусбат илдизи йўқ
c) нол илдизлари йўқ
d) аниқ мавҳум илдизлари йўқ

32. Қўзғатилган ҳаракат тенгламаси қуйидагича: $\dot{x}_1 = -2x_1 + 5x_2 + x_1x_2$, $\dot{x}_2 = -x_1 + x_2 - x_1^2x_2$. Қўзғатилмаган ҳаракат қандай бўлади?
a) *асимптотик устувор
b) ноустувор
c) устувор
d) критик ҳолат

33. Қўзғатилган ҳаракат тенгламаси қуйидагича бўлса: $\dot{x} = -3x^3 + 2x^4 + 7x^5$, қўзғатилмаган ҳаракат қандай бўлади?
a) *асимптотик устувор
b) аниқлаб бўлмайди
c) ноустувор
d) устувор

34. 2 та мавҳум илдизларнинг критик ҳолатида, қўзғатилмаган ҳаракат асимптотик устувор бўладими? (система 2-тартибли)
   a) *фокус ҳолатида мумкин
   b) марказ ҳолатида мумкин
   c) ҳам марказ ҳолатида, ҳам фокус ҳолатида мумкин
   d) мумкин емас
35. Агар келтирилган системанинг потенциал энергияси W минимумга ега бўлмаса, системанинг стационар ҳаракати ноустувор бўладими?
   a) *Йўқ, агар гироскопик кучлар бор бўлса
   b) Ҳа
   c) Йўқ, агар система гироскопик боғланишсиз бўлса
   d) Ҳа, агар боғланишлар голоном ва статсионар бўлса
36. Қўзғатилган ҳаракат тенгламаси – чизиқли автоном система. Агар характеристик тенгламанинг илдизлари орасида битта нол илдиз бўлса, қўзғатилмаган ҳаракат қандай бўлади?
   a) *устувор, агар қолган илдизлар манфий ҳақиқий илдизга ега бўлса
   b) асимптотик устувор
   c) устувор
   d) ноустувор
37. Агар қўзғатилган ҳаракат тенгламаси учун шундай аниқ мусбат $V(x) > 0$ Ляпунов функциясини топиш мумкин бўлсаки, унинг бу тенгламаларга кўра олинган вақт бўйича тўлиқ ҳосиласи айнан нолга тенг бўлса, у ҳолда қўзғатилмаган ҳаракат қандай бўлади?
   a) *устувор
   b) ноустувор
   c) асимптотик устувор
   d) критик ҳолат
38. Қўзғатилган ҳаракат тенгламаси қуйидагича: $\ddot{x} + cx = 0$. Қўзғатилмаган ҳаракат қандай ҳолда асимптотик устувор бўлади?
   a) *асимптотик устувор бўлмайди
   b) $c > 0$ да
   c) $c < 0$ да;
   d) $c > 1$ да
39. Агар оғдирилмаган ҳаракат барча x_i оғишларга нисбатан турғун бўлса, у асимптотик турғун бўладими?
   a) x_i оғишларга нисбатан турғун ва $t \to \infty, x_i \to 0$;
   b) x_i оғишларга нисбатан турғун ва $t \to 1, x_i \to 0$;
   c) x_i оғишларга нисбатан турғун ва $t \to 0, x_i \to \infty$;
   d) x_i оғишларга нисбатан турғун ва $t \to \infty, x_i \to \infty$;
40. Агар биринчи яқинлашишдаги оғдирилган ҳаракат тенгламаларидан оғишларга нисбатан устиворлик аниқланса, системанинг оғдирилмаган ҳаракати устувор бўладими.

a) Биринчи яқинлашишдаги оғдирилган ҳаракат тенгламаларидан оғишларга нисбатан устиворлик аниқланса, системанинг оғдирилмаган ҳаракатини устивор ёки ноустувор деб бўлмайди
b) Биринчи яқинлашишдаги оғдирилган ҳаракат тенгламаларидан оғишларга нисбатан устиворлик аниқланса, системанинг оғдирилмаган ҳаракати ҳар доим устувор бўлади
c) Биринчи яқинлашишдаги оғдирилган ҳаракат тенгламаларидан оғишларга нисбатан устиворлик аниқланса, системанинг оғдирилмаган ҳаракати етарлича катта соҳада ҳар доим асимптотик устувор бўлади
d) Биринчи яқинлашишдаги оғдирилган ҳаракат тенгламаларидан оғишларга нисбатан устиворлик аниқланса, системанинг оғдирилмаган ҳаракати доимо ноустивор бўлади.

41. Агар стационар, геометрик боғланишли консерватив системанинг потенциал энергияси анлитик функциядан иборат бўлиб, яккаланган мувозанат ҳолатида минимумга эга бўлмаса, у ҳолда системанинг мувозанат ҳолати .... бўлади.
a) Ноустувор;
b) Устувор;
c) Қисман устувор;
d) Асимптотик устувор;

42. Қуйидаги $V_1 = x_1^2 - 0.5x_1x_2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$, $V_2 = (x_1 - x_3)^2 + x_3^2 + x_4^2$, $V_3 = (x_1 - x_2)^2 + x_3^2 + x_4^2$, $V_4 = (x_1 - x_4)^2 + x_3^2 + x_4^2$ функциялардан қайси бири $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$ нуқта атрофида ишораси аниқланган функциядан иборат бўлади.
a) $V_1 = x_1^2 - 0.5x_1x_2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$;
b) $V_2 = (x_1 - x_3)^2 + x_3^2 + x_4^2$;
c) $V_3 = (x_1 - x_2)^2 + x_3^2 + x_4^2$;
d) Ишораси аниқлангани йўқ;

43. Қуйидаги $V_1 = x_1^2 - 0.2x_1x_2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$, $V_2 = (2x_1 - x_3)^2 + x_3^2 + x_4^2$, $V_3 = (x_1 - x_2)^2 + 2x_3^2 + x_4^2$, $V_4 = (x_1 - x_4)^2 + x_3^2 + 4x_4^2$ функциялардан қайси бири $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$ нуқта атрофида ишораси аниқланган функциядан иборат бўлади.
a) $V_1 = x_1^2 - 0.2x_1x_2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$;
b) $V_2 = (2x_1 - x_3)^2 + x_3^2 + x_4^2$;
c) $V_3 = (x_1 - x_2)^2 + 2x_3^2 + x_4^2$;
d) $V_4 = (x_1 - x_4)^2 + x_3^2 + 4x_4^2$;

44. Қуйидаги $V_1 = (x_1 - x_2)^2 + x_3^2 + x_4^2$, $V_2 = (x_3^2 + x_4^2)x_1x_2$, $V_3 = (x_1x_2)^2 + 2x_3x_4$, $V_4 = x_1x_4x_3x_4$ функциялардан қайси бири $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$ нуқта атрофида ишораси ўзгармас функциядан иборат бўлади.
a) $V_1 = (x_1 - x_2)^2 + x_3^2 + x_4^2$;
b) $V_2 = (x_3^2 + x_4^2)x_1x_2$;

c) $V_3 = (x_1x_2)^2 + 2x_3x_4$;

d) $V_4 = x_1x_4x_3x_4$;

45. Оғдирилмаган ҳаракат турғунлигини биринчи яқинлашишдаги чизиқли тенгламалар орқали аниқлашда Ляпуновнинг қайси усулидан фойдаланилади?

a) Ляпуновни иккинчи усулидан;

b) Ляпуновни биринчи усулидан;

c) Ньютон-Лейбниц формуласи ёрдамида;

d) Фурье усулидан;

46. Агар оғдирилган ҳаракат тенгламаларининг биринчи яқинлашишдаги характеристик тенгламанинг илдизларидан бир нечтаси мавҳум бўлса, оғдирилмаган ҳаракатни асмптотик турғун деб хулоса чиқариш мумкинми?

a) A. Мумкин эмас;

b) B. Ҳа, агар илдизлар иккита бўлса;

c) C. Ҳа, агар қолган илдизлар нолга тенг бўлса;

d) D. Ҳа, агар илдизлар сони жуфт бўлса;

47. Механик системанинг мувозанат ҳолатидан оғдирилган ҳаракат тенгламаси $\ddot{x} + (2 + \cos t)x = 0$ кўринишга эга. Мувозанат ҳолатини устиворлигини *cost* функциянинг вақт оралиғидаги ўрта қийматини олган ҳолда ўзгармас коэффициентли $\ddot{x} + (2 + \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} \cos t dt)x = 0$ дифференциал тенгламанинг ечимлари орқали аниқлаш мумкинми?

a) Мумкин эмас;

b) Ҳа, агар вақт оралиғи етарлича катта бўлса;

c) Ҳа, агар вақт оралиғи сифатида функциянинг даври олинса;

d) Ҳа, агар интеграл нолга тенг бўлса;

a) Ҳа, агар вақт оралиғи етарлича кичик бўлса;

b) Ҳа, агар вақт оралиғи сифатида функциянинг минимуми олинса;

c) Ҳа, агар интегралнинг қиймати нолдан фарқли бўлса;

VII. ГЛОССАРИЙ

Моддий нуқта – ҳаракати ёки мувозанатини текширишда ўлчамлари ва шаклининг аҳамияти бўлмаган, массаси бир нуқтада жойлашган деб тасаввур қилинадиган жисм;

Абсолют қаттиқ жисм – куч таъсирида жисмнинг ихтиёрий иккита нуқтаси орасидаги масофа доимо ўзгармасдан қоладиган жисм;

Боғланиш – жисмнинг ҳаракати ёки ҳолатини чекловчи сабаб;

Боғланиш реакция кучи – боғланишнинг жисмга кўрсатадиган таъсирини белгиловчи куч;

Ишқаланиш кучи – боғланишдаги жисмларнинг бири иккинчисига нисбатан силжиганда уларнинг бир-бирига тегиб турган сиртларида ҳосил бўладиган қаршилик кучи;

Сирпанишдаги ишқаланиш – бир жисмнинг иккинчи жисм устида сирпаниши натижасида ҳосил бўладиган ишқаланиш;

Мумкин бўлган кўчиш – фиксирланган вақтда боғланишларни сақлаб қолган ҳолда нуқтага бериш мумкин бўлган элементар кўчишлар тўплами.

Циклик координата – Лагранж функциясида ошкор равишда қатнашмайдиган координата.

Тезланиш энергияси – система нуқталари тезланишлари квадратини уларнинг массасига кўпайтмасининг ярми.

Интеграл инвариант - Гамильтон системасига кўра вақт бўйича олинган ҳосила нолга тенг бўлган интеграл.

Универсал интеграл инвариант - Гамильтон функцияси қатнашмайдиган хақиқий йўллардан иборат бўлган ёпиқ контур бўйича олинган интеграл.

Консерватив система - энергия интеграли ўринли бўлган система.

Каноник алмаштиришлар – ихтиёрий Гамильтон системасини бошқа Гамильтон функцияси билан шу системага ўтказадиган алмаштиришлар.

Валентлик – универсал интеграл инвариантларни бир-биридан фарқини ифодалвочи коэффициент.

Келтириб чиқарувчи функция – канониклик аломатини қаноатлантирувчи функция.

Эркин каноник алмаштиришлар – валентлиги бирга тенг бўлган ва маълум шартларни қаноатлантирувчи алмаштиришлар.

Ляпунов функцияси - маълум шартларни қаноатлантирувчи функция.

Оғдирилган ҳаракат – бошланғич шартларни ўзгариши ҳисобига келиб чиқадиган ҳаракат.

Биринчи интеграл – ҳаракат тенгламаларига кўра вақт бўйича ҳосиласи нолга тенг бўладиган функция.

Квадратик форма – маълум шартларни қаноатлантирувчи иккинчи тартибли алгебраик кўпхад.

Лагранж функцияси – механик система кинетик ва потенциал энергияларининг фарқи

Циклик координаталар – Лагранж функциясига ошкор қатнашмайдиган координаталар..

Циклик интеграл – циклик координатага мос биринчи интеграл.

Хосмас матрица – аниқловчиси нолдан фарқли бўлган квадратик матрица.

VIII. АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ

1. Ўзбекистон Республикаси Президентининг асарлари

2. Меъёрий- ҳуқуқий хужжатлар.

II. Махсус адабиётлар.

1. Гантмахер Ф. Р. Лекции по аналитической механике. 3-е изд. М.: Физматлит, 2002. — С. 262. — ISBN 5-9221-0067-X.
2. Herbert Goldstein. Classical Mechanics. Pearson New International Edition. USA, 2013
3. Antonio Fasano, Stefano Marmi. Analytical Mechanics. Oxford University Press. 2006
4. Уиттекер Е. Аналитическая динамика. М.: ОНТИ, 2001.
5. Merkin, David R. Introduction to the Theory of Stability. Springer. 2010
6. Е.Пятницкий. Сборник задач по аналитической механике. М.: Наука. 1986.

Интернет ресурслар

1. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/theoretical.htm
2. http://www.ruscommech.ru
3. http://www.knigapoisk.ru/book
4. www.natlib.uz
5. www.twirpx.com