ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ОЛИЙ ТАЪЛИМ ТИЗИМИ ПЕДАГОГ ВА РАҲБАР КАДРЛАРИНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ ОШИРИШНИ ТАШКИЛ ЭТИШ БОШ ИЛМИЙ - МЕТОДИК МАРКАЗИ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ
ҲУЗУРИДАГИ ПЕДАГОГ КАДРЛАРНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ ОШИРИШ ТАРМОҚ МАРКАЗИ

«СОНЛИ УСУЛЛАР ВА АМАЛИЙ СТАСТИСТИКА» МОДУЛИ БЎЙИЧА
Ў Қ У В – У С Л У Б И Й   М А Ж М У А

Тошкент – 2017

Мазкур ўқув-услубий мажмуа Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2017 йил 24 августдаги 603-сонли буйруғи билан тасдиқланган ўқув режа ва дастур асосида тайёрланди.

Тузувчи: ЎзМУ, ф-м.ф.д., профессор **А. С. Расулов**

Тақризчи: **Dr. Zahriddin Muminov,** Senior Lecturer Malaysian Japan International Institute of Technology (MJIIT) Kuala lumpur, Malaysia

Ўқув -услубий мажмуа ЎзМУнинг ...... кенгашининг 2017 йил __________даги ___-сонли қарори билан нашрга тавсия қилинган.

МУНДАРИЖА

I. ИШЧИ ДАСТУР

Кириш.

Дастур Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2015 йил 12 июндаги “Олий таълим муассасаларининг раҳбар ва педагог кадрларини қайта тайёрлаш ва малакасини ошириш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПФ-4732-сонли, 2017 йил 7 февралдаги “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида”ги ПФ-4947-сонли Фармонлари, шунингдек 2017 йил 20 апрелдаги “Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ–2909-сонли қарорида белгиланган устивор вазифалар мазмунидан келиб чиққан ҳолда тузилган бўлиб, у замонавий талаблар асосида қайта тайёрлаш ва малака ошириш жараёнларининг мазмунини такомиллаштириш ҳамда олий таълим муассасалари педагог кадрларининг касбий компетентлигини мунтазам ошириб боришни мақсад қилади.

Жамият тараққиёти нафақат мамлакат иқтисодий салоҳиятининг юксаклиги билан, балки бу салоҳият ҳар бир инсоннинг камол топиши ва уйғун ривожланишига қанчалик йўналтирилганлиги, инновацияларни тадбиқ этилганлиги билан ҳам ўлчанади. Демак, таълим тизими самарадорлигини ошириш, педагогларни замонавий билим ҳамда амалий кўникма ва малакалар билан қуроллантириш, чет эл илғор тажрибаларини ўрганиш ва таълим амалиётига тадбиқ этиш бугунги куннинг долзарб вазифасидир. “Биология фанини ўқитишда илғор хорижий тажрибалар” модули айнан мана шу йўналишдаги масалаларни ҳал этишга қаратилган.

Дастур Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2015 йил 12 июндаги “Олий таълим муассасаларининг раҳбар ва педагог кадрларини қайта тайёрлаш ва малакасини ошириш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида” ги ПФ-4732-сон Фармонидаги устувор йўналишлар мазмунидан келиб чиққан ҳолда тузилган бўлиб, у замонавий талаблар асосида қайта тайёрлаш ва малака ошириш жараёнларининг мазмунини такомиллаштириш ҳамда олий таълим муассасалари педагог кадрларининг касбий компетентлигини мунтазам ошириб боришни мақсад қилади.

Модулнинг мақсади ва вазифалари

“Сонли усуллар ва амалий статистика” модулининг мақсади: педагог кадрларни қайта тайёрлаш ва малака ошириш курси тингловчиларини математик билимлар, сонли ва амалий статистика фани ҳақидаги тасаввурларини такомиллаштириш, бу борадаги муаммоларни аниқлаш, таҳлил этиш ва амалиётга қўллашдан иборат.

“Сонли усуллар ва амалий статистика”модулининг вазифалари:

- Тингловчиларга математикани тадбиғи масалалари бўйича илғор таълим технологияларининг концептуал асослари,мазкур курснинг келиб чиқиш тўғрисида маълумотлар бериш, замонавий модулли технологияларидан фойдаланиб тингловчиларни мазкур йўналишда малакасини оширишга кўмаклашиш;

- Таълим-тарбия жараёнида модулли технологияларни қўллашнинг афзалликларини ёритиш ва тингловчиларда улардан фойдаланиш маҳоратини шакллантириш;
- Юксак малакали мутахассис кадрлар тайёрлаш борасидаги ислоҳотларни амалга ошириш жараёнида илғор хориж тажрибасини ўрганиш ва улардан самарали фойдаланиш.

Модул бўйича тингловчиларнинг билими, кўникмаси, малакаси ва компетенцияларига қўйиладиган талаблар

“Сонли усуллар ва амалий статистика” модулини ўзлаштириш жараёнида амалга ошириладиган масалалар доирасида**:**

Тингловчи:

– математика фанларини ўқитиш бўйича янги технологияларни амалиётда қўллаш;

– ахборот технологияларининг замонавий воситаларидан фойдаланиб илмий-тадқиқотларни ўтказиш;

– экспериментал тадқиқотлар натижаларига ишлов бериш, уларни таҳлил қилиш ва акс эттириш, хулосалар чиқариш, илмий мақолалар тайёрлаш, тавсияларини ишлаб чиқиш;

– инновацион фаолиятни ташкил этиш;

– илғор тажрибалардан фойдаланиш;

– математик ва тадбиқий статистика масалаларини ечишда фойдаланиладиган замонавий амалий дастурлар мажмуаларини ***билиши керак;***

– педагогик жараёнда мулоқот услубларини тўғри қўллай олиш ***кўникмаларига эга бўлиши лозим.***

Модулни ташкил этиш ва ўтказиш бўйича тавсиялар

“Сонли усуллар ва амалий статистика” модули маъруза ва амалий машғулотлар шаклида олиб борилади.

Курсни ўқитиш жараёнида таълимнинг замонавий методлари, ахборот-коммуникация технологиялари қўлланилиши назарда тутилган:

- маъруза дарсларида замонавий компьютер технологиялари ёрдамида презентацион ва электрон технологиялардан фойдаланилади;

- ўтказиладиган амалий машғулотларда техник воситалардан, экспресс-сўровлар, тест сўровлари, ақлий ҳужум, гуруҳли фикрлаш, кичик гуруҳлар билан ишлаш, ва бошқа интерактив таълим усулларини қўллаш назарда тутилади.

Модулнинг ўқув режадаги бошқа модуллар билан боғлиқлиги ва узвийлиги

“Сонли усуллар ва амалий статистика” модули ўқув режадаги мутаххасислик фанларининг барча соҳалари билан ўзвий боғланган ҳолда педагогларнинг умумий тайёргарлик даражасини оширишга хизмат қилади.

Модулнинг олий таълимдаги ўрни

Модулни ўзлаштириш орқали тингловчилар таълим жараёнини ташкил этишда технологик ёндашув асосларини ва бу борадаги илғор тажрибани ўрганадилар, уларни таҳлил этиш, амалда қўллаш ва баҳолашга доир касбий компетентликка эга бўладилар.

“СОНЛИ УСУЛЛАР ВА АМАЛИЙ СТАТИСТИКА”
Модул бўйича соатлар тақсимоти

№	Модул мавзулари	Тингловчининг ўқув юкламаси, соат				
		Ҳаммаси	Аудитория ўқув юкламаси			Мустақил таълим
			Жами	жумладан		
				Назарий	Амалий машғулот	
1.	Илмий муаммолардан келиб чиқиб статистик ҳулосалар олиш усуллари.	4	4	2	2	-
2.	Миқдорий бўлмаган ўзгарувчи-ларнинг статистик таҳлили.	4	4	2	2	-
3.	Математика масалаларини сонли ечишнинг замонавий усуллари.	4	4	2	2	-
4.	Математик ва амалий статистика масалаларини ечишда фойдаланиладиган замонавий дастурлар мажмуалари.	6	6	2	4	-
Жами:		**18**	**18**	**8**	**10**	**-**

НАЗАРИЙ МАШҒУЛОТЛАР МАЗМУНИ

1-Мавзу: Илмий муаммолардан келиб чиқиб статистик ҳулосалар олиш усуллари.

Статистик мезонлар. Статистик маълумотларга қўйиладиган талаблар. Статистик кузатишларни ташкил этиш формалари ва турлари. Статистик кузатишнинг хатоликлари. Статистик кўрсаткичларни классификациялаш. Нисбий статистик кўрсаткичларни қуришнинг умумий тамойиллари.

2-Мавзу: Миқдорий бўлмаган ўзгарувчиларнинг статистик таҳлили.

Миқдорий бўлмаган ўзгарувчиларнинг статистик таҳлили. Ўзаро боғлиқлик жадвали *m x p* орқали боғлиқликни ўлчаш. Статистик мезонлар. Боғланишларнинг назарий-информацион ўлчови. Тақсимотнинг тўла энтропияси.

3-Мавзу: Математика масалаларини сонли ечишнинг замонавий усуллари.

Кўп ўлчовли чизиқли тенгламалар системасини ечишнинг замонавий усуллари. Чизиқли операторларниниг хос сон ва хос векторларини топишнинг эффектив усуллари. Бир қадамли итерацион усулларнинг каноник кўриниши. Бир ўзгарувчили алгебраик ва трансендент тенгламаларни тақрибий ечишнинг сонли усуллари.

4-Мавзу: Математик ва амалий статистика масалаларини ечишда фойдаланиладиган замонавий дастурлар мажмуалари.

Математик ва амалий статистика масалаларини ечишда фойдаланиладиган замонавий дастурлар. Математик моделлаштириш ва ҳисоблаш эксперименти. Математик моделларни тузиш ва уларга аниқлик киритиш. MathCad тизими. Чизиқсиз тенгламаларни ечиш усулларини компьютер ёрдамида амалга ошириш. Чегаравий масалаларни ечиш усулларини замонавий дастурлар ёрдамида амалга ошириш. Илмий муаммоларни ечимларини компьютерлар графикаси орқали ифодалаш Математик анализ масалаларини ечиш: функция графиги, дифференциаллаш, интеграллаш, қаторлар.

АМАЛИЙ МАШҒУЛОТЛАР МАЗМУНИ

1-Амалий машғулот

Илмий муаммолардан келиб чиқиб статистик ҳулосалар олиш усуллари

Ўрта қийматлар ва вариация. Ўртача арифметик қиймат тушунчаси. Ўрта арифметик қийматнинг турлари. Ўрта қийматнинг бошқа шакллари. Ўртача квадрат қиймат. Ўртача геометрик қиймат.

2- Амалий машғулот

Миқдорий бўлмаган ўзгарувчиларнинг статистик таҳлили.

Ўзаро боғлиқлик коэффициентини ҳисоблаш. Тўла энтропиясини (шарциз тақсимот бўйича) ҳисоблаш. Шартли тақсимот энтропиясини ҳисоблаш. Нормалаштирилган маълумот коэффициенти ҳисоблаш.

3-Амалий машғулот

Математика масалаларини сонли ечишнинг замонавий усуллари

MathCAD тизимида тенгламаларни ечиш учун махсус функциялардан фойдаланиш.

4- Амалий машғулотлар

Математик ва амалий статистика масалаларини ечишда фойдаланиладиган замонавий дастурлар мажмуалари.

MathCad да функцияни ҳам аниқлаш. Чизиқли тенгламалар системасини ечиш. Дифференциал тенгламаларни ечиш функциялари. Биринчи тартибли дифференциал тенгламалар. Иккинчи тартибли дифференциал тенгламалар.

МУСТАҚИЛ ТАЪЛИМ

Тингловчи мустақил ишни модулни хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда қуйидаги шакллардан фойдаланиб тайёрлаши тавсия этилади:

- ўқув, илмий адабиётлардан ва меъёрий хужжатлардан фойдаланиш асосида модул мавзуларини ўрганиш;
- тарқатма материаллар бўйича маърузалар қисмини ўзлаштириш;
- автоматлаштирилган ўргатувчи ва назорат қилувчи дастурлар билан ишлаш;
- махсус адабиётлар бўйича модул бўлимлари ёки мавзулари устида ишлаш;
- тингловчининг касбий фаолияти билан боғлиқ бўлган модул бўлимлари ва мавзуларни чуқур ўрганиш;
- фанга оид статистик маълумотларни ўрганиш, уларни таҳлил қилиш.

ЎҚИТИШ ШАКЛЛАРИ

Мазкур модулни ўқитиш жараёнида таълимнинг замонавий методлари, педагогик технологиялар ва ахборот-коммуникация технологиялари қўлланилиши назарда тутилган:

маъруза дарсларида замонавий компьютер технологиялари ёрдамида презентацион ва интерфаол педагогик (Ақлий хужим, Венн диаграммаси, концептуал жадвал) усул ва технологиялардан фойдаланилади;

ўтказиладиган амалий машғулотларда техник воситалардан, график органайзерлардан, кейслардан фойдаланиш, гуруҳли фикрлаш, кичик гуруҳлар билан ишлаш, блиц-сўровлардан ва бошқа интерактив таълим усулларини қўллаш назарда тутилади.

ЖОРИЙ НАЗОРАТ(АССИСМЕНТ)НИ
БАҲОЛАШ МЕЗОНИ

Жорий назорат(ассисмент)ни бахолаш Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги педагог кадрларини қайта тайёрлаш ва уларнинг малакасини ошириш Тармоқ (минтақавий) марказида тасдиқланган шакллари ва мезонлари асосида амалга оширади.

Ушбу модулнинг жорий назорат(ассисмент)га ажратирлан максимал балл-**0,7 балл.**

II. МОДУЛНИ ЎҚИТИШДА ФОЙДАЛАНИЛАДИГАН ИНТРЕФАОЛ ТАЪЛИМ МЕТОДЛАРИ

“Тушунчалар таҳлили” методи.

Методнинг мақсади: мазкур метод талабалар ёки қатнашчиларни мавзу буйича таянч тушунчаларни ўзлаштириш даражасини аниқлаш, ўз билимларини мустақил равишда текшириш, баҳолаш, шунингдек, янги мавзу буйича дастлабки билимлар даражасини ташҳис қилиш мақсадида қўлланилади.

Методни амалга ошириш тартиби:

иштирокчилар машғулот қоидалари билан таништирилади;

ўқувчиларга мавзуга ёки бобга тегишли бўлган сўзлар, тушунчалар номи туширилган тарқатмалар берилади (индивидуал ёки гуруҳли тартибда);

ўқувчилар мазкур тушунчалар қандай маъно англатиши, қачон, қандай ҳолатларда қўлланилиши ҳақида ёзма маълумот берадилар;

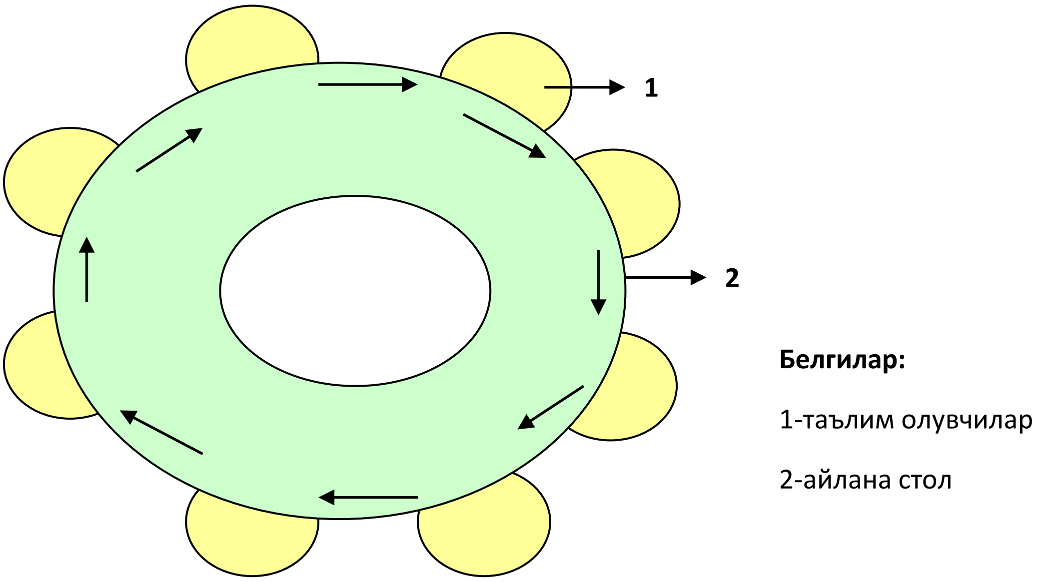
белгиланган вақт якунига етгач ўқитувчи берилган тушунчаларнинг тугри ва тулиқ изоҳини уқиб эшиттиради ёки слайд орқали намойиш этади;

ҳар бир иштирокчи берилган тугри жавоблар билан узининг шахсий муносабатини таққослайди, фарқларини аниқлайди ва ўз билим даражасини текшириб, баҳолайди.

“Давра суҳбати” методи.

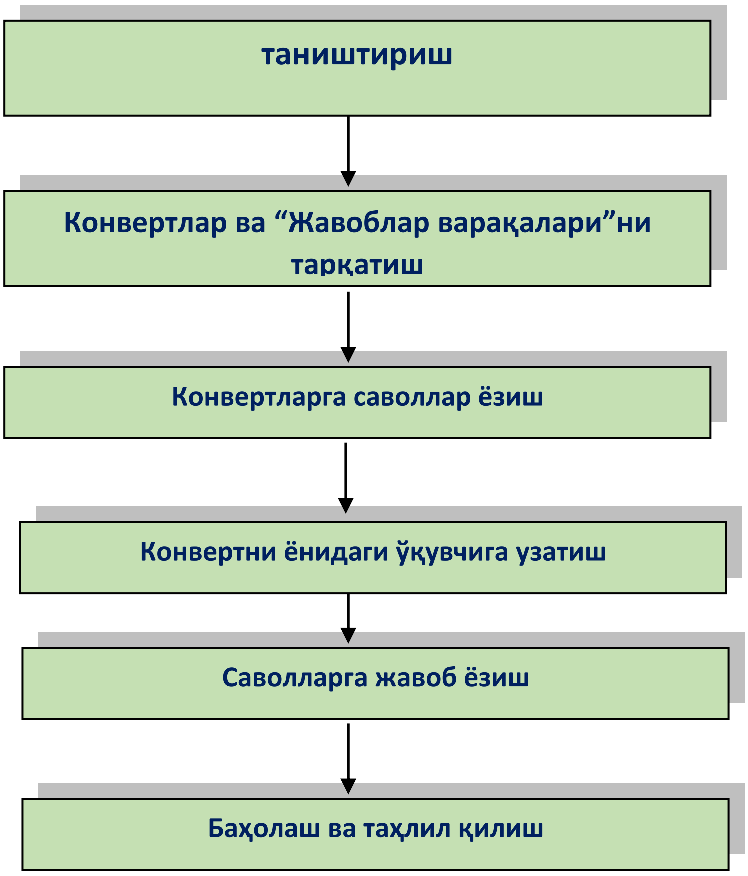
Айлана стол атрофида берилган муаммо ёки саволлар юзасидан таълим олувчилар томонидан ўз фикр-мулоҳазаларини билдириш орқали олиб бориладиган ўқитиш методидир.

“Давра суҳбати” методи қўлланилганда стол-стулларни доира шаклида жойлаштириш керак. Бу ҳар бир таълим олувчининг бир-бири билан “кўз алоқаси”ни ўрнатиб туришига ёрдам беради. Давра суҳбатининг оғзаки ва ёзма шакллари мавжуддир. Оғзаки давра суҳбатида таълим берувчи мавзуни бошлаб беради ва таълим олувчилардан ушбу савол бўйича ўз фикр-мулоҳазаларини билдиришларини сўрайди ва айлана бўйлаб ҳар бир таълим олувчи ўз фикр-мулоҳазаларини оғзаки баён этадилар. Сўзлаётган таълим олувчини барча диққат билан тинглайди, агар муҳокама қилиш лозим бўлса, барча фикр-мулоҳазалар тингланиб бўлингандан сўнг муҳокама қилинади. Бу эса таълим олувчиларнинг мустақил фикрлашига ва нутқ маданиятининг ривожланишига ёрдам беради.



Давра столининг тузилмаси.

Ёзма давра суҳбатида стол-стуллар айлана шаклида жойлаштирилиб, ҳар бир таълим олувчига конверт қоғози берилади. Ҳар бир таълим олувчи конверт устига маълум бир мавзу бўйича ўз саволини беради ва “Жавоб варақаси”нинг бирига ўз жавобини ёзиб, конверт ичига солиб қўяди. Шундан сўнг конвертни соат йўналиши бўйича ёнидаги таълим олувчига узатади. Конвертни олган таълим олувчи ўз жавобини “Жавоблар варақаси”нинг бирига ёзиб, конверт ичига солиб қўяди ва ёнидаги таълим олувчига узатади. Барча конвертлар айлана бўйлаб ҳаракатланади. Якуний қисмда барча конвертлар йиғиб олиниб, таҳлил қилинади. Қуйида “Давра суҳбати” методининг тузилмаси келтирилган



“Давра суҳбати” методининг афзалликлари:

- ўтилган материалининг яхши эсда қолишига ёрдам беради;
- барча таълим олувчилар иштирок этадилар;
- ҳар бир таълим олувчи ўзининг баҳоланиши масъулиятини ҳис этади;

ўз фикрини эркин ифода этиш учун имконият яратилади

III. НАЗАРИЙ МАЪЛУМОТЛАР МАТЕРИАЛЛАРИ

1-мавзу: ИЛМИЙ МУАММОЛАРДАН КЕЛИБ ЧИҚИБ СТАТИСТИК ҲУЛОСАЛАР ОЛИШ УСУЛЛАРИ.

РЕЖА:

1.1. Статистик мезонлар. Статистик кузатишларни ташкил этиш формалари ва турлари.

1.2. Статистик кузатувнинг хатолари.

1.3. Статистик кўрсаткичларни классификациялаш.

1.4. Нисбий статистик кўрсаткичларни қуришнинг умумий тамойиллари.

Таянч иборалар: *Статистик кузатув, сонли характеристика, вариация коэффициенти, ўрта қийматлар, ўрта гармоник.*

1.1. Статистик мезонлар. Статистик кузатишларни ташкил этиш формалари ва турлари[1].

Биринчи навбатда жорий статистик таҳлил ўтказишнинг *мақсадини тўлиқ аниқлаш ва ифодалаш* лозим. Жорий кузатувлар бўйича текширилиши зарур бўлган гипотезаларни қуриш зарур. Бу босқичда:

•*кузатувнинг обекти ва бирликлари аниқланади;*

•*кузатувнинг дастури ишлаб чиқилади ва тасдиқланади;*

•*кузатув ўтказиш муддатлари белгиланади;*

•*маълумотлар йиғиш манбалари ва усуллари ишлаб чиқилади ва тасдиқланади;*

•*ижрочилар тайинланади.*

Кузатув обекти кузатув бирликлари, ҳудуди ва кузатув вақтини ўз ичига олади. *Кузатув бирликлари* – бу хусусиятлари рўйхатга олиниши лозим бўлган ҳодиса, жараён, худуд ёки бирор хусусият бўлиши мумкин. Кузатув бирликлари мажмуаси кузатув *обект*ини ташкил қилади. Кузатув ўтказиш

[1] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007. 609-639 p.
G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis, Publisher Harvard University press, 2003. 246-252 p.

ҳудуди кузатув бирликлари жойлашган барча майдонларни ўз ичига олади. Унинг чегаралари кузатув бирликларининг танланишига боғлиқ.

Кузатув вақти - маълумотларни йиғиш билан боғлиқ бўлган вакт. Тўлиқ бўлмаган ҳисобга олишнинг ёки такрор ҳисобга олишнинг олдини олиш мақсадида ҳамда маълумотларни солиштириш имконияти бўлиши учун мълумотларни рўйхатга олиш учун ҳамма бирликлар учун ягона вақт белгиланади. Сони ва характеристикалари узлуксиз ўзгариб турадиган кузатув обектларини ўрганиш жараёнида *критик сана* белгиланади. Аҳолини рўйхатга олишда рўйхатга олишнинг бошланиш ва тугалланиш вақти белгиланади. Масалан, 9-16 октябр: 8-9-октябр соат 00 дан 15-16 соат 00 гача.

Кузатув дастури – унинг мазмуни кузатувнинг мақсад ва вазифаларига боғлиқ. Албатта кузатув дастури ажратилган маблағга ҳам боғлиқ: маблағ кам бўлса дастур ҳам қисқароқ бўлади ёки кузатиладиган бирликлар сони кам олинади. Шунинг учун

•*кузатув дастурининг биринчи тамойилида* шундай дейилган – “жорий кузатувга оид бўлмаган ҳеч қандай маълумотлар ҳисобга олинмайди”.

•*кузатув дастурининг иккинчи тамойилида* эса – “дастурга одамларга шубҳали кўринадиган ва олдиндан нотўғри жавоб бериши кутиладиган саволларни киритмаслик лозим” лиги ҳақидаги қоидалар ёзилган.

1.2. Статистик кузатувнинг хатолари. [2]

Кузатув материалларининг сифати ундаги **хатоларнинг** мавжудлиги билан бевосита боғлиқдир. Қайтарилиш интенсивлиги ва уларнинг характерига кўра статистик кузатув хатолари *тасодифий* (рўйхатга олиш хатолари) ва *тизимий* хатоларга бўлинади. Биринчиси умумий кўрсаткичларнинг қийматига унчалик тасир кўрсатмайди, чунки маълумотлар умумлаштирилганида улар бир-бирини сўндиради ва билинмай кетади; иккинчиси эса умумий кўрсаткичларнинг ўзгаришига олиб келади. Бу хатолар, одатта, атайлаб қилинади. Бу кўринишдаги хатолар излаб топилиши ва тузатилиши лозим. Бунинг учун улар *ҳисобга оид* ва *мантиқий назоратдан* ўтадилар. Агарда, кузатув маълумотлари назоратдан ўтган ва тегишли жойларга тузатишлар киритилган бўлса, улар тўғри ҳисобланади.

[2] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007. 609-639 p.
G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis, Publisher Harvard University press, 2003. 246-252 p.

Ҳисобга оид назорат кўрсаткичлар билан кучли боғлиқликда бўлади ва шу сабабли уни арифметик ҳисоблар ёрдамида текшириб кўриш мумкин.

Статистик кўрсаткичлар. Кўсаткич ва унинг атрибутлари. Фалсафий нуқтаи назардан *статистик кўрсаткич*– бу *ўлчов*, яъни илмий онгда обектив ходиса ва жараёнлар хусусиятларининг сифатий ва миқдорий ифодасининг бирлигидир. Статистика оммавий ходисаларни ўрганганлиги учун, *статистик кўрсаткич бу қандайдир бир мажмуа ёки гуруҳ хусусиятларини умумлаштирувчи характеристикадир*. Шу жиҳатдан у *хусусият* деб номланувчи индивидуал қийматлардан фарқ қилади.

☑

Мисол учун, конкрет одамнинг умр давомийлиги – бу хусусият, маълум бир давлатда туғилган одамлар авлодининг ўртача умр давомийлиги эса статистик кўрсаткичдир.

Статистик кўрсаткич обектнинг ҳудудий, соҳага ёки корхонага оид чегараларини кўрсатмасдан ва уни бирор бир вақт оралиғи ёки вақт моментига боғламасдан мавжуд бўла олмайди.

Статистик кўрсаткичларнинг атрибутлари

Сифатий томон: Обект ва унинг хусусиятлари	**Миқдорий томон:** Ўлчовнинг сон ва бирликлари	**Обектнинг ҳудудий, соҳага оид ва бошқа чегаралари**	**Вақт интервали ёки моменти**

Статистик кўрсаткич – маълумотни ўлчаш, йиғиш, ҳисоблаш ва узатишнинг ана шу даврга тегишли имкониятлари даражаси билан боғлиқ бўлган ўрганилаётган обектнинг тахминий, аниқ бўлмаган ёки тўлиқ бўлмаган хусусиятларини ифодалашдир. Статистик кўрсаткич аниқ, тугалланган ва ўзгармайдиган маълумот деб бўлмайди. Айримлари ривожланади, айримларидан вос кечишга тўғри келади, чунки уларга эҳтиёж қолмайди.

☑

1) “битта картошканинг ўртача оғирлиги 200 грамм” деган ифода ҳар бир картошка ана шу оғирликка эга эканлигини билдирмайди. Ундан ташқари, картошка етиштиришнинг бошқа илғор технологияларининг яратилиши, ўлчов асбобларининг мукаммаллашуви натижасида бу кўрсаткичнинг ўзгариши табиий.

2)”факултет талабаларининг ўртача рейтинги ўртача 78 баллга тенг” деган ибора ҳам, биринчидан, ҳар бир талаба ана шу рейтингга эга эканлигини билдирмайди. Иккинчидан эса, талаба ўзлаштиришининг бошқа турдаги кўрсаткичи ишлаб чиқилса, бу кўрсаткичга эҳтиёж қолмаслиги аниқ.

Хусусият ва кўрсаткич:

Хусусият – бу, фан уни ўлчаши ва акс эттиришидан қатъий назар, мажмуадаги бирликка (масалан, индивидуал одамнинг ёши; кўзининг ранги) тегишли бўлган миқдор ёки сифат белгисидир.

Кўрсаткич – бу бирликларга ёки бутун мажмуага тегишли бўлган умумий хусусият (фирма ишчилари ёки шаҳар аҳолисининг ўртача ёши). У статистик кузатувлар, тадқиқотлар натижасида ҳисобланади ва белгиланади.

1.3. Статистик кўрсаткичларни классификациялаш[3]

Кўрсаткичларнинг сифат белгиларига кўра	Кўрсаткичларнинг миқдорий белгиларига кўра	Ўрганилаётган хусусиятга нисбатан
Обектнинг конкрет хусусиятлари кўрсаткичи	Абсолют	Тўғри
Ҳар қандай оммавий ходисалар ва жараёнлар хусусиятларининг статистик кўрсаткичлари	Нисбий	Тескари

Ўрганилаётган обектнинг конкрет хусусиятлари билан боғлиқ бўлган миқдорий кўрсаткичлари фақат статистикада шаклланмайди. Унинг сифатий маъноси аниқ предметлик фан томонидан ўрганилади: туғилиш кўрсаткичи –

[3] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007. 609-639 p.
G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis, Publisher Harvard University press, 2003. 246-252 p.

демография томонидан, ЯИМ кўрсаткичи – иктисодиёт назарияси томонидан, ҳосилдорлик ва қора мол унумдорлиги кўрсаткичи эса қишлоқ хўжалиги билан боғлиқ фан томонидан аниқанади. Статистика шу кўрсаткичларнинг миқдорий томонини ҳисоблаш ёки ҳисобга олиш ва уларни рўйхатга олиш шакли учун жавоб беради.

- *ўртача ёш;*
- *сотилган махсулот ҳажми;*
- *ЯИМ;*
- *ўртача соғиб олинадиган сут;*
- *юк ташиш ҳажми;*
- *туғилиш даражаси кўрсаткичлари;*
- *ўлим даражаси кўрсаткичлари;*
- *аҳолининг товар ва маҳсуотлар билан таъминланганлик кўрсаткичлари ва ҳ. к.*

Ҳар қандай оммавий ходиса ва жараёнларнинг *статистик кўрсаткичлари* уларнинг конкрет маъносидан мустақил ҳолда мавжуддир. Буларга ўртача миқдорлар, вариация, ўзгариш тезлиги ва темпи кўрсаткичлари, динамикадаги тебранишларнинг кўрсаткичлари, тақсимот структураси ва хусусиятлари кўрсаткичлари. Мажмуани ўрганишнинг танланма усули ёрдамида олинган ҳар қандай статистик кўрсаткичларнинг аниқлик ва ишончлилик даражасининг статистик баҳолари ҳамда статистик башоратларнинг аниқлик ва ишончлилик даражасининг статистик баҳолари ҳам статистик кўрсаткич ҳисобланади. Бу кўрсаткичларнинг сифат ва миқдорий томонлари, уларни қуриш, интерпретация қилиш ҳамда қўллаш билан боғлиқ жиҳатлари учун фақат статистика жавоб беради. Агар бу кўрсаткичлар аниқ бир обект учун ҳисобланган бўлса, у ана шу обектга тегишли кўрсаткичга айланади.

Абсолют кўрсаткич ёки мажмуа бирликлари кўрсаткичининг умумлашмасини ёки обектнинг умумий хусусиятларини ифодалайди.

- *маълум бир корхонанинг ишлаб чиқариш ҳажми;*
- *ЯИМ.*

Фан обектнинг фақат алоҳида хусусиятларининг характеристикаси билан чекланиб қола олмайди. У турли абсолют қийматларнинг ўзаро муносабатини, уларнинг вақт оралиғида ўзгаришини, ўзаро боғланишини, ён-атроф билан боғлиқлигини ўлчайди ва тавсифлайди.

Нисбий кўрсаткич абсолют ёки нисбий кўрсаткичларни маконда (обектлар орасида), вақтда (бир хил обект бўйича) солиштириш, қиёслаш ёки ўрганилаётган обектнинг турли хусусиятларини солиштириш йўли билан ҳосил бўлади.

Нисбий статистик кўрсаткичлар абсолют кўрсаткичлар орасидаги боғлиқликни ифодалайди.

☑

- *пахта ҳосилдорлиги;*
- *умумий аҳоли сонида шаҳар аҳолисининг улуши ва ҳ.к.*

Нисбий статистик кўрсаткичларни қуйидаги гуруҳларга бўлиш мумкин:

1. ***Обект тузилишини ифодалайдиган нисбий кўрсаткичлар.*** Бу улуш (солиштирма оғирлик) – қисмнинг бутунга нисбати.

☑

- *Ҳар бир экиладиган қишлоқ хўжалиги экинларининг умумий экин майдонларига нисбати;*
- *Маълум бир шаҳар ёки давлатдаги аёллар сонининг умумий аҳоли сонига ниссабати ва ҳ.к.*

Улушлар кўп ҳолларда фоизларда ва промилларда (мингдан бир улуш) ифодаланади.

2. ***Жараён динамикасини ва вақтда ўзгаришини ифодаловчи нисбий кўрсаткичлар.***

Кейинги даврда обектни характерловчи кейинги даврга (ҳозирги давр) тегишли кўрсаткичларининг шу обектнинг олдинги даврдаги (базис даври) худди ана шундай кўрсаткичларига нисбати. Бу кўрсаткичлар *ўсиш темпи* деб номланади.

☑

- *ўсиш темпи;*
- *тренд тенгламалари параметрлари;*
- *динамикадаги тебраниш ва турғунлик коэффициентлари;*
- *динамиканинг индекс кўрсаткичлари.*

3. ***Обектга тегишли хусусиятлар мажмуасининг ўзаро боғланишини характерловчи, натижавий хусусиятларнинг омил хусусиятлар билан ўзаро боғланишини характерловчи нисбий кўрсаткичлар*.**

- *аҳоли жон бошига даромад миқдорининг бир одамга тўғри келадиган гўшт ва мева истеъмоли орасидаги боғлиқлик;*
- *ўғитлар миқдори билан пахта ҳосилдорлиги орасидаги боғлиқлик ва бошқалар,*
- *корреляция коеффиценти;*
- *еластиклик коеффиценти;*
- *детерминация коеффиценти;*
- *аналитик индекслар.*

4.***Бир хил обектга тегишли турли хусусиятларнинг ўзаро муносабатларини ифодаловчи нисбий кўрсаткичлар*** *(интенсивлик кўрсаткичлари).*

Иқтисодиётда бир обект хусусияти сонли ифодасининг бошқа обектнинг бирлик ҳажмига (ўлчовига) тўғри келган миқдорининг ҳисобини характерловчи нисбий кўрсаткичлар ишлаб чиқариш унумдорлиги, эффективлиги ва интенсивлигининг ўлчови бўлиб хизмат қилади. Улар қаторига хусусиятларнинг тизимийлигини характерловчи кўрсаткичлар ҳам киради.

- *меҳнат унумдорлиги – ишлаб чиқарилган маҳсулотнинг натурал ёки нархга чақилган қийматининг шу маҳсулотни ишлаб чиқаришга сарфланган меҳнат ҳаражатларига нисбати;*
- *ёғин-сочин миқдори йиғиндиси ва самарадор температуралар йиғиндиси орасидаги нисбат (гидрометрик коеффицент);*
- *одам танасининг мутаносиблигини ифодаловчи унинг бўйи ва оғирлигининг ўзаро нисбати.*

5. Нисбий статистик кўрсаткичларнинг ўзига хос тури – бу *хусусиятнинг ҳақиқий кузатилаётган қийматларининг унинг норматив, режадаги, оптимал ва максимал қийматларига* нисбати.

- *ишлаб чиқариш нормативларининг бажарилиш кўрсаткичлари;*
- *хом ашё сарфлари меъёри кўрсаткичлари ва ҳ.к.*

6. Нисбий кўрсаткичларнинг яна бир тури ***турли хил обектларни*** бир хил хусусиятлар асосида солиштириш натижасида юзага келади.

☑

- *хўжаликлар, вилоятлар орасида бир турдаги экиннинг йиллик ўртача ҳосилдорлигини солиштириш;*
- *турли хил давлатлардаги ишлаб чиқариш кўрсаткичларини солиштириш;*
- *турли хил давлатлардаги аҳоли турмуш даражасини солиштириш ва ҳ.к.*

Шу ўринда солиштирилаётган кўрсаткичларнинг ягона усул асосида аниқланиши, ўлчов бирлиги ва бошқа атрибутлари бўйича солиштирилиши мумкин бўлишини эътибордан қочирмаслик зарурлигини яна бир бор таъкидлаб ўтамиз. Ижтимоий-иқтисодий статистикада кўрсаткичларнинг халқаро солиштируви тўғрисида махсус бўлим мавжуд.

1.4. Нисбий статистик кўрсаткичларни қуришнинг умумий тамойиллари.[4]

I тамойил. Нисбий кўрсаткич, обектив тарзда боғлиқ бўлган икки абсолют қийматнинг солиштируви сифатида, бизнинг хоҳишимизга боғлиқ бўлмаслиги лозим. Солиштирилаётган қийматларнинг иложи борича кўпроқ мос келишига эриш зарур (саводлилик).

II тамойил. Солиштирилаётган кўрсаткичлар фақат бир атрибутига кўра фарқланиши мумкин: ёки хусусиятнинг турига кўра (обект, вақт ва ҳ.к. бир хил), вақтга кўра (ўша хусусият, обект ва ҳ.к. учун). Икки ёки ундан кўп бир-биридан фарқ қиладиган атрибутларни солиштириш мумкин эмас. Масалан, 2010 йилда Ўзбекистонда кўмир қазиб олиш ҳажми ва 2009 йилда Россияда пўлат эритиш кўрсаткичларини солиштириш мумкин эмас.

III тамойил. Нисбий кўрсаткични қўллаш мумкин бўлган чегараларни аниқ билиш зарур.

---

[4] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007. 609-639 p.
G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis, Publisher Harvard University press, 2003. 246-252 p.

1.5. Сонли характеристикалар.[5]

ЎРТА ҚИЙМАТЛАР ВА ВАРИАЦИЯ.

Юқорида айтиб ўтилганидек, статистика оммавий ҳодисалар ва жараёнларни ўрганади. Шу ҳодиса ва жараёнларнинг ҳар бири мажмуига тегишли умумий хусусиятлар билан бирга, ўзига ҳос индивидуал хусусиятларга ҳам эга. Индивидуал хусусиятлар ва умумий хусусиятларнинг миқдорий қийматлари орасидаги фарқ *вариация* деб номланади.

Шу жойнинг ўзида оммавий ҳодисаларга оид бошқа хусусиятни кўриб чиқамиз – бир мажмуага тегишли алоҳида кўрсаткичлар хусусиятларининг яқинлиги. Агарда иссиқ сувли идишга совуқ сув қуйилса, идиш ичидаги сувнинг температураси бир хил бўлади (ўртача ҳолатга келади). Бир болалар боғчаси гуруҳидаги болалар ёки мактабдаги бир синфда ўқийдиган ўқувчиларнинг аҳлоқи қандайдир умумий хусусиятларга эга. Оммавий саноат ишлаб чиқаришини стандартлаштиришсиз амалга ошириш мумкин эмас, чунки йиғилаётган механизмларнинг деталлари, тугунлари, агрегатларининг ўлчовларини умумий ҳолатларга келтириш зарур бўлади.

Шундай қилиб, мажмуа элементларининг ўзаро муносабатлари мажмуанинг ёки унинг бир бўлаги вариациасининг чегараланишига олиб келади. Бу тенденция обектив равишда мавжуд. Айнан шу обективлик амалиётда ўрта қийматларнинг қўлланилишига сабаб бўлади. Ўрта қийматлар усули статистикада кўп масаларни эчишда қўлланилади.

Ўрта қийматларнинг асосий хусусияти уларнинг *умумлаштирувчи функциясидир,* яъни кўрсаткичларнинг ҳар хил индивидуал қийматларини мажмуанинг ўзига ҳос хусусиятларини ўзида жамлаган ўрта қийматлар билан алмаштириш мумкинлигидадир.

[5] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007. 609-639 p.
G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis, Publisher Harvard University press, 2003. 246-252 p.

1. Замонавий одамлар тараққиётининг ҳаммага маълум бўлган ўзига хос хусусиятлари, масалан, оталарига нисбатан уларнинг ўғилларининг ва оналарига нисбатан қизларининг айнан шу ёшдаги бўйининг баландроқ бўлишида намоён бўлади.

2. Ер шарининг аниқ бир пунктида турли йилларда, лекин бир кунда об-ҳаво ҳар хил бўлиши мумкин.

3. Даромад қийматлари деярли бир хил шахсларни қарайдиган бўлсак, масалан, машинасозлик соҳаси ишчилари; қарилик нафақасини олувчилар (имтиёзларга эгалардан ташқари) – уларнинг бюджетида озиқ-овқат маҳсулотларига ҳаражат миқдорига кўра бир-бирига ўхшаш томонлари кўпроқ бўлади.

Агар ўрта қиймат кўрсаткичнинг сифат жиҳатидан бир хил қийматларини умумлаштирса, у ҳолда бу хусусият ана шу мажмуанинг ўзига ҳос хусусияти ёки ***типик характеристикаси*** *ҳисобланади.*

Лекин ўрта қийматларнинг аҳамиятини фақатгина мажмуага тегишли кўрсаткичлардаги типик қийматларнинг хусусиятларига боғлаш хато ҳисобланади. Замонавий статистика амалиётида жуда кўп ҳолатларда ўхшаш бўлмаган кўрсаткичларга ҳам ўрта қийматлар қўлланилмоқда.

1. Бутун Ўзбекистон ҳудудидаги донли экинларнинг ҳосилдорлиги (ўртача 50 -60 сентнер/га ҳосил берадиган маккажухорини ва 6-10 сентнер/га ҳосил берадиган маржумакни қўшган ҳолда), ундан ташқари эрнинг ҳосилдорлиги ҳам турлича.

2. Киши бошига ўртача гўшт истеъмоли: бунинг ичида бир ёшга тўлмаган ва умуман гўшт истеъмол қилмайдиган болалар, қариялар, вегетарианлар, спортчилар ва нафақахўрлар ҳам бор.

3. Киши бошига ишлаб чиқарилган ўртача миллий даромад.

Миллий даромаднинг киши бошига тўғри келадиган ўрта қиймати, бутун давлат бўйлаб донли экинларнинг ўртача ҳосилдорлиги, озиқ-овқат махсулотларининг ўртача истеъмол қиймати – булар давлатнинг ягона халқ ҳўжалик тизими сифатидаги хусусияти ҳисобланади, бошқача қилиб айтганда булар *тизимли ўртачалардир*.

***Типик ўртачалар** бир жинсли мажмуаларга тизим ўртачаларини ёйиши мумкин, ёки тизимий ўртачалар ягона, лекин бир жинсли бўлмаган тизимга типик ўртачаларни умумлаштириши мумкин. Бироқ ҳар қандай ҳолатда ҳам типик ўртача умуман ўзгармас хусусият бўлиб ҳисобланмайди. Вақт ўтиши билан у ҳам ўзгариши мумкин.*

*Масалан, Тошкент пайдо бўлганидан буён биринчи ўн ва юз йилликларда шаҳарнинг йиллик ўртача температураси ҳозиргидан кўра паст бўлган; у секин аста ўсиб келмоқда, лекин охирги йилларда шаҳарнинг ўсиши ва ундаги энергия истеъмолининг ошиши билан боғлиқ бўлган исиш жараёни билан бирга Ердаги умумий ҳаво температурасининг исиши натижасида бу жараён тезлашган. Шунинг учун, барча **ўрта қийматларнинг "типиклиги" вақт ва маконда чекланган нисбий тушунча ҳисобланади***

ЎРТАЧА АРИФМЕТИК ҚИЙМАТ ТУШУНЧАСИ.

Ўрта қийматларнинг турлари, асосан хусусиятнинг вариацияланаётган индивидуал қийматларининг қайси дастлабки параметри ўзгармас ҳолда сақланиб қолиниши кераклигига қараб бир-биридан фарқланади.

Ўрта қийматларнинг энг соддаси - бу ўртача арифметик қийматдир:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (1)$$

Бу ерда $\bar{x}$ — ўрта қиймат;

n — ўрганилаётган мажмуадаги бирликлар сони.

Агарда кўрсаткичнинг индивидуал қийматлари маълум бўлса, (1) формула ёрдамида *бирламчи белги*ларнинг ўрта қийматлари ҳисобланади,. Агар ўрганилаётган мажмуа жуда катта бўлса, дастлабки маълумотлар асосан тақсимот қатори ёки гуруҳлар кўринишида бўлади. Буни 1-жадвалдан кўришимиз мумкин.

1-жадвал

Киритилган тўплар сони, x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Жами
Ўйинлар сони, f_i	21	46	53	51	34	16	14	4	-	-	1	240

$$\overline{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i f_i}{\sum_{i=1}^{n}f_i}$$

формула ёрдамида аниқланган оддий ўртачадан фарқли ўлароқ ўртача арифметик қийматнинг бу шаклини *вазнли арифметик ўрта қиймат* деб аталади. Бу ҳолда вазн ўрнида ҳар хил гуруҳлардаги бирликлар сони хизмат қилади. “Вазн” бу ерда ўрта қийматни ҳисоблашда кўрсаткичнинг турли қиймати бир хил аҳамиятга эга эмаслигини билдиради. Кўпроқ учрайдиган голлар сони “аҳамиятлироқ” ёки салмоқлироқ ҳисобланади. Масалан, 1 та, 2 та, 3 та тўп. 7 ёки 10 та тўп эса, мухлисларнинг қувончини ҳисобга олмаганда, ўрта қийматни ҳисоблашда унчалик аҳамиятга эга эмас.

Бир ўйинда ўртача 2,68 тўп киритилган.

Кўриб турганимиздек, кўрсаткичнинг индивидуал қийматлари бутун сонлар (дискрет қийматлар) бўлса ҳам, ўрта арифметик қиймат каср сонга тенг бўлиши ҳам мумкин экан.

Бу ҳолда ўрта қийматлар усулига тегишли ҳеч қанақа “номуносиб” ҳолат йўқ; ўрта қийматларнинг моҳиятига кўра, ***у мажмуада учрайдиган бирор бирлик кўрсаткичининг реал қийматига тенг бўлиши шарт эмас.***

ЎРТА АРИФМЕТИК ҚИЙМАТНИНГ ТУРЛАРИ.

Агарда ўрта қиймати ҳисобланаётган кўрсаткич гуруҳлашда интерваллар билан берилган бўлса, ўрта арифметик қийматни ҳисоблашда кўрсаткичнинг гуруҳдаги қиймати сифатида айнан мана шу интервалларнинг ўртаси олинади, яъни мажмуа бирликларининг қийматлари интерваллар бўйича текис тақсимланган деган гипотезасига асосланади. Кўрсаткичнинг биринчи ва охирги гуруҳдаги очиқ интервалллардаги, агарда улар мавжуд бўлса, қиймати сифатида мажмуа ва кўрсаткичнинг моҳияти ва хусусиятларига таянган ҳолда экспертлик йўли билан аниқланади.

Абсолют кўрсаткич ўлчовининг натижаси – бу 1-устундаги нисбий кўрсаткичлар ёки гуруҳ ўртача қийматларининг йиғиндиси − яъни нисбий ёки ўрта қиймат. Қасрнинг сурати – бу корхоналардаги ишчиларнинг яшаган йилларининг умумий йиғиндиси; уни ишчилар сонига бўлиб, йилларда ифодаланган ишчиларнинг ўртача ёши кўрсаткичига эга бўламиз.

1. *Бир нечта хўжаликлар бўйича ўртача ҳосилдорликни ўлчашда шу экин экилган майдоннинг юзаси вазн сифатида хизмат қилиши керак*
2. *Корхоналар бўйича саноат маҳсулотлари ишлаб чиқаришда халқ истеъмоли молларининг ўртача улушини ҳисоблаб чиқамиз. Бу ҳолда битта корхона ишлаб чиқарган маҳсулотнинг умумий ҳажмини вазн сифатида олиниши керак.*

Ўрта қийматнинг ошкормас шаклида ўртачаси ҳисобланаётган кўрсаткичнинг индивидул қийматлари номаълумлигича қолади. Бундай ўртачанинг формуласи қуйидагича:

$$\bar{x}=\frac{\sum y_i}{\sum z_j}$$

Масалан, пахта ҳосилдорлигини ҳисоблашда ҳар бир туп ғўзадан олинган пахта миқдори ёки ҳар бир чаноқдан олинган прахта миқдорини билиш талаб қилинмайди. Бунинг учун бутун майдондан териб олинган пахтанинг оғирлиги ва ана шу майдоннинг юзасини билиш этарлидир.

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0\,. \qquad \frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{c}}{n}=\frac{\bar{x}}{c}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i+c)}{n}=\bar{x}+c \qquad \frac{\sum_{j=1}^{k}x_j\frac{f_j}{c}}{\sum_{j=1}^{k}\frac{f_j}{c}}=\bar{x}$$

Кўрсаткичнинг индивидул қийматларининг ўрта арифметик қийматдан оғиши квадратларининг йиғиндиси ўрта арифметик қиймат ўрнига бошқа сонлар ишлатилган йиғиндидан кичик бўлади:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-a)^2 \to min \Rightarrow a=\bar{x}.$$

ЎРТА ҚИЙМАТНИНГ БОШҚА ШАКЛЛАРИ. ЎРТАЧА КВАДРАТ ҚИЙМАТ.

Агар кўрсаткичнинг индивидуал қийматларини ўрта қиймат билан алмаштириш вақтида дастлабки қийматлар квадратларининг йиғиндисини ўзгармас ҳолда сақлаб қолиш зарур бўлса, бу ўрта қиймат *ўртача квадратик қиймат* (x_{kv}) деб номланади. Унинг формуласи:

$$\bar{x}_{кв}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}}$$

Худди шунингдек, агар масала шартларига кўра кўрсаткичнинг индивидуал қийматларини ўрта қиймат билан алмаштириш вақтида дастлабки қийматлар кубларининг йиғиндисини ўзгармас ҳолда сақлаб қолиш керак бўлса, бу ўрта қиймат *ўртача кубик қиймат* деб номланади. Унинг кўриниши:

$$\bar{x}_{куб}=\sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^3}{n}}$$

ЎРТАЧА ГЕОМЕТРИК ҚИЙМАТ.

$$\bar{x}_{геом.}=\sqrt[n]{x_1\cdot x_2\cdot\ldots\cdot x_n}$$

Ўртача геометрик қиймат асосан, ўртача ўсиш темпларини аниқлашда қўлланилади. Инфляция натижасида товарнинг нархи олдинги йилга нисбатан 2 баравар ошган бўлсин, иккинчи йил эса олдинги йил даражасига нисбатан 3 баравар ошган бўлсин. Кўриниб турибдики, икки йил ичида нархлар 6 баравар ўсган. Йиллик нарх ўсишининг ўртача темпи қанча? Бу ҳолатда арифметик ўртачанинг фойдаси йўқ, сабаби, агарда нархлар йилига

(3+2)/2= 2,5

баравар ошганида, икки йил ичида нархлар 6 баравар эмас, балки

6,5•2,5 = 6,25

баравар ошган бўлар эди. Тўғри жавобни ўртача геометрик қиймат беради: $\sqrt{6} = 2{,}45$ баравар.

Агар масаланинг шартига кўра кўрсаткичнинг сифат жиҳатидан максимал ва минимал қийматларидан тенг узоқлашган қийматини топиш керак бўлса, геометрик ўрта қиймат энг тўғри натижа беради.

☑

Масалан, агар лоторея ютуғининг максимал миқдори 1 000 000 сўмни, минимал миқдори 100 сўмни ташкил эца, қайси миқдорни ўртача деб ҳисоблаш мумкин? Ўртача арифметик қиймат бу жойда фойдасиз, у – 500 050 га тенг, бу эса 1 000 000 сўм сингари катта ютуқ ҳисобланади ва аниқ-ки ўртача ютуқ эмас; бу миқдор сифат жиҳатидан максимал қийматга жуда яқин ва минимал қийматдан эса кескин фарқ қилади. Тўғри жавобни на ўрта квадратик қиймат (707 107 сўм), на ўрта кубик қиймат (793 699 сўм) ва на сал кейин кўриб чиқиладиган ўртача гармоник қиймат (199,98 сўм) бера олади. Сабаби охиргиси минимал миқдорга жуда яқин. Иқтисодий ва мантиқ нуқтаи назаридан тўғри жавобни фақатгина ўртача гометрик қиймат беради: $\sqrt{100 \cdot 1000000} = 10000$ *сўм. Ўн минг – миллион эмас, шу билан бирга юз ҳам эмас. Бу шу иккала сон ўртасидаги қандайдир бир ўрта қиймат.*

Агар масала шартларига кўра ўрта қиймати ҳисобланаётган кўрсаткичнинг индивидуал қийматларига тескари бўлган қийматлари йиғиндиси ўзгармас бўлиб қолиши зарур бўлса, *ўртача гармоник қиймат* ҳисобланади.

Ўртача гармоник қиймат формуласи:

$$\bar{x}_{гарм.} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$$

Шундай қилиб, биз қуйидаги *ўрта қийматларнинг мажорантлик қоидаси* деб аталувчи ифодага эга бўламиз:

$$\bar{x}_{гарм.} \le \bar{x}_{геом.} \le \bar{x}_{ариф.} \le \bar{x}_{квад.} \le \bar{x}_{куб}$$

Ўрта қиймат, мода ва медиана тақсимотнинг марказини ташкил қилади. Уларнинг қийматидан, тақсимотнинг табиати ҳақида хулоса чиқариш мумкин – нормал тақсимот учун: *x*=Me=Mo, ўнг томонли ассиметрияга эга бўлган тақсимот учун: Mo < Me < *x,* чап томонли ассиметрия учун: Mo > Me > x.

Мўтадил ассиметрик тақсимот учун қуйидаги боғлиқлик ўринли: x Мо-модадан кўра Ме- медианага яқинроқ.

Ўрта қийматлар оддий ва вазнли турларга бўлинади. Вазнни топиш алоҳида варианталарнинг реал қийматини акс эттиради. Вазннинг вариацияси қанчалик катта бўлса ҳамда ўрта қиймати ҳисобланаётган кўрсаткич ва вазн орасидаги корреляция қанчалик кучли бўлса, бир хил маълумотлар асосида ҳисобланган, вазнли ўрта қиймат ва оддий ўрта қиймат бир-биридан шунчалик фарқ қилади

Децил, квартил, квинтил каби медиана ва мода ҳам тақсимот қаторининг структуравий хусусиятига киради.

Кўрсаткич қийматларининг ўсиш ёки камайиш тартибида ана шу қийматларнинг ҳар бири неча маротаба учраши кўрсатилган ҳолда тартибланган тақсимоти *вариация қатори* дейилади. Вариация қаторининг ўлчами ва интенсивлиги қуйидаги кўрсаткичлар билан ўлчанади: вариация кенглиги, ўрта қийматдан ўртача чизиқли оғиш (ўртача абсолют оғиш), ўртача квадратик оғиш, дисперсия, вариация коеффиценти.

Агар ўртача квадратик оғишнинг қиймати ўрта қийматнинг ярми ёки ундан катта қисмини ташкил эца, маълумотларни бир жинсли эмас деб қабул қилиш мумкин.

Вариация қатори бўйича олинган ҳисоб-китобларнинг аниқлигини баҳолаш учун дисперсияни қўшиш қоидасини қўллаш мумкин. Умумий дисперсия гуруҳлараро ва гуруҳ ичидаги дисперсияларнинг йиғиндисига тенг. Гуруҳ ичидаги дисперсиянинг қиймати қанчалик кичик бўлса, интервалларнинг ўртаси гуруҳлараро ўрта қийматга қанчалик яқин бўлса, вариация қатори бўйича ҳисоблашлар шунчалик аниқ бўлади ва улар гуруҳлаштирилмаган маълумотлар бўйича ҳисоблашлар натижаларига шунчалик яқин бўлади. Буни, айниқса, дисперсияни ҳисоблаганда эътиборга олиш зарур.

Тақсимот ассиметрияси ва эксцессининг кўрсаткичлари тақсимот хусусиятларини очиб беради: ассиметрия мусбат - $As > 0$ – ўнг томонли ассиметрия, ассиметрия манфий $As < 0$ – чап томонли ассиметрия. Нормал тақсимот учун $-As = 0$. Эксцесснинг мусбат қиймати $(Ex > 0)$ тақсимотнинг қандай даражада тик эканини (бир жинслилигини) кўрсатади, манфий қиймати $(Ex < 0)$ – яссиликни ва маълумотлар ҳар хил манбалардан олинганлигини (бир жинсли эмаслигини) билдиради. Нормал тақсимот учун $Ex = 0$.

Вариация кўрсаткичларини нафақат нормал тақсимот хусусиятлари билан, балки берилган кузатишлар сони учун мумкин бўлган чегаравий қийматлар билан ҳам солиштириш мақсадга мувофиқдир.

Оммавий ҳодисаларнинг вариацияси.

Мажмуадаги бирор бир *кўрсаткич қийматларининг вариацияси* деб бир вақтда ёки вақт оралиғида мажмуанинг турли бирликлари қийматларининг хилма-хил бўлишига айтилади.

Вариациядан фарқли ўлароқ, ҳар хил вақтдаги ёки вақт давридаги битта обектнинг, битта бирликнинг кўрсаткичи қийматларидаги фарқларни *вақт оралиғидаги ўзгаришлар ёки тебранишлар* деб аталади. Уларни ўлчаш ва ўрганиш усуллари вариацияни ўлчаш усулларидан тамомила фарқ қилади.

Мажмуадаги вариациянинг асосий сабаби турли хил бирликлари турлича шароитларда мавжудлигидадир. Ҳаттоки экизаклар ҳам ривожланиш жараёнида бўйи, оғирлиги жиҳатидан фарқ қила бошлайди. Танлаган мутахассислиги, маълумоти, даромади, болаларининг сони каби хусусиятларидаги фарқларни айтиб ўтмаса ҳам бўлади. Дўкон, ишлаб чиқариш корхоналари орасидаги фарқларга эса олдинги мисолдагидан ҳам кўпроқ омиллар таъсир кўрсатади.

Алоҳида ижтимоий кўрсаткичларнинг қонуний жиҳатдан мустаҳкамланган норматив қийматларидан ташқари, барча табиат ва жамият ҳодисаларида вариация мавжуд: “Компания директорлар кенгаши аъзоларининг сони” кўрсаткичи вариацияланмайди, чунки бу кўрсаткич компания норматив ҳужжатларида акс эттирилган. Вариацияланмайдиган кўрсаткичлар статистикада унчалик қизиқиш уйғотмайди. *Статистиканинг ўрганиш предмети вариация ҳисобланади*. Статистиканинг кўпчилик усуллари – бу ёки вариацияни ўлчаш усули, ёки ундан абстракцияланиш усулидан иборатдир.

Шубхасиз, вариация оммавий ҳодисаларнинг мавжуд бўлиши ва ривожланиши учун зарурий шартдир.

☑

Масалан,

- *Ўсимлик ва ҳайвонларнинг ота-она организмидаги геномлар (генлар мажмуаси) вариацияси наслнинг яшаш қобилиятини таъминлайди.*
- *Яқин қариндошлар орасидаги никоҳ, ёки ота-она геномларининг кичик вариацияси тўлақонли бўлмаган наслга олиб келади.*

- *Бошқа турлардан чангланиш кўпчилик ўсимликлар учун мева қилишнинг зарурий шартларидан бири ҳисобланади.*

Гибридизация, яъни қариндошлиги йўқ ва маълум даражада хусусиятларида кучли вариацияга эга бўлган қишлоқ хўжалиги ўсимликлари ва ҳайвонларидан насл олиш – ўсимликлар ҳосилдорлигини ва қорамол маҳсулдорлигини ошириш йўлларидан бири ҳисобланади. Шу билан бирга, бир-биридан жуда кескин фарқ қиладиган организмлардан (ҳар хил уруғ, тур ва оила) насл олиш мумкин эмас, масалан, мушук ва итдан. Генотипларнинг кескин вариацияланиши тараққиётга тўсқинлик қилади. Саноат ишлаб чиқаришда, айниқса унинг оммавий турида, станок, автомашина, телевизор йиғиладиган деталларнинг ҳучусиятлари ва ўлчамлари вариацияси қатъий чегараланган стандартлар асосида олиб борилиши лозим. Бундай ҳолларда маҳсулот сифат кўрсаткичлари талабларига жавоб бериши учун бир хил деталлардаги вариация иложи борича кичкина бўлгани яхши.

Шуни айтиш мумкинки, табиатда бўлганидек, жамият ҳаётида ҳам ҳар бир оммавий мажмуага, ҳар бир оммавий жараёнга унинг оптимал даражада давом этишини таъминлайдиган улар элементларининг ўзига ҳос вариацияси мавжуддир.

Корхона бошлиғи, менеджер, илмий ходим вариацияни бошқариши ва уни ўрганиши учун статистика томонидан вариация ўлчанадиган, унинг ўзига ҳос хусусиятларини аниқланадиган тегишли усуллар, кўрсаткичлар тизими ишлаб чиқилган.

Назорат саволлари:

1. Кузатув объекти нима?
2. Кузатув бирлиги нима?
3. Кузатув дастури нимани англатади?
4. Кузатув дастурининг қандай тамойилларини биласиз? Уларни келтириб ўтинг.
5. Кузатув хатолари қандай бўлади?
6. Статистик кўрсаткич нима?
7. Статистик кўрсаткичнинг атрибутлари нималардан иборат?
8. Статистик кўрсаткич қайси жиҳатига кўра таснифланади?
9. Абсолют статистик кўрсаткичга таъриф беринг.
10. Нисбий статистик кўрсаткичга таъриф беринг.
11. Нисбий статистик кўрсаткичнинг қандай турларини биласиз?
12. Вариацияга таъриф беринг.
13. Ўрта қийматга таъриф беринг.
14. Ўрта қийматнинг ўзига хослиги нимада намоён бўлади?
15. Ўрта қийматнинг қандай турларини биласиз?
16. Ўрта қийматни ҳисоблашда қандай нималар талаб қилинади?
17. Ўртача қиймат қачон ва қандай ҳолатда ишлатилади? Ҳар бир ҳолат учун мисол келтиринг.
18. Ўртача қийматнинг асосий хусусиятларини санаб ўтинг.
19. Мода ва медианага таъриф беринг.
20. Нотекис тақсимот нима?
21. Нотекис нормал тақсимотнинг қандай хусусиятлари бор?
22. Вариациянинг турли системалардаги роли ҳақида маълумот беринг.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007, Cambridge university press, ISBN-13: 978-0521880688.

2. G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis, Publisher Harvard University press, 2003, p. 259

3. R. L. Burden and J. D. Faires, Numerical Analysis, Ninth Edition, Brooks/Cole publisher, Cengage Learning, Canada, 2011, ISBN-13: 978-0-538-73351-9

4. L. R. Scott, Numerical Analysis, Princeton University Press, 2011, p.323

2-мавзу: МИҚДОРИЙ БЎЛМАГАН ЎЗГАРУВЧИЛАРНИНГ СТАТИСТИК ТАҲЛИЛИ.

РЕЖА:

2.1. Миқдорий бўлмаган ўзгарувчиларнинг статистик таҳлили.

2.2. Ўзаро боғлиқлик жадвали m x p орқали боғлиқликни ўлчаш.

2.3. Статистик мезонлар.

2.4. Боғлиқликнинг назарий-информациявий ўлчовлари. Тақсимотнинг тўла энтропияси.

Таянч иборалар: *контингенсия коэффициенти, ассоциация коэффициенти, пропорционал сонлар, ўзаро боғлиқлик коеффицентлари, ўртача квадратик боғлиқлик кўрсаткичи.*

2.1. Миқдорий бўлмаган ўзгарувчиларнинг статистик таҳлили.[6]

Дихотомик – ҳар бири иккитадан қиймат қабул қиладиган белгилар. Икки дихотомик ўзгарувчилар орасидаги боғланишни ўлчаш учун маълумотлар *2х2 жадвал кўринишида тақдим этилади.* Уни яна тўрт майдонли жадвал деб ҳам аташади.

Масалан, ўрганилаётган соҳада ишлаш муддати (иш стажи) ҳамда маоши даражаси ўрганилмоқда (1-жадвал). 1-жадвалда 100 ишчининг иш стажи ва оладиган маоши ҳақида маълумот келтирилган.

1-жадвал

Иш стажи	Оладиган маошининг миқдори		Жами
	юқори	кам	
юқори (15 йилдан ортиқ)	40	10	50
кам (15 йилдан кам)	20	30	50
Ж а м и	60	40	100

[6] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007. 609-639 p.
G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis, Publisher Harvard University press, 2003. 246-252 p.

Равшанки, бу ўзгаришлар ўзаро боғлиқ: иш стажи юқори бўлган (паст) ва юқори (кам) маош оладиган, тўрт категория бўйича ишчиларнинг учраши бир хил эҳтимолликка эга эмас. Иш стажи юқори бўлган ишчилар орасида иш стажи кам бўлган ишчилар билан солиштирганда юқори маош оладиган ишчиларни учратиш эҳтимоли кўпроқ. Бундай жадваллар учун боғлиқлик даражасини ўлчашнинг ўзига ҳос усуллари ишлаб чиқилган. Булар ассоциация коэффициенти ва контингенсия коэффициентидир.

Ассоциация коэффициенти инглиз статистиги Дж. Э. Юл (1871-1951) томонидан таклиф қилинган бўлиб, лотин алифбосининг Q ҳарфи билан белгиланади:

$$Q = \frac{n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}}{n_{11}n_{22} + n_{12}n_{21}}$$

2x2 боғланишли маълумотларнинг умумий кўриниши 6.2-жадвалда келтирилганган.

Бу ерда,

n_{11} – x_1 ва y_1 қийматларга эга бўлган бирликлар сони;

n_{22} – x_2 ва y_2 қийматларга эга бўлган бирликлар сони;

n_{12} – x_1 ва y_2 қийматларга эга бўлган бирликлар сони;

n_{21} – x_2 ва y_1 қийматларга эга бўлган бирликлар сони.

2-жадвал

Иш стажи	Оладиган маошининг миқдори		Жами
	y_1	y_2	
юқори (15 йилдан ортиқ)	n_{11}	n_{12}	$n_{11}+n_{12}$
кам (15 йилдан кам)	n_{21}	n_{22}	$n_{21}+n_{22}$
Ж а м и	$n_{11}+n_{21}$	$n_{12}+n_{22}$	$n_{11}+n_{12}+n_{21}+n_{22}$

			$=n_{11}+n_{22}+n_{12}+n_{22}$

Q ассоциация коэффициент [-1;1] кесмадаги қийматларни қабул қилади: 0 − боғланиш йўқ, ±1 − тўлиқ (ёки функционал) боғланиш. 1-жадвалдаги маълумотлар асосида *Q* нинг қийматини ҳисоблаб чиқамиз:

$$Q = \frac{40 \cdot 30 - 20 \cdot 10}{40 \cdot 30 + 20 \cdot 10} = \frac{1000}{1400} = 0{,}714$$

Яъни ўрганилаётган ходисалар орасидаги боғланиш этарлича катта, лекин жуда кучли эмас.

Иш стажи ва маош орасидаги боғланиш йўқ бўлганида 1-жадвалнинг ҳар бир катагида 25 тадан одам бўлар эди:

3-жадвал

Иш стажи	Оладиган маошининг миқдори		Жами
	юқори	кам	
юқори (15 йилдан ортиқ)	25	25	50
кам (15 йилдан кам)	25	25	50
Ж а м и	50	50	100

ва *Q* қуйидаги қийматга тенг бўлар эди:

$$Q = \frac{25 \cdot 25 - 25 \cdot 25}{25 \cdot 25 + 25 \cdot 25} = \frac{0}{1250} = 0$$

Боғлиқликнинг Юл ўлчови *бир-бирига мос келадиган* (*гомоген*) ва *бир-бирига мос келмайдиган* (*гетероген*) жуфтликларнинг пайдо бўлиш эҳтимолликларини солиштиришга асосланган. Бизнинг мисолимизда, *бир-бирига мос келадиган* (гомоген) жуфтликлар: *“юқори стаж – юқори маош”, “кам стаж – кам маош”*; *бир-бирига мос келмайдиган (*гетероген*)* жуфтликлар: *“паст стаж – юқори маош”, “юқори стаж – кам маош”.*

Агар 2x2 жадвалнинг камида битта катагида нол турган бўлса, ассоциация коэффициенти «±1» қийматига эга бўлади (4- ва 5-жадвалларга қаранг).

4- жадвал учун: боғлиқлик тўлиқ бўлган ҳолат, *Q* = -1.

Боғлиқлик тўлиқ бўлган ҳол

4-жадвал

Иш стажи	Оладиган маошининг миқдори		Жами
	юқори	кам	
юқори (15 йилдан ортиқ)	0	50	50
кам (15 йилдан кам)	50	0	50
Ж а м и	50	50	100

Боғлиқлик тўлиқ бўлмаган ҳол.

5-жадвал

Иш стажи	Оладиган маошининг миқдори		Жами
	юқори	кам	
юқори (15 йилдан ортиқ)	25	0	25
кам (15 йилдан кам)	30	45	75
Ж а м и	55	45	100

5- жадвал учун: $Q = 1$, лекин *x* ва *й* орасидаги боғлиқлик, умуман олганда, тўлиқ эмас.

Ассоциация коэффициентининг бу хусусияти унинг аҳамиятини пасайтиради ва бу турдаги боғлиқликни ўлчаш натижаларини интерпретация қилишда эҳтиёт бўлиш зарурлигини кўрсатади.

Боғлиқликни ўлчашнинг ишончлироқ йўли – бу *контингенсия коэффициентини* ҳисоблашдир. у F(“fi”) ёки $\boldsymbol{K}_{\text{контингенсия}}$ каби белгиланади:

$$\Phi = \frac{n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}}{\sqrt{(n_{11}+n_{12})(n_{22}+n_{21})(n_{11}+n_{21})(n_{12}+n_{22})}} =$$

$$= \frac{n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}}{\sqrt{n_{.1}\cdot n_{.2}\cdot n_{1.}\cdot n_{2.}}}.$$

Бу ерда $n_{.1}$ ва $n_{.2}$ – жадвалнинг сатрлари бўйича йиғиндини;

$n_{1.}$ ва $n_{2.}$ – жадвалнинг устунлари бўйича йиғиндини билдиради.

4 - жадвалдаги тўлиқ боғлиқлик бўлган ҳолатида Q=-1 эди.

$$\varPhi = \frac{0 \cdot 0 - 50 \cdot 50}{\sqrt{(0+50)(50+0)(0+50)(50+0)}} =$$

$$= \frac{-2500}{\sqrt{6\,250\,000}} = \frac{-2500}{2500} = -1$$

Демак, тўлиқ боғлиқлик бўлган ҳолда контингенсия коэффициентининг қиймати ҳам F=-1 экан.

5 - жадвалдаги тўлиқ боғлиқлик бўлмаган ҳолатда ҳам Q=1 эди.

$$\varPhi = \frac{25 \cdot 45 - 30 \cdot 0}{\sqrt{(25+0)(30+0)(25+30)(0+45)}} =$$

$$= \frac{1125}{\sqrt{4\,639\,716}} = \frac{1125}{2154} = 0{,}52,$$

яъни боғлиқлик даражаси ўртача.

1 - жадвалдаги маълумотлар учун ассоциация коэффициенти *Q ~ 0,714, контингенсия коэффициенти эса*

$$\varPhi = \frac{40 \cdot 30 - 20 \cdot 10}{\sqrt{(40+10)(20+30)(40+20)(10+30)}} =$$

$$= \frac{1000}{\sqrt{6\ 000\ 000}} = \frac{1000}{2449{,}49} \approx 0{,}408$$

Кўриб турганимиздек, ассоциация коэффициенти ва контингенция коэффициентининг қийматлари орасидаги фарқ анча сезиларли. Контингенция коэффициентининг қиймати бўйича боғлиқлик даражаси ўртачадан пастга яқин. Яъни, *F* нинг қиймати *Q* нинг қийматига нисбатан анча пастроқ.

Келтирилган мисоллар дихотомик ўзгарувчанлар орасидаги боғлиқликни ўлчашда контингенция коэффициенти ишончлироқ эканлигини тасдиқлайди. *F* нинг формуласи К.Пирсоннинг икки ўзгарувчи учун корреляция коэффициенти (r) формуласи асосида олинган. Шундай экан, контингенсия коэффициентининг хусусиятлари корреляция коэффициентининг хусусиятлари билан бир хил: агар суратдаги иккала кўпайтма ҳам ўзаро тенглашса (бунинг эҳтимоллиги жуда паст) контингенсия коэффициенти нолга тенг бўлади; гомоген бирикмалар мавжуд бўлмаса, контингенсия коэффициенти -1 га тенг бўлади: n_{11}=0 ва n_{22}=0, яъни мослик йўқ.

Масаланинг муҳим хусусий ҳоли – иккита белгиларнинг алтернатив ўзгариши орасидаги боғлиқликни ўлчашдан иборат. Бунда улардан бири сабаб, иккинчиси оқибат хусусиятига эга.

Масалан, социологик тадқиқот жараёнида шаҳарнинг 1000 та аҳолисига иккита савол қўйилган:

1. Сиз даромадларингиз асосий эҳтиёжларингизни қондиради деб ҳисоблайсизми?

2. Шаҳар ҳокимининг фаолияти сизни қониқтирадими?

2-саволга салбий жавоб беришнинг асосий сабаби аҳоли орасида даромадлар асосий эҳтиёжларни қондирилмаслигидан норозилик мавжудлигида, яъни иккала жавоб ўртасида боғлиқлик бор, деб тахмин қилиш мумкин. Шу боғлиқликни ўлчаш учун жавобларнинг икки ўлчовли 2х2 (дихотомик) тақсимоти тузилади. У қуйидаги жадвалда келтирилган:

6-жадвал

Биринчи саволга жавоблар	Иккинчи саволга жавоблар		Жами
	ҳа (*a*)	йўқ (b)	
ҳа (А)	170	80	ΣА=250
йўқ (В)	230	520	ΣВ=750
Ж а м и	Σ*a*=400	Σ*b*=600	n=1000

Агар биринчи саволга “ҳа” деб жавоб берганлар, иккинчи саволга ҳам “ҳа” деб жавоб берганларида ва “йўқ” жавоби ҳам шу тарзда мос келса, боғланиш жуда кучли ёки функционал бўлар эди. Лекин, амалда иккита саволга жавоблар бундай тақсимоти бу қадар мос келмайди. Биринчи саволга “ҳа” деб жавоб берганларнинг аксарияти иккинчи саволга ҳам “ҳа” деб жавоб беришган, аммо уларнинг айримлари “йўқ” деб жавоб берганлар. Иккинчи саволга “ҳа” деб жавоб берганлар ҳам худди шу каби иш тутганлар. Боғлиқлик мавжуд, лекин тўлиқ эмас, корреляцион боғлиқлик каби, бу боғлиқликнинг кучини аниқлаш лозим.

Боғлиқлик даражасини кўрсаткичи сифатида гомоген мосликлар йиғиндиси ва уларнинг пропорционал йиғиндиси айирмасининг мумкин бўлган энг катта айирмага нисбатини таклиф этиш мумкин.

Бунинг учун аввал Aa ва Bb гомоген мосликларнинг *пропорционал сонларини* ҳисоблаш зарур. *Пропорционал сонлар* – бу икки белги, хусусият (икки саволга жавоб) бўйича гуруҳланганда ҳеч қандай ўзаро боғлиқлик бўлмаган ҳолатда олиниши мумкин бўлган сонларнинг мажмуанинг умумий сони n даги улуши, яъни

$$Aa' = \frac{\sum A \sum a}{n} \qquad Bb' = \frac{\sum B \sum b}{n}.$$

☑

6-жадвалдаги маълумотлар учун пропорционал сонларни аниқлаймиз:

6-жадвал

Биринчи саволга жавоблар	Иккинчи саволга жавоблар		Жами
	ҳа (*a*)	йўқ (b)	
ҳа (A)	170	80	ΣA=250
йўқ (B)	230	520	ΣB=750
Ж а м и	Σ*a*=400	Σ*b*=600	n=1000

$$Aa' = \frac{250 \cdot 400}{1000} = 100 \qquad Bb' = \frac{750 \cdot 600}{1000} = 450$$

Агар боғлиқлик йўқ бўлганида жадвалнинг биринчи диагоналидаги йиғинди мажмуанинг

Aa’+Bb’=100 + 450 = 550

та бирлигига тенг бўлган бўлар эди. Аслида эса:

Aa+Bb=170 + 520 = 690.

Жавоблар орасида тўғри боғлиқлик мавжудлиги сабабли ҳосил бўлган орттирма

690 - 550 = 140

га тенг бўлади. Агар Ab ва Ba каби гетероген (мос бўлмаган) жуфтликлар йўқ бўлган тақдирда мумкин бўлган энг катта (максимал) орттирма пайдо бўлган бўлар эди. Унинг қиймати

$$140 + 80 + 230 = 450$$

ни ташкил этади. Боғлиқлик даражасининг кўрсаткичи ҳақиқий орттирманинг максимал орттирмага нисбатига тенг:

$$140 / 450 = 0{,}311.$$

Кўриб турганимиздек, бу кўрсаткич ассоциация коэффициентига яқин, лекин унинг жуда мантиқий ва аниқ интерпретацияга эга: боғлиқлик даражаси мумкин бўлган максимал даражанинг 0,311 ёки 31,1% ини ташкил этади.

Бу кўрсаткич – корреляция коэффициентининг эмас, балки детерминация коэффициентининг аналоги ҳисобланади. Шунинг учун уни R^2 ёки η^2 каби белгилаш тўғри бўлади:

$$\eta^2 = \frac{Aa + Bb - |Aa' + Bb'|}{n - (Aa + Bb)}, \qquad (6.2)$$

бу ерда $Aa' = \frac{\sum A \sum a}{n}$, $Bb' = \frac{\sum B \sum b}{n}$.

Охирги ифодаларни (6.2) га қўйиб, қуйидаги формулаларни ҳосил қиламиз:

$$\eta^2 = \frac{Aa + Bb - \frac{\sum A \sum a + \sum B \sum b}{n}}{n - \frac{\sum A \sum a + \sum B \sum b}{n}} =$$

$$= \frac{n(Aa + Bb) - (\sum A \sum a + \sum B \sum b)}{n^2 - (\sum A \sum a + \sum B \sum b)}.$$

Боғлиқликнинг бу кўрсаткичи М.Й.Узбашев томонидан “О новом показатели тесноты связи описательных признаков” мақоласида[7] таклиф этилган.

---

[7] // Вестник статистики. - 1986. - № 3. - с. 65-66.

2.2. Ўзаро боғлиқлик жадвали *m* x *p* орқали боғлиқликни ўлчаш.[8]

mxp ўлчовли жадваллар учун, биринчи навбатда, *ўзаро боғлиқлик коеффицентлари* ишлатилади. Бу гуруҳ кўрсаткичларига К.Пирсон, А.Чупров, Г.Крамернинг ўзаро боғлиқлик коэффициентлари киради. Бу ўлчовларнинг барчаси хи-квадрат критерийсига асосланган. Боғлиқликларнинг барча статистик ўлчовлари каби, ўзаро боғлиқлик коэффициенти [-1,1] интервалидаги қийматларни қабул қилади. Коэффициентнинг нолга тенглиги боғлиқликнинг йўқлигини, бирга тенглиги эса тўлиқ боғлиқликни билдиради.

Ўзаро боғлиқлик жадвали асосида боғланишнинг қай даражада кучли эканлиги ҳақида дастлабки хулосани олиш мумкин: агар асосий диагонал катакларидаги частоталар бошқа катаклардаги частоталардан катта бўлса – боғланиш кучли ҳисобланади. Бу диагонал жадвалнинг чап юқори бурчагидан ўнг паст бурчаги томон ёки чап паст бурчакдан ўнг юқори бурчагига томон бўлиши мумкин.

Нормал тақсимланган кўрсаткичлар учун К. Пирсон қуйидаги мосликни аниқлаган:

$$\varphi^2 = \frac{r^2}{1-r^2}$$

бунда

$$\varphi^2 = \frac{\chi^2}{n}$$

r – жуфтлик (чизиқли) корреляция коэффициенти.

Бундан ўзаро боғланиш жадвали учун боғлиқлик ўлчови учун қуйидаги ифодаларни ҳосил қилиш мумкин:

$$r = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1-\varphi^2}}$$

[8] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007. 609-639 p.
G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis, Publisher Harvard University press, 2003. 246-252 p.

Бу ўлчовни *R* ҳарфи билан белгилаб, ўзаро боғлиқликнинг К.Пирсон коэффициентини ҳосил қиламиз:

$$P = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1-\varphi^2}}$$

$$\varphi^2 = \sum_i \sum_j \frac{n_{ij}^2}{n_i n_j} - 1$$

бунда i – x, i=1 ... *t*, хусусият бўйича категориянинг номери*;*

j – u, j=1…r, хусусият бўйича категориянинг номери.

$$0 \le P \le 1.$$

☑

Ўзаро боғлиқлик коэффициентини ҳисоблашга доир мисол кўриб чиқамиз. Германия Федератив Республикаси (ГФР) да туғилган болаларнинг отаси ва онасининг дини рўйхатга олинади. Бу маълумотлар ГФР нинг йиллик статистика тўпламида чоп этилади.

Фуқаролар диний мансублигига қараб 5 гуруҳга бўлинган:

- *инжиллар (протестантлар);*
- *рим-католиклари;*
- *қолган христианлар (православлар ҳам шулар жумласидан);*
- *бошқа динлар (мусулмонлар ҳам шулар жумласидан);*
- *атеистлар ёки динини кўрсатмаганлар.*

7-жадвал

Отасининг дини	Онасининг дини					Жами
	инжиллар	рим-католиклари	бошқа христианлар	бошқа динлар	ўз диний эътиқодини кўрсатмаганлар ва атеистлар	
инжиллар	146,1	57,6	1,1	0,5	8,8	214,1
рим-католиклари	57,3	195,9	1,1	0,7	5,2	260,2
бошқа христианлар	1,3	1,4	10,5	0,1	0,3	13,6
бошқа динлар	1,8	2	0,1	62,8	1,1	67,8

ўз диний эътиқодини кўрсатмаганлар ва атеистлар	29,1	16,1	0,7	0,8	77,7	124,4
Жами	235,6	273		64,9	93,1	680,1

7 жадвалда 5x5 матрицадан иборат сонлар келтирилган. Матрицанинг бирорта катаги ҳам бўш эмас. Бу турли динларга оид фуқаролар орасидаги никоҳлар ҳам мавжуд эканини билдиради. Шу билан бирга кўрсаткичлар кўп қисми“бош диагонал” бўйлаб жойлашган, яъни ота ҳам, она ҳам бир динга мансуб бўлган никоҳлар маълумотларнинг кўп қисмини ташкил этади. Бу ҳолат “бошқа динлар” – мусулмонлар, яхудийлар, буддавийлар, индуистлар - орасида кўп учрайди. Уларнинг орасида 92,6% ҳолатда икки ота-она ҳам бир динга мансуб. Инжиллар орасида эса фақат 68,2% ота—оналар бир динга мансуб ҳисобланади.

☑

Аксарият ҳолларда бир хил динга мансуб бўлган шахслар орасида никоҳ қурилади, деган гипотеза мавжуд.

Бу гипотезага мос n_{ij} *частоталар жадвалнинг бош диагонали бўйлаб жойлашган (чап юқори бурчакдан пастки ўнг бурчакка томон). Уларнинг диагоналда ётмаган частоталардан кўплиги кўриниб турибди*

$$\chi^2_{факт.} = 1453$$

хи-квадрат критерийнинг бу қиймати 5% ли аҳамиятлилик даражасидаги, 1% лик аҳамиятлилик даражасидаги критик қийматларидан ҳам катта:

$$\chi^2(\alpha, df) = \chi^2(0{,}05;16) = 26{,}3$$

$$\chi^2(\alpha, df) = \chi^2(0{,}01;16) = 32{,}0$$

Шундай экан, ота ва онанинг бир динга мансуб бўлиши тасодифий ҳол эмас. Энди бу боғлиқликнинг даражасини Пирсоннинг ўзаро боғлиқлик коэффициенти ёрдамида ўлчаб кўрамиз:

$$\varphi^2 = \frac{146{,}1^2}{214{,}1 \cdot 235{,}6} + \frac{57{,}6^2}{214{,}1 \cdot 273} + \ldots + \frac{77{,}7^2}{124{,}4 \cdot 93{,}1} - 1 =$$
$$= 2{,}1364$$
$$P = \sqrt{\frac{2{,}1364}{3{,}1364}} = 0{,}825$$

Демак, боғлиқлик ҳақиқатан ҳам кучли.

Пирсон коэффициентининг камчилиги шундан иборатки, у белгилар тўлиқ боғлиқ бўлган ҳолда ҳам бирга тенг бўлмайди, фақат гуруҳларнинг сони кўпайганидагина бирга интилади. Шунинг учун Пирсон коэффициентига ўзгартиришлар киритиш (корректировка қилиш) лозим. Бунинг учун уни мумкин бўлган максимал қийматга бўламиз. Мумкин бўлган максимал қийматни ҳосил қилиш учун (6.5) да қуйидаги алмаштиришни бажарамиз:

$$n_{ij} = n_{i.} = n_{.j}$$

Ўзаро боғлиқлик жадвали (8-жадвал) сонлари m нинг турли категориялари учун мумкин бўлган максимал қиймат P_{max} ни ҳисоблаймиз:

Пирсон коэффициентининг мумкин бўлган максимал қийматлари жадвали.

m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0,707	0,816	0,866	0,894	0,913	0,926	0,935	0,943	0,949

Жадвалдан ҳам Пирсон коэффициенти R нинг қиймати гуруҳлар сони m ортиши билан бирга яқинлашиши кўриниб турибди. 7-жадвалдаги маълумотларга асосан гуруҳлар сони 5 та, яъни m=5 бўлганида Пирсоннинг тузатилган кўрсаткичи

$$P_{корр.} = 0{,}8253 : 0{,}894 = 0{,}923$$

га тенг бўлади.

P коэффициентнинг катталиги ўзгарувчиларнинг категориясига, яъни жадвалдаги устун ва сатрлар сонига боғлиқ. Унинг қиймати сатр ва устунларнинг тартибига боғлиқ эмас, балки фақат ана шу устун ва *сатрлардаги катакларда турган частоталарнинг қийматларигагина боғлиқ.*

К. Пирсон коэффициентидан ҳам мукаммалроқ боғлиқлик ўлчови А.А. Чупров томонидан таклиф этилган. У барча нолга тенг частоталар жадвалнинг диагоналларида жойлашгандаги тўлиқ боғлиқлик ҳолатини кўриб чиққан. Бунда *x* нинг ҳар бир қийматига *y* нинг аниқ қиймати мос келади. А.Чупров сатрлар сони устунлар сонига тенг, яъни *mxm* матрица учун тўлиқ боғлиқлик ҳолатида *ўртача квадратик боғлиқлик кўрсаткичи* қуйидаги формула ёрдамида ифодаланишини топган:

$$\varphi^2 = m - 1 \tag{6. 6}$$

Агар ўзаро боғлиқлик коэффициенти формуласи (6.4) га φ^2 нинг бу ифодасини қўйсак, максимал қиймат Р нинг максимал қиймати учун қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$P_{\max} = \sqrt{\frac{m-1}{m}} \tag{6.7}$$

(6.7) формуладан кўриниб турибдики, боғланиш тўлиқ бўлган ҳолда *txt* квадрат жадваллар учун Пирсон ўзаро боғлиқлик коэффициентининг максимал қиймати, *x* ва *й* бўйича ажратилган категориялар сонигагина боғлиқ экан.

Умумий ҳолда – қаторлар сони устунлар сонига тенг бўлмаганида – $t \neq r$, Чупров $j^2 = t - 1$ ифодани берилган ўзаро боғлиқлик жадвали учун эркинлик даражаларидан квадрат илдиз билан алмаштиришни таклиф этган, яъни

$$\varphi^2 = \sqrt{d.f.} = \sqrt{(m-1)(p-1)} \tag{6.8}$$

У ҳолда Пирсоннинг боғлиқлик ўлчови *Чупровнинг ўзаро боғлиқлик коэффициентига айланади:*

$$T = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(m-1)(p-1)}}} = \sqrt{\frac{\frac{\chi^2}{n}}{((m-1)(p-1))^{1/2}}} \tag{6.9}$$

0< *T*< 1;

хусусиятлар ўзаро мос бўлмаган ҳолда Т= 0, φ^2=0;

хусусиятлар тўлиқ мослигида Т= 1, $\varphi^2 = m - 1$.

Ўз моҳиятига кўра боғлиқликнинг Чупров ўлчови ҳақиқий ўртача квдратик ўзаро боғлиқлик φ^2 нинг билан максимал бўлиш мумкин бўлган қиймат $\varphi^2_{\max}$ билан солиштиришга асосланган. 8-жадвалдаги маълумотларга кўра

$$T = \sqrt{\frac{2{,}1364}{\left[(5-1)(5-1)\right]^{1/2}}} = 0{,}731$$

Чупровнинг ўзаро боғлиқлик коэффициентининг квадрати (T^2) детерминация коэффициентининг маъносини беради. 8-жадвал учун $T^2 \sim 0{,}534$, яъни ҳақиқий боғлиқлик ота ва она диний мансублилиги тўлиқ боғлиқлигининг 53,4% ини ташкил этади. (1-T^2) қиймат тўлиқ боғлиқликдан четланишни билдиради. Бу мисол учун унинг қиймати 47% га тенг. 2x2 жадвал учун Чупровнинг ўзаро боғлиқлик коэффициенти контингенция коэффициенти билан устма - уст тушади.

Чупровнинг ўзаро боғлиқлик коэффициенти бирга тенг бўлган максимал қийматга фақатгина квадрат жадвал (m=p) ҳолатдагина эришиши мумкин. Жадвалда сатрлар сони устунлар сонидан қанчалик фарқ қилса, хусусиятлар ўзаро тўлиқ боғлиқлигида Т бирдан шунчалик фарқ қилади.

Квадрат бўлмаган жадваллар, $m \neq r$ учун, 1946 йилда швед матеметиги ва статистики Г.Крамер ўзаро боғлиқлик коэффициенти формуласида сатр ва устунлар сонининг минимал қийматини ҳисобга олишни таклиф этган. Г.Крамернинг ўзаро боғлиқлик коэффициентининг кўриниши қуйидагича:

$$V = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\min\{m-1, p-1\}}}$$

Табиийки, квадрат жадваллар Чупров ва Крамернинг ўзаро боғлиқлик коэффициентлари ўзаро тенг: агар $t = r$ бўлса, $T = V$. Бу ҳол кўриб чиқилган мисолга мос, яъни 8- жадвал учун $m = r = 5$.

Одатда А.А.Чупровнинг кўрсаткичи боғлиқликнинг кучини К.Пирсоннинг 1 га жуда тез яқинлашадиган кўрсаткичидан қатъийроқ баҳолайди.

Аввал иккита гуруҳ учун таклиф этилган усул ва формулаларни гуруҳлар сони ихтиёрий бўлган ҳол учун ривожлантириб, частоталарни белгилашни ҳисобга олиб, қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$\eta^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_{ij}(i=j) - \sum_{i=1}^{k} f_{ij}^{'}(i=j)}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} f_{ij} - \sum_{i=1}^{k} f_{ij}^{'}(i=j)}$$

Бу ерда

$$f_{ij}^{'}(i=j) = \frac{f_i f_j (i=j)}{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} f_{ij}}$$

яъни хусусиятларда мослик бўлмаган ҳолда бош диагоналдаги частоталарнинг $f_{ij}^{'}$ қийматларидан фойдаланиб ўхшаш формулага эга бўламиз:

$$\eta^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k_1}\sum_{j=1}^{k_2} f_{ij}\right)\sum_{j=1}^{k} f_{ij}(i=j) - \sum_{i=1}^{k} f_i f_j (i=j)}{\left(\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} f_{ij}\right)^2 - \sum_{i=1}^{k} f_i f_j (i=j)}$$

бунда

$$f_{ij}^{'}(i=j) = \frac{\sum f_i \cdot \sum f_j (i=k)}{\sum_{i=1}^{k_1}\sum_{j=1}^{k_2} f_{ij}}$$

$f_{ij}^{'}(i=j)$ - бу боғлиқлик йўқ бўлган пайтда частоталар тенг бўлиши керак бўлган қийматлар бўлиб, жадвалнинг бош диагоналидаги катакларга жойлашган.

Ўзаро боғлиқлик коэффициенти – бу боғлиқликнинг симметрик ўлчовидир, яъни $T_{йх}$ = $T_{хй}$. Уларнинг барчаси ўзаро боғлиқлик мавжудлиги хи-квадрат критерий асосида исботланганидан сўнггина боғлиқликнинг қай даражада кучли эканини ўлчаш учун ишлатилатилади.

2.4. Боғлиқликнинг назарий-информациявий ўлчовлари. тақсимотнинг тўла энтропияси.[9]

Аввал кўриб чиққан ўзаро боғлиқлик коэффициентлари хи-квадрат критерийсига асосланади. Демак, улардан хи-квадратни қўллашнинг барча шартлари бажарилганидагина фойдаланиш мумкин: кузатувлар (танланма) ҳажмининг катта бўлиши, ўзаро мослик жадвалида катаклар ва устунлар сонининг этарлича кўп бўлиши, назарий частота 5 бирликдан кам бўлмаслиги: $\eta_{ij} \geq 5$. *Агар бу шартлар бажарилмаса, ўзаро боғлиқлик коэффициенти нолга тенглиги ҳам хусусиятларнинг ўзаро боғлиқ эмаслигини билдирмаслиги мумкин.*

Маълумот миқдорига асосланган боғлиқликнинг назарий-информациявий ўлчови учун эса юқоридаги чеклашларнинг аҳамияти йўқ. Маълумот миқдорини I*(y,x) каби белгилаймиз.* Шу мақсадда *(x* ўзгарувчи ҳақидаги маълумот ҳисобга олинмаган ҳолда) y ўзгарувчи тақсимотидаги аниқмасликлар баҳоланади, яъни y ўзгарувчи тақсимотининг тўла энтропияси ҳисобланади:

$$H(y) = -\sum_{(j)} p(y_j)\log_2 p(y_j)$$

бунда $j - y$ ўзгарувчидаги категориялар сони,

$r(y_j)$ – й ўзгарувчининг *j*-қиймати пайдо бўлишининг эҳтимоли.

Ҳисоблашни энгиллаштириш мақсадида $p(y_j) log_2 p(y_j)$ *кўпайтманинг* қийматлари жадваллаштирилган (илованинг * жадвали). Тақсимотнинг тўла энтропияси *шарциз* тақсимот асосида ҳисобланади. Сўнгра *x* нинг фиксирланган қийматидаги y тақсимот аниқмаслиги, яъни *y* тақсимотнинг шартли энтропияси ҳисобланади:

$$H_{x_i}(y) = -\sum_{(i)} p_{x_i}(y_i)\log_2 p_{x_i}(y_j)$$

бунда

[9] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007. 609-639 p.
G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis, Publisher Harvard University press, 2003. 246-252 p.

$$p_{x_i}(y_j) = \frac{n_{ij}}{n_i}.$$

x ўзгарувчининг і-қийматидаги *y* тақсимотининг энтропиясини билдиради. Умумий ҳолда шартли энтропия қуйидагича аниқланади:

$$H_x(y) = \sum_{(i)} H_{x_i}(y) p(x_i)$$

Демак, x ўзгарувчини билган ҳолда y ўзгарувчи тақсимотининг энтропияси x ўзгарувчининг и-қийматидаги y нинг шартли тақсимотлари энтропиясидан ўртача вазнли қиймат сифатида аниқланади. Агар x ўзгарувчи y ўзгарувчи тақсимотини олдиндан тўлиқ аниқласа, у ҳолда $N_x(y) = 0$, яъни x ўзгарувчи ҳақидаги маълумотларимиз бизни y ҳақидаги билимларимиздаги аниқмасликлардан тўлиқ озод қилади. Агар x ва y ўзаро боғлиқ бўлмаса, у ҳолда $N_x(y) = N(y)$.

Y ўзгарувчининг тўла ва шартли энтропияси орасидаги айирма *X* ўзгарувчини билиш асосида *Y* ҳақидаги *маълумот миқдори I(y,x)* га тенг:

$$I(y,x) = H(y) - H_x(y).$$

Маълумотлар микдори тақсимот энтропияси каби *битларда* ўлчанади. Бу иккилик саноқ системасидаги маълумотларни ўлчов бирлиги бўлиб, 0 ва 1 ларда ифодаланади. Тақсимот энтропияси 0 дан H_{max} гача ўзгаради. Тақсимот энтропиясининг нолга тенг қиймати аниқмаслик йўқлигини билдиради: барча бирликлар *y* ўзгарувчининг битта категориясига киради. Максимал ноаниқлик тенг имкониятли тақсимотга мос келади. Бундай тақсимотнинг частоталари:

$$p(y_i) = \frac{1}{k},$$

бу ерда k — *u* ўзгарувчи категорияларининг сони *(k* = 1, ..., *r).* Боғлиқликнинг назарий-информацион коэффициентларининг бутун бир синфи ишлаб чиқилган. Шулардан энг кенг тарқалгани нормалаштирилган маълумотлар коэффициенти:

$$R_{y/x} = \frac{H(y) - H_x(y)}{H(y)} = \frac{I(y,x)}{H(y)} \qquad (7.4)$$

Бу кўрсаткич– X ҳақида янги маълумотларни билишимиз Y ҳақидаги билимимиздаги аниқмасликнинг нисбий редукцияси (камайиши) ни англатади. Нормалаштирилган маълумот коэффициенти $R_{y}/_{X}$ қуйидаги хусусиятларга эга:

1) $0 \le R_{y/x} \le 1$

2) $R_{y/x} = 0$, агар ўзгарувчилар боғлиқ бўлмаса;

3) $R_{y/x} = 1$, агар x ва y орасида тўлиқ ёки функционал боғлиқлик бўлса;

4) $R_{y/x}$ ўзаро боғлиқлик жадвалининг қатор ва устунларининг ўрнини алмаштиришга нисбатан инвариант;

5) $R_{y/x}$ ўзгарувчиларнинг қийматига нисбатан инвариант. У фақат

тақсимотнинг эҳтимолликлари (нисбий частоталари) асосида аниқланади. Маъносига кўр бу коэффициент детерминация коэффициентига ўхшайди: каср суратида - тушинтирилган дисперсия (бу ерда − маълумот); махражида – тўлиқ дисперсия (бу ерда − шарциз тақсимотнинг энтропияси). Демак, $0 \le R_{y/x} \le 1$.

Боғлиқлик даражаси ортиши билан бу коэффициент жуда секинлик билан ўсади: ўзаро боғлиқлик коэффициенти 0,3 − 0,4 га тенг бўлган ҳолларда, ана шу маълумотлар асосида ҳисобланган боғлиқликнинг назарий-информацион коэффициенти тахминан 0,10 − 0,12 ни ташкил этади. Боғлиқликни ўлчашнинг турли ўлчовларидан фойдаланилганда ва боғланишнинг кучи асосида бирор муҳим қарорга келиш талаб қилинган пайтда ана шуни эътибордан чиқармаслик зарур.

Нормалаштирилган маълумот коэффициенти $R_{y/x} \ge 0{,}1$ *бўлса, боғлиқлик ёки ўртача кучли, ёки кучли бўлади.*

Нормалаштирилган маълумот коэффициенти боғлиқликнинг асимметрик ўлчовидир:

$$R_{y/x} \neq R_{x/y}$$

Симметризацияланган маълумот коеффицентиниг кўриниши қуйидагича:

$$R(y,x)=\frac{H(y)-H_x(y)}{\frac{1}{2}\cdot(H(y)+H(x))} \qquad (7.5)$$

Бу ерда *N(x)* — *x* ўзгарувчи бўйича тақсимот энтропияси (шарциз тақсимот учун).

Боғлиқликнинг назарий-информацион воситалари жадвал катакларидаги бирликлар сони кам бўлганида (n_{ij} < 5) ёки жадвада бўш катаклар бўлганида қўлланилади. Бу боғлиқлик ўлчовларидан фойдаланилганда дастлабки маълумотларга ҳеч қандай шарт қўйилмайди.

Назорат саволлари:

1. Дихотомикўзгарувчиларгатаърифберинг. Мисолкелтиринг.
2. Ассоциация коэффициенти формуласига таъриф беринг. Мисол келтиринг.
3. Контингенсия коэффициенти формуласини ёзинг. Унинг афзаллиги нимада?
4. Ўзаро боғлиқлик коэффициентига умумий тавсиф беринг.
5. Белгиларнингмеъёрийликхусусиятиниёзинг.
6. Пирсон коэффициентининг камчилиги нимада намоён бўлади?
7. Чупров формуласини ёзинг. Чупров формуласининг Пирсон формуласидан фарқи нимада?
8. Чупровформуласиниманиифодалайди?
9. Ўзаро мослик жадвалига хи-квадратни қўллашнинг барча дастлабки шартларини санаб ўтинг.
10. Тўла энтропиянингформуласиниёзинг.
11. Шартли энтропиянингформуласиниёзинг.
12. Маълумотмиқдориқандайҳисобланади?
13. Тақсимот энтропиясининг хусусиятларини санаб ўтинг.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007, Cambridge university press, ISBN-13: 978-0521880688

2. G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis , Publisher Harvard University press, 2003, p. 259

3. R. L. Burden and J. D. Faires, Numerical Analysis,Ninth Edition, Brooks/Cole publisher, Cengage Learning, Canada, 2011, ISBN-13: 978-0-538-73351-9.

4. L. R. Scott, Numerical Analysis, Princeton University Press, 2011, p.323.

3-мавзу: МАТЕМАТИКА МАСАЛАЛАРИНИ СОНЛИ ЕЧИШНИНГ ЗАМОНАВИЙ УСУЛЛАРИ.

РЕЖА:

3.1. Кўп ўлчовли чизиқли тенгламалар системасини ечишнинг замонавий усуллари.

3.2. Чизиқли операторларнинг хос сон ва хос векторларини топишнинг эффектив усуллари.

3.3. Бир қадамли итерацион усулларнинг каноник кўриниши.

3.4. Бир ўзгарувчили алгебраик ва трансендент тенгламаларни тақрибий ечишнинг сонли усуллари.

Таянч иборалар: *Якоби усули, Зейдел усули, итерацион усуллар, алгебраик ва трансендент тенгламалар, график усул, Ньютон усули.*

3.1. Кўп ўлчовли чизиқли тенгламалар системасини ечишнинг замонавий усуллари.[10]

Бу усул оддий итерация усулидан шу билан фарқ қиладики, ҳисоблашлар қуйидаги схема асосида бажарилади:

$$
\begin{aligned}
x_1^{(k+1)} &= \frac{b_1}{a_{11}} - \sum_{j=2}^{n} \frac{a_{1j}}{a_{11}} x_j^{(k)}, \\
x_2^{(k+1)} &= \frac{b_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}} x_1^{(k+1)} - \sum_{j=3}^{n} \frac{a_{2j}}{a_{22}} x_j^{(k)}, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
x_n^{(k+1)} &= \frac{b_n}{a_{nn}} - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{a_{nj}}{a_{nn}} x_j^{(k+1)}.
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

Бу схемани ***матрица*** кўринишга келтириш учун деймиз, бу ерда $A = C + D$ деймиз, бу ерда

$$
C = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn-1} & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad
D = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & \ldots & a_{1n-1} & a_{1n} \\ 0 & 0 & \ldots & a_{2n-1} & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \end{bmatrix}.
$$

[10] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery,Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007. 32-59 p.
G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis,Publisher Harvard University press, 2003, 28-46p.
R. L. Burden and J. D. Faires, Numerical Analysis,Ninth Edition, Brooks/Cole publisher, Cengage Learning, Canada, 2011. 48-91 p.

У ҳолда $Ax = b$ системани $Cx = -Dx + b$ кўринишда ифодалаб оламиз. Зейделусули эса

$$Cx^{(k+1)} = -Dx^{(k)} + b$$

кўринишдаги итерасиядан иборат. Бу тенгликни $x^{(k+1)}$ га нисбатан ечсак,

$$x^{(k+1)} = -C^{-1}Dx^{(k)} + C^{-1}b$$

ҳосил бўлади. Бу - ***матрица****си* $-C^{-1}D$ бўлган оддий итерасия усулининг ўзидир. Теорема 1 га асосан буни яқинлашиши учун $-C^{-1}D$ ***матрица***нинг барча хос сонлари модуллари бўйича бирдан кичик бўлиши зарур ва этарлидир. Буўзнавбатидақуйидаги

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21}\lambda & a_{22}\lambda & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}\lambda & a_{n2}\lambda & a_{n3}\lambda & \dots & a_{nn}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

тенгламанинг барча илдизлари модуллари бўйича бирдан кичик бўлиши зарур ва етарлигига эквивалентдир. Шуни кўрсатамиз, яъни

$$\det\left(\lambda E + C^{-1}D\right) = 0 \text{ ва } \det\left(\lambda C + D\right) = 0$$

тенгламалар бир хил илдизга эга:

$$\det\left(\lambda E + C^{-1}D\right) = \det(C^{-1}C\left(\lambda E + C^{-1}D\right)) = \det\left[C^{-1}\left(\lambda C + D\right)\right] = \det C^{-1} \det\left(\lambda C + D\right).$$

Бу ерда, $\det C^{-1} \neq 0$ демак

$$\det\left(\lambda E + C^{-1}D\right) = \det\left(\lambda C + D\right).$$

Оддий итерасия усули билан Зейдел усулининг яқинлашиш соҳалари умуман фарқли деган ҳулосага келамиз. ҳақиқатан ҳам, шундай системалар мавжудки, улар учун оддий итерасия усули яқинлашади, аммо Зейдел усули узоқлашади ва аксинчаси ҳам ўринлидир.

Лекин, қуйидаги

$$\max_i \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \left|\frac{a_{ij}}{a_{ii}}\right| < 1, \quad \max_j \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} \left|\frac{a_{ij}}{a_{ii}}\right| < 1$$

шартларнинг бирортаси бажарилса, оддий итерасия ҳам Зейдел усули ҳам яқинлашувчи бўлиб, бунда биринчи шарт ўринли бўлса, Зейдел усулининг яқинлашиши оддий итерасия усулининг яқинлашидан секин бўлмайди.

3.2. Чизиқли операторларнининг хос сон ва хос векторларини топишнинг эффектив усуллари.[11]

$$Ax = f \tag{2}$$

Итерасион усуллар яқинлашишини тадқиқ, этиш учун уларни матрицавий кўринишда ёзиш қулай ҳисобланади. A матрицани учта матрица йиғиндиси кўринишида ёзамиз:

$$A = A_1 + D + A_2 \tag{3}$$

бу ерда $D = diag\left[a_{11}, a_{22}, ..., a_{nn}\right]$ - диагонал матрица, A_1 диагонал элементлариноллардан иборат қўйи учбурчак матрица, A_2 - бош диагонал элементлари ноллардан иборат бўлган юқори учбурчак матрица. (1) - системанинг (2) - кўринишидаги матрицавий эквивалент ёзуви

$$x = D^{-1}A_1 x = -D^{-1}A_1 x - DA_2 x + D^{-1} f$$

тенгламадан иборат. Якоби усулининг матрицавий ёзуви қўйидагидан иборат:

$$x_{k+1} = -D^{-1}A_1 x_k - D^{-1}A_2 x_k + D^{-1} f$$

ёки

$$Dx_{k+1} + \left(A_1 + A_2\right)x_k = f \tag{4}$$

Зейдел усули

$$x_{k+1} = -D^{-1}A_1 x_{k+1} - D^{-1}A_2 x_k + D^{-1} f$$

ёки

$$\left(D + A_1\right)x_{k+1} + A_2 x_k = f \tag{5}$$

кўринишида ёзилади. (3)-ни ҳисобга олиб (4) ва (5) ларни мос равишда

$$D\left(x_{k+1} - x_k\right) + Ax_k = f \tag{6}$$

$$\left(D + A_1\right)\left(x_{k+1} - x_k\right) + Ax_k = f \tag{7}$$

кўринишида ёзиш мумкин. Бу ёзувдан кўринадики, агар итерацион усул яқинлашса, у албатта $Ax = f$ системасининг ечимига яқинлашади. Кўп ҳолларда яқинлашиш тезлигини ошириш учун итерационусулларга сонли параметрлар киритилади.Масалан (6) ва (7) - итерационусулларга τ_{k+1} параметрни қуйдагича киритиш мумкин :

$$D\frac{x^{k+1} - x^k}{\tau_{k+1}} + Ax^k = f$$

[11] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery,Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007. 32-59 p.
G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis,Publisher Harvard University press, 2003, 28-46p.
R. L. Burden and J. D. Faires, Numerical Analysis,Ninth Edition, Brooks/Cole publisher, Cengage Learning, Canada, 2011. 48-91 p.

$$\frac{(D+A_1)(x^{k+1}-x^k)}{\tau_{k+1}}+Ax^k = f.$$

Итерация параметрлари яқинлашиш тадқиқ этилаётган пайтда аниқланади. Итерацион усуллар назариясида қуйидаги икки масала пайдо бўлади:

а) параметрларнинг қандай қийматларида усул яқинлашади?

б) параметрларнинг қандай қийматларида яқинлашиш тезлиги энг яхши бўлади? Бу масалаларни кейинчалик маълум усуллар билан боғлик, ҳолда қараймиз.

Якоби ва Зейдел усуллари бир қадамли усулларга мансуб, яъни ҳар бир кейинги яқинлашишини аниқлаганда фақат биргина олдинги яқинлашиш фойдаланилади. Баъзи ҳолларда x_{k+1}- ни аниқлашда ундан олдинги яқинлашишлар фойдаланадиган, $x_{k+1}=F\{x_k, x_{k-1},..., x_{k-1}\}$ яъни кўп қадамли итерационусуллар ҳам фойдаланилади.

3.3. Бир қадамли итерацион усулларнинг каноник кўриниши.[12]

Битта итерационусулни турли кўринишларда ёзиш мумкин.Шу сабабли итерацион усулни бирор стандарт кўринишда ёзиш шаклини келишиб олиш максадга мувофиқ.

Енг аввал итерацион усулларни матрицавий кўринишда ёзишни келишиб оламиз.Бир қадамли итерацион усулнинг каноник кўриниши деб

$$B_{k+1}\frac{x_{k+1}-x_k}{\tau_{k+1}}+Ax_k = f, k=0,1,...,n_0 \qquad (8)$$

ёзувга айтилади. Бу ерда B_{k+1} - у ёки бу усулни аниқловчи матрица, τ_{k+1} итерасия параметри, x_0 бошланғич яқинлашиш берилган ва B_{k+1}^{-1} матрицалар мавжуд деб фараз қилинади. Унда (8) - тенгламадан кетма-кет x_k ларни аниқлаш мумкин. x_{k+1} ни аниқлаш учун

$B_{k+1}x_{k+1} = F_k$, бу ерда

$F_k = (B_{k+1}-\tau_{k+1}A)x_k + \tau_{k+1}f,$

системани ечиш кифоя. Итерацион усул ошкор дейилади, агар $B_{k+1}=E$ (E - бирлик матрица) бўлса, акс ҳолда ошкормас деб айтилади.

---

[12] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery,Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007. 32-59 p.
G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis,Publisher Harvard University press, 2003, 28-46p.
R. L. Burden and J. D. Faires, Numerical Analysis,Ninth Edition, Brooks/Cole publisher, Cengage Learning, Canada, 2011. 48-91 p.

Одатда ошкормас итерационусулларни B_k матрицанинг тескарисини топиш $\grave{A}^{-1}$ матрицани топишдан осон бўлган ҳолларда қўлланилади.

Масалан Зейдел усулида учбурчакли матрицанинг тескарисини топишга тўғри келади. Ошкормас усулларнинг афзаллиги асосан уларнинг тез яқинлашишидадир. (8) -итерационусул стасионар усул дейилади, агар $B_{k+1} = B, \tau_{\mathrm{k}+1} = \tau,$ яъни итерасия қадами тартиб номерига боғлик бўлмаса, акс ҳолда усул ностасионар дейилади.

Итерацион усуллар мисоллари.

Ошкор

$$\frac{x^{k+1} - x^k}{\tau} + Ax^k = f \qquad (9)$$

усул, *<u>оддий итерация усули</u>* деб айтилади. Ўзгарувчан параметрли

$$\frac{x^{k+1} - x^k}{\tau_{k+1}} + Ax^k = f \qquad (10)$$

ошкор усул, Ричардсон усули деб айтилади.

А симметрик ва мусбат аниқланган бўлган ҳолда (9), (10) усуллар учун оптимал параметрларни топиш усуллари мавжуд. (7) - Зейдел усулининг умумлаштирилгани

$$(D - \omega A_1)\frac{x^{k+1} - x^k}{\omega} + Ax^k = f, \qquad (11)$$

бу ерда ω>0 -берилган сонли параметр, юқори релаксация усули дейилади. А - матрица симметрик ва мусбат аниқланган бўлганда ва 0<ω<2 учун (11) - усул яқинлашади. Ҳисоблаш учун қулай формулаларни ҳосил қилиш учун (11) - тенгламанинг

$$\left(E + \omega D^{-1}A_1\right)x^{k+1} = \left((1-\omega)E - \omega D^{-1}A_2\right)x^k + \omega D^{-1}f,$$

кўринишидан фойдаланиш лозим.

3.4. Бир ўзгарувчили алгебраик ва трансендент тенгламаларни тақрибий ечишнинг сонли усуллари.[13]

Бир номаълумли алгебраик ва трансендент тенгламалар.

1-таъриф. Чап томони n- даражали кўпҳаддан иборат ушбу:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + ... + a_{n-1}x + a_n = 0 \qquad (1)$$

ифода ***бир номаълумли алгебраик тенглама*** дейилади. Бунда $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ алгебраик тенгламанинг коеффисиентлари бўлиб, $a_0 \neq 0$.

2-таъриф. Таркибида **трансендент** (кўрсаткичли, логарифмик, тригонометрик, тескари тригонометрик ва ҳоказо) функциялар мавжуд бўлгантенгламалар **трансендент** тенгламалар дейилади.

Агар алгебраик ва трансендент тенгламаларнинг чап томонини қисқача умумий ҳолда $f(x)$ орқали белгиласак, бу тенгламаларни

$$f(x) = 0 \qquad (2)$$

кўринишда ҳам ёзиш мумкин.

Тенгламанинг илдизи. Ҳақиқий илдизларни ажратиш. Ҳақиқий илдизларни тақрибий ҳисоблаш.

3-таъриф. $f(x)=0$ тенгламанинг чап томонидаги функцияни нолга айлантирувчи $x = x_n$ қиймат бу тенгламанинг ***илдизи*** дейилади.

Биздан (2) тенгламани ечиш талаб этилган бўлсин. Бу ерда $f(x)$ қандайдир $a \le x \le b$ оралиқда аниқланган ва узлуксиз функциядан иборат бўлсин. Берилган тенгламанинг ҳақиқий илдизларини тақрибий ҳисоблаш жараёни икки босқичда бажарилади:

1-босқич: Ҳақиқий илдизларни ажратиш. Бу масалани қуйидагича қуйидагича тушунамиз; шундай оралиқларни топиш керакки, уларнинг ҳар бирида (2) тенгламанинг ягона, ҳақиқий илдизи ётадиган бўлсин.

2-босқич: Ҳақиқий илдизларни тақрибий ҳисоблаш — илдизни берилган аниқликгача ҳисоблаш.

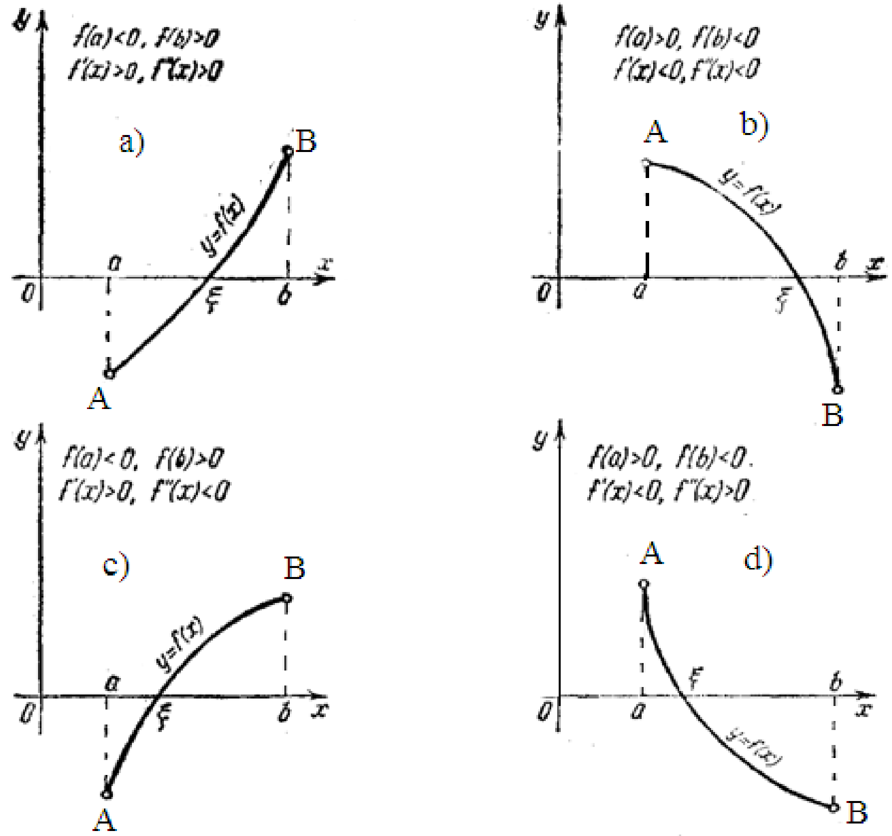
1-теорема. Агар узлуксиз $f(x)$ функция $[a,b]$ кесманинг чегаравий нуқталарида турли ишорали қийматлар қабул қилса, яъни $f(a)\cdot f(b)<0$ бўлса, у ҳолда ушбу кесмада $f(x)=0$ тенгламанинг камидабитта илдизи мавжуд бўлади.

2-теорема. Агар $[a,b]$ кесмада узлуксиз функция бу кесманинг чегаравий нуқталарида турли ишорали қийматлар қабул қилиб, ҳосиласи

[13] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery,Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007. 32-59 p.
G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis,Publisher Harvard University press, 2003, 28-46p.
R. L. Burden and J. D. Faires, Numerical Analysis,Ninth Edition, Brooks/Cole publisher, Cengage Learning, Canada, 2011. 48-91 p.

кесма орасида ишорасини сақласа, у ҳолда $[a,b]$ кесмада $f(x)=0$ тенгламанинг ягона илдизи мавжуд бўлади.

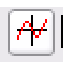
Келтирилган теоремалардан фойдаланиб, берилган тенгламанинг ҳақиқий илдизлари ажратилади. Бундатўртта ҳол рўй бериши мумкин (1-расм).

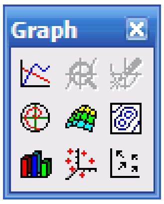


1-расм.Илдизларни ажратиш.

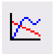
График усул.

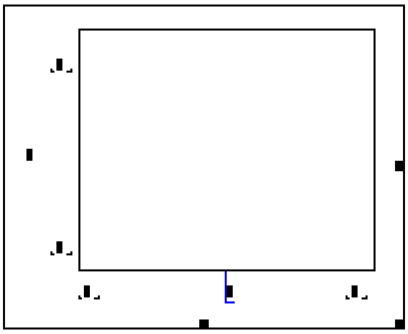
$f(x)=0$ тенгламани ечиш масаласини геометрик нуқтаи назардан $y=f(x)$ функция графиги билан абциссалар ўқининг кесишган нуқталарини излаш деб тушуниш мумкин. Агар $f(x)$ функциянинг графиги чизилган бўлса, унда тегишли ўлчашлар орқали тенгламанинг изланаётган илдизларини аниқлаш мумкин. Амалда графикни чизиш (функциянинг маълум хоссаларидан ва унинг қийматлар жадвалидан фойдаланиб), шунингдек, кесмаларни ўлчаш (чизғич билан ёки миллиметрли қоғозда) фақат тақрибий бажарилиши мумкин.

MathCAD тизимида функция графигини чизиш учун **Math** ойнасидан  тугмани танлаймиз. Натижада қуйидаги Graph ойнаси чиқади.



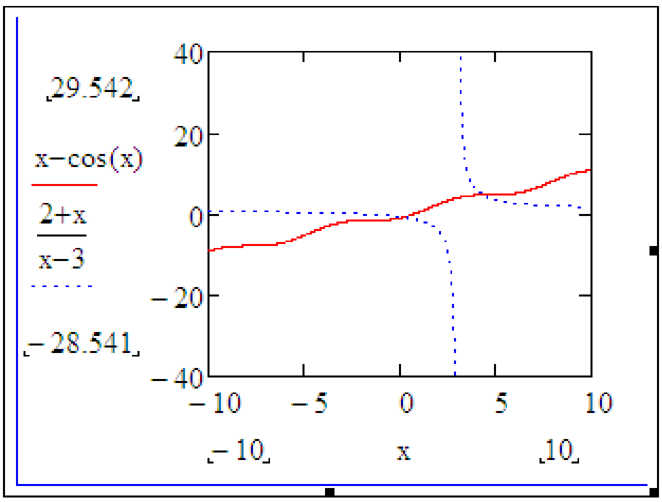
2-расм.Graph дастгоҳлар панели.

Унда текисликда, қутб координаталар системасида, вазода, контур чизиқлари, гистограмма, нуқталар ёрдамида, вектор кўринишда функция графигини чизиш дастгоҳлари мавжуд. Биз фақат биринчи тугмадан яни бир ўзгарувчили функция графигини чизиш билан шуғулланамиз. Мазкур панелдан  тугмани босгандан сўнг координаталар ўқи пайдо бўлади.



3-расм.Координата ўқлари

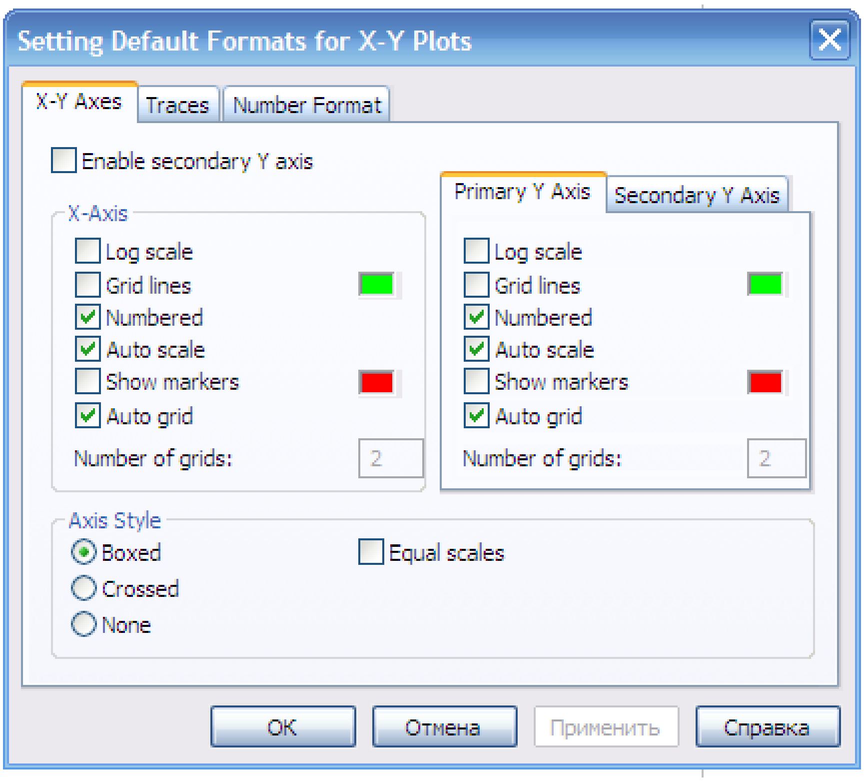
Унинг пастки қисмига эркли ўзгарувчининг номи, чапки қисмига функциянинг аналитик ифодаси ёзилади. Бир неча функция графигини чизиш учун эса функция ифодасидан сўнг вергул [,] тугмаси босилади ва унинг тагидан янги қатор ҳосил бўлади. Ана шу қатордан бошлаб навбатдаги функция аналитик ифодаси киритилади.



4-расм.Функция графиклари.

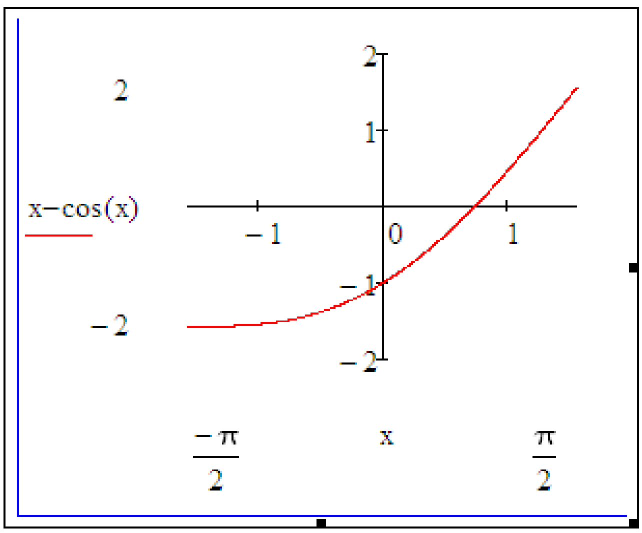
Функцияларнинг ҳар бири алоҳида рангларда, турли кўринишдаги чизиқларда чизилади. Фойдаланувч бу чизиқларнинг шакли, ранг каби параметрларини махсус ойнадан фойдаланган ҳолда ўзгартириши мумкин. Бунинг учун асосий менюдан **Format** бўлими **Graph**> ички менюсининг **X-Y**

Axes қаторига отилади. Натижада жорий графикга тегишли параметрларни ўзгартириш имконини берувчи 5-расмда кўрсатилган ойна фойдаланувчига тақдим этилади.



5-расм.График параметрларини созлаш.

Юқоридаги графикда координалар оқи тасвирланмаган. Уни тасвирлаш усун 5-расмдаги ойнадан ***Crossed*** бўлимини танлаш кифоя. Шундан сўнг кесишувчи чизиқлар сифатида координата ўқлари графикда тасвирланади. Бундан эса чизиқсиз тенгламанинг ечимларини (графикни OX ўқи билан кесишган нуқталарини) аниқлаш мумкин.



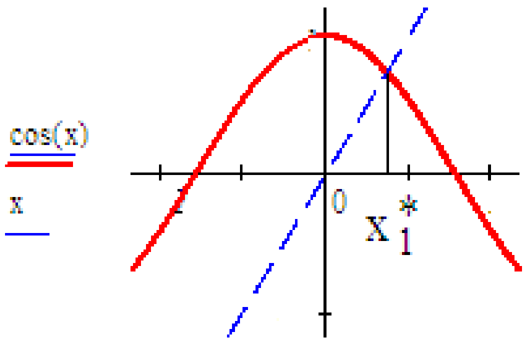
6-расм.Функция графиги

Эътибор берган бўлсангиз мазкур графикда $f(x)=x-\cos(x)$ функциянинг графиги $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$, $y=[-2;2]$ соҳада чизилган. Бу соҳа чегараларининг қиймати бевосита клавиатура ёрдамида киритилади.

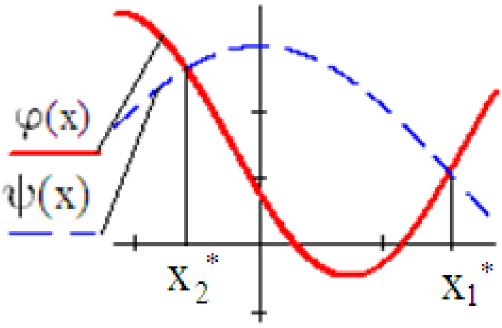
Кўпинча график усул қуйидаги кўринишда қўлланилади: берилган тенгламани иккита функциянинг тенглиги

$$\varphi(x)=\psi(x)(3)$$

кўринишида ёзиб, $\varphi(x)$ ва $\psi(x)$ функцияларнинг айрим-айрим графиклари ясалади ва сўнгра ўлчаш ёрдами билан графиклар кесишган нуқталарининг абсиссалари топилади (8- расм).



7-расм.Функция графиги



8-расм.Функция графиги

Тенгламаларни тақрибий ечишда ёрдамчи восита сифатида график усул жуда муҳим рол ўйнайди. $\varphi(x)$ ва $\psi(x)$ функцияларнинг грфикрларини билиш кўпинча (3) тенгламанинг ечимлари сонини аниқлашга, “биринчи тақрибийлик” билан изланаётган илдизлар жойлашган оралиқларни излаб топишга ва уларнинг “тахминий” қийматларини аниқлашга имконият туғдиради.

1-мисол. $x-\cos x=0$тенгламани график усулда ечинг.

Ечиш: Аввал тенгламани $x=\cos x$ кўринишда ёзиб оламиз. Энди $y=x$ ва $y=\cos x$ функцияларнинг графигини чизамиз (6,7-расм). Расмдан кўриниб турибдики, тенглама $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ оралиқда ягона $x^*=0,7$ ечимга эга. $y=x$ ва $y=\cos x$ функцияларнинг хоссаларини ҳисобга олиб, қаралаётган оралиқда берилган тенгламанинг бошқа ечими йўқлигига ишонч ҳосил қиламиз.

Кесмани тенг иккига бўлиш усули.

(2)- тенгламанинг илдизи ичма-ич жойлашган $[a_n,b_n]$кесмалар кетма-кетлиги қуриш йўли билан топилади.

Аниқлик учун $f\left(x\right)$ функция $[a,b]$ кесманинг чап учида манфий, ўнг учида мусбат:

$$f\left(a\right)<0,\quad f\left(b\right)<0$$

деб фараз қиламиз. $[a,b]$ кесманинг ўрта нуқтаси $\xi=\dfrac{a+b}{2}$ ни оламиз ва унда $f\left(x\right)$ функциянинг қийматини ҳисоблаймиз. Агар $f\left(\xi\right)=0$ бўлса, теореманинг тасдиғи исботланганбўлади:биз $[a,b]$ кесмада $f\left(x\right)$ нолга айланадиган $c=\xi$ нуқтани топдик. Агар $f\left(\xi\right)\neq 0$ бўлса, қуйидагича иш тутамиз: иккита $[a,\xi]$ ва $[\xi,b]$ кесмани қараймиз ва улардан учларида $f\left(x\right)$ функция турли ишорали қийматга эга бўлганбиттасини танлаймиз. Танланган кесмани $[a_1,b_1]$ деб белгилаймиз.

Тузилишига кўра,

$$f\left(a_1\right)<0,\qquad f\left(b_1\right)<0$$

Сўнгра $[a_1,b_1]$ кесманинг ўрта нуқтаси $\xi_1=\dfrac{a_1+b_1}{2}$ ни оламиз ва унда $f\left(x\right)$ функциянинг қийматини ҳисоблаймиз. Агар $f\left(\xi_1\right)=0$ бўлса, у ҳолда теореманинг исботи тугаган бўлади. $f\left(\xi_1\right)\neq 0$ бўлганда эса яна иккита $[a_1,\xi_1]$ ва $[\xi_1,\mathrm{b}_1]$ кесмани кўрамиз ва улардан учларида $f\left(x\right)$ функция турли ишорали қийматларга эга бўлганини танлаймиз. Танланган кесмани $[a_2,b_2]$ деб белгилаймиз. Тузилишига кўра,

$$f\left(a_2\right)<0,\qquad f\left(b_2\right)<0$$

Шу жараённи давом эттирамиз. Нагижада у ёки н-қадамда $f\left(\xi_n\right)=0$ бўлгани сабабли узилади, ёки чексиз давом этади. Биринчи ҳолда (2) тенглама илдизининг мавжудлиги ҳақидаги масала ҳал бўлади, шунинг учун иккинчи ҳолни кўришимиз лозим.

Жараённи чексиз давом эттириш кесмаларнинг $[a,b],[a_1,b_1],[a_2,b_2]...$ кетма-кеглигига олиб келади. Бу кесмалар ичма-ич қўйилган- ҳар бир навбатдаги кесма барча аввалгиларига тегишли:

$$a_n\leq a_{n+1}<b_{n+1}\leq b_n \tag{4}$$

шу билан бирга

$$f\left(a_n\right)>0,\qquad f\left(b_n\right)>0.$$

Кесмаларнинг узунликлари н номер ортиши билан нолга интилади:

$$\lim_{n\to\infty}\left(b_n-a_n\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{b-a}{2^n}=0$$

Кесмаларнинг чап учларини қараймиз. (4) га кўра, улар монотонкамаймайдиган чегараланган $\left\{a_n\right\}$ кетма-кетликни ташкил этади. Бундай кетма-кетлик лимитга эга, уни c_1 деб белгилаймиз.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = c_1 \qquad (5)$$

(4) га кўра ва тенгсизликларда лимитга ўтиш ҳақидаги теоремага кўра,

$$c_1 \le b_n \qquad (6)$$

тенгсизликка эгамиз.

Енди кесмаларнинг ўнг учларини қараймиз. Улар монотон ўсмайдиган чегараланган $\{b_n\}$ кетма-кетликни ташкил этади. Бу кетма-кетлик ҳам лимитга эга. Шу лимитни c_2 деб белгилаймиз:

$$\lim_{n\to\infty} b_n = c_2 \qquad (7)$$

(6) тенгсизликка кўра, c_1 ва c_2 лимитлар $c_1 \le c_2$ тенгсизликни қаноатлантиради. Шундай қилиб,

$$a_n \le c_1 \le c_2 \le b_n$$

ва демак,

$$c_1 - c_2 \le b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} .$$

Бинобарин, айирма аввалдан берилган ихтиёрий мусбат сондан кичик.

Бу $c_2 - c_1 = 0$, яъни

$$c_1 = c_2 = c \qquad (8)$$

эканини англатади.

Топилган c нуқтанинг қизиғи шундаки, у тузилган кетма-кетликнинг барча кесмалари учун ягона умумий нуқтадан иборат. $f(x)$ функциянинг узлуксизлигидан фойдаланиб, унинг (2) тенглама илдизи эканини исбот этамиз.

Маълумки, $f(a_n) < 0$. Узлуксизлик таърифига ва тенгсизликларда лимитга ўтиш мумкинлигига кўра

$$f(c) = \lim_{n\to\infty} f(a_n) \le 0 \qquad (9)$$

муносабатга эга бўламиз. Шунга ўхшаш $f(b_n) \ge 0$ эканини эътиборга олиб,

$$f(c) = \lim_{n\to\infty} f(b_n) \le 0 \qquad (10)$$

муносабатни ҳосил қиламиз. (9) ва (10) тенгсизликлардан

$$f(c) = 0 \qquad (11)$$

яъниc (2) тенгламанинг илдизи экани келиб чиқади.

Кесмани тенг иккига бўлиш усули билан ичма-ич қўйилган кесмалар кетма-кетлигини қуриш жараёни (2) темгламани ечишнинг самарали ҳисоблаш алгоритмидан иборат. Жараённингн- қадамида

$$a_n \le c \le b_n \qquad (12)$$

тенгсизликларни ҳосил қиламиз. Бу икки томонлама тенгсизлик кўрсатадики, изланган cилдизни a_n сон ками билан, b_n сон эса ортиғи билан кесманинг $\Delta_n = b_n - a_n = \dfrac{b-a}{2^n}$ узунлигидан ортмайдиган хатолик билан аниқлайди. n ортиб бориши билан хатолик махражи $q = \dfrac{1}{2}$ га тенг бўлган геометрик прогресия қонуни бўйича нолга интилади. Агар талаб этилган аниқлик $\varepsilon > 0$ берилган бўлса, унга эришиш учун

$$N > \log_2 \frac{b-a}{\varepsilon} \qquad (13)$$

шартли қаноатлантирадиган N та қадам бажариш етарли.

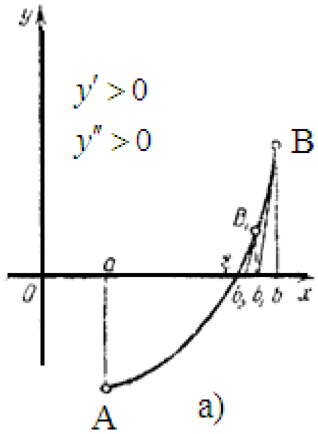
Уринмалар усули (Нютон усули):

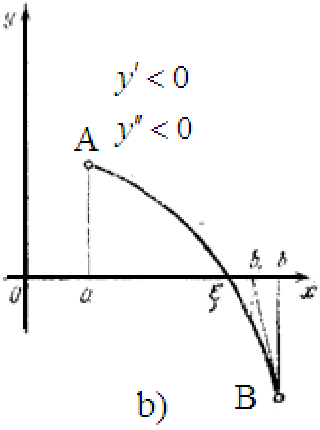
$f(x)=0$ тенгламани (a,b) оралиқда ётган ξ ҳақиқий илдизга эга деб фараз қилайлик. Бу илдизга қуйидагича яқинлашиш мумкин. Координаталари b ва $f(b)$дан иборат B нуқтада эгри чизиққа уринма ўтказамиз (10- расм). Уринма абсиссалар ўқини b_1 нуқтада кессин; b_1 (нуқталардан иккинчиси) ξ га яқинроқ туради. Энди координаталари b_1 ва $f(b_1)$ бўлган B_1 нуқтада эгри чизиққа уринма ўтказамиз. Уринма абсиссалар ўқини b_2 нуқтада кессин; бу нуста ξ га b_1 дан ҳам кўра яқинроқ туради ва ҳ.к. Шу йўл билан ε илдизга чексиз яқинлашиб борувчи $b, b_1, b_2, ..., b_n, ...$ қийматлар кетма-кетлигини ҳосил қиламиз. Бу қийматларнинг нимага тенглигини топайлик. Уринманинг $B \in |b, f(b)|$ нуқтадаги бурчак коэффициенти $f'(b)$ га тенг; демак, уринма тенгламаси $y - f(b) - f'(b)\cdot(x-b)$ кўринишга эга; b_1 нуқтада $y=0$ бўлгани учун

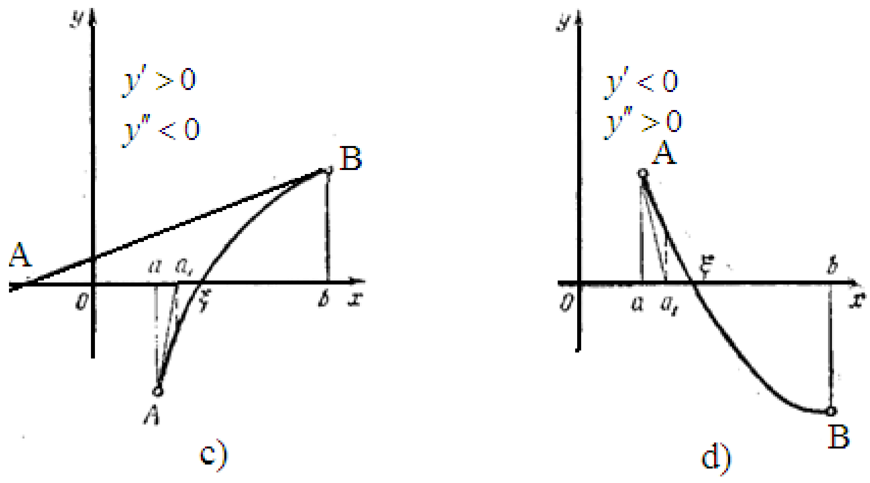
$$-f(b) - f'(b)\cdot(b_1 - b)$$

бундан

$$b_1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)} .$$







9-расм.Уринмалар усули.

Худди шундай

$$b_2 = b_1 - \frac{f(b_1)}{f'(b_1)}$$

ва ҳоказо

$$b_n = b_{n-1} - \frac{f(b_{n-1})}{f'(b_{n-1})} \qquad (17)$$

қийматларни топамиз.

Амалда b_n ва b_{n-1} берилган аниқлик билан устма-уст тушгандан кейин ҳисоблаш жараёни тўхтатилади ва $\xi \approx b_n$ деб олинади.

Энди қандай шарт бажарилганда Нютон усулини қўллаш мумкин эканлиги устида тўхтаймиз. (10-а) чизмадаги B нуқтада эгри чизиқ абсиссалар ўқига ўзининг қаварик томони билан қараган. Энди*Б*нуқтада эгри чизиқ абсиссалар ўқига ўзининг ботиқ томони билан қараган ҳолда нима бўлишини кўрайлик (10-б расм). Бу вақтда эгри чизиққа Бнуқтада ўтказилган уринма абсисалар ўқини b_1нуқтада кесса, бу b_1нукта ξ га яқинлашмай, аксинча, ξдан узоқлашади, чунки b_1 дан ξ гача масофа *б*дан ξ гача масофадан катта. Математик таҳлилдан маълумки, $f(b)$ва $f''(b)$бир хил ишорага эга бўлгандагина, *Б* нуқтада эгри чизиқ абсиссалар ўқига қаварик томони билан қараган бўлади. Демак, $f(b)$ва $f''(b)$ бир хил ишорага эга бўлса ёки,бошқача айтганда

$$f(b) \cdot f''(b) > 0$$

шарт бажарилсагина, B нуқтада Нютон усулидан фойдаланиш мумкин. Шунинг учун тенгламани ечишни бошлашдан аввал бошланғич ечим қийматини танлашда ушбу шарт бажарилиши текширилиши зарур.

n – яқинлашишдаги x_n ечимни баҳолаш учун қуйидаги формулалардан фойдаланиш мумкин:

$$\left|x_n - \xi\right| \le \frac{\left|f\left(x_n\right)\right|}{m} \quad \text{ва} \quad \left|x_n - \xi\right| \le \frac{M_1}{2m}\left(x_n - x_{n-1}\right)^2. \tag{18}$$

бу ерда

$$m = \min_{a \le x \le b}\left|f'\left(x\right)\right|,\ M_1 = \max_{a \le x \le b}\left|f''\left(x\right)\right|$$

Назорат саволлари:

1. Тенгламанинг илдизи қандай топилади?
2. Ҳақиқий илдизларни ажратиш қандай амалга оширилади?
3. Ҳақиқий илдизларни тақрибий ҳисоблашнинг график усули қандай бажарилади?
4. Ҳақиқий илдизларнитақрибий ҳисоблашнинг кесмани иккига бўлиш усули?
5. Ҳақиқий илдизларнитақрибий ҳисоблашнинг оддий итерация усули?
6. Ҳақиқий илдизларнитақрибий ҳисоблашнинг уринмалар усули?
7. Ҳақиқий илдизларнитақрибий ҳисоблаш қандай бажарилади ?

Фойдаланилган адабиётлар:

1. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery,Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007, Cambridge university press, ISBN-13: 978-0521880688
2. G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis,Publisher Harvard University press, 2003, p. 259
3. R. L. Burden and J. D. Faires, Numerical Analysis,Ninth Edition, Brooks/Cole publisher, Cengage Learning, Canada, 2011, ISBN-13: 978-0-538-73351-9
4. L. R. Scott, Numerical Analysis, Princeton University Press, 2011, p.323.

4-мавзу: МАТЕМАТИК ПАКЕТЛАРНИНГ ТАРИХИ ВА ҲОЗИРГИ ҲОЛАТИ.

РЕЖА:

4.1. Математик ва амалий статистика масалаларини ечишда фойдаланиладиган замонавий дастурлар.

4.2. Математик моделлаштириш ва ҳисоблаш эксперименти. Математик моделларни тузиш ва уларга аниқлик киритиш.

4.3. MathCad тизими. Чизиқсиз тенгламаларни ечиш усулларини компьютер ёрдамида амалга ошириш. Чегаравий масалаларни ечиш усулларини замонавий дастурлар ёрдамида амалга ошириш.

4.4. Илмий муаммоларни ечимларини компьютерлар графикаси орқали ифодалаш Математик анализ масалаларини ечиш: функция графиги, дифференциаллаш, интеграллаш, қаторлар.

Таянч иборалар: *Математик моделлаштириш, MathCad тизими, factor ва complex буйруқлари, Coeffs ва Substitute буйруқлари, Solve буйруқлари.*

4.1. Математик ва амалий статистика масалаларини ечишда фойдаланиладиган замонавий.[14]

Жуда кўплаб одамлар математик ҳисоблашлар билан шуғулланади. Фаннинг бирор бир соҳаси йўққи математик ҳисоблашлар амалга оширилмасин.

Дастлаб ушбу ҳисоблашлар дастур ёрдамида бошқариладиган калкуляторлар ёки Бейсик, Паскал каби дастурлаш тилларида ишлайдиган компютерларда бажарилган. Математик ҳисоблашларни осонлаштириш мақсадида мутахассислар махсус математик компютер системаларини яратишди. Бундай системалар (амалий дастурлар пакети) га MathCad, Eureka, MatLAB, Maple, Mathematica ва.ҳ.к. лар мисол бўлади. Мазкур курсда математика йўналишларида MathCad, MatLAB ва Maple математик компютерли системалари, ахборот хавфсизлиги йўналишларида эса MathCad, Maple ва Mathematica системалари ўрганилади.

MathCad ўзининг соддалиги ва универсаллиги билан ажралиб туради. Мазкур система MathSoft, Inc. (http://www.mathsoft.com) компаниясининг

[14] G. A. Anastassiou and I. F. Iatan. Intelligent Routines. Solving Mathematical Analysis with Matlab,Mathcad, Mathematica and Maple. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. 1-157.

маҳсулоти (баҳоси 818 доллар) бўлиб, фойдаланувчига тенгламаларни киритиш, таҳрирлаш, ечиш, натижаларни визуализасия қилиш, уларни ҳужжат шаклида расмийлаштириш ва натижаларни таҳлил қилиш мақсадида бошқа системалар билан алмашиниш имкониятини беради.

Дастлаб система 1988 йилда математик масалаларни сонли ечиш мақсадида яратилган. Фақат 1994 йилдан бошлаб унга символли ҳисоблашларни бажариш функциялари қўшилган. Бунда албатта Maple системасининг символли ҳисоблашларидан фойдаланилган.

1980 йилда Maple системаси Waterloo Maple Software, Inc. (http://www.maplesoft.com/) компаниясида (Waterloo университети Канада) Кейт Гедд (Keith Geddes) ва Гастон Гоне (Gaston Gonnet) томонидан ташкил этган олимлар жамоаси томонидан яратилган (баҳоси Maple 7 версияси -1695 доллар). Дастлаб система катта компютерларда жорий қилинган ва кейинчалик шахсий компютерларда ишлатилган. Мазкур система символли ҳисоблашлар системаси ёки компютерли алгебра системаси деб ҳам аталишига ундаги символли ҳисоблашлар анча такомиллаштирилганлигидан далолат беради. Maple ҳам сонли, ҳам символли ҳисоблашларни амалга ошириш, формулаларни таҳрирлаш имконияти мавжуд. Очиқ архитектура, содда ва самарали интерпретатор тили Maple даги кодларни C тили кодига алмаштириш имкониятини беради. Maple кучли илмий график муҳаррирга эга.

MATLAB - MathWorks, Inc.(http://www.mathwork.com/) компанияси маҳсулоти бўлиб, юқори даражадаги илмий-техникавий ҳисоблашлар учун юқори даражадаги тилни ўзида мужассамлаштирган (2940 доллар).

MATLABнинг биринчи авлоди XIX асрнинг 70-йиллирида Ню-Мексика ва Стандфорд университетларида яратилган бўлиб, жадваллар (Матрица) назариясига ва чизиқли алгабрани ҳисоблаш учун мўлжалланган.

Бу даврда Паскал дастурлаш тилида чизиқли алгебрасига бағишланган Линпаск ва эиспаск - амалий дастурлар пакети фаол ривожланган ва ишлаб чиқилган.

Хозирги MATLABтизимининг имконлари унинг биринчи авлодидаги версиясидан кўра анча ривожланиб, муҳандислик ҳамда илмий мўлжалланган юқори самарали алгоритмик тилга айланган. MatLAB ёрдамида математик ҳисоблаш, илмий графикани тасвирлаш ва махсус операсион тизимнинг мухитида дастурлаш мумкин. Бунда барча масалалар ва уларнинг тавсифланиши математик тавсифлашга ҳам яқин.

MATLABни қуйидаги кўпдан-кўп соҳаларда қўллаш мумкин:

- математика ва ҳисоблаш;
- алгоритмлар ишлаб чиқишда;
- ҳисоблаш тажрибасида, имитасияли моделлаш, макетлар тузиш;
- берилганларни тахлиллаш, натижаларни ўрганиш ва тасвирлаш;
- илмий ва мухандислик графикасида;
- фойдаланувчининг хусусий муҳити билан биргаликда амалий дастурларни яратиш.

MATLAB– бу интерфаол тизимдир. MATLABнинг асосий обекти – массив (жадвалли катталик). Бунда жадвалли катталикнинг ўлчамларини аниқ кўрсатишини талаб қилинмайди. Натижада эса, кўп турдаги векторли Матрицали ҳисоблаш масаларини “C” ёки “Fortran” дастурлаш тилларида яратишдан кўра жуда тез хосил қилинади.

Математика фанининг вазифаларидан бири бу олим ва мухандислараро алоқа тилидир. Матрицалар, дифференциал тенгламалар, берилганлар жадваллари, график чизмалар – буларнинг барчаси MATLABда, ҳамда амалий математикада қўлланиладиган обект ва тузилмалар. C, C++, Жава ва бошқа тилларда ёзилган процедуралар билан интеграсиялаш имконияти мавжуд.

MathematicaсистемасиWolframResearch, Inc. (http://www.wolfram.com/) компаниясимаҳсулотибўлиб, жудакаттаҳажмдагимураккабматематикалгоритмларнидастургаўтказувчивоситалармажмуасигаэга(баҳоси 1460 доллар). Техника олий ўқув юртларидаги олий математика курсидаги барча алгоритмлар система хотирасига киритилган. Mathematica жуда кучли график пакетга эга бўлиб, мураккаб кўринишдаги бир, икки ўлчовли функцияларнинг графикларини чизиш мумкин. Мазкур системадан баъзи (масалан АҚШ) мамлакатлардаги олий ўқув юртлари кенг фойдаланилади.

4.2. Математик моделлаштириш ва ҳисоблаш эксперименти. Математик моделларни тузиш ва уларга аниқлик киритиш.[15]

Ҳозирги пайтда илмий - тадқиқотларнинг янги услубияти - математик моделлаштириш ва ҳисоблаш тажрибасига асос солинмоқда. Бу услубиятнинг мазмуни шундан иборатки, унда жорий объект ўзининг математик моделига алмаштирилади, ҳамда математик моделлар замонавий ҳисоблаш воситалари ёрдамида ўрганилади. Математик моделлаштириш услубияти тез суръатлар билан ривожланиб, катта техник тизимларни ишлаб чиқиш ва уларни бошқаришдан бошлаб, мураккаб иқтисодий ва ижтимоий жараёнларни таҳлил қилувчи соҳаларни ҳам қамраб олмоқда.

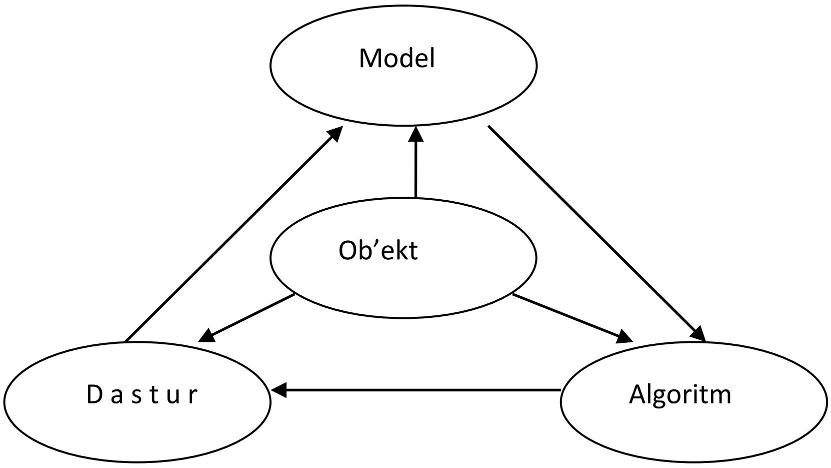
[15] G. A. Anastassiou and I. F. Iatan. Intelligent Routines. Solving Mathematical Analysis with Matlab,Mathcad, Mathematica and Maple. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. 1-157.

Математик усуллардан кенг фойдаланиш назарий тадқиқотларнинг умумий даражасини оширишга ва уларни тажрибавий тадқиқотлар билан чамбарчас алоқада олиб боришга имкон беради. Математик моделлаштиришга назария ҳамда тажрибанинг кўплаб ютуқларини ўзида мужассамлаштирган англаш, қуриш, лойиҳалаштиришнинг янги усули сифатида қараш мумкин. Объектнинг ўзи билан эмас, унинг модели билан ишлаш унинг мавжуд ҳолатлардаги хатти-ҳаракатини тез ва сарф - ҳаражатларсиз ўрганишга имкон беради. Айни пайтда объектларнинг моделлари устида ўтказилган ҳисоблаш (компютер, имитациявий) тажрибалари замонавий ҳисоблаш усулларининг қуввати ва информатиканинг техник воситаларига таяниб, объектларни назарий ёндашувга қараганда тўлароқ ва чуқурроқ ўрганилади.

Техник, экологик, иқтисодий жиҳатдан ҳамда замонавий фан томонидан ўрганиладиган бошқа тизимлар оддий назарий усуллар орқали (зарурий тўлиқлик ҳамда аниқликда) ўрганила олмайди. Улар устида олиб бориладиган тўғридан-тўғри тадқиқот узоқ муддатли, қиммат, кўпинча хавфли бўлади. Ҳисоблаш тажрибаси тадқиқотни тезроқ ва арзонроқ ўтказишга имкон беради. Математик моделлаштириш илмий-техник тараққиётнинг муҳим асосларидан биридир. Ривожланган мамлакатларда бу услубиятдан фойдаланмасдан бирорта йирик масштабли технологик, экологик ёки иқтисодий лойиҳани ишлаб чиқиб бўлмайди.

Математик моделлаштириш услубиятининг пайдо бўлиши ва такомиллашуви XX асрнинг 40-йиллари охири ҳамда 50-йилларнинг бошига тўғри келиб, бунга иккита омил сабаб бўлган. Компютерларнинг пайдо бўлиши биринчи, лекин асосий бўлмаган омил бўлиб хизмат қилди. Чунки уларнинг пайдо бўлиши тадқиқотчиларни ҳажман катта бўлган ҳисоблаш ишидан озод этди. Иккинчи, муҳимроқ омил Собиқ Иттифоқ ва АҚШ нинг ракета-ядровий қобиқни яратиш бўйича миллий дастурларни бажариш бўйича ижтимоий буюртмаси бўлди. Бундай мураккаб илмий-техник муаммоларни ҳисоблаш воситаларидан фойдаланмасдан туриб, анъанавий усулларда ҳал этиб бўлмасди. Ядровий портлашлар, ракета ва сунъий йўлдошларнинг учирилиши, аввало, компютерларда лойиҳалаштирилди, сўнгра эса амалиётга тадбиқ этилди.

Математик моделлаштиришнинг асосини ***«модел-алгоритм-дастур»***(1-расм)учлиги ташкил этади. Ўрганиладиган жараёнларнинг математик моделлари мураккаб бўлиб ўз ичига чизиқли бўлмаган функционал-дифференциал тенгламалар тизимини қамраб олади. Математик модел ядросини хусусий ҳосилали тенгламалар ташкил этади.



1-расм. Математик моделлаштиришнинг интеллектуал ядроси

Ҳисоблаш тажрибасининг биринчи босқичида объектнинг муҳим хусусиятлари - унинг таркибий хусусиятларига хос бўлган қонунлар математик кўринишда акс этади. Математик модел (унинг асосий қисмлари) объект тўғрисида жорий маълумотларни билиш учун амалий математиканинг анъанавий аналитик воситалари ёрдамида ўрганилади.

Иккинчи босқич моделни компютерда ишлаб чиқиш учун ҳисоблаш алгоритмини танлаш (ёки ишлаб чиқиш) билан боғлиқ. Қидирилаётган катталикларни мавжуд ҳисоблаш техникасида берилган аниқликда олиш лозим. Ҳисоблаш алгоритмлари моделнинг, бевосита объектнинг асосий хусусиятларини чекламаслиги, эчилаётган масалаларнинг ва ҳисоблаш воситаларининг хусусиятларига мослашиши керак. Математик моделлар асоси математик физиканинг хусусий ҳосилали тенгламаларининг чегаравий масалаларини ечишнинг сонли усулларидан ташкил топган ҳисоблаш математикаси ёрдамида ўрганилади.

Учинчи босқичда модел ва алгоритмни компютерда ишлатиш учун дастурий восита яратилади. Дастурий маҳсулот математик моделлаштиришнинг математик моделлар қаторидан фойдаланиш, ҳисоблашнинг кўп вариантлилиги билан боғлиқ муҳим хусусиятини назарда тутиши керак. Бунинг натижасида объектга мўлжалланган дастурлаш асосида ишлаб чиқариладиган амалий дастурларнинг мажмуи ва пакетларидан кенг фойдаланилади.

Математик моделлаштириш омили ҳисоблаш тажрибасининг ҳамма асосий қатламларини чуқур таҳлил этишни таъминлаб беради. «Модел-алгоритм-дастур» учлигига таяниб, тадқиқотчи қўлига мукаммал мослашувчан ва арзон воситани олади ва у аввалига назоратдан ўтказилади. Бундан кейин ўрганилаётган объектнинг зарурий сифатли ҳамда сонли хусусиятлари, тавсифларини олиш учун математик моделлар кенг қамровда таҳлил этилади.

Ҳисоблаш тажрибаси ўз табиатига кўра соҳалараро характерга эга. Замонавий илмий-техник ишлаб чиқаришда математик моделлаштиришнинг синтез аҳамиятини ҳаддан ташқари ортикча баҳолаб бўлмайди. Умумий тадқиқотларда амалий соҳада, амалий ва ҳисоблаш математикаси, амалий ва тизимли дастурий таъминот бўйича мутахассислар иштирок этади. Ҳисоблаш тажрибаси - чизиқли бўлмаган математик моделларни сифатли таҳлил этишдан бошлаб, то замонавий дастурлаш тилларигача бўлган турли хил усул ва ёндашувларга таяниб ўтказилади. Моделлаштириш у ёки бу кўринишда ижодий фаолиятларининг деярли барчасида иштирок этади. Математик моделлаштириш аниқ билимлар доирасини ҳамда рационал усулларнинг иловалар майдонини кенгайтиради. У асосий тушунчалар ва фаразларни аниқ шакллантириш, қўлланилаётган моделларнинг адекватлигини апостериал таҳлил этишга, ҳисоблаш алгоритмларининг аниқлигини назорат қилишга, ҳисоб маълумотларини сифатли қайта ишлаш ва таҳлил қилишга асосланади.

Замонавий босқичда ҳаётий таъминланганлик муаммосини ҳал этиш математик моделлаштириш ва ҳисоблаш тажрибасидан кенг фойдаланишга асосланади. Ҳисоблаш воситалари (компютерлар ва сонли усуллар) одатда табиий фандаги тадқиқотларда, аввало физика ҳамда механикада яхши тасвирланган. Кимё ва биологияни, тупроқ ҳақидаги фанларни, ижтимоий фанларни фаол математикалаштириш жараёни олиб борилади. Муҳандислик ва технологияда математик моделлаштиришни қўллашнинг сезиларли ютуқларига эришилди. Математик моделларнинг компютер воситасида ўрганилиши учириладиган аппаратларнинг аэродинамик трубалардаги синовини, полигонлардаги ядровий ҳамда термоядровий қурилмаларни портлатиш ўрнини сезиларли даражада босди.

Замонавий ахборот технологиялари тиббиётда ҳам қўлланилади. Анализ маълумотларини йиғиш ва таҳлил этиш касалликларга ўз вақтида ташҳис қўйиш имкониятини беради. Масалан, компютерли томограф катта массивдаги маълумотларни қайта ишлашнинг математик усулларидан фойдаланиш бўйича сифатли тиббиёт воситасини олишга асос бўлади.

Бу ерда аниқ бир хусусиятга боғлиқ бўлмаган, турли хил фан соҳалари учун умумий бўлган математик моделларни қуриш ва таҳлил қилишга қаратилган асосий ёндашувлар баён этилган. Инсонларни ўраб турган олам ягона. Хусусан, бу математик моделларнинг мукаммаллигида, турли хил ҳодиса ва объектларни таърифлаш учун қўлланиладиган математик қурилмаларнинг бир хиллигида намоён бўлади.

Илмий-тадқиқотлардаги назарий ва амалий усулли ҳисоблаш тажрибасининг умумий ҳусусиятлар кўрсатиб ўтилган. Қуйида ҳисоблаш тажрибасининг ҳар хил турларига қисқача таъриф келтирилган. Ҳисоблаш тажрибаси математик моделларни ўрганиш учун компютерлар ва сонли усуллардан фойдаланиш натижасида пайдо бўлган. Унга математик моделлаштиришнинг энг юқори поғонаси сифатида қаралади.

Математик моделлаштириш. Мазмуни математик тушунчаларни табиий ва ижтимоий фанларда, техникада қўллашдан иборат бўлган илмий билимларни математикалаштириш замонавий давр удуми ҳисобланади. Кўпинча у ёки бу фаннинг ривожланиш даражаси ҳам математик усулларни қўллаш даражаси бўйича характерланади. «Ҳар қандай билимда математика қанча бўлса, шунча фан бор» деган машҳур ҳикматли таъриф бу фикрни ифодалаб беради.

Билимларни математикалаштириш. Фан ривожланишининг эмпирик босқичида кузатилаётган ҳодисалар таърифланади, тажрибалар ўтказилади, тажриба маълумотлари йиғилади ва гуруҳлаштирилади. Назарий босқич учун унинг ядросини ташкил этувчи асосий қонунларни, янги абстракциялар ва идеаллаштириш тушунчаларини киритиш хос хусусият. Бунда ўрганилаётган объект тўғрисида умумий тасаввур ҳосил қилинади, тажриба маълумотларининг умумий мажмуига таъриф берилади.

Назариянинг эвристик аҳамияти объект, ҳодиса ёки жараён тўғрисидаги янги, олдин маълум бўлмаган тавсифларни айтиб бера олишида намоён бўлади. Фаннинг ривожланиш тарихи нептун, позитроннинг кашф этилишига доир ёрқин мисолларга эга. Математик ғоялар ва усуллар нафақат математик безаклар вазифасини, балки сонли ҳамда сифатли таҳлилнинг муҳим воситалари бўлиб хизмат қилади.

Турли фанлар ҳар хил математикалаштириш даражасига эга. Сифатли математик моделлар устувор аҳамиятга эга бўлган фанлар учун юқори бўлмаган математикалаштириш даражаси характерли. Қандай математик моделлар ишлатилишига кўра математикалаштириш даражасини тавсифлаш мумкин. Масалан, механикада математикани қўллаш хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар тизимидан фойдаланишга асосланади. Жумладан, бундай математик моделлар алоҳида битта ҳолатда эмас, механиканинг қайишқоқлик назарияси, гидроаеродинамика каби ҳамма бўлимларда қўлланилади. Математикалаштириш даражаси физикада ҳам юқори, лекин унинг турли хил бўлимларида ҳозирча ҳар хил даражада ишлатилади.

Ҳозирги пайтда кимёда ҳам математикалаштириш даражаси ортиб бормоқда. Масалан, кимёвий кинетика содда дифференциал тенгламаларга, кимёвий гидродинамика хусусий ҳосилали тенгламаларга асосланади.

Биологияда ҳам математикалаштириш даражаси ортмоқда. Бунинг исботи тариқасида XX аср бошларида бажарилган ***«йиртқич-ўлжа»*** тизимини математик моделлаштириш бўйича Волтернинг классик ишига эътиборни қаратиш етарли.

Биз иқтисод, тарих ва бошқа ижтимоий фанларга ҳам математик ғояларнинг тез суръатлар билан кириб келишига гувоҳ бўлмоқдамиз. Механика ва физикани математикалаштиришда тўпланган тажриба ҳамда математиканинг ривожланиш даражаси туфайли қолган фанларни математикалаштириш жараёни жуда тез содир бўлмоқда. Кимё ва биологияда математикани қўллаш кўпроқ илгари ишлаб чиқилган математик аппаратга асосланади. Шунинг учун ушбу фанларнинг математикалаштириш жадаллиги кимё, биология фанларининг ривожланиш даражасига боғлиқ.

Тажрибавий ва назарий тадқиқотларни ривожлантирмасдан туриб математик усулларнинг ўзигагина таяниб бўлмайди. Математик усулларни самарали қўллаш учун, аввало, ўрганилаётган жараён ёки ҳодисани чуқур англаш, амалий соҳадаги мутахассис ва математик бўлиш талаб этилади.

Табиатнинг умумийлиги турли хил физик, кимёвий, биологик жараёнларни таърифлаш учун бир хил математик моделларни қўллашда намоён бўлади. Математик моделлар сонининг чеклилик хусусияти уларнинг абстрактлилигини кўрсатади. Битта математик ифода (тушунча) ҳар хил жараён, тавсифларни таърифлаши мумкин. Масалан Лаплас тенгламаси гидродинамикадаги сиқилмайдиган суюқлик ҳаракатини, зарядланмаган жисмлар ташқарисидаги электростатик майдонни, стационар иссиқлик майдонини, қайишқоклик назариясида мембрананинг эгилишини таърифлайди. А.Пуанкренинг қайд этишича, «Математика – ҳар хил нарсаларга бир хил ном қўйиш саънатидир». Хусусан, бу аниқ бир ҳодиса ёки жараённи ўрганишда бошқа бир ҳодиса ёки жараённи ўрганиш пайтида олинган натижаларни қўллашга имкон беради. Математик моделларнинг бундай умумийлигида математика усулларининг бирлашган аҳамияти намоён бўлади.

Математик моделлардан фойдаланиш. Илмий билимларни математикалаштиришда ҳодисанинг аниқ табиатидан четлашиш, идеаллаштириш ва унинг математик шаклини ажратиб кўрсатиш босқичи мавжуд, (математик модел қурилади). Айнан математик моделнинг абстрактлиги унинг аниқ ҳодиса ёки жараёнга нисбатан қўлланилишида маълум бир қийинчиликлар туғдиради. Ҳозирда, тўпланган тажриба туфайли турли фанлардаги идеаллаштириш, четлашиш жараёни нисбатан тинчроқ ва тезроқ ўтади.

Математикалаштиришнинг иккинчи босқичи математик моделларни абстракт объектлар сифатида ўрганишдир. Ушбу мақсадда математиканинг яратилган ва махсус қурилган воситалари қўлланилади. Ҳозирги пайтда математик моделларни ўрганиш учун ҳисоблаш воситалари - компютерлар ва сонли усуллар катта имкон яратиб беради.

Математикани амалий тадқиқотларда қўллашда учинчи босқич интерпретация-математик четлашишларга аниқ бир амалий мазмун киритиш билан тавсифланади. Амалий математик моделлаштириш бўйича мутахассис амалий соҳадаги мутахассислар билан юзма-юз ишлаш пайтида математик четлашишлар ортида ҳар доим аниқ бир амалий мазмунни кўради.

Математик моделлар соф математик анъаналари бўйича ўрганилиши мумкин. Бундай ҳолатда математик моделлар амалий мазмун билан ҳеч қандай алоқасиз, математикада қабул қилинган қатъийлик даражаси бўйича ўрганилади.Бу эса уларга мукаммаллик ва зарурий умумийликни таъминлайди. Бу ерда йирик математиклар - Д.Гилберт, А.М.Ляпунов ва бошқаларнинг фикрига ёндашиш ўринли. Мазкур нуқтаи назар қуйидагига олиб келади.

Амалий муаммони математик жиҳатдан шарҳлаб бўлгач соф математика даражасида кўриб чиқиш керак. Математик моделларни бевосита ўрганиш математиканинг ривожланишига энг катта туртки ҳисобланади.

Математик моделлаштиришнинг эвристик аҳамияти шунда намоён бўладики, унда натурали тажриба ўрнига математик тажриба ўтказилади. Ўрганилаётган объектга у ёки бу таъсирни ўрганиш ўрнига математик модел параметрик жиҳатдан ўрганилади. Ечимнинг у ёки бу параметрга боғлиқлиги аниқланади. Бундай тажриба натуравийликни тўлдириб, ҳодиса ёки жараённи чуқурроқ ўрганишга имконият беради.

Электрон ҳисоблаш машиналарининг пайдо бўлиши, ҳисоблаш математикасининг тез суръатлар билан ривожланиши, ҳисоблаш техникасининг турмушимизда кенг қўлланилиши математик моделлаштириш имкониятларини сезиларли даражада кенгайтирди.

Математиканинг янги имкониятлари. Компютерлар ва ҳисоблаш воситалари илгарилари ўрганиш имконияти бўлмаган масалаларни маълум бир аниқликда ва деярли кам вақт ичида ечишга, йирик илмий-техник лойиҳаларни ишлаб чиқишга имкон берди.

Космик кемаларни учиришда ва бошқаришда, фойдали қазилмаларни сейсмик текшириш натижасида тўпланган маълумотларни қайта ишлашда компютерлардан фойдаланиш, самолётнинг ҳақиқий конфигурацияси аэродинамикасини сонли моделлаштириш бунга мисол бўла олади. Соф математикада исботловчи ҳисоблашларни бажариш, тўртта бўёққа доир машҳур муаммода ҳам компютерлар ўзининг ўрнини топди.

Амалий муаммоларни назарий ўрганган ҳолда ҳисоблаш воситаларидан кенг фойдаланишга асосланган янги илмий соҳалар, йўналишлар тез суръатлар билан ривожланмоқда. Бу борада, аввало, ҳисоблаш физикасини, ҳисоблаш гидродинамикасини, ҳисоблаш геометриясини, ҳисоблаш алгебрасини, ҳисоблаш иссиқлик физикасини қайд этиб ўтамиз.

Математик моделларни ўрганиш деганда, аввало, математик моделларни сифатли ўрганиш ҳамда аниқ ёки тақрибий ечимни олиш назарда тутилади. Компютер нафақат тақрибий ечимларни сонли усулларда олишга, балки математик моделларни сифатли ўрганишга имкон беради.

Математик моделларни ўрганишнинг аналитик усуллари. Сифатли тадқиқот масалани ўлчамли таҳлил этишдан бошланади. Масалани ўлчовсиз кўринишга келтириш унинг аниқловчи ўзгарувчилари сонини қисқартиришга имкон беради. Кичик ёки катта ўлчовсиз параметрларни ажратиш бир қатор ҳолатларда жорий математик моделларни сезиларли даражада соддалаштиришга, уни ечишнинг сонли усулларини ишлаб чикаришда масаланинг хусусиятларини ҳисобга олишга имконинияратади.

Математик моделнинг ўзи анча мураккаб, чизиқли бўлмаслиги мумкин. Бунинг натижасида уни амалий математиканинг анъанавий усуллари ёрдамида сифатли ўрганиб бўлмайди. Айнан шунинг учун кўп ҳолларда анчагина содда, лекин жорий математик моделга нисбатан мазмунлироқ масалада сифатли тадқиқот ўтказилади. Бундай ҳолларда асосий моделнинг соддалаштирилган масалалари (модел учун модел) тўғрисида сўз юритиш лозим.

Математик моделларни сифатли ўрганишда корректлилик муаммоларига катта эътибор қаратилади. Аввало, ечимнинг мавжудлилик масаласи кўрилади. Унга мос бўлган қатъий натижалар (мавжудлилик теоремаси) математик моделнинг корректлилигига кафолат беради. Бундан ташқари мавжудлилик теоремаларининг конструктивлик исботлари қўйилган масалани тақрибий ечиш усулларига асос қилиб олиниши мумкин.

Амалий математик моделлаштиришда кирувчи маълумотларнинг нисбатан кичик четланишларида ечимнинг турғунлик масаласи муҳим аҳамият касб этади. Турғунмаслик (кичик четланишларда ечимнинг чексиз ортиб кетиши) тескари масалалар учун характерли бўлиб, тақрибий ечимни олишда ҳисобга олиниши керак.

Ечимнинг кўплиги, ягона эмаслиги чизиқли бўлмаган математик моделлар учун хос бўлиши мумкин. Математик моделларни сифатли ўрганишда тармоқланиш нуқталари, ечимларнинг бифуркацияси, зарурий ечимнинг ажратиб кўрсатилиш масалалари ўрганилади.

Математик моделларнинг ҳар хил турлари учун сифатли ўрганиш усуллари бир хил тўлиқликда ишлаб чиқилмаган. Сифатли усуллар энг катта натижаларни келтирган моделлар ичида содда дифференциал тенгламаларни қайд этиб ўтамиз. Хусусий ҳосилали тенгламалар назариясида сифатли усуллар қўлланилади, лекин унчалик катта даражада эмас. Мисол сифатида хусусий ҳосилали тенгламаларга асосланган математик моделларни сифатли ўрганишга имкон берувчи иккинчи тартибли параболик ҳамда эллептик тенгламаларнинг максимум тамойилини қайд этиб ўтиш мумкин.

Аниқ ёки тақрибий ечим аналитик ҳамда сонли усуллар билан топилади. Бунга алоқадор равишда аналитик усулларнинг классик мисоллари орасида ўзгарувчиларни бўлиш, математик физиканинг чизиқли масалаларини интеграл алмаштириш усулларини ажратиб кўрсатамиз.

Чизиқли бўлмаган математик моделлар учун чизиқлаштириш усуллари, четланиш усулларининг ҳар хил вариантлари муҳим аҳамият касб этади. Четлашишлар назарияси ажратилган кичик параметр бўйича асимптотик ёйишларга асосланади. Бу усулларга, уларнинг чекланганлигига қарамай, сингуляр четлашиш масалаларини кўриб чиқишга алоҳида эътибор қаратилади.

Чизиқли бўлмаган ечимнинг сифатли хатти - ҳаракати маълум бир ҳусусий ечимлар билан алмаштирилиши мумкин. Чизиқли бўлмаган масалаларнинг хусусий ечимларини қидириш автомоделли ўзгарувчилардан фойдаланишга, математик модел замирида ётган тенгламаларни гуруҳли таҳлил этиш натижаларига асосланади.

Мураккаб, кўп параметрли моделлар компютерда сонли усуллар билан ўрганилиши мумкин. Аналитик ечимдан фарқли ўлароқ (у ечимнинг масаланинг у ёки бу шартига параметрли боғлиқлигини кўрсатади), сонли усулда у ёки бу параметр ўзгарган пайтда масалани кўп марта ечишга тўғри келади. Лекин сонли ечим аналитик ечими бўлмаган масалалар учун ҳам олиниши мумкин.

Компютерлардан фойдаланиш. Эндиликда математик моделлаштиришда компютерларни қўллашнинг асосий тафсилотига ўтамиз. Биз масаланинг тақрибий ечимини олишда ҳисоблаш воситаларидан фойдаланишга эътибор қаратамиз. Математик моделларни сифатли ўрганиш босқичида, моделли масалаларнинг аналитик ечимини топишда компютерлардан фойдаланиш имкониятларини ҳам қайд этиб ўтиш мумкин. Автомоделли ўзгарувчини ажратишда хусусий ҳосилали тенгламаларга оид жорий масала, мисол учун содда дифференциал тенгламага келтирилади, ўлчам пасайтирилади. Тенгламанинг умумий ечими замонавий математик пакетларда тасвирланган компютердаги аналитик ҳисоблаш тизимларидан фойдаланиш асосида топилади.

Математик моделлаштиришда компютерларни қўллаш бўйича камида иккита босқич, иккита даражани ажратиб кўрсатиш мумкин. Биринчиси, нисбатан содда математик моделларни ўрганиш билан тавсифланади. Компютерларни қўллашнинг ушбу босқичида ҳисоблаш воситалари амалий математиканинг бошқа усулари билан бир қаторда ишлатилади.

Математик моделлаштиришда компютерларни қўллашнинг ажратиб кўрсатилган босқичи «***буюртмачи (назариётчи) – бажарувчи(амалий математика)***» шартли занжири билан изоҳланади. Буюртмачи масалани қўяди, натижаларни таҳлил қилади, бажарувчи эса компютерларни қўллаган ҳолда масаланинг ечимини таъминлайди. Бу ҳолатда маълум бир сондаги кирувчи маълумотли аниқ бир масалани анчагина тор ечиш тўғрисида сўз юритилади.

Амалий математик моделлаштиришда компютерларни қўллашнинг ушбу босқичи учун Р.Хеммингнинг «Ҳисоблаш мақсади сон эмас, англашдир» шиори характерлидир. У кўпроқ сифатли таҳлилни қадрлайдиган буюртмачи-назариётчининг ишлаш анъаналарини акс эттиради. Илмий тадқиқотлар ва ишлаб чиқаришнинг замонавий босқичи учун англашнинг ўзи камлик қилади. Тажриба ҳақиқий таркибга чиқиши учун аниқ сонли боғлиқликлар ва тавсифлар талаб этилади.

Компютерларни қўллашнинг иккинчи босқичи мураккаб чизиқли бўлмаган моделларни ўрганиш билан характерланади. Бундай шароитларда ҳисоблаш воситалари асосий, мутлоқ устивор бўлиб қолади. Амалий математик моделлаштиришнинг анъанавий усуллари ёрдамчи, хизмат кўрсатувчи ролни бажаради (жуда ҳам соддалашган кўринишдаги модел масалалар, ҳисоблаш алгоритмларини синовдан ўтказиш каби масалани сифатли ўрганиш).

Мураккаб математик масалаларни сонли усуллар ҳамда компютер ёрдамида ўрганиш имконияти илмий тадқиқотлар методологиясини янги нуқтаи назардан ўрганишга имкон беради. Тезкор компютерлар юқори самарали ҳисоблаш алгоритмлари, замонавий дастурий таъминот ҳозирги вақтда назарий ҳамда амалий тадқиқотларни ўз ичига олган ҳисоблаш тажрибасининг умумий технологияси доирасида илмий тадқиқотларни ташкил этиш имконини беради.

Тажрибавий маълумотларни қайта ишлаш. Амалиётчи ўзининг тадқиқоти бўйича умумий схемасида ўрганилаётган объектга таъсир ўтказади, ушбу таъсир натижалари тўғрисида маълумот олади ва уни қайта ишлайди. Бу маълумотлар ўлчовнинг тасодифий хатоликлари билан чекланган. Шу боис тажрибавий маълумотларни биринчи марта қайта ишлашда асосий математик аппарат эҳтимоллар назарияси ҳамда математик статистикага асосланади. Тажрибавий тадқиқотлар тажриба пайтида олинган маълумотларни сақлашга ва қайта ишлашга имкон берувчи ўлчов-ҳисоблаш комплекслари ёрдамида ўтказилади.

Ҳар бир амалий тадқиқотда синов маълумотлари статистик жиҳатдан қайта ишланади. Алоҳида омилларнинг таъсирини сонли баҳолаш тажрибавий маълумотларни у ёки бу аниқликда интерполяциялайдиган эмперик боғликларни қуришда билинади. Бундай ҳолда мазмунли математик моделлар умуман бўлмаган аппроксимацияли математик моделлардан фойдаланиш тўғрисида гапириш мумкин. У ёки бу масалани ечиш учун ўтказиладиган тажрибалар сони ва шарти тажрибани режалаштириш босқичида танланади. Бу ерда муқобил тажриба математик назарияси, тажрибани режалаштириш назариясининг натижалари жалб қилинади

Ускунанинг математик модели. Тажрибавий тадқиқотларнинг замонавий ривожланиш босқичи мукаммал ускуналарнинг кенг қамровда қўлланилиши билан изоҳланади. Ускуналарнинг ўзи ўрганилаётган ҳодиса ёки жараёнга четланишлар киритади. Бундай хатоликлардан қутулиш учун ускунанинг математик модели қурилади.

Тажрибаларни ўтказиш пайтида иккита мутлақо турли ҳолатни назарда тутиш керак. Улардан биринчиси ўрганилаётган ҳодиса ёки объект учун назарий таъриф, математик модел йўқ бўлиб, кейинчалик математик таъриф бериш мақсадида тажрибавий материални тўплаш масаласининг қўйилиши билан боғлиқ. Бу ҳолда математик усуллар маълумотларни сақлаш ва қайта ишлаш, хусусан эмперик боғлиқликларни ўрнатиш учун қўлланилади.

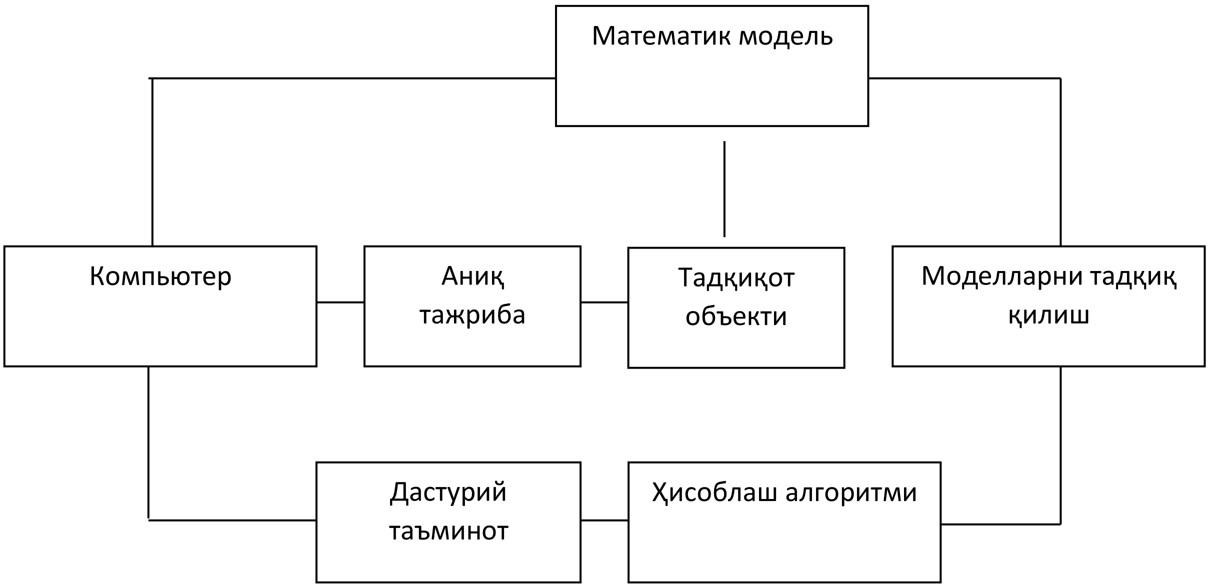
Аппроксимацияли математик моделларни қуришда эмперик формулаларнинг параметрларини аниқлаш, формуланинг ўзини мослаштириш ҳолати табиийдир. Тажрибавий маълумотлар тўпламидан аппроксимацияли моделларнинг параметрларини шундай танлаш керак-ки, натижада тажрибавий маълумотлар катта аниқликда таърифланиши мумкин бўлсин. Бунда биз минималлаштириш масалаларини тақрибий ечиш заруриятига дуч келамиз.

Тажрибаларнинг иккинчи синфи ўрганилаётган объектнинг назарий таърифи берилган шароитда ўтказилади. Математик модел таркибининг аниқ ва моделнинг параметрларини аниқлаш масаласи қўйилади. Натурали тажрибанинг ўзи объектнинг у ёки бу хусусиятини аниқлашга, объектнинг математик моделига аниқлик киритишга қаратилган.

Бундай тадқиқотларнинг тажрибавий маълумотларини қайта ишлашда кўпинча тескари масалалар билан иш тутишга тўғри келади. Бундай масалалар классик нуқтаи назардан тўлиқ бўлмаслиги, шунинг учун сонли тадқиқотни ўтказиш учун қийин бўлиши мумкин. Тажрибавий тадқиқотларнинг маълумотларини қайта ишлаш ва интерполяциялаш босқичида математик моделларнинг турли хил синфларини ўзида мужассамлаштирган ҳисоблаш воситалари кенг қамровда қўлланилмоқда.

Ҳисоблаш тажрибаси. Назарий ва тажрибавий тадқиқотларнинг автономик даражаси юқори. Фундаментал моделлар аниқ, текширилган шароитда назарий ҳамда тажрибавий тадқиқотларнинг мустаҳкам координациялашуви ва алоқасига оид масаласи қўйилиши мумкин.

Гап илмий тадқиқотларнинг бирлаштирувчи янги технологияси бўлган математик моделлаштириш ҳамда ҳисоблаш тажрибаси тўғрисида боради (2. расм).



2-расм. Ҳисоблаш тажрибасининг умумий схемаси

Ҳисоблаш тажрибасининг асосий босқичлари. Аввало, ҳисоблаш тажрибасининг умумий схемасини баён этамиз, сўнгра унинг асосий босқичларига қисқача таъриф келтириб ўтамиз. Ҳисоблаш тажрибасини тор маънода, ўрганилаётган объектнинг математик моделларини ҳисоблаш воситалари ёрдамида яратиш ва ўрганиш деб тушуниб, унга асос қилиб «***модел-алгоритм-дастур***» учлигини ажратиб кўрсатиш мумкин.

Ҳисоблаш тажрибасининг кенг методологик мазмуни сифатида илмий тадқиқотларнинг янги технологияси тушунилади.

Ўрганилаётган объект учун, аввало, математик модел қурилади. У маълум фундаментал моделларга асосланади. Ҳисоблаш тажрибаси ўз мазмунига кўра бир-бирига яқин моделлар гуруҳи ўрганилишини назарда тутади. Аввало, ўрганилаётган жараёнлар таърифи, тажрибавий маълумотларга яқинлик нуқтаи назарига кўра анчагина мазмунли, ҳамда тўлиқ, лекин содда модел қурилади.

Ҳисоблаш тажрибасининг кейинги циклларида моделга аниқлик киритилади, янги омиллар ҳисобга олинади ва ҳ.к. Шунинг учун биз ҳар доим ҳақиқатни у ёки бу аниқликда таърифловчи математик моделларнинг тартибланган мажмуи тўғрисида гапиришимиз мумкин. Нисбатан содда модел доирасида ҳам тажриба билан ҳамоҳангликни сақлаш керак. Айнан шу, охир оқибатда, ҳисоблаш тажрибасининг мақсади бўлади.

Математик модел амалий математиканинг анъанавий усулларида қуриб бўлганидан сўнг математик модел оралиқ тадқиқотдан ўтказилади. Ҳисоблаш тажрибасининг моҳияти компютерда математик моделларни сонли усулларда ўрганишдан иборат. Бу ерда фақатгина математик моделни оралиқ синовдан ўтказиш тўғрисида гап боради. Бу босқичда мавжуд аниқликда, математикада қабул қилинган қатъийлик даражасида тор математик мазмунли тўлиқ масаланинг корректлилиги ҳал этилади.

Математик моделни оралиқ синовдан ўтказишнинг асосий мазмуни нисбатан содда (модел), масалан, уларни ажратиб ҳар томонлама ўрганишдан иборат. Чунки тўла математик модел жуда ҳам мураккаб. Ҳисоблаш тажрибаси циклидаги модел математик масалалари икки мақсадда қурилади: биринчидан, масалани тўла сифатли ўрганиш, иккинчидан –масалани тўла тақрибий ечишнинг ҳисоблаш алгоритмларини текшириш, синовдан ўтказиш учун қурилади.

Моделли (соддалаштирилган) масалаларни сифатли ўрганишда ечимнинг барқарорлик масалалари ўрганилади. Чизиқли бўлмаган масалаларнинг аниқ хусусий ечимлари, асимптотик ечимлари ҳам катта аҳамиятга эга. Шундай қилиб бу ерда муаммони назарий жиҳатдан ўрганишнинг оддий математик арсенали қўлланилади.

Ҳисоблаш тажрибасининг кейинги босқичида дискрет масаласи ҳамда ушбу дискрет масалани ечишнинг сонли усули қурилади. Математик модел ўз ичига хусусий ҳосилали тенгламаларни (математик моделнинг ядроси), дифференциал ҳамда алгебраик тенгламалар тизимини олади. Ҳисоблаш алгоритмларини қуриш ҳамда ўрганиш ҳисоблаш математикасининг устиворлигидир.

Амалий математик моделлаштиришда илмий тадқиқотларнинг иккита тенденцияси кузатилади. Соф математика анъаналари доирасида айрим тадқиқотчилар дискрет моделларни ҳамда уларни ўрганишнинг сонли усулларини, уларнинг амалий математик моделлаштиришини, амалий муаммони компютерда ҳал этиш билан боғлиқ бўлмаган вазиятда ўрганади. Дискрет масала ечимининг мавжудлигига қатъий исботлар келтирилади, тахминий ечим хатолигининг назарий баҳоланиши олинади, итерацион жараённинг яқинлашиши текширилади. Бу аввало, асосий масалани ечиш усулларини, тадқиқотчининг ҳисоблаш арсеналини ишлаб чиқишда ўринлидир.

Ҳисоблаш математикасидаги амалий йўналиш вакиллари «амалий яқинлашиш», «ҳақиқий тўрлар» каби ноқатъий тушунчалар хос бўлган нисбатан бошқача қатъийлик босқичида (физик) ишлайди. Амалий математик моделлаштиришда тўла қатъийликка бўлган шарциз талаб ҳеч қандай яхшиликка олиб келмайди.

Ҳисоблаш тажрибаси унга адекват бўлган дастурий таъминотни яратиш пайтида ҳисобга олиш керак бўлган иккита ҳусусият билан изоҳланади. Бу белгиланган математик модел доирасида ҳисоблашларнинг кўп вариантлилиги ва кўп моделлилиги билан изоҳланади. Мазкур вазиятда компютердаги битта дастур билан чекланиб қола олмаймиз, бошқа масалаларни ечиш учун уни осонликча алмаштириш имконига эга бўлиш лозим.

Ҳисоблаш тажрибасининг дастурий таъминоти амалий дастурларнинг мажмуи ҳамда пакетларидан фойдаланишга асосланади. Дастурлар мажмуи битта соҳадан олинган математик табиатига кўра яқин бўлган масалаларни ечишга мўлжалланган. У ўз ичига ишчи дасурлар бирлаштирилган дастурий модуллар (катта ёки кичик даражада мустақил) кутубхонасини олади. Амалий дастурлар мажмуида дастурлар модуллардан қўлда йиғилади.

Амалий дастурлар пакетларида йиғиш учун компютернинг тизимли воситалари қўлланилади. Бу ушбу жараённи сезиларли даражада автоматлаштиришга имкон беради. Ҳисоблаш тажрибаси доирасида масалаларни ечиш технологияси сифатида қараладиган амалий дастурлар пакетлари тўпланган дастурий маҳсулотдан самарали фойдаланишга, дастурчиларнинг меҳнат самарадорлигини кўтаришга имкон беради.

Ҳисоблаш тажрибасининг асосий ҳусусиятлари объектга мўлжалланган дастурлашда ҳамда замонавий дастурлаш тилларида энг кўп ҳисобга олинади.

Сўнгра ҳисоблаш тажрибасининг циклида масаланинг у ёки бу параметрлари ўзгарганда компютерларда бир қатор ҳисоблашлар ўтказилади. Олинган маълумотлар амалий соҳадаги мутахассислар иштирокида таҳлил этилади ҳамда интерпретацияланади. Натижалар мавжуд назарий тасаввурлар ҳамда тажрибавий маълумотларни ҳисобга олган ҳолда қайта ишланади. Бу ишлар классик тажрибанинг асл анъаналари доирасида ўтказилади. Тажрибавий маълумотлар жадвал, график, дисплей, кинофилмлардан олинган фотосуратлар кўринишида тақдим этилади.

Лекин шуни ҳар доим назарда тутиш керакки, ҳисоблаш тажрибасида олинган натижаларни деталлаштириш, қайта ишланадиган маълумотнинг ҳажми бевосита каттароқ. Ҳисоблаш тажрибасида маълумотни сақлаш ва қайта ишлаш муаммолари тобора катта аҳамият касб этмоқда.

Натижаларни таҳлил этиш босқичида математик модел, унинг ҳисоблаш ишлари яхши танланган ёки йўқлиги равшан бўлади. Зарур бўлса модел ҳамда сонли усулларга аниқлик киритилади ва ҳисоблаш тажрибасининг бутун цикли такрорланади, яъни ҳақиқатни англашнинг қайта босқичи ўтказилади.

Илмий тадқиқотлар янги технологиясининг асосий хусусиятлари.

Ҳисоблаш тажрибасини тавсифлар эканмиз, ушбу технологияни бошқа объектларни ўрганишга осонлик билан кўчиришга имкон берувчи мукаммаллигини қайд этиш жуда ҳам муҳим. Ушбу вазият умуман олганда математик моделлаштириш учун хос хусусият. Чунки кўпгина ҳодиса ва жараёнлар бир хил математик моделларга эга.

Ҳисоблаш тажрибасининг қайд этилган кўп мақсадли йўналиши ҳамда методологик мукаммаллиги математик моделлаштиришнинг тўпланган тажрибаси, ҳисоблаш алгоритмлари банки ва дастурий таъминот асосида янги масалаларни тез ҳамда самарали ечишга имкон беради.

Ҳисоблаш тажрибасининг иккинчи хусусияти унинг соҳалараро характеридир. Биз амалий математик умумий мақсадга тезроқ эришиш мақсадида назариётчи ҳамда тажрибачини бирлаштиргани тўғрисида гапириб, бувазиятни ҳар доим қайд этиб турамиз. Ҳисоблаш тажрибасига ақлий меҳнатнинг умумий шакли кўринишида қаралиши мумкин. Унинг умумий қисмида назариётчи ҳам, тажрибачи ҳам, амалий математик ва дастурчи ҳам ишлайди.

Ҳисоблаш тажрибасининг амалий тажрибага насбатан қуйидаги фарқли хислатларини ҳамда устуворликларини қайд этиш мумкин.

Биринчидан, ҳисоблаш тажрибаси натурали тажрибани амалга ошириш мумкин бўлмаган пайтда ҳам ўтказилиши мумкин. Бундай ҳолат кенг кўламдаги экологик тажрибаларда кузатилади. Масалан, атом қуролини ишлатганда глобал иқлимий ўзгаришларни моделлаштиришни қайд этайлик. Ёки термоядровий параметрларда жараёнларни ўрганиш (атом бомбасини портлатиш)дан бошқа уларга эришиш йўли йўқ.

Иккинчидан, ҳисоблаш тажрибасидан фойдаланишда ишлаб чиқариш нархи пасаяди ҳамда вақт тежалади. Бунинг сабаби - бажариладиган ҳисоблашларнинг кўп вариантлилиги, у ёки бу ҳақиқий шароитларнинг тасвирланиши учун ишлаб чиқарилган замонавий математик моделларнинг соддалигидир.

Тассавур этиш учун компютерлардаги ҳисоблашлар кўп марта фойдаланишга мўлжалланган ***«Шатл»*** космик кемасини яратиш пайтида аеродинамик трубаларда ўтказиладиган тажрибаларнинг ўрнини босганини қайд этиб ўтиш мумкин. Янги маҳсулотлар ҳамда технологияларни яратиш оғир, қиммат ва узоқ вақт мобайнида этказиладиган қурилмалар билан боғлиқ. Ҳисоблаш босқичлари айнан шу босқичда вақт ҳамда пулни тежаш имконини беради.

Тажрибавий тадқиқотлар маълумотлари математик моделларни мукамаллаштириш, масаланинг тақрибий ечими аниқлигини назорат қилиш учун қўлланилади. Бундай тадқиқот анъаналарида биз математик моделга таъсир ўтказамиз ҳамда натижаларни қайта ишлаймиз. Айрим ҳоллардагина шахсий «ускунамиз» аниқлигини эталон билан солиштириб текширамиз. Назарий тадқиқот анъанасига кўра, объект билан эмас, унинг математик модели билан иш тутамиз. Ушбу умумий хислатларни ҳисоблаш интерпретациясининг фойдасига қўшимча аргументлар, кенг маънода эса илмий тадқиқотларнинг интеграциялашувчи технологиялари деб қабул қиламиз.

Ҳисоблаш тажрибасини илмий тадқиқотларнинг янги технологияси, устуворликда эса илмий тадқиқотлар ривожининг мантиқи, тенденцияси сифатида қабул қилиш керак. Ҳозирги пайтда у кўпинча тор маънода, «буюртмачи- амалий математик» занжири бўйича амалга оширилади. Илмий тадқиқотларнинг умумий технологиясида тажрибавий ҳамда назарий тадқиқотларнинг тор боғланиши ҳозирги вақтнинг ёркин тенденциясидир. Ушбу методологиянинг асосий тугуни математик моделлаштириш ҳамда ҳисоблаш эксперименти саналади.

Фан ва технологияда ҳисоблаш тажрибаси. Математик моделлаштириш қўлланиладиган асосий соҳаларининг қисқача тавсифларига тўхталиб ўтайлик. Ҳисоблаш тажрибаси турларининг қўлланилиши ҳамда уларда қўлланиладиган математик моделларнинг турига қараб синфларга ажралишига асосий эътиборни қаратамиз. Қайд этилган ўзаро боғланган гуруҳланиш тадқиқотчини математик моделни ўрганувчи адекват математик моделни яратишга йўналтиради. Бундай методологик муаммо кўпинча интеграцион жараёнларни амалий математиканинг ўзида ушлаб қолади. Бу борада математик моделлаштиришнинг мураккаблиги ҳақида гапирмаса ҳам бўлади.

Ҳисоблаш тажрибасининг қўлланилиш соҳалари. Математик моделлаштириш одатда назарий тадқиқотларнинг даражаси (бошқа сўз билан айтганда математикалаштириш даражаси) энг юқори бўлган фундаментал фанлар: механика ва физиканинг ядроларида ривожланади. Бундай фанларда замонавий математик моделлар, шу жумладан сонлиларнинг қўлланилиши нисбатан тинч кечади. Механика учун сингиб кетган математик моделлар ҳарактерли бўлиб, асосий масалалар банки мавжуд. Шунинг учун бу ўрин асосий эътибор ҳисоблаш алгоритмларини яратишга, анчайин эгилувчан дастурий таъминотга қаратилади. Биология ҳамда кимёда математик моделлаштириш бўйича иш фронти ҳисоблаш тажрибасининг ***«модел-алгоритм-дастур»*** учлигининг биринчи қисмида олиб борилади. Ҳар хил даражада, ҳар хил босқичда бўлса ҳам математик усулларни фундаментал фанларда қўллаш масаласи ҳал этилади.

Муҳандис ва технологнинг математик арсенали унчаликмукаммал эмас. Техникада ҳозирги вақтгача илмий билимларни ўртача қўллаш йўли анъанавий ҳисобланади. Биринчи галда янги ғоялар фундаментал фанларнинг ютуғи саналади.Фақатгина шундан кейин у ёки бу амалий соҳада ўзгартирилади, охирида эса аниқ бир техник лойиҳа ва ишлаб чиқаришга жорий этиш учун рухсат олади. Бу аввало, назарий тадқиқотларга замонавий математик усулларни қўллаш, математик моделлаштириш ва ҳисоблаш тажрибасига тааллуқли. Ғояни аниқ илмий-техник ечимга, янги технологияга айлантириш юли жуда ҳам узоқ ва кўп харажатли.

Замонавий шароитларда математик усулларнинг фан ва техникада бевосита қўлланилишини таъминлаш зарур. Технологик жараёнларни математик моделлаштириш катта фойдадан, технология ўзининг янги сифатли босқичга ўтишидан дарак беради. Математик моделлаштириш ҳамда ҳисоблаш тажрибасини қўллаш самараси кўпроқ техника ва саноатда ҳамда технологияда кузатилади.

Илмий-техник тараққиётни аниқловчи соҳалар, энг аввало микроелектроника алоҳида эътиборга лойиқ. Бундай ҳолларда сонли моделлаштириш ўзининг техник асосини – компютерларнинг ортишини таъминлайди.

Ҳисоблаш тажрибасини қўллашнинг яна бир босқичини қайд этиб ўтайлик. Ҳозирги пайтда дунё жамияти йирик масштабли лойиҳаларнинг экологик оқибатлари, ишлайдиган қурилмалар ва лойиҳаланадиган объектларнинг функционал хавфсизлигини таъминлаш борасида асосли равишда бош қотирмоқда. Ҳисоблаш тажрибаси адекват моделларга асосланиб фараз қилинадиган ҳамда тасаввурга сиғмайдиган шароитларда экологик хавфли объектнинг моделини синовдан ўтказишга, хавфсиз иш шароитини таъминлаш буйича амалий тавсияларни бериш, ҳатто бундай ишнинг кафолатини бериш имконини яратади.

Ҳисоблаш тажрибасининг ҳар хил турлари. Янги жараён ёки ҳодисани ўрганиш пайтидаги содда ёндашув у ёки бу математик моделни қуриш, масаланинг у ёки бу параметрлари ўзгарганда ҳисоблашларни ўтказиш билан боғлиқ бўлади. Бунда биз «қидирув ҳисоблаш тажрибаси»га эга бўламиз. Агар математик моделнинг асосини хусусий ҳосилали тенгламалар ташкил эца, ҳисоблаш тажрибасининг циклида математик физиканинг тўғри масаласи ўрганилади ҳамда эчилади.

Қидирув ҳисоблаш тажрибаларини ўтказиш натижасида кузатилаётган ҳодисаларига таъриф берилади, объектнинг ҳақиқий шароитларда эришиб бўлмайдиган ҳолатлардаги ҳатти - ҳаракати башорат қилинади. Ҳисоблаш тажрибасининг бундай тури фундаментал фанларда назарий тадқиқотларни ўтказиш учун хос хусусият.

Бошқа томондан, технологик жараёнларни математик моделлаштиришда ***«муқобил ҳисоблаш тажрибаси»*** танланиши мумкин. Унинг учун харажатларни камайтириш, таркибни соддалаштириш бўйича муқобиллаштириш масаласини ечиш характерлидир. Баён этилган математик модел учун муқобил бошқарув ва муқобиллаштириш масаласи қўйилади.

Математик физика тенгламалари учун, масалан, чегаравий шартлари мос функционални (сифат функционали) минималлаштирувчи қилиб танланадиган чегаравий муқобил бошқарув масалалар характерлидир. Бунда бошқарув параметрларини танлаш мақсадида кўп вариантли ҳисоблашлар амалга оширилади. Натижада у ёки бу маънода муқобил ечимга эга бўлинади.

Натурал тажрибалар маълумотларини қайта ишлашда ***«ташхис ҳисоблаш тажрибаси»*** қўлланилади. Қўшимча чегаравий ўлчовларга кўра ҳодиса ёки жараённинг ички алоқалари тўғрисида хулоса чиқарилади. Ўрганилаётган жараённинг математик модел таркиби аниқ бўлган шароитда моделни аниқлаштириш масаласи қўйилади. Масалан, тенгламаларнинг коеффисиентлари топилади. Ташҳисли ҳисоблаш тажрибасига одатда математик физиканинг тескари масаласи мос қўйилади.

Ўрганилаётган жараён ёки ҳодисанинг математик модели бўлмаган вазиятга дуч келиб қолиш ҳолатлари ҳам кузатилади. Бундай ҳолат натурал тажриба маълумотларини қайта ишлаш учун хос хусусият. У ҳолда қайта ишлаш «қора қути» режимида олиб борилади ва биз аппроксимацияли моделлар билан иш кўрилади. Математик моделлар бўлмаганида, комптерлардан кенг фойдаланиш асосида имитацион моделлаштириш амалга оширилади.

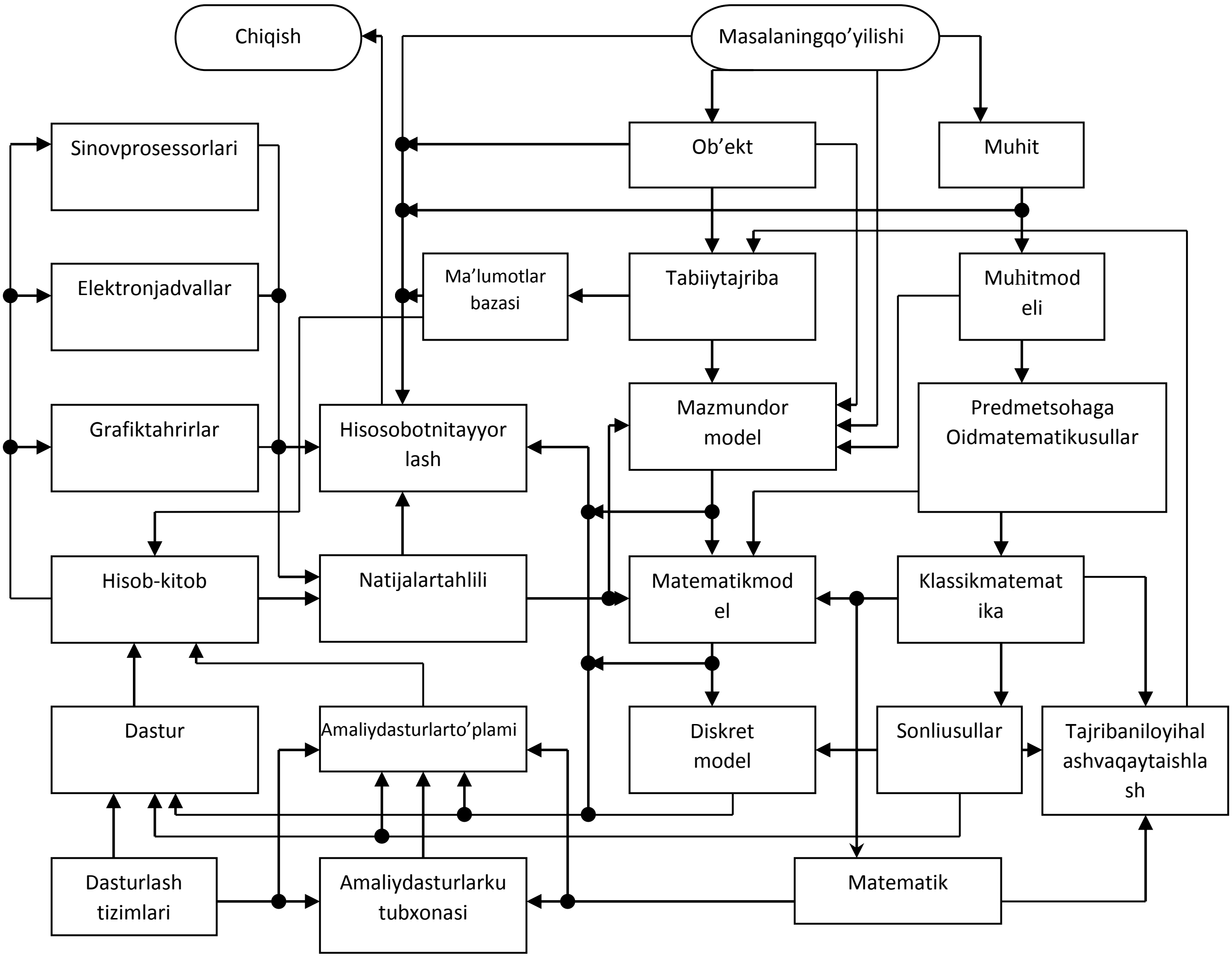
Биз амалий математикада юзага келадиган ҳолатга умумий тавсиф беришга ҳаракат қилдик. Унинг замонавий босқичи математик моделни ҳисоблаш воситалари (компютерлар ва математиканинг ўзига хос аппарати-сонли усуллар) дан кенг фойдаланиш билан изоҳланади.

Мураккаб математик моделларни ўрганиш имкони амалий - илмий тадқиқотларни ташкил этиш, илмий тадқиқотларнинг янги методологияси-ҳисоблаш тажрибаси доирасида амалий ҳамда назарий тадқиқотларнинг узвий алоқасига янгича ёндашиш йўлини очиб берди. У амалий математиканинг стандарт аналитик усулларида ўрганила олмайдиган мураккаб амалий математик моделлардан фойдаланиш билан боғлиқ бўлган илмий тадқиқотларнинг янги сифатли босқичига асосланган.

Ҳисоблаш тажрибасининг мазмуни ***«модел-алгоритм-дастур»*** учлигида тўла акс этади. Ўрганилаётган объект учун компютерда сонли усуллар билан ўрганиладиган математик модел (моделлар мажмуи) қурилади. Математик моделларни жорий текшириш учун амалий математиканинг анъанавий усуллари қўлланилади. Ҳисоблаш натижалари таҳлил этилади, тажрибавий тадқиқотлар маълумотлари билан текширилади, математик моделларга аниқлик киритилади ва ҳ.к.

Ҳисоблаш тажрибасининг методологияси ҳаёт бизнинг олдимизга қўйган илмий-техник муаммоларни ҳал этиш пайтида юзага келди. Жамиятнинг ахборотлашув интеллектуал ядроси бўлган математик моделлаштириш ғояларини фаол қўллаш табиий фанлар ҳамда ижтимоий соҳалардаги илмий тадқиқотлар даражасини оширишга имкон беради.

Умуман олганда, математик моделлаштириш мураккаб жараён бўлиб, мазкур технология бўйича ҳисоблаш тажрибасини ўтказиш 3-расмда келтирилган.



3-расм. Математик ҳисоблаш тажрибаларини ташкил қилиш

4.3. MathCad тизими. MathCad тизими. Чизиқсиз тенгламаларни ечиш усулларини компьютер ёрдамида амалга ошириш. Чегаравий масалаларни ечиш усулларини замонавий дастурлар ёрдамида амалга ошириш.[16]

MathCad (Mathematical Computer Aided Design) бу математиканинг турли соҳаларидаги масалаларини ечишга мўлжалланган ажойиб системадир. Дастурнинг номланиши иккита сўздан иборат бўлиб – Mathematica (математика) ва CAD (автоматик лойиҳалаш системаси).

MathCad ни ўрганиш жуда осон бўлиб, уни ишлатиш соддадир. Ушбу дастурни бошқариш Windows муҳитида олдин ишлаганлар учун интуитив тушинарлидир. MathCad ни жуда кўп соҳаларда содда ҳисоблашларни ҳисоблашдан тортиб то электрик схемаларни қуришгача ишлатиш мумкин.

[16] G. A. Anastassiou and I. F. Iatan. Intelligent Routines. Solving Mathematical Analysis with Matlab,Mathcad, Mathematica and Maple. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. 1-157.

MathCad формула, сонлар, матнлар ва графиклар билан ишлайдиган универсал системадир. MathCad тили математика тилига жуда ҳам яқиндир, шу сабабли унда ишлаш математиклар учун жуда осондир.

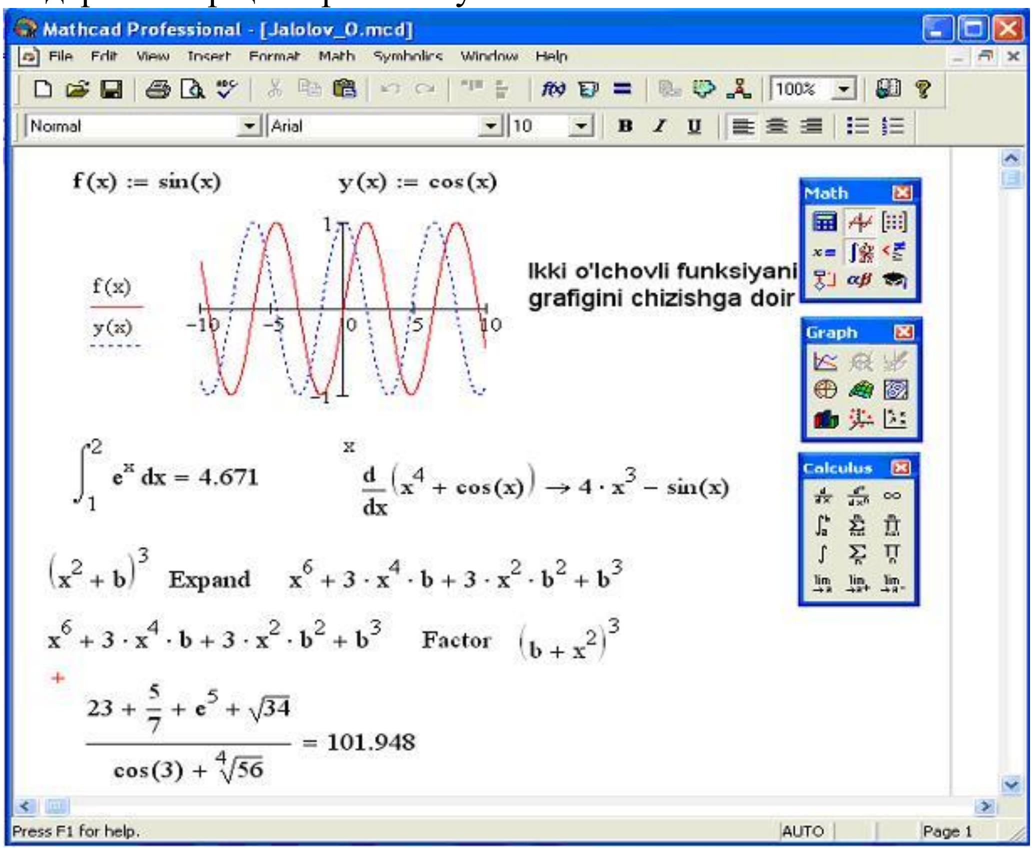
Масалан: Квадрат тенгламани илдизини топадиган формула бирор бир дастурлаш тилида $x=\left(-b+sqrt\left(b*b-4*a*c\right)\right)/\left(2*a\right)$ кўринишда ёзилса, MathCad да шу формула қуйидаги кўринишда ёзилади. $x:=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$

Яъни математикада қандай ёзилса бу ерда ҳам худди шундай ёзилади. MathCad ёрдамида формулалар фақатгина чиройли ёзилмасдан балки ихтиёрий масалани сонли ёки белгили ечиш имкониятига эга. MathCad ўзининг ёрдамчи системасига эгадир. Ҳар қандай тенглама атрофида ихтиёрий матнни жойлаштириш мумкин, бу эса ҳисоблаш жараёнини изоҳлаш учун жуда зарурдир.

MathCad 2000 дастурини қуйидаги уч хил варианти мавжуд.

1. MathCad 2000 Стандарт
2. MathCad 2000 Профессионал
3. MathCad 2000 Преиум

Бу дастурлар ёрдамида нафақат математикага доир масалаларни ечиш мумкин балки бу дастур ёрдамида илмий мақолалар, тезислар, диссертация ишларини, диплом ишларини, курс ишларини лойиҳалаш мумкин чунки бу дастур ёрдамида математик формулаларни, матнларни, графикларни жуда чиройли қилиб ифодалаш мумкин, яна бу дастур ёрдамида юқори даражада электрон дарсликлар ҳам яратиш мумкин.

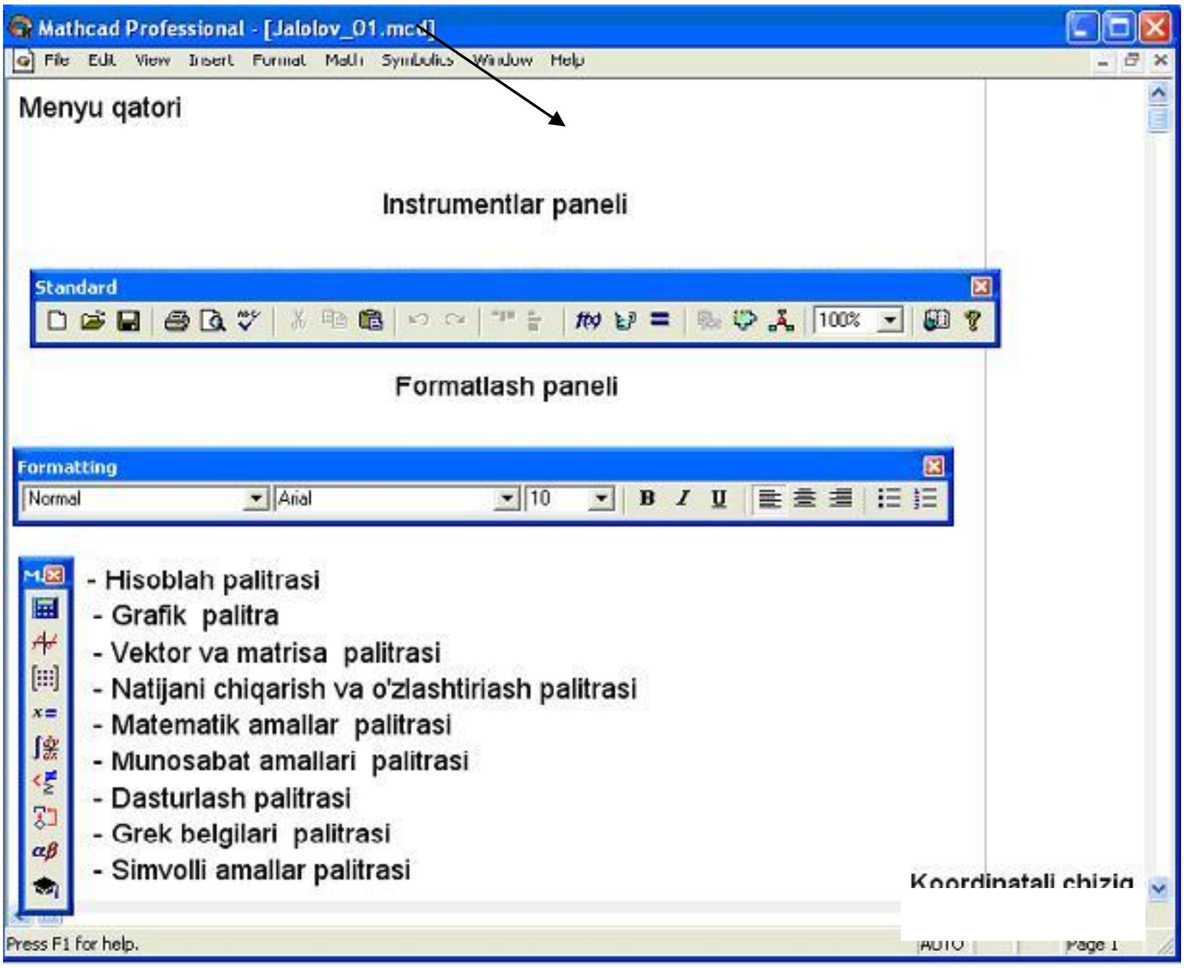


1- расм. MathCad 2000 дастурида ишлашга доир мисоллар.

MathCad дастури 6 та характерли интерфейслардан иборат. (2- расмда келтирилган).

- Сарлавҳа қатори – Бу қаторда ҳужжатнинг номи ва ойнани бошқариш тугмалари жойлашган
- Меню қатори – Бу қаторда ҳар бир меню қандайдир командалардан ташкил топган.
- Инструментлар панели – Белгили тугмалардан иборат бўлиб, ҳар бир белгили тугма қандайдир командани бажаради.
- Форматлаш панели - Белгили тугмалардан иборат бўлиб, ҳужжатдаги белгиланган формула ёки матнни форматлашни тез амалгам оширади.
- Математик белгилар панели – Бу панел ҳам белгили тугмалардан иборат бўлиб, ҳар бир белгили тугма қандайдир математил амални бажаради.
- Координатали чизиқ.

Юқорида келтирилган учта панелни ҳар бирини ойнани ихтиёрий жойида жойлаштириш мумкин. Бунинг учун ҳар бир панелни устида сичқончани олиб бориб чап тугмасини босиб туриб панелни ойнани ихтиёрий жойига жойлаштииш мумкин.



2- расм. MathCadнинг 6 хил характерли интерфейси.

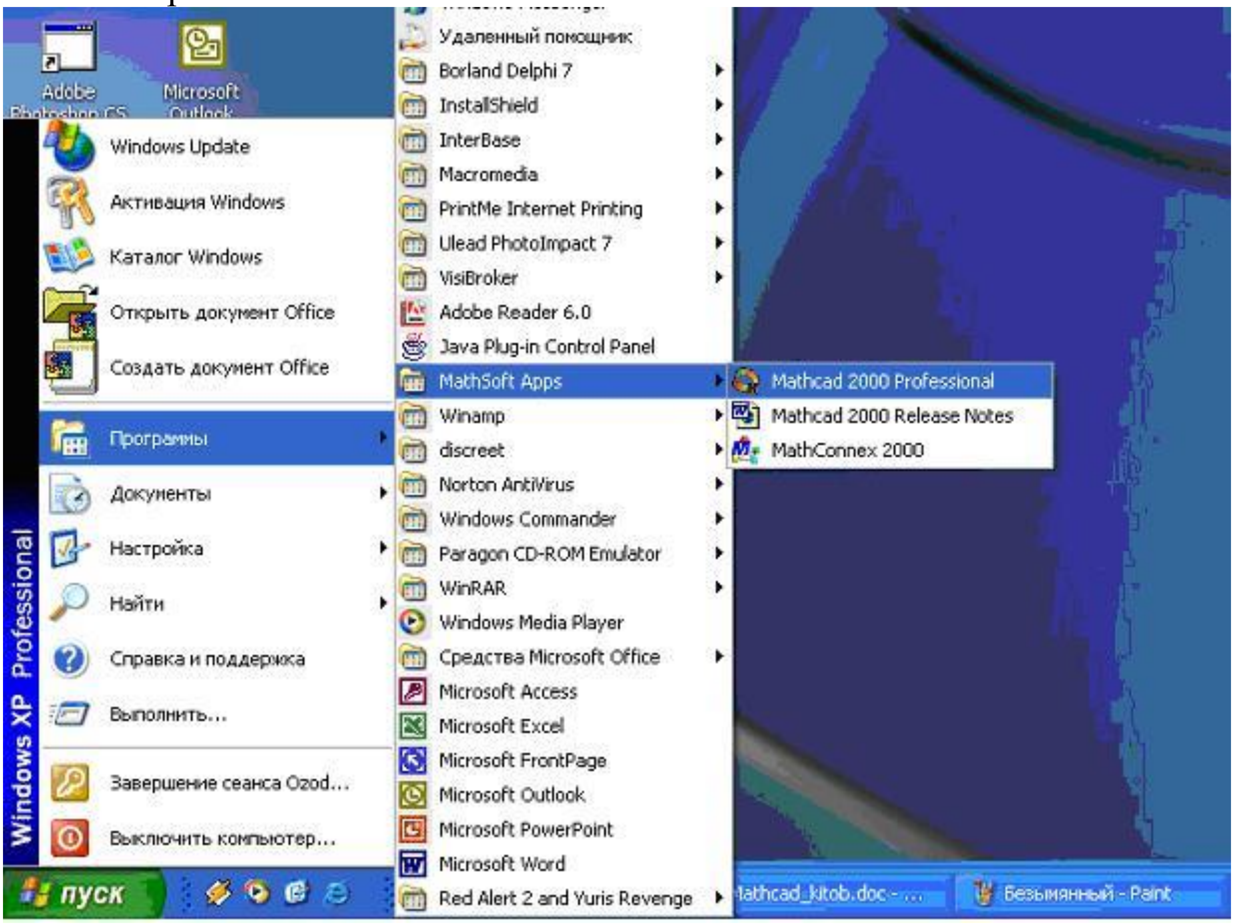
MathCad 2000 дастурини ўрнатиш учун компютер қуйидаги талабларга жавоб бериши керак.

- Просессор Пентиум ва ундан юқори.
- Компакт дискни ўқийдиган курилма.
- Операсион система Виндоwс 95/98-ва ундан юқори.
- Оператив хотираси 32 ва ундан юқори.
- Қаттиқ дискда 80 М байт бўш жой бўлиши керак.

MathCad да ишлашнинг асосий усуллари.

1.MathCad дастурини Программи (Праграмс) менюсидан ишга тушириш.

- Пуск белгисида сичқонча чап тугмасини босинг ва қуйидагини бажаринг.



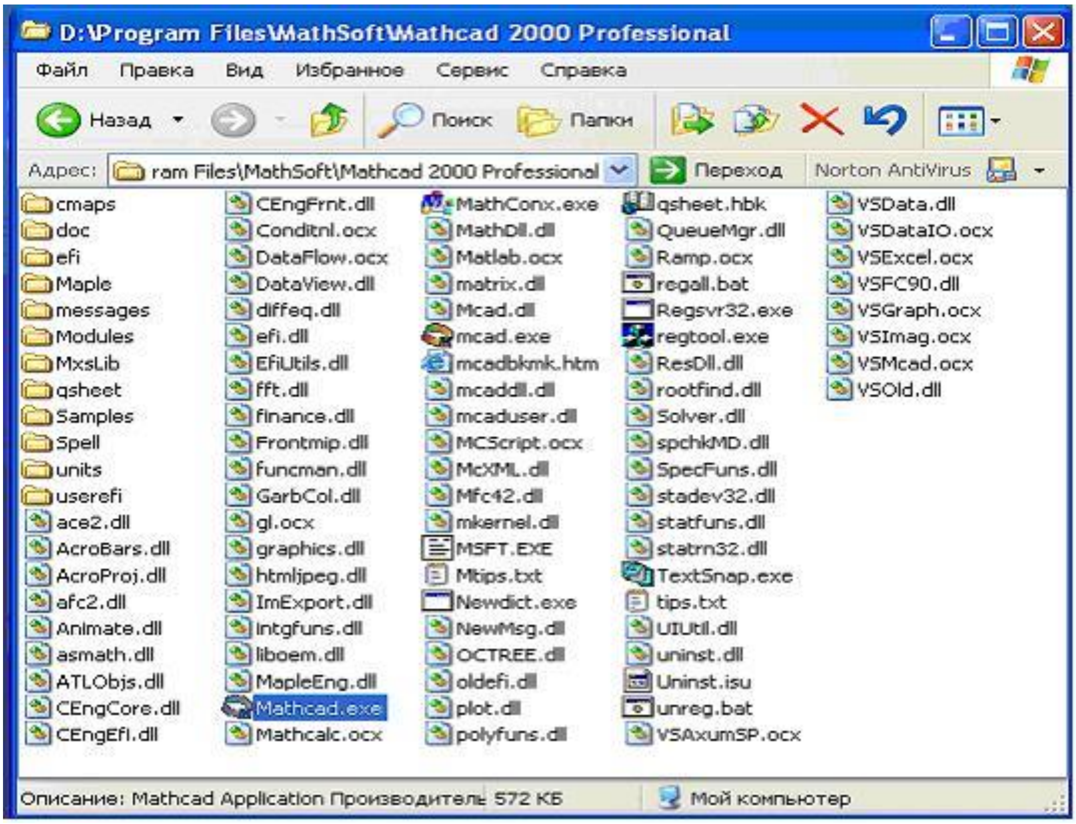
1-расм. MathCad дастурини программи менюсидан ишга тушириш.

2.MathCad да яратилган ихтиёрий файл орқали MathCad дастурини ишга тушириш мумкин.

3. Мой компютердан ишга тушириш.

- Мой компютер
- С ёки Д: дискни танланг
- Програм Филес каталогини танланг
- MathSoft каталогидан
- MathCad.exe файлига сичқончани икки марта босинг.

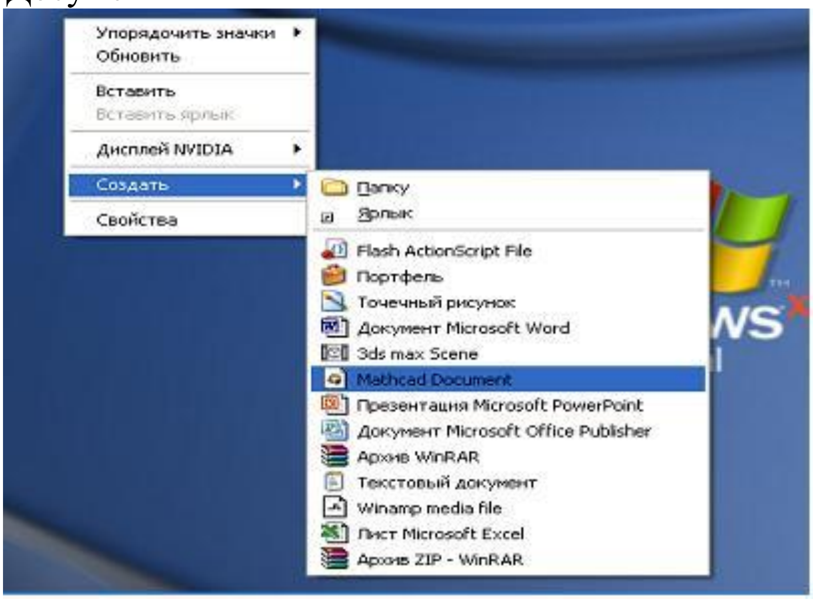
Буни қандай амалга оширишни 2-расмда келтирилган.



2-расм. MathCad дастурини Мой компютер дан ишга тушириш.

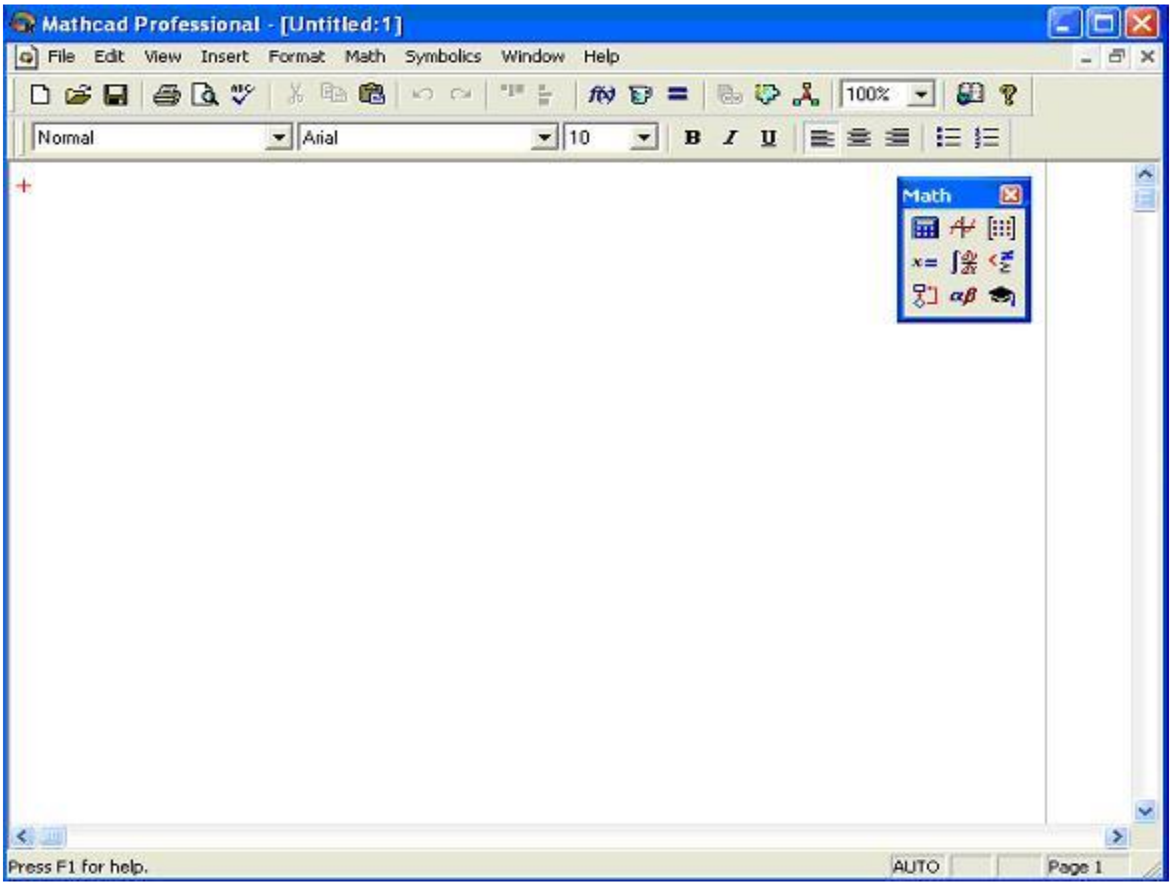
4. Янги файл яратиб ишга тушириш

- Сичқончани ўнг тугмасини босинг
- Создат
- MathCad Досумент



3- расмЯнгифайлмратиб MathCad дастуриниишгатушириш.

Юқоридакелтирилган 4 таусулданбиртасибажарилсанатижадаэкранда MathCad дастурикуйидагикўринишдаҳосилбўлади.



4-расм. MathCad дастурининг умумий кўриниши.

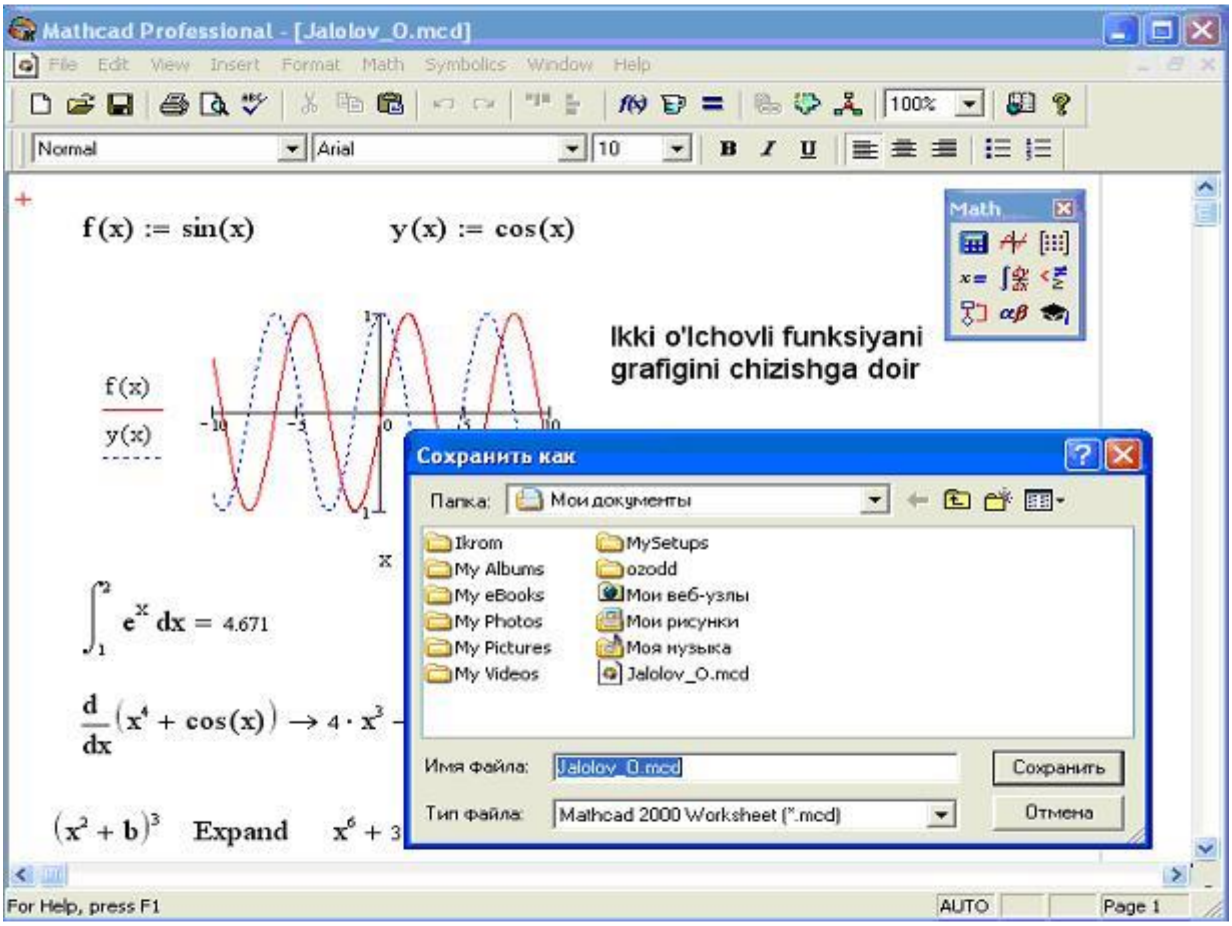
MathCad дастурида ишни тугатиш.

- Alt+F4 –тугмаларини биргаликда босиб дастурни ёпиш мумкин.
-  X тугмасини босиб дастурни ёпиш мумкин.
- File – Exit - орқали дастурни ёпиш мумкин.

MathCad да яратилган ҳужжатни хотирага сақлаш.

- File – Save
- File – Save As...

Буни қандай амалга оширишни 5- расмда келтирилган.



5-расм Яратилган ҳужжатни хотирага сақлаш.

Яратилган ҳужжатни MathCad дастурида очиш. File– Open.

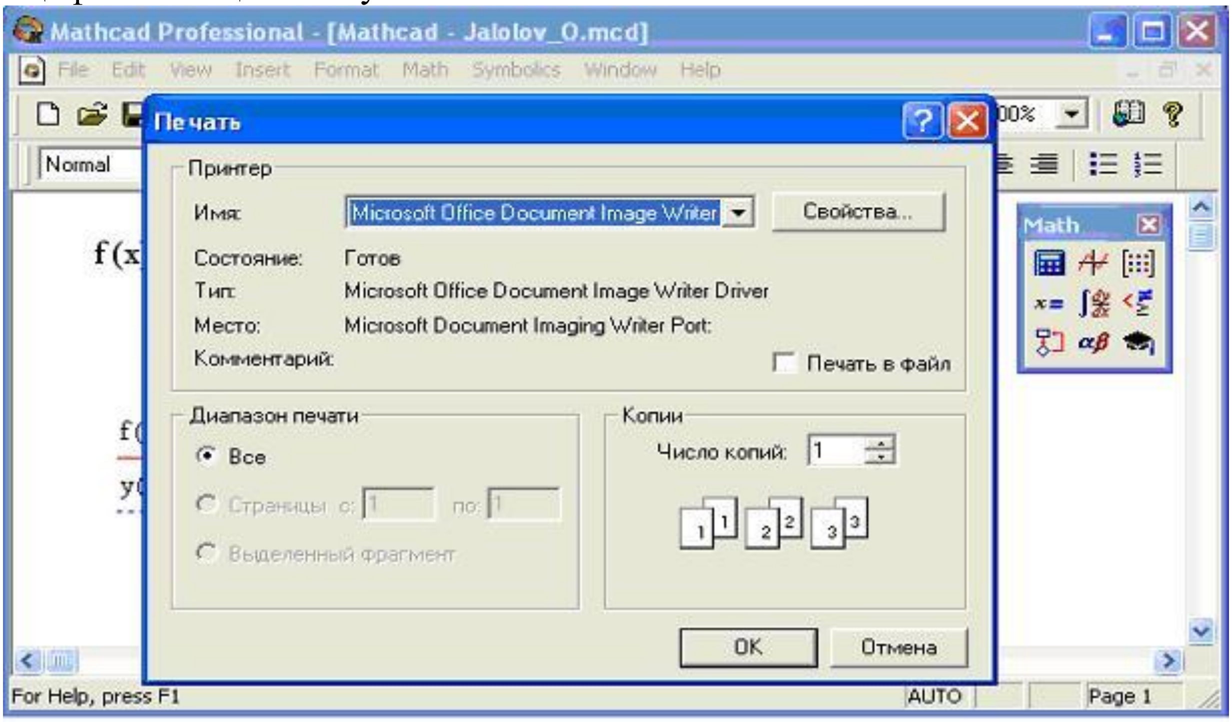
MathCadдастурининги шчидоираси – буишчи китоб бўлиб, у бир ёки бир неча саҳифалардан иборат бўлади. MathCad дастурида файлни очиб, ёпиб ёки сақлаб қўйиш орқали, сиз ишчи китобда ушбу файлни очасиз, ёпасиз ёки сақлаб қўясиз. Ҳар қандай файл устида узоқроқ ишлаганда, уни тез-тез қайта ёзиб туриш зарур. Акс ҳолда электр энергиянинг тасодифий ўчиб қолиши ёки бирор бир бошқа сабабга биноан ишлаётган файлингиз йўқолиб қолса, уни энг охирги ёзилган нуқтасидан қайта тиклаш осонроқ бўлади.

Чоп этиш

Тайёрланган материални чоп этишдан олдин, принтерни танлаш лозим. Бунинг учун қуйидаги ишларни амалга ошириш керак.

- Бетнинг параметрларини ўрнатиш учун чоп этиладиган саҳифанинг керакли безагини File менюсидан PageSetup тугмасини босиб мулоқот ойнасида керакли параметрларни танлаш орқали амалга оширилади.
- File менюсидан PrintPreview тугмасини босиб ҳар бир саҳифани қандай кўринишда чиқишини кўриш мумкин.

- File менюсидан Print тугмасини босиб, керакли принтерни танлаб саҳифани чоп қилиш мумкин.



7-расм. Саҳифаничопэтиш.

MathCad даоддийҳисоблашлар.

MathCad фойдаланувчига электрон жадвал имкониятлари билан бирга WYSIWYG (нимани кўрсангиз, ўшани оласиз) интерфейс матн просессорини ҳавола қилади. Тенгламаларни MathCad да киритиш, типографик математик ёзув билан устма-уст тушади. Худди электрон жадвалларидагидек MathCad даги ҳужжатга ихтиёрий ўзгариш кирицангиз бу ўзгаришга боғлиқ бўлган барча натижалар янгиланади. MathCad ўта мураккаб математик формулаларни ҳисоблашга мўжалланган бўлса ҳам, уни оддий калкулятор сифатида ишлатиш мумкин.

Масалан: $20-\frac{10}{5}$ ифодани теринг. = белгисини киритишингиз билан MathCad натижани ҳисоблаб экранга чиқаради. $20-\frac{10}{5}=18$

Арифметик амаллар.

Амал	Клавиш	Ўқилиши
•	*	Кўпайтириш
+	+	Қўшиш
-	-	Айириш
:	/	Бўлиш

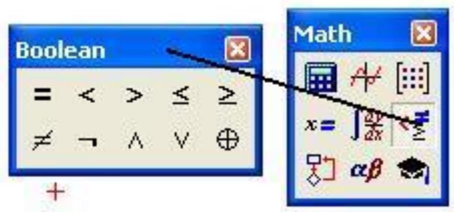
Муносабат амаллар.

Амал	Клавиш	Ўқилиши
>	>	Катта
<	<	Кичик
=	Ctrl =	Тенг
≥	Ctrl)	Катта ёки тенг
≤	Ctrl (	Кичик ёки тенг
≠	Ctrl #	Тенг эмас

Мантиқий амаллар.

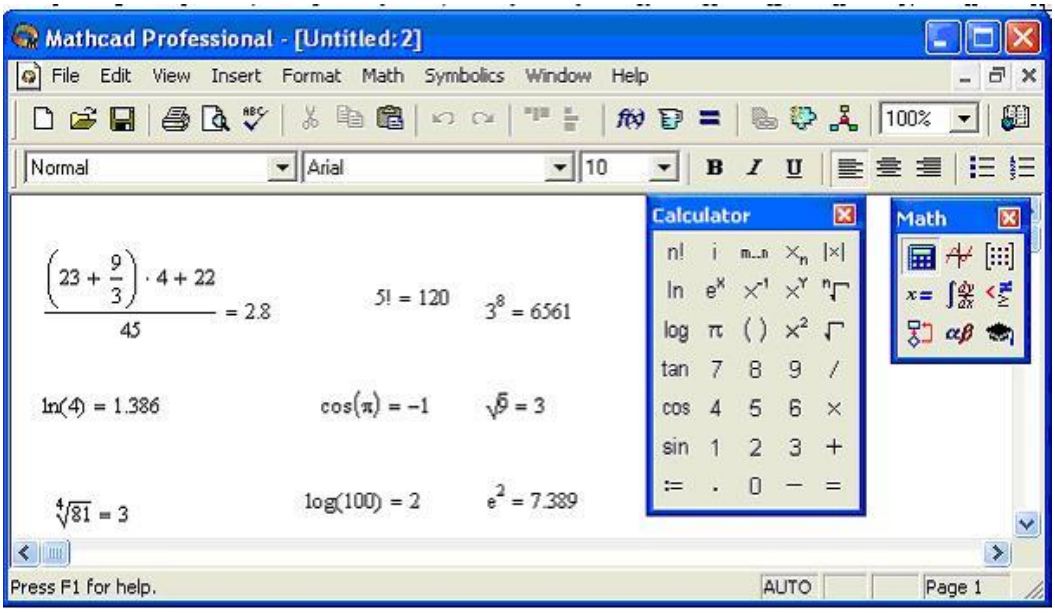
Нот ¬	Анд ∧	Ор ∨	Хор ⊗
0¬=1 1¬=0	0∧0=0 0∧1=0 1∧0=0 1∧1=1	0∨0=0 0∨1=1 1∨0=1 1∨1=1	0⊗0=0 0⊗1=1 1⊗0=1 1⊗1=0

Муносабат ва мантиқий амалларни Боолеан палитрасида олиш мумкин.



Ушбу мисол MathCad ишлашининг хусусиятларини намойиш қилади.

1) Формулалар китобда қандай ёзилса MathCad да ҳам шундай ёзилади.
2) Қайси амални биринчи бажаришни MathCad ўзи аниқлайди.
3) = белгисиёзилганданкейин MathCad натижаничиқаради.
4) Операторлар киритилгандан сўнг киритиш майдончаси деб номланган тўғри тўртбурчакни кўрсатади.
5) Экрандаги ифодаларни таҳрир қилиш мумкин.



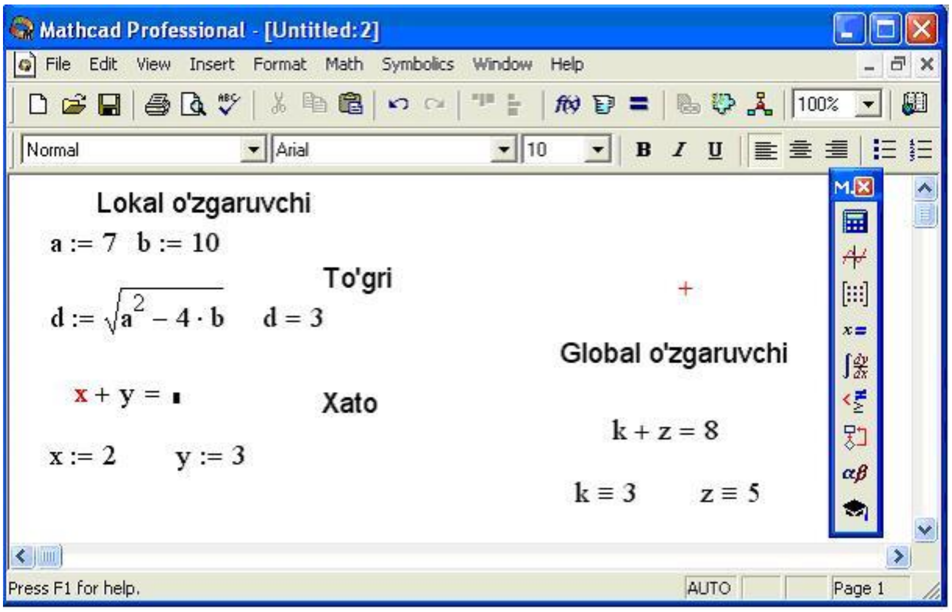
1-расм. Оддий ҳисоблашларга доир.

Ўгарувчи ва функцияларни аниқлаш.

MathCad да ўзгарувчи ва функцияларни аниқлаш мумкин.

Масалан *t* ўзгарувчини аниқлаш учун *t*: киритиш лозим натижада $t :=$ ▮ ҳосил бўлади, бўш майдончага ихтиёрий сон киритинг. Шу билан *t* ўзгарувчини аниқлаш тугайди $t := 10$. Ана шу тартибда ҳар қандай ўзгарувчини аниқлаш мумкин. Бу ерда := ўзлаштириш оператори вазифасини бажаради, яни = дан ўнг тарафдаги қийматни = дан чап тарафдаги ўзгарувчига ўзлаштиради. Биз биламизки дастурлаш тилларида локал ва глобал ўзгарувчи тушунчаси мавжуд, бу ерда ҳам бу тушунча бор. Агар ўзгарувчи $t \equiv 10$ кўринишда аниқланса у локал ўзгарувчи бўлади. Глобал ўзгарувчи эса қуйидагича аниқланади $t :=$ ▮.

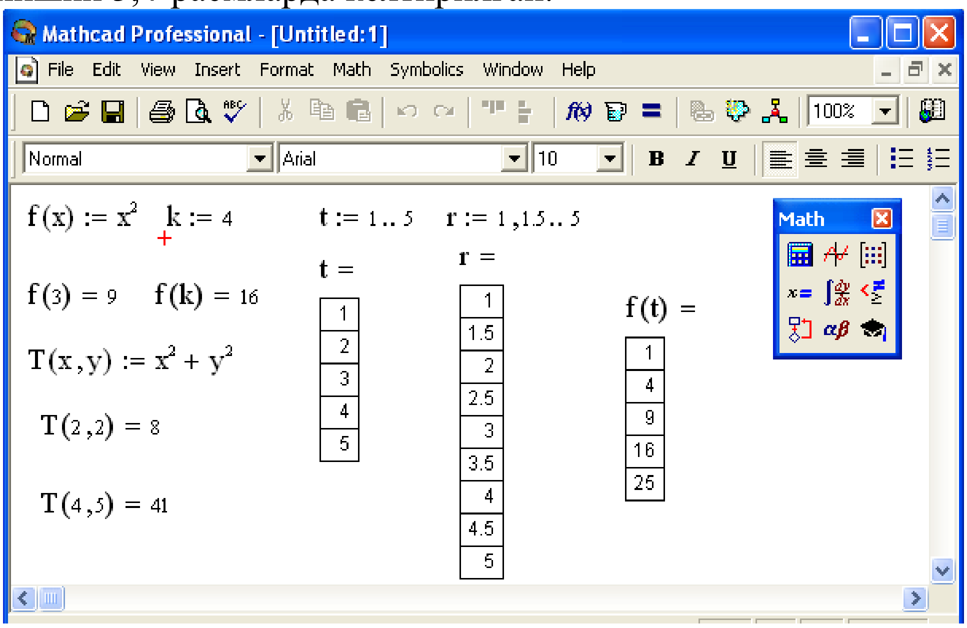
Мисол келтирамиз.



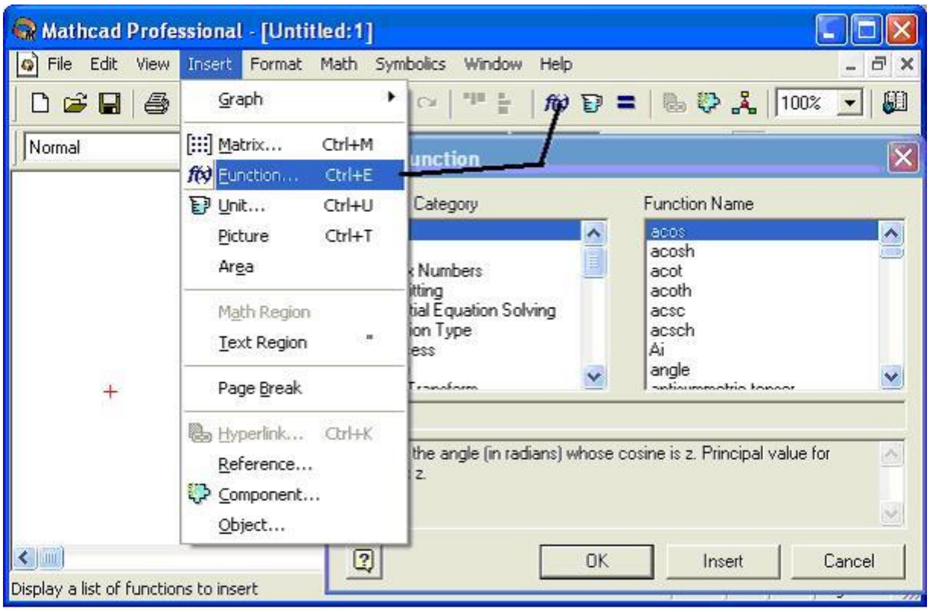
2-расм. Локал ва Глобал ўзгарувчиларни эълон қилиш.

MathCad ишчи ҳужжатни теппадан пастга ва чапдан ўнгга қараб ўқийди. Юқорида келтирилган мисолда, агар ифодани қийматини ҳисоблашда ўзгарувчилар ифодадан пастга эълон қилинган бўлса, ифодани қийматини ҳисоблашда хатолик юз беради. Глобал ўзгарувчиларда эса ифода қаерда ёзилишидан қатъий назар ифодада глобал ўзгарувчи қатнашган бўлса унда тасир қилади.

Функцияларни қандай аниқлашни, функция дискрет аргументнинг қийматларида ҳисоблашни ва стандарт функциялардан қандай фойдаланишни 3,4-расмларда келтирилган.



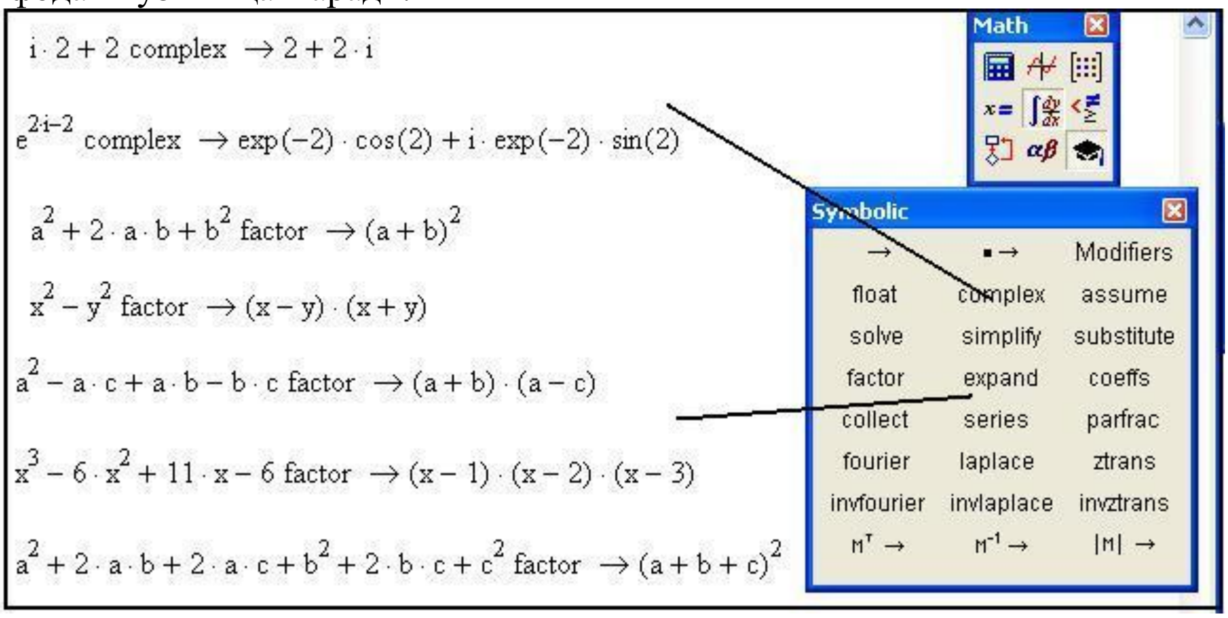
3-расм. Функцияни аниқлаш.



4-расм. Стандарт функциялардан фойдаланиш.

Factor ва complex буйруқлари.

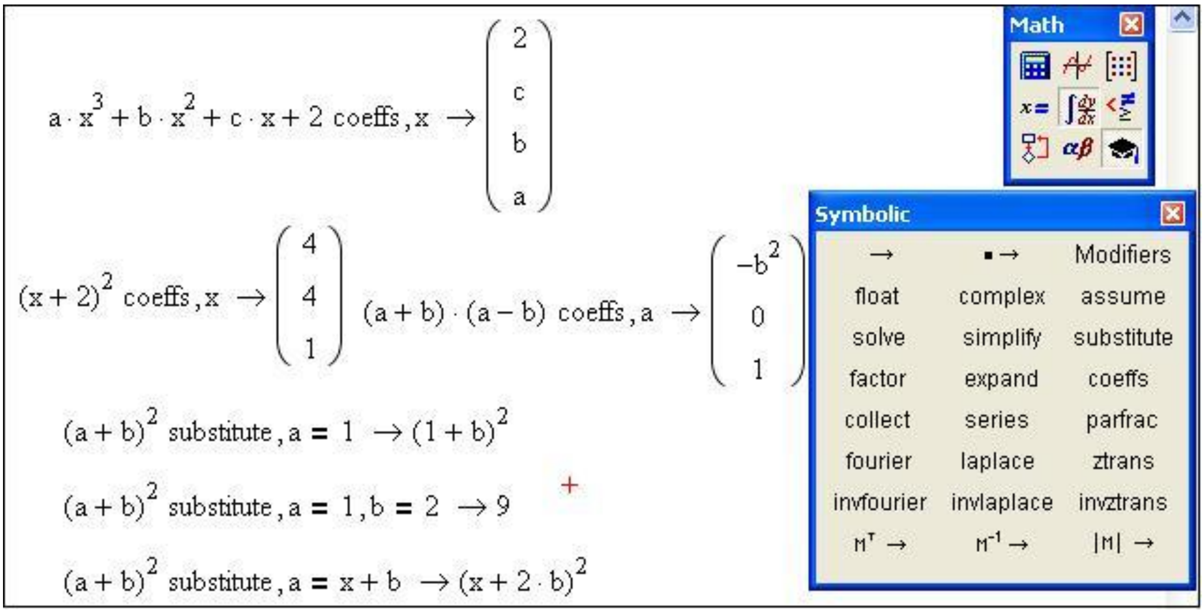
Factor буйруғи асосан ифодаларни кўпайтувчиларга ажратишда ишлатилади, бунда у агар ифодани кўпайтувчиларга ажратиб бўлмаса ифодани ўзини қайтаради.



5-расм.

Coeffs ва Substitute буйруқлари.

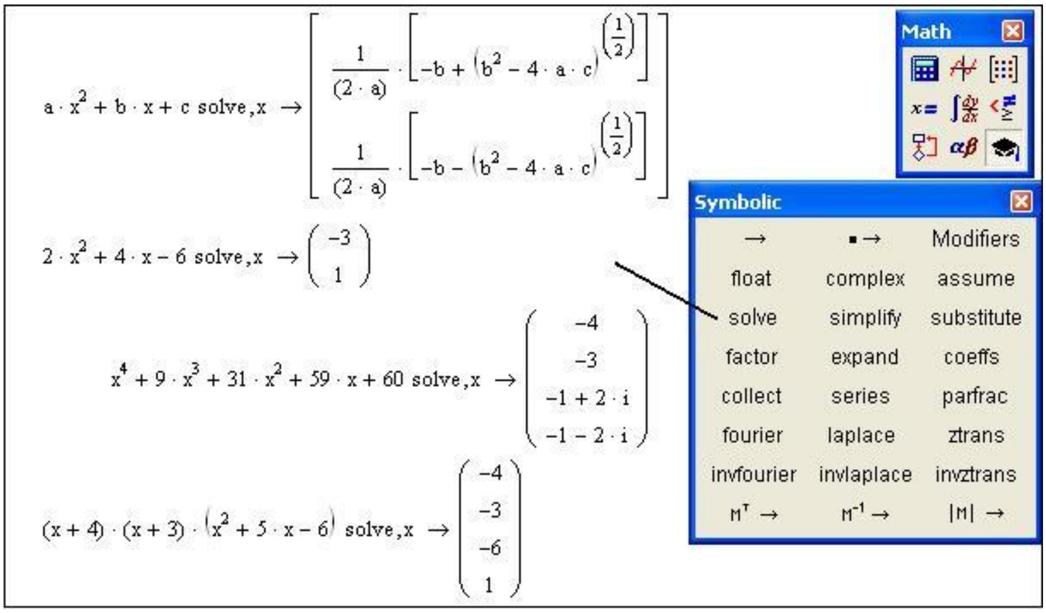
Coeffs буйруғи берилган ифодани соддалаштириб полином коеффисиентларини аниқлайди. Substitute буйруғи эса берилган ифодани ўзгарувчиларини алмаштириб соддалаштиради.



6-расм.

Solve буйруқлари.

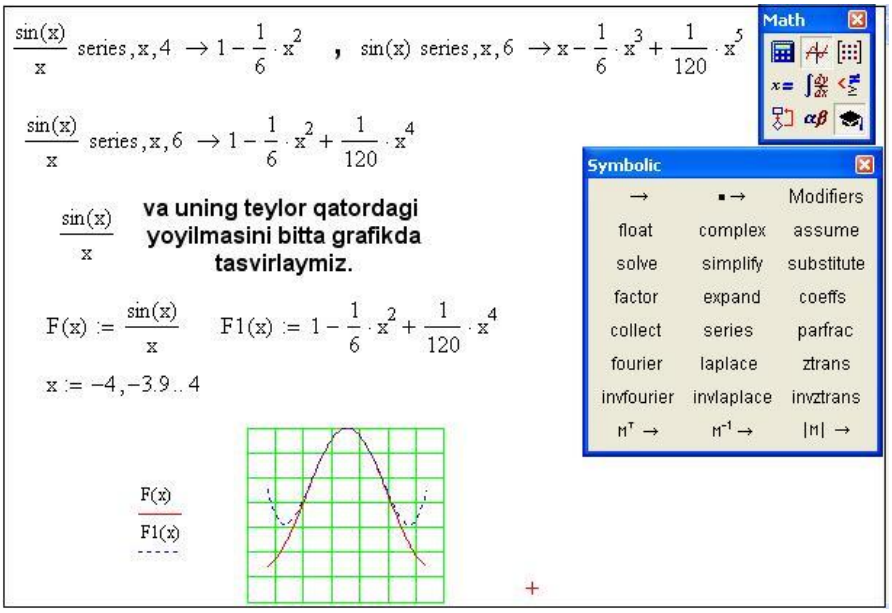
Solve буйруғи ёрдамида алгебраик тенгламаларни ечиш мумкин чунки бу буйруқ ифодани бирор ўзгарувчига нисбатан нолларини аниқлаш имкониятига эга.



7-расм.

Ифодани Тейлор қаторига ёйиш.

Series буйруғи ёрдамида берилган ифодани бирор нуқта атрофида тейлор қаторига ёйиш мимкин.



8-расм.

4.4. Илмий муаммоларни ечимларини компьютерлар графикаси орқали ифодалаш Математик анализ масалаларини ечиш: функция графиги, дифференциаллаш, интеграллаш, қаторлар.[17]

Кўпгина операторларни операторлар палитрасидан фойдаланиб ишчи ҳужжатга киритиш мумкин. Қуйида операторларни клавишлар ёрдамида қандай ҳосил қилиш мимкинлиги келтирилган. Бу келтирилган жадвалда қуйидаги белгилашлар ишлатилади.

- A ва B массивларни ифодалайди. (вектор ва Матрицалар)
- u ва v ҳақиқий ва комплекс элементли векторлар.
- M квадрат Матрицани ифодалайди.
- z ва w ҳақиқий ва комплекс сонларни ифодалайди.
- x ва y ҳақиқий сонларни ифодалайди.
- m ва n бутун сонларни ифодалайди.
- i- дискрет аргументни ифодалайди.
- t- ихтиёрий ўзгарувчи.
- f-функцияни ифодалайди.
- X ва Y ўзгарувчи ёки турли ифодалар.

[17] G. A. Anastassiou and I. F. Iatan. Intelligent Routines. Solving Mathematical Analysis with Matlab,Mathcad, Mathematica and Maple. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. 1-157.

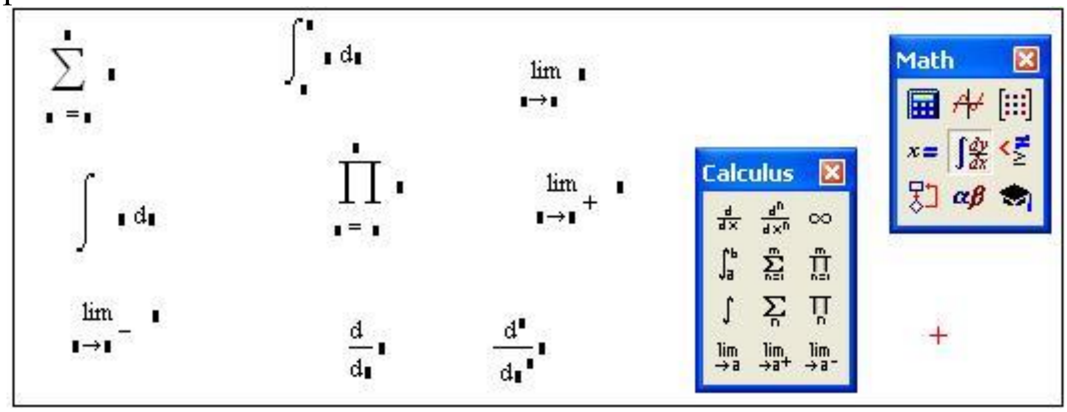
Амал	Белгиси	Клавиш	Вазифаси
Қавслар	(X)	‘	Операторларни группалаш
Қуйи индекс	v_i	[	Векторни кўрсатилган элементини қайтаради.
Қўш индекс	$A_{m,n}$	[	Матрицани кўрсатилган элементини қайтаради.
Юқори индекс	$A^{<n>}$	[Ctrl] 6	А массивни n- устунини қайтаради.
Векторизасия	$\overrightarrow{X}$	[Ctrl] -	X ифодадаги амалларни ҳар бир элементини алоҳида ёзиб қўяди.
Факториал	n!	!	1*2*….*n қийматни қайтаради.
Комплекс туташтириш	$\overline{X}$	“	X нинг мавҳум қисмини ўзгартиради.
Транспонирлаш	A^T	[Ctrl] 1	Сатр ва устунлар ўрнини алмаштиради.
Даража	z^m	^	z ни m- даражага кўтаради.
Матрица даражалари	M^n	^	M квадрат Матрицани n- даражаси, M^{-1} эса M га тескари Матрица.
Ишорани ўзгартириш	-X	-	X ни –1 га кўпайтиради.
Елементларни йиғиндилаш	$\sum v$	[Ctrl] 4	v вектор элементлари йиғиндисини ҳисоблайди.
Квадрат илдиз	$\sqrt{z}$	\	Мусбат z учун квадрат илдиз қайтаради.
н- даражали илдиз	$\sqrt[n]{z}$	[Ctrl] \	z ни n- даражали илдизини қайтаради.
Абсолют қиймат	|z|	|	$\sqrt{\mathrm{Re}(z)^2+\mathrm{Im}(z)^2}$ ни қайтаради
Вектор узунлиги	|v|	|	Вектор узунлигини қайтаради.
Детерминант	|M|	|	M квадрат Матрицани детерминанти.
Бўлиш	$\frac{X}{z}$	/	X ифодани z скалярга бўлади. Агар X массив бўлса ҳар бир элементини z

			га бўлади
Кўпайтириш	X*Y	*	X ва Y кўпайтмани қайтаради.
Вектор кўпайтма	$u \times v$	[Ctrl] 8	3 элементли u ва v векторларни кўпайтмасини қайтаради.
Йиғинди	$\sum_{i=m}^{n} X$	[Ctrl] [Shift]4	X- ни i=m,m+1…n бўйича жамлайди.
Кўпайтма	$\prod_{i=m}^{n} X$	[Ctrl] [Shift] 3	X ни i=m,m+1,…,n бўйича кўпайтиради
Дискрет аргумент бўйича йиғинди	$\sum_{i} X$	$	X ни i дискрет аргумент бўйича йиғиндисини чиқаради.
Дискрет аргумент бўйича кўпайт	$\prod_{i} X$	#	X ни i дискрет аргумент бўйича кўпайтмасини чиқаради.
Интеграл	$\int_{a}^{b} f(t)dt$	&	f(t) дан [a;b] интервал бўйича аниқ интегралини қайтаради.
Ҳосила	$\frac{d}{dt} f(t)$	?	f(t)ни t бойича ҳосиласини t нуқтадаги қиймати t га аниқ қиймат бериш керак.
n- тартибли ҳосила	$\frac{d^n}{dt^n} f(t)$	[Ctrl] ?	f(t) ни t бўйича n- тартибли ҳосиласининг t нуқтадаги қиймати.
Қўшиш	X+Y	+	Йиғиндини ҳисоблайди
Айириш	X-Y	-	Айирмани ҳисоблайди
Қўшишни кўчириш	X…+Y	[Ctrl] [Enter]	Қўшишни ўзи.
Катта	x>y	>	1 ни қайтаради агар x>y бўлса акс ҳолда 0 , x,y ҳақиқий сонлар.
Кичик	x<y	<	1 ни қайтаради агар x<y бўлса акс ҳолда 0 , x,y ҳақиқий сонлар.
Катта ёки тенг	x≥y	≥	1 ни қайтаради агар x≥y бўлса акс ҳолда 0, x,y ҳақиқий сонлар.
Кичик ёки тенг	x≤y	≤	1 ни қайтаради агар x≤y бўлса акс ҳолда 0, x,y ҳақиқий сонлар.

Тенг эмас	z≠w	≠	z≠w бўлса 1ни акс ҳолда 0 ни қайтаради
Тенг	X=Y	[Ctrl] =	X=Y бўлса 1ни акс ҳолда 0 ни қайтаради
Лимит	$\lim\limits_{x\to a} f(x)$	[Ctrl] L	Функцияни x ага интилгандаги лимитини ҳисоблайди.(символик режимда)
Лимит	$\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$	[Ctrl] B	Функцияни x ага чапдан интилгандаги лимитини ҳисоблайди. (символик режимда)
Лимит	$\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$	[Ctrl] A	Функцияни x ага ўнгдан интилгандаги лимитини ҳисоблайди. (символик режимда)
Аниқмас интеграл	$\int f(t)dt$	[Ctrl] I	Функцияни аниқмас интегралини ҳисоблайди. (символик режимда)

Операторлар тўплами бўйича йиғинди ва кўпайтмани ҳисоблаш.

Ҳар бир операторга мос клавишалар комбинасиясини эсда сақлаш заруриятидан қутилиш мумкин. Операторларни киритиш учун операторлар палитраси ишлатилиши мумкин. Операторлар палитрасини очиш учун менюнинг қуйисида жойлашган инструментлар йўлакчасидаги тугмалар ишлатилади. Ҳар бир тугма умумий кўрсатгич бўйича группаланган операторлар палитрасини очади. Буни қандай амалга оширишни 1-расмда келтирилган.



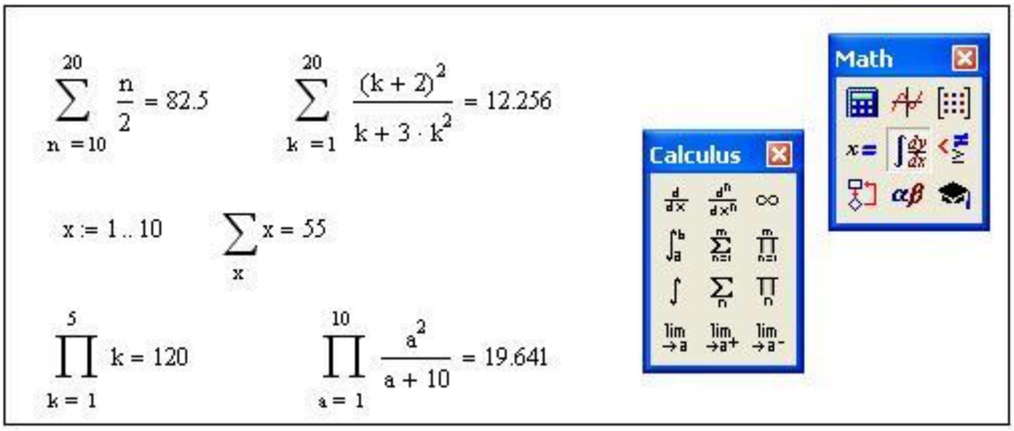
1-расм. Йиғинди ва кўпайтма операторларини операторлар палитрасидан олиш.

Йиғинди оператори ифодани индекснинг барча қийматларида ҳисоблайди. Кўпайтма оператори ҳам худди шунга ўхшаш ифоданинг кўпайтмасини индекснинг барча қийматлари бўйича ҳисоблайди.

Ишчи ҳужжатда йиғинди операторини ҳосил қилиш учун

- Сичқонча орқали бўш жойни кўрсатинг. Сўнг [Ctrl] [Shift] 4 клавишаларини босинг. $\sum_{\bullet=\bullet}^{\bullet}\bullet$ Йиғинди белгиси 4 та бўш жой билан пайдо бўлади.
- Пастдаги бўш жойдаги = белгисининг чап томонида ўзгарувчини киритинг. Бу ўзгарувчи йиғинги индекси ҳисобланади. $\sum_{i=1}^{\bullet}\bullet$
- = дан ўнг томондаги ва йиғиндини юқорисидаги бўш жойга ўзгарувчи қабул қиладиган қийматларни киритинг. $\sum_{i=1}^{10}\bullet$
- ва қолган бўш жойга ўзгарувчига боғлиқ бўлган ифода киритинг ва = ни кирицангиз йиғиндини натижасини чиқаради. $\sum_{i=1}^{10} i^2 = 385$

Худди шундай кўпайтма оператори тузилади. Бу учун [Ctrl] [Shift] 3 клавишаларини босинг ва бўш жойларни юқорида кўрсатилганидек тўлдиринг. 2-расмда йиғинди ва кўпайтма операторларини ишлатишга доир мисоллар келтирилган.



2-расм. Кўпайтма ва йиғиндиларни ҳисоблашга доир.

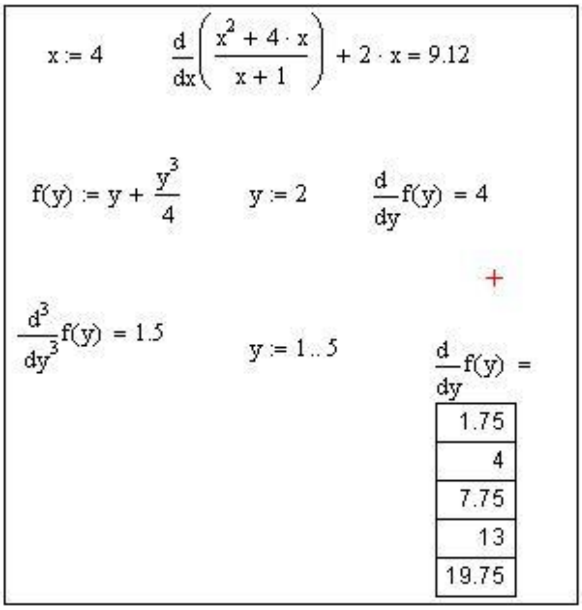
Ҳосилалар.

MathCadнинг ҳосила оператори берилган нуқтада функция ҳосиласининг миқдорий қийматини топиш учун мўлжалланган. Масалан x^3 нинг x=2 нуқтада x бўйича ҳосиласини топиш учун қуйидагиларни бажаринг.

- Аввал ҳосилани топиш керак бўлган нуқтани киритиш керак. x:=2
- Ҳосила операторини операторлар палитрасидан ёки [?] клавишасини босиш билан ҳосил қилинг. $\frac{d}{d\bullet}\bullet$ кўринишда ҳосил бўлади.

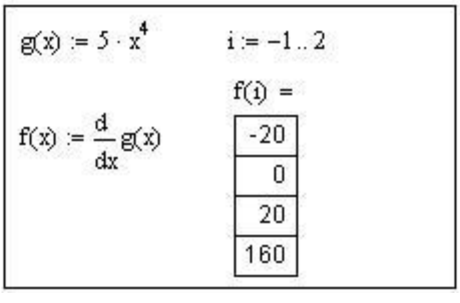
- Махраждаги бўш жойга ўзгарувчини киритинг. $\frac{d}{dx}$•
- Қолган бўш жойга эса ифодани киритинг. $\frac{d}{dx}x^3$
- = белгисини босинг натижада $\frac{d}{dx}x^3 = 12$ ҳосил бўлади.

Худди шу тартибда функция н- даражали ҳосиласининг бирор нуқтадаги миқдорий қиймати ҳам ҳисобланади ва ўзгарувчининг дискрет қийматларида ҳам функция ҳосиласининг қийматларини ҳисоблаш мумкин. [Ctrl] ? клавишаларини босинг ва юқоридаги тартибда бўш жойларни тўлдиринг. 3-рамсда бунга доир мисоллар келтирилган.



3-расм. MathCad ёрдамида дифференциаллашга доир мисол.

Шуни эсда сақлаш керакки, дифференциаллаш натижасида функцияни ҳосиласи эмас балки унинг ҳосиласиниг бирор нуқтадаги қийматини қайтаради.бундан ташқари бирор бир функцияни бошқа бир функциянинг ҳосиласи кўринишида аниқлаш мумкин. Масалан $f(x) := \frac{d}{dx}g(x)$ бу метод функцияни кетма-кет нуқталарда ҳисоблаш учун қўлланилади.



Интеграллар.

MathCad да интеграллаш оператори бази оралиқларда функция аниқ интегралини ҳисоблаш учун мўлжалланган. Масалан $sin^2 x$ нинг $(0; \frac{\pi}{4})$ да аниқ интеграли қуйидагича ҳисобланади.

- Бўш жойни сичқонча билан белгиланг ва & белгисини киритинг. Интеграл ости ифодаси учун бўш жойли интеграл белгиси пайдо бўлади. $\int_{\blacksquare}^{\blacksquare} \blacksquare\, d\blacksquare$
- Пастки бўш жойга 0 ни ва юқорига эса $\frac{\pi}{4}$ ни киритинг. Интегрални чегаралари ана шундай киритилади. $\int_0^{\pi} \blacksquare\, d\blacksquare$
- Интеграл белгисидан кейинги бўш жойга интеграллаш керак бўлган ифодани киритинг. $\int_0^{\pi} \sin(x)^2\, d\blacksquare$ $\int_0^{\pi} \sin(x)^2\, dx$
- Қолган бўш жойга интеграллаш ўзгарувчисини киритинг
- Натижани кўриш учун = тугмасини босинг. $\int_0^{\pi} \sin(x)^2\, dx = \blacksquare$

Аниқ интегралларни тахминий ҳисоблаш учун MathCad Ромберг интеграллашининг сонли алгоритмини қўллайди. MathCad да сонли интеграллашга боғлиқ бир неча эслатма.

- Интеграл чегаралари аниқ сон бўлиши керак. Интеграллаш керак бўлган ифода фақат ҳақиқий ёки комплекс бўлиши керак.
- Интеграл ўзгарувчисидан ташқари интеграл остидаги ифодаларнинг ўзгарувчилари олдиндан аниқланиши керак.
- Интеграллаш ўзгарувчиси индекссис, оддий ўзгарувчи бўлиши керак.
- Агар интеграллаш ўзгарувчиси ўлчамли катталик бўлса, интегралнинг юқори ва қуйи чегаралари ҳам ўша ўлчамга эга бўлиши керак.

$$\int_1^2 x^3\, dx = 3.75 \qquad a := 2 \qquad \int_0^5 (a + x)^2\, dx = 111.667$$

$$\int_0^1 \int_2^4 (x + y)^2\, dx\, dy = 25.333$$

Символик ҳисоблашлар.

Шу вақтгача MathCad да ифодаларни миқдор сон жиҳатдан ҳисоблаш тавсифланган эди. Миқдор жиҳатдан ҳисоблашда MathCad = белгисидан сўнг бир ёки бир нечта сонларни чиқаради. Бу сонларни билиш фойдали бўлса ҳам, улар орқали аргументлар ва ифодалар ўртасидаги боғлиқликни тушуниш қийин. MathCad символик математикани қўллаганда 1-расмда кўрсатилганидек, ҳисоблаш натижасининг ўрнига бошқа ифода пайдо бўлади. Бунда ифоданинг ўзи ёки кўпайтувчиларга ажратиш ёки қаторга ёйиш ва ҳоказо бўлиши мумкин.

$$(a+b)^2 \to (a+b)^2$$

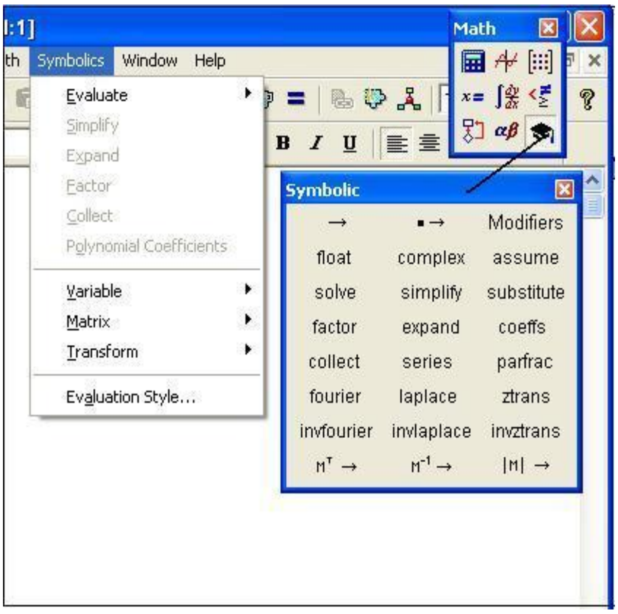
$$(a+b)^2 \text{ expand } \to a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3 \text{ factor } \to (a+b)^3$$

1- расм.

Тенгликни символик белгисини созлаш.

MathCadда символик белгиларни ишлатиш учун қуйидаги ишларни бажаринг.



2-расм.

2-расмдан кўринадики символик ҳисоблашларни менюнинг Сймболисс бўлимидан ёки математика палитрасининг кўрсатилган белгиси орқали ишлатиш мумкин. → белгиси чап томондан ифодани қабул қилади ва ўнг томондан бу ифодани соддалашган версиясини беради. Ифодадан сўнг 2-расмдаги Сймболис бўлимда кўрсатилган буйруқлардан фойдаланиб, ифодани турли кўринишдаги соддалашган ҳолларини олиш мумкин.

Ҳар бир буйруқ қандай вазифани бажариши қуйидаги жадвалда келтирилган.

Номи	Вазифаси
symplify	Ифоданинг умумий кўпайтувчиларини қисқартириб ва асосий айниятларни қўллаб, арифметик алмаштиришларни бажариб ифодани соддалаштиради.
expand	Ифодада йиғиндининг барча даражалари ва кўпайтмаларини очиб чиқади.
siries	Малум бир нуқта атрофида берилган ўзгарувчи бўйича ифодани тейлор қаторига ёяди
factor	Агар бутун ифодани кўпайтувчилар кўпайтмаси

	шаклида ифодалаш мумкин бўлса, танланган ифодани кўпайтувчиларга ажратади.
assume	Бу буйруқдан кейин келувчи ўзгарувчини MathCad унинг аниқ қиймати мавжуд бўганда ҳам бу ўзгарувчини аниқланмаган ўзгарувчи сифатида қарайди
complex	MathCad символик алмаштиришларни комплекс соҳада бажаради.
coeffs	Ифодани $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ кўринишда соддалаш-тириб барча коеффисиентларини аниқлайди
substitute	Ифодадаги ўзгарувчиларга бошқа қиймат бериб ифодани соддалаштиради.
solve	Ифодани кўрсатилган ўзгарувчи бўйича нолга айлантирадиган қийматларини қайтаради.

Сумболисаллй буйруғи ёки → белгиси.

Бу буйруқларни менюнинг Symbolics ►Evaluate ►Symbolically фойдаланиб ишлатиш мумкин ёки [Ctrl] > тугмаларидан фойдаланиб ишлатиш мумкин.

Мисоллар:

$$sin(2) + sin(1) \to sin(1) \quad , \qquad \frac{d}{dx}\sin(x) \to cos(x)$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} \to 4 \; , \qquad \int \sin(x)dx \to -\cos(x)$$

Ҳосила, интеграл, лимит, бошланғич функция ва йиғиндиларни ҳисоблаш

Hosilani hisoblashga doir

$$\frac{d}{dx}\cos\left(x^2\right) \to -2\cdot\sin\left(x^2\right)\cdot x \quad , \quad \frac{d^2}{dx^2}\left(x^2+2\cdot x\right)^2 \to 2\cdot(2\cdot x+2)^2 + 4\cdot x^2 + 8\cdot x$$

Integrallarni hisoblashga doir

$$\int_1^2 x^2\,dx \to \frac{7}{3} \; , \quad \int_1^y x^2\,dx \to \frac{1}{3}\cdot y^3 - \frac{1}{3} \quad , \quad \int_0^b \int_1^a \sin(x)\,dx\,da \to -\sin(b) + \cos(1)\cdot b$$

Aniqmas integral yoki boshlang'ich funksiyalarni hisoblashlarga doir

$$\int e^{\frac{-1}{3}\cdot x}\,dx \to -3\cdot\exp\left(\frac{-1}{3}\cdot x\right) \quad , \quad \int (3\cdot x+4)^3\,dx \to \frac{1}{12}\cdot(3\cdot x+4)^4$$

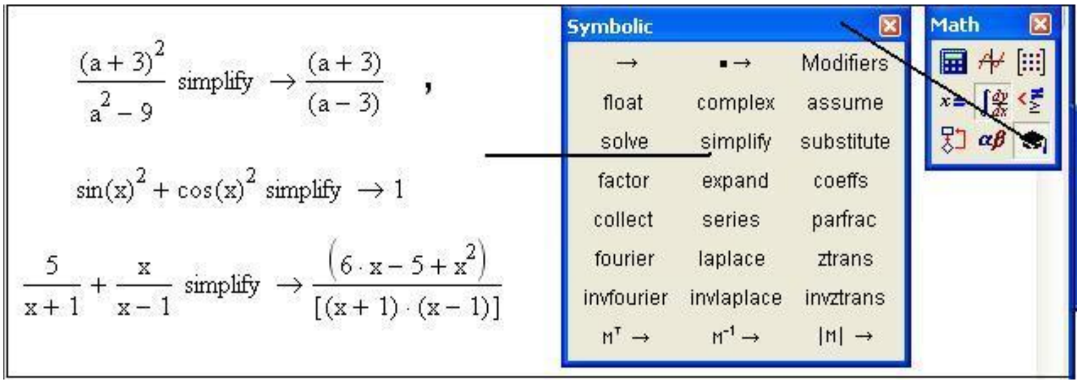
Limit va yig'indilarni hisoblashga doir

$$\lim_{x\to -3} \frac{x^2-9}{x+3} \to -6 \quad , \quad \lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} \to 1 \quad , \quad \sum_n n^2 \to \frac{1}{3}\cdot n^3 - \frac{1}{2}\cdot n^2 + \frac{1}{6}\cdot n$$

3-расм.

Simplify буйруғи.

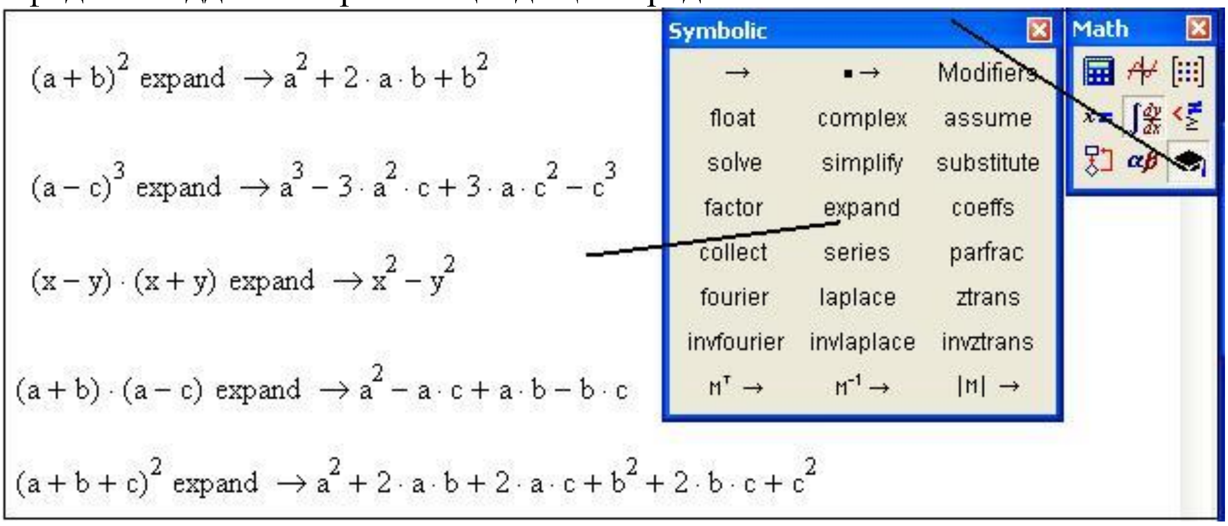
Simplify буйруғи ифодаларни соддалаштиришда ишлатилади, бунда у барча асосий айниятлардан фойдаланиб ифодани содда кўринишда келтиради.



4-расм.

Expand буйруғи.

Ифодада йиғиндининг барча даражалари ва кўпайтмаларини очиб чиқади ва ифодани соддалаштирилган ҳолда қайтаради.

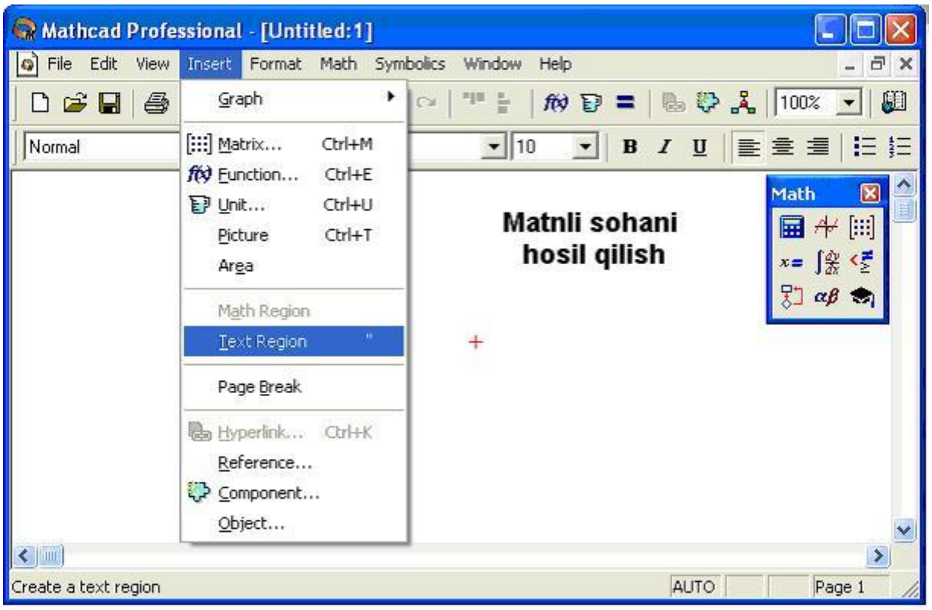


5-расм.

MATHCAD матн ва формулаларни ишчи ҳужжатнинг ихтиёрий жойида киритишга имкон беради. Ҳар бир математик ифода ёки матн лавҳаси маълум соҳада ёзилади. MathCadнинг ишчи ҳужжати мана шундай соҳалардан иборат бўлади. MathCad да формулаларга матн ёрдамида чиройли тарзда изоҳлар келтириш мумкин. Матн икки хил кўринишда бўлади матнли соҳа ва параграпҳ кўринишда бўлади. Матнли соҳани ишчи ҳужжатнинг ихтиёрий жойига жойлаштириш мумкин, параграпҳ эса кенглиги бўйича бетга тенгдир. Матнли соҳани тузиш учун.

1) Курсор тегишли жойга қўйилади.
2) Меню қаторининг Insert бўлимидан Text Region тугмаси босилади ёки [Shift+ “] тугмаларини биргаликда босинг.

Шундай қилиб матнли соҳа ҳосил қилинади ва ихтиёрий матнни киритиб таҳрирлаш мумкин. Матнда формула киритиш учун эса меню қаторининг Insert бўлимидан Math Region қисми танланади. Ёзилган матнни рангли қилиб чиройли шаклда тасвирлаш мумкин ва матндаги символлар устида излаш, алмаҳтириш ва хатоларини текшириш мумкин.

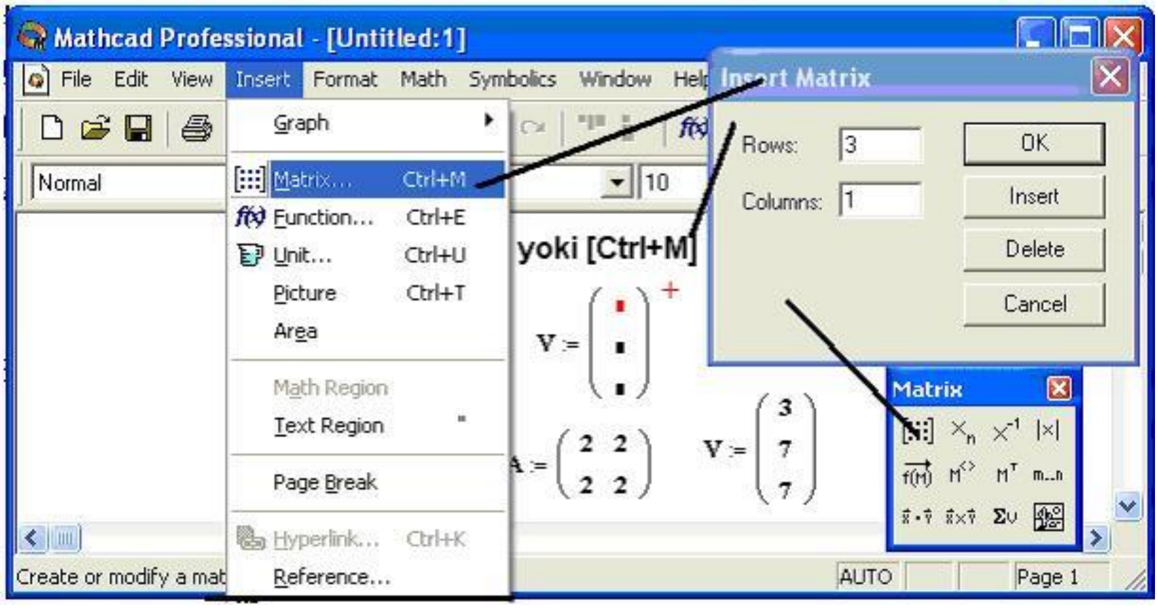


1-расм. Матнли соҳани ҳосил қилиш.

Массивлар билан ишлаш (Вектор ва Матрицалар).

Ўзгарувчилар ҳам скаляр сонлар каби массивга эга. Массивни аниқлаш ҳам ўзгарувчиларга скаляр қийматларни берганимиздек аввал ўзгарувчининг номи ёзилади ва : қўйилади кейин массив киритилади (Вектор ёки Матрица). Масалан 3 элементли в векторни аниқлаш учун қуйидаги ишлар бажарилади.

1) бўш сатрда в векторни киритамиз V :=● кўринишда.
2) Insert бўлимидан Matrix ни танлаймиз ёки [Ctrl+M] тугмасини босамиз ёки Математик белгилар панелидан Матрица белгисини танлаймиз натижада мулоқот ойнаси ҳосил бўлади.
3) Сатр ва устун элементлар сонини киритиб ок тугмасини босиб вектор ёки Матрица ҳосил қилинади.



1-расм. Матрица ва Векторни тасвирлаш.

Массивни ҳосил қилганимиздан кейин унинг элементларини Tab тугмаси орқали тўлдириб чиқамиз.

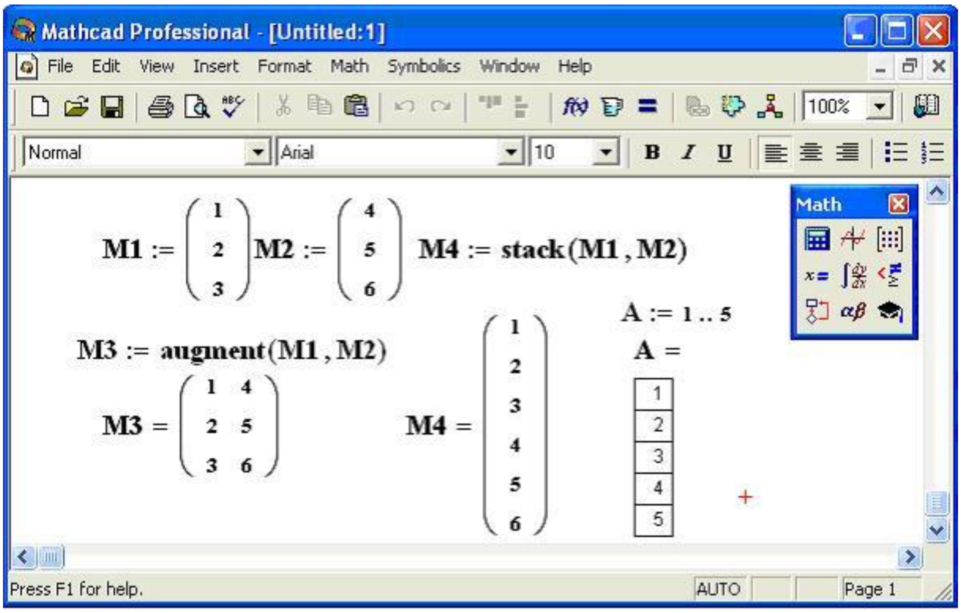
Массивни ҳосил қилади.

Сатр ёки устун жойлаштради

Сатр ёки устунни ўчиради.

Бекор қилади.

Массив элементларига мурожаат қилиш учун қуйи чегарани ишлатамиз, унинг алоҳида устунларига мурожаат қилиш учун юқори чегарадан фойдаланамиз. Қуйи чегара [билан юқори чегара [Ctrl+6] тугмалари ёрдамида чиқарилади. Масалан юқоридаги мисолда $V_0 = 3,\ A_{1,1} = 2\ , A^1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ га тенг бўлади. Бази массив элементларига қиймат берилмаслиги ҳам мумкин. Масалан X га қиймат бермасдан X_3 га қиймат берилса X_0, X_1, X_2 лар 0 қиймат қабул қилади. Агар массивларни эълон қилишдан олдин $\mathrm{ORIGIN} \equiv 0$ деб ёзсак массив элементларини тартиблашни 0 дан бошлайди. Агар $\mathrm{ORIGIN} \equiv 1$ деб ёзсак массив элементларини тартиблашни 1 дан бошлайди. Массив элементлари 100 дан ортиқ бўлса уни 1- расмда келтирилганидек аниқлаб бўлмайди. Бунинг учун “augment” ёки “stask” функцияларидан фойдаланиш мумкин ёки дискрет аргументлар ёрдамида аниқлаш мумкин.



2-расм. Массивни аугмент ва стаск функциялари ёрдамида бирлаштириш ва дискрет аргумент орқали аниқлаш.

Вектор ва Матрицавий операторлар.

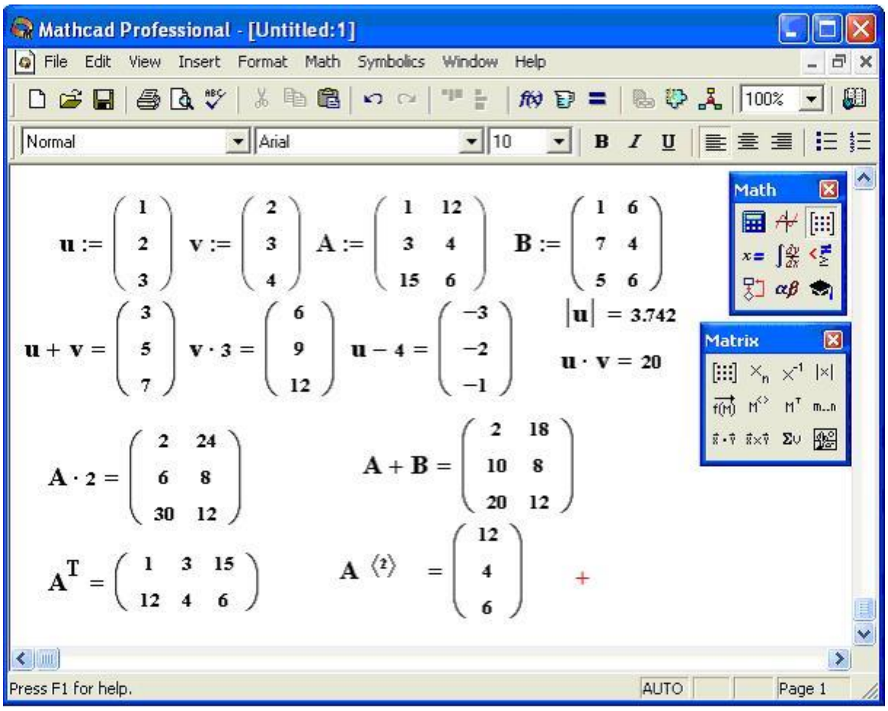
Бази MathCad даги операторлар Матрица ва векторларни ўзгартириш учун муҳимдир. Бу операторларнинг кўпи символлардан иборат ва жадвал кўринишда келтирамиз

Амал	Кўриниши	клавиш	Маноси
Матрицани скаляр сонга кўпайтириш	$A \cdot n$	*	А нинг ҳар бир элементи н га кўпайтирилади
Скаляр кўпайтма	$u \cdot v$	*	у ва в нинг узунлиги тенг
Матрицавий кўпайтма	$A \cdot B$	*	А устунлар сони Б қаторлар сонига тенг
Матрицани векторга кўпайтириш	$A \cdot v$	*	А устунлар сони в нинг сатрлар сонига тенг бўлиши керак
Матрицани сонга бўлиш	$\frac{A}{n}$	/	Ҳар бир массив лементи н га бўлинади
Вектор ва Матрицани йиғиндиси ва айирмаси	$A+B$, $u+vA-B$, $u-v$	+	Массивлар бир хил сатр ва бир хил устунга эга бўлиши керак
Скаляр йиғинди	$A+n$	+	А нинг ҳар бир қийматига n қўшилади
Скаляр айирма	$A-n$	-	А нинг ҳар бир қийматидан n айирилади
Ишорани алмаштириш	$-A$	-	А ни –1 га кўпайтиради

Матрица даражаси	M^n	^	н-даражали квадрат Матрица M^{-1} , M га тескари Матрица
Вектор узунлиги	$\lvert v \rvert$	Shift+\	
Детерминант	$\lvert M \rvert$	Shift+\	
Транспонирлаш	A^T	Ctrl+1	Сатр элементларини устун элементларига алмаштиради
Вектор кўпайтма	Uxv	Ctrl+8	u ва v лар учун кўпайтмани ҳисоблайди.
Комплекс	$\overline{A}$	“	A нинг мавҳум қисмини белгисини алмаштиради
Юқори даража	$A^{<n>}$	Ctrl+6	Матрицанинг n – устуни
Векторизасия	$\overrightarrow{A}$	Ctrl+-	
Қуйи индекс	$A_{n,m}$	[	
Елементлар йиғиндиси	$\sum v$	Ctrl+4	

Юқоридаги жадвалда келтирилган ўзгарувчиларда.

1) A ва B – Матрицалар.
2) u ва v - векторлар.
3) M- квадрат Матрица.
4) u_i ва v_i -u ва v векторнинг элементлари.
5) m ва n –бутун сонлар.



3-расм. Вектор ва Матрицавий операторлар.

MathCad ўзида алгебра ва чизиқли алгебра учун функцияларни сақлайди. Бу функциялар векторлар ва Матрицаларни ишлатиш учун тайинланган. Кейинги жадвалда векторли ва Матрицали функциялар келтирилган.

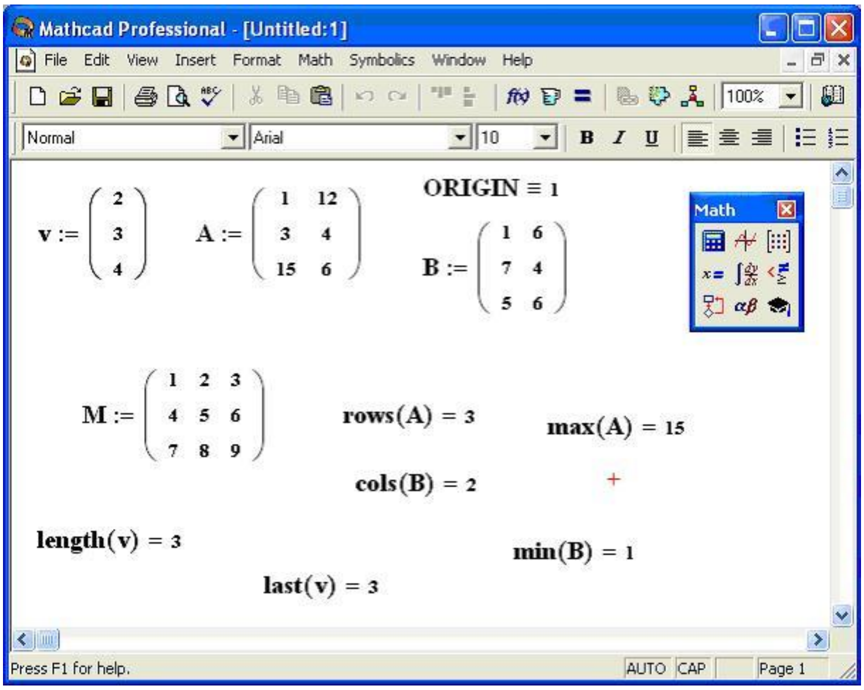
Бунда : А ва В –массивлар. V- вектор.

M ва N – квадрат Матрица.

z- скаляр сон

m,n,i,j-бутун сонлар.

Функция номи	Ҳосил бўлади
rows(A)	А массивнинг сатрлар сони
cols(A)	Амассийнинг устунлар сони
length(V)	V векторнинг элементлар сони
last(V)	V вектор элементининг охирги индекси
max(A)	А массивнинг энг катта элементи
min(A)	А массивнинг энг кичик элементи

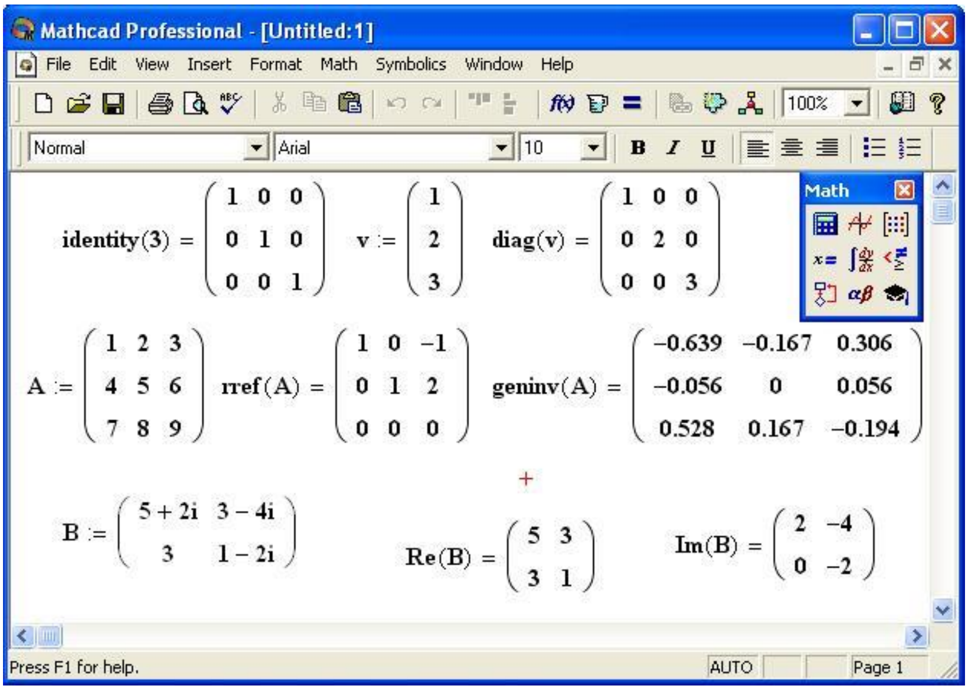


4-расм.

Матрицали функциялар.

Функция номи	Ҳосил бўлади
identity(n)	nxn бирлик Матрица
Re(A)	А Матрица элементининг аниқ қисмига тегишли массив
Im(A)	А Матрицанинг мавҳум қисмига тегишли массив

diag(v)	V ни Матрица диагоналида жойлаштиради
geninv(A)	A- mxn Матрица m≥n
rref(A)	A Матрицани босқичли формаси



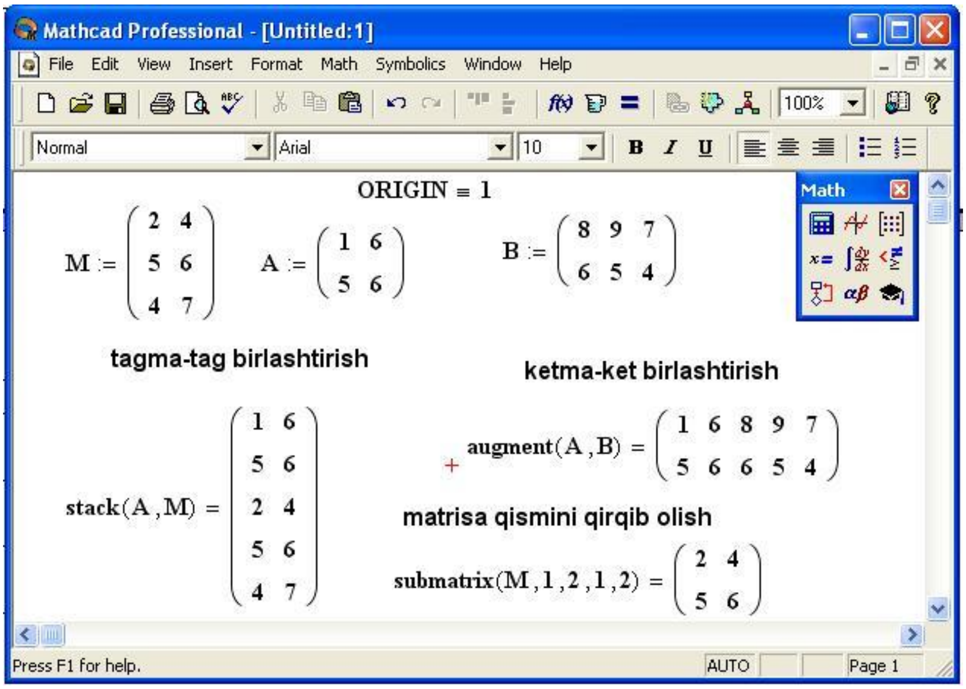
5-расм.

Матрицани характеристикаси.

Функция номи	Ҳосил бўлади
tr(M)	M-квадрат Матрица диагонал элементлари йиғиндиси
mean(T)	T-массив элементлари ўрта арифметиги.
rank(A)	A Матрицанинг ранги
norm1(M)	M Матрицанинг L_1 нормаси
norm2(M)	M Матрицанинг L_2 нормаси
norme(M)	M Матрицанинг эвклид нормаси
normi(M)	M Матрицанинг тенг ўлчовли нормаси
cond1(M)	M Матрица шартли сони L_1 нормага асосли
cond2(M)	M Матрица шартли сони L_2 нормага асосли
conde(M)	M Матрица шартли сони эвклид нормага асосли
cond(iM)	M Матрица шартли сони тенг ўлчовли нормага асосли

Янги Матрицани форматлаш.

Функция номи	Ҳосил бўлади
augment(A,B)	А ва В массивни кетма-кет жойлаштиради. А ва В нинг сатр элементлари тенг бўлиши керак.
stack(A,B)	А ва В массивни тагма-таг жойлаштиради. А ва В нинг устун элементлари тенг бўлиши керак.
Submatrix(A,m,n,i,j)	А-Матрицанинг m…n сатр ва i…j устун элементларидан иборат.



6-расм.

Массивлардан ўзгарувчи ва функцияларни эълон қилишда ҳам ишлатиш мумкин.

Масалан:

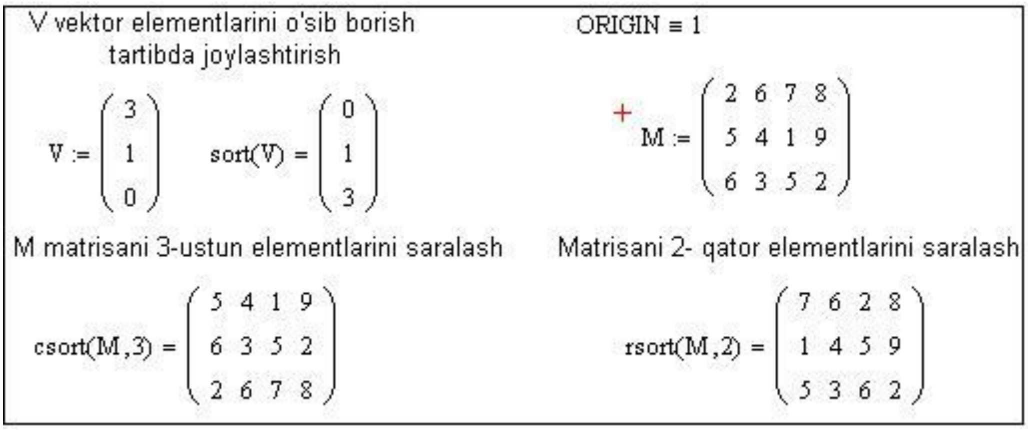
$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$ бу ерда a=5 га b=6 га c=7 га тенг.

$$F(x) := \begin{pmatrix} x^2 & x \\ \sqrt{x} & -x \end{pmatrix} \quad F(4) := \begin{pmatrix} 16 & 4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$\Phi(4)_{2,2}=-4$ $\quad F(4)^{<2>} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

Матрица ва вектор элементларини саралаш.

sort(V)	V- вектор элементларини ўсиб бориш тартибида жойлаштириш.
reverse(V)	V- вектор элементларини камайиб бориш тартибида жойлаштириш.
csort(M,n)	M-Матрица n-қатор элементларини саралш
rsort(M,n)	M-Матрица n- устун элементларини саралаш



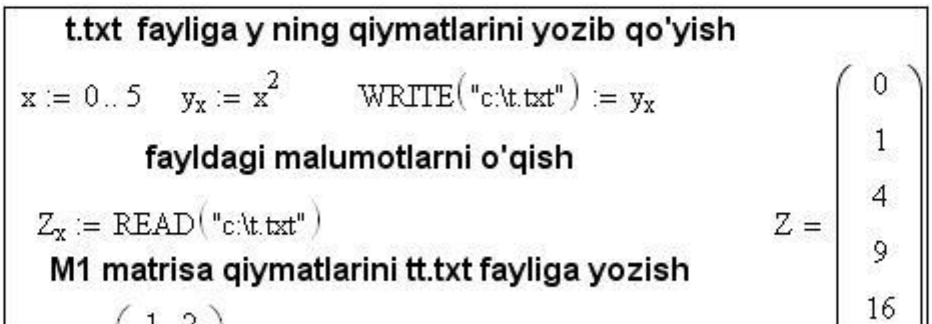
7-расм

MathCad тизими интеграсияси. Маълумотларни қайта ишлаш. Анимация.

MATHCAD дастурида олинган натижаларни бирор бир файлга ёзиб қўйиш мумкин ёки файлдаги малумотларни ўқиш мумкин. Бунда малумотларни вектор ёки Матрица кўринишида ифодалаш мумкин.

Файл типли малумотлар билан ишлайдиган операторлар.

Номи	Вазифаси
WRITE(“ файл номи”)	Бирор бир натижани файлга ёзиш вектор кўринишда
READ(“файл номи “)	Файлдаги малумотларни ўқиш вектор кўринишда
APPEND(“файл номи”)	Мавжуд файл устига малумот ёзиш вектор кўринишда.
WRITEPRN(“ файл номи”)	Матрица кўринишдаги натижани файлга ёзиш.
READPRN(“файл номи “)	Файлдаги малумотларни ўқиш Матрица кўринишда
APPENDPRN(“файл номи”)	Мавжуд файл устига малумот ёзиш Матрица кўринишда



8-расм.

MathCad дастурида итерацион жараёнларни ҳисоблаш учун рекурент кетма-кетликлардан фойдаланиш мумкин. Буни қандай ҳосил қилишни Фибоначи сонлари мисолида кўриб чиқамиз. 2-мисолда квадрат илдиз олишни Нъютон усули келтирилган

1-мисол

$$ORIGIN \equiv 1$$

$$x_1 := 1 \qquad i := 3..10$$

$$x_2 := 1 \qquad x_i := x_{i-2} + x_{i-1}$$

$x =$

	1
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5
6	8
7	13
8	21
9	34
10	55

2-мисол.

$$q_0 := 1 \quad err := 0.01 \quad i := 0..10 \quad a := 64$$

$$q_{i+1} := \mathrm{until}\left[\left|(q_i)^2 - a\right| - err, \frac{q_i + \frac{a}{q_i}}{2}\right] \qquad q = \begin{pmatrix} 1 \\ 32.5 \\ 17.235 \\ 10.474 \\ 8.292 \\ 8.005 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

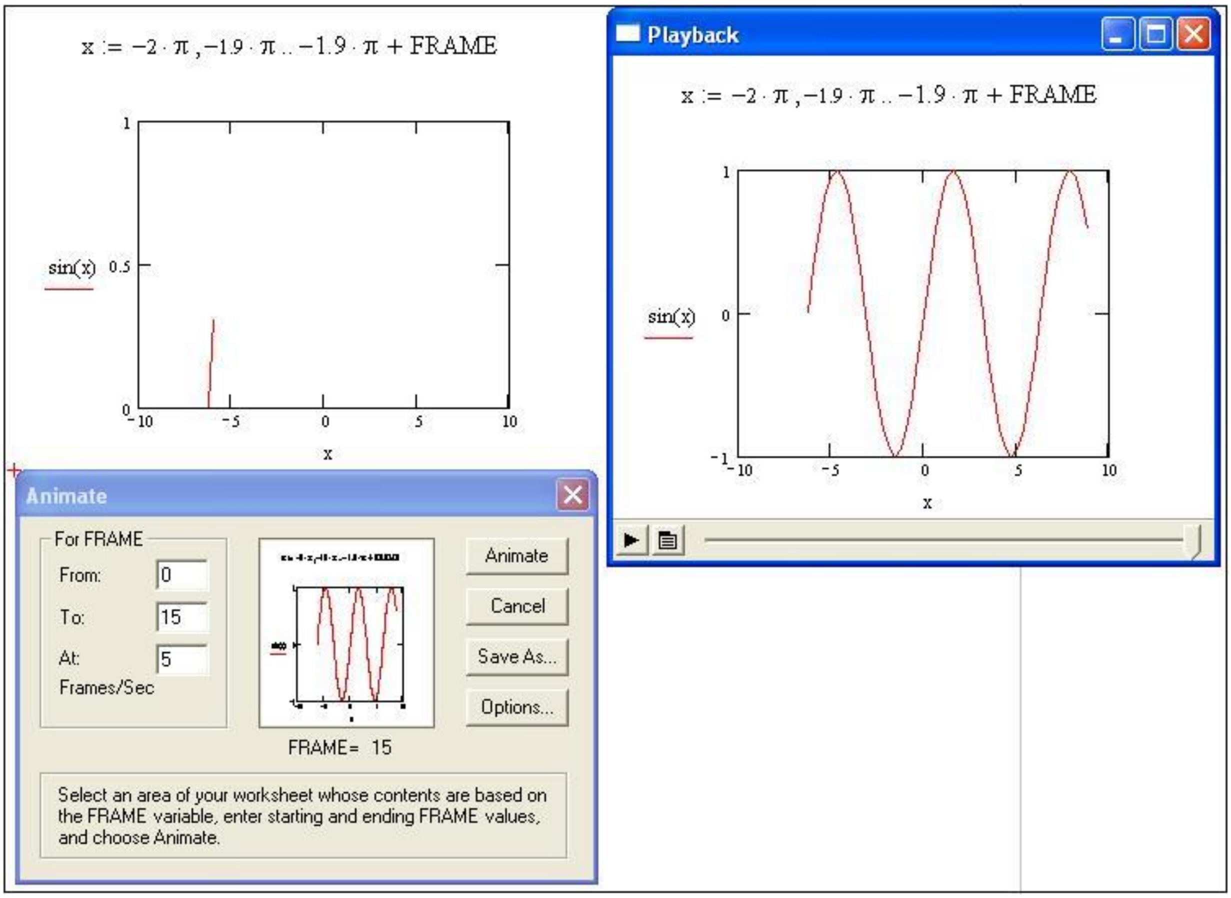
MathCad дастурида +, *, -, / га ўхшаш оддий операторлардан ташқари яна бир қанча операторлар мавжуд. Масалан Матрицани Транспонирлаш, детерминантини ҳисоблаш ёки интеграл ва ҳосилани ҳисоблашнинг махсус операторлари қўлланилади. Бу бобда қуйидаги бўлимлар мавжуд.

- Операторлар рўйхати.
- Кўпайтма ва йиъиндиларни ҳисоблаш.
- Ҳосила
- Интеграллар.

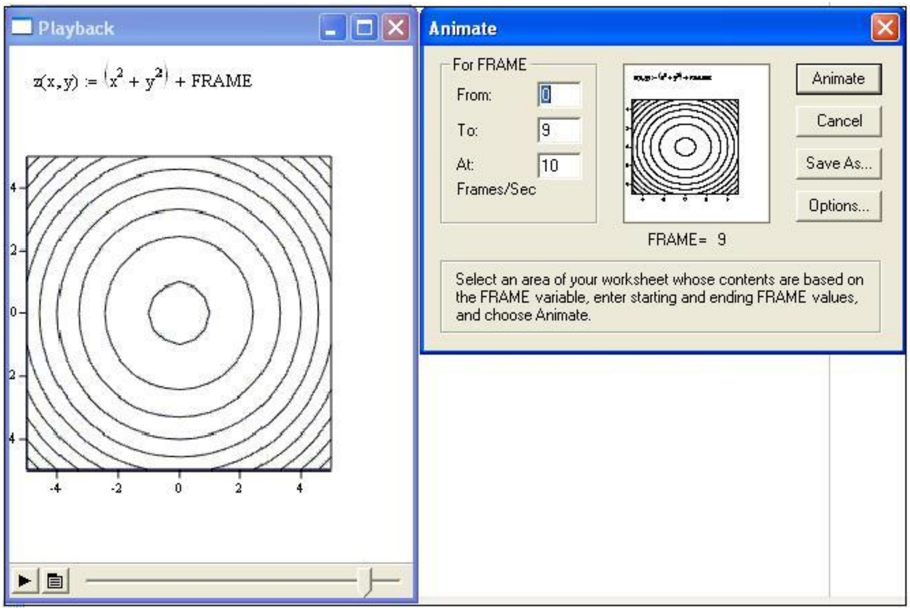
Операторлар рўйхати.

MathCad дастурида анимациялар ҳосил қилиш.

MathCad дастури графикларни анимация кўринишда тасвирлаш имкониятига эга, бу эса MathCadнинг яна бир имкониятларидан биридир. MathCadда аниматция ҳосил қилиш учун FRAME ўзгарувчисидан фойдаланилади ва унинг ҳар бир қадамда ўзгариши битта кадрни ифодалайди ва MathCad бизга анимацияли жараённи *.ави кенгайтмали Microsoft Video1.1 дастурда намойиш этади. Анимацияли жараённи *.avi кенгайтмали файл орқали хотирага ҳам сақлаб қўйиш мумкин. FRAME ўзгарувчисини аниқлагандан кейин Animate буйруғини менюнинг Виеw бўлимидан танланг. Натижада мулоқот ойнаси ҳосил бўлади бунда FRAME ўзгарувчисига боғлиқ учта асосий параметрни киритинг ва графикни сичқонча ёрдамида белгилаб, мулоқот ойнасидан Animate тугмасини босинг. Анимация ҳосил қилишга доир мисоллар кўриб чиқамиз.



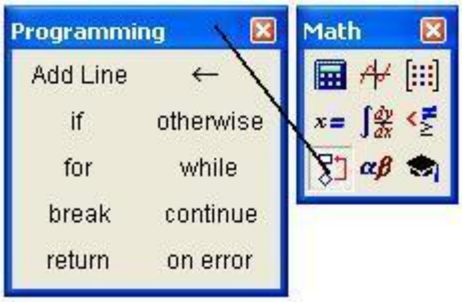
1-расм. Икки ўлчовли графикда.



2-расм. Уч ўлчовли графикда.

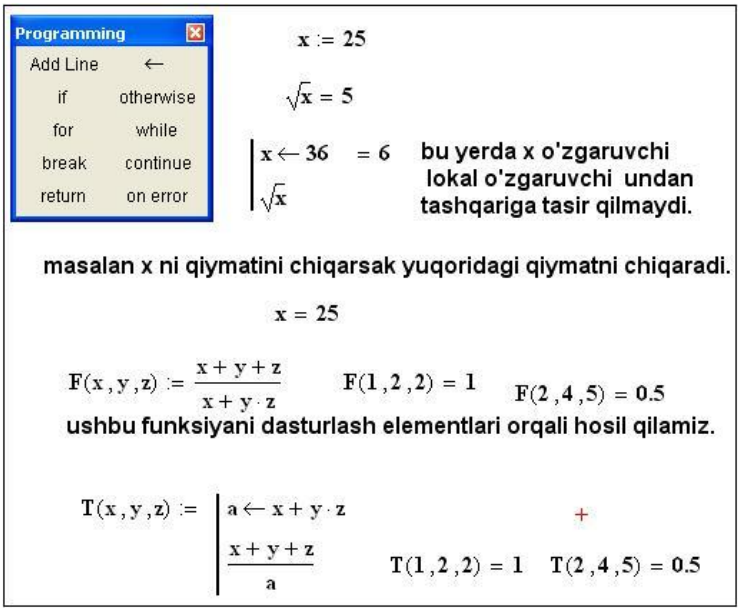
MathCad да дастурлаш элементлари

MATHCAD дастурида айрим масалаларни ечишда дастурлаш элементларидан фойдаланиш мумкин. Дастурлаш элементларини **Math** панелидан олиш мумкин 1-расм.



1-расм. Дастурлаш элементлари.

1- расмдан кўринадики бу операторлар ёрдамида дастурни бошланиши, тугалланиши, тармоқланувчи ва такрорланувчи жараёнларни ҳосил қилиш мумкин. Дастурлашда ифойдаланиладиган ўзгарувчилар локал ўзгарувчи бўлиб дастурлашдан ташқарида тасир қилмайди. 2- расмда бунга доир мисол келтирилган.



2-расм.

Дастурлаш элементларидаги ҳар бир операторнинг вазифаси.

- Add Line – қора узун вертикал чизиқдан иборат бўлиб, чизиқдан ўнг томонда дастурни ёзиш учун жой ажратади ва дастурни боши ва охирини билдиради.
- ← - локал ўзлаштириш оператори.
- if – шарт оператори.
- for – такрорлаш оператори.
- while- шартли такрорлаш оператори.
- otherwise- бошқа ҳолларда.
- break – тўхтатиш.
- continue- давом эттириш.
- return- қайтариш.
- on error- хатолик.

Add Line оператори.

Қора узун вертикал чизиқдан иборат бўлиб, чизиқдан ўнг томонда дастурни ёзиш учун жой ажратади ва дастурни боши ва охирини билдиради. Бу чизиқдан дастурда ичма-ич бир неча марта жойлаштириш мумкин, худди дастурлаш тилларидаги **Begin …. End**; га ўхшайди.

If шарт оператори.

Шарт операторининг умумий кўриниши қуйидагича. **ифода if шарт.**

Агар шарт бажарилса ифодани қийматини қайтаради. Масалан:

$$f(x) := \left| \begin{array}{ll} 1 \quad if \quad x > 0 \\ 0 \quad if \quad x < 0 \end{array} \right.$$

f(3)=1 , f(-2)=0 га тенг.

for такрорлаш оператори.

Такрорлаш операторининг умумий кўриниши қуйидагича.

for x $\in$ xmin .. xmax

бу ерда x ўзгарувчи xmin x нинг энг кичик қиймати xmax x нинг энг катта қиймати.

Масалан n=1+2+….+100 ни такрорлаш оператори орқали ҳисоблаймиз.

$$\mathbf{n} := \left| \begin{array}{l} \mathbf{n} \leftarrow 0 \\ \textbf{for } \mathbf{i} \in 1..100 \\ \quad \mathbf{n} \leftarrow \mathbf{n} + \mathbf{i} \end{array} \right. \qquad \mathbf{n} = 5050$$

while шартли такрорлаш оператори.

Умумий кўриниши қуйидагича **while шарт .** бажариладиган ифода пастки бўш жойга киритилади. Бу ерда агар шарт бажарилмаса пастки ифодани қийматини қайтаради агар шарт бажарилса такрорлаш давом этаверади. Мисол с=2+4+…+100

Йиғиндини ҳисоблашни wҳиле оператори орқали бажарамиз.

$$M := \left| \begin{array}{l} s \leftarrow 0 \\ i \leftarrow 2 \\ \text{while } i \le 100 \\ \quad \left| \begin{array}{l} s \leftarrow s + i \\ i \leftarrow i + 2 \end{array} \right. \\ s \end{array} \right. \qquad M=2550$$

otherwise оператори.

Бу оператор иф шарт операторида бошқа ҳолларда маносида ишлатилади. Масалан f(x) функция агар x>0 бўлса 1 қиймат қайтарсин бошқа ҳолларда –1 қиймат қайтарсин шу мисолни отҳерwисе оператори орқали бажаришни кўриб чиқамиз.

$$f(x) := \left| \begin{array}{l} 1 \quad \text{if } x > 0 \\ -1 \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \qquad f(3)=1\ , \qquad f(-4)=-1$$

break оператори.

break оператори if, for ва while операторларида ишлаш жараёнини тўхтатиш мақсадида ишлатилади .

```
A(x) := | n ← 1
        | s ← 0
        | while n < 100
        |     | s ← s + 1/n
        |     | n ← n + 1
        |     | break  if  s > x
        | s
```

A(2) =   A(3) =

бу мисолдан кўринадики A(2) деганда x=2 қиймат қабул қиляпти ва c>2 бўлса йиғиндини ҳисоблаш жараёни тўхтатилиб натижа сифатида с нинг қиймати қайтариляпти. Худди шундай A(3) ҳисобланади.

continue оператори.

Бу оператор бирор бир жараённи давом эттириш учун ишлатилади. Айниқса фор ва wҳиле операторларида.

return оператори.

return оператори қиймат қайтариш вазифасида ишлатилади. Масалан

```
a(x) := | 0  if  x > 0          a(−1) = −1     a(4) = 4
        | x

a(x) := | return  0  if  x > 0          a(−1) = −1     a(4) = 0
        | x
```

Бу мисолдан кўринадики агар ретурнни ишлатмасак a(x) функцияси x аргументни қийматини қайтаряпти, агар ретурн операторини ишлацак a(x) функцияга шарт бажарилса 0 қиймат қайтаряпти.

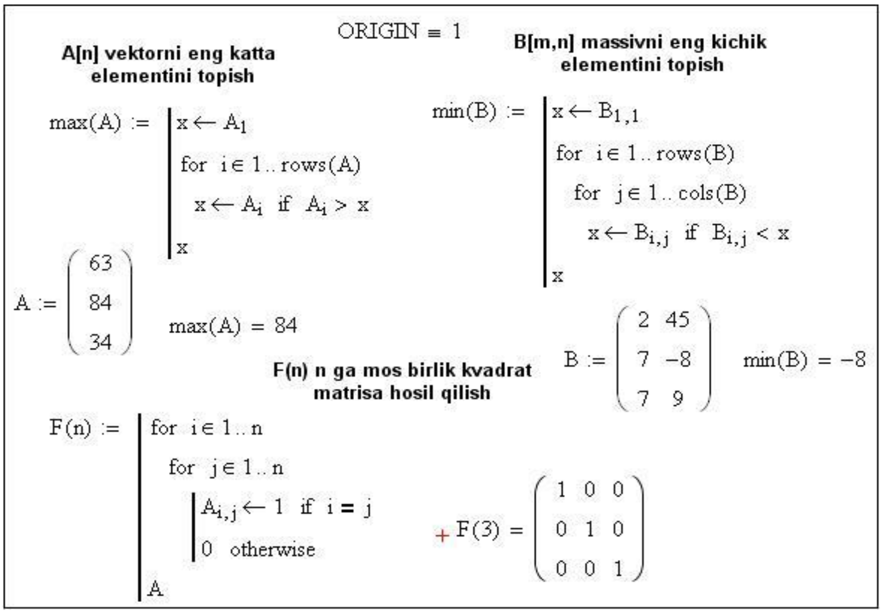
```
abs(x) := | −x  if  x < 0          abs(−4) = 4
          | x  otherwise           abs(5) = 5

fakt(n) := | f ← 1
           | while  n ← n − 1
           |   f ← f · (n + 1)      fakt(3) = 6
           | f                      fakt(5) = 120

Fakt(a) := | f ← a
           | while  1
           |     | f ← f · (a − 1)        Fakt(3) = 6
           |     | a ← a − 1
           |     | break  if  a = 1       Fakt(5) = 120
           | f
```

3- расм. Дастурлашга доир бир нечта мисоллар.

Агар айрим мисолларда натижани ҳисоблаш чексиз давом эца уни **[Esc]** тугмасини босиш билан тўхтатиш мумкин.



4-расм. Дастурлашга доир мисоллар.

Рекурсив функция.

MathCad дастурида рекурсив функциялар ҳосил қилиш имкониятига ҳам эга. Функцияни рекурсия орқали қийматини ҳисоблаш деганда функцияни қийматини ҳисоблашда функция ичида яна шу функциядан фойдаланиш тушинилади. Буни n! ни ҳисоблаш мисолида кўриб чиқамиз.
fakt(n):=if(n=0,1,n·fakt(n-1))   fakt(3)=6, fakt(5)=120.

Сатр устида бажариладиган функциялар.

MathCad дастурида ўзгарувчиларнинг сатрли типи мавжуд бўлиб уларнинг қийматлари қўштирноқ ичида берилади ва улар устида бир қанча амалларни бажариш мумкин. Қуйида сатр устида бажариладиган функциялар келтирилган.

- concat(s1,s2) – s1 ва s2 сатрларни бирлаштиради.
- num2str(z) – z сонни сатрга айлантиради.
- str2num(s) – s сатрни сонга айлантиради.
- str2vec(s) – s векторни сонга айлантиради.
- vec2str(v) – v векторни сатр кўринишда аниқлайди.
- strlen(s) – s сатр узунлигини аниқлайди.
- search(s,s1,n) – s сатрда s1 белгини н-марта қатнашган ўрнини аниқлайди.
- substr(s,n,m)- s сатрни n- белгисидан бошлаб m- белгисигача қирқиб олади.

Назорат саволлари:

1. MathCadойнасининг қисмларини ва уларнинг вазифаларини тушунтиринг.

2. Математик тизимларда қисм программалар библиотекасидан командалар қандай чақирилади?

3. factor, expand, normal, simplify, combine, convert, radnormal командаларнинг вазифасини айтинг.

4. Функциянинг экстремум нуқталари (x,y) ва ундаги max ва min қийматлар қандай командалар кетма-кетлиги ёрдамида аниқланади.

5. Интеграллаш командалари (аниқ ва тақрибий ҳисобловчи) ни тушунтиринг.

6. Параметрдан боғлиқ интегрални ҳисоблашда параметрларга чекланишлар қандай командалар ёрдамида берилади.

Фойдаланилган адабиёт:

1. G. A. Anastassiou and I. F. Iatan. Intelligent Routines. Solving Mathematical Analysis with Matlab,Mathcad, Mathematica and Maple. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013- 592p. ISBN 978-3-642-28475-5

IV. АМАЛИЙ МАШҒУЛОТ МАТЕРИАЛЛАРИ

1 амалий машғулот:

Статистик ҳулосалар олиш усуллари.

Ишдан мақсад: Статистик ҳулоса қилиш юзасидан танланма сонли характеристикаларини ҳисобланади ва улар асосида хулоса қилинади.

Ишни бажариш учун намуна:

1. 2-жадвалга кўра ишчиларнинг минимал ёшини 17 ёш деб ҳисоблаш мумкин. У ҳолда биринчи интервал 17 дан 20 ёш орасида бўлади. Максимал ёш 65 ни ташкил қилади, охирги интервал 50-65 ёш бўлади.

Жадвал. Ишчиларнинг ёшига караб тақсимланиши.

Ишчилар ёши бўйича гуруҳи, йил	Ишчилар сони, f_j	Интервал ўртаси $\bar{x}$	$x_j f_j$
А	1	2	3
20 ёшгача	48	18,5	888
20 - 30	120	25	3000
30 – 40	75	35	2625
40 – 50	62	45	2790
50 ёшдан катта	54	57,5	3105
Жами	359	34,56	12408

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_j f_j}{\sum_{j=1}^{k} f_j} = \frac{12408}{359} = 34{,}56.$$

2. Квадрат шаклли учта эр участкаси бор:

$x_1 = 100$ м; $x_2 = 200$ м; $x_3 = 300$ м.

Ҳар хил узунликдаги томонларнинг узунлигини ўрта қийматга айлантирганда, биз албатта, барча участкаларнинг умумий майдонини сақлаб қолишдан келиб чиқишимиз керак. Ўртача арифметик қиймат

(100 + 200 + 300) : 3 = 200 м

бу шартга жавоб бера олмайди, сабаби уч, томонлари 200 метрлик участкаларнинг умумий майдони: 3•(200 м)^2=120 000 метрга тенг бўлган булар эди.

Шу билан бирга, дастлабки учта участканинг майдони:

(100 м)^2 + (200 м)^2 + (300 м)^2 = 140 000 м^2-га тенг

Тўғри жавобни ўртача квадрат қиймати беради.

$$\bar{x}_{кв} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3} x_i^2}{n}} =$$

$$\sqrt{\frac{100^2 + 200^2 + 300^2}{3}} = 216м$$

3. Юк ортилган автоулов корхонадан омборхонагача 40 км/соат тезликда борди, қайтишда эса юксиз 60 км/соат тезлик билан ҳаракатланди. Бу иккита сафар давомида автоуловнинг ўртача тезлигини аниқланг. Оралиқни *с* км деб оламиз. Ўртача тезликни ҳисоблашда *соат* ҳеч қанақа аҳамиятга эга эмас. Тезликнинг индивидуал қийматларини (x_1 = 60 и x_2= 40) ўрта қиймат билан алмаштирганда иккала томонга сарфланган вақт ўзгармас бўлиб қолиши керак, акс ҳолда ўртача тезлик ҳар хил бўлиши мумкин, масалан, тошбақанинг тезлигидан тортиб, то ёруғлик тезлигигача.

Сафар вақти қуйидагига тенг:

$$\frac{s}{x_1} + \frac{s}{x_2} = \frac{s}{\bar{x}} + \frac{s}{\bar{x}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{\bar{x}} + \frac{1}{\bar{x}} \Rightarrow \quad \frac{2}{\bar{x}} = \frac{1}{60} + \frac{1}{40} \Rightarrow \bar{x} = \frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{40}} = \frac{2 \cdot 120}{5} = 48км/ч.$$

50 км/соат га тенг ўртача арифметик қиймат нотўғри, сабаби у реал вақтдан фарқли бўлган ҳаракат вақтига олиб келади. Агарда корхонадан омборхонагача масофа 96 км бўлса, реал ҳаракат вақти қуйидагига тенг бўлади:

$$\frac{96}{60} + \frac{96}{40} = 1{,}6 + 2{,}4 = 4с.$$

Айнан шу вақтни ўртача гармоник қиймат ҳам беради:

$$2 \cdot \frac{96}{48} = 4ч.$$

2-амалий машғулот:

Миқдорий бўлмаган ўзгарувчиларнинг статистик таҳлили.

Ишдан мақсад: Берилган статистик маълумотлар асосида ўзаро боғлиқлик коэффициентлари ҳисобланади, шартли ва шартсиз тақсимот бўйича энтропиялар ҳисобланади.

Ишни бажариш учун намуна:

1. Ўзаро боғлиқлик коэффициентини ҳисобланг.

Жадвал

Отасининг дини	Онасининг дини					Жами
	инжиллар	рим-католиклари	бошқа христианлар	бошқа динлар	ўз диний эътиқодини кўрсатмаганлар ва атеистлар	
инжиллар	146,1	57,6	1,1	0,5	8,8	214,1
рим-католиклари	57,3	195,9	1,1	0,7	5,2	260,2
бошқа христианлар	1,3	1,4	10,5	0,1	0,3	13,6
бошқа динлар	1,8	2	0,1	62,8	1,1	67,8
ўз диний эътиқодини кўрсатмаганлар ва атеистлар	29,1	16,1	0,7	0,8	77,7	124,4
Жами	235,6	273		64,9	93,1	680,1

Жадвалга кўра:

$$\sum_{i=1}^{k_1}\sum_{j=1}^{k_2} f_{ij}^{'}(i=j) = \frac{(214{,}1\cdot 235{,}6)+(260{,}2\cdot 273)+(13{,}6+13{,}5)+(67{,}8\cdot 64{,}9)+(124{,}4\cdot 93{,}1)}{680{,}1}$$

$$= 202{,}17$$

$$\sum_{i=1}^{k_1}\sum_{j=1}^{k_2} f_{ij}^{'}(i=j) = 146{,}1+195{,}9+10{,}5+62{,}8+77{,}7 = 493{,}0$$

$$\eta^2 = \frac{493-202{,}17}{680{,}1-202{,}17} \approx 0{,}6085;$$

$$\eta = 0{,}78$$

Шундай қилиб, бир динга мансуб кишилар никоҳини афзал кўрган ота – оналар жуфтлигининг текис тақсимотдан ортган 60,85% и асосий диагоналга “йиғилган”. Ҳақиқий боғлиқлик мумкин бўлган максимал боғлиқликнинг 60,85% ини ташкил этди. Ўлчашнинг барча усулларининг кўрсатишича 1993 йилда ГФРда никоҳга кираётган жуфтликлар учун диний мансубликнинг аҳамияти катта бўлган.

2. Балоғат ёшидаги ўғил ёки қиз маълумотининг онасининг маълумотига қай даражада боғлиқлиги ўрганилмоқда.

жадвал

Онасининг маълумоти, х	Ўғил ёки қизнинг маълумоти, у			Ҳаммаси бўлиб	
	Олий	Ўрта махсус	Умумий ўрта ва умумий ўрта	Жами	Жамига нисбатан фоизда
Олий	83,5	10,4	6,1	100	**12,4**
Ўрта махсус	42,5	50,5	7,0	100	**14,8**
Умумий ўрта	55,0	25,4	19,6	100	**16,4**
Тўлиқ бўлмаган ўрта	26,2	36,9	36,9	100	**20,6**
Бошланғич	20,2	29,6	29,6	100	**35,8**
Жами	**38,4**	**31,1**	**30,5**	**100**	**100**

жадвал маълумотларига кўра у ўзгарувчининг тўла энтропиясини (шартсиз тақсимот бўйича) ҳисоблаймиз. Бунда онанинг маълумоти ҳисобга олинмайди:

$$H(y) = (0{,}384 \cdot \log_2 0{,}384) + (-0{,}311 \cdot \log_2 0{,}311) +$$
$$+ (0{,}305 \log_2 0{,}305) = 1{,}5767 \ \textit{бит}.$$

Умумий тақсимот (охирги сатр) характеридан кўриниб турибдики, u тенг эҳтимоллик тақсимотга яқин. Демак, энтропиянинг ҳисобланган қиймати H_{max} га яқин. Сўнгра оналарнинг аниқланган маълумотини эътиборга олган ҳолда болалар маълумотининг шартли тақсимот энтропиясини ҳисоблаб чиқамиз:

$$H_{x_1}(y) = (-0{,}835 \cdot \log_2 0{,}835) + (-0{,}104 \cdot \log_2 0{,}104) +$$
$$+ (-0{,}061 \cdot \log_2 0{,}061) = 0{,}8031$$

Худди шу йўл билан қолган болалар маълумотининг шартли энтропияси (онларининг маълумотини ҳисобга олган ҳолда) ҳисобланади:

$$H_{x_2}(y) = 1{,}3049 \text{ бит; } H_{x_3}(y) = 1{,}4374 \text{ бит;}$$
$$H_{x_4}(y) = 1{,}5677 \text{ бит; } H_{x5}(y) = 1{,}4851 \text{ бит;}$$

$H_{xi}(u)$ нинг олинган қийматларини солиштириш оналар маълумотининг фарзандлари маълумотига таъсирини кўрсатади. Биринчи ҳолда, яъни оналари олий маълумотли фарзандаларнинг тақсимот энтропияси энг кичкина, яъни оналари юқори маълумотга эга бўлган фарзандларнинг юқори маълумот олиш эҳтимоли кўпроқ. Фарзандларнинг маълумотлари бўйича тақсимотлари шартли энтропияси $N_{xi}(u)$ нинг қийматларидан ўртача вазнли қиймат сифатида ҳисобланади:

$$H_x(y) = 0{,}8031 \cdot 0{,}124 + 0{,}3049 \cdot 0{,}148 + 1{,}4374 \cdot 0{,}164 +$$
$$+ 0{,}5677 \cdot 0{,}206 + 1{,}4851 \cdot 0{,}358 = 1{,}3830$$

Онанинг маълумоти ҳақидаги маълумотлар фарзандларнинг маълумоти ҳақидаги билимлардаги аниқмасликни камайтиради. Олинган маълумотлар миқдори қуйидагига тенг:

$$I(y,x) = 1{,}5767 - 1{,}3830 = 0{,}1937 \text{ бит}$$

Нормалаштирилган маълумот коэффициенти қуйидагига тенг:

$$R_{y/x} = 0{,}1937 / 1{,}5767 = 0{,}123$$

Агар корреляция коэффициенти шу қийматга тенг бўлганида, биз боғлиқлик жуда кучсиз деган хулосага келган бўлар эдик. Нормалаштирилган маълумот коэффициенти билан иш кўрганда эса шуни ёдда тутиш керакки, агар $P_{й/х} \geq 0{,}1$ бўлса, боғлиқлик ёки ўртача кучли, ёки кучли бўлади.

Аввал айтиб ўтилганидек, нормалаштирилган маълумот коэффициенти детерминация коэффициентига ўхшайди, шунинг учун уни фоизларда ифодалаш мумкин. Бу мисолда маълумот миқдори фарзандларнинг маълумоти даражасига кўра тақсимоти энтропиясининг 12,3% ини ташкил этади.

Жадвалдаги маълумотларга кўра:

$$R(y,x) = \frac{H(y) - H_x(y)}{\frac{1}{2} \cdot (H(y) + H(x))} = \frac{0{,}1937}{\frac{1}{2} \cdot (2{,}209 + 1{,}5767)} = 0{,}104$$

Кўриб турганимиздек, натижа аввалгига дуда яқин, яъни R(y,x)≥ 1.

3– амалий машғулот:

MathCAD тизимида масалаларини сонли ечиш.

Ишдан мақсад: MathCAD тизимида масалаларни сонли ечиш юзасидан буйруқлардан фойдаланиш кўникмасини ҳосил қилиш.

Ишни бажариш учун намуна: MathCAD тизимида тенгламаларни ечиш учун махсус функциялардан фойдаланилади. Уларда тенглама, бошланғич яқинлашиш, аниқликлар кўринади. Масалан, тенгламани символ кўринишида ечиш учун ***solve*** буйруғидан фойдаланилади. Мазкур буйруқдан сўнг вергул орқали тенгламада топилиши керак бўлган ўзгарувчи ёзилади ва **Evaluation** дасгоҳидаги→тугмаси босилади. Масалан $x^2-3ax+a=0$ тенгламадан a нитопиш керак бўлсин. Ушбу масала қуйидагича ечилади:

$$x^2-3\cdot a\cdot x+a \text{ solve}, a \rightarrow \frac{x^2}{3\cdot x-1}$$

Энди айнан шу тенгламадан xни топамиз:

$$x^2-3\cdot a\cdot x+a \text{ solve}, x \rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{3\cdot a}{2}-\dfrac{\sqrt{a\cdot(9\cdot a-4)}}{2} \\ \dfrac{3\cdot a}{2}+\dfrac{\sqrt{a\cdot(9\cdot a-4)}}{2} \end{bmatrix}$$

Аммо барча тенгламаларни бу буйруқдан фойдаланиб топиб бўлмайди. Масалан $x^2-3ax^5+a=0$ тенгламадан номаълум x ни топишнинг иложи йўқ.

$$x^2-3\cdot a\cdot x^5+a \text{ solve}, x \rightarrow$$

No solution was found.

n-даражали кўпҳаднинг илдизларини топиш учун **polyroots(v)**функциядан фойдаланилади. Бунда ***v*** вектор кўпҳаднинг коэффициентларидан тузилади.

$$-3\cdot x^2+2\cdot x+1 \text{ solve}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$v := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{polyroots}(v) = \begin{pmatrix} -0.333 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Кўриниб турибдики, **solve** буйруғидан кейинги $\rightarrow$ ҳисоблаш символ кўринишида бўлишини, **polyroots(v)** буйруғидан кейинги = белгиси эса тенглама тақрибий ечиш усулларининг биридан фойдаланиб ечилганлигини англатади.

Чизиқсиз тенгламани тақрибий ечиш учун **roots(f(x),x[,a,b])** функциясидан қойдаланилади. Бу функция f(x)=0 тенгламанинг [a;b] кесмадаги *x* илдизи топилади.

Мисол. Молиявий математика масаласини қараймиз. Фирма ўз жамғарма фондига эга бўлиши учун *n* йил давомида йилига *p* марта *R/p* миқдорда банкга маблағ ўтказади. (*R* – бир йилда тўланадиган жами маблағ). Ўз навбатида банк йилига *m* марта мураккаб *j* фоиз ставкасида устама тўлайди. Тўловлар якунида йиғиладиган маблағ миқдорини аниқлаш масаласи қаралмоқда. Ушбу маблағ:

$$S=\frac{R}{p}+\frac{R}{p}\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m\cdot\frac{1}{p}}+\frac{R}{p}\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m\cdot\frac{2}{p}}+\cdots+\frac{R}{p}\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m\cdot\frac{np-1}{p}}$$

Кўриниб турибдики, бу геометрик прогрессиянинг дастлабки *n*та ҳадининг йиғиндиси бўлиб, биринчи ҳади $b_1=\frac{R}{p}$, махражи эса $q=\left(1+\frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}$ тенг бўлади. Демак ушбу прогрессиянинг йиғиндиси қуйидагига тенг:

$$S=b_1\cdot\frac{1-q^{np}}{1-q}=\frac{R}{p}\frac{1-\left(\left(1+\frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}\right)^{np}}{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}}=\frac{R}{p}\frac{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mp}}{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}}.$$

Фараз қиламиз, *S, R, p, m, n* миқдорлар маълум бўлиб, *j* процент ставкасини аниқлаш талаб қилинсин. Бу

$$\Phi(S,R,p,m,n,j)=0$$

чизиқсиз тенгламани ечишни талаб этади. Бу ерда

$$\Phi(S,R,p,m,n,j)=S-\frac{R}{p}\frac{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mp}}{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}}.$$

n := 10 yil S := 100 mablag' yig'ilishi mumkin

Bank yiliga m := 2 marta korxonaga foiz to`laydi

R := 3 korxona bir yilda bankga o`tkazadi

p := 2 marta korxona bir yilda bankga mablag` o`tkazadi

j := 0.12 noma'lumning boshlang`ich qiymati

Given

$$S-\frac{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m\cdot n}}{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}}\cdot\frac{R}{p}=0$$

Find(j) = 0.226551

Tekshirish

j := 0.226551

$$S-\frac{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m\cdot n}}{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}}\cdot\frac{R}{p}=-0.00015$$

Мисол. $\log_2 x+tg(x)=0$ тенгламанинг [0.5;1] кесмадаги илдизини топинг.

$$\operatorname{root}\left(\frac{\log(x)}{\log(2)}+\tan(x), x, 0.5, 1\right)=0.614$$

4 – 5 амалий машғулотлар:

Математик ва амалий статистика масалаларини замонавий дастурлар мажмуалари ёрдамида ечиш.

Ишдан мақсад: MathCAD тизимида масалаларни сонли ечиш юзасидан буйруқлардан фойдаланиш кўникмасини ҳосил қилиш. MathCad да функцияни ҳам аниқлаш, чизиқли тенгламалар системасини ечиш, дифференциал тенгламаларни ечиш функциялари ўрганилади.

Ишни бажариш учун намуна: $f(x)=x^2$ функцияни қандай аниқлашни кўриб чиқамиз.

1) $f(x)$: ни теринг натижада $f(x):=+$ ҳосил бўлади.
2) x^2 ни теринг натижада $f(x):=x^2$ функция ҳосил бўлади.

Бу ерда ф функция номи х эса функция аргументи. Функциянинг ихтиёрий нуқтадаги қийматини ҳисоблаш мумкин. Масалан $f(3)=9$, $f(5)=25$, $f(4)=16$. Худди шу тартибда икки аргументли, уч аргументли ва n аргументли функцияни аниқлаш мумкин. Масалан икки аргументли функцияни қандай аниқлашни кўриб чиқамиз. $T(x,y):=x^2+y^2$, $T(2,1)=5$, $T(2,2)=4$.

MathCad такрорий ёки итерацион ҳисоблашларни амалга ошириши мумкин. Бунда у дискрет аргументли ўзгарувчилардан фойдаланади. Масалан x ўзгарувчининг 10 дан 20 гача 1 қадам билан $\frac{x^2}{2}$ ифоданинг қийматларини ҳисоблаш талаб қилинган бўлсин. Буни қуйидагича амалга ошириш мумкин.

1) x:=10,11 ифодани теринг
2) ; 20 ифодани теринг

натижада x:=10,11..20 ҳосил бўлади, бу ерда .. фақат ; тугмаси орқали қўйилади акс ҳолда хато ҳисобланади. Агар оралиқ берилган бўлса қадамни аниқлаш қуйидагича бўлади. Биринчи қиймат киритилади ва , дан сўнг иккинчи сон киритилади улар орасидаги айирмани қадам сифатида олади агар , дан кейин сон кўрсатилмаса қадамни 1 га тенг деб олади. Дискрет аргумент аниқлангандан кейин, шу ўзгарувчини киритиб = ни кирицак бизга жадвал шаклида дискрет ўзгарувчининг қийматлари келтирилади. Бошқа дастурлаш тиллари каби MathCad да ҳам ўзимиз ихтиёрий функцияни элон қилишимиз мумкин олдиндан яратилган махсус стандарт функциялардан фойдаланишимиз мумкин. Масалан: $sin(x),\ cos(x),\ ln(x)$ ва бошқа функциялар.

Чизиқли тенгламалар системасини ечиш.

Вектор ва Матрицали оператор ва функциялар ёрдамида MathCad да чизиқли тенгламалар системасини ечиш мумкин. Бунинг учун тенгламалар системасидаги чап тарафдаги коеффисиентлардан A Матрицани ва ўнг тарафдаги сонлардан Б векторни ҳосил қиламиз ва чизиқли тенгламалар системасини қуйидаги кўринишда ёзиб оламиз A•X=B ва бу чизиқли тенгламалар системасининг ечими $X=A^{-1}$•B кўринишда бўлади.

Масалан: $\begin{cases} 2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 = 3 \\ x_1 - 2 \cdot x_2 = -2 \end{cases}$ берилган бўлсин уни ечиш учун. A ва B ни қуйидагича аниқлаймиз $A := \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B := \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ва ечим $X:=A^{-1}$•B га тенг.

Бу ерда X= ёзувни кирицак бизга $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ечимни чиқаради. Ҳақиқатдан ҳам тенгламалар системасининг ечими $x_1=0$, $x_2=1$ га тенг. MathCad да махсус яратилган lsolve(A,B) функцияси орқали ҳам тенгламалар системасини ечимини топиш мумкин. Юқоридаги мисолга уни қўлласак қуйидаги натижани оламиз.

$$lsolve(A, B) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

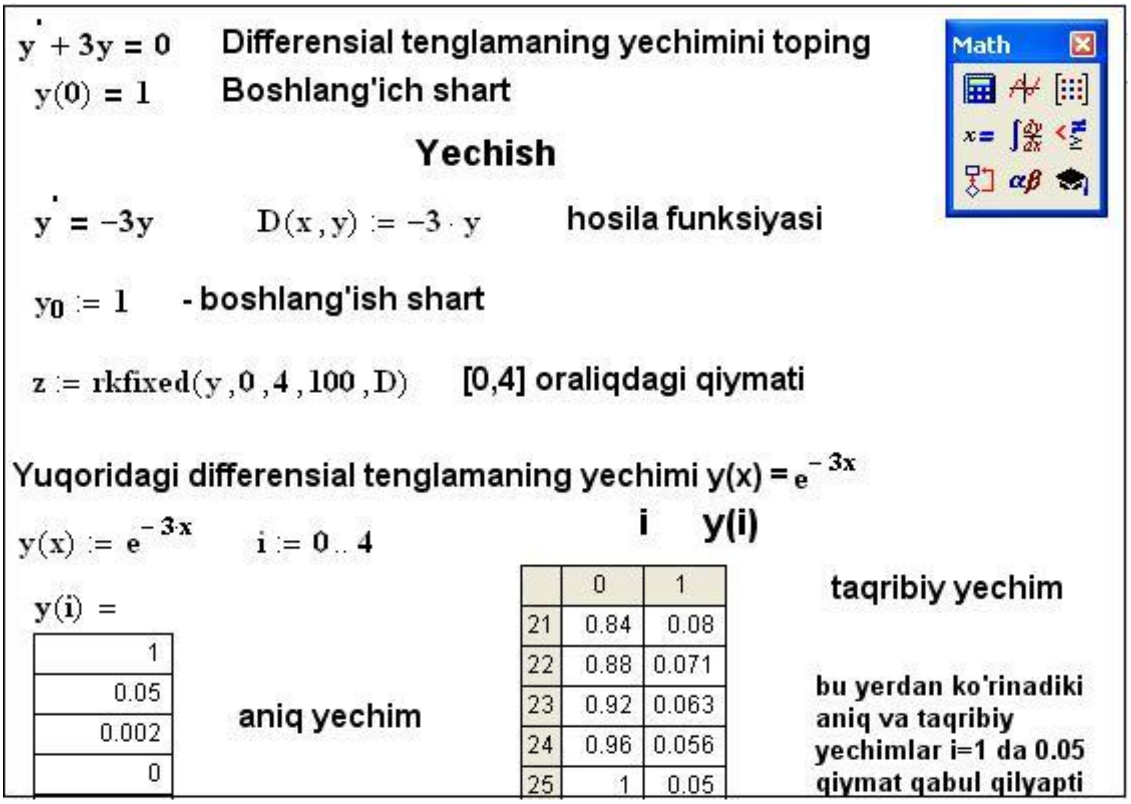
Дифференциал тенгламаларни ечиш функциялари.

MathCad оддий дифференциал тенгламаларни ечиш учун функциялар қаторига эга. Шу ҳар бир қатордаги функциялар дифференциал тенгламаларни ечиш учун мўлжалланган. Дифференциал тенгламани ечадиган ҳар бир алгоритм учун MathCad ҳар хил функцияларга эга. Бу дифференциал тенгламаларни ечиш учун қуйидагилар талаб қилинади.

1. Бошланғич шарт.
2. Ечим топиладиган нуқталар.
3. Дифференциал тенгламани тўлиқ кўриниши.

Биринчи тартибли дифференциал тенгламалар.

$\frac{dy}{dx}+3y=0$, (1) $y(0)=1$ - бошланғич шарт. (1) кўринишдаги тенглама биринчи тартибли дифференциал тенглама дейилади. 1-расмда дифференциал тенгламаларни ечимини топиш учун ркфихед функциясидан фойдаланиш кўрсатилган.



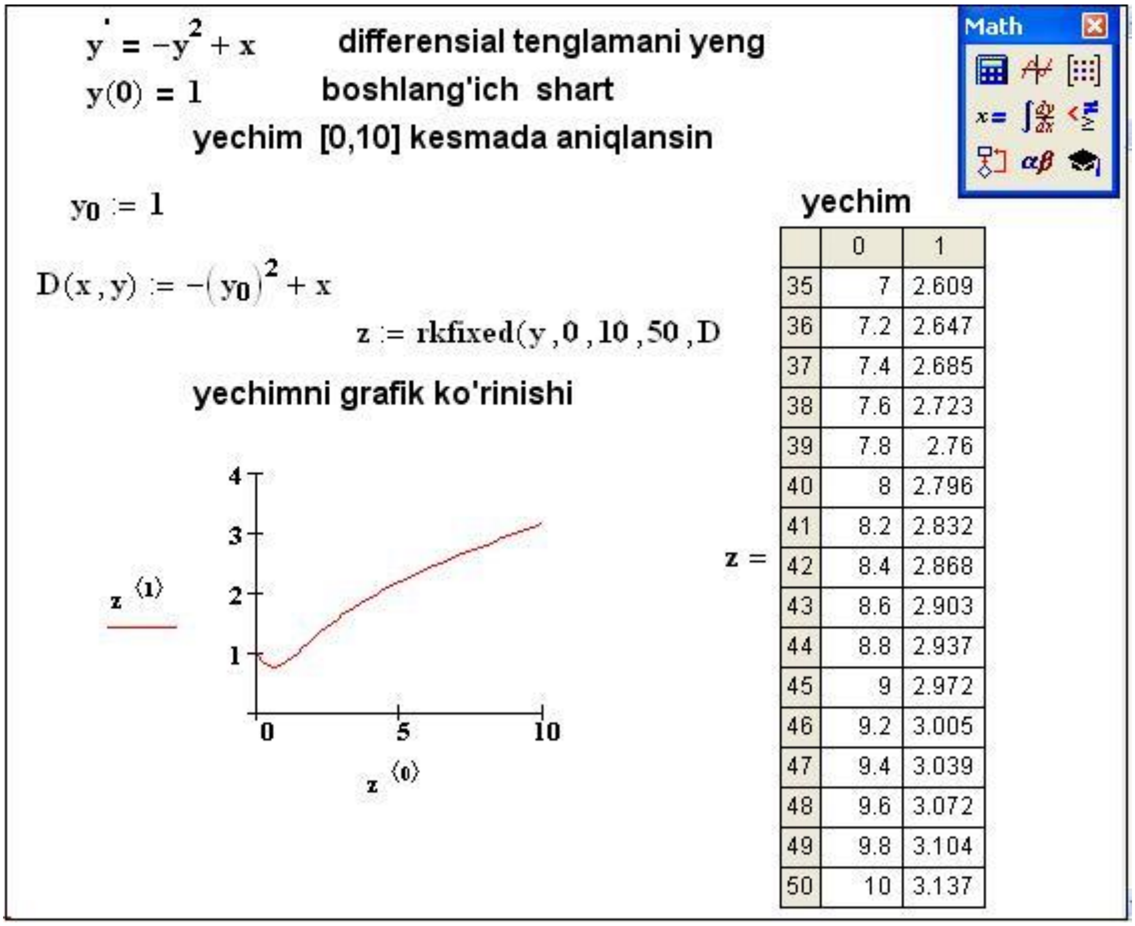
1-расм. 1- тартибли дифференциал тенгламани ечиш.

rkfixed функцияси қуйидаги аргументларга эга $\mathrm{rkfixed}(y, x1, x2, n, D)$

- y - бошланғич шартдаги н ўлчамли веткор.
- x1,x2 - интервал чегараси, бу интервалдада дифференциал тенгламанинг ечими топилади.
- н- нуқталар сони (бошланғич нуқталар ҳисобга олинмайди.) бу аргумент орқали матрицанинг сатрлар сони аниқланади.
- $D(x, y)$ - 1- тартибли ҳосилани ўз ичига олувчи н тартибли вектор кўриниши.

1- расмда $y'(x)$ 1- тартибли ҳосилани топиб, $D(x, y)$ ни аниқлаш етарли эди.

Бази дифференциал тенгламаларда эса бу ишни қилиш қийинроқ. 2-расмда шунга доир мисол келтирлган.



	0	1
35	7	2.609
36	7.2	2.647
37	7.4	2.685
38	7.6	2.723
39	7.8	2.76
40	8	2.796
41	8.2	2.832
42	8.4	2.868
43	8.6	2.903
44	8.8	2.937
45	9	2.972
46	9.2	3.005
47	9.4	3.039
48	9.6	3.072
49	9.8	3.104
50	10	3.137

2-расм. 1-тартибли дифференциал тенгламани ечишга доир.

Иккинчи тартибли дифференциал тенгламалар.

Биринчи тартибли дифференциал тенгламаларни ечимини топишни ўрганганимиз-дан кейин, биз ундан юқори тартибли дифференциал тенгламаларни ечимини топишга ҳаракат қиламиз. Иккинчи тартибли дифференциал тенгламаларни ечимини топиш анча қийинроқ, у биринчи тартибли дифференциал тенгламаларни ечимини топишдан фарқ қилади. Улар қуйидагилар.

- y веткор катталик бошланғич шарт энди 2 та элементдан иборат бўлади.
- $D(x,y)$ функция 2 та элементли вектордан иборат бўлади. $D(t,y)=\begin{bmatrix} y''(t) \\ y'(t) \end{bmatrix}$
- Ечим тариқасида олинган Матрица 3 та сатрдан иборат бўлади. 1-сатрда t нинг, 2- сатрда $y(t)$ нинг, 3-сатрда $y'(t)$ нинг қийматлари жойлашади.

3- расмда қуйидаги дифференциал тенгламанинг ечими берилган

$$\begin{cases} y'' = -y' + 2y \\ y(0)=1\,, y'(0)=3 \end{cases}$$

$y'' = -y' + 2 \cdot y$ differensial tenglamani yeching

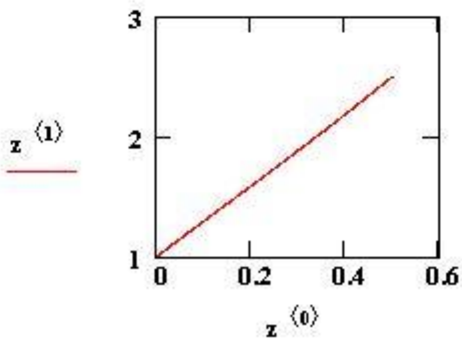
$y(0) = 1 \qquad y'(0) = 3$ boshlang'ich shart

$\begin{pmatrix} y(0) \\ y(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ yechimni [0 , 0.5] kesmada aniqlang

$y := \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad D(t, y) := \begin{pmatrix} y_1 \\ -y_1 + 2 \cdot y_0 \end{pmatrix} \qquad z := \mathrm{rkfixed}(y, 0, 0.5, 400, D)$

z =

	t 0	y(t) 1	$y'(t)$ 2
0	0	1	3
1	0.001	1.004	2.999
2	0.003	1.007	2.998
3	0.004	1.011	2.996
4	0.005	1.015	2.995
5	0.006	1.019	2.994
6	0.008	1.022	2.993
7	0.009	1.026	2.992
8	0.01	1.03	2.99
9	0.011	1.034	2.989



3-расм. 2-тартибли дифференциал тенгламани ечиш.

V. КЕЙСЛАР БАНКИ

Case study- 1

Ўрта қиймат, вариация ва тақсимот қонун.

Корея вонини 1 АҚШ доллари курсига таҳлили.

Маълумотлар дискрет вариацион қатор кўринишида берилган. Берилган жадвалда курснинг вақт бўйича ўзгариш динамикаси келтирилган. Ҳар бир қаторда 2 та асосий элемент: вақт Т ва мос курс ўзгариши У абсолют қийматларда берилган.

Вақт	Йил	Вон/доллар АҚШ	Вақт	Йил	Вон/доллар АҚШ
Январь	1995	797,8	Январь	1999	1176
Февраль	1995	789,8	Февраль	1999	1224
Март	1995	789,1	Март	1999	1243
Апрель	1995	774,4	Апрель	1999	1176
Май	1995	764,8	Май	1999	1206
Июнь	1995	762,76	Июнь	1999	1176
Июль	1995	761	Июль	1999	1183
Август	1995	773	Август	1999	1200
Сентябрь	1995	768,3	Сентябрь	1999	1216
Октябрь	1995	766,1	Октябрь	1999	1205
Ноябрь	1995	770,12	Ноябрь	1999	1173
Декабрь	1995	776	Декабрь	1999	1133
Январь	1996	775	Январь	2000	1128
Февраль	1996	784	Февраль	2000	1137
Март	1996	782	Март	2000	1119
Апрель	1996	781	Апрель	2000	1110
Май	1996	778	Май	2000	1133
Июнь	1996	785	Июнь	2000	1118
Июль	1996	809	Июль	2000	1112

Август	1996	813	Август	2000	1108
Сентябрь	1996	829	Сентябрь	2000	1127
Октябрь	1996	833	Октябрь	2000	1140
Ноябрь	1996	828	Ноябрь	2000	1217
Декабрь	1996	832	Декабрь	2000	1209
Январь	1997	867	Январь	2001	1286
Февраль	1997	877	Февраль	2001	1249
Март	1997	897	Март	2001	1310
Апрель	1997	895	Апрель	2001	1330
Май	1997	891	Май	2001	1290
Июнь	1997	889	Июнь	2001	1304
Июль	1997	896	Июль	2001	1315
Август	1997	907	Август	2001	1219
Сентябрь	1997	917	Сентябрь	2001	1303
Октябрь	1997	1485	Октябрь	2001	1299
Ноябрь	1997	1169	Ноябрь	2001	1263
Декабрь	1997	1960	Декабрь	2001	1329
Январь	1998	1812	Январь	2002	1316
Февраль	1998	1644	Февраль	2002	1320
Март	1998	1391	Март	2002	1329
Апрель	1998	1449	Апрель	2002	1308
Май	1998	1404	Май	2002	1242
Июнь	1998	1395	Июнь	2002	1214
Июль	1998	1291	Июль	2002	1199
Август	1998	1306	Август	2002	1209
Сентябрь	1998	1363	Сентябрь	2002	1235
Октябрь	1998	1390	Октябрь	2002	1257
Ноябрь	1998	1217	Ноябрь	2002	1201

Декабрь	1998	1211	Декабрь	2002	1186

www.economagic.com

Қуйидаги характеристикаларни ҳисобланг
Ўрта қиймат
Стандарт хатолик
Медиана
Мода
Стандарт четлашиш
Дисперсия
Эксцесс
Асимметрия
Интервал узунлиги
Минимум
Максимум
Йиғинди
Танланма ҳажми
Энг катта (1)
Энг кичик (1)
Ишончлилик даражаси (95,0%)

Тақсимотнинг умумий характери унинг бир жинслилигини аниқлаш ва асимметрия ва эксцессларни ҳисоблаш орқали аниқланади

Ўрта қиймат
Вариация кенглиги
Ўртача чизиқли четлашиш
Ўртача квадратик

четлашиш
Kr коэф.
Kd чиз.коэф.
Вариация коэффициенти

Case -2

m x p ўзаро қўшмалик жадвалидаги боғлиқликнинг ўзгариши.

Иқтисодий ҳамкорлик ва ривожланиш ташкилотига кирувчи юқори даромадли давлатлар

жадвал 3.2.1.

Давлат	ЯММни аҳоли жон бошига тақсимоти 2000 й. (АҚШ доллари)	Электр энергияни жон бошига сарфи 2000 й. (кВт*ч)
Австралия	23200	9316,9
Австрия	25000	6588,0
Бельгия	25300	7326,5
Канада	24800	16176,2
Дания	25500	6187,2
Финляндия	22900	15779,4
Франция	24400	6731,4
Германия	23400	6037,5
Греция	17200	4085,1
Исландия	24800	23562,7
Ирландия	21600	4842,0
Италия	22100	4734,1
Япония	24900	7451,4
Люксембург	36400	140701,9
Нидерланды	24400	6162,4
Янги Зеландия	17700	9342,2
Норвегия	27700	24791,9
Португалия	15800	3785,4
Испания	18000	4749,9
Швеция	22200	14569,0
Швейцария	28600	7233,2
Буюк Британия	22800	5604,8

АҚШ	36200	12180,9

Манба: *Большая Энциклопедия Кирилла и Мефодия, 2004.*

Ушбу давлатларни ЯММ улушига қараб қуйидаги гуруҳларга ажратамиз:

жадвал 3.2.2.

Даромад даражаси	**Интервал қийматлар (АҚШ доллари)**	**Давлатлар сони**
Қуйи	15000 - 19999	4
Ўрта	20000 - 24999	12
Юқори	25000 ва юқори	7
Жами		**23**

Энди электр энергия сарфига кўра давларларни гуруҳларга ажратамиз:

жадвал 3.2.3.

Давлатлар сони	**Давлатлар сони**	**Давлатлар сони**
Қуйи	3000 - 5999	6
Ўрта	6000 - 9999	10
Юқори	10000 ва юқори	7
Жами		**23**

Маълумотларни ўсиш тартибида тартибланг:

1. К.Пирсоннинг ўзаро қўшмалик коэффициентини ҳисобланг
2. Чупровнинг ўзаро қўшмалик коэффициентини ҳисобланг

Case-3

2х2ўзаро қўшмалик жадвалидаги боғлиқликнинг ўзгариши

Социологик сўров қуйидаги икки саволдан иборат::

1. Уйга вазифаларингизни кўпроқ қайси шаклда тайёрлайсиз:(курс иши, реферат, кейс-стади ва ҳ.к.): қўлёзма ёки компьютерда?
2. Кўпроқ қайси манбадан фойдаласиз (семинарлар, презентациялар ва ҳ.к.): университет кутубхонаси ёки интернет?

Ишнинг асосий мақсади уй вазифаларининг бажарилиш шаклини маълумотни олиш манбасига таъсирини ўрганишдан иборат.

Сўров натижалари қуйидаги жадвалда берилган:

1-саволга жавоб	**2-саволаг жавоб**	
	Кутубхона (*a*)	**Интернет(b)**
Қўлёзма (А)	1	3
Компьютерда терилган (В)	8	14

Боғлиқлик яқинлигини аниқлаш учун**ассоциация ва контингенция коэффициентларини ҳисоблаш**. Таклифларингизни беринг.

Case-4

Тақсимотнинг тўлиқ энтропияси

ЯММ ни жон бошига тақсимоти ва электрэнергиясини жон бошига сарфланиши орасидаги боғланишн аниқлаш мақсадида миқдорий бўлмаган қуйидаги кўрсаткичлар орқали ифодаланган жадвалдан фойдаланамиз:

ЯММ ни жон бошига тақсимоти	**Электрэнергиясини жон бошига сарфланиши**			**Жами**
	Қуйи	Ўрта	Юқори	
Қуйи	4	0	0	**4**
Ўрта	2	10	0	**12**
Юқори	0	0	7	**7**
Жами	**6**	**10**	**7**	**23**

1. Y ўзгарувчининг шартсиз тақсимоти бўйича **тўлиқ энтропия**сини ҳисобланг, бунда электрэнергиясини жон бошига сарфланиши маълумотларини ЯММни жон бошига тақсимотини ҳисобга олманг.
2. ЯММ ни жон бошига тақсимотини ҳисобга олган ҳолда электрэнергиясини жон бошига сарфланиши даражасининг шартли тақсимоти энтропиясини ҳисобланг.
3. Электр энергияси сарфланиши даражаси тақсимотининг шартли энтропиясини.
4. Маълумотнинг симметрияланган коэффициенти.

VI. МУСТАҚИЛ ТАЪЛИМТОПШИРИҚЛАРИ

1. Статистик кўрсаткичнинг статистик хусусиятдан нима фарқи бор?

2. Нисбий статистик кўрсаткичларни ҳосил қилишнинг қандай умумий тамойиллари мавжуд?

3. Ўрта қийматнинг статистикадаги аҳамияти нимадан иборат?

4. Тизимли ўртачанинг оддий ўртачадан фарқи нимада? Мисол келтиринг.

5. Ўртача қиймат ва ўртача квадратик оғиш ортасида қандай боғлиқлик мавжуд?

6. Вариациянинг дискрет ва доимий хусусиятлари орқали тақсимот қаторларини ҳосил қилишда фарқни нимада кўрасиз?

7. Сизнингча қуйидаги саволларнинг қайси бири тўғри тузилган?

1.1) “Ўтган йили қанча пул ишлаб топдингиз?”

1.2) “Қуйидаги категориялардан қайси бири сизнинг даромадингизга мос келади:

50000 гача

50000 – 100000

100000 – 150000

150000 – 200000

200000 – 250000

250000 ва ундан ҳам кўп”.

2.1) “Мактаб, касалхона, ижтимоий хизматларнинг юқори сифати солиқларнинг оширилиши билан бевосита боғлиқ эканлиги билан розимисиз?”

2.2) “Келгуси йили солиқларнинг кўтарилиши тарафдоримисиз?”

8. Тақсимотнинг интервал қаторларида медиана ва модани ҳисоблашнинг хусусиятлари нимада ўз аксини топган?

9. Гуруҳлараро ва гуруҳ ичидаги дисперсия нима? Гуруҳ ичидаги дисперсиядан келиб чиқиб гуруҳлараро ва интервал ўртачаларга қандай хулоса қилиш мумкин?

10. Пропорсионал сонларга таъриф беринг. Уларнинг статистикадаги роли қандай?

11. Пирсоннинг ўзаро боғлиқлик коэффициенти формуласини ёзинг.

12. Ўзаро боғлиқлик коэффициентларини аниқлашда хи-квадратнинг статистикадаги роли қандай?

13. Нормаллаштирилган маълумотлар коэффициентининг хусусиятларини келтириб ўтинг.

14. Симметризацияланган маълумот коэффициентининг формуласини ёзинг.

15. Боғлиқликнинг назарий-информацион ўлчовининг афзаллиги нимада?

16. Қуйидаги жадвалда берилган тенгламаларани:

a) кесмани тенг иккига бўлиш,

b) кетма-кет яқинлашиш,

c) урунмалар,

d) ватарлар усуллари ёрдамида тақрибий ечинг. Олинган тақрибий ечимларнинг лимит абсолют ва лимит нисбий хатоликларини топинг.

№	Тенгламалар	№	Тенгламалар
1	$3x^4+4x^3-12x^2-5=0$	9	$x-\sin x=0{,}35$
2	$0{,}5^x+1=(x-2)^2$	10	$\sqrt{x}-\cos(0{,}374+x)=0$
3	$(x-4)^2\log_{0,5}(x-3)=-1$	11	$\sin(0{,}5+x)=2x-0{,}5$
4	$x^2\cos(2x)=-1$	12	$\ln x+(x+1)^3=0$
5	$(x-2)^2 2^x=1$	13	$3x-2e^x=1$
6	$((x-2)^2-1)2^x=1$	14	$2\sin(x-0{,}6)=1{,}5-x$
7	$(x-2)\cos x=1,\ -2\pi\le x\le 2\pi$	15	$5x-8\ln x=8$
8	$(x-2)^3\lg(x+11)=1$	16	$x=\sqrt{\lg(x+2)}$

VII. ГЛОССАРИЙ

Термин	Ўзбек тилидаги шарҳи	Инглиз тилидаги шарҳи
Сонли таҳлил	Хатоликларни ҳисобга олган холда математик масалаларни ечишнинг аппроксимация усулларини ўрганиш	The study of approximation techniques for solving mathematical problems, taking into account the extent of possible errors
Математик амалий пакетлар	Математик масалаларни конпьютер дастури ёрдамида аниқ ва сонли ечиш	Numerical and exact solution mathematical problems using computer software
Бош тўплам	бир хил турга тегишли барча элементлар тўплами	in statistics, a population is a set of similar items or events which is of interest for some question or experiment.
Танланма	бош тўпламдан тасодифий равишда олинган элементлар	in statistics and quantitative research methodology, a data sample is a set of data collected and/or selected from a statistical population by a defined procedure
Статистика	танланмадан олинган ихтиёрий (ўлчовли) функция	any measurable function of the sample
Статистик гипотеза	кузатилаётган тасодифий миқдор ҳақида айтилган ихтиёрий фикр	Testing hypotheses is a common part of statistical inference. To formulate a test, the question of interest is simplified into two competing hypotheses, between which we have a choice.
Асосий гипотеза	текширилиши керак бўлган гипотеза	The null hypothesis, H_0, represents a theory that has been put forward, usually as a basis for argument.

Алтернатив гипотеза	асосий гипотезага қарама-қарши бўлган ихтиёрий гипотеза	The alternative hypothesis, H_1, is a statement of what the test is set up to establish.
Биринчи тур хатолик	асосий гипотеза тўғри бўлган ҳолда уни рад этиш	Type I errors where the null hypothesis is falsely rejected giving a "false positive".
Иккинчи тур хатолик	алтернатив гипотеза тўғри бўлган ҳолда уни рад этиш	Type II errors where the null hypothesis fails to be rejected and an actual difference between populations is missed giving a "false negative"
Корреляция коеффитциенти	иккита тасодифий миқдорлар орасидаги боғланишни миқдорий кўрсаткичи	The correlation coefficient r is a measure of how nearly a scatter plot falls on a straight line.
Нормалланган тасодифий миқдор	математик кутилмаси 0 (нол)га ва дисперсияси 1 (бир)га тенг бўлган тасодифий миқдор	Random variables with 0 expectation and 1 variation
Медиана	вариацион қаторни тенг иккига бўлувчи варианта	Value such that half of the observations' values are less than and half are greater than that value.
Вариациа кўлами	энг катта ва энг кичик кузатилган варианталар орасидаги фарқ	The range is the difference between the maximum and the minimum values

VIII. АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ

Махсус адабиётлар:

1. Brian R. Hunt, Ronald L. Lipsman, Jonathan M. Rosenberg A Guide to MATLAB. Cambridge University Press. 2014.
2. Collins G.W. Fundamental numerical methods and data analysis. George W. Collins, II 2003.
3. G. A. Anastassiou and I. F. Iatan. Intelligent Routines. Solving Mathematical Analysis with Matlab, Mathcad, Mathematica and Maple. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013- 592p. ISBN 978-3-642-28475-5
4. G. W. Collins, Fundamental numerical methods and data analysis, Publisher Harvard University press, 2003, p. 259
5. L. R. Scott, Numerical Analysis, Princeton University Press, 2011, p.323.
6. R. L. Burden and J. D. Faires, Numerical Analysis,Ninth Edition, Brooks/Cole publisher, Cengage Learning, Canada, 2011, ISBN-13: 978-0-538-73351-9
7. Smith G.D. Numerical Solution of Partial Differential Equations: finite difference methods 3rd ed. — Oxford University Press, 1986. 350 p.
8. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Third Edition, 2007, Cambridge university press, ISBN-13: 978-0521880688
9. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Основы моделирования и первичная обработка данных. – Москва: «Финансы и статистика», 1983, 458 стр.
10. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика том 1 – Москва: ЮНИТИ, 2001 г., 658 стр.
11. Дадажонов Т., Мухитдинов М. Matlab асослари. Тошкент. ЎзФА Фан нашриёти. 2008 й.
12. Елисеева И.И., Юзбашев М. М. Обшая теория статистики. Финансқ и статистика, 2001, 392 стр.
13. Кирьянов Д. MathCad 13. С.Петербург. 2006.
14. Матросов А. Maple 6. Изд-во “БХВ-Петербург”, 2001.
15. Палий И.А., Прикладая статистика, Изд. Дом Дашков и др. 2007, 176 стр.
16. Черняк А.А., Математика для всех на базе MathCad, БХБ Петербург, 2003.

Интернет манбаалар:

1. www.infocom.uz
2. www.press-uz.info
3. www.ziyonet.uz
4. www.edu.uz
5. http://ocw.mit.edu/courses/mathematics/
6. http://online.stat.ncsu.edu/online-programs/online-graduate-statistics-courses/
7. http://users.mat.unimi.it/users/pavarino/fisica/

8. http://www.lifelong-learners.com/pde/com/
9. http://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-335j-introduction-to-numerical-methods-fall-2004/
10. http://sites.stat.psu.edu/online/development/
11. http://study.com/online_statistics_course.html