`ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ОЛИЙ ТАЪЛИМ ТИЗИМИ ПЕДАГОГ ВА РАҲБАР КАДРЛАРИНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ ОШИРИШНИ ТАШКИЛ ЭТИШ БОШ ИЛМИЙ - МЕТОДИК МАРКАЗИ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ПЕДАГОГ КАДРЛАРНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ ОШИРИШ ТАРМОҚ (МИНТАҚАВИЙ) МАРКАЗИ

“АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА МЕХАНИКА” йўналиши

“МЕХАНИК ЖАРАЁНЛАРНИ МОДЕЛЛАШТИРИШ” модули бўйича

Ў Қ У В – У С Л У Б И Й М А Ж М У А

Тошкент – 2016

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ОЛИЙ ТАЪЛИМ ТИЗИМИ ПЕДАГОГ ВА РАҲБАР КАДРЛАРИНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ ОШИРИШНИ ТАШКИЛ ЭТИШ БОШ ИЛМИЙ - МЕТОДИК МАРКАЗИ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ПЕДАГОГ КАДРЛАРНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ ОШИРИШ ТАРМОҚ (МИНТАҚАВИЙ) МАРКАЗИ

“МЕХАНИК ЖАРАЁНЛАРНИ МОДЕЛЛАШТИРИШ”

модули бўйича

Ў Қ У В –У С Л У Б И Й М А Ж М У А

Тошкент 2016

Мазкур ўқув-услубий мажмуа Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2016 йил 6 апрелидаги 137-сонли буйруғи билан тасдиқланган ўқув режа ва дастур асосида тайёрланди.

Тузувчи: **ЎзМУ, А.Х.Закиров**

Тақризчи: **Dilmurat Azimov. Ph.D.Sc Assistant Professor. Doctor of Technical Sciences. Department of Mechanical Engineering. University of Hawaii at Manoa. USA.**

Ўқув -услубий мажмуа ЎзМУнинг Университет кенгашининг 2016 йил 7-сентябрдаги 1-сонли қарори билан нашрга тавсия қилинган.

МУНДАРИЖА

II. ИШЧИ ДАСТУР

КИРИШ.

Мазкур дастур ривожланган хорижий давлатларнинг олий таълим соҳасида эришган ютуқлари ҳамда орттирган тажрибалари асосида “Амалий математика ва механика” қайта тайёрлаш ва малака ошириш йўналиши учун тайёрланган намунавий ўқув режа ҳамда дастур мазмунидан келиб чиққан ҳолда тузилган бўлиб, у замонавий талаблар асосида қайта тайёрлаш ва малака ошириш жараёнларининг мазмунини такомиллаштириш ҳамда олий таълим муассасалари педагог кадрларининг касбий компетентлигини мунтазам ошириб боришни мақсад қилади.

Жамият тараққиёти нафақат мамлакат иқтисодий салоҳиятининг юксаклиги билан, балки бу салоҳият ҳар бир инсоннинг камол топиши ва уйғун ривожланишига қанчалик йўналтирилганлиги, инновацияларни тадбиқ этилганлиги билан ҳам ўлчанади. Демак, таълим тизими самарадорлигини ошириш, педагогларни замонавий билим ҳамда амалий кўникма ва малакалар билан қуроллантириш, чет эл илғор тажрибаларини ўрганиш ва таълим амалиётига тадбиқ этиш бугунги куннинг долзарб вазифасидир. “Механик жараёнларни моделлаштириш” модули айнан мана шу йўналишдаги масалаларни ҳал этишга қаратилган.

Модулнинг мақсади ва вазифалари.

“Механик жараёнларни моделлаштириш” модулининг мақсади:

- педагог кадрларни қайта тайёрлаш ва малака ошириш курси тингловчиларини тажрибавий натижалар ва назарий маълумотлар асосида олинган қонунлар ва формулаларни техника ва ишлаб чиқариш объектларида ишлата олишни ўргатиш, турли техникавий масалаларда ишқаланиш кучини ҳисобга олган ҳолда суюқлик оқимини ўрганиш ҳисобланади.

Модулнинг вазифаси мазкур дастур доирасида тингловчиларга суюқликлар механикасининг долзарб муаммоларини аниқлаш, таҳлил қилиш ва уларни ечиш усуллари бўйича назарий билим бериш ва муайян кўникмалар ҳосил қилиш ҳисобланади.

Модул бўйича тингловчиларнинг билими, кўникма ва малакаларига қўйиладиган талаблар.

“Механик жараёнларни моделлаштириш” модулининг ўзлаштириш жараёнида амалга ошириладиган масалалар доирасида **тингловчи:**

- курснинг асосий гипотезалари, моделлари, қонунлари, натижалари, суюқлик ва газ оқимлари хусусиятлари, уларда ҳосил бўладиган механик жараёнларни **билиши керак**.

- махсус курсни ўзлаштириш жараёнида идеал ва ёпишқоқ суюқликлар, уларнинг ҳаракат тенгламаларини, чегаравий ва бошланғич шартларни билишлари ва шу асосда қўйилган муайян механик масалани еча билиш **кўникмаларига эга бўлишлари керак.**

Тажрибавий натижалар асосида олинган, амалиётда кенг қўлланиб келинаётган формулаларни техник объектларда ҳисоблашга қўллаш, механика масалаларини ечишга сонли ҳисоблаш усулларни қўллаш **малакасига эга бўлиши керак**.

Модулни ташкил этиш ва ўтказиш бўйича тавсиялар.

“Механик жараёнларни моделлаштириш” курси маъруза ва амалий машғулотлар шаклида олиб борилади.

Курсни ўқитиш жараёнида таълимнинг замонавий методлари, ахборот-коммуникация технологиялари қўлланилиши назарда тутилган:

- маъруза дарсларида замонавий компьютер технологиялари ёрдамида презентацион ва электрон-дидактик технологиялардан;

- ўтказиладиган амалий (семинар) машғулотларда техник воситалардан, тест сўровлари, ақлий хужум, гуруҳли фикрлаш, кичик гуруҳлар билан ишлаш, коллоквиум ўтказиш ва бошқа интерактив таълим усулларини қўллаш назарда тутилади.

Модулнинг ўқув режадаги бошқа модуллар билан боғлиқлиги ва узвийлиги.

“Механик жараёнларни моделлаштириш” модули мазмуни ўқув режадаги “Таълимда ахборот-коммуникацион технологиялар” ўқув модули билан узвий боғланган ҳолда механиканинг долзарб муаммолари бўйича педагогларнинг касбий педагогик тайёргарлик даражасини орттиришга хизмат қилади.

Модулнинг олий таълимдаги ўрни.

Модулни ўзлаштириш орқали тингловчилар суюқлик ва газ моделлари, гидротехник иншоотлар, экспериментал аэродинамика, атмосферада ва техниканинг бошқа соҳаларида учрайдиган муаммоларни тадқиқ қилиш йўлларини ўрганиш, уларни таҳлил қилиш ва амалда қўллашга касбий компетентликка эга бўладилар.

Модул бўйича соатлар тақсимоти.

№	Модул мавзулари	Тингловчининг ўқув юкламаси, соат					
		Умумий соат	Аудитория ўқув юкламаси				Мустақил таълим
			Жами	жумладан			
				Назарий	Амалий машғулот	Кўчма машғулот	
1.	Чизиқли эластик жисм ва ёпишқоқ суюқлик моделлари	4	2	2			2
2.	Идеал суюқлик ва газлар динамикаси	6	6	2	2	2	
3.	Идеал сиқилмайдиган суюқликни текис уюрмасиз ҳаракати	6	6	2	4		

4	Сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликлар динамикаси	6	6	2	2	2	
5	Навье-Стокс тенгламасининг аниқ ечимлари	6	6	2	4		
Жами		**28**	**26**	**10**	**12**	**4**	**2**

НАЗАРИЙ МАШҒУЛОТЛАР МАЗМУНИ.

1-мавзу: Чизиқли эластик жисм ва ёпишқоқ суюқлик моделлари. Изотроп муҳитлар учун Навье-Стокс ва Гук қонунлари. Навье-Стокс тенгламаси. Ёпишқоқ сиқилмайдиган суюқлик ҳаракати дифференциал тенгламалари.

2-мавзу: Идеал суюқлик ва газлар динамикаси.

Идеал суюқлик ҳаракати тенгламалари ва теоремалар**.** Идеал муҳит учун Эйлер, Громека–Ламб тенгламалари. Идеал муҳит ҳаракат тенгламаларининг биринчи интеграллари.

3-мавзу: Идеал сиқилмайдиган суюқликни текис уюрмасиз ҳаракати.

Уюрмасиз ҳаракатнинг умумий хоссалари. Лагранж-Коши интеграли. Идеал сиқилмайдиган суюқликни потенциалли ҳаракатини ўрганишга комплекс ўзгарувчили функциялар назариясини қўллаш. Комплекс потнециалларга мисоллар.

4-мавзу: Сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликлар динамикаси.

Ньютон қонунига бўйсунувчи суюқликлар. Навье-Стокс тенгламаси. Ньютон қонунига бўйсунмайдиган сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликлар учун реологик қонунлар.

5-мавзу: Навье-Стокс тенгламасининг аниқ ечимлари.

Навье-Стокс тенгламасини ечишга чизиқли масалалар. Куэтт оқими, Стокс масалалари, иккита коаксал айланувчи цилиндрлар орасидаги оқим.

АМАЛИЙ МАШҒУЛОТЛАР

1-Амалий машғулот.

Стационар идеал суюқлик ва газлар ҳаракати дифференциал тенгламасининг биринчи интеграли - Бернулли интегралини тадбиқий масалалари қаралган: оғирлик кучи майдонида сиқилмайдиган суюқлик ҳаракати, суюқликни идишдан оқиб чиқиши масаласида оқиш тезлигини аниқлаш; кўндаланг кесими ўзгарувчан трубкадаги сиқилмайдиган суюқлик ҳаракати каби масалалар ўрганилади.

2-Амалий машғулот.

Суюқликнинг стационар ҳаракатида Бернулли интегралидан ва ностационар ҳаракатида эса Коши-Лагранж интегралидан фойдаланиш жисмга таъсир қилувчи босим кучларни ҳисоблаш имконини беради. Коши–Риман шартини қаноатлантирувчи $W = \varphi + i\psi$ комплекс потенциал орқали комплекс тезлик аниқланади. Комплекс потенциаллар билан аниқланувчи суюқлик ҳаракатига мисоллар қаралади.

3-Амалий машғулот.

Идеал сиқилмайдиган суюқликнинг потенциалли ҳаракатини ўрганишга конформ акслантириш усулини қўллашга масалалар қаралган. Идеал суюқликни жисм сиртидан ажралмай (доиравий цилиндрни оқиб ўтиши) оқиши масаласининг ечими комплекс потенциални аниқлаш, цилиндрни циркуляцияли ва циркулясиз оқиб ўтишида босим кучи тенг таъсир этувчисини аниқлаш.

4-Амалий машғулот.

Ньютон қонунига бўйсунмайдиган суюқликлар молекуляр тузилиши ва муҳим хоссалари билан ньютон суюқликларидан фарқ қилади. Шундай суюқликларга мансуб пластик ёпишқоқ суюқликлар ҳаркатини ўрганиш амалий аҳамиятга эга. Доиравий цилиндрик трубадаги пластик ёпишқоқ суюқликнинг стационар оқими қаралади.

Тезликлар тақсимоти ва кўндаланг кесимидан оқиб ўтувчи суюқлик миқдори аниқланади.

5-Амалий машғулот.

Навье-Стокс тенгламасининг аниқ ечимларини хусусий ҳолларда топиш мумкинлиги маълум. Навье-Стокс тенгламасини ечишга чизиқли масалалар қаралади: иккита параллел текис девор билан чегараланган каналдаги стационар текис оқим масаласида тезликлар тақсимоти аниқланган.

6-Амалий машғулот.

Навье-Стокс тенгламасини ечишга оид чизиқли масалалар қаралади:

суюқликнинг цилиндрик трубадаги оқими масаласи текисликда Пуассон тенгламасига келтирилади, Стокснинг 1-масаласида суюқликнинг ностационар оқими ўрганилган, текисликдаги масала учун Навье-Стокс тенгламаси ечилган ҳамда иккита коаксал айланувчи цилиндрлар орасидаги оқим ўрганилган.

ЎҚИТИШ ШАКЛЛАРИ

Мазкур модул бўйича қуйидаги ўқитиш шаклларидан фойдаланилади:

- маърузалар, амалий машғулотлар (маълумотлар ва технологияларни англаб олиш, ақлий қизиқишни ривожлантириш, назарий билимларни мустаҳкамлаш);
- давра суҳбатлари (кўрилаётган лойиҳа ечимлари бўйича таклиф бериш қобилиятини ошириш, эшитиш, идрок қилиш ва мантиқий хулосалар чиқариш);
- **баҳс ва мунозаралар (лойиҳалар ечими бўйича далиллар ва асосли** аргументларни тақдим қилиш, эшитиш ва муаммолар ечимини топиш қобилиятини ривожлантириш).

БАҲОЛАШ МЕЗОНИ

№	Ўқув-топшириқ турлари	Максимал балл	Баҳолаш мезони		
		2,5	"аъло" 2,2-2,5	"яхши" 1,8-2,1	"ўрта" 1,4-1,7
1.	Тест-синов топшириқларини бажариш	0,5	0,4-0,5	0,34-0,44	0,28-0,3
2.	Ўқув-лойиҳа ишларини бажариш	1	0,9-1	0,73-0,83	0,56-0,7
3.	Мустақил иш топшириқларини бажариш	1	0,9-1	0,73-0,83	0,56-0,7

II. МОДУЛНИ ЎҚИТИШДА ФОЙДАЛАНИЛАДИГАН ИНТЕРФАОЛ ТАЪЛИМ МЕТОДЛАРИ

“SWOT-таҳлил” методи.

Методнинг мақсади: мавжуд назарий билимлар ва амалий тажрибаларни таҳлил қилиш, таққослаш орқали муаммони ҳал этиш йўлларни топишга, билимларни мустаҳкамлаш, такрорлаш, баҳолашга, мустақил, танқидий фикрлашни, ностандарт тафаккурни шакллантиришга хизмат қилади.

S – (strength)	• кучли томонлари
W – (weakness)	• заиф, кучсиз томонлари
O – (opportunity)	• имкониятлари
T – (threat)	• тўсиқлар

Суюқликни потенциалли ҳаракатини ўрганишга комплекс ўзгарувчили функциялар назариясини қўллашнинг SWOT таҳлилини ушбу жадвалга туширамиз.

S	Суюқликни потенциалли ҳаракатини ўрганишга комплекс ўзгарувчили функциялар назариясини қўллашнинг кучли томонлари	Оқим соҳасини комплекс потенциал соҳасига бир қийматли конформ акслантирилади, яъни акслантиришда мос бурчаклар сақланади.
W	Суюқликни потенциалли ҳаракатини ўрганишга комплекс ўзгарувчили функциялар назариясини қўллашнинг кучсиз томонлари	Комплекс ўзгарувчили функциялар назариясини қўллаш идеал сиқилмайдиган суюқликларнинг потенциалли ҳаракати учун ўринли
O	Суюқликни потенциалли ҳаракатини ўрганишга комплекс ўзгарувчили функциялар назариясини қўллашнинг имкониятлари (ички)	Оқим текислигини ёрдамчи соҳаларга конформ акслантирувчи фунцияни қуриш мураккаб формали соҳалар учун ноқулайлик

		туғдиради
Т	Тўсиқлар (ташқи)	Бу усулни барча суюқликлар учун қўллаб бўлмайди

“Ассисмент” методи.

Методнинг мақсади: мазкур метод таълим олувчиларнинг билим даражасини баҳолаш, назорат қилиш, ўзлаштириш кўрсаткичи ва амалий кўникмаларини текширишга йўналтирилган. Мазкур техника орқали таълим олувчиларнинг билиш фаолияти турли йўналишлар (тест, амалий кўникмалар, муаммоли вазиятлар машқи, қиёсий таҳлил, симптомларни аниқлаш) бўйича ташҳис қилинади ва баҳоланади.

“Давра сухбати” методининг афзалликлари:

- ўтилган материалининг яхши эсда қолишига ёрдам беради;
- барча таълим олувчилар иштирок этадилар;
- ҳар бир таълим олувчи ўзининг баҳоланиши масъулиятини ҳис этади;
- ўз фикрини эркин ифода этиш учун имконият яратилади.

Методни амалга ошириш тартиби:

“Ассисмент”лардан маъруза машғулотларида талабаларнинг ёки қатнашчиларнинг мавжуд билим даражасини ўрганишда, янги маълумотларни баён қилишда, семинар, амалий машғулотларда эса мавзу ёки маълумотларни ўзлаштириш даражасини баҳолаш, шунингдек, ўз-ўзини баҳолаш мақсадида индивидуал шаклда фойдаланиш тавсия этилади. Шунингдек, ўқитувчининг ижодий ёндашуви ҳамда ўқув мақсадларидан келиб чиқиб, ассисментга қўшимча топшириқларни киритиш мумкин.

Ҳар бир катакдаги тўғри жавоб 5 балл ёки 1-5 балгача баҳоланиши мумкин.

ТЕСТ **Суюқлик ҳаракати потенциалли деб аталади, агарда:** а) суюқликнинг оқимининг ҳар бир нуқтасида бурчак тезлиги нолга тенг бўлса; б) суюқликнинг оқимининг ҳар бир нуқтасида суюқлик заррачасининг тезлиги нолга тенг бўлса; с) оқим соҳасида бурчак тезлиги ўзгармас; д) оқим соҳасида бурчак тезлиги бир хил йўналишга эга	**Қиёсий таҳлил** Ньютон қонунига бўйсунмайдиган суюқликлар ньютон суюқликларидан қандай фарқ қилади?
Амалий кўникма $\varphi(x, y) = kx(x^2 - 3y^2)$ $(k > 0)$ тезлик потенциали билан аниқланувчи суюқлик ҳаракати учун комплекс потенциални аниқланг	**Тушунча таҳлили** Идеал суюқлик моделини изоҳланг

III. НАЗАРИЙ МАШҒУЛОТ МАТЕРИАЛЛАРИ

1-мавзу: ЧИЗИҚЛИ ЭЛАСТИК ВА ЁПИШҚОҚ СУЮҚЛИК МОДЕЛЛАРИ.

РЕЖА:

1.1. Чизиқли эластик жисм модели. Гук қонуни.
1.2. Ёпишқоқ суюқлик модели.
1.3. Ёпишқоқ сиқилмайдиган суюқлик ҳаракати дифференциал тенгламалари.

Таянч иборалар: *эластик жисм, Гук қонуни, ёпишқоқ суюқлик, Навье-Стокс формуласи, изотроп чизиқли эластик жисм, изотроп чизиқли ёпишқоқ суюқлик.*

Жисмларнинг туташ муҳитларга мансублигини тажрибалар асосида текшириш мумкин. Суюқликлар, газлар ва деформацияланадиган қаттиқ жисмлар туташ муҳит сифатида энг умумий физик хусусиятларга эга бўлишларидан ташқари, уларнинг ҳар бирларига хос фарқлари мавжудки, уларни **эътибор**га олган ҳолда таҳлил етиш ҳам туташ муҳит механикасининг асосий вазифаларидандир. Ички ва ташқи кучларга, кучланишларга туташ муҳит зарралари реаксиялари турлича бўлиши табиийдир. Масалан, сув ва темир бўлаклари оғирлик майдонида бир-биридан ниҳоятда катта фарқ қила оладиган механик кўчишларга, силжишларга эга бўлиши кундалик ҳаётда ма’лум: суюқлик зарраларида ҳар бир **элементар** майдончага тегишли уринма кучланишлар темирдагига қараганда ниҳоятда кичик ёки нолга тенглигини **элементар** физика курси асосида, оддий тажриба асосида та’кидлаш мумкин. Албатта, туташ муҳитлар сифатида фақатгина суюқлик ва газлар, маълум қонуниятлар асосида деформацияланадиган қаттиқ жисмларгина **эмас**, балки мураккаб ички кучланганлик, у билан боғлиқ бўлган ва вақт ўтишига ҳам боғлиқ бўлган жараёнлар текширилиши мумкин.

Туташ муҳитнинг энг содда моделлари сифатида тан олинган ва шунинг учун ҳам классик моделлар деб аталувчи туташ муҳит моделлари билан иш кўрамиз. Ҳар бир модел учун таъриф бериш асосида уларнинг бошқа туташ муҳит моделларидан фарқи ва таъсир доираси ажратилади, улар учун механика қонунлари татбиқи асосида асосий тенгламалари келтириб чиқарилади.

Термодинамик жараёнлар ўзгармас бўлган ҳол учун туташ муҳитнинг энг содда моделлари - классик моделлари ўрганилади. Бу моделларни тузиш **ёпиқ** тенгламалар **системаси**ни тузишдан иборатдир.

1.1 Чизиқли эластик жисм модели. Гук қонуни.

Туташ муҳитнинг классик моделларидан яна бири чизиқли эластик жисм деб қараладиган деформацияланувчи туташ муҳит моделидир. Чизиқли эластик жисм умумий ҳолда таъриф бериш мумкин бўлган эластик жисмларнинг хусусий ҳоли бўлиб, туташ муҳит айрим зарраси ёки курилаётган муҳит зарраларидан ташкил торган узлуксиз соҳа физик нуқталари учун кучланиш тензори элементлари деформация тензори ва бошқа ўзгарувчиларнинг чизиқли функцияси бўлади. Эластик жисм модели таърифини беришдан олдин деформацияланувчи қаттиқ жисмлар ҳақида умумий тасаввурни кенгайтириш зарур. Э*ластик жисм* деганда жисм бўлаги қўйилган ташқи ва ички кучлар таъсирида ўзининг ҳажми ва шаклини ўзгартириши ва бу таъсирлар йўқотилса, у ўзининг дастлабки ҳолатига қайтиши мумкин бўлган жисмтушунилади[1]. Жисмларнинг унинг деформацияланишига сабаб бўлган таъсирлари олиб ташланиши билан, ўзининг дастлабки шакли ва ҳажмига қайта олиши хоссаси жисм эластиклик хоссасидир, йўқотилган деформация эса эластик деформацияни ифодалайди.

[1] Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 2004, Т.1.

Турли муҳитларда ташқи кучлар олиб ташланганда ўз ҳолатига тўла қайта олмайдиган жараёнлар ҳам мавжудлигини кузатиш мумкин, бундай жисм эластик жисм бўла олмайди: юксизланиш жараёнида ҳосил бўлган деформация қолдиқ деформация бўлади ва бундай деформация **пластик деформация** дейилади ва жисмни эластик жисм модели билан ифодалаб бўлмайди.

Эластик жисм моделининг таърифини берайлик: кучланиш тензори элементлари жисм заррасида ушбу $p^{ij} = f^{ij}(\varepsilon_{\alpha\beta}, g^{\alpha\beta}, T, \chi_1, \chi_2, \ldots, \chi_n)$ бир қийматли муносабат билан аниқланса, бундай муҳит эластик жисм дейилади. Бу ерда $g^{\alpha\beta}$ - метрик тензор элементлари, T - ҳарорат, χ_i лар жисмни характерловчи параметрлар.

Тажрибалар шуни кўрсатадики, кўпгина қаттиқ жисмлар учун кучланиш тензори элементлари деформация тензори элементлари ва ҳароратнинг ўзгариши билан чизиқли муносабатда бўлади. Бундай чизиқли муносабат Гук қонуни дейилади. Формал нуқтаи-назардан деформацияланиш бошланишидан олдин, яъни дастлабки пайтда жисм ҳарорати кўрилаётган зарра учун ўзгармас ва ўз қийматини сақлайди ва шу пайтда $p^{ij} = 0, \varepsilon_{ij} = 0$ дейлик. У ҳолда $p^{ij} = f^{ij}(\varepsilon_{\alpha\beta}, g^{\alpha\beta})$ ни тейлор қаторига ёйиб, ε_{ij} лар чексиз кичик миқдорлар деб олиб, ушбу муносабатни - умумлашган Гук қонуни деб аталувчи формулани ёза оламиз:

$$p^{ij} = A^{ij\alpha\beta}\varepsilon_{\alpha\beta} \qquad (1.1)$$

(1.1) формула эластик жисм бирор зарраси учун ёзилган бўлиб, муҳит турли нуқталарида $A^{ij\alpha\beta}$ лар ўзгариши мумкин. $A^{ij\alpha\beta}$ лар T ва χ_i ларга ҳам боғлиқ бўлиши, T ва χ_i лар турли зарралар учун турлича ўзгариши ёки турли ўзгармас миқдорларга тенг бўлиши мумкин. Шундай қилиб, $A^{ij\alpha\beta}$ лар муҳит турли қисмлари (зарралари) учун турлича ўзгармасларни бериши мумкин. Бундай эластик жисм бир жинсли бўлмаган эластик жисм дейилади, акс ҳолда жисм бир жинсли эластик жисм дейилади.

Умумлашган *Гук қонунини* ифодаловчи (1.1) ифодадаги $A^{ij\alpha\beta}$ ранги 4 га тенг тензорлиги $p^{иж}$ ва ε_{ij} лар тензорлигидан равшандир ва бу тензор элементлари сони 81 тадир. $p^{иж}=p^{жи}$ ва $\varepsilon_{\alpha\beta}=\varepsilon_{\beta\alpha}$ лигидан (1.1) ифодада $A^{ij\alpha\beta}$ лар сони 36 тадан иборатлигини кўриш қийин эмас.

Барча йўналишлар бўйича жисм хоссалари бир хил бўлса бу жисм изотроп, акс ҳолда **анизотроп** дейилади. Ушбу муносабатларни ёза оламиз:

$$\begin{aligned} p^{ij} &= A^{ij11}\cdot\varepsilon_{11}+A^{ij22}\cdot\varepsilon_{22}+A^{ij33}\cdot\varepsilon_{33}+(A^{ij12}+A^{ij21})\cdot\varepsilon_{12}+ \\ &\quad +(A^{ij13}+A^{ij31})\cdot\varepsilon_{13}+(A^{ij23}+A^{ij32})\cdot\varepsilon_{23} \end{aligned} \tag{1.2}$$

$$\begin{aligned} p^{ji} &= A^{ji11}\cdot\varepsilon_{11}+A^{ji22}\cdot\varepsilon_{22}+A^{ji33}\cdot\varepsilon_{33}+(A^{ji12}+A^{ji21})\cdot\varepsilon_{12}+ \\ &\quad +(A^{ji13}+A^{ji31})\cdot\varepsilon_{13}+(A^{ji23}+A^{ji32})\cdot\varepsilon_{23} \end{aligned} \tag{1.3}$$

(1.2) ва (1.3) муносабатларда чар ва ўнг томонлари ўзаро тенглигидан ушбу муносабатларни келтириб чиқарамиз:

$$A^{ij11}=A^{ji11},\ A^{ij22}=A^{ji22},\ A^{ij33}=A^{ji33} \tag{1.4}$$

$$\begin{aligned} A^{ij12}+A^{ij21}&=A^{ji12}+A^{ji21} \\ A^{ij13}+A^{ij31}&=A^{ji13}+A^{ji31} \\ A^{ij23}+A^{ij32}&=A^{ji23}+A^{ji32} \end{aligned} \tag{1.5}$$

(1.4) ва (1.5) асосида, умумиятга чек қўймаган ҳолда, ушбу муносабатларни оламиз:

$$A^{ij\alpha\beta}=A^{ji\alpha\beta}, A^{ij\alpha\beta}=A^{ij\beta\alpha} \tag{1.6}$$

Шундай қилиб, энг умумий ҳолдаги анизотроп чизиқли эластик жисм учун $A^{ij\alpha\beta}$ лар сони 36 та бўлади.

Декарт координаталар системасини ихтиёрий равишда ўзгартирганда эластик жисм хоссаларини аниқловчи $A^{ij\alpha\beta}$ лар ўзгармасдан қолса, бундай жисм изотроп эластик жисм дейилади ва $A^{ij\alpha\beta}$ изотроп тўртинчи рангли тензор дейилади. Енди δ_{ij}-бирлик изотроп тензорлиги асосида олинган ушбу ранги тўртга тенг бўлган $\delta_{ij}\cdot\delta_{kl}$ ва $\delta_{ik}\cdot\delta_{jl}+\delta_{il}\cdot\delta_{kj}$ изотроп тензорларни олайлик. Ихтиёрий изотроп тензор $A^{ij\alpha\beta}$ ни уларнинг чизиқли комбинацияси сифатида, яъни

$$A^{ij\alpha\beta}=\lambda\cdot\delta_{ij}\cdot\delta_{kl}+\mu\cdot(\delta_{ik}\cdot\delta_{jl}+\delta_{il}\cdot\delta_{jk}) \qquad (1.7)$$

кўринишида ёзиш мумкинлигини исботлайлик. (1.1) да *и* ва *ж* индексларни *1, 2, 3* лар бўйича қўйиб ўқларни алмаштиришдан $p^{иж}$ лар ўзгармас бўлиши кераклигини эътиборга олсак, масалан, ушбу муносабатларни ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} A^{1122}=A^{1133}=A^{2211}=A^{2233}=A^{3311}=A^{3322} \\ A^{1212}=A^{1313}=A^{2121}=A^{2323}=A^{3131}=A^{3232} \end{aligned} \qquad (1.8)$$

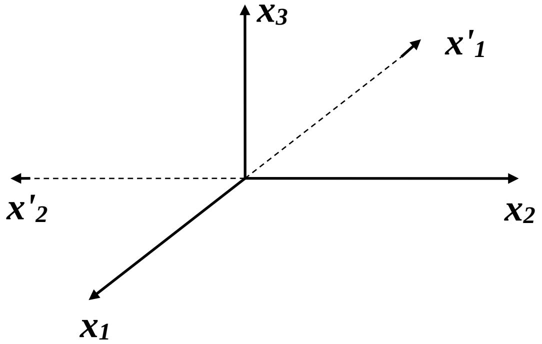
Енди x_1,x_2,x_3 ўрнига акслантириб ҳосил қилинган $x_1'=-x_1$, $x_2'=x_2$, $x_3'=x_3$ янги координаталар системасини олайлик. $A^{ij\alpha\beta}$ тензорнинг $x_и$ координаталаридан $x_и'$ координаталарига ўтишда $A'^{ij\alpha\beta}$ бўлиб ўзгариши тензор та’рифидан ушбу формулага кўра алмашади:

$$A'^{ij\alpha\beta}=\frac{\partial x_i'}{\partial x_p}\cdot\frac{\partial x_j'}{\partial x_q}\cdot\frac{\partial x_\alpha'}{\partial x^\lambda}\cdot\frac{\partial x_\beta'}{\partial x^\mu}\cdot A^{pq\lambda\mu} \qquad (1.9)$$

Тензор изотроп бўлса

$$A^{ij\alpha\beta}=A^{ij\alpha\beta} \qquad (1.10)$$

бўлади.



1-расм

Агар тўгри бурчакли координаталар системасини i- ўқ атрофида 180^0 га бурсак (масалан $u=3$ да $x_1'=-x_1$, $x_2'=-x_2$, $x_3'=x_3$ бўлади):

$$A'^{ij\alpha\alpha} = -A^{ij\alpha\alpha} \ (i \neq j) \qquad (1.11)$$

бўлади. (1.9) ва (1.11) асосида $i \neq j$ да

$$A^{ij\alpha\alpha} = 0 \qquad (1.12)$$

келиб чиқади. Агар тўғри бурчакли координаталар системасини i- ўққа нисбатан акслантирсак (масалан $u=1$ да $x_1'=-x_1$, $x_2'=x_2$, $x_3'=x_3$),

$$\frac{\partial x'_j}{\partial x_q} = \delta_q^j$$

$$A'^{1j\alpha\beta} = -\delta_q^j \cdot \delta_\lambda^\alpha \cdot \delta_\mu^\beta \cdot A^{iq\lambda\mu} = -A^{1j\alpha\beta} \qquad (1.13)$$

Иккинчи томондан $A'^{1j\alpha\beta} = A^{1j\alpha\beta}$

Бу муносабатлар асосида i=1 ўқ тескари йўналишга алмаштиришдан

$$A^{11\alpha\beta} = A^{12\alpha\beta} = A^{13\alpha\beta} = 0, \ (\alpha \neq \beta) \qquad (1.14)$$

экани келиб чиқади. Худди шундай акслантиришни $u=2$ ва $u=3$ учун ҳам кўриш мумкин ва тегишли $A^{ij\alpha\beta}$ лар нолга тенг экани келиб чиқаси. Натижада нолдан фарқли элементлар A^{1111}, A^{1122} ва A^{1212} дан иборат бўлади.

Энди ушбу чизиқли алмаштиришни кўрайлик:

$$x'_j = (\delta_{ij} + d\theta \cdot \varepsilon_{3ij}) \cdot x_i \qquad (1.15)$$

(1.14) алмаштириш янги x_j' координаталар системасини эски координаталар системаси x_i ни x_3 ўқи атрофида чексиз кичик $d\theta$ бурчакка буриш натижасида ҳосил қилинишини кўрсатади. У ҳолда

$$A'^{pqrs} = A^{pqrs} + d\theta \cdot \left[\varepsilon_{3ip} \cdot A^{iqrs} + \varepsilon_{3iq} \cdot A^{pirs} + \varepsilon_{3ir} \cdot A^{pqis} + \varepsilon_{3is} \cdot A^{pqri}\right] \qquad (1.16)$$

(1.13) ифодани қисқартирганди $d\theta$ га нисбатан юқори тартибли чексиз кичик миқдорлар ташлаб юборилган A^{pqrs} изотроп тензорлигидан $A'^{pqrs} = A^{pqrs}$ бўлади. У ҳолда (1.13) дан

$$-A^{2222}+A^{1122}+A^{1212}+A^{1221}=0$$

(1.5) нинг иккинчи ифодасини эътиборга олсак

$$A^{2222}=A^{1122}+2A^{1212}$$

бўлиб, $A^{1122}=\lambda$, $A^{1212}=\mu$ белгилаш киритсак $A^{2222}=\lambda+2\mu$ бўлади ва демак,

$$A^{ijkl}=\lambda\cdot\delta_{ij}\cdot\delta_{kl}+\mu\cdot(\delta_{ik}\cdot\delta_{jl}+\delta_{il}\cdot\delta_{jk}) \qquad (1.17)$$

деб ёзиш мумкин.

Ихтиёрий эгри чизиқли координаталар системасида (1.17) формула қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$A^{ijkl}=\lambda\cdot g^{ij}\cdot g^{kl}+\mu\cdot(g^{ik}\cdot g^{jl}+g^{il}\cdot g^{jk}) \qquad (1.18)$$

Шундай қилиб, Декарт координаталари системасида изотроп чизиқли эластик жисм учун ***Гук қонуни*** қуйидаги кўринишда бўлади[1] :

$$p^{ij}=\lambda\cdot(\varepsilon_{11}+\varepsilon_{22}+\varepsilon_{33})\cdot\delta_{ij}+2\mu\cdot\varepsilon_{ij} \qquad (1.19)$$

Эластик жисм учун (1.19) муносабат ва чексиз кичик деформация назарияси асосидаги $\varepsilon_{ij}=\frac{1}{2}\cdot(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i})$ ўринли бўлсин дейлик. (1.19) ни Декарт координаталари системасида ёзилган ушбу ҳаракат дифференциал тенгламалар системасига қўямиз:

$$\frac{\partial p^{ij}}{\partial x_j}+\rho F_i=\rho\frac{d^2u_i}{dt^2} \qquad (1.20)$$

У ҳолда эластик жисмнинг кўчиш вектори компоненталарига нисбатан ушбу дифференциал тенгламалар системасини ёзиш мумкин:

$$\rho\frac{d\upsilon_i}{dt}=(\lambda+\mu)\cdot\frac{\partial}{\partial x_i}(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{\partial u_2}{\partial x_2}+\frac{\partial u_3}{\partial x_3})+\mu\cdot\Delta u_i+\rho\cdot F_{\mathrm{i}} \qquad (1.21)$$

[1] Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 2004, Т.1.

(1.21) тенглама ($u=1,2,3$) 3 та тенгламадан иборат система бўлиб, бу тенгламаларга Ляме тенгламалари дейилади. Бу тенгламани $\vec{e}_i$ бирлик базис векторга кўпайтириб қўшилса, Ляменинг ушбу вектор кўринишдаги тенгламаси ҳосил бўлади:

$$(\lambda+\mu)\cdot grad div\vec{u}+\mu\cdot\Delta\vec{u}+\rho\cdot\vec{F}=\rho\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} \quad (1.22)$$

(1.19), (1.20) ва (1.22) тенгламалар тўғрибурчакли Декарт координаталар системасида ёзилган бўлиб, ихтиёрий эгри чизиқли координаталар системасида ҳам ёзиш мумкин. Эластиклик назарияси чизиқли масалаларида жисм зичлигини ўзгармас деб олиш мумкин. Агар дастлабки зичлик ρ_0 бўлса, деформацияланиш жараёнидаги зичлик $\rho=\rho_0+\rho'$ ва $\rho'<<\rho_0$ дейиш мумкин. (1.22) тенгламадаги $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}$ тезланиш ифодаси аниқланса, тенглама ёпиқ тенгламадан иборат бўлади. Бу тенгламада чексиз кичик деформация ва $\rho=\rho_0$ учун олинса ҳам, кўчиш вектори, тезлик ва тезланишлар чекли бўла олади. Одатда эластиклик назариясининг кўпгина масалаларида ε_{ij} билан бирга кўчиш вектори $\vec{u}$, тезлик ва тезланишлар ҳам кичик миқдорлар деб қаралса Эйлер ва Лагранж координаталарининг фарқи йўқолади. Тезланиш учун индивидуал зарра тезланиши $(\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2})_{x_i=const}$ олинади ва у ҳолда (1.22) чизиқли эластиклик назариясида ушбу кўринишдаги тенгламадан иборат бўлади:

$$(\lambda+\mu)\cdot grad div\vec{u}+\mu\cdot\Delta\vec{u}+\rho_0\cdot\vec{F}=\rho_0\frac{\partial^2\vec{u}}{dt^2} \quad (1.23)$$

(1.23) тенглама бир инерциал координаталар системасидан иккинчисига ўтганда инвариант бўлса, (1.23) тенглама инвариант бўла олмаслигини кўриш қийин эмас.

Шундай қилиб, (1.23) тенглама эластиклик назарияси чизиқли масалалари учун, агар у координата ўқларига проекцияланса, $y_u(x_1,x_2,x_3,m)$ ларга нисбатан ёпиқ тенгламалар системасини беради ва бу тенгламалар - Ляме тенгламалари кўчиш вектори проекциялари учун ёпиқ тенгламалар системасини беради.

1.2 Ёпишқоқ суюқлик модели.

Табиатда суюқ ва газ ҳолатида учрайдиган барча муҳитлар ўрнатилган идеал суюқлик ёки газ модели доирасида бўла олмаслигига кузатиш ва тажрибалар асосида ишонч ҳосил қилиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, «қуюқ» ёки «суюқ» суюқликлар ҳақида фикр юритиш мумкин. Дистирланган сув ва глитсеринларда уларнинг ҳаракати давомида бирлик нормали $\vec{n}$ бўлган юзачадаги кучланиш векторининг шу юзачага проекциялари миқдори сув учун глитсеринга қараганда ниҳоятда кичиклигига ишонч ҳосил қилиш мумкин. Бу кучланишлар суюқликлар мувозанат ҳолатида бирлик нормал $\vec{n}$ бўйича (ёки унга тескари) бўлишига ҳам ишонч ҳосил қилиш мумкин. Бундан суюқлик зарралари ўртасида уринма кучланишлар ҳам мавжуд бўлишига ва уларнинг миқдори суюқлик моддасининг ички хоссаларига боғлиқлиги ва бу хоссалар уринма кучланишлар мавжудлиги ва унинг миқдорига таъсир етувчи асосий омиллардан бири эканлигига ҳам ишонч ҳосил қилиш мумкин. Яна шуни кузатиш мумкинки, бирор координаталар системасига нисбатан мувозанатда бўлган «қуюқ» суюқлик ва «суюқ» суюқликлар (масалан, кўрилган глицерин ва сув) учун кучланиш вектори бирлик вектор $\vec{n}$ га пропорционал бўлади ва бу кучланиш векторининг $\vec{n}$ дан оғиши ҳаракат жараёнидагина вужудга келади, яъни бундай туташ муҳит зарралари ўртасида уринма кучланишлар пайдо бўлади. Бундай реал хоссали туташ муҳитлар учун ёпишқоқ суюқлик модели олинади

$$p^{ij} = -p \cdot g^{ij} + \tau^{ij} \qquad (1.24)$$

кўринишдаги кучланиш тензорига эга бўлган туташ муҳитга *ёпишқоқ суюқлик* дейилади. Бу ерда

$$p^{ij} = p(\rho, T, \chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n) \qquad (1.25)$$

$$\tau^{ij} = \varphi^{ij}(e_{\alpha\beta}, g^{\alpha\beta}, T, \chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n) \qquad (1.26)$$

бўлиб,

$$e_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \cdot (\nabla_\beta v^\alpha + \nabla_\alpha v^\beta)$$

Деформация тезлиги тензори элементлари. Туташ муҳит классик моделининг бу та’рифидаги (1.25) ва (1.26) боғланишларда Т ва χ_i ларни ўзгармаслар, деб қараш билан чегараланамиз.

(1.26) муносабат учун, умумлашган Гук қонуни олиниши каби, ушбу чизиқли муносабатни ёзиш мумкин

$$\tau^{ij} = B^{ij\alpha\beta} \cdot e_{\alpha\beta} \qquad (1.27)$$

Бу ерда $B^{ij\alpha\beta}$ ўзгармаслар кўрилаётган ёпишқоқ суюқлик хоссасини аниқловчи параметрлар бўлиб, (1.27) устида умумлашган Гук қонуни формуласи устида бажарилган амалиётларни бажариш мумкин (бу ерда $\varepsilon_{\alpha\beta}$ ўрнига $e_{\alpha\beta}$ иштирок етмоқда). Чизиқли эластик жисм учун бажарилган тензорлар устидаги амалиётларни (1.27) учун қўллаш мумкин. Ёпишқоқлик хоссаси барча йўналишлар бўйича бир хил бўлган жисм изотроп, акс ҳолда, бу ерда ҳам, жисм анизотроп бўлади.

Изотроп чизиқли ёпишқоқ суюқлик учун ушбу формулани ёзайлик:

$$p^{ij} = -p \cdot g^{ij} + \lambda_1 \cdot div\vec{v} \cdot g^{ij} + 2 \cdot \mu \cdot g^{i\alpha} \cdot g^{j\beta} \cdot e_{\alpha\beta} \qquad (1.28)$$

(1.28) формула ***Навье-Стокс формуласи*** деб аталади. Бу ерда $div\vec{v}$ - деформация тезлиги тензори 1-инварианти, λ_1 ва μ_1 ёпишқоқлик коэффициентлари дейилади. (1.28) ни Декарт координаталар системасида ёзайлик:

$$p_{11} = -p + \lambda_1 \cdot div\vec{\upsilon} + 2 \cdot \mu_1 \cdot \frac{\partial \upsilon_1}{\partial x_1}$$

$$p_{22} = -p + \lambda_1 \cdot div\vec{\upsilon} + 2 \cdot \mu_1 \cdot \frac{\upsilon v_2}{\partial x_2} \qquad (1.29)$$

$$p_{33} = -p + \lambda_1 \cdot div\vec{\upsilon} + 2 \cdot \mu_1 \cdot \frac{\partial \upsilon_3}{\partial x_3}$$

$$p_{ij} = 2 \cdot \mu \cdot e_{ij} = \mu_1 \cdot \left(\frac{\partial \upsilon_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \upsilon_j}{\partial x_i} \right), \ (i \neq j)$$

1.3 Ёпишқоқ сиқилмайдиган суюқлик ҳаракати дифференциал тенгламалари.

Ёпишқоқ суюқликларнинг ихтиёрий эгри чизиқли Эйлер координаталари системасидаги тенгламаси (1.28) ни ушбу тенгламага - туташ муҳит ҳаракат дифференциал тенгламасига қўйиш орқали торилади:

$$p \cdot \frac{d\upsilon_i}{dt} = \rho \cdot F_{\mathrm{i}} + \nabla_j p^{ij} \qquad (1.30)$$

Агар Декарт координаталарида иш кўрилса, эластик жисм учун Ляме тенгламаси олингани каби, ушбу кўринишдаги Навье-Стокс тенгламалари деб аталувчи тенгламалар ҳосил бўлади:

$$p \cdot \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \rho \cdot \vec{F} - gradp + (\lambda_1 + \mu_1) graddiv\vec{\upsilon} + \mu_1 \Delta \vec{\upsilon} \qquad (1.31)$$

Чизиқли эластик жисмлардан фарқли равишда ρ зичлик функцияси асосий нома’лумлар қаторидан ўрин олади. Агар $\vec{F}$ берилган бўлса, (1.38) тенглама тезлик вектори проекциялари $в_1$, $в_2$, $в_3$, зичлик ρ ва босим функцияси p лар қатнашадиган скаляр равишда ёзилган учта тенгламани беради.

Ёпишқоқ суюқлик учун тенгламалар системаси (1.31) тенглама ва узлуксизлик тенгламаси $\frac{\partial p}{\partial t} + div(\rho\vec{\upsilon}) = 0$ лардан иборат бўлиб, тенгламалар сони нома’лумлар сонидан битта камдир. Тенгламалар системаси ёпиқ тенгламалар системасидан иборат бўлиши учун номаълум функциялар қатнашадиган қўшимча тенглама зарурдир.

Қуйидаги хусусий ҳолда, $div\vec{\upsilon}=0$ яъни муҳит сиқилмас бўлса, тенгламалар системаси қуйидагича бўлади:

$$\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=\vec{F}-\frac{1}{\rho}\cdot gradp+\frac{\mu}{\rho}\cdot\Delta\vec{\upsilon} \qquad (1.32)$$

$$div\vec{\upsilon}=0$$

(1.32) да μ ўзгармас сон бўлиб, агар суюқлик ёпишқоқлик коэффициенти $\nu=\frac{\mu}{\rho}$ деб белгиланса, бу ўзгармас миқдор кинематик ёпишқоқлик коэффициенти дейилади.

Бир жинсли бўлмаган сиқилмас ёпишқоқ суюқлик учун тўғри бурчакли Декарт координаталари системасида ушбу ёпиқ тенгламалар системаси ўринлидир[1]:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\upsilon_1\cdot\frac{\partial\rho}{\partial x_1}+\upsilon_2\cdot\frac{\partial\rho}{\partial x_2}+\upsilon_3\cdot\frac{\partial\rho}{\partial x_3}=0$$

$$\frac{\partial\upsilon_1}{\partial x_1}+\frac{\partial\upsilon_2}{\partial x_2}+\frac{\partial\upsilon_3}{\partial x_3}=0$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\upsilon_1}{\partial t}+\upsilon_1\frac{\partial\upsilon_1}{\partial x_1}+\upsilon_2\frac{\partial\upsilon_1}{\partial x_2}+\upsilon_3\frac{\partial\upsilon_1}{\partial x_3}=F_1-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x_1}+\upsilon\cdot\Delta\upsilon_1\\
&\frac{\partial\upsilon_2}{\partial t}+\upsilon_1\frac{\partial\upsilon_2}{\partial x_1}+\upsilon_2\frac{\partial\upsilon_2}{\partial x_2}+\upsilon_3\frac{\partial\upsilon_3}{\partial x_3}=F_2-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x_2}+\upsilon\cdot\Delta\upsilon_2\\
&\frac{\partial\upsilon_3}{\partial t}+\upsilon_1\frac{\partial\upsilon_3}{\partial x_1}+\upsilon_2\frac{\partial\upsilon_3}{\partial x_2}+\upsilon_3\frac{\partial\upsilon_3}{\partial x_3}=F_3-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x_3}+\upsilon\cdot\Delta\upsilon_3
\end{aligned} \qquad (1.33)$$

Δv_i - *в*$_{и}$ дан олинган **Лаплас оператори**.

[1] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 2003.

Назорат саволлари:

1. Қандай жисмга эластик жисм дейилади?
2. Умумлашган қонунини ифодаловчи формулани ёзинг.
3. Изотроп чизиқли эластик жисм учун Гук қонуни қандай кўринишда бўлади?
4. Ёпишқоқ суюлиқ моделини кучланиш тензори орқали ифодасини ёзинг.
5. Изотроп чизиқли ёпишқоқ суюқлик учун Навье-Стокс формуласи қандай кўринишда бўлади?
6. Навье-Стокс тенгламасининг Декарт координалар системасидаги ифодасини ёзинг.
7. Тенгламалар системаси ёпиқ тенгламалар системаси қачон ёпиқ тенгламалар ситемасини ташкил қилади?
8. Суюқликнинг динамик ва кинематик ёпишқоқлик коэффициентлари орасидаги муносабатни аниқланг.

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати:

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 2004, Т.1.
2. Bruce R. Munson, Alric P. Rothmayer, Theodore H. Okiishi, Wade W. Huebsch Fundamentals of Fluid Mechanics, Wiley, 2012.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 2003.
4. Маматқулов Ш. Туташ муҳит механикаси, 2003 й.

2-мавзу: ИДЕАЛ СУЮҚЛИК ВА ГАЗЛАР ДИНАМИКАСИ.

РЕЖА:

2.1 Идеал суюқлик ва газлар.
2.2. Идеал суюқлик ҳаракати дифференциал тенгламалар системаси.
2.3. Идеал муҳит ҳаракат тенгламаларининг биринчи интеграллари тенгламалари.

Таянч иборалар: *текис рараллел ҳаракат, идеал суюқлик ва газ, шар тензори, стационар ҳаракат, ностационар ҳаракат, сиқилмас суюқлик.*

Гидродинамика – гидромеханиканинг сиқилмас суюқликларнинг ҳаракатини ва уларнинг қаттиқ жисмлар билан ёки бошқа суюқликдан ажратувчи сиртлар билан ўзаро тасирини ўрганишга баг‘ишланган қисмидир. Гидродинамиканинг методлари суюқликнинг тезлик, босим ва бошқа параметрларни мазкур суюқлик эгаллаган соҳанинг ихтиёрий нуқтасида ва ихтиёрий онда аниқлаш имконини беради. Бу эса суюқликда ҳаракат қилувчи жисмга ёки суюқликни чегараловчи қаттиқ жисм сиртларига тасир қилувчи босим ва ишқаланиш кучларини аниқлаш имконини беради. Гидродинамика методлари кичик тезлик билан (товуш тезлигига нисбатан) ҳаракат қилувчи газлар учун ҳам ўринли.[1]

Текис ёки текис-параллел ҳаракат- суюқликнинг бирор қўзг‘алмас текисликка рерреднинкулярда ётувчи барча зарралари шу текисликка рараллел ва бир хил ҳаракат қилса. Бу ҳолда суюқлик зарралари рараллел ҳаракат қилувчи текисликни *Oxy* билан белгилаб, суюқлик ҳаракатини фақат шу текисликда қаралади.

---

[1] Bruce R. Munson, Alric P. Rothmayer, Theodore H. Okiishi, Wade W. Huebsch Fundamentals of Fluid Mechanics USA, 2014, English

2.1 Идеал суюқлик ва газлар.
2.2

Идеал суюқлик ва газлар учун ушбу таърифни бериш мумкин: мувозанат ва ҳаракат жараёни учун ҳар бир кўрилаётган $\vec{P}_n$ кучланиш вектори шу кучланиш аниқланган бирлик нормали $\vec{n}$ бўлган ихтиёрий юзага нормал чизиғи йўналишида бўлган туташ муҳитга ***идеал суюқлик (газ)*** дейилади.

Таърифдан идеал суюқлик ва газларда $\vec{P}_n$ кучланишнинг $\vec{n}$ га тик йўналишга проекцияси - уринма ташкил етувчиси нолга тенг бўлади. Таърифдан $\vec{P}_n = \lambda \cdot \vec{n}$ лиги келиб чиқадики, бу ерда λ скаляр миқдор ва у нолдан фарқли деб олиниши керак. Умуман олганда, λ мусбат ва манфий бўлиши мумкин. Лекин идеал суюқлик (газлар) одатда сиқилган ҳолда учрашини эътиборга олсак $\lambda < 0$ бўлади ва уни $\lambda = -P$ ($p>0$ - босим деб аталади) деб белгиланади. Бундай туташ муҳит ихтиёрий нуқтасида ҳаракат ва мувозанат онларида кучланиш сирти сферадан иборат бўлиб, бош кучланишлар узаро тенг ва $p_1=p_2=p_3=-p$ бўлади.

Шундай қилиб, кучланиш тензори ушбу кўринишга эга бўлади[1]:

$$\begin{Bmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{Bmatrix} \tag{2.1}$$

Бундай тензорга шар тензори дейилади, кўриш қийин **эмас**ки, ушбу формулалар ўринли бўлади:

$$P^i_j = -p \cdot \delta^i_j, \; P^{ij} = -p \cdot g^{ij}, \; P_{ij} = -p \cdot g_{ij} \tag{2.2}$$

Бу формулалар ихтиёрий эгри чизиқли координаталарида ҳам ўринлидир. Декарт координаталари системасида эса ёза оламиз:

$$P^{ij} = -p \cdot \delta^{ij}, \; P_{ij} = -p \cdot \delta_{ij} \tag{2.3}$$

---

[1] Седов Л.И. Механика сплошной среды, Т.2. М., 2004.

2.3 Идеал суюқлик ҳаракати дифференциал тенгламалар системаси.

Идеал суюқлик ва газларнинг Декарт координаталари системасидаги ҳаракат дифференциал тенгламаларини чиқарайлик. Бунинг учун ихтиёрий туташ муҳитнинг Эйлер координаталаридаги ушбу тенгламасини олайлик:

$$\rho \cdot \frac{d\upsilon_i}{dt} = \rho \cdot F_i + \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j} \qquad (2.4)$$

(2.3) ни (2.4) га қўйиб, топамиз:

$$\rho \cdot \frac{d\upsilon_i}{dt} = \rho \cdot F_i + \frac{\partial p}{\partial x_i} \qquad (2.5)$$

(2.5) ни бирлик $\vec{e}_i$ базис векторга **кўп**айтириб қўшсак ушбу вектор тенгламага эга бўламиз:

$$\rho \cdot \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \rho \cdot \vec{F} - grad p \qquad (2.6)$$

(2.5) ёки (2.6) тенглама идеал суюқлик (газ) лар учун ***Эйлернинг ҳаракат дифференциал тенгламаси*** дейилади. Бу тенглама Эйлер координаталаридаги ушбу дифференциал тенгламалар системасидан иборатдир[1,2]:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \upsilon_1}{\partial t} + \upsilon_1 \frac{\partial \upsilon_1}{\partial x_1} + \upsilon_2 \frac{\partial \upsilon_1}{\partial x_2} + \upsilon_3 \frac{\partial \upsilon_1}{\partial x_3} &= F_1 - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_1} \\
\frac{\partial \upsilon_2}{\partial t} + \upsilon_2 \frac{\partial \upsilon_2}{\partial x_1} + \upsilon_2 \frac{\partial \upsilon_2}{\partial x_2} + \upsilon_3 \frac{\partial \upsilon_2}{\partial x_3} &= F_2 - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_2} \\
\frac{\partial \upsilon_3}{\partial t} + \upsilon_1 \frac{\partial \upsilon_3}{\partial x_1} + \upsilon_2 \frac{\partial \upsilon_3}{\partial x_2} + \upsilon_3 \frac{\partial \upsilon_3}{\partial x_3} &= F_3 - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_3} .
\end{aligned} \qquad (2.7)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho div \vec{v} = 0, \qquad (2.8)$$

---

[1] Седов Л.И. Механика сплошной среды, Т.2. М., 2004.

[2] Bruce R. Munson, Alric P. Rothmayer, Theodore H. Okiishi, Wade W. Huebsch Fundamentals of Fluid Mechanics, Wiley, 2012.

Туташ муҳит механикасида идеал суюқлик учун қуйидаги тўла тенгламалар системаси олинган:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} gradp, \qquad (2.9)$$

$$\rho = \phi(p). \qquad (2.10)$$

Буерда (2.10) – ҳолат тенгламаси (баротроп суюқлик); $\bar{V}$ - суюқлик заррасининг тезлик вектори; ρ ва p - мос равишда зичлик ва босим, $\vec{F}$ – массавий кучлар вектори, $\phi(p)$ – аввалдан бериладиган функтсия.

2.3. Идеал муҳит ҳаракат тенгламаларининг биринчи интеграллари. Суюқликнинг стационар ҳаракатини.

яни тезлик ва босим суюқликнинг ихтиёрий нуқтасида вақт давомида ўзгармас бўлиб, мазкур нуқтанинг суюқлик оқимидаги ўрнига боғлиқ бўлган ҳаракатини қараймиз.

Идеал суюқлик ва газлар ҳаракат дифференциал тенгламаси–Эйлер тенгламасининг **Громеко-Лемб** шаклидаги вектор дифференциал тенгламасини оламиз:

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} grad\, v^2 + [rot\,\vec{v} \times \vec{v}] = \vec{F} - \frac{1}{\rho} grad\, p \qquad (2.10)$$

(2.10) да $\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = 0$ бўлсин дейлик, яни ҳаракат жараёнида муҳитнинг муайян нуқтасида вақт ўтиши билан тезлик ўзгармайди дейлик. Бу шартдан ташқари идеал суюқлик ва газлар ҳаракатини акслантирувчи (2.10) да массавий кучлар зичлиги ротенсиалга эга, яни $\vec{F} = grad U$ деб ёзиш мумкин бўлсин дейлик. Оқим майдонининг ҳар бир нуқтасида (2.10) ўринли ва бу нуқтада тенгламага кирувчи барча миқдорлар, яни $\vec{v}, \rho, p$ ва $\vec{F}$ лар узлуксиз вайетарли даражада дифференсиалланувчи функциялардан иборат дейлик.

Идеал суюқлик ва газлар тўғри бурчакли координаталар системасида фазонинг бирор чекли ёки чексиз қисмида ҳаракатда бўлаолади ва ҳаракат тенгламаси (2.10) юқоридаги қўшимча шартлар ўринли бўлган ҳолни олайлик. Бу фазога тегишли ихтиёрий L чизиғи ва унда ҳисоб боши сифатида бирор O нуқта олайлик. У ҳолда бу чизиққа тегишли ихтиёрий M нуқта ҳолатини OM чизиғи ёйи узунлиги S билан бир қийматли аниқлаш мумкин. M да уринма йўналишни $d\vec{s}$ чексиз кичик вектор ҳолати билан аниқлайлик ва ушбу скаляр тенгламани ёзайлик[1]:

$$grad\frac{v^2}{2}\cdot d\vec{s}+\left[rot\,\vec{v}\times\vec{v}\right]\cdot d\vec{s}=\vec{F}\cdot d\vec{s}-\frac{1}{\rho}grad\;p\cdot d\vec{s}$$

Бундан қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{v^2}{2}\right)+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s}-\frac{\partial U}{\partial s}=-\left[rot\,\vec{v}\times\vec{v}\right]\cdot d\vec{s} \qquad (2.11)$$

L чизиғи бўйлаб зичлик ва босим s координатага ва умуман олганда L чизиғига боғлиқ бўлади:

$$\begin{cases}\rho=\rho(s,L)\\ p=p(s,L)\end{cases} \qquad (2.12)$$

Берилган ҳар бир L чизиғи учун (2.12) дан ёзаоламиз $\rho=\rho(p,L)$.

Ҳар бир L чизиғи учун босим функцияси деб аталувчи $P=P(p,L)$ ни шундай киритайликки (2.11) даги иккинчи ҳад $\frac{\partial P}{\partial s}$ тенг бўлсин дейлик. У ҳолда $\frac{\partial P}{\partial s}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s}$ дан $P(p,L)=\int_{p_1}^{p_2}\frac{dp}{\rho(p,z)}$ бўлиб, p_1 ўзгармас сон катталиги аниқлигида олинади ва бу сон турли L чизиқлари учун турли бўлиши мумкин.

Суюқлик ностационар ҳаракатда бўлсин. Суюқликнинг ихтиёрий нуқтасидаги тезлик ва босим вақт давомида ўзгарувчан бўлса, бундай ҳаракатга ностационар ҳаракат дейилади. Суюқликнинг уюрмасиз

---

[1] Седов Л.И. Механика сплошной среды, Т.2. М., 2004.

ностационар ҳаракати қаралса, бу ҳолда ҳам Эйлер тенгламасининг биринчи интеграли – **Коши-Лагранж интеграли** ўринли бўлади:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{V^2}{2}+P+U=C(t), \qquad (2.13)$$

буерда φ - тезлик потенциали, яни $\vec{V}=grad\varphi$; С(т)- ихтиёрий функтсия. Сиқилмас суюқлик учун (1.1) узлуксизлик тенгламаси ва ҳаракатнинг потенциалли эканлигидан тезлик потенциали учун Лаплас тенгламасини оламиз:

$$\Delta\varphi=0 \qquad (2.14)$$

Агар массавий кучлар эътиборга олинмаса, юқоридаги биринчи интеграллар қуйидаги кўринишни олади :

$$\frac{V^2}{2}+\frac{p}{\rho}=C_0=const, \qquad (2.15)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{V^2}{2}+\frac{p}{\rho}=C(t). \qquad (2.16)$$

Шундай қилиб, идеал сиқилмас суюқликнинг потенциалли ҳаракатини тадқиқ қилиш - бундай ҳаракатга оид масалани ечиш, муайян бошланғич ва чегаравий шартларни қаноатлантирувчи Лаплас тенгламасининг ечимини топишга келтирилади. Бунда p босим (2.15) ёки (2.16) муносабатлардан топилади.

Суюқликнинг ностационар ҳаракати ҳолида босим p ҳаракат содир бўлаётган соҳанинг бир нуқтасида берилган бўлса, ихтиёрий функция $C(t)$ ни аниқлаш мумкин. Қуйидаги шартлар бажарилганда суюқликни *сиқилмас* деб ҳисоблаш мумкин: ҳаракат стационар бўлиб, Бернулли интеграли ўринли бўлганда $\mathrm{v}\ll a$, буерда v - суюқлик зарраси тезлиги, a - товуш тезлиги; ҳаракат ностационар бўлганда охирги шартдан ташқари $T\gg l/a$ шартнинг бажарилиши зарур, бу ерда l ва T мос равишда характерли чизиқли катталик ва характерли вақт.

Ушбу модулни ўқиш қуйидаги сабабларга кўра мақсадга мувофиқ деб ҳисобланади. *Биринчидан*, авиациянинг райдо бўлиши ва ривожланишида ўта муҳим аҳамиятга эга қанот профилини оқиб ўтиш масаласи юқорида келтирилган фараз ва мулоҳазалар ўринли деб ҳал қилинган. *Иккинчидан*, техникада кўп учрайдиган катта тезлик билан содир бўладиган жараёнларни идеал суюқлик доирасида тадқиқ қилиш натижалари билан тасдиқланади.

Модул жисмнинг барча йўналишларида чегараланмаган ҳажмни эгаллаган ва чексиз узоқ нуқталарда ҳаракатсиз ҳолатда бўлган суюқликдаги ҳаракатга оид масалаларга бағишланган.

Назорат саволлари:

1. Суюқликнинг **стационар** оқими деганда нимани тушунасиз?
2. Идеал суюқликнинг ҳаракат тенгламасини Громеко-Ламб кўринишида ёзинг.
3. Эйлер тенгламасининг биринчи интеграли – Коши-Лагранж интеграли ўринли бўлган шартларни айтинг?
4. Сиқилмас потенциалли идеал суюқлик оқимига массавий кучлар тасир ҳисобга олинмаса, Эйлер тенгламасининг биринчи интеграли қандай кўринишда бўлади?
5. Баротропик жараён учун суюқликнинг гидродинамик рараметрлари орасидаги боғланиш ни аниқланг?
6. Суюқликнинг ностационар оқими деганда нимани тушунасиз?
7. Қандай шарт бажарилганда жисмни сиқилмас деб қараш мумкин?

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати:

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды, Т.2. М., 2004.
2. Bruce R. Munson, Alric P. Rothmayer, Theodore H. Okiishi, Wade W. Huebsch Fundamentals of Fluid Mechanics, Wiley, 2012.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 2003.
4. Бегматов А., Закиров А.Х. Гидродинамика. - Тошкент, 2014.

3-мавзу: ИДЕАЛ СИҚИЛМАЙДИГАН СУЮҚЛИКНИ ТЕКИС УЮРМАСИЗ ҲАРАКАТИ.

РЕЖА:

1.1.Коши-Лагранж интеграли.

1.2. Комплекс ўзгарувчили аналитик функциялар ва идеал суюқликнинг потенциалли ҳаракати.

1.3.Комплекс потенциалларга мисоллар .

Таянч иборалар: *идеал суюқлик дифференсиал тенгламасининг Громеко-Ламб кўринишини, Лаплас тенгламаси, ток функтсияси, комплекс тезлик, комплекс потенциал, эластик жисм, Гук қонунини, ёпишқоқ суюқлик, Навье-Стокс формуласи, изотроп чизиқли эластик жисм, изотроп чизиқли ёпишқоқ суюқлик.*

1.1 Коши-Лагранж интеграли.

Идеал суюқлик ва газлар учун туташ муҳит ҳаракат миқдори ўзгариши тенгламаси асосида олинган **Эйлер** тенгламалари стационар ва **ностационар** оқимлар, сиқилувчан ва сиқилмас идеал суюқлик ва газлар оқимларини ифодалай олишига ишонч ҳосил қилган едик.

Бу тенгламаларда, агар $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0$ бўлса ва маълум қўшимча шартлар бажарилганда, Бернулли интеграли олинишини кўрдик. Енди $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \neq 0$ бўла оладиган, **ностационар** тезлик майдонига эга муҳит ҳаракатини кўрайлик.

Идеал суюқлик учун бирор координаталар системасидаги ҳаракат **дифференциал** тенгламасининг Громеко-Лемб кўринишини ёзайлик [2, 89-92, 4, 143-151]:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + grad\frac{v^2}{2} + 2[\vec{\omega} \times \vec{v}] = -\frac{1}{\rho} grad\, p + \vec{F} \qquad (3.1)$$

Қуйидаги шартлар бажарилади деб фараз қилайлик:

1) $\vec{\omega} = \frac{1}{2} rot\vec{v} = 0$ ва $\vec{v} = grad\,\vec{\varphi}$

2) $p = p(\rho)$ - баротропик оқим кўрилади ва демак бутун ҳаракат майдони учун босим **функция**си мавжуд бўлиб,

$$\frac{1}{\rho} grad\ p = grad P$$

бўлсин дейлик.

У ҳолда (3.1) қуйидаги кўринишни олади:

$$grad\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{v^2}{2} + P\right) = \vec{F}$$

Бундан массавий кучлар зичлиги $\vec{F}$ **потенциалли** бўлиши кераклиги келиб чиқади: $\vec{F} = gradU$.

У ҳодла дастлабки (3.1) тенглама ушбу кўринишда ёзилади:

$$grad\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{v^2}{2} + P - U\right) = 0 \qquad (3.2)$$

(3.2) дан ушбу муносабатни ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{1}{2}(grad\varphi)^2 + P - U = f(t) \qquad (3.3)$$

бу**ер**да $f(t)$ вақтнинг ихтиёрий **функция**си (3.3) ни (3.1) нинг юқоридаги келтирилган шартлар бажарилгандаги интеграли дейиш мумкин. Бу интеграл **Коши-Лагранж интеграли** дейилади ва бу интеграл оқим соҳасининг барча нуқталарида ўринлидир.

Оқимнинг бирор нуқтасида (3.3) нинг чар қисми маълум бўлса, у ҳолда $f(t)$ ни аниқлаб ёзиш мумкин. Бундан ташқари (3.3) да $\varphi(x,y,z,t)$ ўрнига $\varphi_1(x,y,z,t) = \varphi(x,y,z,t) + \int f(t)dt$ киритилса, φ_1 га нисбатан ўнг томони нолга айланган (3.3) тенгламани ҳосил қилиш мумкин. $grad\varphi = grad\varphi_1$ бўлганлиги учун бундай алмаштириш тезлик майдони аниқланишига тасир етмайди.

(3.3) да $f(t)=0$ деб олайлик ва U маълум бўлиб, $\varphi(x,y,z,t)$ аниқланган бўлса, суюқлик оқими ҳар бир нуқтасидаги босимни ҳисоблаш мумкин бўлади.

Кўриш қийин **эмас**ки, Коши–Лагранж интегралидан ҳусусий ҳолда Бернулли интеграли ҳосил бўлаолади.

Ҳаракатдаги координаталар системасида Коши-Лагранж интеграли. Маълумки, механик ҳаракат, жумладан суюқлик зарраларининг ҳаракати бирор координаталар системасига нисбатан ўрганилади. Юқорида келтирилган Коши–Лагранж интеграли ҳаракат ўрганилаётган координаталар системасида олингандир. Айрим ҳолларда Коши–Лагранж интегралини дастлабки танланган координаталар системасига нисбатан ёзилиши қулай бўлиши мумкин. Ҳақиқатдан ҳам, масалан, суюқликда ҳаракатда бўлган жисмга бириктирилган координаталар системасига нисбатан ҳам ўрганилиши мумкин.

Жисм билан мустаҳкамланган координаталар системасини ξ,η,ζ, дастлабки координаталар системасини x,y,z дейлик. Координаталар алмаштириш формулаларини ёзайлик:

$$x=x(\xi,\eta,\zeta,t),\ y=y(\xi,\eta,\zeta,t),\ z=z(\xi,\eta,\zeta,t) \qquad (3.4)$$

Кўриш қийин **эмас**ки, агар $\varphi(x,y,z,t)$ тезлик потенциали бўлса, умумий ҳолда

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right|_{x,y,z=const} \neq \left.\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right|_{\xi,\eta,\zeta=const} \qquad (3.5)$$

(3.4) ни етиборга олиб ёзаоламиз:

$$\frac{\partial\varphi(\xi,\eta,\zeta,t)}{\partial t}=\frac{\partial\varphi(x,y,z,t)}{\partial t}+grad\varphi\cdot\vec{v}_{куч} \qquad (3.6)$$

(3.6) ифода ўнг томонининг иккинчи ҳади инвариант миқдор бўлиб, x,y,z ва ξ,η,ζ координаталар системасида бир ҳил қийматга эга.

x, y, z координаталарида юқорида келтирилган (3.6) ифода ξ, η, ζ координаталарида ушбу кўринишга эга бўлади:

$$\frac{\partial \varphi(\xi, \eta, \zeta, t)}{\partial t} - \vec{v} \cdot \vec{v}_{куч} + \frac{v^2}{2} + \text{P} - U = f(t) \qquad (3.7)$$

Агар ҳаракатдаги координаталар системаси абсолют қаттиқ жисм сифатида ҳаракатда бўлаолади десак, бу ҳаракат тезлигида, назарий механикадан маълумки, кўчирма ҳаракат тезлиги илгариланма ва оний бурчак тезликлари орқали ифодаланади:

$$\vec{v}_{куч} = \vec{v}_{0_1} + [\vec{\omega} \times \vec{r}] \qquad (3.8)$$

Бу**ер**да $\vec{v}_{0_1}$ - x, y, z координаталар боши нуқтаси тезлиги, $\vec{\omega}$ - ҳаракатдаги координаталар системаси оний бурчак тезлиги, $\vec{r}$ - ҳаракатдаги координаталар системасига кўра нуқта радиус вектори.

Агар ҳаракатдаги координаталар системаси хусусий ҳолда $0x$ ўқи бўйлаб $\vec{V}$ тезликда ҳаракатда бўлаоладиган ҳол кўриладиган бўлса, (4.4) формула ушбу кўринишга эга бўлади:

$$\frac{\partial \varphi(\xi, \eta, \zeta, t)}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \cdot V + \frac{(grad\varphi)^2}{2} + \text{P} - U = f(t) \qquad (3.9)$$

Агар кўрилаётган суюқлик бир жинсли сиқилмас суюқликдан иборат бўлса, (3.6) қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \cdot V + \frac{(grad\varphi)^2}{2} + \frac{P}{\rho} - U = f(t) \qquad (3.10)$$

Идеал сиқилмас суюқликнинг потенциалли тезлик майдонидаги импульсив босим таъсиридаги ҳаракати масаласи.

Бирор τ ҳажмдаги идеал сиқилмас суюқликга жуда қисқа t' вақт давомида чексиз катта юқори босим таъсир этади дейлик. Суюқлик ҳаракатини ўрганиш учун **Эйлер** тенгламасининг вектор кўринишини ёзайлик

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} grad\ p \qquad (3.11)$$

$[0,t']$ вақт оралиғида бу тенгламани интеграллайлик

$$\vec{v}(t',x,y,z)-\vec{v}(0,x,y,z)=\int_0^{t'}\vec{F}dt-\int_0^{t'}\frac{1}{\rho}grad\,p\,dt \qquad (3.12)$$

Чексиз кичик t' вақт давомида тасир этувчи босим p' чексиз катта бўлиб, унинг импульси $\int_0^{t'} p'dt$ чекли миқдор бўлсин дейлик. У ҳолда, $p_t = \lim_{t'\to 0}\int_0^{t'} p'dt$ киритсак, ушбу муносабатга эга бўламиз

$$\vec{v}(t',M)-\vec{v}(0,M)=grad\varphi$$

буерда $\varphi=-\frac{p_t}{\rho}$.

Сиқилмас суюқлик учун $\vec{v}=grad\varphi$ бўлгани учун, $\Delta\varphi=0$ бўлиб, бу тенглама **Лаплас тенгламаси** дейилади.

$\sum$ сирт билан чегараланган бир боғли τ соҳада **Лаплас** тенгламасининг ечимини унинг чегарадаги қийматига кўра топиш (ташқи босим импульси берилган бўлса), Дирихле масаласидан иборат бўлади ва унинг ечими бир қийматли равишда аниқланади. $\sum$ сиртга тасир этувчи ташқи **импульсив** куч таъсири бутун τ соҳага чексиз катта тезликда тарқалиши зичликнинг ўзгармаслигидан келиб чиқади.

1.2 Комплекс ўзгарувчили аналитик функциялар ва идеал суюқликнинг потенциалли ҳаракати.

Оқиш (ток)функцияси. Сиқилмас суюқликни **стационар** ҳаракати учун

$$\frac{d\rho}{dt}+\rho div\vec{v}=0,$$

тенглама қуйидаги кўринишга эга бўлади [1, 285-288,2, 163-172]:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0, \qquad (3.13)$$

Оқиш чизиқлари дифферентсал тенгламаси **эса**:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \qquad \text{ёки} \qquad -vdx + udy = 0,$$

Бу **ер**да u ва v - суюқлик зарраси тезилиги векторининг ташкил етувчилари.

Сўнгги тенгламанинг чар томони бирор ψ **функция**нинг тўла **дифференциал**и, яни $d\psi = 0$ **экан**ини кўриш қийин **эмас**. Бунинг учун

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

(3.14)

Ушбу $\psi(x, y)$ функтсияни оқиш (ток) фунтсйиаси деб олиш кифоя. У ҳар бир оқиш чизиг‘ида ўзгармас қийматни қабул қилади: $\psi(x, y) = C$.

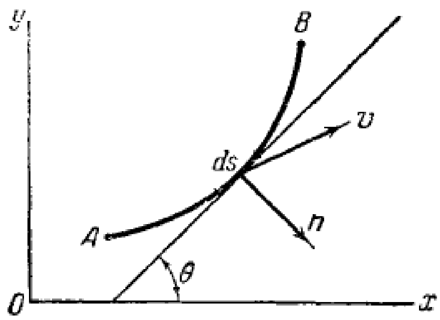
Ушбу ф**ункция** ёрдамида бирор **эгри** чизиқнинг (оқиш чизиғи бўлмаган) иккита $A(x_1, y_1)$ ва $B(x_2, y_2)$ нуқталари орасидан ўтувчи суюқлик оқимини ҳисоблаш мумкин (1-расм). Ҳақиқатдан

$$Q = \int_B^A (\vec{V} \cdot \vec{n}) ds = \int_B^A [u\cos(n, x) + v\cos(n, y)] ds =$$

$$= \int_B^A (u\sin\theta - v\cos\theta) ds = \int_B^A (-vdx + udy) = \int_B^A d\psi = \psi(x_1, y_1) - \psi(x_2, y_2)$$

(3.15)

Бу**ер**да θ- ds ва Ox орасидаги бурчак.



1-расм

Юқоридаги формулалар ҳаракат **потенциал**лиги (уюрмалар йўқлиги) талаб қилинмасдан олинган. Ҳақиқатдан, (3.14) га кўра уюрма векторининг ташкил этувчилари ушбу к**ў**ринишга эга

$$\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad \omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0,$$

$$\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = -\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right) = -\Delta\psi$$

Энди ҳаракатнинг **потенциал**лигини, яни уюрмалар мавжуд **эмас**лигини талаб қилсак

$$u = \frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial\varphi}{\partial y} \quad \text{ёки} \quad \vec{V} = grad\varphi; \quad \omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$$

(3.16)

оқиш **функция**си **Лаплас** тенгламасини қаноатлантиришини кўриш мумкин:

$$\Delta\psi = 0$$

(3.17)

(3.13) ва (3.14) дан **эса**

$$\Delta\varphi = 0$$

(3.18)

эканлиги келиб чиқади.

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial y} = 0$$

(3.19)

Комплекс тезлик ва Комплекс потенциал.

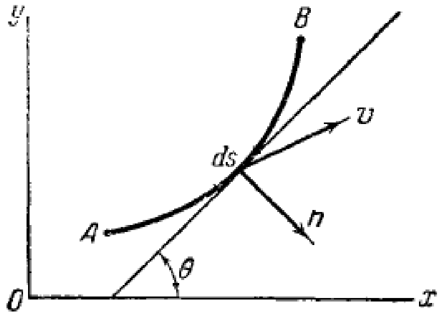
φ ва ψ функтциалар Коши – Риман шарти (3.19) ни қаноатлантиргани туфайли $W = \varphi + i\psi$ ифода $z = x + iy$ **комплекс** аргументнинг аналитик **функцияси** б**ў**лади. Бу $w = f(z)$ **функция комплекс потенциал** деб аталади.

$w = f(z)$ функциянинг ҳосиласини ҳисоблаймиз

$$\bar{V} = \frac{dW}{dz} = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial x}i = \frac{\partial\varphi}{\partial x} - i\frac{\partial\varphi}{\partial y} \qquad (3.20)$$

Ушбу ҳосила $\frac{dW}{dz}=u-iv$ тезлик билан боғлиқ **экан**лиги к**ў**риниб турибди.

Агар ҳақиқий бирлик +1 ва мавҳум бирлик i ларни Ox ва Oy **ў**қлари б**ў**йлаб ё‘налган бирлик векторлар сифатида қаралса, $u+iv$ к**омплекс** сон тезлик вектори V билан тасвирланади (2-расм); қ**ў**шма сон $\frac{dW}{dz}=u-iv$ тезлик вектори V нинг Ox **ў**қига нисбатан к**ў**згу акси б**ў**либ, $\overline{V}$ вектор билан тасвирланади.



2-расм

Мазкур $\vec{V}=\frac{dW}{dz}$ к**омплекс** сонни к***омплекс*** *тезлик* деб аталади; **Комплекс** тезлик модули тезлик миқдорига тенг: $\left|\frac{dW}{dz}\right|=\sqrt{u^2+v^2}=|V|$.

Юқорида айтилганлардан ва (3.20) дан ҳар бир $f(z)$ аналитик **Функция** оқиш чизиқлари $\psi=const$ ва $\varphi=const$ изо**потенциал** чизиқларининг муайян системасини беради, яни, умуман олганда, муайян тезлик майдони кинематикаси картинасини аниқлайди. **Комплекс** аргументли функтсиялар назарияси ва суюқлик текис ҳаракати кинематикасини **ў**рганиш орасидаги ушбу боғланиш мазкур ҳаракатни тадқиқ қилиш учун катта имкониятлар беради. Бунда к**омплекс потенциал**и W аддиктив **ў**згармас аниқлигида киритилади.

1.3Комплекс потенциалларга мисоллар.

[1, 285-288, 2, 172-176].

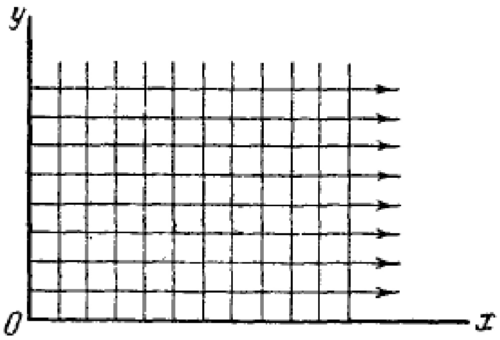
1) $W=az$, бу**ер**да а- мусбат сон. W **функция**нинг ҳақиқий ва мавҳум қисмларини ажратиб қуйидагиларни торамиз

$$\varphi = ax = const, \qquad \psi = ay = const$$

бундан изо**потенциал**лар Oy **ў**қига раралел, оқиш чизиқлари **эса** Ox **ў**қига раралел т**ўғ**ри чизиқлар **экан**лигини к**ў**рамиз (3-расм). Тезлик **ў**згармас ва $a > 0$ б**ў**лса Ox **ў**қи б**ў**йлаб ё‘налган:

$$u = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = a, \qquad v = \frac{\partial\varphi}{\partial y} = 0, \qquad \varphi = const$$

Бундай оқим бир жинсли илгарланма деб аталади.

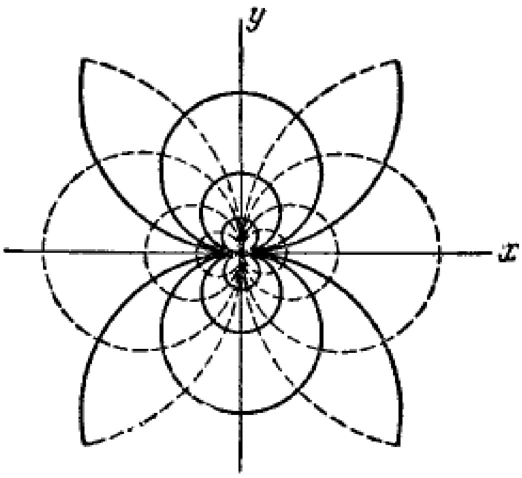


3-расм

2) **Функция** $W = \dfrac{1}{z}$, яни $W = \varphi + i\psi = \dfrac{x}{x^2 + y^2} - \dfrac{y}{x^2 + y^2} i$ б**ў**лса, оқиш чизиқлари Ox **ў**қига координата бошида уринувчи айланалар системасидан иборат б**ў**лади

$$\frac{y}{x^2 + y^2} = const = C \Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{1}{c} y = 0,$$

изо**потенциал** чизиқлар **эса** $\dfrac{x}{x^2 + y^2} = const$ Oy **ў**қига координата бошида уринувчи айланалар системасини беради (4-расм).



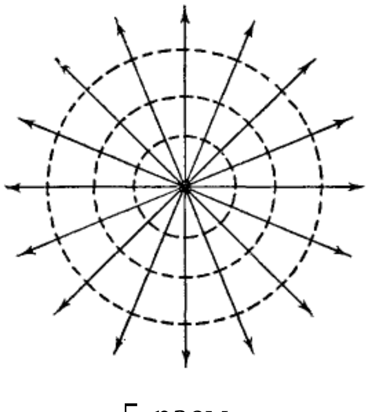
4-расм

Комплекс тезлик ифодаси $\frac{dW}{dz} = -\frac{1}{z^2}$ тезлик миқдори координата бошида чексиз катта бўлишини кўрсатади. Бу ҳолда координата боши тезлик учун махсус нуқта икки каррали қутб ва к**омплекс потенциал** учун оддий қутб бўлади.

1) $W = \ln z$. **Комплекс** ўзгарувчини қутб координаталар системасида ёзсак

$$z = re^{i\theta} = r(\cos\theta + i\sin\theta),$$

$\varphi = \ln r = const$, $\psi = \theta = const$ **экан**лигини, яни оқиш чизиқлари $\theta = const$ тўг'ри чизиқлар ва изо**потенциал** чизиқлари маркази координата бошида бўлган $r = const$ концентрик айланалар бўлишини кўрамиз (5-расм). Координата боши тезлик учун оддий қутб бўлиб, к**омплекс потенциал** учун логарифмик махсусликни беради.



5-расм

Назорат саволлари:

1. Идеал суюқликнинг ҳаракат тенгламасини Громеко-Ламб кўринишида ёзинг.
2. **Эйлер** тенгламасининг биринчи интеграли – Коши-Лагранж интеграли ўринли бўлган шартларни айтинг?
3. Суюқликнинг қандай ҳаракати **потенциал**ли дейилади?
4. Қандай шартлар бажарилса **Лаплас** тенгламаси келиб чиқади.
5. Баротропик жараён учун суюқликнинг гидродинамик раpаметрлари орасидаги боғланишни аниқланг?
6. Оқим соҳасида **Комплекс потенциал** аналитик **Функция** бўлиши учун қандай шартлар бажарилиши керак.
7. **Комплекс** тезлик қандай аниқланади.
8. **Комплекс потенциал**ларга мисоллар келтиринг.
9. Идеал сиқилмас суюқликнинг текисликка раpаллел **потенциал**ли оқими учун Коши-Риман шартини тушунтиринг.

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати:

1. Bruce R. Munson, Alric P. Rothmayer, Theodore H. Окiishi, Wade W. Huebsch Fundamentals of Fluid Mechanics, Wiley, 2012.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 2003.
3. Бегматов А., Закиров А.Х. Гидродинамика. - Тошкент, 2014.
4. Седов Л.И. Механика **сплошной среды**. Т.2. М., 2004,

4-мавзу: СИҚИЛМАЙДИГАН ЁПИШҚОҚ СУЮҚЛИКЛАР ДИНАМИКАСИ.

РЕЖА:

4.1.Ньютон қонунига бўйсунувчи суюқликлар.
4.2.Трубада Хаген –Руазейл оқими.
4.3.Ньютон қонунига бўйсунмайдиган ёпишқоқ суюқликлар.

Таянч иборалар: *Реологик тенгламалар (қонунлар), динамик ёпишқоқлик коэффициенти, кинематик ёпишқоқлик коэффициенти, изотроп суюқлик, умумлашган Ньютон қонуни, Ньютон қонунига бўйсунмайдиган суюқликлар, пластик ёпишқоқ суюқликлар, сохта пластик суюқликлар.*

4.1 Ньютон қонунига бўйсунувчи суюқликлар.

Туташ муҳитнинг содда моделларидан идеал суюқлик ва газ моделини қараймиз. Идеал суюқлик ва газлар учун ушбу таърифни бериш мумкин: мувозанат ва ҳаракат жараёни учун ҳар бир кўрилаётган $\vec{P}_n$ кучланиш вектори шу кучланиш аниқланган бирлик нормали $\vec{n}$ бўлган ихтиёрий юзага нормал чизиғи йўналишида бўлган туташ муҳитга идеал суюқлик (газ) дейилади.

Таърифдан идеал суюқлик ва газларда $\vec{P}_n$ кучланишнинг $\vec{n}$ га тик йўналишга **проекция**си - урунма ташкил етувчиси нолга **тенг** бўлади. Таърифдан $\vec{P}_n = \lambda \cdot \vec{n}$ **экан**лиги келиб чиқади, бу **ер**да λ скаляр миқдор ва у нолдан фарқли деб олиниши керак. Умуман олганда, λ мусбат ва манфий бўлиши мумкин. Лекин идеал суюқлик (газлар) одатда сиқилган ҳолда учрашини **эътибор**га олсак $\lambda < 0$ бўлади ва уни $\lambda = -p$ ($p>0$ - босим деб аталади) деб белгиланади. Бундай туташ муҳит ихтиёрий нуқтасида ҳаракат ва мувозанат онларида кучланиш сирти сферадан иборат бўлиб, бош кучланишлар узаро **тенг** ва $p_1=p_2=p_3=-p$ бўлади.

Шундай қилиб, кучланиш тензори ушбу кўринишга эга бўлади:

$$P = -pE \qquad (4.1)$$

$P-$ шар тензори.

Кўриш қийин **эмас**ки, ушбу формулалар ўринли бўлади:

$$P_j^i = -p \cdot \delta_j^i, \; P^{ij} = -p \cdot g^{ij}, \; P_{ij} = -p \cdot g_{ij}$$

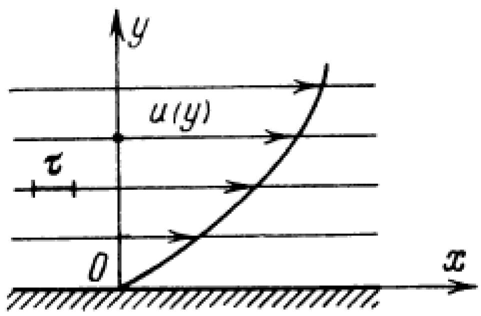
(4.2)

(4.1) тенглама- муҳитнинг реологик тенгламаси.

Реологик тенгламалар (қонунлар) деганда кучланиш, деформатсия тензорлари комроненталари ва уларнинг вақт бўйича ҳосилалари орасидаги боғланиш тенгламалар тушунилади.

Содда ҳолда тўғри чизиқли ламинар ҳаракати тенгламаси кучланиш тензори τ уринма компонентаси (ички ишқаланиш) ва оқим ёʻналишига кўндаланг бўлган $\partial u / \partial y$ силжиш тезлиги ҳосиласи (деформация тезлиги тензори уринма компонентаси) орасидаги пропорционаллик қонунига келтирилади (1-расм) [1, 407-411]:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}. \qquad (4.3)$$



1-расм

μ - **динамик ёпишқоқлик коэффициенти** суюқлик температурасига богʻлик, лекин босимга боғлиқ **эмас**, $\nu = \mu / \rho$ - **кинематик ёпишқоқлик коэффициенти**.

СГС физик бирликлар системасида **динамик ёпишқоқлик**

коэффициенти (P) руазда ўлчанади:

$$1\,П = 1\frac{дина \cdot с}{см^2} = 1\frac{г}{см \cdot с}$$

Техник бирликлар системасида ёпишқоқ бирлиги учун $\frac{кгс \cdot с}{м^2}$. СИ халқаро бирликлар системасида ёпишқоқ бирилиги учун **паскал-секунд олинади:**

$$1\,Па \cdot с = 10\,П = 1\,Н \cdot \frac{с}{м^2} = 1\frac{кг}{м \cdot с}, \qquad 1\,Па \cdot с = 10^3 \text{ сантируаз.}$$

Кинематик ёпишқоқлик **коэффициенти** $\frac{см^2}{с}$, $\frac{м^2}{с}$ ифодаланади; $1\frac{см^2}{с}$га катталик **стокс**; юз марта кичик катталик **эса сантистокс**.

Суюқлик ва газларнинг динамик ва кинематик ёпишқоқлик коэффициентлари темрературага боғлиқ. Сув учун динамик ва кинематик ёпишқоқлик коэффициентлар температура ошиши билан камаяди, ҳаво ва газлар учун ошади.

Ўта ёпишқоқ суюқликлар, масалан, глитсерин учун $3^0 C$ да $\mu = 42{,}2\,П$, $\nu = 33{,}4\frac{см^2}{с}$; машина мойи учун $10^0 C$ да $\mu = 6{,}755\,П$, $\nu = 7{,}34\frac{см^2}{с}$. Бундай суюқликлар ёпишқоқлиги температура ошиши билан тез камаяди.

Ёпишқоқлик **коэффициенти**ни темрературга боғлиқлиги ***Саттерленд формуласи*** билан тасвирланади

$$\mu = \frac{const \cdot T^{\frac{3}{2}}}{T + C}, \tag{4.4}$$

Бунда ҳаво учун $C \approx 122$.

Амалиётда қуйидаги тақрибий формуладан фойдаланиш қулайлик туг‘диради:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^n \tag{4.5}$$

Буерда n- кўрсаткич даража, ҳар хил газлар учун турлича бўлиб, температура ошиши билан n камайиб боради. Кичик темературалар учун $n=1$, юқори температуралар учун $n=0{,}76$ қабул қилинган.

Турли хил оқувчи ёпишқоқ муҳитлардан соддалиги билан ажралиб турувчи изотроп ёпишқоқ суюқлик ва газлар кўп тарқалган. Изотроп суюқликларда барча йўналишлар бўйича ёпишқоқлик ўзаро тасири бир хил бўлади.

Умумлашган Ньютон қонуни изотроп муҳит учун кучланиш ва деформация тензорлари компоненталари ўртасидаги чизиқли боғланишни ифодалайди [2, 364-369]

$$P = a\dot{S} + bE\,, \tag{4.10}$$

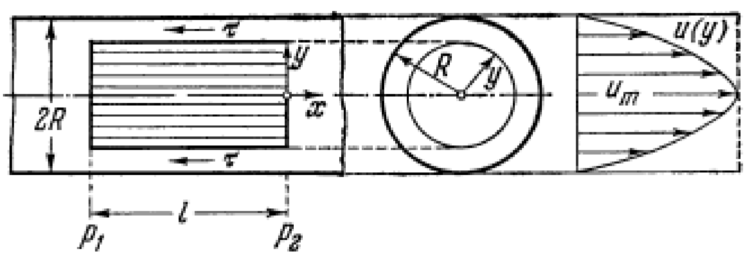
бунда a, b - скаляр миқдорлар, E - бирлик тензор

$$E_{ij} = \begin{cases} 0, \; если \; j \neq i \\ 1, \; если \; j = i \end{cases}$$

$P = 2\mu\dot{S} - pE$ реологик қонун билан тасвирланувчи Ньютон суюқликлари хоссасига кўр суюқликлар ва барча газлар эга.

4.2 Трубада Хаген –Пуазейл оқими.

(4.3) қонунни ўзгармас диаметрли $D=2R$ тўг‘ри доиравий трубада оқим ҳисобига қўллашни қараймиз. Труба деворларида оқим тезлиги нолга тенг, труба ўртасида **эса** максимал қийматга эга (2-расм) [5, 24-25].



2-расм. Трубадаги ламинар оқим.

Трубадаги суюқлик ҳаракати труба ўқи бўйлаб босимни ўзгариш натижасида юзага келади, лекин труба ўқига перпендикуляр ҳар бир кесимда босимни ўзгармас деб қараш мумкин. Ишқаланиш натижасида битта цилиндрик қатламдан иккинчисига уринма кучланиш $\frac{du}{dy}$ тезлик градиентига пропорционал равишда узатилади. Кўриниб турибдики, суюқликнинг ҳар бир элементи босимлар фарқи натижасида тезлашади ва ишқаланиш юзага келтирган силжиш кучланиши натижасида секинлашади.

Суюқликка бошқа кучлар кучлар, хусусан инерция кучлари тасир қилмасин, яни бўйлама йўналишда ҳар бир суюқлик оқимчаси тезлиги ўзгармас.

Мувозанат тенгламасини тузиш учун трубадаан узунлиги l, труба ўқи билан устма-уст тушувчи радиуси y га тенг тсилиндр ажратиб оламиз. Ажратиб олинган тсилиндрда х ўқи бўйлаб $p_1 \pi y^2$ ва $p_2 \pi y^2$ босим кучлари ва цилиндрнинг ён сиртига $2\pi y l \cdot \tau$ уринма кучи тасир етади.

$(p_1 - p_2)\pi y^2$ босим кучлари фарқи уринма кучга тенглаштирсак, х ўқи бўйлаб, мувозанат шартини оламиз:

$$\tau = \frac{p_1 - p_2}{l} \frac{y}{2} . \tag{4.6}$$

Қаралаётган ҳол учун тезлик y координатини ошиши билан камаяди, шу сабабли элементар ишқаланиш қонунига асосан қуйидаги ўринли

$$\tau = -\mu \frac{du}{dy} .$$

τ ни (4.6) га қўйсак,

$$\frac{du}{dy} = -\frac{p_1 - p_2}{\mu l} \frac{y}{2}$$

ёки, интеграллашдан сўнг

$$u(y) = \frac{p_1 - p_2}{\mu l} (C - \frac{y^2}{4}) .$$

С **ў**згармасни аниқлаш учун $y = R$ да $u(y) = 0$ шартдан фойдаланамиз:

$C = \frac{R^2}{4}$, натижада

$$u(y) = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l}(R^2 - y^2)\,.$$

(4.7)

Шундай қилиб, тезлик учун труба радиуси б**ў**йлаб параболик тақсимот **ў**ринли.

Тезлик энг катта қийматга труба **ў**ртасида эришади:

$$u_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l}R^2\,.$$

Труба к**ў**ндаланг кесимидан оқиб **ў**тувчи суюқлик миқдори айланма параболоид ҳажми орқали аниқланади, яни параболоид асоси юзасининг ярмини унинг баландлиги к**ўпайт**масига тенг:

$$Q = \frac{\pi}{2}R^2 u_{\max} = \frac{\pi R^4}{8\mu l}(p_1 - p_2)\,, \qquad (4.8)$$

Труба к**ў**ндаланг кесими орқали **ў**тувчи оқим **ў**ртача тезлигини аниқлаймиз:

$$\bar{u} = \frac{Q}{\pi R^2}\,.$$

У ҳолда (4.8) формулани қуйидаги к**ў**ринишда ёзиш мумкин

$$p_1 - p_2 = 8\mu \frac{l}{R^2}\bar{u}\,.$$

(4.9)

(4.9) формула билан ифодланувчи қонун биринчи марта **Г.Хаген** ва тезда **Ж.Пуазейл** томонидан торилган.

(4.9) формуладан μ динамик ёпишқоқлик **коэффициенти**ни тажрибавий аниқлашда фойдаланиш мумкин. (4.8) ва (4.9) формулалар билан ифодаланувчи оқим диаметри ва тезлиги унча катта б**ў**лмаган трубаларга нисбатан **ў**ринли б**ў**лиши мумкин. Катта диаметрли ва катта тезликка эга бўлган трубадаги оқим характери бутунлай ўзгаради ва оқим турбулент характерга эга бўлади. Бундай оқим учун (4.3) формула билан ифодаланувчи Ньютон қонунини қўллаб бўлмайди.

4.3 Ньютон қонунига бўйсунмайдиган ёпишқоқ суюқликлар.

Юрқа суспезиялар, лойсимон аралашмалар, мойли бўёқлар ўзларининг хоссаларига кўра ньютон суюқликлари хоссасидан фарқ қилади. Ньютон қонунига бўйсунмайдиган суюқликлар ньютон суюқликларидан муҳим молекуляр тузилиши ва ички молекуляр ҳаракатлари турли хоссалари билан фарқ қилиши тушунилади.

Суюқликларнинг хоссаларини чуқуррок ўрганиш ва техникада ишлатиладиган суюқликлар турининг кўрайиши натижасида **Ньютон қонунига бўйсунмайдиган** кўргина суюқликлар мавжуд **экан**лиги аниқланган. Бундай суюқликларда **ёпишқоқлик зўриқиш кучи** τ умумий ҳолда тезлик градиенти $\frac{du}{dy}$ нинг **функцияси** сифатида қаралади:

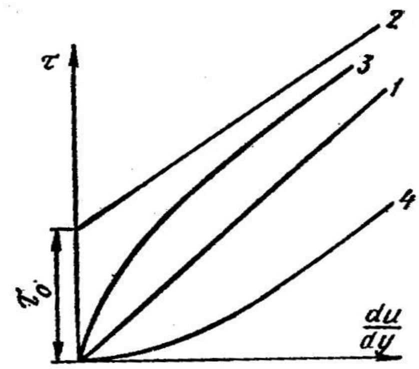
$$\tau = f\left(\frac{du}{dy}\right)$$

Бу суюқликлар қуйидаги группаларга ажратилади.

1. Бингам суюқликлари (пластик ёпишқоқ суюқликлар**).** Бу суюқликлар кичик зўриқишларда озгина деформатсияланиб, зўриқиш ёʻқолса, яна аввалги ҳолатига қайтади. Зўриқиш кучи τ бирор τ_0 қийматдан ошса, ҳаракат бошланади. Бингам суюқликлари худди Ньютон суюқликлари каби ҳаракатланади. Бу суюқликлар учун Ньютон қонуни ўрнида қуйидаги қонун қўлланилади.

$$\tau = \tau_p + \eta \frac{du}{dy}, \qquad (4.11)$$

бу**ер**да η – структура ёпишқоқлиги динамик деб аталади. (4.11) формула билан ифодаланувчи қонун 3-расмдаги 2-чизиққа эга бўлади. Қуюқ суспензиялар, пасталар, шлам ва бошқалар **пластик** ёпишқоқ суюқликларга киради.



3-расм

2. Сохта пластик суюқликлар. Булар ньютон суюқликлари каби зўриқишнинг энг кичик қийматларида ҳам ҳаракатга келади. Лекин у тезлик градиенти ортиши билан камайиб бориб, секин-аста ўзгармас қийматга интилади (3-расмда, 3-чизиқ). Унинг графиги логарифмик масштабда тўғри чизиққа яқин бўлганлиги учун кўрсаткичли ф**ункция** кўринишида ифодаланади:

$$\tau = k\left(\frac{du}{dy}\right)^m, \qquad (4.12)$$

бу**ер**да $k, m-$тажрибадан аниқланувчи ўзгармас миқдорлардир (ўзгармас м, одатда, 0 билан 1 орасидаги қийматларни қабул қилади). Бу суюқликларга силжитувчи зўриқишнинг тезлик градиентига нисбати μ_k ўхшаш ёпишқоқлик деб аталади.

3. Дилатант суюқликлар сохта **пластик** суюқликларга ўхшаш бўлиб, улардан тезлик градиенти ортганида μ_k ўсиб бориши билан фарқланади (3-расм, 4-чизиқ), силжитувчи зўриқиш (4.12) формула билан ифодаланади. Дилатант суюқликларнинг сохта **пластик** суюқликлардан фарқи шундаки, уларда м доимо 1 дан катта бўлади. Дилатант суюқликлар бингам ва сохта **пластик** суюқликларга нисбатан кам учрайди. Бундан ташқари, τ ва $\frac{du}{dy}$ ўртасидаги боғланиш вақтга боғлиқ бўлган суюқликлар ҳам табиатда учраб туради. Уларнинг ёпишқоқлик

коэффициенти зўриқишнинг қанча вақт таъсир қилганига қараб **ў**згариб боради. Бундай суюқликларга к**ўп**гина б**ў**ёқлар, сут маҳсулотларининг к**ў**р турлари, турли смолалар мисол б**ў**лади. Улар тиксотроп суюқликлар, реопектант суюқликлар ва максвелл суюқликлари деб аталувчи группаларга б**ў**линади. Бу суюқликларнинг яна бир хусусиятлари шундан иборатки, уларнинг баъзи турлари (максвелл суюқликлари) қ**ў**йилган з**ў**риқиш кучи олиниши билан аввалги ҳолатига қисман қайтади (яни ҳозирги замон фанининг тили билан айтганда хотирлаш хусусиятига эга б**ў**лади).

Айниқса, ҳам ёпишқоқ ҳам эластик хусусиятларга эга б**ў**лган ёпишқоқ- эластик муҳитлар к**ўп**роқ диққатни **ў**зига тормоқда. Бундай муҳитларга жуда ёпишқоқ синтетик материаллар, полимерни кучсиз аралашмалари киради.

Ёпишқоқлик ва эластикликни биргаликдаги таъсирини аниқлаш учун иккита реологик моделлар қаралади.

- Ёпишқоқ ва эластик кучланишга асосланган **Фойхт модели**

$$\tau = G\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon} \tag{4.13}$$

бу**ер**да G - силжиш модули, ε - силжиш деформатсияси, $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial y}$ - силжиш тезлиги, μ- динамик ёпишқоқлик **коэффициенти**.

- Ёпишқоқ ва эластик деформация тезлигига асосланган **Максвелл модели**

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\tau}{\mu} + \frac{\dot{\tau}}{G}, \tag{4.14}$$

Фойхт модели учун (4.13) ни $\tau = \tau_0$ да интеграллаб,

$$\varepsilon = \frac{\tau_0}{G}\left[1 - \exp\left(-\frac{Gt}{\mu}\right)\right] \tag{4.15}$$

Максвелл модели учун $\dot{\varepsilon} = 0$ да (4.15) ни интеграллаб,

$$\tau = \tau_0 \exp\left(-\frac{Gt}{\mu}\right)$$

Машинасозликда, тўқимачиликда, озиқ-овқат ва бошқа саноат тармоқларида ишлатиладиган замонавий синтетик материалларни турли кўринишдаги ноньютон суюқликларига мисол бўла олади.

Назорат саволлари:

1. Идеал суюқлик моделини тушунтиринг.
2. Қайси ҳолда кучланиш тензори шар тензорига **ў**тади.
3. Қандай тенгламаларга реологик тенгламалар дейилади?
4. Ньютон қонунига б**ў**йсунувчи суюқликлар қандай ҳаракатда б**ў**лади?
5. Динамик ёпишқоқлик **коэффициенти** температура ва босимга боғлиқми?
6. Суюқликни тубадаги оқимида суюқлик сарфи қандай аниқланади.
7. Умумлашган Гук қонуни муҳитнинг қайси параметрлари орасидаги боғланишни ифодалайди.
8. Ньютон қонунига б**ў**йсунмайдиган суюқликларга мисол келтиринг.
9. Ньютон қонунига б**ў**йсунмайдиган суюқликлар қандай турларга ажратилади.
10. Фойхт ва Максвелл моделларининг бир-биридан фарқини аниқланг.

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати:

1. Bruce R. Munson, Alric P. Rothmayer, Theodore H. Okiishi, Wade W. Huebsch Fundamentals of Fluid Mechanics, Wiley, 2012.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 2003.
3. Бегматов А., Закиров А.Х. Гидродинамика. - Тошкент, 2014.
4. Седов Л.И. Механика **сплошной среды**, Т.2.М., 2004.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.

5-мавзу: НАВЬЕ-СТОКС ТЕНГЛАМАСИНИНГ АНИҚ ЕЧИМЛАРИ.

РЕЖА:

5.1.Навье-Стокс тенгламасини ечишга чизиқли масалалар.
5.2.Каналдаги Куэтт оқими. Оқими.
5.3.Стокс масалалари, иккита коаксал айланувчи цилиндрлар орасидаги оқим.

Таянч иборалар: *потенциалли оқим, Навье-Стокс тенгламасининг аниқ ечимлари, Куэтт оқими, соф силжишли оқим, қатламли ностационар оқим, коакциал айланувчи цилиндрлар*.

5.1 Навье-Стокс тенгламасини ечишга чизиқли масалалар.

Навье-Стокс тенгламасининг аниқ ечимларини қидириш умумий ҳолда бартараф этиб бўлмайдиган математик қийинчиликларга олиб келади. Бу қийинчиликлар, аввало Навье-Стокс тенгламасининг чизиқсиз эканлиги ва идеал суюқликларнинг потенциалли оқимини ўрганишдаги принципларни қўллаш мумкин эмаслиги таъсирида юзага келади. Шунга қарамасдан Навье-Стокс тенгламасининг аниқ ечимларини хусусий ҳолларда топиш мумкин. Бундай ҳолларда тенгламалардаги квадратик ҳадлар ўз-ўзидан йўқолиб кетади.

Сиқилмайдиган суюқлик учун Навье-Стокс тенгламаси []:

$$\left.\begin{aligned}
\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)&=X-\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)\\
\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)&=Y-\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)\\
\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)&=Z-\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)
\end{aligned}\right\}$$

(5.1)

Узлуксизлик тенгламаси

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad (5.2)$$

Тезлиги фақат битта ташкил этувчиси мавжуд бўлган қатламли деб аталувчи оқимлар - аниқ ечимларнинг оддий синфини тасвирлайди.

Айтайлик, тезликнинг u ташкил этувчиси нолдан фарқли, v ва w ташкил этувчилари нолга тенг бўлсин. Бу ҳолда узлуксизлик тенгламасидан $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ келиб чиқади ва тезлик ташкил этувчиси x координатага боғлиқ бўлмайди.

Кўриниб турибдики, бундай оқим учун

$$u=u(y,z,t),\ v\equiv 0, w\equiv 0\,,$$

(5.1) дан

$$\frac{\partial p}{\partial y}=0, \frac{\partial p}{\partial z}=0\,.$$

Бундай оқим учун босим фақат x ва t ларга боғлиқлиги келиб чиқади. x йўналиши учун Навье-Стокс тенгламасида барча конвектив ҳадлар тушиб қолади ва анча оддий кўринишга ўтади:

$$\rho\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right). \qquad (5.3)$$

(5.3) тенглама $u(y,z,t)$ ўзгарувчига нисбатан чизиқли дифференциал тенглама ҳисобланади.

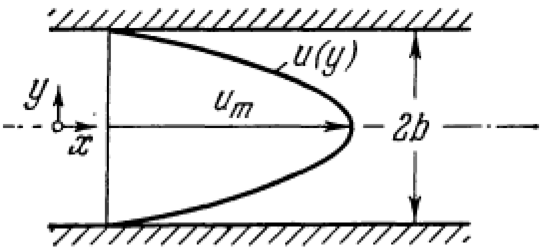
5.2 Куэттнинг каналдаги оқими.

Иккита параллел текис девор билан чегараланган каналдаги стационар текис оқим учун (5.3) тенглама жуда содда ечилади (1-расм). Бу ҳолда (5.3) тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$\frac{dp}{dx}=\mu\frac{d^2 u}{dy^2}\,, \qquad (5.4)$$

Агар деворлар орасидаги масала $2b$ га тенг бўлса, чегаравий шартлар қуйидагича бўлади:

$$y = \pm b \text{ да } u = 0.$$



1-расм.

$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ эканлиги учун (5.4) тенгламадан босимлар фарқи бўйлама йўналишда ўзгармаслиги келиб чиқади, яъни $\frac{dp}{dx} = const$. Шу сабабли (4) тенгламани интеграллаб,

$$u = -\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(b^2 - y^2).$$

(5.5)

Бундан кўринадики, каналда тезликлар параболик тақсимотга эга бўлади.

Энди иккита параллел текис девор билан чегараланган каналдаги стационар текис оқим қаралади, бунда улардан биттаси тинч ҳолатда, иккинчиси эса ўз текислигида ўзгармас тезлик U билан ҳаракат қилади. Бундай оқим **Куэтт оқими** дейилади. Бу ҳолда (5.4) тенглама жуда оддий ечилади.

Деворлар орасидаги масофа h га тенг бўлсин. У ҳолда чегаравий шарт қуйидагича:

$$y = 0 \text{ да } u = 0$$

$$y = h \text{ да } u = U$$

ва (5.4) тенгламанинг ечими

$$u = \frac{y}{h}U - \frac{h^2}{2\mu}\frac{dp}{dx}\frac{y}{h}(1 - \frac{y}{h}).$$

(5.6)

Босимлар фарқининг ҳар хил қийматлари учун тезликлар тақсимоти 2-расмда кўрсатилган. Хусусан, нолинчи босимлар фарқи учун тезликлар тақсимоти чизиқли кўринишда бўлади:

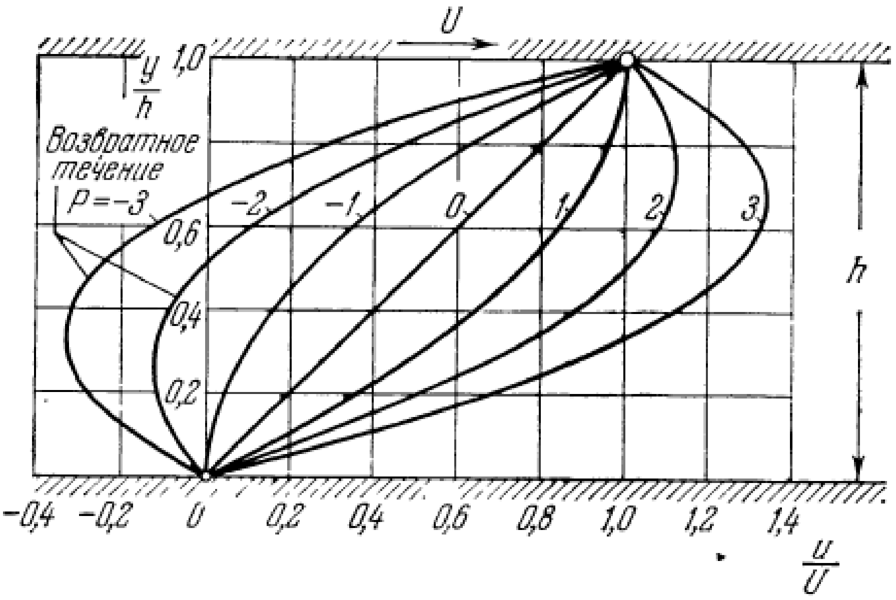
$$u = \frac{y}{h}U.$$

(5.7)

Бундай тезликлар тақсимоти ўринли бўлган оқимни **Куэттнинг оддий** ёки **соф силжишли оқими** дейилади.

Тезликлар тақсимоти чизиқлари кўриниши Куэтт оқимида ўлчамсиз босим градиенти билан аниқланади:

$$P = -\frac{h^2}{2\mu U}\frac{dp}{dx}$$



2-расм.

5.3Стокс масалалари, иккита коаксал айланувчи цилиндрлар орасидаги оқим.

Стокснинг 1-масаласи. Қатламли ностационар оқимлар ҳаракатини қараймиз. Бундай оқимларда тезланишнинг конвектив ташкил этувчилари айнан нолга тенг, у ҳолда Навье-Стокс тенгламасида фақат тезланишнинг локал ташкил этувчилари ва ишқаланиш кучлари қатнашган ҳадлари қолади.

Айтайлик, текис девор тинч ҳолатдан тўсатдан ўз текислигида ўзгармас U_0 тезлик билан ҳаракат қила бошлайди. Девор яқинида қандай оқим юзага келишини аниқлаймиз. Девор xz текислик билан устма-уст тушсин.

Текисликдаги масала учун Навье-Стокс тенгламасида қуйидаги кўринишни келади [2,474-477,]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \tag{5.8}$$

Оқим соҳасида босим ўзгармас. Қуйидаги бошланғич шартлар ўринли

$$t \le 0 \text{ да} \quad u = 0, \text{ барча } y \text{ учун}$$

$$t > 0 \text{ да} \quad u = U_0, \quad y = 0 \quad \text{учун}$$

(5.9)

$$u = 0, \quad y = \infty \text{ учун.}$$

(5.8) дифференциал тенглама $y > 0$ ярим фазода иссиқлик тарқалишини тасвирловчи иссиқлик тарқалиш тенгламаси билан устма-уст тушади, бу ҳолда $t = 0$ вақтда $y = 0$ девор атроф-муҳит температурасидан юқори бўлган қандайдир температурагача етказилади.

Агар янги ўлчовсиз ўзгарувчи киритсак,

$$\eta = \frac{y}{2\sqrt{\nu t}}, \tag{5.10}$$

у ҳолда (5.8) хусусий ҳосилали тенгламани оддий дифференциал тенгламага келтириш мумкин.

Сўнгра, u ни

$$u = U_0 f(\eta),$$

(5.11)

кўринишда олсак, у ҳолда $f(\eta)$ учун оддий дифференциал тенглама олинади:

$$f'' + 2\eta f' = 0$$

(5.12)

чегаравий шартлар

$\eta = 0$ да $f = 1$ ва $\eta = \infty$ да $f = 0$.

Бу тенгламанинг ечими

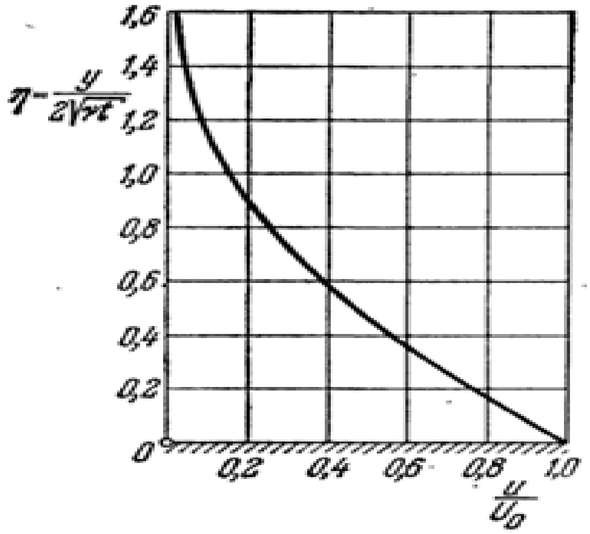
$$u = U_0 \, erf\, \eta,$$

(5.13)

бунда

$$erf\,\eta = \frac{\sqrt{2}}{\sum \pi}\int_{\eta}^{\infty} e^{-\eta^2} d\eta = 1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{\eta} e^{-\eta^2} d\eta$$

эҳтимоллик интеграли қийматлари жадвалда келтирилади. Тезликлар тақсимоти 1-расмда тасвирланган. (5.13) тенгликка кирувчи эҳтимоллик интеграли $\eta = 2$ да 0,01 қийматга эга бўлади.



Иккита коакциал айланувчи цилиндрлар орасидаги оқим.

Ҳар хил, лекин ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи иккита коакциал цилиндрлар орасидаги оқими Навье-Стокс тенгламасининг оддий аниқ ечимига олиб келинади.

r_1 ва r_2 - цилиндрнинг ички ва ташқи радиуслари, ω_1 ва ω_2 - уларнинг бурчак тезликлари. Қаралаётган оқимни текис деб ҳисоблаш мумкинлиги сабабли, Навье-Стокс тенгламалар системасининг қутб координаталар системасида ифодасида фақат биринчи иккитаси қолади:

$$\rho\frac{u^2}{r}=\frac{dp}{dr} \qquad (5.14)$$

$$\frac{d^2u}{dr^2}+\frac{d}{dr}(\frac{u}{r})=0 \qquad (5.15)$$

Чегаравий шартлар

$$r=r_1 \text{ да } u=\omega_1 r_1$$

$$r=r_2 \text{ да } u=\omega_2 r_2$$

(5.15) тенгламани берилган чегаравий шартларда интегралласак:

$$u(r)=\frac{1}{r_2^2-r_1^2}\left[r(\omega_2 r_2^2-\omega_1 r_1^2)-\frac{r_2^2 r_1^2}{r}(\omega_2-\omega_1)\right] \qquad (5.16)$$

Радиал йўналишда босим тақсимоти (5.14) тенглама билан аниқланади.

Ички цилиндр тинч ҳолатда, ташқи цилиндр айланаётган ҳол амалий аҳамиятга эга. Ташқи цилиндрдан суюқликка узатилувчи айлантирувчи момент

$$M_2=4\pi\mu h\frac{r_2^2 r_1^2}{r_2^2-r_1^2}\omega_2 \qquad (5.17)$$

бу ерда h - цилиндр баландлиги.

Худди шундай катталикка тинч ҳолатдаги ички цилиндрга узатилётган M_1 айлантирувчи момент эга бўлади. Бундай қурилма икки ўқли цилиндрдан иборат бўлиб, баъзан ёпишқоқлик коэффициентини аниқлашда қўлланилади.

(5.17) тенглик ёрдамида ёпишқоқлик коэффициентини ҳисоблаш мумкин.

Назорат саволлари:

1. Текисликдаги сиқилмайдиган суюқлик оқими учун Навье-Стокс тенгламасини ёзинг.
2. Қатламли оқим деганда нимани тушунасиз?
3. Навье-Стокс тенгламаси аниқ ечимга эгами?
4. Куэттнинг каналдаги оқимида босимлар фарқи қайси шартни қаноатлантиради?
5. Каналдаги стационар оқим учун тезликлар тақсимоти қандай кўринишда бўлади?
6. Куэттнинг каналдаги оқими масаласи учун чегаравий шартни изоҳланг.
7. Стокснинг 1-масаласи қайси турдаги оқимлар учун ўринли?
8. Иккита коакциал айланувчи цилиндрлар орасидаги оқим масаласида Навье-Стокс тенгламасининг қайси кўринишидан фойдаланилади?

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати:

1. Bruce R. Munson, Alric P. Rothmayer, Theodore H. Okiishi, Wade W. Huebsch Fundamentals of Fluid Mechanics, Wiley, 2012.
2. Munson B.M., Young D.F., Okiishi T.H., Huebsch W.W. Fundamentals of Fluid Mechanics. Sixth Ed.- John Wiley & Sons, Inc., 2009.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 2003.
4. Седов Л.И. Механика **сплошной среды**, Т.2. М., 2004,
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.

IV. АМАЛИЙ МАШҒУЛОТ МАТЕРИАЛЛАРИ

1-амалий машғулот.

Стационар идеал суюқлик ва газлар ҳаракати дифференциал тенгламасининг биринчи интеграли - Бернулли интегралини тадбиқий масалалари қаралган: оғирлик кучи майдонида сиқилмайдиган суюқлик ҳаракати, суюқликни идишдан оқиб чиқиши масаласида оқиш тезлигини аниқлаш; кўнндаланг кесими ўзгарувчан трубкадаги сиқилмайдиган суюқлик ҳаракати каби масалалар ўрганилади.

2-амалий машғулот.

Суюқликнинг стационар ҳаракатида Бернулли интегралидан ва ностационар ҳаракатида эса Коши-Лагранж интегралидан фойдаланиш жисмга таъсир қилувчи босим кучларни ҳисоблаш имконини беради. Коши–Риман шартини қаноатлантирувчи $W = \varphi + i\psi$ комплекс потенциал орқали комплекс тезлик аниқланади. Комплекс потенциаллар билан аниқланувчи суюқлик ҳаракатига мисоллар қаралади.

3-амалий машғулот.

Идеал сиқилмайдиган суюқликнинг потенциалли ҳаракатини ўрганишга конформ акслантириш усулини қўллашга масалалар қаралган. Идеал суюқликни жисм сиртидан ажралмай (доиравий цилиндрни оқиб ўтиши) оқиши масаласининг ечими комплекс потенциални аниқлаш, цилиндрни циркуляцияли ва циркулясиз оқиб ўтишида босим кучи тенг таъсир этувчисини аниқлаш.

4-амалий машғулот.

Ньютон қонунига бўйсунмайдиган суюқликлар молекуляр тузилиши ва муҳим хоссалари билан ньютон суюқликларидан фарқ қилади. Шундай суюқликларга мансуб пластик ёпишқоқ суюқликлар ҳаркатини ўрганиш амалий аҳамиятга эга. Доиравий цилиндрик трубадаги пластик ёпишқоқ суюқликнинг стационар оқими қаралади. Тезликлар тақсимоти ва кўндаланг кесимидан оқиб ўтувчи суюқлик миқдори аниқланади.

5-амалий машғулот.

Навье-Стокс тенгламасининг аниқ ечимларини хусусий ҳолларда топиш мумкинлиги маълум. Навье-Стокс тенгламасини ечишга чизиқли масалалар қаралади: иккита параллел текис девор билан чегараланган каналдаги стационар текис оқим масаласида тезликлар тақсимоти аниқланган.

6-амалий машғулот.

Навье-Стокс тенгламасини ечишга оид чизиқли масалалар қаралади: суюқликнинг цилиндрик трубадаги оқими масаласи текисликда Пуассон тенгламасига келтирилади, Стокснинг 1-масаласида суюқликнинг ностационар оқими ўрганилган, текисликдаги масала учун Навье-Стокс тенгламаси ечилган ҳамда иккита коаксал айланувчи цилиндрлар орасидаги оқим ўрганилган.

V. КЕЙСЛАР БАНКИ

1-кичик-кейс. “Суюқликни потенциалли ҳаракатини ўрганишга комплекс ўзгарувчили функциялар назариясини қўллашга мулоҳаза”.

Муаммонинг қўйилиши: Сиқилмайдиган суюқликнинг текис стационар ҳаракати учун $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$ билан аниқланувчи $\psi(x, y)$ ток функциясининг гидродинамик маъносини тушунтиринг.

1. Тингловчилардан олинган жавоблар қуйидагича:

Идеал сиқилмайдиган суюқлик учун $div\vec{v} = 0$ ёки

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \qquad (A)$$

u ва v қуйидаги кўринишда танласак: $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$

$\psi(x, y)$ ток функцияси (А) тенгламани қаноатлантиради.

2. Тингловчилардан олинган жавоблар қуйидагича:

Ток чизиғи дифференциал тенгламаси

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \quad \text{ёки} \quad -vdx + udy = 0 \qquad (B)$$

тенгламанинг чар томони бирор $\psi(x, y)$ **функция**нинг тўла **дифференциал**и, яни $d\psi = 0$. Бунинг учун

$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$ бўлиши керак.

Нима учун бундай жавоблар келиб чиқди ва унинг сабабини, вазиятдан чиқиш йўлини кўрсатинг.

2-кичик-кейс. “Ньютон қонунига бўйсунмайдиган сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликларга мулоҳаза”.

Муаммонинг қўйилиши: Ньютон қонунига бўйсунмайдиган сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликлар Ньютон суюқликлариданқандай фарқ қилади?

1. Тингловчилардан олинган жавоблар қуйидагича:

Ньютон қонунига бўйсунмайдиган сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликлар хоссалари билан фарқ қилади, масалан, динамик ёпишқоқлик коэффициенти суюқлик температурасига боғлик.

2. Тингловчилардан олинган жавоблар қуйидагича:

Ньютон қонунига бўйсунмайдиган сиқилмайдиган суюқликлар учун тегишли қонунлар кучланиш ва деформатсия тензорлари компроненталари ўртасидаги чизиқли боғланиш ни ифодалайди. Ньютон қонунига бўйсунмайдиган суюқликлар Ньютон суюқликларидан турли хоссалари билан фарқ қилиши мумкин.

Нима учун бундай жавоблар келиб чиқди ва унинг сабаби нимада? Вазиятдан чиқиш йўлини кўрсатинг.

VI. МУСТАҚИЛ ТАЪЛИМ МАВЗУЛАРИ.

Мустақил ишни ташкил этишнинг шакли ва мазмуни.

Тингловчи мустақил ишни муайян модулни хусусиятларини ҳисобга олган холда қуйидаги шакллардан фойдаланиб тайёрлаши тавсия этилади:

- меъёрий хужжатлардан, ўқув ва илмий адабиётлардан фойдаланиш асосида модул мавзуларини ўрганиш;

- тарқатма материаллар бўйича маърузалар қисмини ўзлаштириш;

- автоматлаштирилган ўргатувчи ва назорат қилувчи дастурлар билан ишлаш;

- махсус адабиётлар бўйича модул бўлимлари ёки мавзулари устида ишлаш;

-тингловчининг касбий фаолияти билан боғлиқ бўлган модул бўлимлари ва мавзуларни чуқур ўрганиш.

МУСТАҚИЛ ТАЪЛИМ МАВЗУЛАРИ.

1. Туташ муҳит механикаси масалаларининг қўйилиши ҳақида. Бошланғич ва чегаравий шартлар.
2. Суюқликни эгри сиртга босими.
3. Бернулли интеграли ва унинг суюқликка оид айрим тадбиқлари.
4. Идеал суюқликни ажралиб оқиб ўтишига масалалар.
5. Мукаммал газ ҳаракати учун Бернулли интеграли.
6. Баротроп идеал суюқлик (газ)нинг потенциалли ҳаракати.
7. Сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликлар ҳаракатининг аниқ ечимлари.
8. Навье-Стокс тенгламасининг тақрибий ечимлари
9. Сферанинг чексиз ҳажмини эгаллаган сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликдаги ҳаракати.
10. Туташ муҳитнинг ноклассик моделлари.
11. Ёпишқоқ-пластик суюқликлар ва уларга оид масалалар.
12. Эластик-пластик муҳитлар**.**

МУСТАҚИЛ ИШ ТОПШИРИҚЛАРИ

Мустақил ишни ташкил этишнинг шакли ва мазмуни.

Тингловчи мустақил ишни муайян модулни хусусиятларини ҳисобга олган холда қуйидаги шакллардан фойдаланиб тайёрлаши тавсия этилади:

- меъёрий хужжатлардан, ўқув ва илмий адабиётлардан фойдаланиш асосида модул мавзуларини ўрганиш;
- тарқатма материаллар бўйича маърузалар қисмини ўзлаштириш;
- автоматлаштирилган ўргатувчи ва назорат қилувчи дастурлар билан ишлаш;
- махсус адабиётлар бўйича модул бўлимлари ёки мавзулари устида ишлаш;
- тингловчининг касбий фаолияти билан боғлиқ бўлган модул бўлимлари ва мавзуларни чуқур ўрганиш.

Мустақил таълим мавзулари:

1. $\varphi(x,y) = kx(x^2 - 3y^2)$ ($k > 0$) тезлик потенциали билан аниқланувчи суюқлик ҳаракати учун комплекс потенциални аниқланг?

2. Агар идеал сиқилмас суюқликнинг ҳаракати $W = az$ комплекс потенциали билан аниқланса, $z_1 = 1$ ва $z_2 = 2i$ нуқталарни туташтирувчи чизиқ кемаси орқали ўтувчи суюқлик миқдори Q аниқлансин?

3. Агар идеал сиқилмас суюқликнинг ҳаракати $W = az^2$ комплекс потенциал билан аниқланса, $z_1 = 1 + i$ ва $z_2 = 2 + 3i$ нуқталарни туташтирувчи чизиқ кемаси орқали ўтувчи суюқлик сарфи аниқлансин?

4. 0x ўқининг мусбат йўналиши бўйича девор билан чегараланган соҳада $W = c\sqrt{z}$ ($c > 0$) комплекс потенциал билан аниқланувчи ҳаракат учун ток чизиғини аниқланг.

5. Ҳаракат $W = i(z^2 + 3)$ комплекс потенциал билан аниқланса, $x^2 + y^2 = 9$ айлана бўйлаб тезлик циркуляцияси нимага тенг?

6. Координата ўқлари ва радиуси 1 га тенг айлана билан чегараланган квадрантдаги ҳаракат $W = m\ln(z - \frac{1}{z})$ ($m > 0$) комплекс потенциал билан аниқланади. Тезлик потенциали, оқиш функцияси ва ток чизиғи тенгламаси аниқлансин.

7. $W = \frac{1}{z}$ комплекс потенциал билан аниқланувчи суюқлик ҳаракатини ўрганинг. $x^2 + y^2 = 4$ айлана орқали ўтувчи суюқлик сарфи аниқлансин?

VII. ГЛОССАРИЙ

Термин	Ўзбек тилидаги шарҳи	Инглиз тилидаги шарҳи
Идеал суюқлик	ҳаракат пайтида фақат нормал кучланишлар пайдо бўладиган суюқлик	Ideal liquid or gas - the medium in which the voltage vector at any site with the normal orthogonal site
Гидродинамика	сиқилмас суюқликларнинг ҳаракатини ва уларнинг каттиқ жисмлар билан ёки бошқа суюқликдан ажратувчи сиртлар билан ўзаро тасирини ўрганади	Gidrodinamika studying the movement of incompressible fluids and their interaction with solid bodies or the interface with another fluid
Ёпишқоқлик	суюқликнинг заррачаларининг нисбий ҳаракатига қаршилик кўрсатиш хусусияти	The viscosity of the liquid property to provide resistance to shear layers
Изотроп муҳит	хусусиятлари барча йўналишларда бир хил бўлган муҳит	Izotrop environment - the environment in which the properties are the same in the directions
Ностационар ҳаракат	суюқликнинг ихтиёрий нуқтасидаги тезлик ва босим вақт давомида ўзгарувчи ҳаракат	Unsteady movement - the flow rate and pressure at any point of the liquid varies with time
Сиқилувчан суюқлик	зичлиги босим таъсирида ўзгарувчи суюқлик	Incompressible fluid - flux density in any point of the fluid constant
Сиқилмайдиган суюқлик	барча зарралари зичлиги ўзгармас бўлган суюқлик	Incompressible fluid - the liquid in which the density around the movement is a function of the pressure
Стационар ҳаракат	суюқликнинг ихтиёрий нуқтасидаги тезлик ва босим вақт давомида ўзгармайди	Steady movement - the speed and pressure of the fluid at any point does not vary over time, but depends only on the position of the

		point in the fluid flow
Текис-параллел ҳаракат	суюқликнинг бирор қўзғалмас текисликка перпендикулярда ётувчи барча зарралари шу текисликка параллел ва бир хил ҳаракат қилади	Flat or plane-parallel movement - all fluid particles that lie on the same perpendicular to a fixed plane, have the same movement parallel to that plane
Шар тензори	туташ муҳит ихтиёрий нуқтасида ҳаракат ва мувозанат ҳолатида кучланиш сирти сферадан иборат бўлиб, бош кучланишлар ўзаро тенг	Ball tensor - tensor possessing spherical symmetry
Умумлашган Ньютон қонуни	изотроп муҳит учун кучланиш ва деформация тензорлари компоненталари ўртасидаги чизиқли боғланишни ифодалайди	The generalized Newton's law - gives a linear relationship between the stress tensor and the strain rate tensor, expressed in the case of an isotropic medium the tensor relation
Пластик ёпишқоқ суюқликлар	кичик зўриқишларда озгина деформацияланиб, зўриқиш йўқолса, яна аввалги ҳолатига қайтадиган суюқликлар	Visco-plastic fluid - along with toughness and plastic properties are manifested, is the presence of a limiting shear stress, after which the only and there is a "fluidity" of the environment
Сохта пластик суюқликлар	ньютон суюқликлари каби зўриқишнинг энг кичик қийматларида ҳам ҳаракатга келувчи суюқликлар	Pseudoplastic fluid flow deprived stress limit, but the apparent viscosity coefficient is determined depending on the shear rate

VIII. АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ

Махсус адабиётлар:

1. Bruce R. Munson, Alric P. Rothmayer, Theodore H. Окiishi, Wade W. Huebsch Fundamentals of Fluid Mechanics, Wiley, 2012.

2. Munson B.M., Young D.F., Окiishi T.H., Huebsch W.W. Fundamentals of Fluid Mechanics. Sixth Ed.- John Wiley & Sons, Inc., 2009.

3. Bruce R. Munson, Alric P. Rothmayer, Theodore H. Okiishi, Wade W. Huebsch Fundamentals of Fluid Mechanics USA, 2014, English

4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 2003.

5. Бегматов А., Закиров А.Х. Гидродинамика. – Тошкент, 2014.

6. Седов Л.И. Механика сплошной среды, Т.1. - М.: Наука, 2004.

7. Седов Л.И. Механика сплошной среды. , Т.2. - М.: Наука, 2004.

8. Маматқулов Ш. Туташ муҳит механикаси, 2003.

9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.