

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ТАЪЛИМ, ФАН ВА ИННОВАЦИЯЛАР ВАЗИРЛИГИ**

**БУХОРО ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ПЕДАГОГ
КАДРЛАРНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ
ОШИРИШ МИНТАҚАВИЙ МАРКАЗИ**

**“КОМБИНАТОРИКА ЭЛЕМЕНТЛАРИ ВА ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ”
МОДУЛИ БЎЙИЧА**

ЎҚУВ – УСЛУБИЙ МАЖМУА

Бухоро – 2024

Мазкур ўқув-услубий мажмуа Олий таълим, фан ва инновациялар вазирлигининг 2023 йил 25-августдаги 391-сонли буйруғи билан тасдиқланган ўқув режа ва дастур асосида тайёрланди.

Тузувчи:

Бозоров З.Р. – физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD)

Тақризчи:

Жумаев Ж.Ж. – физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD)

Ўқув -услубий мажмуа БухДУ кенгашининг 2023 йил 28 декабрдаги 5-сонли қарори билан нашрга тавсия қилинган.

МУНДАРИЖА

I. ИШЧИ ДАСТУР	4
II. МОДУЛНИ ЎҚИТИШДА ФОЙДАЛАНИЛАДИГАН ИНТЕРФАОЛ ТАЪЛИМ МЕТОДЛАРИ	5
III. НАЗАРИЙ МАЪЛУМОТЛАР	13
IV. АМАЛИЙ МАШҒУЛОТЛАР Ошибка! Закладка не определена.	
V. ГЛОССАРИЙ	20
VI. АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ:	23

I. ИШЧИ ДАСТУР

КИРИШ

Дастур Ўзбекистон Республикасининг 2020 йил 23 сентябрда тасдиқланган “Таълим тўғрисида”ги Қонуни, Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2020 йил 3 декабрдаги “Иқтидорли ёшларни саралаб олиш тизими ва академик лицейлар фаолиятини такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-4910-сон ҳамда Вазирлар Маҳкамасининг 2022 йил 1 июндаги “Академик лицейлар раҳбар ва педагог ходимларининг уздуксиз малакасини ошириш тизимини жорий этиш тўғрисида”ги 296-сон Қарорларида белгиланган устувор йўналишлар мазмунидан келиб чиққан ҳолда тузилган бўлиб, у замонавий талаблар асосида малака ошириш жараёнларининг мазмунини такомиллаштириш ҳамда академик лицейлар педагог ходимларининг касбий компетентлигини мунтазам ошириб боришни мақсад қилади.

Дастур доирасида берилаётган таянч модуллари мавзулари орқали академик лицейларда фаолият олиб бораётган педагог ходимларнинг векторлар ва уларнинг тенгламалар ечишга оид замонавий ёндашувлардан самарали фойдаланиш, проектив геометриянинг татбиқларини амалга ошириш, сонлар назариясининг тенгламалар ечишга оид асосларини ўзлаштириш даражасини ошириш ҳисобига уларнинг педагогик маҳорат ва касбий компетентлигини мунтазам такомиллаштириш билан биргаликда педагог ходимларнинг эҳтиёжлари асосида танлаб олинган танлов модуллари бўйича билим, кўникма ва малакаларга эга бўлишлари таъминланади.

Модулнинг мақсади ва вазифалари

Модулнинг мақсади педагог ходимларнинг ўқув-тарбиявий жараёнларини юқори илмий-методик даражада таъминлашлари учун зарур бўладиган касбий билим, кўникма ва малакаларини мунтазам янгилаш, касбий компетентлиги ва педагогик маҳоратининг узлуксиз ривожланишини таъминлашдан иборат.

Модулнинг **вазифаларига** қуйидагилар киради:

- педагог ходимларнинг касбий билим, кўникма, малакаларини узлуксиз янгилаш ва ривожлантириш;
- педагогларнинг замонавий талабларга мос ҳолда академик лицейлардаги ўқитиш сифати ва самарадорлигини таъминлаш учун зарур бўлган касбий маҳорат даражасини ошириш;
- ўқитишнинг инновацион технологиялари ва илғор хорижий тажрибаларни ўзлаштириш ҳамда улардан ўқув жараёнида самарали фойдаланиш кўникмаларини шакллантириш;
- ўқув жараёнини илм-фан ва ишлаб чиқариш билан самарали интеграциясини таъминлашга қаратилган фаолиятни ташкил этиш.

Модул бўйича қўйиладиган талаблар

Курс якунида тингловчилар қуйидаги йўналишларда билим, кўникма, малака ҳамда компетенцияларга эга бўлишлари талаб этилади:

- Тингловчи:
- комбинаториканинг асосий формулаларини;
- биномиал коэффициентлар хоссаларини;
- комбинаторика ва эҳтимоллик масалаларини ечишни;
- комбинаторика масалаларини ечишни билиши керак.
- биномиал коэффициентлар хоссаларини масалалар ечишга қўллаш кўникма ва малакаларига эга бўлиши лозим.
- комбинаторика элементлари, эҳтимоллар назарияси ва уларнинг татбиқларидан тўғри фойдалана олиш компетенцияларига эга бўлиши лозим.

“Комбинаторика элементлари ва эҳтимоллар назарияси” модули бўйича соатлар тақсимооти

№	Модул мавзулари	Тингловчининг ўқув юкламаси, соат			
		Ҳаммаси	Аудитория ўқув юкламаси		
			Ҳами	Назарий	Амалий
1.	Комбинаториканинг асосий формулалари, ўринлаштириш, гуруҳлаш. Ньютон биноми. Паскал учбурчаги. Эҳтимолликларни қўшиш ва кўпайтириш теоремалари. Шартли эҳтимоллик.	2	2	2	
2.	Биномиал коэффициентлар хоссалари. Такрорли гуруҳлашлар. Комбинаторика масалаларини ечиш.	2	2		2
3.	Эҳтимолликларни қўшиш ва кўпайтириш теоремалари. Шартли эҳтимоллик	2	2		2
Ҳами:		6	6	2	4

НАЗАРИЙ МАШҒУЛОТ МАЗМУНИ

1-Мавзу:

Комбинаториканинг асосий формулалари, ўринлаштириш, гуруҳлаш. Ньютон биноми. Паскал учбурчаги. Эҳтимолликларни қўшиш ва кўпайтириш

теоремалари. Шартли эҳтимоллик.

АМАЛИЙ МАШҒУЛОТЛАР МАЗМУНИ

1-амалий машғулот: Биномиал коэффициентлар хоссалари. Такрорли гуруҳлашлар. Комбинаторика масалаларини ечиш.

2-амалий машғулот: Эҳтимолликларни қўшиш ва кўпайтириш теоремалари. Шартли эҳтимоллик.

II. МОДУЛНИ ЎҚИТИШДА ФОЙДАЛАНИЛАДИГАН ИНТЕРФАОЛ ТАЪЛИМ МЕТОДЛАРИ АҚЛИЙ ХУЖУМ МЕТОДИ

Ақлий хужум - ғояларни генерация (ишлаб чиқиш) қилиш методидир. «Ақлий хужум» методи бирор муаммони ечишда талабалар томонидан билдирилган эркин фикр ва мулоҳазаларни тўплаб, улар орқали маълум бир ечимга келинадиган энг самарали методдир. Ақлий хужум методининг ёзма ва оғзаки шакллари мавжуд. Оғзаки шаклида ўқитувчи томонидан берилган саволга талабаларнинг ҳар бири ўз фикрини оғзаки билдиради. Талабалар ўз жавобларини аниқ ва қисқа тарзда баён этадилар. Ёзма шаклида эса берилган саволга талабалар ўз жавобларини қоғоз карточкаларга қисқа ва барчага кўринарли тарзда ёзадилар. Жавоблар доскага (магнитлар ёрдамида) ёки «пинборд» доскасига (игналар ёрдамида) маҳкамланади. «Ақлий хужум» методининг ёзма шаклида жавобларни маълум белгилар бўйича гуруҳлаб чиқиш имконияти мавжуддир. Ушбу метод тўғри ва ижобий қўлланилганда шахсни эркин, ижодий ва но-стандарт фикрлашга ўргатади.

Ақлий хужум методидан фойдаланилганда талабаларнинг барчасини жалб этиш имконияти бўлади, шу жумладан талабаларда мулоқот қилиш ва мунозара олиб бориш маданияти шаклланади. Талабалар ўз фикрини фақат оғзаки эмас, балки ёзма равишда баён этиш маҳорати, мантикий ва тизимли фикр юритиш кўникмаси ривожланади. Билдирилган фикрлар баҳоланмаслиги талабаларда турли ғоялар шаклланишига олиб келади. Бу метод талабаларда ижодий тафаккурни ривожлантириш учун хизмат қилади.

Вазифаси. “Ақлий хужум” қийин вазиятлардан қутулиш чораларини топишга, муаммони кўриш чегарасини кенгайтиришга, фикрлаш бир хиллилигини йўқотишга ва кенг доирада тафаккурлашга имкон беради. Энг асосийси, муаммони ечиш жараёнида курашиш муҳитидан ижодий ҳамкорлик кайфиятига ўтилади ва гуруҳ янада жипслашади.

Объекти. Қўлланиш мақсадига кўра бу метод универсал ҳисобланиб тадқиқотчиликда (янги муаммони ечишга имкон яратади), ўқитиш жараёнида (ўқув материалларини тезкор ўзлаштиришга қаратилади), ривожлантиришда (ўз-ўзини бир мунча самарали бошқариш асосида фаол фикрлашни шакллантиради) асқотади.

Қўлланиш усули. “Ақлий хужум” иштирокчилари олдида қўйилган муаммо бўйича ҳар қандай мулоҳаза ва таклифларни билдиришлари мумкин. Айтилган фикрлар ёзиб борилди ва уларнинг муаллифлари ўз фикрларини қайтадан хотирасида тиклаш имкониятига эга бўлди. Метод самараси фикрлар хилма-хиллиги билан тавсифланди ва хужум давомида улар танқид қилинмайди, қайтадан ифодаланмайди. Ақлий хужум тугагач, муҳимлик жихатига кўра энг яхши таклифлар генерацияланади ва муаммони ечиш учун зарурлари танланади.

«Ақлий хужум» методи ўқитувчи томонидан қўйилган мақсадга қараб амалга оширилади:

1. Талабаларнинг бошланғич билимларини аниқлаш мақсад қилиб қўйилганда, бу метод дарснинг мавзуга кириш қисмида амалга оширилади.
2. Мавзуни такрорлаш ёки бир мавзуни кейинги мавзу билан боғлаш мақсад қилиб қўйилганда - янги мавзуга ўтиш қисмида амалга оширилади.
3. Ўтилган мавзуни мустаҳкамлаш мақсад қилиб қўйилганда - мавзудан сўнг, дарснинг мустаҳкамлаш қисмида амалга оширилади.

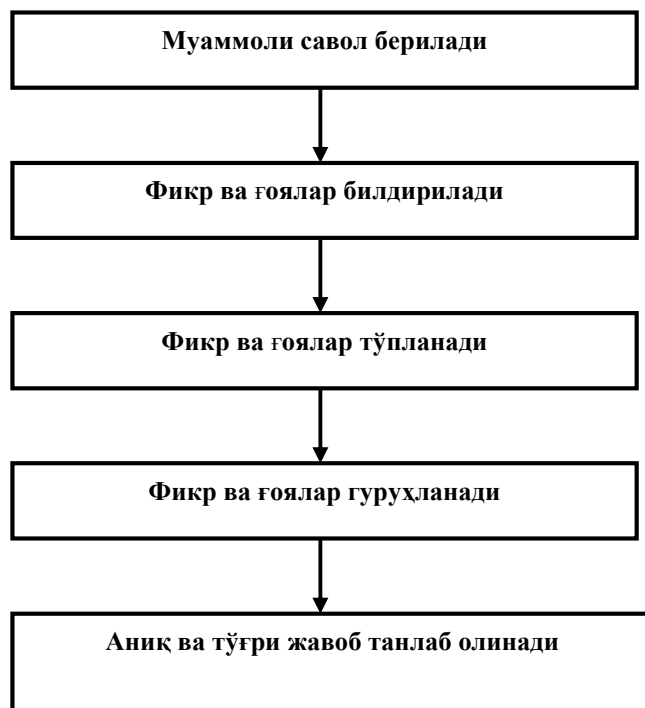
«Ақлий хужум» методининг афзаллик томонлари:

- натижалар баҳоланмаслиги талабаларни турли фикр-ғояларнинг шакл - ланишига олиб келади;
- талабаларнинг барчаси иштирок этади;
- фикр-ғоялар визуаллаштирилиб борилади;
- талабаларнинг бошланғич билимларини текшириб кўриш имконияти мавжуд;
- талабаларда мавзуга қизиқиш уйғотиш мумкин.

«Ақлий хужум» методининг камчилик томонлари:

- ўқитувчи томонидан саволни тўғри қўя олмаслик;
- ўқитувчидан юқори даражада эшитиш қобилиятининг талаб этилиши.

«Ақлий хужум» методининг таркибий тузилмаси



«Ақлий хужум» методининг босқичлари:

1. Талабаларга савол ташланади ва уларга шу савол бўйича ўз жавобларини (фикр, мулоҳаза) билдиришларини сўралади;
2. Талабалар савол бўйича ўз фикр-мулоҳазаларини билдиришади;

3. Талабаларнинг фикр-ғоялари (магнитофонга, видеотасмага, рангли қоғозларга ёки доскага) тўпланади;
4. Фикр-ғоялар маълум белгилар бўйича гуруҳланади;
5. Юқорида қўйилган саволга аниқ ва тўғри жавоб танлаб олинади.

«Ақлий хужум» методини қўллашдаги асосий қоидалар:

- а) Билдирилган фикр-ғоялар муҳокама қилинмайди ва баҳоланмайди.
- б) Билдирилган ҳар қандай фикр-ғоялар, улар ҳатто тўғри бўлмаса ҳам инобатга олинади.
- в) Билдирилган фикр-ғояларни тўлдириш ва янада кенгайтириш мумкин.

Илова

Мавзу бўйича асосий тушунча ва иборалар

Замонавий таълим воситаси тушунчаси , таълим воситаси турлари, таълим воситасини қўллаш усуллари

Кластер

Кластер - (ўрам, боғлам). Билимларни актуаллашишни рағбатлантиради, мавзу бўйича фикрлаш жараёнига янги бирлашган тасавурларни очик ва эркин кириб боришига ёрдам беради.

«Кластерни тузиш қоидалари» билан танишадилар. Катта коғознинг марказига калит сўзи ёзилади.

Калит сўзи билан бирлашиши учун унинг ён томонларига кичик айланалар ичига «йўлдошлар» ёзилади ва «Катта» айланага чизикчалар билан бирлаштирилади. Бу «йўлдошлар» нинг «кичик йўлдошлари» бўлиши мумкин ва х.о. Мазкур мавзу билан боғлиқ бўлган сўзлар ва иборалар ёзилади.

Мулоҳаза қилиш учун кластерлар билан алмашишади.

Илова

Гуруҳларда иш олиб бориш қоидалари

- ✓ Ўзаро ҳурмат ва илтифот кўрсатган ҳолда ҳар ким ўз дўстларини тинглай олиши керак;
- ✓ Берилган топшириқга нисбатан ҳар ким актив, ўзаро ҳамкорликда ва маъсулиятли ёндашиши керак;
- ✓ Зарур пайтда ҳар ким ёрдам сўраши керак;
- ✓ Сўралган пайтда ҳар ким ёрдам кўрсатиши керак;
- ✓ Гуруҳ иш натижалари баҳоланаётганда ҳамма қатнашиши керак;
- ✓ Ҳар ким аниқ тушуниши керакки:
- ✓ Ўзгаларга ёрдам бериб, ўзимиз ўрганамиз!
- ✓ Биз бир қайиқда сузаямиз: ё бирга кўзлаган манзилга етамиз, ёки бирга чўкамиз!

“Давра суҳбати” мунозарасини ўтказиш бўйича йўриқнома

1. Сўзга чиққанларни диққат билан, бўлмасдан тингланг.
2. Маърузачининг фикрига қўшилмасанг, ўз фикрингни билдиришга рухсат сўра.
3. Маърузачининг фикрига қўшилсанг, кўриб чиқиладиган масала бўйича қўшимча фикрлар билдир.

Таянч сўзлар ва иборалар:

- ❖ Комбинаторика
- ❖ Ньютон биноми.
- ❖ Паскал учбурчаги
- ❖ Эҳтимолликларни қўшиш ва қўпайтириш теоремалари.
- ❖ Шартли эҳтимоллик.

5. Таълим технологияси**“Комбинаторика элементлари ва эҳтимоллар назарияси” модулидан маъруза ўқиш технологияси модели**

Мавзу: Комбинаториканинг асосий формулалари, ўринлаштириш, гуруҳлаш. Ньютон биноми. Паскал учбурчаги. Эҳтимолликларни қўшиш ва қўпайтириш теоремалари. Шартли эҳтимоллик

Ўқув вақти: 80 дақиқа	Тингловчилар: Академик лицей ўқитувчилари
Ўқув машғулоти тури	Маъруза
Ўқув машғулоти режаси	1. Комбинаториканинг асосий формулалари 2. Ньютон биноми. 3. Паскал учбурчаги 4. Эҳтимолликларни қўшиш ва қўпайтириш теоремалари. Шартли эҳтимоллик
Ўқув машғулоти мақсади: тингловчиларда Комбинаторика элементлари ва эҳтимоллар назарияси ҳақидаги тушунчаларни шакллантириш ва ривожлантиришдан иборат	
Педагогик вазифалар: • Мавзу бўйича тингловчиларнинг билимларини ошириш; • Комбинаторика элементлари ва эҳтимоллар назарияси модулининг	Ўқув фаолияти натижалари: тингловчилар билишлари керак: • Комбинаторика асосий формулалари, хоссаларини билиш ва уларга доир масалаларни еча олишлари • Эҳтимоллар назарияси ва унга масалаларни еча олишлари; • Математик индукция методи хусусиятларини

мақсади ва вазифаларини тушунтириб бериш; • Тингловчиларга бўлиниш аломатларини тушунтириш;	билишлари, унинг хоссаларини исботлай олишлари;
Ўқитиш методи ва техникаси	Интерфаол метод
Ўқитиш воситаси	А.С.Юнусов ва бошқаларнинг “Қизиқарли математика ва олимпиада масалалари” ўқув қўлланмаси, доска, таркатма материаллар

Иш вақти босқичлари	Ўқитувчи фаолиятининг мазмуни	Тингловчилар фаолиятининг мазмуни
1-босқич. Ўқув машғулотига кириш (10 дақиқа)	1.1. Мавзуни, мавзу режасини, мақсадини, режалаштирилаётган ўқув натижаларини ва ўқув машғулоти хусусиятини тушунтиради. 1.2. Дарсда ўтилган мавзуни такрорлаган ҳолда бугунги мавзу билан боғланишни тушунтириб беради.	Эшитадилар, ёзадилар.
2-босқич. Асосий (60 дақиқа)	2.1. Мавзуни тўлиғича талқин этади. Режадаги ҳар бир тушунчаларни тингловчиларга тушунтириб беради. 2.2. Мавзу бўйича талабаларга саволлар беради. 2.3. Мавзу бўйича типик масала ва мисоллар келтиради.	Эшитадилар, ёзадилар, саволлар берадилар.
3-босқич. Яқунловчи (10 дақиқа)	3.1. Мавзуни яқунлайди. 3.2. Тингловчиларга мустақил ўрганишлари учун вазифалар топширади.	Эшитадилар, ёзадилар

“Комбинаторика элементлари ва эҳтимоллар назарияси” модули бўйича амалий машғулоти технологияси модели

Мавзу: Биномиал коэффициентлар хоссалари. Такрорли гуруҳлашлар. Комбинаторика масалаларини ечиш.

Ўқув вақти: 80 дақиқа	тингловчилар: Академик лицей ўқитувчилари
Ўқув машғулоти тури	Амалиёт
Ўқув машғулоти режаси	1. Биномиал коэффициент хоссалари

	2. Такрорли ва такрорсиз гуруҳлашлар. 3. Комбинаторика масалалари
Ўқув машғулоти мақсади: тингловчиларда Комбинаторика элементларини шакллантириш ва ривожлантиришдан иборат	
Педагогик вазифалар: • Мавзу бўйича тингловчиларнинг билимларини ошириш; • Комбинаторика элементлари ва эҳтимоллар назарияси модулининг мақсади ва вазифаларини тушунтириб бериш;	Ўқув фаолияти натижалари: тингловчилар билишлари керак: 1. 1. Биномиал коэффициент хоссалари 2. Такрорли ва такрорсиз гуруҳлашлар. 3. Комбинаторика масалалари 4. Мавзуга оид мисоллар еча олишлари.
Ўқитиш методи ва техникаси	Интерфаол метод
Ўқитиш воситаси	А.С.Юнусов ва бошқаларнинг “Қизиқарли математика ва олимпиада масалалари” ўқув қўлланмаси, доска, тарқатма материаллар

Иш вақти босқичлари	Ўқитувчи фаолиятининг мазмуни	Тингловчилар фаолиятининг мазмуни
1-босқич. Ўқув машғулотига кириш (10 дақиқа)	1.1. Мавзуни, мавзу режасини, мақсадини, режалаштирилаётган ўқув натижаларини ва ўқув машғулоти хусусиятини тушунтиради. 1.2. Аввалги дарсда ўтилган мавзуни такрорлаган ҳолда бугунги мавзу билан боғланишни тушунтириб беради.	Эшитадилар, ёзадилар.
2-босқич. Асосий (65 дақиқа)	2.1. Тингловчилар билан биргаликда мисол ва масалалар ечиш	Эшитадилар, ёзадилар, мисоллар ечадилар, саволлар берадилар.
3-босқич. Яқунловчи (5 дақиқа)	3.1. Мавзуни яқунлайди. 3.2. Тингловчиларга мустақил ўрганишлари учун мисол ва масалалар топширади. 3.3. Савол-жавобда, мисол ва масала ечишда фаол иштирок этган тингловчиларни рағбатлантириш.	Эшитадилар, ёзадилар

III. НАЗАРИЙ МАЪЛУМОТЛАР

1-Мавзу: Комбинаториканинг асосий формулалари, ўринлаштириш, гуруҳлаш. Ньютон биноми. Паскал учбурчаги. Эҳтимолликларни қўшиш ва кўпайтириш теоремалари. Шартли эҳтимоллик.

Математиканинг комбинаторика деб аталувчи бўлимида чекли ёки муайян маънода чеклилик шартини қаноатлантирувчи тўпламни қисмларга ажратиш, уларни ўринлаштириш ва ўзаро жойлаштириш, яъни комбинациялар, комбинаторик тузилмалар билан боғлиқ масалалар ўрганилади.

Масалан: Айтайлик қўлимизда бир донадан олма, нок ва мандарин бор. Бу меваларни истемол қилиш кетма-кетлиги қандай бўлиши мумкин?

$A = \{\text{олма, нок, мандарин}\}$ тўпلام элементларидан масала шартини қаноатлантирувчи комбинацияларни ҳосил қиламиз.

Бу комбинациялар қуйидагича бўлади:

- 1) $\langle \text{olma, nok, mandarin} \rangle$;
- 2) $\langle \text{olma, mandarin, nok} \rangle$;
- 3) $\langle \text{nok, olma, mandarin} \rangle$;
- 4) $\langle \text{nok, mandarin, olma} \rangle$;
- 5) $\langle \text{mandarin, nok, olma} \rangle$;
- 6) $\langle \text{mandarin, olma, nok} \rangle$

Бу жараёнда олти хил ҳолат бўлиши мумкин. Демак, комбинациялар сони олтитта.

{Бу сўз латинча “комбинатион” сўзидан олинган бўлиб, бирикма, бирлашма, тузулма, туташма маъноларини англатади.}

Комбинаторика турли соҳаларда қўлланилади. Жумлада, математика, кимё, биология, физика, лингвистика, ахборот технологиялари ва бошқа соҳалар билан иш кўрувчи мутахассислар комбинаториканинг хилма-хил масалаларига дуч келадилар.

Комбинаториканинг баъзи элементлари эраמידан олдинги III асрда ҳиндистонликларга маълум эди. Улар ҳозирги вақтда гуруҳлашлар деб аталувчи комбинаторик тушунчалардан фойдаланишган. Эрамининг XIII асрида

Бхаскара Ачаря ўзининг илмий тадқиқотларида груҳлаш ва ўрин алмаштириш қўллаган.

Умуман олганда комбинаториканинг дастлабки ривож қимор ўйинларини таҳлил илиш билан боғлиқ. Баъзи атоқли математиклар, масалан, Б.Паскал, Якоб Бернулли, Л. Эйлер, П.Л.Чебишев турли ўйинларда (танга ташлаш, соққа ташлаш, карта ўйинлари ва шу кабиларда) илмий жиҳаддан асосланган қарор қабул қилишда комбинаторикани қўллашган.

ХВИИ асрда комбинаторика математиканинг алоҳида бир илмий йўналиши сифатида шакллана бошлади. Б. паскал ўзининг “Арифметик учбурчак ҳақида трактат” ва “Сонли тартиблар ҳақида трактат” (1665-й.) номли асарларида ҳозирги вақтда биномиал коэффициентлар деб аталувчи сонлар ҳақида маълумотлар келтирган.

Комбинаторика ибораси Г. Лейбниснинг “Комбинаторик санъат ҳақида мулоҳазалар” номли асарида биринчи бор 1665-йилда келтирилган. Бу асарда бирлашмалар назарияси илмий жиҳатдан илк бор асосланган. Ўринлаштиришларни ўрганишни биринчи бўлиб Якоб Бернулли шуғулланган ва бу ҳақдаги маълумотларни 1713-йилда босилиб чиққан “Арс сонжестанди” (Башорат қилиш санъати) номли китобининг ИИ-қисмида баён қилган. Ҳозирги вақтда комбинаторикада қўлланиладиган белгилашлар XIX асрга келиб шаклланди.

Комбинарсия- бу комбинаториканинг асосий тушунчаси. Бу тушунча ёрдамида ихтиёрий тўпламнинг қандайдир сондаги элементларидан ташкил топган тузилмалар ифодаланади. Комбинаторикада бундай тузилмаларнинг ўрин алмаштиришлар, ўринлаштиришлар ва груҳлашлар деб аталувчи асосий кўринишлари ўрганилади.

Энди комбинаториканинг содда, аммо муҳим қоидалари билан танишиб чиқамиз.

Қўшиш қоидаси:

1-масала: Уйдан мактабга тўртта йўл билан бориш мумкин. Уйдан мактабга неча хил усулда бориб келиш мумкин?

Кўшиш қоидаси: А объектдан n та усул билан, Б обет эса m та усул билан танланиши мумкин бўлса, у ҳолда А ёки Б объектни $n+m$ та усул билан танлаш мумкин.

2-масала: Аълочи 7 нафар ўқувчидан физика ва математика фанларидан фан олимпиадасида иштирок этиш учун 2 кишини танлаб олиш керак. Буни неча хил усулда амалга ошириш мумкин.

3-масала: Текисликдаги a ва b тўғри чизиклар ўзаро кесишмайди. А тўғри чизикда 3 та, b тўғри чизикда эса 4 та нуқта белгиланган. Бу нуқталарни туташтириш натижасида неча учбурчак ҳосил қилиш мумкин?

Кўпайтириш қоидаси:

1-масала: Матбуот тарқатувчи дўконида беш хил конверт ва тўрт хил марка сотилмоқда. Конверт ва маркани неча хил усулда сотиб олиш мумкин?

Кўпайтириш қоидаси: Агар А объект дастлаб n та усул билан, Б обет эса m та усул билан танланиши мумкин бўлса, у ҳолда А ва Б жуфтлик nm та усул билан танлаш мумкин.

2-масала: 6-А синфда 10 та фан ўқитилади. Душанба куни 4 та дарс, аммо улар турли бўлиши керак. Душанба кунига дарс жадвалини неча хил усулда тузиш мумкин.

3-масала: 0,1,2,3 рақамларидан неча уч хонали сон тузиш мумкин. Рақамлари такрорланадиган ва такрорланмайдиган ҳолларни қаранг.

Машқлар:

1-масала: А,Б,С ва Д шаҳарлар расмда кўрсатилган йўллар билан туташтирилган. А шаҳардан Д шаҳарга ҳар бир шаҳарга бир мартадан кириб ўтиш шарти билан неча хил усулда бориш мумкин?

2-масала. $\{1, 2, 3, 4\}$ тўпладан учта a, b, c сонлари танланди (бир хил бўлиши шарт эмас). $a^b(c)$ сони 4 га бўлинадиган неча комбинация бор?

Ehtimollar nazariyasi

1. Ehtimolning klassik va statistik ta'riflari

Sinash natijasida hodisalarning to'la gruppasini tashkil etuvchi va teng imkoniyatli n ta elementar hodisalar ro'y berishi mumkin bo'lsin. Biror A hodisaning ro'y berishi uchun elementar hodisalardan m tasi qulaylik tug'dirsin. U holda, klassik ta'rif bo'yicha A hodisaning ehtimoli $P(A) = \frac{m}{n}$ tenglik bilan aniqlanadi.

Hodisaning nisbiy chastotasi deb hodisa ro'y bergan sinovlar sonining o'tkazilgan barcha sinovlar soniga nisbatiga aytiladi:

$$W(A) = \frac{m}{n}$$

bu yerda m – A hodisaning ro'y berishlari soni, n – sinovlarning umumiy soni.

Sinovlar soni yetarlicha katta bo'lganda hodisaning statistik ehtimoli sifatida nisbiy chastota yoki unga yaqinroq son tanlanadi.

Klassik ta'rifdan foydalanib, masalalar yechishda kombinatorika formulalari keng qo'llaniladi. Shuni e'tiborga olib, ba'zi kombinatorika formulalarini keltiramiz.

O'rin almashtirishlar deb n ta turli elementlarning o'rin almash-tirishlari soni $P_n = n!(n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n)$ ga aytiladi.

O'rinlashtirishlar n ta turli elementdan m tadan tuzilgan kombinatsiyalar bo'lib, ular bir-biridan elementlarning tarkibi yoki ularning tartibi bilan farq qiladi. Ularning soni $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ yoki $A_n^m = n(n-1)(n-2) \cdots (n-m+1)$ formulalari bilan topiladi.

Gruppalashlar – bir-biridan hech bo'lmaganda bitta elementi bilan farq qiluvchi n ta elementdan m tadan tuzilgan kombinatsiyalardir. Ularning soni $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ ga teng.

1-misol. Qutida 7 ta oq, 3 ta qora shar bor. Undan tavakkaliga olingan sharning oq bo'lishi ehtimolini toping.

Yechish: A – olingan shar oq ekanligi hodisasi bo'lsin. Bu sinov 10 ta teng imkoniyatli elementar hodisalardan iborat bo'lib, ularning 7 tasi A hodisaga qulaylik tug'diruvchidir. Demak,

$$P(A) = \frac{7}{10} = 0,7$$

2-misol. Telefonda nomer terayotgan abonent oxirgi ikki raqamni esdan chiqarib qo'yadi va faqat bu raqamlar har xil ekanligini eslab qolgan holda ularni tavakkaliga terdi. Kerakli raqamlar terilganligi ehtimolini toping.

Yechish: B – ikkita kerakli raqam terilganlik hodisasi bo'lsin, hammasi bo'lib, o'nta raqamdan ikkitadan nechta o'rinlashtirishlar tuzish mumkin bo'lsa, shuncha, ya'ni $A_{10}^2 = 10 \cdot 9 = 90$ ta turli raqamlarni terish mumkin. Demak,

$$P(B) = \frac{1}{A_{10}^2} = \frac{1}{90}.$$

3-misol. Qurilma 5 ta elementdan iborat bo'lib, ularning 2 tasi eskirgan. Qurilma ishga tushirilganda tasodifiy ravishda 2 ta element ulanadi. Ishga tushirishda eskirmagan elementlar ulangan bo'lish ehtimolini toping.

Yechish: Sinovning barcha mumkin bo'lgan elementar hodisalari soni C_5^2 ga teng. Bularning ichidan C_3^2 tasi eskirmagan elementlar ulangan bo'lishi hodisasi (A) uchun qulaylik tug'diradi.

$$\text{Shuning uchun } P(A) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10} = 0.3$$

4-misol. Texnik nazorat bo'limi tasodifan ajratib olingan 100 ta kitobdan iborat partiyada 5 ta yaroqsiz kitob topdi. Yaroqsiz kitoblar chiqishining nisbiy chastotasini toping. Yechish:

$$W(A) = \frac{5}{100} = 0.05$$

5-misol. Nishonga 20 ta o'q uzilgan. Shundan 18 ta o'q nishonga tekkani qayd qilingan. Nishonga tegishlar nisbiy chastotasini toping. Yechish:

$$W(A) = \frac{18}{20} = 0.9$$

6. Qutida 5 ta bir xil buyum bo'lib, ularning 3 tasi bo'yalgan. Tavakkaliga 2 ta buyum olinganda ular orasida:

- A) bitta bo'yalgan bo'lishi;
- B) ikkita bo'yalgan bo'lishi;
- C) hech bo'lmaganda bitta bo'yalgan bo'lishi ehtimolini toping.

7. Tavakkaliga 20 dan katta bo'lmagan natural son tanlanganda, uning 5 ga karrali bo'lish ehtimolini toping.

8. Kartochkalarga 1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlari yozilgan. Tavakkaliga 4 ta kartochka olinib, ular qator qilib terilganda juft son bo'lishi ehtimolini toping.

9. Ikkita o'yin soqqasi baravar tashlanganda quyidagi hodisa-larning ro'y berish ehtimolini toping:

- A) Tushgan ochkolar yig'indisi 8 ga teng.
- B) Tushgan ochkolar ko'paytmasi 8 ga teng.
- C) Tushgan ochkolar yig'indisi ularning ko'paytmasidan katta.

10. Tanga 2 marta tashlanganda aqalli bir marta gerbli tomoni tushishi ehtimolini toping.

11. Qutichada 6 ta bir xil (nomerlangan) kubik bor. Tavakkaliga bitta-bittadan barcha kubiklar olinganda kubiklarning nomerlari o'sib borish tartibida chiqishi

ehtimolini toping.

12. Qutida 12 ta oq va 8 ta qizil shar bor. Tavakkaliga

- A) bitta shar olinganda uning oq bo'lishi ehtimolini toping;
- B) bitta shar olinganda uning qizil bo'lishi ehtimolini toping;
- C) 2 ta shar olinganda ularning turli rangda bo'lishi ehtimolini toping;
- D) 8 ta shar olinganda ularning 3 tasi qizil rangli bo'lishi ehtimolini toping.

13. Qutida 100 ta lampochka bo'lib, ularning 10 tasi yaroqsiz. Tavakkaliga 4 ta lampochka olinadi. Olingan lampochkalar ichida:

- A) yaroqsizlar yo'q bo'lishi;
- B) yaroqlilari yo'q bo'lishi ehtimolini toping.

14. Yashikda 31 ta birinchi nav va 6 ta ikkinchi nav detal bor. Tavakkaliga 3 ta detal olinadi:

- A) Olingan uchala detal birinchi nav bo'lishi ehtimolini toping.
- B) Olingan detallarning hech bo'lmaganda bittasi birinchi nav bo'lishi ehtimolini toping.

15. Ikki o'yin soqqasi tashlanadi. Chiqqan ochkolar yig'indisining 7 ga teng bo'lishi ehtimolini toping.

16. N ta buyumdan iborat partiyada M ta standart buyum bor. Partiyadan tavakkaliga n ta buyum olinadi. Bu n ta buyum ichida m ta standart buyum borligini ehtimolini toping.

17. Yashikda 15 ta detal bo'lib, ulardan 10 tasi bo'yalgan. Yig'uvchi tavakkaliga 3 ta detal oladi. Olingan detallarning bo'yalgan bo'lishi ehtimolini toping.

18. Xaltachada 5 ta bir xil kub bor. Har bir kubning barcha tomonlariga quyidagi harflardan biri yozilgan: o, p, r, s, t. Bittalab olingan va "bir qator qilib" terilgan kublarda "sport" so'zini o'qish mumkinligi ehtimolini toping.

19. Oltita bir xil kartochkaning har biriga quyidagi harflardan biri yozilgan – a, t, m, r, s, o. Kartochkalar yaxshilab aralashtirilgan. Bittalab olingan va "bir qator qilib" terilgan to'rtta kartochkada "soat" so'zini o'qish mumkinligi ehtimolini toping.

20. Hamma tomoni bo'yalgan kub mingta bir xil o'lchamli kubchalarga bo'lingan va yaxshilab aralashtirilgan. Tavakkaliga olingan kubchani a) bitta; b) ikki; c) uchta tomoni bo'yalgan bo'lish ehtimolini toping.

21. Aralashtirilgan 36 talik kartalar dastasidan tavakkaliga bittasi olinadi. Olingan kartaning a) "tuz" bo'lishini b) rasmi (ya'ni "korol", "dama" yoki "valet") bo'lishini ehtimoli qanday?

22. Qutida m ta oq va n ta qora sharlar bor. Qutidan tavakkaliga bitta shar olinadi. Olingan sharning oq bo'lishi ehtimolini toping.

23. Bitta shashqoltosh (kubik, o'yin soqqasi) tashlangan. Quyidagi ehtimollarni toping.

- a) juft ochko tushishi;
- b) 5 ochkodan kam bo'lmagan ochko tushishi.

24. Ikki tanga tashlangan. Agar A – tangalar bir xil tomonlar bilan tushishi hodisasi, B – turli tomonlar bilan tushishi hodisasi bo'lsa, qaysi hodisaning ehtimoli kattaroq?

25. Uchta tanga tashlangan. Ikki marta "gerb" tomoni bilan tushishi ehtimolini toping.

26. 52 talik kartalar dastasidan tavakkaliga uchtasi olinadi. Ularning “3”, “7” va “tuz” karta bo‘lishi ehtimoli qanday?

27. Telefon raqami 6 ta raqamdan iborat. Telefon nomerining: a) raqamlari turli xil bo‘lishi; b) raqamlari 3 ga karrali bo‘lishi ehtimol-larini toping.

28. Qutida faqat ranglari bilan farqlanuvchi 22 ta shar bor: 9 ta ko‘k, 5 ta sariq va 8 ta oq. Qaysi hodisaning ehtimoli kattaroq: qutidan sariq sharning chiqishimi yoki shashqoltosh tashlanganda 5 ochko tushishimi?

29. O‘nta biletdan ikkitasi yutuqli. Tavakkaliga olingan 5 ta bilet orasida bittasi yutuqli bo‘lish ehtimolini toping.

30. 100 ta detal orasida 10 tasi yaroqsiz. Shu partiyadan tanlangan 5 ta detal orasida kamida bittasi yaroqsiz bo‘lish ehtimolini toping.

31. 25 kishidan, jumladan, ular orasida 5 ta ayoldan iborat yig‘ilish 3 kishilik delegatsiyani saylaydi. Agar yig‘ilishning har bir a‘zosi bir xil ehtimollik bilan saylanishi mumkin bo‘lsa, delegatsiyaga ikkita ayol va bir erkak saylanishi ehtimolini toping.

32. Uchta shashqoltosh tashlangan. Quyidagi hodisalar ehtimollarini toping.

a) ixtiyoriy ikkita toshda bir ochko, uchinchisida esa bir bo‘lmagan ochko tushishi;

b) ixtiyoriy ikkita toshda bir xildagi ochko tushishi, uchin-chisida esa boshqa ochko;

c) barcha toshlarda turli sondagi ochko tushishi.

33. “B”, “O”, “K”, “I”, “T” harflarining har biri 5 ta kartoch-kalardan biriga yozilgan. Kartochkalar tasodifan bir qatorga teriladi. “KITOB” so‘zining hosil bo‘lishi ehtimoli qanday?

34. 60 ta imtihon savollaridan talaba 50 tasini biladi. Talabaning unga berilgan uchta savolga javob berish ehtimolini toping.

35. O‘qishni bilmaydigan bola alifbening kesilgan “A”, “A”, “A”, “N”, “N”, “S” harflarini ixtiyoriy ravishda terib chiqdi. Bunda “ANANAS” so‘zining hosil bo‘lish ehtimoli qanday?

36. Alohida kartochkalarga 1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlar yozilgan. Kartochkalar yaxshilab aralashtirilgach, tavakkaliga to‘rttasi olinadi va ketma-ket qator qilib teriladi. Hosil bo‘lgan son 1,2,3,4 bo‘lishi ehti-molini toping.

37. Buyumlar partiyasini sinashda yaroqli buyumlar nisbiy chastotasi 0,9 ga teng bo‘ldi. Agar hammasi bo‘lib, 200 ta buyum tekshirilgan bo‘lsa, yaroqli buyumlar sonini toping.

38. Nishonga qarata 40 ta o‘q uzilgan, shundan 36 ta o‘qning nishonga tekkani qayd qilingan. Nishonga tegishlar nisbiy chastotasini toping.

39. O‘qning nishonga tegish nisbiy chastotasi 0,6 ga teng. Agar 12 ta o‘q nishonga tegmagan bo‘lsa, hammasi bo‘lib nechta o‘q otilgan?

40. Yashikda 3 ta oq va 7 ta qora shar bor. Yashikdan tavakkaliga 2 ta shar olinadi. Olingan 2 ta sharning ham qora bo‘lish ehtimolini toping.

Таъриф ва атамалар

БЎЛИНИШЛИК — бирор соннинг иккинчи бирор сонга бўлина олишлиги.

Евклид фазо — скаляр кўпайтма киритилган чизиqli фазо.

Евклид фазосида ҳаракат - ихтиёрий икки нукта орасидаги масофани сақловчи акслантириш.

Аффин алмаштириш — матрицаси хосмас бўлган чизиqli алмаштириш

Аффин координаталар системаси - ихтиёрий бурчакли координаталар системаси

Назорат саволлари

1. Сонларнинг бўлиниш белгиларини мисоллар келтириб ёритиб беринг.
2. Сонларнинг умумий бўлувчилари деб нимага айтилади?
3. Сонларнинг энг катта умумий бўлувчиси ҳақидаги асосий теоремаларни айтиб беринг.

V. ГЛОССАРИЙ

Термин	Ўзбек тилидаги шарҳи	Инглиз тилидаги шарҳи
Ассесмент	англ. assessment «баҳолаш», билимни, кўникма ва малакаларни бир неча хил ёндашувлар орқали баҳолаш, таҳлил қилиш, синаб кўришдан педагогик технологияси.	the technology of teaching, by documenting of knowledge, skills, attitudes, with using of different ways of assesment, analysis and testing.
Гуруҳли таълим Group training	бир ўқитувчи бир неча ўқитувчини ўқитадиган таълим шакли. Гуруҳлар ўқувчилар сонига қараб: кичик (3-6 ўқувчи), ўрта (7-15 ўқувчи), катта (15 дан ортиқ ўқувчи, гуруҳлар) га ажратилади. Шунингдек, ҳар бир гуруҳдаги таълим олувчиларнинг ёшига, таълим йўналишига ва шу	A form of teaching in which a person teaches a few students. Depending on the number of students the groups can be small (3-6 students), medium (7-15 students) and large (more than 15 students, groups). In addition the each group can be devided by age, training, direction, and etc. In this form

	кабиларга қараб ҳам гуруҳларга ажратилади. Бу шаклни қўллаш жараёнида якка таълим шакллари ҳам амалга оширилади. Биологиядан дарс ўтишда энг самарали гуруҳлар 3-5 киши	of training the individual education is also used/ For teaching biology the groups from 3-5 students is the most effective
Эдвайзер	- якка ҳолда диплом иши, курс ишини ишлаб чиқиш, илмий-тадқиқот олиб бориш, индивидуал дастурларни ишлаб чиқиш, талабаларнинг индивидуал ўсиш ва ривожланишига ёрдам берувчи маслаҳатчидир	Person consulting individual diploma work, course work, scientific research, thesis, development of individual programs and individual academic growth and development of students
Интеллектуал мулк Intellectual proper	ижодий ақлий фаолият маҳсули. Ихтирочилик ва муаллифлик манбаи ҳуқуқи мажмуига кирувчи, фан, адабиёт, санъат ва ишлаб чиқариш соҳасида ижодий фаолиятнинг бошқа турлари, адабий, бадий, илмий асарлар, ижрочи актёрлик санъати, жумладан, овоз ёзиш, радио ва телевидение асарлари кашфиётлар, ихтиролар, саноат намуналари, компьютер учун дастурлар, маълумотлар омбори, товар белгилари, фирма атамалари ва бошқа ақлий мулк манбалари киради	creations of the intellect for which a monopoly is assigned to designated owners by law. Some common types of intellectual property rights (IPR) are trademarks, copyright, patents, industrial design rights, and in some jurisdiction <u>trade secrets</u> : all these cover music, literature, and other artistic works; discoveries and inventions; and words, phrases, symbols, and designs.
Интерфаол машғулот Interactive classes	ўқитувчи ва ўқувчилар ўзаро фаол иштирок этадиган машғулот. Бунда жараён ўзаро ҳамкорликда	Classes in which both the teacher and students are active. The studying and teaching process are done in close

	кечади	cooperation
Малака ошириш Qualification of skills	мутахассислар ва раҳбар ходимларнинг касбий билим ва кўникмаларини янгилаш ҳамда ривожлантириш жараёни	The process of updating and development of professional knowledge and skills of experts and admivistrators

VI. АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ:

АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ

I. Ўзбекистон Республикаси Президентининг асарлари

1. Мирзиёев Ш.М. Буюк келажакимизни мард ва олижаноб халқимиз билан бирга қурамиз. – Т.: “Ўзбекистон”, 2017. – 488 б.
2. Мирзиёев Ш.М. Миллий тараққиёт йўлимизни қатъият билан давом эттириб, янги босқичга кўтарамиз. 1-жилд. – Т.: “Ўзбекистон”, 2017. – 592 б.
3. Мирзиёев Ш.М. Халқимизнинг розилиги бизнинг фаолиятимизга берилган энг олий баҳодир. 2-жилд. Т.: “Ўзбекистон”, 2018. – 507 б.
4. Мирзиёев Ш.М. Нияти улўғ халқнинг иши ҳам улўғ, ҳаёти ёруғ ва келажак фаёвон бўлади. 3-жилд.– Т.: “Ўзбекистон”, 2019. – 400 б.
5. Мирзиёев Ш.М. Миллий тикланишдан – миллий юксалиш сари. 4-жилд.– Т.: “Ўзбекистон”, 2020. – 400 б.

II. Норматив-ҳуқуқий ҳужжатлар

6. Ўзбекистон Республикасининг Конституцияси. – Т.: Ўзбекистон, 2018.
7. Ўзбекистон Республикасининг 2020 йил 23 сентябрда қабул қилинган “Таълим тўғрисида”ги ЎРҚ-637-сонли Қонуни.
8. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февраль “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида”ги 4947-сонли Фармони.
9. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 26 сентябрь “Олий таълим муассасаларига кириш учун номзодларни мақсадли тайёрлаш тизимини янада такомиллаштириш тўғрисида”ги ПҚ-3290-сонли Қарори.
10. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 8 октябрь “Ўзбекистон Республикаси олий таълим тизимини 2030 йилгача ривожлантириш концепциясини тасдиқлаш тўғрисида”ги ПФ-5847-сонли Фармони.
11. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2020 йил 29 октябрь “Илм-фанни 2030 йилгача ривожлантириш концепциясини тасдиқлаш тўғрисида”ги ПФ-6097-сонли Фармони.
12. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2020 йил 7 майдаги “Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий-тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-4708-сонли Қарори.
17. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2020 йил 3 декабрдаги “Иқтидорли ёшларни саралаб олиш тизими ва академик лицейлар фаолиятини такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида” ПҚ-4910-сон Қарори.
18. Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2022 йил 1 июндаги “Академик лицейлар раҳбар ва педагог ходимларининг уздуксиз малакасини ошириш тизимини жорий этиш тўғрисида” 296-сон Қарори.

III. Махсус адабиётлар

19. Sharipov A.S., Topvoldiyev F.F. On Invariants of Surfaces with Isometric on Sections, Mathematics and Statistics 10(3): 523-528, 2022. Scopus DOI: 10.13189/ms.2022.100307

20. Т.И. Бухарова, С.А. Гришин, О.В. Нагорнов, Д.Г. Орловский, Е.Х. Садекова, Е.Б. Сандаков Отраслевая физико-математическая олимпиада школьников «Росатом». Математика. В помощь школьникам 7–11 классов: Учебно-методическое пособие /; под ред. О.В. Нагорнова. – М.: НИЯУ МИФИ, 2018. – 126 с.

21. Sharipov A.S., Abdullayev Q.A. Vektorlar va ularning tatbiqlari. Abstracts of the conference of young scientists. Mathematics, mechanics and intellectual technologies, Tashkent, Uzbekistan, April 21-22, 2022, 167-170 b.

22. A. Artykbaev, A. R. Nurbayev. The Indicatrix of the Surface in Four-Dimensional Galilean Space, Mathematics and Statistics, 8(3), 306-310, 2020. Scopus DOI: 10.13189/ms.2020.080309

23. Арсланов М.М. Знаменитые математические проблемы. - Казань: Казанский федеральный университет, 2012.

24. Бутузов В.Ф. и другие Планиметрия. Пособие для углубленного изучения математики. -М.: Издательство “Физматлит”, 2005.

25. Р. Курант, Г. Роббинс. Что такое математика? Элементарный очерк идей и методов. - Киров, 2001. – 593 с.

IV. Интернет сайтлар

26. <http://edu.uz> – Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги

27. <http://lex.uz> – Ўзбекистон Республикаси Қонун ҳужжатлари маълумотлари миллий базаси

28. <http://lib.bimm.uz> – Олий таълим тизими педагог ва раҳбар кадрларини қайта тайёрлаш ва уларнинг малакасини оширишни ташкил этиш бош илмий-методик маркази

29. <http://ziyonet.uz> – Таълим портали Ziyonet

30. <http://natlib.uz> – Алишер Навоий номидаги Ўзбекистон Миллий кутубхонаси

31. <https://problems.ru/> - Математикадан масалалар.