

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

**BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI HUZURIDAGI PEDAGOG
KADRLARNI QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING
MALAKASINI OSHIRISH MINTAQAVIY MARKAZI**

**“SONLI KETMA-KETLIKLAR VA ULARNING
LIMITLARI”**

**MODULI BO‘YICHA
O‘QUV – USLUBIY MAJMUA**

Buxoro-2024

Mazkur o‘quv-uslubiy majmua Oliy ta’lim, fan va innovatsiyalar vazirligining 2024 yil 6-sentabrdagi 333 -sonli buyrug‘i bilan tasdiqlangan o‘quv reja va dastur asosida tayyorlandi.

Tuzuvchi: Xudayarov S.S – BuxDU Matematik analiz
kafedrasi dotsenti, f.-m.f.f.d.,(PhD)

Taqrizchi: Dilmurodov E.B – BuxDU Matematik analiz
kafedrasi mudiri, dotsenti, f.-m.f.f.d.,(PhD)

MUNDARIJA

I. ISHCHI DASTUR	Ошибка! Закладка не определена.
II. MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA’LIM METODLARI	1
III. NAZARIY MA’LUMOTLAR.....	103
IV. AMALIY MASHG‘ULOTLAR.....	20
V. GLOSSARIY.....	33
VI. ADABIYOTLAR RO‘YXATI:	12

I.ISHCHI DASTUR

KIRISH

Dastur O‘zbekiston Respublikasining 2020 yil 23 sentabrda tasdiqlangan “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 3 dekabrda “Iqtidorli yoshlarni saralab olish tizimi va akademik litseylar faoliyatini takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4910-son hamda Vazirlar Mahkamasining 2022 yil 1 iyundagi “Akademik litseylar rahbar va pedagog xodimlarining uzduksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida”gi 296-son Qarorlarida belgilangan ustuvor yo‘nalishlar mazmunidan kelib chiqqan holda tuzilgan bo‘lib, u zamonaviy talablar asosida malaka oshirish jarayonlarining mazmunini takomillashtirish hamda akademik litseylar pedagog xodimlarining kasbiy kompetentligini muntazam oshirib borishni maqsad qiladi.

Dastur doirasida berilayotgan tayanch modullari mavzulari orqali akademik litseylarda faoliyat olib borayotgan pedagog xodimlarning vektorlar va ularning tenglamalar yechishga oid zamonaviy yondashuvlardan samarali foydalanish, proyektiv geometriyaning tatbiqlarini amalga oshirish, sonlar nazariyasining tenglamalar yechishga oid asoslarini o‘zlashtirish darajasini oshirish hisobiga ularning pedagogik mahorat va kasbiy kompetentligini muntazam takomillashtirish bilan birgalikda pedagog xodimlarning ehtiyojlari asosida tanlab olingan tanlov modullari bo‘yicha bilim, ko‘nikma va malakalarga ega bo‘lishlari ta’minlanadi.

Modulning maqsadi va vazifalari

Modulning maqsadi pedagog xodimlarning o‘quv-tarbiyaviy jarayonlarini yuqori ilmiy-metodik darajada ta’minlashlari uchun zarur bo‘ladigan kasbiy bilim, ko‘nikma va malakalarini muntazam yangilash, kasbiy kompetentligi va pedagogik mahoratining uzluksiz rivojlanishini ta’minlashdan iborat.

Modulning **vazifalariga** quyidagilar kiradi:

- pedagog xodimlarning kasbiy bilim, ko'nikma, malakalarini uzluksiz yangilash va rivojlantirish;

- pedagoglarning zamonaviy talablarga mos holda akademik litseylardagi o'qitish sifati va samaradorligini ta'minlash uchun zarur bo'lgan kasbiy mahorat darajasini oshirish;

- o'qitishning innovatsion texnologiyalari va ilg'or xorijiy tajribalarni o'zlashtirish hamda ulardan o'quv jarayonida samarali foydalanish ko'nikmalarini shakllantirish;

- o'quv jarayonini ilm-fan va ishlab chiqarish bilan samarali integratsiyasini ta'minlashga qaratilgan faoliyatni tashkil etish.

Modul bo'yicha qo'yiladigan talablar

Kurs yakunida tinglovchilar quyidagi yo'nalishlarda bilim, ko'nikma, malaka hamda kompetensiyalarga ega bo'lishlari talab etiladi:

Tinglovchi:

- ketma-ketliklarning berilish usullarini;
 - monoton va chegaralangan ketma-ketliklarni;
 - kasr chiziqli funksiya xossalari;
 - arifmetik progressiyaga doir asosiy formulalarni;
 - geometrik progressiyaga doir asosiy formulalarni;
 - cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya barcha hadlar yig'indisi formulasini;
- bilishi kerak*** hamda ***ko'nikma va malakalariga*** ega bo'lishi lozim.

Modul bo'yicha soatlar taqsimoti

№	Modul mavzulari	Tinglovchining o'quv yuklamasi, soat			
		Hammasi	Auditoriya o'quv yuklamasi		
			Jami	jumladan	
				Nazariy	Amaliy
1.	Sonli ketma-ketliklar.	2	2	2	
2.	Arifmetik progressiya.	2	2		2
3.	Geometrik progressiya va cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya.	2	2		2
Jami:		6	6	2	4

NAZARIY MASHG'ULOTLAR MAZMUNI

1-Mavzu: Sonli ketma-ketliklar. (2 soat)

Sonli ketma-ketliklar. Ketma-ketliklarning berilish usullari. Monoton va chegaralangan ketma-ketliklar. Ketma-ketliklar limiti.

AMALIY MASHG'ULOTLAR MAZMUNI

1-Mavzu: Arifmetik progressiya. (2soat)

Arifmetik progressiyaning xossalari, umumiy hadi va n ta hadi yig'indisini topish formulalarini keltirib chiqarish.

2-Mavzu: Geometrik progressiya va cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya. (2soat)

Geometrik progressiyaning xossalari, umumiy hadi va n ta hadi yig'indisini topish formulalarini keltirib chiqarish. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya va uning hadlar yig'indisining formulasini keltirib chiqarish.

II. MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA’LIM METODLARI

AQLIY HUJUM METODI

Aqliy hujum - g‘oyalarni generatsiya (ishlab chiqish) qilish metodidir. «Aqliy hujum» metodi biror muammoni yechishda talabalar tomonidan bildi - rilgan erkin fikr va mulohazalarni to‘plab, ular orqali ma’lum bir yechimga kelinadigan eng samarali metoddir. Aqliy hujum metodining yozma va og‘zaki shakllari mavjud. Og‘zaki shaklida o‘qituvchi tomonidan berilgan savolga talabalarning har biri o‘z fikrini og‘zaki bildiradi. Talabalar o‘z javoblarini aniq va qisqa tarzda bayon etadilar. Yozma shaklida esa berilgan savolga talabalar o‘z javoblarini qog‘oz kartochkalarga qisqa va barchaga ko‘rinarli tarzda yozadilar. Javoblar doskaga (magnitlar yordamida) yoki «pinbord» doskasiga (ignalar yordamida) mahkamlanadi. «Aqliy hujum» metodining yozma shaklida javoblarni ma’lum belgilar bo‘yicha guruhlab chiqish imkoniyati mavjuddir. Ushbu metod to‘g‘ri va ijobiy qo‘llanilganda shaxsni erkin, ijodiy va no - standart fikrlashga o‘rgatadi.

Aqliy hujum metodidan foydalanilganda talabalarning barchasini jalb etish imkoniyati bo‘ladi, shu jumladan talabalarda muloqot qilish va munozara olib borish madaniyati shakllanadi. Talabalar o‘z fikrini faqat og‘zaki emas, balki yozma ravishda bayon etish mahorati, mantiqiy va tizimli fikr yuritish ko‘nikmasi rivojlanadi. Bildirilgan fikrlar baholanmasligi talabalarda turli g‘oyalar shakllanishiga olib keladi. Bu metod talabalarda ijodiy tafakkurni rivojlantirish uchun xizmat qiladi.

Vazifasi. “Aqliy hujum” qiyin vaziyatlardan qutulish choralarini topishga, muammoni ko‘rish chegarasini kengaytirishga, fikrlash bir xilli - ligini yo‘qotishga va keng doirada tafakkurlashga imkon beradi. Eng asosiysi, muammoni yechish jarayonida kurashish muhitidan ijodiy hamkorlik kayfiyatiga o‘tiladi va guruh yanada jipslashadi.

Ob‘ekti. Qo‘llanish maqsadiga ko‘ra bu metod universal hisoblanib tadqiqotchilikda (yangi muammoni yechishga imkon yaratadi), o‘qitish jarayonida (o‘quv materiallarini tezkor o‘zlashtirishga qaratiladi), rivojlantirishda (o‘z-o‘zini bir muncha samarali boshqarish asosida faol fikrlashni shakllanti - radi) asqotadi.

Qo‘llanish usuli. “Aqliy hujum” ishtirokchilari oldiga qo‘yilgan muammo bo‘yicha xar qanday muloxaza va takliflarni bildirishlari mumkin. Aytilgan fikrlar yozib borildi va ularning mualliflari o‘z fikrlarini qay - tadan xotirasida tiklash imkoniyatiga ega bo‘ldi. Metod samarasi fikrlar xilma-xilligi bilan tavsiflandi va hujum davomida ular tanqid qilin - maydi, qaytadan ifodalanmaydi. Aqliy hujum tugagach, muhimlik jixatiga ko‘ra eng yaxshi takliflar generatsiyalanadi va muammoni yechish uchun zarurlari tanlanadi.

«Aqliy hujum» metodi o‘qituvchi tomonidan qo‘yilgan maqsadga qarab amalga oshiriladi:

1. Talabalarning boshlang‘ich bilimlarini aniqlash maqsad qilib qo‘yilganda, bu metod darsning mavzuga kirish qismida amalga oshiriladi.

2. Mavzuni takrorlash yoki bir mavzuni keyingi mavzu bilan bog'lash maqsad qilib qo'yilganda - yangi mavzuga o'tish qismida amalga oshiriladi.
3. O'tilgan mavzuni mustahkamlash maqsad qilib qo'yilganda - mavzudan so'ng, darsning mustahkamlash qismida amalga oshiriladi.

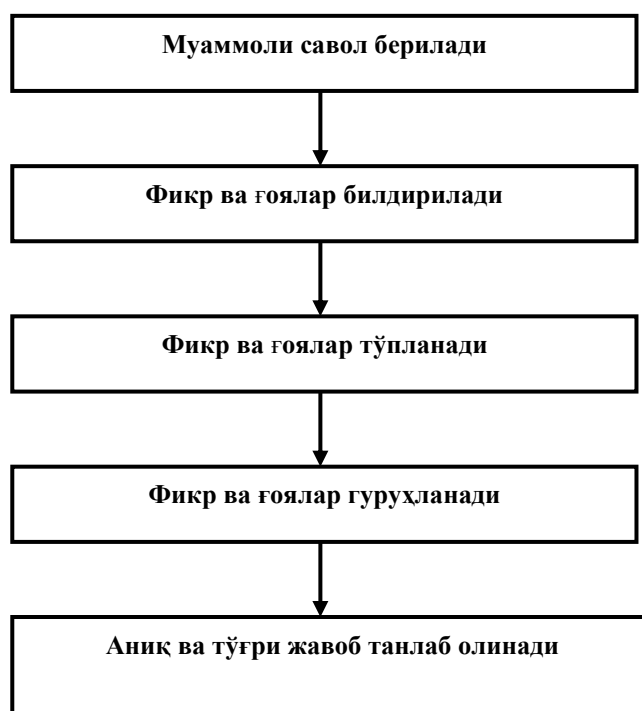
«Aqliy hujum» metodining afzallik tomonlari:

- natijalar baholanmasligi talabalarni turli fikr-g'oyalarning shakllanishiga olib keladi;
- talabalarning barchasi ishtirok etadi;
- fikr-g'oyalar vizuallashtirilib boriladi;
- talabalarning boshlang'ich bilimlarini tekshirib ko'rish imkoniyati mavjud;
- talabalarda mavzuga qiziqish uyg'otish mumkin.

«Aqliy hujum» metodining kamchilik tomonlari:

- o'qituvchi tomonidan savolni to'g'ri qo'ya olmaslik;
- o'qituvchidan yuqori darajada eshitish qobiliyatining talab etilishi.

«Aqliy hujum» metodining tarkibiy tuzilmasi



«Aqliy hujum» metodining bosqichlari:

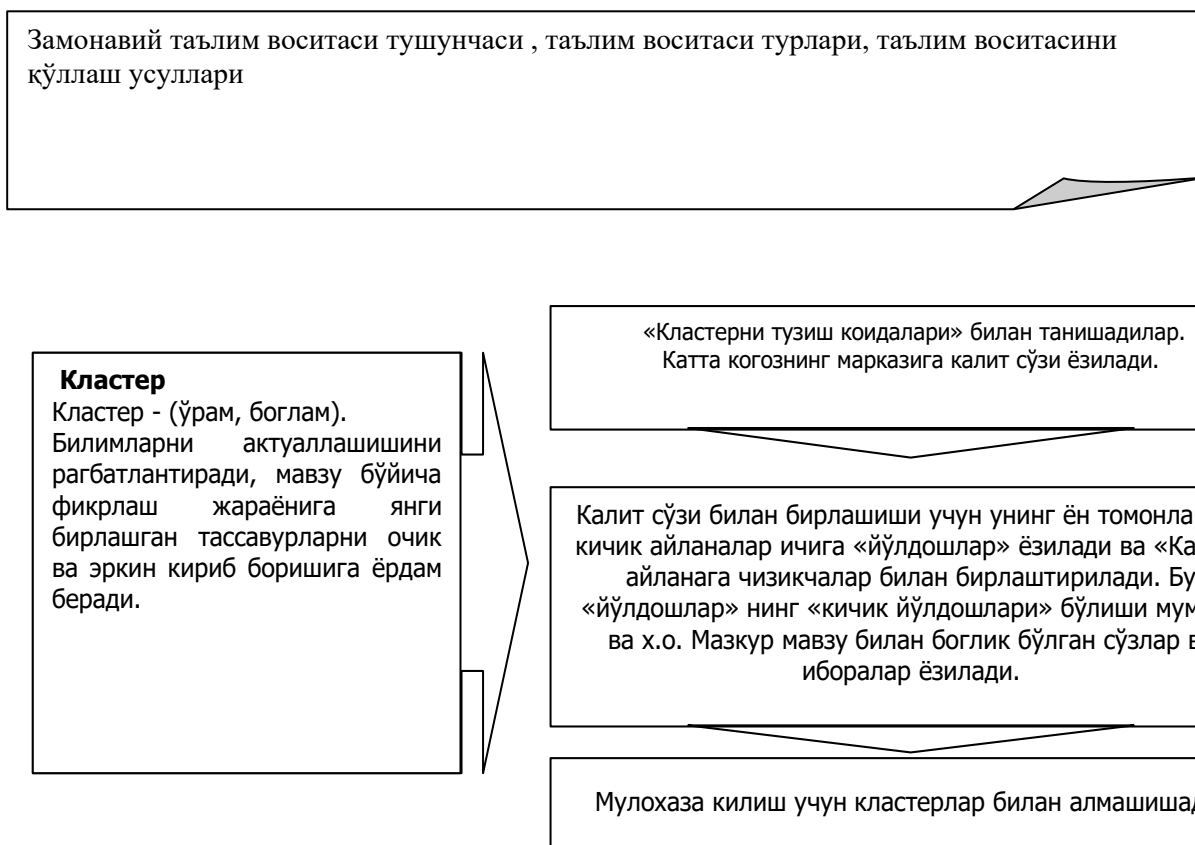
1. Talabalarga savol tashlanadi va ularga shu savol bo'yicha o'z javoblarini (fikr, mulohaza) bildirishlarini so'raladi;
2. Talabalar savol bo'yicha o'z fikr-mulohazalarini bildirishadi;
3. Talabalarning fikr-g'oyalari (magnitafonga, videotasmaga, rangli qog'ozlarga yoki doskaga) to'planadi;
4. Fikr-g'oyalar ma'lum belgilar bo'yicha guruhlanadi;
5. Yuqorida qo'yilgan savolga aniq va to'g'ri javob tanlab olinadi.

«Aqliy hujum» metodini qo'llashdagi asosiy qoidalar:

- a) Bildirilgan fikr-g'oyalar muhokama qilinmaydi va baholanmaydi.
b) Bildirilgan har qanday fikr-g'oyalar, ular hatto to'g'ri bo'lmasa ham inobatga olinadi.
v) Bildirilgan fikr-g'oyalarni to'ldirish va yanada kengaytirish mumkin.

ilova

Mavzu bo'yicha asosiy tushuncha va iboralar



Ilova

Guruxlarda ish olib borish qoidalari

- ✓ Ўзаро ҳурмат ва илтифот кўрсатган ҳолда ҳар ким ўз дўстларини тинглай олиши керак;
- ✓ Берилган топшириқга нисбатан ҳар ким актив, ўзаро ҳамкорликда ва маъсулиятли ёндашиши керак;
- ✓ Зарур пайтда ғар ким ёрдам сўраши керак;
- ✓ Сўралган пайтда ҳар ким ёрдам кўрсатиши керак;
- ✓ Гуруҳ иш натижалари баҳоланаётганда ҳамма қатнашиши керак;
- ✓ Ҳар ким аниқ тушуниши керакки:
- ✓ Ўзгаларга ёрдам бериб, ўзимиз ўрганамиз!
- ✓ Биз бир қайиқда сузаяпмиз: ё бирга кўзлаган манзилга етамиз, ёки бирга чўкамиз!

ilova

“Davra suhbatī” munozarasini o'tkazish bo'yicha yo'riqnoma

1. Soʻzga chiqqanlarni diqqat bilan, boʻlmasdan tinglang.
2. Maʼruzachining fikriga qoʻshilmasang, oʻz fikringni bildirishga ruxsat soʻra.
3. Maʼruzachining fikriga qoʻshilsang, koʻrib chiqilayotgan masala boʻyicha qoʻshimcha fikrlar bildir.

ilova

Tayanch soʻzlar va iboralar:

- ❖ Boʻlinish belgilari
- ❖ Boʻlinishga doir lemma
- ❖ Matematik induksiya
- ❖ Yevklid algoritmi
- ❖ Butun sonlarda yechiladigan tenglamalar
- ❖

5. Taʼlim texnologiyasi

“Sonli ketma-ketliklar va ularning limitlari” modulidan maʼruza oʻqish texnologiyasi modeli

Mavzu: Sonli ketma-ketliklar va ularning limitlari

Oʻquv vaqti: 80 daqiqa	Tinglovchilar: Akademik litsey oʻqituvchilari
Oʻquv mashgʻulot turi	Maʼruza
Oʻquv mashgʻulot rejasi	1. Chekli va cheksiz sonli ketma-ketliklar 2. Sonli ketma-ketlikning berilish usullari 3. Yaqinlashuvchi va uzoqlashuvchi ketma-ketliklar. Ketma-ketlikning limiti.
Oʻquv mashgʻulot maqsadi: Sonli ketma-ketliklar haqidagi tushunchalarni shakllantirish va rivojlantirishdan iborat	
Pedagogik vazifalar: • Mavzu boʻyicha tinglovchilarning bilimlarini oshirish; • Sonli ketma-ketliklarning maqsadi va vazifalarini tushuntirib berish; • Tinglovchilarga sonli ketma-ketlik tatbiqlarini tushuntirish;	Oʻquv faoliyati natijalari: tinglovchilar bilishlari kerak: • Sonli ketma-ketlik tushunchasini bilishlari; • Yaqinlashuvchi va uzoqlashuvchi ketma-ketliklar va ularning limitini topa olishlari; • Limitlar haqida teoremlardan foydalanib turli nostandart tenglamalarni yechishni; • Mavzuga oid misol va masalalar yecha olishlari.
Oʻqitish metodi va texnikasi	Interfaol metod

O'qitish vositasi	T.A. Azlarov, X.T. Mansurovlarning “ Matematik analiz ” darsligi, doska, tarqatma materiallar
--------------------------	--

Ish vaqti bosqichlari	O'qituvchi faoliyatining mazmuni	Tinglovchilar faoliyatining mazmuni
1-bosqich. O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mavzuni, mavzu rejasini, maqsadini, rejalashtirilayotgan o'quv natijalarini va o'quv mashg'ulot xususiyatini tushuntiradi. 1.2. Avvalgi darsda o'tilgan mavzuni takrorlagan xolda bugungi mavzu bilan bog'lanishni tushuntirib beradi.	Eshitadilar, yozadilar.
2-bosqich. Asosiy (60 daqiqa)	2.1. Mavzuni to'lig'icha talqin etadi. Rejadagi har bir tushunchalarni tinglovchilarga tushuntirib beradi. 2.2. Mavzu bo'yicha talabalarga savollar beradi. 2.3. Mavzu bo'yicha tipik masala va misollar keltiradi.	Eshitadilar, yozadilar, savollar beradilar.
3-bosqich. Yakunlovchi (10 daqiqa)	3.1. Mavzuni yakunlaydi. 3.2. Tinglovchilarga mustaqil o'rganishlari uchun vazifalar topshiradi.	Eshitadilar, yozadilar

III. NAZARIY MA'LUMOTLAR

1-Mavzu: Sonli ketma-ketliklar. Ketma-ketliklarning berilish usullari.

Monoton va chegaralangan ketma-ketliklar. Ketma-ketliklar limiti.

Reja

1. Chekli va cheksiz sonli ketma-ketliklar
2. Sonli ketma-ketliklarning berilish usullari
3. Monoton ketma-ketliklar
4. Yaqinlashuvchi va uzoqlashuvchi ketma-ketliklar. Ketma-ketlikning limiti
5. Limitlar haqida teoremlar
6. Cheksiz kichik ketma-ketliklar

Chekli va cheksiz sonli ketma-ketliklar

Har bir natural son $n = 1; 2; 3; \dots$ ga biror qonuniyat bilan a_n son mos keltirilsa, bu bilan $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ sonlar ketma-ketligi aniqlangan deyiladi.

Sonlarning quyidagi to'plamlarini qarab chiqaylik:

$$1, 2, 3, \dots, n, \dots \quad (1)$$

$$1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots, \frac{(-1)^{n-1}}{n} \quad (2)$$

$$\sin 1, \sin 2, \sin 3, \dots, \sin n, \dots \quad (3)$$

Bu to'plamlarning har biridagi istalgan son shu to'plamda tutgan o'rniga mos nomer bilan ta'minlangan, deb hisoblash tabiiy va aksincha, har qanday nomer ko'rsatilganda ham bu to'plamlarning har biridan shu nomerga ega bo'lgan son topiladi. Shunday qilib, yuqorida keltirilgan to'plamlarda har bir sonning aniq mos nomeri bor va u shu nomer bilan to'la aniqlanadi. Bu sonli to'plamlarni berish har bir natural son n ga (nomerga) bittagina son (n nomerli) to'g'ri keladigan moslikni berish, degan so'zdir.

Ta'rif. Natural sonlar to'plamida aniqlangan sonli funksiya sonli cheksiz ketma-ketlik deyiladi (yoki natural sonlar to'plamini haqiqiy sonlar to'plamining qismiga akslanishiga sonlar ketma-ketligi deyiladi). Odatda bu sonli funksiya argumenti n bilan belgilanadi.

Ketma-ketlikning ayrim sonlari uning hadlari deyiladi va odatda quyidagicha belgilanadi:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots, \text{yoki } \{a_n\}$$

Sonli ketma-ketlik ning berilish usullari.

Sonli ketma-ketlikning berish, agar bu ketma-ketlik biror hadi tutgan o'rnining nomeri ma'lum bo'lsa, uning shu hadi qanday topilishi degan so'zdir. Sonli ketma-

ketliklarni berishning turli xil usullari mavjud.

Ta’rif. Ketma-ketlikning istalgan hadini shu hadining nomeri orqali ifodalaydigan formula ketma-ketlik umumiy hadining formulasi deyiladi.

Yuqorida olingan misollarda ketma-ketliklarning umumiy hadlari mos ravishda

$$a_n = n \quad (1^*)$$

$$a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n} \quad (2^*)$$

$$a_n = \sin n \quad (3^*)$$

shaklda yozilgan.

T a ’ rif. Ketma-ketlikning biror hadidan boshlab ixtiyoriy hadini bir yoki bir nechta oldingi hadlari yordamida ifodalaydigan formula rekurrent formula deyiladi.

1-misol. $a_1 = 1, a_2 = 1$ va $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}, n \geq 1$ shartlari bilan berilgan ketma-ketlik hadlarini yozing.

Yechilishi: $a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 2, a_4 = 3, a_5 = 5, a_6 = 8, \dots$

Bu ketma-ketlikning hadlari Fibonachchi sonlari deb ataladi.

2 -misol. 1, 2, 6, 24, 120, ..., $n!$, ... ketma-ketlikni quyidagi rekurrent formula bilan yozish mumkin:

$$a_1 = 1, a_{n+1} = (n+1) \cdot a_n$$

Shunday hollar ham bo‘ladiki, ketma-ketlik o‘z hadlarining ta’rifi bilan beriladi. Masalan, 1,4; 1,41; 1,414 ketma-ketlik $\sqrt{2}$ sonining 0,1; 0,01; 0,001 gacha va hokazo aniqlikda kami bilan olingan taqribiy qiymatlaridan tuzilgan. Bunday hollarda, umuman aytganda, ba’zan umumiy had formulasini aniqlab bo‘lmaydi, shunga qaramay ketma-ketlik to‘la aniqlangan bo‘ladi.

Monoton ketma-ketliklar.

Ta’rif. Hadlari soni chekli bo‘lgan ketma-ketlik — chekli ketma-ketlik, hadlarining soni cheksiz bo‘lgan ketma-ketlik cheksiz ketma-ketlik deyiladi.

Ta’rif. Agar ketma-ketlikning har bir keyingi hadi oldingi hadidan katta (kichik), ya’ni $a_n < a_{n+1}$ ($a_n > a_{n+1}$) bo‘lsa, bu ketma-ketlik o‘svuvchi (kamayuvchi) ketma-ketlik deyiladi.

3 -misol. $a_n = \frac{n+1}{3n-1}$ ketma-ketlikning kamayuvchiligini ko‘rsating.

Yechilishi.

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= \frac{n+2}{3n+2} - \frac{n+1}{3n-1} = \frac{3n^2 + 6n - n - 2 - 3n^2 - 3n - 2n - 2}{(3n+2)(3n-1)} \\ &= \frac{-4}{(3n+2)(3n-1)} < 0 \end{aligned}$$

Demak, $a_{n+1} < a_n$, ya'ni $\{a_n\}$ kamayuvchi ketma-ketlik ekan.

Ta'rif. Agar ketma-ketlikning barcha hadlari uchun $a_{n+1} \geq a_n$ ($a_{n+1} \leq a_n$) o'rinli bo'lsa, bunday ketma-ketlik kamaymaydigan (o'smaydigan) ketma-ketlik deyiladi. O'smaydigan va kamaymaydigan ketma-ketliklar monoton ketma-ketliklar deyiladi.

Ta'rif. Agar $\{a_n\}$ ketma-ketlik chegaralangan bo'lsa, u holda shunday M musbat son mavjudki, $|a_n| < M$ munosabat o'rinli bo'ladi.

Agar ketma-ketlik chegaralanmagan boim asa, uni chegaralanmagan ketma-ketlik deyiladi.

Masalan, ushbu

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{n}{n+1}, \dots$$

ketma-ketlikning barcha hadlari 1 dan kichik, ya'ni

$$a_n < 1.$$

1,4; 1,41; 1,414; 1,4142; ... ketma-ketlik esa $\sqrt{2}$ sonining o'nli yaqinlashuvchilaridan iborat. $1 < a_n < 2$ ekanligi ravshan, demak, bu ketma-ketlik chegaralangan.

Yaqinlashuvchi va uzoqlashuvchi ketma-ketliklar. Ketma-ketlikning limiti.

Ta'rif. Agar a sonning har qanday atrofi $(\alpha; \beta)$ olinganda ham, berilgan $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ ketma-ketlikning biror had a_N dan boshlab barcha qolgan hadlari $(\alpha; \beta)$ da yotsa, bu ketma-ketlik a ga yaqinlashadi deyilib, a son shu ketma-ketlikning limiti deyiladi va $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ yoki $a_n \rightarrow a$ deb yoziladi.

Ketma-ketlikning qaysi hadidan boshlab qolganlari $(\alpha; \beta)$ ning ichiga kelib tushishining ahamiyati yo'q, biror hadidan boshlab qolganlari tushsa bas.

Ketma-ketlikning yaqinlashuvchiligini boshqacha ham ta'riflash mumkin.

Ta'rif . Agar avvaldan har qanday kichik musbat son $\varepsilon > 0$ berilganda ham shunday natural son N ni topish mumkin bo'lsaki, ketma-ketlikning nomeri $n > N$ bo'lgan a_n hadlari ushbu $|a_n - a| < \varepsilon$ tengsizlikni qanoatlantirsa, berilgan ketma-ketlik a ga yaqinlashadi deyiladi.

Teorema. Agar ketma-ketlik yaqinlashsa, u faqat bitta limitga ega bo'ladi.

Teorema. Agar $|q| < 1$ bo'lsa, u holda $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ bo'ladi.

I s b o t i . Biz har qanday $\varepsilon > 0$ uchun shunday N natural son mavjud bo'lib, $n > N$ dan $|q^n - 0| = |q^n| < \varepsilon$ kelib chiqishini ko'rsatishimiz kerak.

$|q| < 1$, shuning uchun $\frac{1}{|q|} > 1$, $\frac{1}{|q|} = 1 + \alpha$, bunda $\alpha > 0$. Tenglikning ikkala

qismini n - darajaga ko'taramiz:

$$\frac{1}{|q|^n} = (1 + \alpha)^n.$$

So'ngra

$$\frac{1}{|q|^n} = (1 + \alpha)^n \geq 1 + n\alpha > n\alpha.$$

Bernulli tengsizligidan

$$(1 + \alpha)^n > 1 + n\alpha$$

Shuning uchun $|q|^n < \frac{1}{n\alpha}$, $N \geq \frac{1}{n\alpha}$ i olamiz. U vaqtda

$$n > \frac{1}{n\alpha}, n\alpha > \frac{1}{\varepsilon}, \frac{1}{n\alpha} < \varepsilon, |q^n - 0| = |q^n| < \frac{1}{n\alpha} < \varepsilon.$$

Shuni isbotlash talab qilingan edi. Bu teorema misollar yechishda ko'p qo'llanadi.

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklarning xossalari

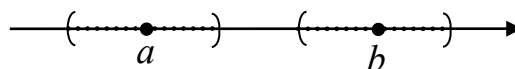
Teorema (ketma-ketlik limitining yagonaligi). Yaqinlashuvchi ketma-ketlik yagona limitga ega.

► $\{x_n\}$ ketma-ketlik a limitga ega bo'lsin.

Har qanday $b \neq a$ son $\{x_n\}$ ketma-ketlikning

limiti bo'la olmasligini isbotlaymiz. Buning

uchun $\varepsilon > 0$ sonni a va b nuqtalarning $U_\varepsilon(a)$, $U_\varepsilon(b)$ atroflari kesishmaydigan qilib tanlaymiz, masalan $\varepsilon = \frac{|b-a|}{3}$ deb olamiz (1-rasm).



1-rasm

Shartga ko'ra $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ u holda $(a - \varepsilon; a + \varepsilon)$ intervaldan tashqarida, xususan $(b - \varepsilon; b + \varepsilon)$ intervalda $\{x_n\}$ ketma-ketlikning chekli sondagi hadlari yotishi mumkin. Shuning uchun b soni $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti bo'la olmaydi. ◀

Ta'rif. Agar ketma-ketlik qiymatlari to'plami yuqoridan (quyidan) chegaralangan bo'lsa, u holda bu ketma-ketlik yuqoridan (quyidan) chegaralangan deyiladi.

Ta'rif. Agar ketma-ketlik yuqoridan ham, quyidan ham chegaralangan bo'lsa, u chegaralangan ketma-ketlik deb ataladi.

Teorema. (Yaqinlashuvchi ketma-ketlikning chegaralanganligi) Har qanday yaqinlashuvchi ketma – ketlik chegaralangan, ya'ni ketma – ketlikning hamma hadlari uchun $m \leq x_n \leq M$ tyengsizlik o'rinli bo'ladigan m va M sonlari mavjud.

Teorema. Agar $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a \neq 0$ bo'lsa, biror N tartib raqamidan boshlab ketma – ketlik hadlari ishorasi a limit ishorasi bilan bir xil bo'ladi.

Natija. Agar $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b$ va $a < b$ bo'lsa, u holda biror N tartib raqamidan boshlab $x_n < y_n$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.

Teorema. Agar $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ ketma – ketliklar yaqinlashuvchi va

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b$ bo'lsa, $\{\alpha \cdot x_n + \beta \cdot y_n\}$ ketma – ketlik ham yaqinlashuvchi bo'ladi va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\alpha \cdot x_n + \beta \cdot y_n) = \alpha \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} x_n + \beta \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \alpha a + \beta b$$

tenglik o'rinli bo'ladi, bu yerda α va β ixtiyoriy o'zgarmas sonlar.

Teorema. Agar $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ ketma – ketliklar yaqinlashuvchi va $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b$ bo'lsa, $\{x_n \cdot y_n\}$ ketma – ketlik ham yaqinlashuvchiva $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \cdot y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = ab$ tenglik o'rinli bo'ladi.

Teorema. Agar $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ ketma – ketliklar yaqinlashuvchiva $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b \neq 0$, hamda ixtiyoriy n uchun $y_n \neq 0$ bo'lsa, u holda $\left\{\frac{x_n}{y_n}\right\}$ ketma – ketlik ham yaqinlashuvchi va $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_n}{y_n}\right) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} x_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} y_n} = a/b$ tenglik o'rinli bo'ladi.

Misol. Limitni hisoblang $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n - 1}{2n^2 + 4n + 5}$.

► Kasrning surat va maxrajini n^2 ifodaga bo'lamiz va 4,5,6-Teoremalarni qo'llaymiz:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n - 1}{2n^2 + 4n + 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{3}{n} - \frac{1}{n^2}}{2 + \frac{4}{n} + \frac{5}{n^2}} = \frac{1 + 0 - 0}{2 + 0 + 0} = \frac{1}{2}$$

limitni hosil qildik. ◀

Qisman ketma-ketliklar. Agar $\{x_n\}$ ketma-ketlik berilgan va uning ayrim x_{n_k} hadlaridan tartib raqamlari o'sib borish tartibida ($k > k'$ ekanligidan $n_k > n_{k'}$ kelib chiqadi va aksincha) tuzilgan yangi $\{x_{n_k}\}$ ketma-ketlik $\{x_n\}$ ketma-ketlikning qisman ketma-ketligi deb ataladi.

$\{x_{n_k}\}$ qisman ketma-ketlikda k bu ketma-ketlik hadining tartib raqami bo'ladi, n_k esa uning dastlabki ketma-ketlikdagi tartib raqami bo'ladi. Barcha $k = 1, 2, \dots$ natural sonlarda $n_k > k$ ekanligi ravshan, shuning uchun $\lim_{k \rightarrow \infty} n_k = +\infty$ bo'ladi.

Yuqorida agar ketma-ketlik chegaralangan bo'lsa, u yaqinlashuvchi ekanligini ko'rsatgan edik. Aksincha albatta o'rinli emas. Masalan, $x_n = (-1)^n, n = 1, 2, \dots$, ketma-ketlik chegaralangan, ammo u limitga ega emas. Shuning bilan birga chegaralangan ketma-ketliklarning shunday muhim bir xossasi borki, u quyidagi teoremda keltirilgan.

Cheksiz kichik ketma-ketliklar

Ta'rif. Limiti nolga teng bo'lgan ketma-ketlik cheksiz kichik ketma-ketlik (yoki qisqacha cheksiz kichik) deb ataladi.

Boshqacha aytganda, $\{a_n\}$ ketma-ketlik cheksiz kichik bo'lsa, ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son

berilganda ham shunday N nomerni ko'rsatish mumkinki, bu ketma-ketlikning N dan katta n nomerli barcha hadlari $|a_n - 0| < \varepsilon$ yoki $|a_n| < \varepsilon$ shartni qanoatlantiradi.

1 - m i s o l. $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ ketma-ketlikni cheksiz kichik ekanligini isbotlang.

Isboti. ε ixtiyoriy kichik musbat son bo'lsin. $\left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon$ yoki $\frac{1}{n} < \varepsilon$ tengsizlik o'rinli bo'lishi uchun $n > \frac{1}{\varepsilon}$ bo'lishi kerak. $\left[\frac{1}{\varepsilon}\right] = N$ deb belgilasak, $\frac{1}{n} < \varepsilon$ tengsizlik n ning $n > \left[\frac{1}{\varepsilon}\right] = N$ qiymatlarida o'rinli bo'ladi, ya'ni $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$. Demak, $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ cheksiz kichik ketma-ketlikdir.

Cheksiz kichiklarning ba'zi xossalari.

Teorema. Ikki, uch va umuman, chekli sondagi cheksiz kichiklarning algebraik yig'indisi cheksiz kichik bo'ladi.

Ya'ni

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n = 0, \dots, \lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_n = 0$$

bo'lsa,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\alpha_n + \beta_n + \dots + \gamma_n) = 0$$

bo'ladi.

Teorema. Chegaralangan ketma-ketlik bilan cheksiz kichikning ko'paytmasi cheksiz kichikdir.

Teorema. $\{a_n\}$ ketma-ketlikning limiti a bo'lishi uchun

$$x_n - a = \alpha_n$$

bo'lishi zarur va yetarlidir.

1 - natija. O'zgarmas son bilan cheksiz kichikning ko'paytmasi cheksiz kichikdir.

2 - natija. Ikki cheksiz kichikning ko'paytmasi ham cheksiz kichikdir.

3 -natija. $\{a_n\}$ ketma-ketlik bilan o'zgarmas a ning ayirmasi cheksiz kichik bo'lsa, bu ketma-ketlikning limiti shu o'zgarmas sondan iborat bo'ladi, ya'ni $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = a$.

Yuqoridagi teoremlar va natijalardan foydalanib, limitlarni hisoblashga doir misollarni ko'ramiz.

2 -m iso l. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2 \left(3 + \frac{1}{n} \right) \left(\frac{1}{n} - 4 \right)$

Y e c h i l i s h i:

$$\begin{aligned}
\lim_{n \rightarrow \infty} 2 \left(3 + \frac{1}{n} \right) \left(\frac{1}{n} - 4 \right) &= 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{1}{n} \right) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} - 4 \right) = \\
&= 2 \left(\lim_{n \rightarrow \infty} 3 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \right) \cdot \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} - \lim_{n \rightarrow \infty} 4 \right) = 2 \cdot 3 \cdot (-4) = -24
\end{aligned}$$

J a v o b : -24.

AMALIY MASHG'OTLAR MAZMUNI

1-Mavzu: Arifmetik progressiyaning xossalari, umumiy hadi va n ta hadi yig'indisini topish formulalarini keltirib chiqarish.

Reja

1. Arifmetik progressiya
2. Geometrik progressiya
3. Geometrik progressiyaning xossalari
4. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya

Arifmetik progressiya

Ta'rif. Ikkinchi hadidan boshlab har bir hadi o'zidan oldingi had bilan biror o'zgarmas son yig'indisiga teng bo'ladigan sonli ketma-ketlik arifmetik progressiya deyiladi.

Ushbu * belgi arifmetik progressiyani belgisi sifatida qabul qilingan.

Masalan:

* 3; 1,5; 0; -1,5; -3; ...,

* 1,2, 3, ...,

* Z, 6, 9,

Agar * $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ berilgan bo'lsa har qanday n uchun

$$a_{n+1} = a_n + d$$

tenglik bajariladi, bunda d — berilgan ketma-ketlik uchun o'zgarmas biror son. Bu d son progressiyaning ayirmasi deyiladi. a_1 — birinchi hadi, a_n esa n hadi va u quyidagicha topiladi:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad (1)$$

Arifmetik progressiyaning dastlabki n ta hadining yig'indisi quyidagicha topiladi:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \text{ yoki } S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n. \quad (2)$$

1 - xossa. Arifmetik progressiyaning ikkinchi hadidan boshlab har bir hadi, o'ziga qo'shni hadlarning o'rta arifmetigiga teng:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}. \quad (3)$$

2 -xossa. Agar m, n, k, l lar arifmetik progressiyaning ixtiyoriy hadlari nomarlari bo'lib, $m + n = k + l$ tenglik bajarilsa, u holda

$$a_m + a_n = a_k + a_l \quad (4)$$

bo'ladi.

(1) va (2) tengliklardan kelib chiqadigan quyidagi ikkita tenglik ham misol va masalalar yechishda muhim ahamiyatga ega:

$$a_n - a_k = (n - k)d, \quad (5)$$

$$S_n - S_{n-1} = a_n. \quad (6)$$

1-misol. Arifmetik progressiyada $a_2 = 10, a_5 = 22$. Shu progressiyaning dastlabki sakkizta hadining yig'indisini toping.

Yechilishi: (5) formuladan foydalansak, $a_5 - a_2 = (5 - 2)d$; bundan arifmetik progressiyaning ayirmasini topamiz: $22 - 10 = 3d, d = 4$.

Endi $a_2 = a_1 + d$ dan $a_1 = 6$ ekanligi kelib chiqadi va (2) formuladan foydalanib $S_8 = \frac{2 \cdot 6 + 7 \cdot 4}{2} \cdot 8 = 160$ ekanligini topamiz.

Javob: 160.

2 -m iso 1. $\{a_n\}$ arifmetik progressiyaning dastlabki n ta hadi yig'indisi 120 ga teng.

Agar $a_3 + a_{n-2} = 30$ bo'lsa, yig'indida nechta had qatnashgan?

Yechilishi. Dastlabki n ta hadi yig'indisi formulasi (2)

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

dan foydalaniladi.

Arifmetik progressiyaning 2-xossasiga ko'ra $a_1 + a_n = a_3 + a_{n-2}$

ekanligidan, $a_1 + a_n = 30$ kelib chiqadi. U holda $n = 8$

Javob: 8.

3 - misol. Hadlari $x_n = 4n + 5$ formula bilan berilgan ketma-ketlikning dastlabki o'ttizta hadi yig'indisini toping.

Yechilishi. Avvalo ketma-ketlik arifmetik progressiya ekanligini isbotlaymiz. Buning uchun progressiyaning 1-xossasidan foydalanamiz. Unga ko'ra

$$x_n = \frac{x_{n-1} + x_{n+1}}{2}$$

bo'lishi kerak.

$$4n + 5 = \frac{4(n-1) + 5 + 4(n+1) + 5}{2};$$

$$4n + 5 = \frac{4n - 4 + 10 + 4n + 4}{2},$$

$4n + 5 = 4n + 5$ tenglik bajarildi. Demak, berilgan ketma-ketlik arifmetik progressiya ekan. U holda $x_1 = 9, x_{30} = 125$ ga teng. Demak,

$$S_{30} = \frac{9+125}{2} \cdot 30 = 2110.$$

Javob: 2110.

Geometrik progressiya

Ta'rif. Birinchi hadi noldan farqli, ikkinchi hadidan boshlab qolgan hadlari o'zidan oldingi hadini noldan farqli biror o'zgarmas songa ko'paytirishdan hosil qilingan ketma-ketlik geometrik progressiya deyiladi.

Masalan,

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

$$1, -1, 1, -1, \dots$$

$$2, -4, 8, -16, \dots$$

$b_1, b_2, b_3, \dots$ geometrik progressiya berilgan bo'lsa, har qanday n uchun $b_{n+1} = b_1 \cdot q$ tenglik bajariladi, bunda q - berilgan ketma-ketlik uchun o'zgarmas, noldan farqli son. Bu q son geometrik progressiyaning maxraji deyiladi. Geometrik progressiyaning n - hadi b_n quyidagi formula bilan topiladi:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad (1)$$

Geometrik progressiyaning dastlabki n ta hadining yig'indisi quyidagi formulalar yordamida topiladi:

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} \text{ yoki } S_n = \frac{b_n q - b_1}{1-q}$$

bunday $q \neq 1$.

Geometrik progressiyaning xossalari

1-xossa. Musbat hadli geometrik progressiya uchun

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1} \quad (3)$$

tenglik o'rinli, ya'ni geometrik progressiyaning ikkinchi hadidan boshlab har bir hadi o'ziga qo'shni hadlarning o'rta geometrigiga teng:

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

2-xossa. Agar m, n, k, l lar geometrik progressiyaning ixtiyoriy hadlari nomerlari bo'lib,

$$m + n = k + l$$

tenglik bajarilsa, u holda

$$b_m \cdot b_n = b_k \cdot b_l \quad (4)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

(1) va (2) tengliklardan kelib chiqadigan ushbu hosilaviy tengliklar misol va masalalar yechishda muhim ahamiyatga ega:

$$S_n - S_{n-1} = b_n \quad (5)$$

$$\frac{b_n}{b_k} = q^{n-k} \quad (6)$$

1 -misol. 4 va 9 sonlari orasiga shunday musbat sonni qo'yingki, natijada geometrik progressiyaning ketma-ket uchta hadi hosil bo'lsin.

Yechilishi. (3) formulaga ko'ra 4, b_2 , 9 uchun

$$b_2 = \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

Javob: 6.

2-misol. Geometrik progressiyada uchinchi va yettinchi hadlarining ko'paytmasi 144 ga teng. Uning beshinchi hadini toping.

Yechilishi. (4) formuladan foydalanamiz:

$$b_3 \cdot b_7 = b_5 \cdot b_5, b_5^2 = 144, b_5 = \pm 12.$$

Javob ± 12

Ishdan maqsad: Ma'ruza materiallari bo'yicha talabalar bilim, malaka va ko'nikmalarini shakllantirish, chuqurlashtirish va kengaytirishdan iboratdir. Bunda, mavzuda ko'rilgan barcha tushuncha, formula va teoremlarga doir misol va masalalarni yechishda, yechimlarni tahlil qilishda olgan nazariy bilimlarini qo'llay olishlari nazarda tutiladi.

Masalaning qo'yilishi: Chekli va cheksiz sonli ketma-ketliklar, sonli ketma-ketlik ning berilish usullari, monoton ketma-ketliklar, yaqinlashuvchi va uzoqlashuvchi ketma-ketliklar, ketma-ketlikning limiti, limitlar haqida teoremlar, cheksiz kichik ketma-ketliklar doir misol va masalalar yechish.

Ishni bajarish uchun namuna

1-misol. $\{x_n\} = \left\{\frac{1}{n}\right\}$ ketma-ketlik $a = 0$ limitga ega ekanligini isbotlang.

► $|x_n - a| = \left|\frac{1}{n}\right| < \varepsilon$. Ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik o'rinli bo'ladigan N musbat butun sonni topamiz. Buning uchun $\frac{1}{n} < \varepsilon$ tengsizlikni yechamiz: $n > \frac{1}{\varepsilon}$. N sifatida $N = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$ deb olamiz, bu yerda $[c]$ orqali c sonining butun qismi belgilangan. Agar $\varepsilon = 0,001$ bo'lsa $N = \left[\frac{1}{0,001}\right] = 1000$. $n > 1000$ uchun $|x_n - a| = \frac{1}{n} < \frac{1}{1000} = 0,001$. ◀

2-misol. $\{x_n\} = \left\{\frac{2n-5}{4n+2}\right\}$ ketma-ketlik $a = \frac{1}{2}$ limitga ega ekanligini isbotlang.

$$\triangleright |x_n - a| = \left| \frac{2n-5}{4n+2} - \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{-12}{2(4n+2)} \right| = \frac{3}{2n+1} < \varepsilon$$

Ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son uchun $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik o'rinli bo'ladigan N musbat butun sonni topamiz. Buning uchun $\frac{3}{2n+1} < \varepsilon$ tengsizlikni yechamiz. $n > \frac{3-\varepsilon}{2\varepsilon} = \frac{3}{2\varepsilon} - \frac{1}{2}$. N sifatida $N = \left[\frac{3}{2\varepsilon} \right]$ deb olamiz. Agar $\varepsilon = 0,01$ bo'lsa $N = \left[\frac{3}{2 \cdot 0,01} \right] = 150$. $n > 150$ uchun

$$|x_n - a| = \frac{3}{2n+1} < \frac{3}{2 \cdot 150 + 1} < \frac{3}{300} = \frac{1}{100} = 0,01$$

ya'ni $a = \frac{1}{2}$ soni berilgan ketma-ketlikning limiti bo'lar ekan. ◀

3-misol. Ixtiyoriy n uchun $x_n = c = \text{const}$ qiymat qabul qiladigan $\{x_n\} = \{c\}$ ketma-ketlikning limiti ana shu c sonining o'zi bo'ladi. Chunki ixtiyoriy n natural sonda $|x_n - c| = |c - c| \equiv 0$. ◀

4-Misol. Limitni hisoblang $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n - 1}{2n^2 + 4n + 5}$.

► Kasrning surat va maxrajini n^2 ifodaga bo'lamiz va 4,5,6-Teoremlarni qo'llaymiz:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n - 1}{2n^2 + 4n + 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{3}{n} - \frac{1}{n^2}}{2 + \frac{4}{n} + \frac{5}{n^2}} = \frac{1 + 0 - 0}{2 + 0 + 0} = \frac{1}{2}$$

limitni hosil qildik. ◀

5-Misol. Limitni hisoblang:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3}{2x - 5}$$

► Limit ostidagi funktsiyani ikkita $f(x) = x^3 + 3$ va $g(x) = 2x - 5$ funktsiyalarning nisbati sifatida qaraymiz. Bu funktsiyalarning har biri $x = 2$ nuqtada limitga ega:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^3 + 3) = 2^3 + 3 = 11$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (2x - 5) = -1.$$

Maxrajdagi $g(x)$ funktsiyaning limiti noldan farqli, shuning uchun bu yerda nisbatning limiti haqidagi teoremani qo'llashimiz mumkin:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3}{2x - 5} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 + 3)}{\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 5)} = \frac{11}{-1} = -11.$$

6-Misol. Limitni hisoblang: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$.

► $f(x) = x^2 - 9$ va $g(x) = x + 3$ deb olamiz. Bu funktsiyalar $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 0$,

$\lim_{x \rightarrow -3} g(x) = 0$ limitlarga ega. Shuning uchun $\frac{0}{0}$ ko'rinishdagi aniqlanmaslikka ega

bo‘lamiz. Limit ostidagi funksiya $x = -3$ nuqtada aniqlanmagan va bu nuqtaning o‘zida funksiyani qaramasdan, faqat limiti qaraladi. Suratdagi $f(x)$ funksiyani ko‘paytuvchilarga ajratamiz:

$$\frac{x^2 - 9}{x + 3} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{x + 3}.$$

O‘ng tomondagi kasrni $x + 3 \neq 0$ ifodaga bo‘lamiz:

$$\frac{x^2 - 9}{x + 3} = x - 3, \quad x \neq -3.$$

Shuning uchun

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} (x - 3) = -6.$$

7-Misol. Limitni hisoblang: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + x^2} - 2}{x^2}$

► Surat va maxrajdagi funksiyalarning $x = 0$ nuqtadagi limitlari nolga teng, shuning uchun yana $\frac{0}{0}$ ko‘rinishdagi aniqmaslikka ega bo‘lamiz. Bu aniqmaslikni ochish uchun

kasrning surat va maxrajini $\sqrt{4 + x^2} + 2$ ifodaga ko‘paytiramiz. $x \neq 0$ holda

$$\frac{\sqrt{4 + x^2} - 2}{x^2} = \frac{(\sqrt{4 + x^2} - 2)(\sqrt{4 + x^2} + 2)}{x^2(\sqrt{4 + x^2} + 2)} = \frac{4 + x^2 - 4}{x^2(\sqrt{4 + x^2} + 2)} = \frac{1}{\sqrt{4 + x^2} + 2}.$$

Hosil qilingan funksiyaga nisbatning limiti haqidagi teoremani qo‘llash mumkin:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + x^2} - 2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{4 + x^2} + 2} = \frac{1}{4}.$$

Mulohaza. Monotonlik ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo‘lishligi uchun zaruriy shart emas. Masalan, monoton bo‘lmagan $\{(-1)^n/n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$$

e soni. Dastlab matematik induksiya metodoga asoslanib ixtiyoriy $n \in \mathbb{N}$ va $n > -1$ uchun Bernulli nomi bilan ataluvchi quyidagitengsizlikni isbotlaymiz:

$$(1 + h)^n \geq 1 + n \cdot h. \quad (1)$$

Bu tengsizlik $n = 1$ uchun o‘rinli. Faraz qilaylik, tengsizlik biror $n = m > 1$ uchun isbotlangan ya’ni $(1 + h)^m \geq 1 + m \cdot h$ tengsizlik o‘rinli bo‘lsin va u $n = m + 1$ uchun ham o‘rinli ekanligini ko‘rsatamiz. So‘nggi tengsizlikning ikkala tomonini $1 + h > 0$ songa ko‘paytiramiz.

$$(1 + h)^{m+1} \geq (1 + mh)(1 + h) = 1 + (m + 1)h + mh^2$$

O‘ng tomondagi ifodada manfiy bo‘lmagan mh^2 hadni tashlab yuborsak,

$(1 + h)^{m+1} \geq 1 + (m + 1)h$ tengsizlikka ega bo‘lamiz, ya’ni tengsizlik $n = m + 1$ uchun ham o‘rinli ekan. Shuning uchun matematik induksiya prinsipiga asosan (1) tengsizlik ixtiyoriy natural n soni uchun o‘rinli.

Endi $\{x_n\} = \left\{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right\}$ ketma – ketlikni qaraymiz. Bernulli tengsizligiga

asosan $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \geq 1 + n \cdot \frac{1}{n} = 2$. Berilgan $\{x_n\}$ ketma-ketlikdan boshqa

$y_n = x_n \left(1 + \frac{1}{n}\right) > 2$ ketma – ketlikni tuzamiz. U holda y_n ketma – ketlik uchun

$$y_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \quad \text{va bundan} \quad \frac{y_n}{y_{n+1}} = \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n+1} : \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n+2} =$$

$$= \frac{(n+1)^{2n+3}}{n^{n+1} \cdot (n+2)^{n+2}} = \frac{n}{n+1} \left[\frac{(n+1)^2}{(n+1)^2 - 1} \right]^{n+2} = \frac{n}{n+1} \left[1 + \frac{1}{(n+1)^2 - 1} \right]^{n+2}$$

O‘ng tomondan ikkinchi ko‘paytuvchiga Bernulli tengsizligini qo‘llaymiz

$$\left[1 + \frac{1}{(n+1)^2 - 1} \right]^{n+2} \geq 1 + \frac{n+2}{(n+1)^2 - 1} = 1 + \frac{n+2}{(n)^2 + 2n} = 1 + \frac{1}{n}$$

U holda

$$\frac{y_n}{y_{n+1}} \geq \frac{n}{n+1} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right) = \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n+1}{n} = 1$$

ya’ni $y_n \geq y_{n+1}$.

Shunday qilib y_n o‘smaydigan ketma- ketlik va u quyidan 2 bilan chegaralandan shuning uchun u limitga ega. U holda $\{x_n\}$ ketma-ketlik ham limitga ega va

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{1 + \frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} y_n.$$

Bu limitni biz e orqli belgilaymiz va uning qiymati

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2,7182818459 \dots$$

ko‘rinishida bo‘ladi.

6-misol. Agar $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^2$ bo‘lsa, $f(x)$ topilsin.

Yechilishi: Berilgan munosabatda $\frac{x}{x+1} = t$ deb belgilaymiz. Unda

$$\frac{x}{x+1} = t \Leftrightarrow x = tx + t \Leftrightarrow x = \frac{t}{1-t} \quad \text{bo‘lib} \quad f(t) = \left(\frac{t}{1-t}\right)^2, \quad \text{yani} \quad f(x) = \left(\frac{x}{1-x}\right)^2$$

bo‘ladi.

Amaliy topshiriqlar

1. Quyidagi ketma-ketliklarning umumiy hadiga ko‘ra dastlabki 5 ta hadi topilsin:

a) $x_n = (-1)^n$

b) $x_n = \frac{n+3}{n+1}$

$$c) x_n = \frac{(-1)^n + 1}{n^2}$$

$$d) x_n = \sin \frac{n\pi}{2}$$

2. Ketma-ketlikning dastlabki hadlariga ko'ra umumiy hadi topilsin:

$$a) \sqrt{1 \cdot 2}, \sqrt{2 \cdot 3}, \sqrt{3 \cdot 4}, \dots$$

$$b) -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \dots$$

$$c) 5, \frac{25}{2}, \frac{125}{6}, \frac{625}{24}, \dots$$

$$d) \frac{1}{11}, \frac{2}{7}, \frac{9}{19}, \frac{8}{13}, \dots$$

3. Ketma-ketlik hadlari orasida eng kattasi topilsin:

$$a) x_n = \sin \frac{n\pi}{2}$$

$$b) x_n = \frac{n^2}{2^n}$$

$$c) x_n = \frac{\pi^2}{(2n+1)!}$$

$$d) x_n = \frac{10^n}{n!}$$

4. Ketma-ketlik hadlari orasida eng kichigi topilsin:

$$a) x_n = n + \frac{5}{n}$$

$$b) x_n = \frac{n^2}{n^2 + 1}$$

$$c) x_n = \cos \frac{n\pi}{2}$$

$$d) x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

5. Ketma-ketlikning yuqoridan hamda quyidan chegaralanganligi ta'riflari keltirilsin.

6. . Quyidagi ketma-ketliklarning yuqoridan chegaralanmaganligi isbotlansin:

$$1) x_n = \sqrt{n}, 2) x_n = \frac{n^3}{n^2 + 1}, 3) x_n = n^{\cos \pi x}.$$

7. Agar $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ ketma-ketliklar chegaralangan bo'lsa, $\{x_n + y_n\}$, $\{x_n - y_n\}$, $\{x_n \cdot y_n\}$ ketma-ketliklar ham chegaralangan bo'lishi isbotlansin.

8. Agar $\{x_n\}$ chegaralangan, $\{y_n\}$ chegaralanmagan bo'lsa, $\{x_n + y_n\}$, chegaralanmagan ketma-ketlik bo'lishi isbotlansin.

9. Agar $\{x_n\}$ va $\{y_n\}$ ketma-ketliklar chegaralanmagan bo'lsa, $\{x_n + y_n\}$, $\{x_n \cdot y_n\}$ ketma-ketlikla haqida nima deyish mumkin? Misollar keltirilsin.

10. Quyidagi ketma-ketliklarning o'suvchi yoki kamayuvchi bo'lishi aniqlansin:

$$a) x_n = \frac{n+1}{n}$$

$$b) x_n = n^2$$

$$c) x_n = \frac{n+1}{2n-1}$$

$$d) x_n = 3^n - 2^n$$

Mustaqil ta'lim mavzulari

1. Sonli ketma-ketlik va uning limiti.
2. Yaqinlashuvchi ketma-ketliklarning xossalari.
3. Yaqinlashuvchi ketma-ketlikning chegaralanganligi. Tengsizliklarda limitga o'tish.
4. Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar ustida amallar.
5. Cheksiz kichik hamda cheksiz katta miqdorlar.

2- MAVZU: Geometrik progressiyaning xossalari, umumiy hadi va n ta hadi yig'indisini topish formulalarini keltirib chiqarish. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya va uning hadlar yig'indisining formulasini keltirib chiqarish.

Ta'rif. Maxrajining moduli birdan kichik bo'lgan geometrik progressiya cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya deyiladi va $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ kabi yoziladi. Bunda $|q| < 1$.

Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning yig'indisi deb $n \rightarrow \infty$ da uning dastlabki n ta hadining yig'indisi intiladigan songa aytiladi va u quyidagiga teng:

$$S_n = \frac{b_1}{1-q} \quad (1)$$

1-misol. $\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{18}, -\frac{1}{54}, \dots$ cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning yig'indisini toping.

Yechilishi: $b_1 = \frac{1}{2}, b_2 = -\frac{1}{6}$ bo'lgani uchun $q = \frac{b_2}{b_1} = -\frac{1}{3}$ (1) formuladan

$$S = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{3}{8}$$

Javob $\frac{3}{8}$.

2-misol. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiyaning birinchi hadi ikkinchisidan 8 ga ortiq, hadlarining yig'indisi esa 18 ga teng. Progressiyaning uchinchi hadini toping.

Yechilishi. Masala shartiga ko'ra $b_1 = b_2 + 8, S = 18$. Bundan

$$\begin{aligned} \begin{cases} b_1 = b_1 q + 8 \\ \frac{b_1}{1-q} = 18 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} b_1(1-q) = 8 \\ \frac{b_1}{1-q} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{8}{1-q} \\ \frac{8}{1-q} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{8}{(1-q)^2} = 18 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{8}{18} = (1-q)^2 \Leftrightarrow \frac{4}{9} = (1-q)^2 \Rightarrow q = \begin{cases} q_1 = 1\frac{2}{3}, \\ q_2 = \frac{1}{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

Progressiya cheksiz kamayuvchi bo'lganligidan $q = \frac{1}{3}$. b_1 ni topamiz:

$$b_1 = \frac{8}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{8}{\frac{2}{3}} = 12$$

b_3 ni topamiz:

$$b_3 = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 12 \cdot \frac{1}{9} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}.$$

Javob $1\frac{1}{3}$.

Ta'rif va atamalar

1. Agar har bir n natural son uchun biror x_n son mos qo'yilgan bo'lsa, u holda

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$$

ketma-ketlik berilgan deyiladi, u $\{x_n\}$ orqali belgilanadi. x_n -ketma-ketlikning umumiy hadi deb ataladi.

2. Agar ixtiyoriy yetarlicha kichik $\varepsilon > 0$ son uchun shunday musbat butun $N = N(\varepsilon)$ son topilib, $n \geq N$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha n natural sonlarda $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, a soni $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti deb ataladi va

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$$

ko'rinishda belgilanadi.

3. Ixtiyoriy $M > 0$ son uchun shunday N natural son topilib, barcha $n > N$ uchun $|x_n| > M$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, $\{x_n\}$ ketma-ketlik cheksiz katta deb ataladi va u $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$ ko'rinishda yoziladi

4. Agar ixtiyoriy $M > 0$ son uchun shunday N natural son topilib, barcha $n > N$ uchun $x_n > M$ (mos ravishda $x_n < -M$) tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, bu holda ham ketma-ketlik cheksiz katta deb ataladi va u $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$ (mos ravishda $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -\infty$) ko‘rinishda yoziladi.
5. Agar ketma-ketlik(chekli) limitga ega bo‘lsa, uni biz *yaqinlashuvchi*, limitga ega bo‘lmasa, *uzoqlashuvchi* ketma-ketlik deb ataymiz.

Glossariy

1. **Sonlar ketma-ketligi**- $f: n \rightarrow x_n, (n=1,2,3,...)$ akslantirishning akslaridan iborat ushbu $x_1, x_2, x_3, \dots x_n, \dots$ to'plam sonlar ketma-ketligi deyiladi.
2. **Yuqoridan chegaralangan ketma-ketlik** – agar shunday o'zgarmas M soni mavjud bo'lsaki, ixtiyoriy $x_n (n=1,2,3,...)$ uchun $x_n \leq M$ tengsizlik bajarilsa, $\{x_n\}$ ketma-ketlik yuqoridan chegaralangan deyiladi.
3. **Quyidan chegaralangan ketma-ketlik** – agar shunday o'zgarmas m soni mavjud bo'lsaki, ixtiyoriy $x_n (n=1,2,3,...)$ uchun $x_n \geq m$ $x_n \leq M$ tengsizlik bajarilsa, $\{x_n\}$ ketma-ketlik quyidan chegaralangan deyiladi.
4. **Chegaralangan ketma-ketlik** – agar $\{x_n\}$ ketma-ketlik ham yuqoridan, ham quyidan chegaralangan bo'lsa $\{x_n\}$ ketma-ketlik chegaralangan deyiladi.
5. **Nuqtaning ε -atrofi** – ushbu

$$U_\varepsilon(a) = \{x \in R \mid a - \varepsilon < x < a + \varepsilon\} = (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$$

to'plam a nuqtaning ε -atrofi deyiladi.

6. **Ketma-ketlikning limiti** – agar ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday n_0 natural soni mavjud bo'lsaki, $n > n_0$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha natural sonlar uchun $|x_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, a son $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi va

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \text{ yoki } n \rightarrow \infty \text{ da } x_n \rightarrow a$$

kabi belgilanadi.

7. **Yaqinlashuvchi ketma-ketlik** – agar $\{x_n\}$ ketma-ketlik chekli limitga ega bo'lsa, u yaqinlashuvchi ketma-ketlik deyiladi.
8. **Cheksiz kichik miqdor** – agar $\{\alpha_n\}$ ketma-ketlikning limiti nolga teng, ya'ni $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$ bo'lsa, $\{\alpha_n\}$ – cheksiz kichik miqdor deyiladi.
9. **Cheksiz katta miqdor** – agar $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti cheksiz bo'lsa, u cheksiz katta miqdor deyiladi.
10. **Monoton ketma-ketlik** – O'suvchi hamda kamayuvchi ketma-ketliklar

Keyslar banki

1-keys. Masala o'rta tashlanadi: Agar $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ bo'lsa, u holda

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = a$$

bo'lishi isbotlansin.

Keysni bajarish bosqichlari va topshiriqlar:

- keysdagi muammoni hal qilish mumkin bo'lgan asosiy formula, tushuncha va tasdiqlarni keltiring (individual va kichik guruhlarda);
- to'plangan ma'lumotlardan foydalanib, qo'yilgan masalani yeching (individual).

Nazorat savollari

1. Sonlar ketma-ketligi nima?
2. Qachon ketma-ketlik yuqoridan (quyidan) chegaralangan (chegaralanmagan) deyiladi?
3. Sonlar ketma-ketligi limiti ta'rifini bering. Misollarda tushuntiring.
4. Yaqinlashuvchi ketma-ketlik ta'rifini ayting.
5. Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar ustida bajariladigan amallar haqidagi teoremani ayting.
6. Cheksiz kichik va cheksiz kata ketma-ketliklar ta'riflarini keltiring.
7. Ikkita cheksiz katta miqdor yig'indisi, ayimasi, ko'paytmasi va nisbati yana cheksiz katta miqdor bo'ladimi?
8. (Qat'iy) o'suvchi (kamayuvchi) ketma-ketliklar ta'riflarini bering?
9. Monoton ketma-ketliklarning limiti haqidagi teoremlarni keltiring.
10. ϵ soni qanday son?

V. GLOSSARIY

Termin	O'zbek tilidagi sharhi	Ingliz tilidagi sharhi
Assesment	angl. assessment “baholash”, bilimni, ko‘nikma va malakalarni bir necha xil yondashuvlar orqali baholash, tahlil qilish, sinab ko‘rishdan pedagogik texnologiyasi.	the technology of teaching, by documenting of knowledge, skills, attitudes, with using of different ways of assesment, analysis and testing.
Guruhli ta’lim Group traning	bir o‘qituvchi bir necha o‘qituvchini o‘qitadigan ta’lim shakli. Guruhlar o‘quvchilar soniga qarab: kichik (3-6 o‘quvchi), o‘rta (7-15 o‘quvchi), katta (15 dan ortiq o‘quvchi, guruhlar) ga ajratiladi. Shuningdek, har bir guruhdagi ta’lim oluvchilarning yoshiga, ta’lim yo‘nalishiga va shu kabilarga qarab ham guruhlarga ajratiladi. Bu shaklni qo‘llash jarayonida yakka ta’lim shakllari ham amalga oshiriladi. Biologiyadan dars o‘tishda eng samarali guruxlar 3-5 kishi	A form of teaching in which a person teaches a few students. Depending on the number of students the groups can be small (3-6 students), medium (7-15 students) and large (more than 15 students, groups). In addition the each group can be devided by age, training, direction, and etc. In this form of traning the individual education is also used/ For teaching biology the groups from 3-5 students is the most effective
Edvayzer	- yakka holda diplom ishi, kurs ishini ishlab chiqish,	Person consulting individual diploma work, course work,

	ilmiy-tadqiqot olib borish, individual dasturlarni ishlab chiqish, talabalarning individual o'sish va rivojlanishiga yordam beruvchi maslahatchidir	scientific research, thesis, development of individual programs and individual academic growth and development of students
Intellectual mulk Intellectual proper	ijodiy aqliy faoliyat mahsuli. Ixtirochilik va mualliflik manbai huquqi majmuiga kiruvchi, fan, adabiyot, san'at va ishlab chiqarish sohasida ijodiy faoliyatning boshqa turlari, adabiy, badiiy, ilmiy asarlar, ijrochi aktyorlik san'ati, jumladan, ovoz yozish, radio va televideniye asarlari kashfiyotlar, ixtirolar, sanoat namunalari, kompyuter uchun dasturlar, ma'lumotlar ombori, tovar belgilari, firma atamaları va boshqa aqliy mulk manbalari kiradi	creations of the intellect for which a monopoly is assigned to designated owners by law. Some common types of intellectual property rights (IPR) are trademarks, copyright, pate nts, industrial design rights, and in some jurisdiction <u>trade</u> <u>secrets</u>: all these cover music, literature, and other artistic works; discoveries and inventions; and words, phrases, symbols, and designs.
Interfaol mashg'ulot Interactive classes	o'qituvchi va o'quvchilar o'zaro faol ishtirok etadigan mashg'ulot. Bunda jarayon o'zaro hamkorlikda kechadi	Classes in which both the teacher and stidents are active. The studing and teaching process are doen in close cooperation
Malaka oshirish Qualification of skills	mutaxassislar va rahbar xodimlarning kasbiy bilim va ko'nikmalarini yangilash hamda rivojlantirish jarayoni	The process of updating and development of professional knowledge and skills of experts and admivistrators

VI. ADABIYOTLAR RO'YXATI:

I. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining asarlari

1. Mirziyoev Sh.M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz. – T.: “O‘zbekiston”, 2017. – 488 b.
2. Mirziyoev Sh.M. Milliy taraqqiyot yo‘limizni qat’iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko‘taramiz. 1-jild. – T.: “O‘zbekiston”, 2017. – 592 b.
3. Mirziyoev Sh.M. Xalqimizning roziligi bizning faoliyatimizga berilgan eng oliy bahodir. 2-jild. T.: “O‘zbekiston”, 2018. – 507 b.
4. Mirziyoev Sh.M. Niyati ulug‘ xalqning ishi ham ulug‘, hayoti yorug‘ va kelajagi farovon bo‘ladi. 3-jild.– T.: “O‘zbekiston”, 2019. – 400 b.
5. Mirziyoev Sh.M. Milliy tiklanishdan – milliy yuksalish sari. 4-jild.– T.: “O‘zbekiston”, 2020. – 400 b.

II. Normativ-huquqiy hujjatlar

6. O‘zbekiston Respublikasining Konstitutsiyasi. – T.: O‘zbekiston, 2018.
7. O‘zbekiston Respublikasining 2020 yil 23 sentyabrda qabul qilingan “Ta’lim to‘g‘risida”gi O‘RQ-637-sonli Qonuni.
8. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevral “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi 4947-sonli Farmoni.
9. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 26 sentyabr “Oliy ta’lim muassasalariga kirish uchun nomzodlarni maksadli tayyorlash tizimini yanada takomillashtirish to‘g‘risida”gi PQ-3290-sonli Qarori.
10. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 8 oktyabr “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5847-sonli Farmoni.
11. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 29 oktyabr “Ilm-fanni 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-6097-sonli Farmoni.
12. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 7 maydagi “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4708-sonli Qarori.
17. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 3 dekabrda “Iqtidorli yoshlarni saralab olish tizimi va akademik litseylar faoliyatini takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida” PQ-4910-son Qarori.
18. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2022 yil 1 iyundagi “Akademik litseylar rahbar va pedagog xodimlarining uzduksiz malakasini oshirish

tizimini joriy etish to‘g‘risda” 296-son Qarori.

Sh. Maxsus adabiyotlar

19. Sharipov A.S., Topvoldiyev F.F. On Invariants of Surfaces with Isometric on Sections, Mathematics and Statistics 10(3): 523-528, 2022. Scopus DOI: 10.13189/ms.2022.100307

20. T.I. Buxarova, S.A. Grishin, O.V. Nagornov, D.G. Orlovskiy, Ye.X. Sadekova, Ye.B. Sandakov Otraslevaya fiziko-matematicheskaya olimpiada shkolnikov «Rosatom». Matematika. V pomoщ shkolnikam 7–11 klassov: *Uchebno-metodicheskoe posobie* /; pod red. O.V. Nagornova. – M.: NIYaU MIFI, 2018. – 126 s.

21. Sharipov A.S., Abdullayev Q.A. Vektorlar va ularning tatbiqlari. Abstracts of the conference of young scientists. Mathematics, mechanics and intellectual technologies, Tashkent, Uzbekistan, April 21-22, 2022, 167-170 b.

22. A. Artykbaev, A. R. Nurbayev. The Indicatrix of the Surface in Four-Dimensional Galilean Space, Mathematics and Statistics, 8(3), 306-310, 2020. Scopus DOI: 10.13189/ms.2020.080309

23. Arslanov M.M. Znamenitые matematicheskie problemy. - Kazan: Kazanskiy federalnyy universitet, 2012.

24. Butuzov V.F. i drugie Planimetriya. Posobie dlya uglublennogo izucheniya matematiki. -M.: Izdatelstvo “Fizmatlit”, 2005.

25. R. Kurant, G. Robbins. Chto takoe matematika? Elementarnyy ocherk idey i metodov. - Kirov, 2001. – 593 s.

IV. Internet saytlar

26. <http://edu.uz> – O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi

27. <http://lex.uz> – O‘zbekiston Respublikasi Qonun hujjatlari ma’lumotlari milliy bazasi

28. <http://lib.bimm.uz> – Oliy ta’lim tizimi pedagog va rahbar kadrlarini qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirishni tashkil etish bosh ilmiy-metodik markazi

29. <http://ziyonet.uz> – Ta’lim portali Ziyonet

30. <http://natlib.uz> – Alisher Navoiy nomidagi O‘zbekiston Milliy kutubxonasi

31. <https://problems.ru/> - Matematikadan masalalar.

