



O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLIY TA‘LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

OLIY TA‘LIM TIZIMI KADRLARINI QAYTA TAYYORLASH VA MALAKASINI  
OSHIRISH INSTITUTI

QORAQALPOQ DAVLAT UNIVERSITETI HUZURIDAGI PEDAGOG  
KADRLARINI QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING MALAKASINI  
OSHIRISH MINTAQAVIY MARKAZI

MATEMATIKA FANINI  
O‘QITISHNING ZAMONAVIY METODIKALARI

MODULI BO‘YICHA

**O‘QUV–USLUBIY MAJMUA**

**Malaka oshirish kursi yo‘nalishi:** Matematika

**Tinglovchilar kontingenti:** Akademik litseylarning pedagog xodimlari.

**Nukus-2026**

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLIY TA‘LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

OLIY TA‘LIM TIZIMI KADRLARINI QAYTA TAYYORLASH VA MALAKASINI  
OSHIRISH INSTITUTI

QORAQALPOQ DAVLAT UNIVERSITETI HUZURIDAGI PEDAGOG  
KADRLARINI QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING MALAKASINI  
OSHIRISH MINTAQAVIY MARKAZI

**«Tasdiqlayman»**

Mintaqaviy markaz direktori

\_\_\_\_\_ K.Ubaydullaev

«\_\_»\_\_\_\_\_2025 yil

**MATEMATIKA FANINI  
O‘QITISHNING ZAMONAVIY METODIKALARI**

**MODULI BO‘YICHA**

**O‘QUV–USLUBIY MAJMU‘A**

**Malaka oshirish kursi yo‘nalishi:** Matematika

**Tinglovchilar kontingenti:** Akademik litseylarning pedagog xodimlari.

Nukus-2026

Modulning ishchi dasturi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligining 2024-yil 27-dekabrda 485-sonli buyrug'i bilan tasdiqlangan oliy ta'lim muassasalari pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malaka oshirish yo'nalishlari o'quv reja va dasturlariga muvofiq ishlab chiqilgan.

**Tuzuvchi:**                      **T. Kurbanbaev** – f.m.f.n., docent

**Taqrizchi:**                      **B.D. Utebaev** – f.m.f.f.d. (PhD), dotsent

*O'quv-uslubiy majmua Berdax nomidagi Qoraqalpoq davlat universiteti Kengashining qarori bilan nashrga tavsiya qilingan  
(20\_\_ - yil “\_\_” \_\_\_\_\_dagi \_\_-sonli bayonnoma).*

## MUNDARIJA

I. ISHCHI DASTUR	5
II. MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA‘LIM METODLARI	5
III. NAZARIY MA‘LUMOTLAR.....	<u>12</u>
IV. AMALIY MASHG‘ULOTLAR.....	32
V. GLOSSARIY	53
VI. ADABIYOTLAR RO‘YXATI: .....	56

# I. ISHCHI DASTUR

## KIRISH

Dastur O‘zbekiston Respublikasining 2020-yil 23-sentyabrda tasdiqlangan “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 3-dekabrda “Iqtidorli yoshlarni saralab olish tizimi va akademik litseylar faoliyatini takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4910-son hamda Vazirlar Mahkamasining 2022-yil 1-iyundagi “Akademik litseylar rahbar va pedagog xodimlarining uzduksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida”gi 296-son Qarorlarida belgilangan ustuvor yo‘nalishlar mazmunidan kelib chiqqan holda tuzilgan bo‘lib, u zamonaviy talablar asosida malaka oshirish jarayonlarining mazmunini takomillashtirish hamda akademik litseylar pedagog xodimlarining kasbiy kompetentligini muntazam oshirib borishni maqsad qiladi.

Dastur dastur doirasida berilayotgan mavzular orqali akademik litseylarda faoliyat olib borayotgan pedagog xodimlarning ta’lim jarayonida matematika fanida masalalarni yechishning nostandart usullarini qo‘llash va uning turli masalalardagi tadbirlariga oid bilimlar darajasini kengaytirish va chuqurlashtirish hisobiga ularning pedagogik mahorat va kasbiy kompetentligini muntazam takomillashtirish bilan bog‘liq bilim, ko‘nikma va malakalarga ega bo‘lishlari ta’minlanadi.

### **Modulning maqsadi va vazifalari**

**Modulning** maqsadi tinglovchilarni matematik masalalarni yechishning nostandart usullarini qo‘llash va ularning matematika fanini o‘qitishda hamda ta’lim sohasida qo‘llanilish imkoniyatlaridan keng foydalanish, dars jarayonida kam e’tibor qaratiladigan masalalarini tahlil qilish va muammolarini hal etish bo‘yicha bilim, ko‘nikma va malakalarini oshirishdan iborat.

**Modulning vazifalariga** quyidagilar kiradi:

- pedagog kadrlarning kasbiy bilim, ko‘nikma, malakalarini uzluksiz oshirish va rivojlantirish;
- pedagoglarning zamonaviy talablarga mos holda akademik litseylardagi o‘qitish sifati va samaradorligini ta’minlash uchun zarur bo‘lgan kasbiy mahorat darajasini oshirish;
- o‘qitishning innovatsion texnologiyalari va ilg‘or xorijiy tajribalarni o‘zlashtirish hamda ulardan o‘quv jarayonida samarali foydalanish ko‘nikmalarini shakllantirish;
- o‘quv jarayonini ilm-fan va ishlab chiqarish bilan samarali integratsiyasini ta’minlashga qaratilgan faoliyatni tashkil etish.

## **Modul bo'yicha tinglovchilarning bilimi, ko'nikma va malakalariga qo'yiladigan talablar**

**“Matematika fanini o'qitishning zamonaviy metodikalari”** modulini o'zlashtirish jarayonida amalga oshiriladigan masalalar doirasida:

### **Tinglovchi:**

- oliy ta'limga kirish testlarining talablariga mos mashqlarni;
- o'zgaruvchilarni almashtirish natijasida trigonometrik funksiyalarga keltirib yechiladigan masalalarni;
- skalyar ko'paytmaning nostandart masalalar yechishda yuqori darajali fikrlash (Bloom: Analyze–Evaluate–Create) texnologiyasidan foydalanishni;
- real hayotiy modellarni;
- mantiqiy topshiriqlar va olimpiada elementlari orqali tahliliy fikrlash ko'nikmalarini shakllantirish metodlarini;
- samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanishga keltiriladigan tenglama va tengsizliklarni ***bilishi*** kerak.

### **Tinglovchi:**

- nostandart masalalarni yuqori samaradorlikka ega belgilashlar orqali yechish;
- vektorlarni skalyar ko'paytmasi va uning xossalarini o'qitishda STEM, STEAM, PBL (Project-based learning) texnologiyalarini qo'llash;
- yektorlar ustida chiziqli amallar va ulardan foydalanib ba'zi tenglama va tengsizliklarni yechish;
- matematik masalalar yechishda funksional o'rniga qo'yish metodikasida o'quvchi markazidagi ta'lim (Learner-centered learning) texnologiyasini qo'llay olish ***ko'nikma va malakalariga*** ega bo'lishi lozim.

### **Tinglovchi:**

- hamjihatlik, o'zaro hurmat va tolerantlikni kuchaytirish;
- reyting tizimi va kompetensiya asosida baholash;
- irratsional tenglamalar va tengsizliklar yechishda test va muammoli topshiriqlarni loyihalash;
- diagnostik, formatif va summativ baholash asoslaridan foydalanish;
- murakkab tenglama va tengsizliklar yechishda nostandart usullardan foydalanish ***kompetensiyalariga*** ega bo'lishi lozim.

**“Matematika fanini o‘qitishning zamonaviy metodikalari” moduli bo‘yicha soatlar taqsimoti**

	Modul mavzulari	Tinglovchining o‘quv yuklamasi, soat			
		Hammasi	Auditoriya o‘quv yuklamasi jumladan		
			Jami	Nazariy	Amaliy
1.	Matematik masalalar yechishda funksional o‘rniga qo‘yish metodikasi	2	2	2	
2.	Yuqori samaradorlikka ega belgilashlar orqali masalalar yechish	2	2		2
3.	Nostandart masalalarni yechish	2	2	2	
4.	Murakkab tenglama va tengsizliklar yechishda nostandart usullardan foydalanish	2	2		2
5.	Kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanish	2	2		2
<b>Jami:</b>		<b>10</b>	<b>10</b>	<b>4</b>	<b>6</b>

**NAZARIY MASHG‘ULOTLAR MAZMUNI**

**1-MAVZU: MATEMATIK MASALALAR YECHISHDA FUNKSIONAL O‘RNIGA QO‘YISH METODIKASI (2 SOAT)**

Matematik masalalar yechishda funksional o‘rniga qo‘yish metodikasida o‘quvchi markazidagi ta’lim (Learner-centered learning) texnologiyani qo‘llash. Vektorlarni skalyar ko‘paytmasi va uning xossalarini o‘qitishda STEM, STEAM, PBL (Project-based learning) texnologiyalarini qo‘llash

**2-MAVZU: YUQORI SAMARADORLIKKA EGA BELGILASHLAR ORQALI MASALALAR YECHISH (2 SOAT)**

Nostandart masalalarni yuqori samaradorlikka ega belgilashlar orqali yechish. Vektorlar ustida chiziqli amallar va ulardan foydalanib ba’zi tenglama va tengsizliklarni yechish

**AMALIY MASHG‘ULOTLAR MAZMUNI**

**1-AMALIY MASHG‘ULOT: NOSTANDART MASALALAR YECHISH (2 SOAT)**

Real hayotiy modellar. Mantiqiy topshiriqlar va olimpiada elementlari orqali tahliliy fikrlash ko‘nikmalarini shakllantirish metodlari. Skalyar ko‘paytmaning nostandart masalalar yechishda yuqori darajali fikrlash (Bloom: Analyze–Evaluate–Create) texnologiyasidan foydalanish

## **2-AMALIY MASHG‘ULOT: MURAKKAB TENGLAMA VA TENGSIZLIKLAR YECHISHDA NOSTANDART USULLARDAN FOYDALANISH (2 SOAT)**

Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanishga keltiriladigan tenglama va tengsizliklar. Murakkab tenglama va tengsizliklar yechishda nostandart usullardan foydalanish.

## **3-AMALIY MASHG‘ULOT: KAM UCHRAYDIGAN KOMBINATSION USULLARDAN FOYDALANISH (2 SOAT)**

O‘zgaruvchilarni almashtirish natijasida trigonometrik funksiyalarga keltirib yechiladigan masalalar. Irratsional tenglamalar va tengsizliklar yechishda test va muammoli topshiriqlarni loyihalash. Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanishga keltiriladigan tenglama va tengsizliklar. Diagnostik, formatif va summativ baholash. Reyting tizimi va kompetensiya asosidagi baholash

**“Matematik masalalar yechishning nostandart usullarini qo‘llash”** moduli ma’ruza va amaliy mashg‘ulotlar shaklida olib boriladi.

Kursni o‘qitish jarayonida ta’limning zamonaviy metodlari, pedagogik texnologiyalar va masofaviy ta’limga asoslangan raqamli texnologiyalari qo‘llanilishi nazarda tutilgan:

- video ma’ruzada zamonaviy interaktiv texnologiyalar yordamida prezentatsiya va elektron-didaktik texnologiyalar;

- o‘tkaziladigan amaliy mashg‘ulotlarda bulutli texnologiyaga asoslangan dasturiy vositalar, ekspress-so‘rovlar, test so‘rovlari va boshqa interaktiv ta’lim usullarini qo‘llash nazarda tutiladi.

## II. MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA’LIM METODLARI

### AQLIY XUJUM METODI

**Aqliy xujum** - g‘oyalarni generatsiya (ishlab chiqish) qilish metodidir. “Aqliy xujum” metodi biror muammoni yechishda talabalar tomonidan bildi - rilgan erkin fikr va mulohazalarni to‘plab, ular orqali ma’lum bir yechimga kelinadigan eng samarali metoddir. Aqliy xujum metodining yozma va og‘zaki shakllari mavjud. Og‘zaki shaklida o‘qituvchi tomonidan berilgan savolga talabalarning har biri o‘z fikrini og‘zaki bildiradi. Talabalar o‘z javoblarini aniq va qisqa tarzda bayon etadilar. Yozma shaklida esa berilgan savolga talabalar o‘z javoblarini qog‘oz kartochkalarga qisqa va barchaga ko‘rinarli tarzda yozadilar. Javoblar doskaga (magnitlar yordamida) yoki “pinbord” doskasiga (ignalar yordamida) mahkamlanadi. “Aqliy xujum” metodining yozma shaklida javoblarni ma’lum belgilar bo‘yicha guruhlab chiqish imkoniyati mavjuddir. Ushbu metod to‘g‘ri va ijobiy qo‘llanilganda shaxsni erkin, ijodiy va no - standart fikrlashga o‘rgatadi.

Aqliy xujum metodidan foydalanilganda talabalarning barchasini jalb etish imkoniyati bo‘ladi, shu jumladan talabalarda muloqot qilish va munozara olib borish madaniyati shakllanadi. Talabalar o‘z fikrini faqat og‘zaki emas, balki yozma ravishda bayon etish mahorati, mantiqiy va tizimli fikr yuritish ko‘nikmasi rivojlanadi. Bildirilgan fikrlar baholanmasligi talabalarda turli g‘oyalar shakllanishiga olib keladi. Bu metod talabalarda ijodiy tafakkurni rivojlantirish uchun xizmat qiladi.

**Vazifasi.** “Aqliy xujum” qiyin vaziyatlardan qutulish choralarini topishga, muammoni ko‘rish chegarasini kengaytirishga, fikrlash bir xilli - ligini yo‘qotishga va keng doirada tafakkurlashga imkon beradi. Eng asosiysi, muammoni yechish jarayonida kurashish muhitidan ijodiy hamkorlik kayfiyatiga o‘tiladi va guruh yanada jipslashadi.

**Obyekti.** Qo‘llanish maqsadiga ko‘ra bu metod universal hisoblanib tadqiqotchilikda (yangi muammoni yechishga imkon yaratadi), o‘qitish jarayonida (o‘quv materiallarini tezkor o‘zlashtirishga qaratiladi), rivojlantirishda (o‘z-o‘zini bir muncha samarali boshqarish asosida faol fikrlashni shakllanti - radi) asqotadi.

**Qo‘llanish usuli.** “Aqliy xujum” ishtirokchilari oldiga qo‘yilgan muammo bo‘yicha xar qanday muloxaza va takliflarni bildirishlari mumkin. Aytilgan fikrlar yozib borildi va ularning mualliflari o‘z fikrlarini qay - tadan xotirasida tiklash imkoniyatiga ega bo‘ldi. Metod samarasi fikrlar xilma-xilligi bilan tavsiflandi va xujum davomida ular tanqid qilin - maydi, qaytadan ifodalanmaydi. Aqliy xujum tugagach, muhimlik jixatiga ko‘ra eng yaxshi takliflar generatsiyalanadi va muammoni yechish uchun zarurlari tanlanadi.

“Aqliy xujum” metodi o‘qituvchi tomonidan qo‘yilgan maqsadga qarab amalga oshiriladi:

1. Talabalarning boshlang‘ich bilimlarini aniqlash maqsad qilib qo‘yilganda, bu metod darsning mavzuga kirish qismida amalga oshiriladi.
2. Mavzuni takrorlash yoki bir mavzuni keyingi mavzu bilan bog‘lash maqsad qilib qo‘yilganda - yangi mavzuga o‘tish qismida amalga oshiriladi.
3. O‘tilgan mavzuni mustahkamlash maqsad qilib qo‘yilganda - mavzudan so‘ng, darsning mustahkamlash qismida amalga oshiriladi.

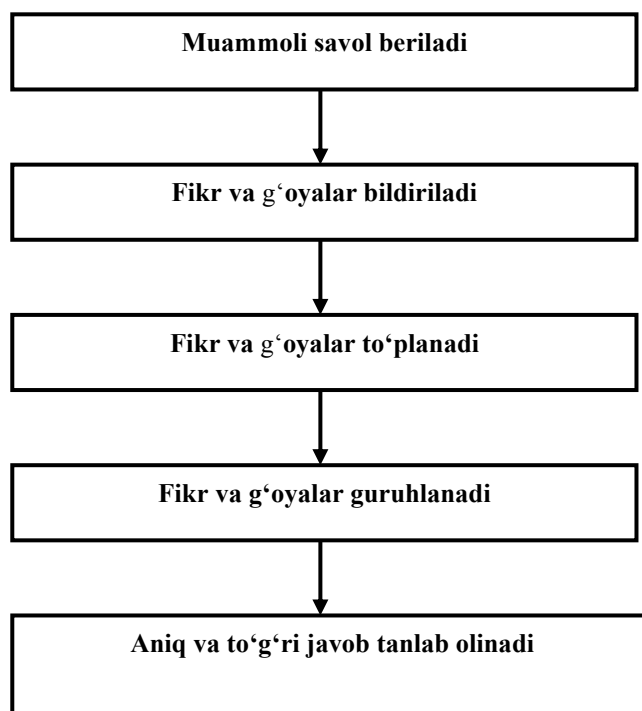
**“Aqliy xujum” metodining afzallik tomonlari:**

- natijalar baholanmasligi talabalarni turli fikr-g‘oyalarning shakl - lanishiga olib keladi;
- talabalarning barchasi ishtirok etadi;
- fikr-g‘oyalar vizuallashtirilib boriladi;
- talabalarning boshlang‘ich bilimlarini tekshirib ko‘rish imkoniyati mavjud;
- talabalarda mavzuga qiziqish uyg‘otish mumkin.

**“Aqliy xujum” metodining kamchilik tomonlari:**

- o‘qituvchi tomonidan savolni to‘g‘ri qo‘ya olmaslik;
- o‘qituvchidan yuqori darajada eshitish qobiliyatining talab etilishi.

**“Aqliy xujum” metodining tarkibiy tuzilmasi**



### **“Aqliy xujum” metodining bosqichlari:**

1. Talabalarga savol tashlanadi va ularga shu savol bo‘yicha o‘z javoblarini (fikir, mulohaza) bildirishlarini so‘raladi;
2. Talabalar savol bo‘yicha o‘z fikr-mulohazalarini bildirishadi;
3. Talabalarning fikr-g‘oyalari (magnitafonga, videotasmaga, rangli qog‘ozlarga yoki doskaga) to‘planadi;
4. Fikr-g‘oyalar ma’lum belgilar bo‘yicha guruhlanadi;
5. Yuqorida qo‘yilgan savolga aniq va to‘g‘ri javob tanlab olinadi.

### **“Aqliy xujum” metodini qo‘llashdagi asosiy qoidalar:**

- a) Bildirilgan fikr-g‘oyalar muhokama qilinmaydi va baholanmaydi.
- b) Bildirilgan har qanday fikr-g‘oyalar, ular hatto to‘g‘ri bo‘lmasa ham inobatga olinadi.
- v) Bildirilgan fikr-g‘oyalarni to‘ldirish va yanada kengaytirish mumkin.

ilova

### **Mavzu bo‘yicha asosiy tushuncha va iboralar**

Zamonaviy ta’lim vositasi tushunchasi , ta’lim vositasi turlari, ta’lim vositasini qo‘llash usullari

Ilova

- ✓ O‘zaro hurmat va iltifot ko‘rsatgan xolda har kim o‘z do‘stlarini tinglay olishi kerak;
- ✓ Berilgan topshiriqqa nisbatan har kim aktiv, o‘zaro hamkorlikda va ma’suliyatli yondashishi kerak;
- ✓ Zarur paytda g‘ar kim yordam so‘rashi kerak;
- ✓ So‘ralgan paytda har kim yordam ko‘rsatishi kerak;
- ✓ Gurux ish natijalari baholanayotganda hamma qatnashishi kerak;
- ✓ Har kim aniq tushunishi kerakki:
- ✓ O‘zgalarga yordam berib, o‘zimiz o‘rganamiz!
- ✓ Biz bir qayiqda suzayapmiz: yo birga ko‘zlagan manzilga yetamiz, yoki birga cho‘kamiz!

### **“Davra suhbat” munozarasini o‘tkazish bo‘yicha yo‘riqnoma**

1. So‘zga chiqqanlarni diqqat bilan, bo‘lmasdan tinglang.
2. Ma’ruzachining fikriga qo‘shilmasang, o‘z fikringni bildirishga ruxsat so‘ra.

3. Ma'ruzachining fikriga qo'shilsang, ko'rib chiqilayotgan masala bo'yicha qo'shimcha fikrlar bildir.

**Tayanch so'zlar va iboralar:**

- ❖ Learner-centered learning texnologiyasi
- ❖ STEM texnologiyasi
- ❖ STEAM texnologiyasi
- ❖ PBL texnologiyasi
- ❖ Nostandart masalalar
- ❖ Vektorlar ustida chiziqli amallar
- ❖ Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullar,
- ❖ Irratsional tenglamalar va tengsizliklar,
- ❖ Diagnostik, formatif va summativ baholash,

### III. NAZARIY MA'LUMOTLAR

#### 1-MAVZU: MATEMATIK MASALALAR YECHISHDA FUNKSIONAL O'RNIGA QO'YISH METODIKASI (2 SOAT)

*Matematik masalalar yechishda funksional o'rniga qo'yish metodikasida o'quvchi markazidagi ta'lim (Learner-centered learning) texnologiyani qo'llash. Vektorlarni skalyar ko'paytmasi va uning xossalari o'qitishda STEM, STEAM, PBL (Project-based learning) texnologiyalarini qo'llash*

#### **Matematik masalalar yechishda funksional o'rniga qo'yish metodikasida o'quvchi markazidagi ta'lim (Learner-centered learning) texnologiyani qo'llash.**

XVII asrda Yan Amos Komenskiy (1592-1670) «an'anaviy o'qitish» atamasini kiritdi. U maktab ta'limini tashkil etib, sinf dars tizimini, maktabda o'quv yili va uni o'quv choraklariga bo'lish to'g'risidagi tushunchani kiritdi, o'quv kunini qanday tashkil etishni belgilab berdi, o'quv mashg'ulotlarining sinf-dars tizimini nazariy jihatdan ishlab chiqdi va buni amalda qo'lladi. An'anaviy ta'lim quyidagi xususiyatlarga ega:

- ✓ an'anaviy ta'limda barcha mavzular bo'yicha qat'iy dars turlari tanlanadi;
- ✓ dars mavzusi bo'yicha bilim, ko'nikma, malakalarni shakllantiriladi, mustahkamlanadi;
- ✓ yangi mavzuni tushuntiriladi, mustahkamlanadi, nazorat, topshiriqlar beriladi;
- ✓ ta'lim oluvchilar o'qituvchini tinglash va o'zlashtirish, berilgan topshiriqlarni bajarish bilan cheklanadi;
- ✓ darsning modul va algoritmlaridan har bir o'qituvchi o'zi qo'llayotgan metodga muvofiq foydalanadi;
- ✓ an'anaviy ta'lim to'g'ridan to'g'ri diqqatni jalb qilmasdan yoki tanlab olingan ba'zi bir qismlarga chuqurroq kirmasdan, fanlarning umumiy doirasini qamrab oladi;
- ✓ an'anaviy o'quv dasturi ma'ruzasida o'qituvchi sinfda biron bir mavzu haqida gapirishni, ta'lim oluvchilar qaydlarni yozib olishni va keyin olingan bilimlarni test yoki imtihonda qo'llashni o'z ichiga oladi. Muayyan shaxslar uchun an'anaviy sinf tuzilmalari va ma'ruzalar monoton bo'lishi mumkin, bu ta'lim oluvchilarning diqqatini tezda yo'qotishiga olib keladi.



## **STEM texnologiyasi**

STEM ta'limi birinchi bor Amerikada Massachusetts Texnologiyalar Institutida (MIT) ishlab chiqilgan. Bu mashhur institutning shiori «Mind and hand» – «Aql va qo'l» dir. Massachusetts Texnologiyalar instituti STEM kurslarini ishlab chiqdi va hatto ba'zi o'quv yurtlarida STEM ta'lim markazlarini yaratadi. Avstraliya, Buyuk Britaniya, Isroil, Kanada, Xitoy, Singapur, AQSH ta'lim tizimida keng qo'llanilmoqda. Ta'limning maqsadi ta'lim oluvchilarni ijodiy tafakkurini rivojlantirish va ularni loyihalashtirish asosida o'qitish orqali tabiiy fanlar, texnologiya, muhandislik, matematika va san'at fanlaridan samarali foydalanishga o'rgatishdir. STEM ta'lim quyidagi xususiyatlarga ega:

✓ STEM ta'limi binar mashg'ulotlar, loyihalar, o'quv tadqiqotlariga tayanadi.

✓ STEM ta'limi muhitida bilimlarni saqlash muhimdir, ammo ta'lim oluvchilarning ushbu bilimlarni qanday qo'llashi

undan ham muhim. STEM nafaqat ta'lim oluvchiga biron-bir mavzu haqida ma'lumot berish, balki o'quvchiga ushbu mavzuni haqiqiy hayotga qanday tatbiq etish va kelajakda undan qanday foydalanish lozimligini ko'rsatishga qaratilgan. Masalan, an'anaviy matematik kurs o'quvchiga tenglamani o'rgatishi mumkin, ammo ta'lim oluvchi ushbu tenglamani haqiqiy hayotdagi vaziyatlarga qanday qo'llashni bilmasligi mumkin. STEM ta'limi o'quvchiga matematik tenglamani o'rgatadi hamda undan fan yoki muhandislik kabi turli sohalarda qanday foydalanish mumkinligiga yo'nalish beradi;

✓ STEM ta'limi diqqatni jalb qilishga, tanlab olingan mavzuning barcha qismlariga chuqurroq kirishga, fanlarni umumiy emas, balki aynan bir qismini qamrab oladi;

✓ STEM ta'limi oluvchilarni to'g'ridan-to'g'ri mavzuga tatbiq etilishi mumkin bo'lgan tadbirlarga jalb qiladi, natijada ta'lim oluvchilarning qiziqishi ortib boradi va bo'shliqni cheklaydi;

✓ STEM ta'limida aynan bir qolip mavjud emas, dars bola shaxsiga yo'naltirilgan bo'lishi kerak;

STEM ta'limining umumiy chizmasi:



## STEM ta'limining o'qitish modeli

Afzalliklari	Kamchiliklari
<p>✓ motivatsiyaning yuqorililigi (<i>ta'lim oluvchilar darsni kamroq qoldirib, darsga nisbatan munosabati o'zgarganini namoyish qiladi. O'qituvchi bola bo'sh vaqtini bajonidil loyiha (o'quv tadqiqoti)ga sarflayotganini sezadi</i>);</p> <p>✓ bilimlarni egallash (<i>bilim olish mas'uliyati o'z bo'ynida ekanligini yaxshiroq his etadi</i>);</p> <p>✓ yuqori darajadagi fikrlash ko'nikmalarining shakllanishi (<i>ta'lim oluvchilar murakkab, mavhum holatlarda ham yuqori darajada fikrlash, muammo yechimini topish, qaror qabul qilish ko'nikmalarini o'zida shakllantiradi</i>);</p> <p>hamkorlikda ishlash ko'nikmasining rivojlanishi (<i>loyiha (o'quv tadqiqoti) jamoaviy jarayon bo'lib, hamkorlikda ishlash afzalligini namoyon etadi. Hamkorlik muhitida ishlab, ta'lim oluvchilar ko'proq ma'lumotga ega bo'lishadi</i>);</p> <p>✓ mustaqil ishlash malakasining rivojlanishi (<i>tashkillashtirish, vaqtni boshqarish, mustaqil ishlash ko'nikma va malakasi shakllanadi</i>);</p> <p>✓ barcha uchun qulay va afzal (<i>loyiha (o'quv tadqiqoti) an'anaviy metodlar samara bermayotgan ta'lim oluvchilar uchun qulay. Avval faol bo'lmagan ta'lim oluvchilar endi o'quv faoliyatida dadillashadi. Darsdagi bilishning turli xil imkoniyatlari ta'lim olish ehtiyoji (motivatsiya)ni shakllantiradi</i>).</p>	<p>✓ ko'p vaqt talab etilganligi;</p> <p>✓ nazorat qilish imkoniyati kamligi;</p> <p>✓ o'qituvchi rolining pasayishi;</p> <p>✓ «bo'sh o'zalshtiruvchi» ta'lim oluvchilar bo'lganligi</p> <p>✓ sababli «iqtidorli»larning bahosiga ta'siri yoki aksincha;</p> <p>✓ o'qituvchining ko'p qirrali bilimga ega emasligi.</p>

STEM - ta'lim jarayonida o'qitish o'quvchilarning qiziqishlari va xususiyatlarini inobatga olgan holda, ayrim fanlar va ularni o'rganish darajasini tanlab olish orqali o'quv jarayonini individuallashtirishni ko'zda tutadi. STEM – ta'lim dasturida o'quvchilarning qiziqishlaridan kelib chiqqan holda sinfdan tashqari va amaliy

mashg'ulotlar o'tkazish nazarda tutiladi. O'quv dastur o'qitishning maqsadlari jamiyat va davlat manfaatlarini va talablariga mos kelmog'i hamda javob bermog'i lozim.

Mustaqil Respublikamizning jahon hamjamiyatida tutgan o'rni tobora o'sib, xalqaro aloqalar, savdo-sotiq, turizm va mamlakatlar o'rtasidagi madaniy hamda iqtisodiy aloqalar rivojlanib, mustahkamlanib borayotgan bir paytda uning kelajagini yaratuvchi yoshlarga xorijiy tillarni puxta o'rgatish va xorijliklar bilan muloqot davomida o'ziga taalluqli masalalarni erkin muhokama qila olish, umuman og'zaki yoki yozma shaklda muloqot qilishni o'rgatish hozirgi kunning eng muhim vazifalaridan biridir.

STEM ta'limi ta'lim oluvchilar maktablarda amaliy, ta'limiy, tarbiyaviy va rivojlantiruvchi maqsadlarga tayanadi:

Amaliy maqsad fanlarga oid dasturlarda qayd etilgan talablar doirasida tushunish, o'z fikrini bayon etish kabi malaka va

### **Ta'limga STEM yondashuv tatbiqi**

Ko'nikmalarni shakllantirish orqali model yaratish hamda ularni tatbiq qilishdan iboratdir.

Ta'limiy maqsad fanlarni chuqur o'rgatish jarayonida ta'lim oluvchilarning tafakkurini o'stirish va egallagan bilimlarini rivojlantirish tushuniladi.

Tarbiyaviy maqsad ta'lim oluvchilarda aqliy mehnat, malaka va ko'nikmalarini hosil qilish, shuningdek, ularni vatanparvarlik va axloqiy poklik ruhida tarbiyalash, har tomonlama rivojlangan, yuksak ma'naviyatli, mustaqil fikrlovchi shaxsni shakllantirish, rostgo'ylik, o'zga xalqqa, uning qadriyatlariga hurmat bilan qarash, iymon-e'tiqod, do'stlik, o'z qadrini bilish va irodalilik kabi sifatlarni shakllantirish kabilar tushuniladi.

Rivojlantiruvchi maqsad ta'lim oluvchini har tomonlama yetuk shaxs bo'lib yetishishini, ya'ni uning aqliy, hissiy va ruhlantiruvchi xususiyatlarini rivojlantirishni ifodalaydi.

STEM ta'limi o'qitishning amaliy, ta'limiy, tarbiyaviy va rivojlantiruvchi maqsadlari nafaqat dars jarayonida, balki darsdan tashqari vaqtlarda mustaqil o'qib o'rganishga yo'naltiradi.

STEM ta'limi o'quv reja, dasturini tuzishda fanlararo bilimlarni uzatish, chuqur fikrlash, o'quvchi tafakkurini o'stirish, izlanish, tanqidiy o'rganish, interfaol strategiyalarni qo'llashni inobatga olinadi. STEM ta'limida ta'lim oluvchilar, o'qituvchi, amaliyotchi trenerlar faoliyat yuritadi.

STEM ta'limi dasturida amaliy mashg'ulotlar ta'lim oluvchining qiziqishini inobatga olgan holda bitta, ikkita yoki undan ortiq yo'nalishlarning: fan, texnologiya, muhandislik, matematika va san'at kabilarning integratsiyasiga tayaniladi. Ushbu integratsiyada o'qitish jarayoni o'qituvchilar uslubi (anketa, individual suhbat, o'zaro hamkorlikda ishlash va boshqalar)ga bog'liq.

Bilimlarni uzatish tizimi – bu hozirgi va kelajakdagi murakkab masalalarni tushunish uchun fanlarning o'zaro bog'liqligini namoyish etishga qaratilgan tuzilma. Bunda faqatgina bitta fan doirasida emas, balki bir nechta fan va sohalarning tushunchalari, metodlari hamda yondashuvlari e'tiborga olinadi. Bilimlarni uzatish tizimi ta'lim oluvchilarning yuqori darajadagi fikrlash strategiyasini, ijodkorligini va o'qishini rivojlantirish uchun pedagogik texnologiyalardan to'g'ri foydalanishni nazarda tutadi. Jumladan, “Blum taksonomiyasi” strategiyasida qo'llaniladigan fe'llardan foydalanish ahamiyatlidir.

### **STEM ta'lim oluvchining ijodiy tafakkurini shakllantiruvchi 8 ko'nikmani rivojlantirish nazarda tutadi:**

1. Savol berish va muammolarni aniqlash. Tabiiy va yaralgan olam haqidagi tasavvurlarni bilish va tushunish uchun savollarni aniq, to'g'ri shakllantira olish ko'nikmasi nazarda tutiladi. Bunda empirik tafakkur shakllantiriladi va rivojlantiriladi.

2. Tadqiqotlarni rejalashtirish va o'tkazish. Ta'lim oluvchilar individual, guruhlarda laboratoriya yoki sinov maydonchalarida tadqiqotlarni rejalashtirish va olib borish ko'nikmasini shakllantiriladi va rivojlantiriladi.

3. Ma'lumotlarni tahlil va talqin qilish. Tadqiqot natijalaridan olingan ma'lumotlarning mazmun-mohiyatini tushunish uchun mantiqiy jihatdan tahlil va talqin qilish ko'nikmasi shakllantiriladi va rivojlantiriladi. Ma'lumotlarning qonuniyatlari har doim ham aniq bo'lmasligi sababli aniqlashtirish uchun bir qator vositalardan: jadvashtirish, grafik izohlash, vizual idrok qilish va statistik tahlildan

foydalaniladi.

4. Matematik va hisoblash tafakkuridan foydalanish. Fizik hodisalar va ularning o'rtasidagi aloqalarini ifodalash uchun matematik va hisoblash vositalardan: statistik ma'lumotlarni tahlil qilish, miqdoriy ko'rsatkichlarni keltirish orqali ta'lim oluvchilarda matematik va hisoblash tafakkuridan foydalanish ko'nikmasi shakllantiriladi va rivojlantiriladi.

5. Mulohazalarni tartibga solish va yechimini ishlab chiqish. Ilmiy mahsulotlar – bu mulohaza va ta'riflar, muhandislik mahsulotlari esa qarorlardir. Shu nuqtayi nazardan ta'lim oluvchilarda mulohaza yuritish, ta'rif berish, qaror chiqarish ko'nikmasi shakllantiriladi va rivojlantiriladi.

6. Dalillar asosida argumentlash. Argumentlash – bu mulohazalar va qarorlar qabul qilish jarayonidir. Bu jarayonda ta'lim oluvchilarda dalillar asosida argumentlash ko'nikmasi shakllantiriladi va rivojlantiriladi.

7. Axborotni qabul qilish, baholash va uzatish. Ta'lim beruvchilar yaratilgan g'oya va metodlarni aniq, ishonchli yetkazishlari kerak. Ta'lim oluvchilar esa yakka tarzda va guruhlarda g'oyalarni o'rganish, baholash va tanqidiy tahlil qilish ko'nikmasiga ega bo'ladi.

8. Modellarni ishlab chiqish va qo'llash. Ta'lim oluvchilar g'oyalar va mulohazalarni taqdim etishda modellar: diagrammalar, chizmalar, fizik nusxalar, matematik tasvirlar, kompyuter modellashtirish vositalarni yaratish va qo'llash ko'nikmasini shakllantiriladi va rivojlantiriladi.

### **STEAM texnologiyasi**

**STEAM texnologiyasi** — bu ta'limda fanlararo integratsiyaga asoslangan zamonaviy pedagogik yondashuv bo'lib, **Science (tabiiy fanlar)**, **Technology (texnologiya)**, **Engineering (muhandislik)**, **Art (san'at)**, **Mathematics (matematika)** yo'nalishlarini birlashtirgan holda o'qitishni nazarda tutadi.

STEAM yondashuvi o'quvchini faqat bilim oluvchi emas, balki muammoni hal qiluvchi, ijodkor va tadqiqotchi shaxs sifatida shakllantiradi.

### **STEAM texnologiyasining paydo bo'lish tarixi**

- XX asr oxiri – XXI asr boshlarida STEM modeli ishlab chiqildi

- Texnik bilimlar yetarli bo'lmagani sababli **Art (ijodkorlik)** komponenti qo'shildi
- Natijada **STEAM** modeli yuzaga keldi

Bu yondashuv AQSh, Janubiy Koreya, Yaponiya, Finlyandiya kabi davlatlarda keng joriy etilgan.

## **Vektorlarni skalyar ko'paytmasi va uning xossalarini o'qitishda STEM, STEAM, PBL texnologiyalarini qo'llash**

### ***Zamonaviy ta'lim texnologiyalarining konseptual asoslari***

Hozirgi kunda ta'lim sohasida kuzatilayotgan tub o'zgarishlar an'anaviy o'qitish uslublaridan voz kechib, yangi pedagogik yondashuvlarni joriy etishni taqozo etadi. STEM yondashuvi fan, texnologiya, muhandislik va matematika sohalarini bir-biriga bog'lab o'qitishni nazarda tutadi. Bu yondashuvning asosiy maqsadi talabalar orasida nazariy bilimlarni amaliy ko'nikmalar bilan uyg'unlashtirish orqali real hayotdagi muammolarni hal qilish qobiliyatini rivojlantirishdir. STEM ta'limining afzalligi shundaki, u turli fanlar o'rtasidagi bog'lanishlarni yaratib, talabalarning bilim olishga bo'lgan qiziqishini oshiradi hamda ularni kelajakdagi kasbiy faoliyatga tayyorlaydi.

STEAM yondashuvi STEM konsepsiyasiga san'at elementlarini qo'shish orqali ta'lim jarayonini yanada boyitadi. San'atning integratsiyasi talabalar orasida ijodiy fikrlashni rag'batlantiradi, estetik tuyg'ularni rivojlantiradi va bilimlarni yangi usullar bilan ifodalashga yordam beradi. Bu yondashuv ayniqsa murakkab matematik tushunchalarni vizual va ijodiy usullar yordamida tushuntirishda katta ahamiyatga ega bo'ladi.

Loyiha asosidagi ta'lim yoki PBL texnologiyasi esa talabalarni faol ishtirokchilar sifatida ta'lim jarayoniga jalb etadi. Bu usulda talabalar mustaqil ravishda tadqiqot olib boradilar, muammolarni aniqlaydilar va ularni hal qilish yo'llarini qidiradilar. PBL texnologiyasining asosiy xususiyati shundaki, u talabalarni real hayotdagi vaziyatlar bilan duch keltiradi va ulardan amaliy yechimlar topishni talab qiladi. Bu esa o'z navbatida tanqidiy fikrlash, jamoaviy ish ko'nikmalari va mustaqil o'rganish qobiliyatlarini rivojlantirishga yordam beradi.

## ***Vektorlarni skalyar ko'paytmasining matematik asoslari***

Vektorlarni skalyar ko'paytmasi matematik tahlilning muhim tushunchalaridan biri bo'lib, ikki vektordan bitta skalar qiymat hosil qiluvchi matematik operatsiya hisoblanadi. Bu operatsiya geometrik va analitik jihatdan turlicha ta'riflanishi mumkin, ammo barcha holatlarda bir xil natijani beradi. Geometrik ta'rifga ko'ra, ikki vektorning skalyar ko'paytmasi ularning uzunliklari ko'paytmasini vektorlar orasidagi burchakning kosinusiga ko'paytirilganiga teng. Bu ta'rif skalyar ko'paytmaning geometrik ma'nosini ochib beradi va uni fazoviy munosabatlarni tahlil qilishda qo'llash imkoniyatini yaratadi.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\theta)$$

Koordinatalar tizimida berilgan vektorlar uchun skalyar ko'paytma ularning mos koordinatalari ko'paytmalarining yig'indisiga teng bo'ladi. Uch o'lchovli fazoda  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  va  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$  vektorlar uchun skalyar ko'paytma  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$  formula orqali hisoblanadi. Bu formula amaliy hisoblashlar uchun juda qulay bo'lib, kompyuter dasturlari va kalkulyatorlar yordamida oson bajarilishi mumkin.

Skalyar ko'paytmaning xossalari uning matematik tabiatini to'liq ochib beradi. Kommutativlik xossasi shuni ko'rsatadiki, vektorlarning o'rnini almashtirganda natija o'zgarmaydi, ya'ni  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ . Distributivlik xossasi skalyar ko'paytmaning vektorlar yig'indisi ustidan taqsimlanishini ifodalaydi:  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ . Assotsiativlik xossasi skalar ko'paytuvchi bilan bog'liq bo'lib,  $k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (k\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$  shaklida ifodalanadi. Perpendikular vektorlarning skalyar ko'paytmasi nolga teng bo'lishi esa geometrik jihatdan juda muhim xususiyat hisoblanadi.

## ***STEM yondashuvini vektorlarni skalyar ko'paytmasini o'qitishda qo'llash***

Vektorlarni skalyar ko'paytmasini o'qitishda STEM yondashuvini qo'llash bu tushunchaning ko'p qirrali tabiatini ochib berishga yordam beradi. Fan sohasida, ayniqsa fizikada, skalyar ko'paytma mexanik ish, quvvat va energiya kabi asosiy tushunchalarni ifodalashda qo'llaniladi. Mexanik ish  $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$  formulasi orqali hisoblanadi, bu yerda  $\vec{F}$  qo'llaniladigan kuch vektori,  $\vec{s}$  esa ko'chish vektori hisoblanadi. Bu formula shuni ko'rsatadiki, ish faqat kuch yo'nalishi bo'yicha amalga oshirilgan ko'chish hisobiga bajariladi. Agar kuch va ko'chish orasidagi burchak 90

gradus bo'lsa, bajarilgan ish nolga teng bo'ladi, bu esa skalyar ko'paytmaning perpendikular vektorlar uchun nolga tengligi xossasini tasdiqlaydi.

Elektr fizikasida ham skalyar ko'paytma keng qo'llaniladi. Elektr maydonida zaryadning ko'chishi natijasida bajarilgan ish  $W = qE \vec{d}$  formula orqali aniqlanadi, bu yerda  $q$  elektr zaryadi,  $E$  elektr maydon kuchlanganligi vektori va  $d$  ko'chish vektori. Bu misollar orqali talabalar nazariy matematik tushunchalarning real fizik hodisalardagi qo'llanilishini ko'rishadi va bu bilimlarning amaliy ahamiyatini tushunishadi.

Texnologiya sohasida zamonaviy dasturiy ta'minot vositalari skalyar ko'paytmani hisoblash va vizualizatsiya qilish uchun keng imkoniyatlar yaratadi. GeoGebra dasturi yordamida talabalar uch o'lchovli fazoda vektorlarni tasvirlab, ularning skalyar ko'paytmasining geometrik ma'nosini ko'rish va tushunish imkoniyatiga ega bo'ladilar. Python dasturlash tilida NumPy kutubxonasi orqali vektorlar bilan ishlash va ularning skalyar ko'paytmasini hisoblash juda oson amalga oshiriladi. MATLAB dasturi murakkab matematik hisoblashlar va katta hajmdagi ma'lumotlar bilan ishlash uchun mo'ljallangan bo'lib, ilmiy tadqiqotlarda keng qo'llaniladi.

Muhandislik sohasida skalyar ko'paytma konstruksiyalarni loyihalashda, mexanizmlarning ishlashini tahlil qilishda va optimallashtirish masalalarini yechishda muhim rol o'ynaydi. Misol uchun, qurilish muhandisligida turli kuchlarning ta'sirini tahlil qilishda, qanotli apparatlarni loyihalashda aerodinamik kuchlarni hisoblashda va robotexnikada manipulyatorlarning harakat traektoriyasini belgilashda skalyar ko'paytmadan foydalaniladi.

### ***STEAM yondashuvining ta'limiy imkoniyatlari***

STEAM yondashuvi STEM ta'limiga san'at elementlarini qo'shish orqali ta'lim jarayonini yanada samarali va qiziqarli qiladi. Vektorlarni skalyar ko'paytmasini o'qitishda san'at elementlaridan foydalanish talabalar uchun murakkab matematik tushunchalarni yanada tushunarli qilishga yordam beradi. Vizual san'atda ranglar nazariyasi RGB model orqali uch o'lchovli vektorlar yordamida ifodalanadi, bu yerda har bir rang uch asosiy komponentning chiziqli kombinatsiyasi sifatida qaraladi. Ikki

rangning skalyar ko'paytmasi ularning o'xshashlik darajasini ko'rsatadi va kompyuter grafikasida ranglarni solishtirish uchun qo'llaniladi.

Musiqa san'atida tovush to'lqinlari vektorlar sifatida ifodalanishi mumkin, bu yerda skalyar ko'paytma ikki tovushning uyg'unlik darajasini aniqlashda ishlatiladi. Akustika sohasida turli chastotali tovushlarning o'zaro ta'sirini tahlil qilishda skalyar ko'paytma muhim rol o'ynaydi. Bu yondashuv talabalarning musiqa va matematika o'rtasidagi bog'lanishni ko'rishlariga yordam beradi.

Arxitektura va dizayn sohasida ham vektorlar va ularning skalyar ko'paytmasi keng qo'llaniladi. Binolarning geometrik shakllarini loyihalashda, yoruqlik va soya effektlarini hisoblashda, hamda fazoviy kompozitsiyalarni yaratishda vektorli tahlil zarur hisoblanadi. Talabalar arxitekturaviy loyihalar ustida ishlaganlarida, nazariy matematik bilimlarning amaliy qo'llanilishini bevosita ko'rishadi.

San'atda 3D modellashtirish va animatsiya yaratishda vektorlar va ularning skalyar ko'paytmasi asosiy vosita hisoblanadi. Kompyuter animatsiyasida obyektlarning harakatini boshqarish, yoruqlik effektlarini yaratish va realistik tasvirlarni hosil qilishda bu matematik tushunchalar zarur. Talabalar o'zlari animatsiya yaratish jarayonida matematik bilimlarning ijodiy qo'llanilishini his qiladilar.

### ***PBL texnologiyasini tatbiq etishning amaliy usullari***

Loyiha asosidagi ta'lim texnologiyasi talabalarni real muammolarni hal qilishga yo'naltirib, ularning bilim olish jarayonini faollashtiradi. Vektorlarni skalyar ko'paytmasi mavzusini o'rganishda PBL yondashuvini qo'llash uchun turli xil loyihalar ishlab chiqish mumkin. "Quyosh energiyasi tizimini optimallashtirish" loyihasi orqali talabalar quyosh panellarini eng samarali joylashtirish masalasini yechishadi. Bu loyihada quyosh nurlari yo'nalishi vektori va panel yuzasining normal vektori o'rtasidagi skalyar ko'paytma energiya unumdorligini aniqlaydi.

"Aqlli transport tizimi" loyihasida talabalar avtomobil yo'llarida optimal harakat yo'nalishlarini aniqlash, traffic oqimini tahlil qilish va avtomobillarning xavfsiz harakatini ta'minlash masalalarini hal qiladilar. Bu loyihada vektorlarning skalyar ko'paytmasi avtomobillar orasidagi masofani saqlash, to'qnashuvlarni oldini olish va optimal yo'lni tanlashda qo'llaniladi.

"Sport tahlili va texnologiyalar" loyihasi orqali talabalar turli sport turlarida sportchilarning harakatini tahlil qilishadi. Futbolda to'pni zarb berish, atletikada yashtoshni otish, suzishda optimal texnikani aniqlash kabi vazifalar vektorlar va ularning skalyar ko'paytmasi orqali yechiladi. Bu loyiha talabalarning sport va matematika o'rtasidagi bog'lanishni ko'rishlariga yordam beradi.

"Robotexnika va avtomatlashtirish" loyihasida talabalar robot manipulyatorlarini dasturlash, ularning harakat traektoriyasini belgilash va turli vazifalarni bajarish uchun algoritmlar yaratishadi. Skalyar ko'paytma robotning harakat yo'nalishini aniqlash, to'siqlardan qochish va aniq pozitsiyaga yetishishda qo'llaniladi.

Her bir loyiha talabalar tomonidan bosqichma-bosqich amalga oshiriladi: avval muammoni aniqlash va tahlil qilish, so'ngra tadqiqot o'tkazish va ma'lumot to'plash, keyin matematik model yaratish va hisoblashlar amalga oshirish, va nihoyat natijalarni taqdim etish va muhokama qilish. Bu jarayon talabalar orasida tanqidiy fikrlash, muammo yechish, jamoaviy ish va kommunikatsiya ko'nikmalarini rivojlantirishga yordam beradi.

Loyihalarni baholash jarayonida ham zamonaviy yondashuvlar qo'llaniladi. Talabalarning faqat yakuniy natijasi emas, balki ishlab chiqish jarayoni, hamkorlik ko'nikmalari, ijodiy yondashuv va taqdimot qobiliyati ham hisobga olinadi. Bu keng qamrovli baholash usuli talabalarning har tomonlama rivojlanishiga yordam beradi va ularni kelajakdagi professional faoliyatga tayyorlaydi. Zamonaviy ta'lim texnologiyalarini qo'llash orqali vektorlarni skalyar ko'paytmasi kabi murakkab matematik tushunchalar ham talabalar uchun qiziqarli va tushunarli bo'ladi.

## **2-MAVZU: YUQORI SAMARADORLIKKA EGA BELGILASHLAR ORQALI MASALALAR YECHISH (2 SOAT)**

*Nostandart masalalarni yuqori samaradorlikka ega belgilashlar orqali yechish. Vektorlar ustida chiziqli amallar va ulardan foydalanib ba'zi tenglama va tengsizliklarni yechish.*

### ***Nostandart Masalalarning Xususiyatlari va Belgilashlarning Ahamiyati***

Nostandart masalalar matematik ta'limning eng muhim qismi hisoblanib, ular an'anaviy yechish usullari bilan hal qilinmaydi. Bu turdagi masalalarda muvaffaqiyatga

erishish uchun eng muhim vosita - to'g'ri va samarali belgilashlardan foydalanishdir. Belgilashlar nafaqat masalani soddalashtirishga yordam beradi, balki murakkab matematik tushunchalarni aniq va tushunarli tarzda ifodalash imkonini beradi.

Yuqori samaradorlikka ega belgilashlar deganda matematik ob'ektlar, operatsiyalar va munosabatlarni eng qisqa, aniq va tushunarli tarzda ifodalovchi ramziy tizim tushuniladi. Bu tizim matematik fikrlashni tezlashtiradi, xatolarni kamaytiradi va murakkab masalalarni bosqichma-bosqich yechish imkoniyatini yaratadi.

Zamonaviy matematik ta'limda belgilashlarning to'g'ri tanlanishi va qo'llanilishi talabalarning matematik kompetentligini rivojlantirishda muhim rol o'ynaydi. Ayniqsa, nostandart masalalarni yechishda belgilashlar matematik modellashtirish vositasi sifatida ishlatiladi.

### ***Belgilashlarning Turlari va Ularning Qo'llanish Sohalari***

Matematik belgilashlar turli xil shakllarda va maqsadlarda ishlatiladi. Eng keng tarqalgan belgilashlar qatoriga algebraik belgilashlar, geometrik belgilashlar, funktsional belgilashlar va vektor belgilashlar kiradi.

Algebraik belgilashlar sonlar, o'zgaruvchilar va ular ustidagi amallar uchun ishlatiladi. Bu belgilashlar oddiy arifmetik amallardan tortib murakkab algebraik ifodalar va tenglamalargacha keng spektrni qamrab oladi. Masalan,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  kabi harflar noma'lum miqdorlarni,  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$  belgilar amallarni ifodalaydi.

Geometrik belgilashlar fazoviy ob'ektlar va ular orasidagi munosabatlarni ifodalash uchun xizmat qiladi. Nuqtalar, to'g'ri chiziqlar, tekisliklar, burchaklar va boshqa geometrik shakllarga oid belgilashlar bu guruhga kiradi.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  kabi katta harflar nuqtalarni,  $AB$  kesmani,  $\angle ABC$  burchakni bildiradi.

Funktsional belgilashlar matematik funksiyalar va ular orasidagi bog'liqliklarni ifodalaydi.  $f(x)$ ,  $g(y)$ ,  $h(z)$  kabi yozuvlar funksiyalarni,  $\lim$ ,  $\sum$ ,  $\int$  kabi belgilar matematik operatsiyalarni ko'rsatadi.

Vektor belgilashlar fazoda yo'nalish va kattalikka ega bo'lgan miqdorlarni ifodalash uchun ishlatiladi.  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  kabi qalin harflar yoki  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  kabi o'qli harflar vektorlarni bildiradi.

## ***Matematik Modellashtirish va Belgilashlar***

Nostandard masalalarni yechishda matematik modellashtirish jarayoni belgilashlarning to'g'ri tanlanishi bilan chambarchas bog'liq. Matematik model - bu real dunyodagi hodisa yoki masalani matematik belgilashlar va munosabatlar orqali tasvirlash usulidir.

Modellashtirish jarayoni bir necha bosqichdan iborat. Birinchi bosqichda masala shartlari tahlil qilinadi va asosiy ma'lumotlar ajratib olinadi. Ikkinchi bosqichda bu ma'lumotlar uchun mos belgilashlar tanlanadi. Uchinchi bosqichda belgilashlar orasidagi matematik munosabatlar o'rnatiladi. To'rtinchi bosqichda hosil bo'lgan matematik model yordamida masala yechiladi.

Belgilashlarning to'g'ri tanlanishi modellashtirish jarayonining muvaffaqiyatini ta'minlaydi. Yomon tanlangan belgilashlar masalani yanada murakkablashtirishi mumkin, yaxshi tanlangan belgilashlar esa yechimni sezilarli darajada soddalashtiradi.

Masalan, harakat masalalarida  $t$  vaqtni,  $s$  yo'lni,  $v$  tezlikni bildirish uchun ishlatiladi. Bu belgilashlar fizika va matematikada keng qabul qilingan bo'lib, ulardan foydalanish har kim uchun tushunarli.

## ***Vektorlar va Vektor Fazosining Asoslari***

Vektor tushunchasi zamonaviy matematika va fizikaning fundamental tushunchalaridan biridir. Vektor - bu kattalik va yo'nalishga ega bo'lgan matematik ob'ekt. Vektorlar fazoda nuqtalarning joylashuvini, kuchlarni, tezliklarni va boshqa ko'plab fizik miqdorlarni ifodalash uchun ishlatiladi.

Vektor fazosi - bu vektorlar to'plami bo'lib, unda vektorlarni qo'shish va songa ko'paytirish amallari belgilangan. Vektor fazosi quyidagi shartlarni qanoatlantirishi kerak: vektorlarni qo'shish kommutativ va assotsiativ bo'lishi, nol vektor mavjudligi, har bir vektor uchun teskari vektorning mavjudligi, skalar bilan ko'paytirishning distributivligi.

Eng oddiy vektor fazosi - bu ikki o'lchamli Evklid fazosi  $R^2$ . Bu fazoda har bir vektor  $(x, y)$  ko'rinishidagi ikki sonlar juftligi bilan ifodalanadi. Uch o'lchamli fazoda vektorlar  $(x, y, z)$  ko'rinishida yoziladi.

Vektorlarning geometrik talqini ularni to'g'ri chiziq kesmasi sifatida tasavvur qilish imkonini beradi. Bu kesmaning uzunligi vektorning moduli (kattaligi), yo'nalishi esa vektorning yo'nalishini bildiradi.

### ***Vektorlar Ustida Chiziqli Amallar***

Vektorlar ustida asosiy chiziqli amallar qo'shish, ayirish va songa ko'paytirishdir. Bu amallar vektor algebrasining asosini tashkil etadi va ko'plab amaliy masalalarda qo'llaniladi.

### **Vektorlarni Qo'shish**

Ikki vektor  $\mathbf{a}$  va  $\mathbf{b}$  ning yig'indisi  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$  quyidagi qonun bo'yicha hisoblanadi. Agar  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$  va  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$  bo'lsa, unda:  $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$

Geometrik jihatdan vektorlarni qo'shish parallelogramm qonuni yoki uchburchak qonuni bo'yicha amalga oshiriladi. Parallelogramm qonunida ikki vektor bitta nuqtadan boshlanib, ular ustiga parallelogramm quriladi. Parallelogrammning diagonali yig'indi vektorni bildiradi.

Vektorlarni qo'shish kommutativ va assotsiativ xossalarga ega:

- $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$  (kommutativlik)
- $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c})$  (assotsiativlik)

### **Vektorlarni Ayirish**

Vektorlarni ayirish qo'shish amalining teskarisidir.  $\mathbf{a} - \mathbf{b}$  ayirma  $\mathbf{a} + (-\mathbf{b})$  yig'indi sifatida hisoblanadi, bu yerda  $-\mathbf{b}$  -  $\mathbf{b}$  vektoriga teskari vektor.

Koordinatalar bo'yicha:  $\mathbf{a} - \mathbf{b} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$

Geometrik jihatdan  $\mathbf{a} - \mathbf{b}$  ayirma  $\mathbf{b}$  vektorning oxiridan  $\mathbf{a}$  vektorning oxirigacha yo'nalgan vektorni bildiradi.

### **Vektorni Songa Ko'paytirish**

Vektor  $\mathbf{a}$  ni  $\lambda$  songa ko'paytirish natijasida  $\lambda\mathbf{a}$  vektor hosil bo'ladi. Koordinatalar bo'yicha:  $\lambda\mathbf{a} = \lambda(a_1, a_2, a_3) = (\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3)$

Geometrik ma'noda:

- Agar  $\lambda > 0$  bo'lsa,  $\lambda\mathbf{a}$  vektor  $\mathbf{a}$  bilan bir yo'nalishda bo'lib, uning uzunligi  $|\lambda|$  marta o'zgaradi
- Agar  $\lambda < 0$  bo'lsa,  $\lambda\mathbf{a}$  vektor  $\mathbf{a}$  ga qarama-qarshi yo'nalishda bo'ladi

- Agar  $\lambda = 0$  bo'lsa, nol vektor hosil bo'ladi

Bu amalning xossalari:

- $\lambda(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \lambda\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}$  (distributivlik)
- $(\lambda + \mu)\mathbf{a} = \lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{a}$  (distributivlik)
- $\lambda(\mu\mathbf{a}) = (\lambda\mu)\mathbf{a}$  (assotsiativlik)

### ***Chiziqli Bog'liqlik va Bog'liqsizlik***

Vektorlar to'plami  $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n\}$  chiziqli bog'liq deyiladi, agar hammasi nolga teng bo'lmagan  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  sonlar mavjud bo'lib:  $\lambda_1\mathbf{a}_1 + \lambda_2\mathbf{a}_2 + \dots + \lambda_n\mathbf{a}_n = \mathbf{0}$

Agar bunday sonlar faqat hammasi nol bo'lgandagina mavjud bo'lsa, vektorlar chiziqli bog'liqsiz deyiladi.

Chiziqli bog'liqlik va bog'liqsizlik tushunchalari vektor fazosining o'lchamini aniqlashda muhim rol o'ynaydi.  $n$  o'lchamli fazoda maksimal  $n$  ta chiziqli bog'liqsiz vektor mavjud bo'lishi mumkin. Bunday vektorlar to'plami bazis deb ataladi.

Ikki o'lchamli fazoda ikki vektor chiziqli bog'liq bo'lishi uchun ular parallel bo'lishi zarur va yetarli. Uch o'lchamli fazoda uch vektor chiziqli bog'liq bo'lishi uchun ular bitta tekislikda yotishi kerak.

### ***Vektorlarning Skalyar Ko'paytmasi***

Ikki vektor  $\mathbf{a}$  va  $\mathbf{b}$  ning skalyar ko'paytmasi  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  yoki  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  bilan belgilanadi va quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta$

bu yerda  $\theta$  - vektorlar orasidagi burchak.

Koordinatalar bo'yicha skalyar ko'paytma:  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

Skalyar ko'paytmaning xossalari:

- $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$  (kommutativlik)
- $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$  (distributivlik)
- $(\lambda\mathbf{a}) \cdot \mathbf{b} = \lambda(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot (\lambda\mathbf{b})$
- $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = |\mathbf{a}|^2 \geq 0$ , tenglik faqat  $\mathbf{a} = \mathbf{0}$  da bajariladi

Skalyar ko'paytma yordamida:

- Vektorning uzunligini hisoblash mumkin:  $|\mathbf{a}| = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}}$
- Ikki vektor orasidagi burchakni topish mumkin:  $\cos \theta = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) / (|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|)$
- Vektorlarning perpendikulyarligini aniqlash mumkin:  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$

## *Vektorlarning Vektor Ko'paytmasi*

Uch o'lchamli fazoda ikki vektor  $\mathbf{a}$  va  $\mathbf{b}$  ning vektor ko'paytmasi  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  uchinchi vektorni beradi. Bu vektor har ikkala vektorga perpendikulyar bo'lib, uning yo'nalishi o'ng qo'l qoidasi bo'yicha aniqlanadi.

Koordinatalar bo'yicha vektor ko'paytma:  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$

Yoki determinant ko'rinishida:  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$

Vektor ko'paytmaning xossalari:

- $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -(\mathbf{b} \times \mathbf{a})$  (antiskommutativlik)
- $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}$  (distributivlik)
- $(\lambda\mathbf{a}) \times \mathbf{b} = \lambda(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{a} \times (\lambda\mathbf{b})$
- $\mathbf{a} \times \mathbf{a} = \mathbf{0}$
- $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin \theta$

Vektor ko'paytma yordamida:

- Parallelogrammning yuzini hisoblash mumkin:  $S = |\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$
- Uchta vektorning aralash ko'paytmasini topish mumkin:  $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$

## *Tenglamalar Sistemasi Vektor Usulida Yechish*

Chiziqli tenglamalar sistemasini vektor usulida yechish zamonaviy matematik usullardan biridir.  $n$  noma'lumli  $m$  ta chiziqli tenglamalar sistemasi:  $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots$

$+ a_{1n}x_n = b_1$   $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$  ...  $a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$

vektor ko'rinishida quyidacha yoziladi:  $x_1\mathbf{a}_1 + x_2\mathbf{a}_2 + \dots + x_n\mathbf{a}_n = \mathbf{b}$

bu yerda  $\mathbf{a}_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj})$  -  $j$ -ustun vektor,  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_m)$  - erkin hadlar vektori.

Sistemaning yechimi mavjudligi va yagonaligi ustun vektorlarning chiziqli bog'liqligi bilan aniqlanadi. Agar ustun vektorlar chiziqli bog'liqsiz bo'lsa va  $\mathbf{b}$  vektor ularning chiziqli kombinatsiyasi sifatida ifodalansa, sistema yagona yechimga ega.

Kramer qoidasi bo'yicha, agar sistema matritsasining determinanti noldan farq qilsa, sistema yagona yechimga ega va har bir noma'lum quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:  $x_j = \det(A_j)/\det(A)$

bu yerda  $A_j$  -  $A$  matritsaning  $j$ -ustunini  $\mathbf{b}$  vektor bilan almashtirishdan hosil bo'lgan matritsa.

### ***Chiziqli Tengsizliklar va Ularning Geometrik Talqini***

Chiziqli tengsizliklar vektorlar yordamida geometrik jihatdan talqin qilinishi mumkin. Bir o'zgaruvchili chiziqli tengsizlik  $ax + b \geq 0$  to'g'ri chiziqdagi nuqtalar to'plamini aniqlaydi.

Ikki o'zgaruvchili chiziqli tengsizlik  $a_1x_1 + a_2x_2 \geq b$  tekislikdagi yarim tekislikni aniqlaydi. Bu yarim tekislik  $a_1x_1 + a_2x_2 = b$  to'g'ri chiziq bilan chegaralanadi va  $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)$  normal vektor yo'nalishidagi qismni qamrab oladi.

Uch o'zgaruvchili chiziqli tengsizlik  $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 \geq b$  fazoda yarim fazoni aniqlaydi. Bu yarim fazo  $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$  tekislik bilan chegaralanadi.

Chiziqli tengsizliklar sistemasi bu yarim fazolarning kesishmasini beradi. Hosil bo'lgan soha konveks ko'pburchak (yoki ko'p yoqli) bo'ladi.

### ***Chiziqli Dasturlash Masalalari***

Chiziqli dasturlash - bu chiziqli funksiyani chiziqli cheklovlar ostida optimallashtirish masalalaridir. Standart shakldagi chiziqli dasturlash masalasi:  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \min (\max)$

cheklovlar:  $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$   $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \dots a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$   $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$

Vektor ko'rinishida:  $\mathbf{c}^T \mathbf{x} \rightarrow \min, \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$

Chiziqli dasturlash masalasining geometrik talqini: maqsad funksiya qiymatlari  $c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = \text{const}$  tenglamalar orqali aniqlanadigan giper tekisliklarda doimiy bo'ladi. Optimal yechim ruxsat etilgan sohaning chegarasidagi ekstremal nuqtada erishiladi.

Simpleks usul - chiziqli dasturlash masalalarini yechishning asosiy usuli bo'lib, ruxsat etilgan sohaning tepalarini ketma-ket ko'rib chiqish orqali optimal yechimni topadi.

### ***Matritsalar va Vektorlar Orasidagi Bog'liqlik***

Matritsa - bu to'rtburchak shakldagi sonlar jadvali.  $m \times n$  o'lchamdagi  $A$  matritsa  $m$  ta qator va  $n$  ta ustundan iborat:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

Matritsa qatorlari va ustunlarini vektorlar sifatida qarash mumkin. Matritsa ustun vektorlari  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$  orqali  $A = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \dots \ \mathbf{a}_n]$  ko'rinishida yoziladi.

Matritsani vektorga ko'paytirish  $A\mathbf{x}$  chiziqli kombinatsiyani beradi:  $A\mathbf{x} = x_1\mathbf{a}_1 + x_2\mathbf{a}_2 + \dots + x_n\mathbf{a}_n$

Bu ko'paytirish natijesinde  $m$  o'lchamli vektor hosil bo'ladi.

Matritsaning rangi - bu uning ustun (yoki qator) vektorlarining chiziqli bog'liqsiz vektorlari sonining maksimumi. Rang matritsaning asosiy xossalaridan biri bo'lib, chiziqli tenglamalar sistemasining yechimi mavjudligi bilan bog'liq.

### ***Eigen Qiymatlar va Eigen Vektorlar***

Kvadrat matritsa  $A$  uchun  $\lambda$  son eigen qiymat va  $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$  vektor eigen vektor deyiladi, agar:  $A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$

Bu tenglamani  $(A - \lambda I)\mathbf{v} = \mathbf{0}$  ko'rinishida yozish mumkin. Trivial bo'lmagan yechim mavjudligi uchun  $\det(A - \lambda I) = 0$  bo'lishi kerak.

Xarakteristik ko'phad  $\det(A - \lambda I) = 0$  tenglamasining yechimlari eigen qiymatlarni beradi. Har bir eigen qiymat uchun  $(A - \lambda I)\mathbf{v} = \mathbf{0}$  sistemani yechib, eigen vektorlarni topish mumkin.

Eigen qiymatlar va eigen vektorlar ko'plab amaliy masalalarda qo'llaniladi: tebranish masalalari, barqarorlik nazariyasi, komponent tahlil va boshqalar.

Agar matritsa simmetrik bo'lsa, uning barcha eigen qiymatlari haqiqiy bo'ladi va eigen vektorlar o'zaro perpendikulyar bo'ladi.

### ***Kvadratik Formalar***

$n$  o'zgaruvchili kvadratik forma:  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i,j} a_{ij}x_ix_j$

matritsa ko'rinishida  $\mathbf{x}^T A \mathbf{x}$  sifatida yoziladi, bu yerda  $A$  simmetrik matritsa.

Kvadratik formaning turi uning matritsasining eigen qiymatlari orqali aniqlanadi:

- Agar barcha eigen qiymatlar musbat bo'lsa, forma musbat aniq
- Agar barcha eigen qiymatlar manfiy bo'lsa, forma manfiy aniq
- Agar musbat va manfiy eigen qiymatlar mavjud bo'lsa, forma indefinit
- Agar kamida bitta eigen qiymat nolga teng bo'lsa, forma yarim aniq

Kvadratik formalarning ekstremumlari Lagrange multiplikatorlari usuli bilan topiladi. Cheklanmagan holda ekstremum nuqtalar gradientning nolga teng bo'lgan nuqtalaridir.

### ***Chiziqli Algebra Usullarining Amaliy Tatbiqlari***

Chiziqli algebra usullari turli sohalarda keng qo'llaniladi. Muhandislik masalalarida strukturalarning mustahkamligi, elektr zanjirlari tahlili, signal qayta ishlash kabi sohalarda vektorlar va matritsalar asosiy vosita hisoblanadi.

Iqtisodiyotda chiziqli dasturlash, ishlab chiqarish rejalashtirish, transport masalalari vektorlar va matritsalar yordamida modellashtiriladi. Leontief modeli, ishlab chiqarish funksiyalari, bozor muvozanati masalalari chiziqli algebra usullari bilan yechiladi.

Fizikada mexanika, elektrodinamika, kvant fizikasi masalalarida vektor hisobi muhim rol o'ynaydi. Kuchlar, elektr va magnit maydonlar, impulsar vektorlar orqali ifodalanadi.

Kompyuter grafika va 3D modellashtirish sohasida koordinatalar almashtirishlari, proyeksiyalar, aylanish va kengaytirish operatsiyalari matritsa ko'paytirish orqali amalga oshiriladi.

Ma'lumotlar tahlili va statistikada asosiy komponentlar usuli, klasterlashtirish, regressiya tahlili eigen vektorlar va eigen qiymatlar bilan bog'liq.

### ***Geometriyada Vektorlarning Qo'llanilishi***

Analitik geometriyada vektorlar nuqtalar orasidagi masofani hisoblash, to'g'ri chiziq va tekislik tenglamalarini tuzish, geometrik shakllarning o'zaro joylashuvini aniqlash uchun ishlatiladi.

Ikki nuqta  $A(x_1, y_1, z_1)$  va  $B(x_2, y_2, z_2)$  orasidagi masofa:  $|AB| = \sqrt{[(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2]}$

To'g'ri chiziqning vektor tenglamasi:  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + t\mathbf{s}$

bu yerda  $\mathbf{r}_0$  - to'g'ri chiziqdagi ma'lum nuqta radius vektori,  $\mathbf{s}$  - yo'nalish vektori,  $t$  - parametr.

Tekislikning vektor tenglamasi:  $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{n} = 0$

bu yerda  $\mathbf{n}$  - tekislikka normal vektor,  $\mathbf{r}_0$  - tekislikdagi ma'lum nuqta radius vektori.

Ikkita to'g'ri chiziq orasidagi burchak ularning yo'nalish vektorlari orasidagi burchak orqali topiladi:  $\cos \theta = |\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2| / (|\mathbf{s}_1| |\mathbf{s}_2|)$

### ***Fizikada Vektorlar***

Fizikada vektorlar kattalik va yo'nalishga ega bo'lgan kattaliklarni ifodalash uchun ishlatiladi. Tezlik, tezlanish, kuch, elektr va magnit maydon kuchlanganligi, impuls kabi kattaliklar vektordir.

Nyuton ikkinchi qonuni vektor ko'rinishida:  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

Impulsning saqlanish qonuni:  $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \dots + \mathbf{p}_n = \text{const}$

Elektr maydoni kuchlanganligi:  $\mathbf{E} = \mathbf{F}/q$

Magnit maydon kuchi:  $\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$

Fizik masalalarda vektorlar qo'shish va ayirish qonunlari, skalyar va vektor ko'paytirish amallari keng qo'llaniladi.

### ***Mexanikada Vektorlar***

Klassik mexanikada nuqtaviy jismning harakati radius vektor  $\mathbf{r}(t)$  funksiya orqali tasvirlanadi. Tezlik va tezlanish radius vektorning vaqt bo'yicha hosilalari:  $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$ ,  $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = d^2\mathbf{r}/dt^2$

Jism ustida ta'sir etuvchi kuchlar vektoriy qo'shiladi va natija kuch Nyuton ikkinchi qonuni bo'yicha tezlanishni aniqlaydi.

Aylanma harakat uchun burchak tezlik vektori  $\boldsymbol{\omega}$  va chiziqli tezlik orasidagi bog'liqlik:  $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$

Moment vektori:  $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$

Giroska momentuma:  $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$

### ***Sonli Usullar va Vektorlar***

Sonli usullarda vektorlar va matritsalar asosiy ma'lumotlar tuzilmasi hisoblanadi. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish uchun Gauss usuli, LU ajratish, iteratsion usullar ishlatiladi.

Gauss usulida tinglamalar sistemasi kengaytirilgan matritsa ko'rinishida yoziladi va elementar qator operatsiyalar orqali uchburchak ko'rinishga keltiriladi.

Iteratsion usullarda (Yakobi, Gauss-Zeidel) boshlang'ich taxmin beriladi va ketma-ket yaqinlashish orqali yechim topiladi.

Eigen qiymatlar va eigen vektorlarni topish uchun quvvat usuli, QR algoritmi, Yakobi usuli kabi usullar qo'llaniladi.

## **IV.AMALIY MASHG'ULOTLAR MAZMUNI**

### **1-AMALIY MASHG'ULOT: NOSTANDART MASALALAR YECHISH (2 SOAT)**

*Real hayotiy modellar. Mantiqiy topshiriqlar va olimpiada elementlari orqali tahliliy fikrlash ko'nikmalarini shakllantirish metodlari. Skalyar ko'paytmaning nostandart masalalar yechishda yuqori darajali fikrlash (Bloom: Analyze–Evaluate–Create) texnologiyasidan foydalanish*

#### ***Real Hayotiy Modellashtirishning Asoslari***

Real hayotiy modellashtirish matematik abstrakt tushunchalarning amaliy dunyo bilan bog'lanishini ta'minlaydi. Bu jarayon orqali talabalar matematikaning nafaqat nazariy, balki amaliy ahamiyatini ham tushunib oladi va real muammolarni matematik vositalar yordamida hal qilish ko'nikmalarini egallaydi.

Matematik modellashtirish jarayoni bir necha muhim bosqichlarni o'z ichiga oladi. Dastlabki bosqichda real vaziyatda mavjud bo'lgan muammoni aniq belgilash va uni matematik nuqtai nazardan tahlil qilishga yaroqli shaklga keltirish amalga oshiriladi. Keyingi bosqichda murakkab real vaziyatni soddalashtirish, asosiy omillarni ajratib olish va ikkinchi darajali omillarni e'tibordan chetda qoldirish amalga oshiriladi.

Matematik modellashtirish bosqichida real muammo matematik belgilashlar, o'zgaruvchilar, tenglamalar yoki tengsizliklar orqali ifodalanadi. Bu bosqich eng muhim bo'lib, bu yerda real dunyoning murakkab hodisalari matematik tilga tarjima qilinadi. Keyinchalik matematik usullar va algoritmlar yordamida tuzilgan model yechiladi.

Natijalarni talqin qilish bosqichida matematik yechim real vaziyatga nisbatan izohlanadi va amaliy ma'no beriladi. Oxirgi bosqichda natijalarning haqiqiy vaziyatga mosligi tekshiriladi va agar zarur bo'lsa, model takomillashtiriladi yoki qayta ishlanadi.

Masalan, epidemiya tarqalishi modelida SIR modeli ishlatiladi. Bu yerda  $S(t)$  - sog'lom,  $I(t)$  - kasallar va  $R(t)$  - tuzalغانlar soni vaqt funksiyasi sifatida ifodalanadi. Model quyidagi differentsial tenglamalar sistemasi bilan tasvirlanadi:

$$\begin{aligned} dS/dt &= -\beta SI/N \\ dI/dt &= \beta SI/N - \gamma I \\ dR/dt &= \gamma I \end{aligned}$$

Bu yerda  $\beta$  - yuqish koeffitsienti,  $\gamma$  - tuzalish koeffitsienti,  $N$  - umumiy aholi soni.

### Skalyar ko'paytmaning ta'rifi va uning geometrik xossalari

Ixtiyoriy  $x$  va  $y$  vektorlarning uzunliklari va ular orasidagi burchak kosinusining ko'paytmasiga

$$(\vec{x}, \vec{y}) = |\vec{x}| |\vec{y}| \cos(\widehat{\vec{x}, \vec{y}})$$

teng haqiqiy (skalyar) songa, berilgan ikki vektorning skalyar ko'paytmasi deb ataladi va  $(x, y)$  kabi belgilanadi.

$m$  - o'lchamli  $V_m$  ( $m$  - tayin son,  $m = 1, 2, 3$ ) fazoda to'g'riburchakli dekart koordinatalar sistemasi berilgan bo'lsin.

Uch o'lchamli  $V_3$  ( $V_1$  va  $V_2$  hollarda ham masala xuddi shunday hal qilinadi) fazoda ikkita  $A(x_1, y_1, z_1)$  va  $B(x_2, y_2, z_2)$  nuqtalarni qaraymiz. U holda ular orasidagi masofa

$$r(A, B) = |\overline{AB}| = \sqrt{(\overline{AB}, \overline{AB})} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

Ikki o'lchamli  $V_2$  tekislikda esa  $A(x_1, y_1)$  va  $B(x_2, y_2)$  nuqtalar orasidagi masofa

$$r(A, B) = |\overline{AB}| = \sqrt{(\overline{AB}, \overline{AB})} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

kabi topiladi.

Bir o'lchamli  $V_1$  to'g'ri chiziqda  $A(x_1)$  va  $B(x_2)$  nuqtalar orasidagi masofa  $\rho(A, B) = |x_2 - x_1|$  kabi hisoblanadi.

### 3. Tetraedrning hajmi

Fazoda dekart koordinatalar sistemasi  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  berilgan, shu bilan fazo oriyentirlangan bo'lsin.

**Ta'rif.** Uchta  $\vec{a}, \vec{b}$  va  $\vec{c}$  vektorlarning (ko'rsatilgan tartibda olingan) aralash ko'paytmasi deb, birinchi ikki vektorning vektor ko'paytmasiga uchinchi vektorni skalyar ko'paytirishdan hosil bo'lgan songa aytiladi.

$[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c}$  yoki  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$  ko'rinishlarda yoziladi.

**Teorema.** (aralash ko'paytmaning geometrik ma'nosi). Uchta komplanar bo'lmagan  $\vec{a}, \vec{b}$  va  $\vec{c}$  vektorlarning aralash ko'paytmasining absolyut qiymati, bu vektorlar uzunliklariga yasalgan parallelepiped hajmiga teng, ya'ni

$$|(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})| = V_n \quad (1)$$

**Isbot.**  $\vec{a}, \vec{b}$  va  $\vec{c}$  vektorlarning boshini  $O$  nuqtaga ko'chirib parallelepipedni yasaymiz.  $OH = h$  - parallelepiped balandligi.  $[\vec{a}, \vec{b}]$  - son parallelepiped asosining yuzi. Ta'rifga asosan  $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}] \cdot |\vec{c}| \cos \phi$ .  $\phi = \left( [\vec{a}, \vec{b}] \wedge \vec{c} \right)$  bo'lib,  $OHC$  to'g'ri

burchakli uchburchakdan  $\frac{OH}{|\vec{c}|} = \cos \phi$ .

$$h = |\vec{c}| \cos \phi. \quad S_{ac} = \left| [\vec{a}, \vec{b}] \right|. \quad \left| [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} \right| = V.$$

Aralash ko'paytma xossalari.

$$1^\circ. (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = (\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}) = (\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}).$$

Haqiqatan ham, uch vektorlarga qurilgan hamma parallelepiped hajmlari teng va vektor uchtaliklarining oriyentatsiyalari bir xil.

$$2^\circ. (\vec{a} \vec{b} \vec{c}) = -(\vec{b} \vec{a} \vec{c}).$$

Haqiqatan,  $(\vec{a} \vec{b} \vec{c}) = [\vec{a} \vec{b}] \cdot \vec{c} = -[\vec{b} \vec{a}] \cdot \vec{c} = -(\vec{b} \vec{a} \vec{c})$ . Demak,  $(\vec{a} \vec{b} \vec{c}) = -(\vec{b} \vec{a} \vec{c})$ .  $(\vec{b} \vec{c} \vec{a}) = -(\vec{c} \vec{b} \vec{a})$ ,  
 $(\vec{c} \vec{a} \vec{b}) = -(\vec{a} \vec{c} \vec{b})$

$$3^\circ. ((\vec{a} + \vec{b}) \vec{c} \vec{d}) = (\vec{a} \vec{c} \vec{d}) + (\vec{b} \vec{c} \vec{d}).$$

Buni isbotlashda vektor ko'paytma xossalaridan foydalanamiz.

$$((\vec{a} + \vec{b}) \vec{c} \vec{d}) = [(\vec{a} + \vec{b}) \vec{c} \vec{d}] = ([\vec{a} \vec{c}] + [\vec{b} \vec{c}]) \vec{d} = [\vec{a} \vec{c}] \vec{d} + [\vec{b} \vec{c}] \vec{d} = (\vec{a} \vec{c} \vec{d}) + (\vec{b} \vec{c} \vec{d}).$$

4°.  $\forall \lambda \in R$  uchun  $(\lambda \vec{a} \vec{b} \vec{c}) = \lambda (\vec{a} \vec{b} \vec{c})$ . Bu xossani isbotlashda ham vektor ko'paytma xossalaridan foydalanamiz.

$$(\lambda \vec{a} \vec{b} \vec{c}) = [\lambda \vec{a} \vec{b}] \vec{c} = \lambda [\vec{a} \vec{b}] \vec{c} = \lambda (\vec{a} \vec{b} \vec{c})$$

Koordinatalari bilan berilgan vektorlarning aralash ko'paytmasi.

$$\begin{aligned} \vec{a} &= x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k}, \\ \vec{b} &= x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k}, \end{aligned} \tag{5}$$

$$\vec{c} = x_3 \vec{i} + y_3 \vec{j} + z_3 \vec{k}.$$

3-§ dagi uchburchak yuzi formulasiga asosan

$$[\vec{a} \vec{b}] = \begin{pmatrix} |y_1 & z_1| & |z_1 & x_1| & |x_1 & y_1| \\ |y_2 & z_2| & |z_2 & x_2| & |x_2 & y_2| \end{pmatrix}$$

$[\vec{a} \vec{b}]$  vektorni  $\vec{c}(x_3, y_3, z_3)$  vektorga skalyar ko'paytiramiz.

$$[\vec{a} \vec{b}] \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} x_3 + \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix} y_3 + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} z_3,$$

demak,

$$(\vec{a} \vec{b} \vec{c}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} \quad (6)$$

Bu formuladan foydalanib tetraedr hajmini hisoblash formulasini chiqaraylik.

Tetraedr uchlari  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$ ,  $C(x_3, y_3, z_3)$ ,  $D(x_4, y_4, z_4)$  nuqtalarda bo'lsin.

$$\vec{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1),$$

$$\vec{AC}(x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1),$$

$$\vec{AD}(x_4 - x_1, y_4 - y_1, z_4 - z_1).$$

Tetraedr hajmi  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$ ,  $\vec{AD}$  vektorlarga yasalgan parallelepipedning hajmini  $\frac{1}{6}$

bo'lagiga teng.

$$V_{mem} = \frac{1}{6} \left| \begin{vmatrix} \vec{AB} & \vec{AC} & \vec{AD} \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{6} \text{mod} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix}$$

### ***Mantiqiy Topshiriqlar va Ularning Tasniflari***

Mantiqiy topshiriqlar talabalarning analitik fikrlash qobiliyatini rivojlantirish uchun maxsus ishlab chiqilgan masalalar hisoblanadi. Bu masalalar matematik bilimdan ko'ra mantiqiy mulohaza yuritish va sistematik tahlil qilish qobiliyatini sinaydi.

Ketma-ketlik va naqsh topish masalalari eng keng tarqalgan mantiqiy topshiriqlar qatoriga kiradi. Bu masalalarda berilgan elementlar orasidagi qonuniyatni aniqlash va keyingi elementlarni bashorat qilish talab qilinadi. Masalan, sonli ketma-ketliklar: 1, 4, 9, 16, 25, ... ( $n^2$  ketma-ketligi), yoki murakkab ketma-ketliklar: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... (Fibonachchi ketma-ketligi).

Geometrik naqshlar ham keng qo'llaniladi. Masalan, nuqtalar bilan tuzilgan uchburchaklar ketma-ketligi: birinchi rasmda 1 nuqta, ikkinchisida 3 nuqta, uchinchisida 6 nuqta va hokazo. Bu holda umumiy formula  $n(n+1)/2$  ko'rinishida bo'ladi.

Kombinatorial mantiqiy masalalar turli ob'ektlarni tanlash, joylashtirish yoki guruhlashga oid masalalardir. Masalan,  $n$  kishini  $m$  ta stolga qanday usulda joylashtirish mumkin, yoki ma'lum shartlarni qanoatlantiruvchi holatlarning sonini topish.

Mantiqiy jumboqlar klassik masalalar qatoriga kiradi. "Yolg'onchi va rost gapiradigan odam" masalasida ikki turdagi odam bor - biri doimo rost gapiradi, ikkinchisi doimo yolg'on gapiradi. Berilgan ma'lumotlar asosida har birining qaysi turga mansub ekanligini aniqlash kerak.

"Ko'prik va fonar" masalasida bir nechta odam qorong'u tunda ko'prikdan o'tishi kerak, lekin ularda faqat bitta fonar bor va ko'prik faqat ikki kishini ko'tara oladi. Har bir odamning o'tish tezligi har xil va ular eng sekin odamning tezligida harakat qilishadi. Barcha odamlarni minimal vaqtda o'tkazish algoritmi topilishi kerak.

### ***Olimpiada Masalalari va Yuqori Matematik Fikrlash***

Matematik olimpiadalar talabalarning matematik qobiliyatlarini rivojlantirish va sinashning eng samarali vositalaridan hisoblanadi. Olimpiada masalalari nostandart yondashuvni talab qiladi va yuqori darajadagi matematik tafakkurni shakllantiradi.

Olimpiada masalalarining asosiy xususiyatlari quyidagilardan iborat. Noyoblik - har bir masala o'ziga xos yondashuvni talab qiladi va standart algoritmlar bilan yechilmaydi. Chuqurlik - oddiy ko'rinishda bo'lgan masala chuqur matematik

g'oyalarni o'z ichiga oladi. Ko'p qirralilik - bir masalani bir necha xil usulda yechish mumkin bo'ladi. Estetiklik - masala va uning yechimi matematik go'zallikka ega bo'ladi.

Sonlar nazariyasi masalalari olimpiadalarda keng o'rin tutadi. Masalan,  $n$  sonining bo'luvchilar soni formulasi  $d(n) = (\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\dots(\alpha_k+1)$ , bu yerda  $n = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times \dots \times p_k^{\alpha_k}$  - sonning kanonik ajratilishi.

Kombinatorika masalalari qamrab olish va chiqarish printsipiga asoslanadi. Masalan, kamida bitta xossaga ega elementlar soni:  $|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = \sum |A_i| - \sum |A_i \cap A_j| + \sum |A_i \cap A_j \cap A_k| - \dots$

Geometriya masalarida trigonometriya, koordinatalar usuli va vektor hisobi keng qo'llaniladi. Kompleks sonlar yordamida geometrik masalalarni yechish ham samarali usuldir.

Algebra masalalarida ko'p hadlilar nazariyasi, tengsizliklar va funksional tenglamalar muhim o'rin tutadi. Masalan, Vieta formulalari: agar  $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$  ko'p hadlining ildizlari  $x_1, x_2, \dots, x_n$  bo'lsa, unda  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = -a_{n-1}/a_n$ .

### ***Bloom Taksonomiyasi va Matematik Ta'lim***

Bloom taksonomiyasi ta'lim maqsadlarini tasniflash va yuqori darajali fikrlash ko'nikmalarini rivojlantirishning nazariy asosini beradi. Bu taksonomiya olti darajadan iborat: bilim, tushunish, qo'llash, tahlil, baholash va yaratish.

Bilim (Knowledge) darajasida talaba faktlar, terminlar, qoidalar va formulalarni eslab qoladi. Matematik kontekstda bu aksomalar, teoremlar, formulalar va ta'riflarni yodlashni anglatadi.

Tushunish (Comprehension) darajasida o'rganilgan materialning ma'nosini anglash, o'z so'zlari bilan ifodalay olish va misollarda qo'llay olish ko'nikmasi shakllanadi. Matematikada bu teoremlarning ma'nosini tushunish, isbotlarning mantiqini anglashni bildiradi.

Qo'llash (Application) darajasida o'rganilgan bilimlarni yangi vaziyatlarda ishlatish ko'nikmasi rivojlanadi. Bu standart masalalarda formulalar va algoritmlarni to'g'ri qo'llashni anglatadi.

Tahlil (Analysis) darajasi yuqori darajali fikrlashning boshlanishi hisoblanadi. Bu yerda murakkab tizimlarni tarkibiy qismlarga ajratish, qismlar orasidagi bog'liqliklarni aniqlash, asosiy va yordamchi elementlarni farqlash ko'nikmalari rivojlanadi. Matematikada bu masalalarni kichik qismlarga ajratish, turli yechish usullarini taqqoslash, xato va to'g'ri yechimlarni tahlil qilishni o'z ichiga oladi.

Baholash (Evaluation) darajasida turli yechimlarning samaradorligini baholash, tanqidiy fikrlash va asosli xulosalar chiqarish ko'nikmasi shakllanadi. Matematikada bu turli isbot usullarining qiymatini baholash, eng optimal yechimni tanlash, natijalarning haqiqiylikini tekshirishni anglatadi.

Yaratish (Creation) eng yuqori daraja bo'lib, bu yerda talaba yangi g'oyalar, nazariyalar va yechimlar ishlab chiqadi. Matematikada bu yangi masalalar tuzish, muqobil yechish usullarini topish, nazariy natijalarni amaliy masalalarga tatbiq etishni o'z ichiga oladi.

### ***Skalyar Ko'paytmaning Nostandard Qo'llanilishlari***

Skalyar ko'paytma vektorlar nazariyasining fundamental tushunchalaridan biri bo'lib, nostandard masalalarni yechishda keng qo'llaniladi. Bu operatsiya ikki vektorning "o'xshashlik darajasini" o'lchaydi va ko'plab amaliy masalalarda muhim rol o'ynaydi.

Skalyar ko'paytmaning ta'rifi va xossalari. Ikki vektor **a** va **b** ning skalyar ko'paytmasi  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta$  formula bilan aniqlanadi, bu yerda  $\theta$  - vektorlar orasidagi burchak. Koordinatalar tizimida esa  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$  ko'rinishida hisoblanadi.

Skalyar ko'paytmaning asosiy xossalari: kommutativlik ( $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$ ), distributivlik ( $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$ ), assotsiativlik skalar bilan ( $k(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = (k\mathbf{a}) \cdot \mathbf{b}$ ), va musbat aniqlik ( $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} \geq 0$ , tenglik faqat  $\mathbf{a} = \mathbf{0}$  da).

Geometrik interpretatsiyada skalyar ko'paytma bir vektorning ikkinchi vektor yo'nalishidagi proyeksiyasi bilan ikkinchi vektorning uzunligi ko'paytmasiga teng. Bu xususiyat ko'plab amaliy masalalarda foydali bo'ladi.

Fizikada skalyar ko'paytma ish hisobi uchun ishlatiladi:  $W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$ , bu yerda  $\mathbf{F}$  - kuch vektori,  $\mathbf{s}$  - ko'chish vektori. Elektrostatikada elektr maydon energiyasi  $E = \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}$  formula bilan hisoblanadi.

### ***Skalyar Ko'paytmaning Tahliliy Qo'llanilishi (Analyze)***

Tahlil darajasida skalyar ko'paytmani murakkab masalalarni komponentlarga ajratish va ular orasidagi bog'liqliklarni o'rganish uchun ishlatiladi. Bu jarayon masalaning tuzilishini chuqur anglashga yordam beradi.

Ma'lumotlar tahlilida skalyar ko'paytma ikki vektor orasidagi o'xshashlikni o'lchash uchun ishlatiladi. Agar ikkita vektor  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  va  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  bo'lsa, ular orasidagi kosinus o'xshashligi quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$\cos(\theta) = (\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) / (\|\mathbf{x}\| \times \|\mathbf{y}\|)$$

Bu ko'rsatkich -1 dan +1 gacha qiymat oladi. +1 qiymati vektorlarning to'liq bir xil yo'nalishda ekanligini, -1 qarama-qarshi yo'nalishda ekanligini, 0 esa perpendikulyar ekanligini bildiradi.

Klasterlashtirish algoritmlarida skalyar ko'paytma yordamida ma'lumotlar nuqtalarini guruhlariga ajratish amalga oshiriladi. K-means algoritmda har bir nuqta eng yaqin markazga tegishli deb hisoblanadi va bu masofa ko'pincha Evklid metrikasi bilan o'lchanadi, bu esa skalyar ko'paytmaga asoslanadi.

Signallarni qayta ishlashda skalyar ko'paytma korrelyatsiya funksiyasini hisoblash uchun ishlatiladi. Ikki signal  $x(t)$  va  $y(t)$  orasidagi korrelyatsiya:  $R(\tau) = \int x(t) \times y(t + \tau) dt$

Bu diskret holda skalyar ko'paytma ko'rinishida yoziladi va signallar orasidagi o'xshashlikni aniqlaydi.

Regressiya tahlilida skalyar ko'paytma yordamida eng kichik kvadratlar usuli qo'llaniladi.  $Y = X\beta + \varepsilon$  modelida  $\beta$  parametrlarini topish uchun:  $\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y$

Bu yerda  $X^T X$  matritsaning har bir elementi skalyar ko'paytmalardan tashkil topgan.

Asosiy komponentlar analizida (PCA) kovarians matritsasining eigen vektorlari topiladi. Bu eigen vektorlar skalyar ko'paytmalar yordamida hisoblanadi va ma'lumotlarni kam o'lchamli fazoga proyeksiyalash uchun ishlatiladi.

### ***Skalyar Ko'paytmaning Baholash Qo'llanilishi (Evaluate)***

Baholash darajasida skalyar ko'paytmadan turli yechimlar va metodlarning samaradorligini o'lchash, tanqidiy tahlil qilish va eng yaxshi variantni tanlash uchun foydalaniladi.

Optimallashtirish masalalarida skalyar ko'paytma gradient usuli uchun ishlatiladi. Funksiya  $f(x)$ ning minimumini topish uchun:  $x_{k+1} = x_k - \alpha \nabla f(x_k)$

Bu yerda  $\nabla f(x_k)$  - gradient vektori,  $\alpha$  - qadam uzunligi. Gradient yo'nalishi eng tez o'sish yo'nalishini ko'rsatadi va unga teskari yo'nalish minimumga olib boradi.

Chiziqli dasturlashda simpleks usulida skalyar ko'paytma maqsad funksiyasining qiymatini hisoblash uchun ishlatiladi:  $f(x) = c^T x = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$

Bu yerda  $c$  - koeffitsientlar vektori,  $x$  - o'zgaruvchilar vektori.

Ma'lumotlarni siqish algoritmlarida skalyar ko'paytma yordamida ma'lumotlarning sifatini baholash amalga oshiriladi. Signal-shovqin nisbati (SNR) quyidagi formula bilan hisoblanadi:  $SNR = 20 \times \log_{10}(\|signal\| / \|noise\|)$

Bu yerda signal va noise vektorlarining normlari skalyar ko'paytma yordamida hisoblanadi.

Mashinani o'rgatish algoritmlarida skalyar ko'paytma loss funksiyalarini hisoblash uchun ishlatiladi. Masalan, kvadratik xato funksiyasi:  
$$\text{MSE} = (1/n) \times \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Bu yerda  $y$  - haqiqiy qiymatlar vektori,  $\hat{y}$  - prognoz qiymatlar vektori.

Tavsiya tizimlarida skalyar ko'paytma foydalanuvchilar o'rtasidagi o'xshashlikni o'lchash uchun ishlatiladi. Ikki foydalanuvchi A va B o'rtasidagi Pearson korrelyatsiya koeffitsienti:

$$r = \frac{\sum(r_{ai} - \bar{r}_a)(r_{bi} - \bar{r}_b)}{\sqrt{(\sum(r_{ai} - \bar{r}_a)^2 \times \sum(r_{bi} - \bar{r}_b)^2)}}$$

Bu formula skalyar ko'paytmalar kombinatsiyasi sifatida ifodalanadi.

### ***Skalyar Ko'paytmaning Ijodiy Qo'llanilishi (Create)***

Ijodiy qo'llash darajasida skalyar ko'paytmaning yangi qo'llanish usullarini ishlab chiqish, mavjud muammolar uchun noyob yechimlar yaratish va interdissiplinar yondashuvlarni rivojlantirish amalga oshiriladi.

Yangi metrikalar yaratishda skalyar ko'paytmani asos qilib olish mumkin. Masalan, ma'lumotlar uchun mahalliy o'xshashlik metrikai:  
$$d(x, y) = 1 - (x \cdot y) / (\|x\|_2 \times \|y\|_2) \times w(x, y)$$

Bu yerda  $w(x, y)$  - vazn funksiyasi bo'lib, mahalliy shartlarni hisobga oladi.

Gibrid algoritmlar yaratishda skalyar ko'paytmani turli usullarni birlashtirishda ishlatish mumkin. Masalan, genetik algoritim va gradient usulini birlashtirishda:  
$$\text{offspring} = \text{parent}_1 + \alpha \times (\text{parent}_2 \cdot \text{gradient\_direction}) \times \text{mutation\_vector}$$

Yangi vizualizatsiya usullarini yaratishda skalyar ko'paytmadan foydalanish mumkin. Masalan, ko'p o'lchamli ma'lumotlarni 2D yoki 3D fazoga proyeksiyalash uchun:

$$\text{projection} = \sum_i (\text{data\_point} \cdot \text{basis\_vector}_i) \times \text{basis\_vector}_i$$

Adaptiv algoritmlarda skalyar ko'paytma orqali tizimning holat vektorini doimiy kuzatib borish va moslashuvchan parametrlarni yangilash mumkin:  
$$\text{parameter\_update} = \text{learning\_rate} \times (\text{current\_state} \cdot \text{target\_state}) \times \text{adjustment\_vector}$$

Yangi tasniflash algoritmlari yaratishda skalyar ko'paytmani feature space'da yangi o'lchovlar yaratish uchun ishlatish mumkin:  

$$\text{new\_feature} = \text{original\_features} \cdot \text{transformation\_matrix} + \text{bias\_vector}$$

Ijodiy loyihalarda skalyar ko'paytmani san'at va dizaynda qo'llash mumkin. Masalan, rang palitrasini yaratishda:  

$$\text{color\_harmony} = \text{base\_color} \cdot \text{harmony\_matrix}$$

Geometrik shakllarni yaratishda ham skalyar ko'paytmadan foydalanish mumkin:  

$$\text{shape\_transformation} = \text{original\_shape} \cdot \text{rotation\_matrix} \cdot \text{scaling\_vector}$$

**2-AMALIY MASHG‘ULOT: MURAKKAB TENGLAMA VA TENGSIZLIKLAR YECHISHDA NOSTANDART USULLARDAN FOYDALANISH (2 SOAT)**

*Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanishga keltiriladigan tenglama va tengsizliklar. Murakkab tenglama va tengsizliklar yechishda nostandart usullardan foydalanish.*

**Murakkab tenglama va tengsizliklar yechishda nostandart usullardan foydalanish.**

<b>O‘quv vaqti:</b> 80 daqiqa	tinglovchilar: Akademik litsey o‘qituvchilari
<b>O‘quv mashg‘ulot turi</b>	Amaliyot
<b>O‘quv mashg‘ulot rejasi</b>	<p>1. Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanishga keltiriladigan tenglamalar</p> <p>2. Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanishga keltiriladigan tengsizliklar</p> <p>3. Murakkab tenglama va tengsizliklar yechishda nostandart usullardan foydalanish.</p>

<p><b><i>O'quv mashg'ulot maqsadi:</i></b> Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanishga keltiriladigan tenglama va tengsizliklar. Murakkab tenglama va tengsizliklar yechishda nostandart usullardan foydalanish.</p>	
<p><b>Pedagogik vazifalar:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mavzu bo'yicha tinglovchilarning bilimlarini oshirish;</li> <li>• Mavzuning maqsadi va vazifalarini tushuntirib berish;</li> <li>• Tinglovchilarga mavzuni tatbiqlarini tushuntirish.</li> </ul>	<p><b>O'quv faoliyati natijalari:</b> tinglovchilar bilishlari kerak:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullarni bilishlari;</li> <li>• Murakkab tenglama va tengsizliklar yechishda nostandart usullardan foydalanish;</li> <li>• Mavzuga oid misol va masalalar yecha olishlari.</li> </ul>
<b>O'qitish metodi va texnikasi</b>	Interfaol metod
<b>O'qitish vositasi</b>	M.Saxayev "Elementar matematika masalalari to'plami", I qism, doska, tarqatma materiallar

**Nostandart masalalarni yuqori samaradorlikka ega belgilashlar orqali yechish.**

<b>O'quv vaqti:</b> 80 daqiqa	tinglovchilar: Akademik litsey o'qituvchilari
<b>O'quv mashg'ulot turi</b>	Amaliyot
<b>O'quv mashg'ulot rejasi</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Nostandart masalalarni yuqori samaradorlikka ega belgilashlar orqali yechish.</li> <li>2. Vektorlar ustida chiziqli amallar va ulardan foydalanib ba'zi tenglamalarni yechish</li> <li>3. Vektorlar ustida chiziqli amallar va ulardan foydalanib ba'zi tengsizliklarni yechish.</li> </ol>
<b>O'quv mashg'ulot maqsadi:</b> ucburchak tomonlari, medianalari, balandliklari, bissektrisalari va yuzasi orasidagi tengsizliklar tushunchasini shakllantirish va	

rivojlantirishdan iborat.	
<p><b>Pedagogik vazifalar:</b></p> <p>Mavzu bo'yicha tinglovchilarning bilimlarini oshirish;</p> <p>Mavzuning maqsadi va vazifalarini tushuntirib berish;</p> <p>Tinglovchilarga mavzuni tatbiqlarini tushuntirish.</p>	<p><b>O'quv faoliyati natijalari:</b> tinglovchilar bilishlari kerak:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nostandart masalalar tushunchasini bilishlari;</li> <li>• Nostandart masalalar yechish qoidalarini bilishlari;</li> <li>• Vektorlar ustida chiziqli amallar va ulardan foydalanib ba'zi tenglamalar;</li> <li>• Vektorlar ustida chiziqli amallar va ulardan foydalanib ba'zi tengsizliklarni yechish.</li> </ul>
<b>O'qitish metodi va texnikasi</b>	Interfaol metod
<b>O'qitish vositasi</b>	M.Saxayev "Elementar matematika masalalari to'plami", I qism, doska, tarqatma materiallar

**Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanishga keltiriladigan tenglama va tengsizliklar.**

<b>O'quv vaqti:</b> 80 daqiqa	tinglovchilar: Akademik litsey o'qituvchilari
<b>O'quv mashg'ulot turi</b>	Amaliyot
<b>O'quv mashg'ulot rejasi</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. O'zgaruvchilarni almashtirish natijasida trigonometrik funksiyalarga keltirib yechiladigan masalalar.</li> <li>2. Irratsional tenglamalar va tengsizliklar yechishda test va muammoli topshiriqlarni loyihalash</li> <li>3. Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanishga</li> </ol>

	keltiriladigan tenglama va tengsizliklar.
<p><b>O'quv mashg'ulot maqsadi:</b> O'zgaruvchilarni almashtirish natijasida trigonometrik funksiyalarga keltirib yechiladigan masalalar. Irratsional tenglamalar va tengsizliklar yechishda test va muammoli topshiriqlarni loyihalash. Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanishga keltiriladigan tenglama va tengsizliklar. Diagnostik, formatif va summativ baholash. Reyting tizimi va kompetensiya asosidagi baholash.</p>	
<p><b>Pedagogik vazifalar:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mavzu bo'yicha tinglovchilarning bilimlarini oshirish;</li> <li>• Mavzuning maqsadi va vazifalarini tushuntirib berish;</li> <li>• Tinglovchilarga mavzuni tatbiqlarini tushuntirish.</li> </ul>	<p><b>O'quv faoliyati natijalari:</b> tinglovchilar bilishlari kerak:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullarni bilishlari;</li> <li>• Murakkab tenglama va tengsizliklar yechishda nostandart usullardan foydalanish;</li> <li>• Mavzuga oid misol va masalalar yecha olishlari.</li> </ul>
<b>O'qitish metodi va texnikasi</b>	Interfaol metod
<b>O'qitish vositasi</b>	M.Saxayev "Elementar matematika masalalari to'plami", I qism, doska, tarqatma materiallar

<b>Ish vaqti bosqichlari</b>	<b>O'qituvchi faoliyatining mazmuni</b>	<b>Tinglovchilar faoliyatining mazmuni</b>
<p><b>1-bosqich.</b></p> <p>O'quv mashg'ulotiga kirish (10 daqiqa)</p>	<p>1.1. Mavzuni, mavzu rejasini, maqsadini, rejalashtirilayotgan o'quv natijalarini va o'quv mashg'ulot xususiyatini tushuntiradi.</p> <p>1.2. Avvalgi darsda o'tilgan mavzuni takrorlagan xolda bugungi mavzu bilan</p>	Eshitadilar, yozadilar.

	bogʻlanishni tushuntirib beradi.	
<b>2-bosqich.</b> Asosiy (65 daqiqa)	2.1. Funksiya taʼrifi. Funksiyaning aniqlanish va oʻzgarish sohalarini (toʻplamlari) misollarda koʻrsatish. 2.2. Chegaralangan va monoton funksiyalarga doir masalalar ishlash. 2.3. Juft, toq va davriy funksiyalarga doir masalalar ishlash. 2.4. Murakkab va teskari funksiyalarga doir masalalar ishlash. 2.5. Tinglovchilar bilan birgalikda misol va masalalar yechish	Eshitadilar, yozadilar, misollar yechadilar, savollar beradilar.
<b>3-bosqich.</b> Yakunlovchi (5 daqiqa)	3.1. Mavzuni yakunlaydi. 3.2. Tinglovchilarga mustaqil oʻrganishlari uchun misol va masalalar topshiradi. 3.3. Savol-javobda, misol va masala yechishda faol ishtirok etgan tinglovchilarni ragʻbatlantirish.	Eshitadilar, yozadilar

### **3-AMALIY MASHGʻULOT: KAM UCHRAYDIGAN KOMBINATSION USULLARDAN FOYDALANISH (2 SOAT)**

*Oʻzgaruvchilarni almashtirish natijasida trigonometrik funksiyalarga keltirib yechiladigan masalalar. Irratsional tenglamalar va tengsizliklar yechishda test va muammoli topshiriqlarni loyihalash. Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanishga keltiriladigan tenglama va tengsizliklar. Diagnostik, formatif va summativ baholash. Reyting tizimi va kompetensiya asosidagi baholash*

**Matematikada murakkab tenglamalar yechish usullari va zamonaviy baholash tizimlarini qoʻllash**

## **Kirish**

Zamonaviy matematika ta'limida o'quvchilarning analitik fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish va murakkab matematik masalalarni yechishda turli usullardan foydalanish ko'nikmasini shakllantirish muhim ahamiyatga ega. Bu ma'ruzada biz o'zgaruvchilarni almashtirish orqali trigonometrik funksiyalarga keltirib yechiladigan tenglamalar, irratsional tenglamalar va tengsizliklarni yechishda test va muammoli topshiriqlarni loyihalash, kombinatsion usullar va zamonaviy baholash tizimlari haqida batafsil to'xtalamiz.

### **O'zgaruvchilarni almashtirish natijasida trigonometrik funksiyalarga keltirib yechiladigan masalalar**

O'zgaruvchilarni almashtirish usuli matematik tenglamalarni yechishda keng qo'llaniladigan kuchli vositadir. Bu usul orqali murakkab algebraik tenglamalarni sodda trigonometrik tenglamalarga keltirish mumkin.

Usulning mohiyati shundan iboratki, berilgan tenglamada ma'lum bir ifodani yangi o'zgaruvchi bilan almashtirib, tenglamani soddalashtirish va keyinchalik trigonometrik funksiyalar yordamida yechimini topishdan iborat. Masalan,  $a^2+b^2=c^2$  ko'rinishidagi tenglamalarni  $a=r\cos\theta$ ,  $b=r\sin\theta$  almashtirish orqali trigonometrik ko'rinishga keltirish mumkin.

Bu usulning afzalliklari quyidagilardan iborat: murakkab algebraik amallarni soddalashtirish, trigonometrik identifikatorlardan foydalanish imkoniyati, yechimning geometrik talqinini berish va ko'p hollarda aniq yechimlar olish.

Amaliy misollar orqali ko'rib chiqsak,  $x^4-10x^2+9=0$  tenglamani  $t=x^2$  almashtirish orqali  $t^2-10t+9=0$  ko'rinishga keltirib, uni yechib, so'ngra trigonometrik usullar bilan tahlil qilish mumkin. Bunday yondashuvlar o'quvchilarning matematik fikrlashini rivojlantiradi va turli sohalardagi muammolarni yechishda kreativlik namoyish etishga yordam beradi.

### **Irratsional tenglamalar va tengsizliklar yechishda test va muammoli topshiriqlarni loyihalash**

Irratsional tenglamalar va tengsizliklar matematikaning eng murakkab bo'limlaridan biridir. Bu bo'limda test va muammoli topshiriqlarni loyihalash maxsus yondashuvni talab qiladi.

Test topshiriqlarini loyihalashda quyidagi tamoyillarga amal qilish kerak: har bir test savoli aniq bir ko'nikmani tekshirishi, javoblar variantlari orasida mantiqiy bog'liqlik bo'lishi, noto'g'ri javoblar tipik xatolarga asoslanishi va qiyinchilik darajasi bosqichma-bosqich oshib borishi.

Muammoli topshiriqlarni tuzishda esa hayotiy vaziyatlardan foydalanish, o'quvchilarni tadqiqotga undash, bir necha yechim yo'llarini taqdim etish va tanqidiy fikrlashni rag'batlantirish muhim. Masalan, qurilish ishlarida paydo bo'ladigan matematik muammolar, fizika qonunlarini ifodalovchi tenglamalar yoki iqtisodiy hisob-kitoblar asosidagi topshiriqlar.

Bu turdagi topshiriqlar o'quvchilarning matematik kompetensiyalarini chuqur baholash imkonini beradi va real hayotdagi muammolarni matematik usullar bilan yechish ko'nikmalarini shakllantiradi. Shuningdek, guruh shaklida ishlash, fikr almashish va bir-biridan o'rganish jarayonlarini faollashtiradi.

### **Samaradorligi yuqori, lekin kam uchraydigan kombinatsion usullardan foydalanishga keltiriladigan tenglama va tengsizliklar**

Matematik tenglamalar va tengsizliklarni yechishda ba'zi hollarda noan'anaviy, lekin juda samarali usullardan foydalanish mumkin. Bu usullar odatda o'quv dasturlarida kam uchraydi, lekin ularga ega bo'lgan o'quvchilar matematik musobaqalarda va murakkab masalalarni yechishda katta ustunlikka ega bo'ladilar.

Bunday usullar qatoriga quyidagilar kiradi: Vieta teoremasining kengaytirilgan qo'llanilishi, parametrli tenglamalarni yechishda geometrik usullar, funksiyalarning monotonlik xossalaridan foydalanish va ekstremum masalalarida kombinatorika elementlarini qo'llash.

Masalan,  $f(x)+f(y)=f(x+y)$  ko'rinishidagi funksional tenglamalarni yechishda Koshi funksional tenglamasi nazariyasidan foydalanish mumkin. Yoki ma'lum shartlarni qanoatlantiruvchi butun sonlarni topishda modullar arifmetikasi va kongruensiyalardan foydalanish samarali natija beradi.

Bu usullarni o'qitishda bosqichma-bosqich yondashuv qo'llash, sodda misollardan boshlab murakkab masalalarga o'tish va har bir usulning nazariy asoslarini yaxshi tushuntirish zarur. O'quvchilar bu usullarni o'zlashtirganlarida ularning matematik dunyoqarashi sezilarli darajada kengayadi.

### **Diagnostik baholash**

Diagnostik baholash ta'lim jarayonining boshlang'ich bosqichida o'quvchilarning mavjud bilim darajasini, kuchli va zaif tomonlarini aniqlash uchun qo'llaniladigan baholash turi hisoblanadi. Bu baholash turiga o'quvchilarning oldingi ta'lim bosqichlarida olgan bilimlarini tekshirish, yangi mavzu bo'yicha boshlang'ich tushunchalarini aniqlash va individual ta'lim ehtiyojlarini belgilash kiradi.

Diagnostik baholashning asosiy maqsadi o'quvchilarning qiyin tushungan mavzularini aniqlash va keyingi ta'lim jarayonini shu asosda rejalashtirish hisoblanadi. Bu jarayon orqali o'qituvchi har bir o'quvchining individual xususiyatlarini hisobga olgan holda ta'lim strategiyasini ishlab chiqadi.

Diagnostik baholashni amalga oshirishda turli vositalardan foydalaniladi: og'zaki so'rov, yozma testlar, amaliy ishlar, loyihalar va kuzatishlar. Muhimi shundaki, bu baholash o'quvchilarga baho qo'yish uchun emas, balki ularning ta'lim ehtiyojlarini aniqlash uchun xizmat qiladi.

Matematik fanlarni o'qitishda diagnostik baholash alohida ahamiyat kasb etadi, chunki matematik tushunchalar bir-biriga chambarchas bog'liq bo'lib, oldingi bilimlarning yetarli darajada o'zlashtirilmaganligi keyingi mavzularni o'rganishda jiddiy qiyinchiliklarga olib keladi.

### **Formatif baholash**

Formatif baholash ta'lim jarayoni davomida amalga oshiriladigan, o'quvchilarning o'rganish jarayonini yaxshilash va o'qituvchining ta'lim usullarini takomillashtirish maqsadida qo'llaniladigan baholash turi hisoblanadi. Bu baholash turi doimiy ravishda amalga oshiriladi va o'quvchilarga o'z o'rganish jarayonini nazorat qilish imkoniyatini beradi.

Formatif baholashning asosiy xususiyatlari quyidagilardan iborat: muntazamlik, qayta aloqa berish, o'z-o'zini baholash imkoniyati yaratish va ta'lim jarayonini tuzatish.

Bu baholash turi o'quvchilarga o'z yutuqlarini kuzatish va kamchiliklarini bartaraf etish uchun zarur bo'lgan ma'lumotlarni taqdim etadi.

Formatif baholashni amalga oshirishda turli usullardan foydalaniladi: kunduzgi dars davomidagi kichik testlar, guruhlarda ishlash natijalarini baholash, o'quvchilarning o'zaro baholashi, portfel usuli va refleksiya yozuvlari. Har bir usul o'quvchilarning turli ko'nikmalarini rivojlantirishga qaratilgan.

Bu turdagi baholash o'quvchilarning motivatsiyasini oshiradi, ularni faol ishtirok etishga undaydi va o'qituvchiga o'z ish uslubini doimiy takomillashtirish imkoniyatini beradi. Shuningdek, o'quvchilar o'z o'rganish jarayoniga mas'uliyat bilan yondashishni o'rganadilar.

### **Summativ baholash**

Summativ baholash ta'lim jarayonining oxirida yoki ma'lum bir davr yakunida o'quvchilarning erishgan natijalarini umumlashtirish va yakuniy baho berish maqsadida qo'llaniladigan baholash turi hisoblanadi. Bu baholash turi o'quvchilarning bilim va ko'nikmalarining yakuniy darajasini aniqlaydi.

Summativ baholashning asosiy maqsadlari quyidagilardan iborat: o'quvchilarning o'zlashtirishlarini yakuniy tekshirish, ta'lim standartlariga muvofiqligini aniqlash, keyingi ta'lim bosqichiga o'tish uchun tayyorgarligini baholash va ta'lim sifatini umumiy baholash.

Bu baholash turini amalga oshirishda odatda quyidagi vositalardan foydalaniladi: yakuniy imtihonlar, katta loyihalar, portfel taqdimotlari, standartlashtirgan testlar va kompleks baholash ishlari. Har bir vosita o'quvchilarning turli sohalardagi yutuqlarini keng qamrab olishga qaratilgan.

Summativ baholash natijalaridan ta'lim sifatini tahlil qilish, o'quv dasturlarini takomillashtirish, o'quvchilarni keyingi ta'lim bosqichlariga yo'naltirish va ta'lim muassasasining umumiy samaradorligini baholash uchun foydalaniladi. Bu ma'lumotlar ta'lim tizimini strategik rivojlantirish uchun muhim asos bo'lib xizmat qiladi.

## **Reyting tizimi**

Reyting tizimi o'quvchilarning ta'lim yutuqlarini sonli ko'rsatkichlar asosida tartiblash va taqqoslash imkonini beruvchi baholash tizimi hisoblanadi. Bu tizim orqali o'quvchilarning nisbiy o'rinlari aniqlanadi va ular o'rtasida sog'lom raqobat muhiti yaratiladi.

Reyting tizimining afzalliklari quyidagilardan iborat: aniq va tushunarli ko'rsatkichlar berish, o'quvchilarni faol ishtirok etishga undash, o'z natijalarini yaxshilashga motiviatsiya yaratish va ta'lim jarayonida adolatlilikni ta'minlash. Shu bilan birga, bu tizimning ba'zi kamchiliklari ham mavjud.

Reyting tizimini qo'llashda quyidagi tamoyillarga amal qilish kerak: baholash mezonlarining aniqligi va ochiq-oydinligi, barcha o'quvchilar uchun teng imkoniyatlar yaratish, individual rivojlanishni hisobga olish va psixologik xavfsizlikni ta'minlash.

Bu tizimni amalga oshirishda zamonaviy texnologiyalardan foydalanish, o'quvchilarning turli faoliyat turlaridagi yutuqlarini hisobga olish va ularning individual rivojlanish dinamikasini kuzatish muhim. Reyting tizimi to'g'ri qo'llanilganda o'quvchilarning o'rganishga bo'lgan qiziqishini oshiradi va ularni yuqori natijalarga erishishga undaydi.

## **Kompetensiya asosidagi baholash**

Kompetensiya asosidagi baholash o'quvchilarning nazariy bilimlarini amaliy vaziyatlarda qo'llay olish qobiliyatini baholashga qaratilgan zamonaviy yondashuv hisoblanadi. Bu baholash turi o'quvchilarning bilim, ko'nikma va qiymatlarning integratsiyalashgan ko'rinishini namoyon etadi.

Kompetensiya asosidagi baholashning asosiy tamoyillari quyidagilardan iborat: real hayotiy vaziyatlarga yaqinlik, kompleks ko'nikmalarni baholash, jarayon va natijani birga hisobga olish, individual rivojlanishni qo'llab-quvvatlash va uzluksiz takomillashtirish imkoniyatini yaratish.

Bu baholash turini amalga oshirishda performans asosidagi topshiriqlar, loyihaviy ishlar, portfel usuli, o'zaro baholash va refleksiya kabi usullardan foydalaniladi. Har bir usul o'quvchilarning turli kompetensiyalarini rivojlantirishga hissa qo'shadi.

Kompetensiya asosidagi baholash o'quvchilarni kelajakdagi kasbiy faoliyatga tayyorlash, ularning tanqidiy fikrlash qobiliyatlarini rivojlantirish va hayotiy ko'nikmalarni shakllantirish uchun juda samarali vosita hisoblanadi. Bu yondashuv orqali o'quvchilar o'rganilayotgan mavzularning amaliy qiymatini tushunib, bilimlarini real vaziyatlarda qo'llash ko'nikmalarini egallaydilar.

## V. GLOSSARIY

Termin	O‘zbek tilidagi sharhi	Ingliz tilidagi sharhi
Assesment	<p style="text-align: center;">angl. assessment</p> <p style="text-align: center;">“baholash”, bilimni, ko‘nikma va malakalarni bir necha xil yondashuvlar orqali baholash, tahlil qilish, sinab ko‘rishdan pedagogik texnologiyasi.</p>	<p style="text-align: center;">the technology of teaching.by documenting of knowledge, skills, attitudes, with using of different ways of assesment, analysis and testing.</p>
<p style="text-align: center;">Guruhli ta’lim</p> <p style="text-align: center;">Group traning</p>	<p style="text-align: center;">bir o‘qituvchi bir necha o‘qituvchini o‘qitadigan ta’lim shakli. Guruhlar o‘quvchilar soniga qarab: kichik (3-6 o‘quvchi), o‘rta (7-15 o‘quvchi), katta (15 dan ortiq o‘quvchi, guruhlar) ga ajratiladi. Shuningdek, har bir guruhdagi ta’lim oluvchilarning yoshiga, ta’lim yo‘nalishiga va shu kabilarga qarab ham guruhlarga ajratiladi. Bu shaklni qo‘llash jarayonida yakka ta’lim shakllari ham</p>	<p style="text-align: center;">A form of teaching in which a person teaches a few students. Depending on the number of students the groups can be small (3-6 students), medium (7-15 students) and large (more than 15 students, groups).</p> <p style="text-align: center;">In addition the each group can be devided by age, training, direction, and etc. In this form of traning the individual education is also used/ For teaching biology the groups from 3-5 students is the most effective</p>

	<p><b>amalga oshiriladi.</b></p> <p><b>Biologiyadan dars o‘tishda eng samarali guruxlar 3-5 kishi</b></p>	
<p><b>Edvayzer</b></p>	<p>- yakka holda diplom ishi, kurs ishini ishlab chiqish, ilmiy-tadqiqot olib borish, individual dasturlarni ishlab chiqish, talabalarning individual o‘qish va rivojlanishiga yordam beruvchi maslahatchidir</p>	<p><b>Person consulting individual diploma work, course work, scientific research, thesis, development of individual programs and individual academic growth and development of students</b></p>
<p><b>Intellectual mulk</b></p> <p><b>Intellectual proper</b></p>	<p><b>ijodiy aqliy faoliyat mahsuli.</b></p> <p><b>Ixtirochilik va mualliflik manbai huquqi majmuiga kiruvchi, fan, adabiyot, san’at va ishlab chiqarish sohasida ijodiy faoliyatning boshqa turlari, adabiy, badiiy, ilmiy asarlar, ijrochi aktyorlik san’ati, jumladan, ovoz yozish, radio va televideniye asarlari kashfiyotlar, ixtirolar, sanoat namunalari, kompyuter uchun dasturlar, ma’lumotlar ombori, tovar belgilari, firma atamalari va boshqa</b></p>	<p><b>creations of the <u>intellect</u> for which a <u>monopoly</u> is assigned to designated owners by <u>law</u>. Some common types of intellectual property rights (IPR) are <u>trademarks</u>, <u>copyright</u>, <u>patents</u>, <u>industrial design rights</u>, and in some jurisdiction <u>trade secrets</u>: all these cover music, literature, and other artistic works; discoveries and inventions; and words, phrases, symbols, and designs.</b></p>

	<b>aqliy mulk manbalari kiradi</b>	
<b>Interfaol mashg'ulot Interactive classes</b>	<b>o'qituvchi va o'quvchilar o'zaro faol ishtirok etadigan mashg'ulot. Bunda jarayon o'zaro hamkorlikda kechadi</b>	<b>Classes in which both the teacher and students are active. The studying and teaching process are done in close cooperation</b>
<b>Malaka oshirish Qualification of skills</b>	<b>mutaxassislar va rahbar xodimlarning kasbiy bilim va ko'nikmalarini yangilash hamda rivojlantirish jarayoni</b>	<b>The process of updating and development of professional knowledge and skills of experts and administrators</b>

## **VI. ADABIYOTLAR RO‘YXATI:**

### **ADABIYOTLAR RO‘YXATI**

#### **I. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining asarlari**

1. Mirziyoyev Sh.M. Yangi O‘zbekiston.– T.: “O‘zbekiston” NMIU, 2021. - 464 b.
2. Mirziyoyev Sh.M. «Oliy Majlisga Murojaatnomasi hamda O‘zbekiston yoshlari forumida so‘zlagan nutqidan iqtiboslar». – T.: “Tasvir”, 2021. - 52 bet.
3. Mirziyoyev Sh.M. Yangi O‘zbekiston taraqqiyot strategiyasi asosida demokratik islohotlar yo‘lini qat’iy davom ettiramiz. 6-jild. – T.: “O‘zbekiston” NMIU, 2023. - 536 b.
4. Mirziyoyev Sh.M. Erkin, obod va farovon mamlakatni - Yangi O‘zbekistonni barchamiz birgalikda barpo etamiz. – T.: “O‘zbekiston” NMIU, 2023. - 368 b.
5. Mirziyoyev Sh.M. Xalqchil islohotlar xalqimiz manfaatlariga xizmat qiladi. 7-jild. – T.: “O‘zbekiston” NMIU, 2023. - 392 b.
6. Mirziyoyev Sh.M. Hozirgi zamon va Yangi O‘zbekiston. – T.: “O‘zbekiston” NMIU, 2024. -344 b.

#### **II. Normativ-huquqiy hujjatlar**

1. O‘zbekiston Respublikasining Konstitutsiyasi. – T.: O‘zbekiston, 2023.
2. O‘zbekiston Respublikasining 2020-yil 23-sentabrda qabul qilingan “Ta’lim to‘g‘risida”gi O‘RQ-637-sonli Qonuni.
3. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 8-oktabrdagi “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5847-sonli Farmoni.
4. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 29-oktabrdagi “Ilm-fanni 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-6097-sonli Farmoni.
5. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 22-yanvardagi “2022-2026 yillarga mo‘ljallangan Yangi O‘zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to‘g‘risida”gi PF-60-son Farmoni.
6. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2023-yil 11-sentabrdagi “O‘zbekiston - 2030” strategiyasi to‘g‘risida”gi PF-158-son Farmoni.
7. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 13-oktabrdagi “Alohida ta’lim ehtiyojlari bo‘lgan bolalarga ta’lim-tarbiya berish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida” PQ-4860-sonli Qarori.
8. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 3-dekabrdagi “Iqtidorli yoshlarni saralab olish tizimi va akademik litseylar faoliyatini takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida” PQ-4910-son Qarori.
9. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2024-yil 14-oktyabrdagi “Sun’iy intellekt texnologiyalarini 2030-yilga qadar rivojlantirish strategiyasini tasdiqlash to‘g‘risida” PQ-358-son Qarori.

10. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2022-yil 1-iyundagi “Akademik liseylar rahbar va pedagog xodimlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida” 296-son Qarori.

11. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2021-yil 29-noyabrdagi “Sun‘iy intellekt texnologiyalarini qo‘llab-quvvatlash uchun maxsus rejim tashkil etish va uning faoliyatini yo‘lga qo‘yish tartibi to‘g‘risidagi nizomni tasdiqlash haqida” gi 717-son Qarori.

12. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2025-yil 10-iyuldagi “2025-2026-yillarda sun‘iy intellekt texnologiyalari sohasida ustuvor loyihalarni amalga oshirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi 425-son Qarori.

13. BMT. Inson huquqlari umumjahon Deklaratsiyasi. 1948.

14. BMT. Bolalar huquqlari to‘g‘risidagi Konvensiya.1989.

### **III. Maxsus adabiyotlar**

1. Zulunov R.M. Sun‘iy intellekt texnologiyalari – T.: Classic, 2024.
2. Mo‘minov B.B., Sun‘iy intellekt (O‘quv qo‘llanma). – T., 2023.
3. Babaxodjaeva N.M. Sun‘iy intellekt va neyron to‘rli texnologiyalar. -T., 2023.
4. Toirov S.S., Axmedov U.M. Axborot tizimlari va texnologiyalari (o‘quv qo‘llanma). – T.: Iqtisodiyot, 2020. – 240 b.
5. Abduraxmonov R.M. Pedagogik texnologiyalar va raqamli ta’lim muhitlari. – T.: Fan va texnologiya, 2021. – 200 b.
6. Muminova L.R, Nazarova D.A. Inklyuziv va maxsus ta’lim atamalarining izohli lug‘ati. – T., 2021.
7. Nazarova D.A, Mamarajabova Z.N. Maxsus pedagogika (Surdopedagogika). -T.: Innovatsiya-ziyo, 2020.
8. Nazarova D.A. Inklyuziv madaniyatini shakllantirishda ta’lim klasteri sub’yektlarining o‘rni. //Scientific aspects and trends in the field of scientific research. International scientific online conference.
9. Nazarova Dildora Asatovna. Issues of involving children with hearing in inclusive education.// European Journal of Agricultural and Rural Education (EJARE)Available Online at: <https://www.scholarzest.com> Vol. 2 No.12, December 2021,ISSN: 2660-5643/ Page 149.
10. Butterworth, J., & Mitchell, D. (2013). Inclusive Education and its Social Benefits. London: Routledge. 77-80 p.
11. Florian, L., & Black-Hawkins, K. (2011). Exploring Inclusive Pedagogy. British Educational Research Journal. 28 p.
12. Nazarova, D. A. (2020). "Aspects of Orientation of Students of the Professional Development Courses in the Direction 'Managers of Educational Institutions' to the Effective Organization of Inclusive Education."European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences, 8(8), 7-12.
13. “Inklyuziv ta’limning dolzarb masalalari: muammo va ularning yechimlari” mavzusidagi xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya materiallari to‘plami. Toshkent

shahri. 2021-yil 26-mart.- 335 b.

14. Xudoyberdiyev D., Xolmatov F. Learner-Centered Education va interaktiv dars metodologiyasi. – T.: Toshkent Davlat Pedagogika Universiteti, 2024.

15. Stohlmann M., Moore T.J., Roehrig G.H. “Considerations for Teaching Integrated STEM Education.” Journal of Pre-College Engineering Education Research. Vol. 2, No. 1, 2021.

16. Mahmudov D., Salohiddinov A. STEM va STEAM ta’lim texnologiyalarini maktabda tatbiq qilish. – T.: O‘zbekiston Masofaviy Ta’lim, 2023.

17. Ergashev O., Toshtemirov B. Project-Based Learning (PBL) metodologiyasi va tatbiqlari. – T.: Fan va Texnologiya, 2022.

18. Qodirov M., Saidov F. Reyting tizimi va kompetensiya asosidagi baholash. – T.: Sharq Nashriyoti, 2023.

19. В.В. Зайцев, В.В. Рыжков, М.И. Сканаevi. Элементарная математика. Начало математического анализа. Мир и образование, 2024.

20. Mamatov M., Rahmatov N. Vektorlar va chiziqli algebra: masalalar yechish metodikasi. – T.: Tafakkur, 2023.

21. Sharipov A., Keunimjayev M. Existence and uniqueness of polyhedral with given value of the conditional curvature, International Electronic Journal of Geometry, 2023, Vol. 16, No. 1, pp. 160-170 (Scopus).

22. Larson R., Hostetler R.P., Edwards B.H. Precalculus: Functions and Graphs. 6th ed. – Boston: Cengage Learning, 2022.

23. Sharipov A.S. Analitik geometriya, Darslik.- T.: “Tilsim” nashriyoti, 2023. - 304 b.

24. В.В. Зайцев, В.В. Рыжков, М.И. Сканаevi. Элементарная математика. Начало математического анализа. - М.;Мир и образование, 2024.

25. И.М. Яглом. Геометрические преобразования. МФН, 2020.

26. Aufmann R.N., Lockwood J., Nation R.D., Clegg D.K. Precalculus: An Introduction. 10th ed. – Boston: Cengage Learning, 2022.

#### **IV. Elektron ta’lim resurslari**

1. <http://edu.uz>
2. <http://lex.uz>
3. <http://lib.bimm.uz>
4. <http://ziyonet.uz>
5. <http://natlib.uz>
6. <https://problems.ru/>