



**FARG'ONA DAVLAT UNIVERSITETI
HUZURIDAGI PEDAGOG KADRLARNI
QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING
MALAKASINI OSHIRISH MINTAQAVIY
MARKAZI**



CHIZIQLI ALGEBRA TATBIQLARI



**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

**OLIY TA’LIM TIZIMI KADRLARINI QAYTA TAYYORLASH VA
MALAKASINI OSHIRISH INSTITUTI**

**FARG‘ONA DAVLAT UNIVERSITETI HUZURIDAGI PEDAGOG
KADRLARNI QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING MALAKASINI
OSHIRISH MINTAQAVIY MARKAZI**

“CHIZIQLI ALGEBRA TATBIQLARI”

MODULI BO‘YICHA

O‘QUV – USLUBIY MAJMUA

FARG‘ONA – 2026

Modulning ishchi dasturi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligining 2024-yil 27 dekabrda 485-sonli buyrug'i bilan tasdiqlangan oliy ta'lim muassasalari rahbar kadrlarini qayta tayyorlash va malaka oshirish yo'nalishlari o'quv reja va dasturlariga muvofiq ishlab chiqilgan.

Tuzuvchi: **Yusupova A.** – “Matematika” kafedrasida professori, fizika-matematika fanlari nomzodi

Taqrizchi: **Karimov K.** - “Matematik analiz va differensial tenglamalar” kafedrasida dosenti, fizika-matematika fanlari doktori

Ishchi o'quv dasturi FarDU Ilmiy Kengashining qarori bilan tasdiqqa tavsiya qilingan (2025 yil 27 dekabrda 5- sonli bayonnoma).

MUNDARIJA

I.	ISHCHI DASTUR.....	4
II.	MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTREFAOL TA’LIM METODLARI	12
III.	NAZARIY MASHG‘ULOT MATERIALLARI.....	15
IV.	AMALIY MASHG‘ULOT MATERIALLARI.....	50
V.	KO‘CHMA MASHG‘ULOT MATERIALLARI	76
V.	GLOSSARIY.....	82
VI.	ADABIYOTLAR RO‘YXATI.....	89

I. ISHCHI DASTUR

KIRISH

Dastur O‘zbekiston Respublikasining 2020 yil 23 sentyabrda tasdiqlangan “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 3 dekabrda “Iqtidorli yoshlarni saralab olish tizimi va akademik liseylar faoliyatini takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4910-son hamda Vazirlar Mahkamasining 2022 yil 1 iyundagi “Akademik liseylar rahbar va pedagog xodimlarining uzduksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida”gi 296-son Qarorlarida belgilangan ustuvor yo‘nalishlar mazmunidan kelib chiqqan holda tuzilgan bo‘lib, u zamonaviy talablar asosida malaka oshirish jarayonlarining mazmunini takomillashtirish hamda akademik liseylar pedagog xodimlarining kasbiy kompetentligini muntazam oshirib borishni maqsad qiladi.

Dastur doirasida berilayotgan mavzular oily ta’lim tizimi pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish mazmuni, sifati va ularning tayyorgarligiga qo‘yiladigan malaka talablari va o‘quv rejasi asosida shakllantirilgan bo‘lib, matematika fani o‘qituvchilarini zamonaviy ta’lim va innovasiya texnologiyalari, ilg‘or xorijiy tajribalardan foydalanish, axborot-kommunikasiya texnologiyalarini o‘quv jarayoniga keng tatbiq etish darajasini oshirish hisobiga ularning kasb mahorati va o‘quv-uslubiy faoliyatini sifatli tashkil etish kompetensiyalarini muntazam yuksaltirishni nazarda tutadi.

Modulning maqsadi va vazifalari

Oliy ta’lim muasasalari pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish kursining **maqsadi** pedagog kadrlarning innovatsion yondoshuvlar asosida o‘quv-tarbiyaviy jarayonlarni yuksak ilmiy-metodik darajada loyihalashtirish, sohadagi ilg‘or tajribalar, zamonaviy bilim va malakalarni o‘zlashtirish va amaliyotga joriy etishlari uchun zarur bo‘ladigan kasbiy bilim, ko‘nikma va malakalarini takomillashtirish, shuningdek ularning ijodiy faolligini rivojlantirishdan iborat.

Kursning **vazifalariga** quyidagilar kiradi:

- tinglovchilarga jamiyatda amalga oshirilayotgan ijtimoiy-iqtisodiy islohotlar va ta'lim-tarbiya jarayonlarini tashkil etishning huquqiy-me'yoriy asoslarini muntazam o'rganish;
- matematika fanini o'qitishda ilg'or ta'lim-tarbiya texnologiyalari va xorijiy tajribalarni o'rganish;
- matematika o'qituvchilarini texnik va kreativ fikrlash, intellektual qobiliyatlarini rivojlantirish;
- o'quv jarayonini fan va ishlab chiqarish bilan samarali integratsiyasini ta'minlashga qaratilgan faoliyatni tashkil etish;
- malaka talablariga mos holda matematika o'qituvchilarining fanga doir kasbiy bilim, ko'nikma, malaka va kompetensiyalarini innovatsion yondashuvlar asosida uzluksiz yangilab borish va rivojlantirish.

Kurs yakunida tinglovchilarning bilim, ko'nikma va malakalari va kompetensiyalariga qo'yiladigan talablar:

“Chiziqli algebra tatbiqlari” bo'yicha tinglovchilarning bilim, ko'nikma, malaka va kompetensiyalariga qo'yiladigan talablar tegishli ta'lim sohasi bo'yicha pedagog kadrlarning malakasini oshirish mazmuni, sifati va ularning tayyorgarligi hamda kompetentligiga qo'yiladigan yangilangan malaka talablari bilan belgilanadi:

Tinglovchi:

- chiziqli almashtirishlar va chiziqli formalarni;
- vektor vazolar, chiziqli bog'liqlilik va chiziqli erklilik, bazis va o'lcham, qism fazo tushunchalarini;
- Maltus va Fyurxst-Perl modellarini;
- vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar, chiziqli almashtirishning
- matritsasi, chizqli almashtirishning yadrosi va obrazini;
- chiziqli dasturlash masalalari va Demografik modellarni;
- chiziqli almashtirishlar va chiziqli formalarni;

- teskari matritsa va ularni topishning Gaus-Jordan usullarini ***bilishi*** kerak.

Modul bo'yicha qo'yiladigan talablar

Kurs yakunida tinglovchilar quyidagi yo'nalishlarda bilim, ko'nikma, malaka hamda kompetensiyalarga ega bo'lishlari talab etiladi:

Tinglovchi:

- chiziqli algebra va uning elementlariga doir masalalarni yechish;
- jarayonlarni modellashtirishda tabiatning saqlanish qonunlaridan va boshqa usullardan foydalanish;
- matematik modellarning nazariy va amaliy tadqiqoti, ularning adekvatligini baholash;
- matematik model va uning real ob'ekti orasidagi muvofiqlilikni izohlash;
- vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar, chiziqli almashtirishning matritsasi, chiziqli almashtirishning yadrosi va obrazidan foydalanish;
- matritsalar nazariyasini o'zlashtirish, matritsalarining paydo bo'lish tarixini tahlil etish;
- chiziqli tenglamalar sistemasi va ularni yechish usullaridan foydalanish;
- matritsalar va ular ustida amallar bajarish ***ko'nikmalariga*** ega bo'lishi lozim.

Tinglovchi:

- chiziqli almashtirishlar va chiziqli formalardan foydalanish;
- matematik modelni ifodalash shakllarini tahlil etish;
- chiziqli algebra va uning elementlariga doir masalalarini ishlab chiqish;
- chiziqli almashtirish matritsasining turli normal shakllarini qo'llash;
- jamiyat rivojlanishining demografik modelidan foydalanish;
- jarayonlarni modellashtirishda tabiatning saqlanish qonunlaridan va boshqa usullardan foydalanish;
- Epidemiya modeli asoslarini o'zlashtirish;

- massa (materiya)ning saqlanish qonunini amaliy ahamiyatini ochib berish;
- bilish jarayonida va insoniing amaliy faoliyatida modellashtirishning rolini ochib berish;
- chiziqli almashtirishlar va ularning matritsalarini graflar nazariyasi va information texnologiyalar sohasida qo‘llash **malakalariga** ega bo‘lishi lozim.

Tinglovchi:

- chiziqli algebra tushunchalari, ta’riflarini o‘zlashtirish va ularni tatbiq etish;
- populyatsiya chiziqsiz modelining uch turdagi rejimini amaliyotga tadbiq etish;
- chizqli tenglamalar sistemasini yechishda yuqori uchburchak ko‘rinishidagi va regular matritsalarini qo‘llash;
- o‘zaro ta’sirlashuvchi populyatsiyalar sonini modellashtirish va tahlil qilish;
- zamonaviy algebraning dolzarb masalalarini yechishda chiziqli algebra elementlari va usullaridan foydalanish;
- matematik modellashtirishda variatsion prinsiplardan foydalanish kompetensiyalariga ega bo‘lishi lozim.

“CHIZIQLI ALGEBRANING TATBIQLARI”

Modul bo'yicha soatlar taqsimoti

№	Modul mavzulari	Nazariy	Amaliy	Ko'chma mashg'ulot	Jami o'quv yuklamasi
1	Zamonaviy algebraning hozirgi kundagi dolzarb masalalari. Zamonaviy algebrada foydalaniladigan chiziqli algebra elementlari.	2	2		4
2	Chiziqli algebra tushunchalari, ta'riflar va ularning tatbiqlari. Matritsalar nazariyasi, matritsalarining paydo bo'lish tarixi.	2	2	6	10
3	Teskari matritsa va ularni topishning Gaus-Jordan usuli. Matritsalar yordamida yechiladigan masalalar. Chiziqli fazo, chiziqli fazoning bazisi va o'lchami tushunchalari.	2	2		4
4	Vektor fazolar, chiziqli bog'liqlilik va chiziqli erklilik. Bazis va o'lcham, qism fazo tushunchalari. Vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar. Chiziqli almashtirishning matritsasi.	2	2	6	10
Jami:		8	8	12	28

NAZARIY MASHG'ULOTLAR MAZMUNI

1-mavzu: Zamonaviy algebraning hozirgi kundagi dolzarb masalalari.
Zamonaviy algebrada foydalaniladigan chiziqli algebra elementlari.
(2 soat ma'ruza)

Zamonaviy algebraning hozirgi kundagi dolzarb masalalari. Zamonaviy algebrada foydalaniladigan chiziqli algebra elementlari. Chiziqli algebrada tatbiq etilgan modular. Chiziqli algebra va uning elementlariga doir masalalar.

**2-mavzu: Chiziqli algebra tushunchalari, ta'riflar va ularning
tatbiqlari. Matritsalar nazariyasi, matritsalarining paydo bo'lish tarixi.
(2 soat ma'ruza)**

Chiziqli algebra tushunchalari, ta'riflar va ularning tatbiqlari. Matritsalar nazariyasi, matritsalarining paydo bo'lish tarixi. Matritsalar va ular ustida amallar. Geometriyaning zamonaviy yo'nalishlari va muammolari.

**3-mavzu: Teskari matritsa va ularni topishning Gaus-Jordan usuli.
Matritsalar yordamida yechiladigan masalalar. Chiziqli fazo, chiziqli
fazoning bazisi va o'lchami tushunchalari.. (2 soat ma'ruza)**

Teskari matritsa va ularni topishning Gaus-Jordan usuli. Matritsalar yordamida yechiladigan masalalar. Chiziqli fazo, chiziqli fazoning bazisi va o'lchami tushunchalari. Chiziqli almashtirishlar va chiziqli formalar.

**4-mavzu . Vektor fazolar, chiziqli bog'liqlilik va chiziqli erklilik. Bazis va
o'lcham, qism fazo tushunchalari. Vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar.
Chiziqli almashtirishning matritsasi. (2 soat ma'ruza)**

Vektor vazolar, chiziqli bog'liqlilik va chiziqli erklilik. Bazis va o'lcham, qism fazo tushunchalari. Vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar. Chiziqli almashtirishning matritsasi. Chiziqli almashtirishning yadrosi va obrazi.

AMALIY MASHG'ULOTLAR MAZMUNI

**1-mavzu: Zamonaviy algebraning hozirgi kundagi dolzarb masalalari.
Zamonaviy algebrada foydalaniladigan chiziqli algebra elementlari.**

(2 soat amaliy)

Zamonaviy algebraning hozirgi kundagi dolzarb masalalari. Zamonaviy algebrada foydalaniladigan chiziqli algebra elementlari. Chiziqli algebrada tatbiq etilgan modular. Chiziqli algebra va uning elementlariga doir masalalar.

**2-mavzu: Chiziqli algebra tushunchalari, ta'riflar va ularning
tatbiqlari. Matritsalar nazariyasi, matritsalarining paydo bo'lish tarixi.
(2 soat amaliy)**

Chiziqli algebra tushunchalari, ta'riflar va ularning tatbiqlari. Matritsalar nazariyasi, matritsalarining paydo bo'lish tarixi. Matritsalar va ular ustida amallar. Geometriyaning zamonaviy yo'nalishlari va muammolari.

**3-mavzu: Teskari matritsa va ularni topishning Gaus-Jordan usuli.
Matritsalar yordamida yechiladigan masalalar. Chiziqli fazo, chiziqli
fazoning bazisi va o'lchami tushunchalari. (2 soat amaliy)**

Teskari matritsa va ularni topishning Gaus-Jordan usuli. Matritsalar yordamida yechiladigan masalalar. Chiziqli fazo, chiziqli fazoning bazisi va o'lchami tushunchalari. Chiziqli almashtirishlar va chiziqli formalar.

**4-mavzu: Vektor fazolar, chiziqli bog'liqlilik va chiziqli erklilik. Bazis
va o'lcham, qism fazo tushunchalari. Vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar.
Chiziqli almashtirishning matritsasi. (2 soat amaliy)**

Vektor fazolar, chiziqli bog'liqlilik va chiziqli erklilik. Bazis va o'lcham, qism fazo tushunchalari. Vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar. Chiziqli almashtirishning matritsasi. Chiziqli almashtirishning yadrosi va obrazi.

KO'CHMA MASHG'ULOT

**1-KO'CHMA MASHG'ULOT: Chiziqli algebra tushunchalari, ta'riflar
va ularning tatbiqlari. Matritsalar nazariyasi, matritsalarining paydo bo'lish
tarixi. (6 soat ko'chma)**

Chiziqli algebra va matritsalar nazariyasining asosiy tushunchalarini amaliy jihatdan. tushuntirish. Matritsalarining ilm-fan va texnikadagi qo'llanilishi bilan tanishtirish. Tinglovchilarni chiziqli algebra va matritsalar nazariyasining amaliy tadqiqotlarda ishlatilish usullari bilan tanishtirish. Chiziqli algebra va matritsalar nazariyasining asosiy tushunchalari bo'yicha ma'ruza. Matritsalar paydo bo'lish

tarixi va rivojlanishi haqida ma'lumot. Matritsalar bilan amallar (qo'shish, ko'paytirish, determinanti, teskari matritsa va boshqalar). Chiziqli almashtirish matritsasining turli normal shakllari. Chiziqli almashtirishlar va ularning matritsalarini graflar nazariyasi va information texnologiyalar sohasida qo'llanilishi. Elementar geometriyaning asosiy elementlari va ularga doir masalalar.

2- KO'CHMA MASHG'ULOT: Vektorlar. Vektor funksiyalar. Noyevklid geometriyaga doir masalalar (6 soat ko'chma)

Tinglovchilarga vektorlar, vektor funksiyalar va noyevklid geometriyaning asosiy tushunchalarini nazariy va amaliy jihatdan tushuntirish. Vektor funksiyalar va noyevklid geometriyaning ilmiy va texnikadagi ahamiyatini ochib berish. Amaliy masalalar orqali vektor va geometriya bo'yicha bilimlarni mustahkamlash. Vektorlar. Vektor funksiyalar. Noyevklid geometriyaga doir masalalar. Zamonaviy algebraning dolzarb masalalarini yechishda chiziqli algebra elementlari va usullaridan foydalanish. Masofa, yusa va hajm bilan bog'liq masalalar. Sirt da metrikaga doir masalalar

AMALIY MASHG'ULOTLARNI TASHKIL ETISH MAZMUNI

Amaliy mashg'ulotlarda tinglovchilar o'quv modullari doirasidagi ijodiy topshiriqlar, keyslar, o'quv loyihalari, texnologik jarayonlar bilan bog'liq vaziyatli masalalar asosida amaliy ishlarni bajaradilar.

Amaliy mashg'ulotlar zamonaviy ta'lim uslublari va innovatsion texnologiyalarga asoslangan holda o'tkaziladi. Bundan tashqari mustaqil holda o'quv va ilmiy adabiyotlardan, elektron resurslardan, tarqatma materiallardan foydalanish tavsiya etiladi.

II. MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA’LIM METODLARI

“Tushunchalar tahlili” metodi

Metodning maqsadi: mazkur metod talabalar yoki qatnashchilarni mavzu buyicha tayanch tushunchalarni o‘zlashtirish darajasini aniqlash, o‘z bilimlarini mustaqil ravishda tekshirish, baholash, shuningdek, yangi mavzu buyicha dastlabki bilimlar darajasini tashhis qilish maqsadida qo‘llaniladi. Metodni amalga oshirish tartibi:

- ishtirokchilar mashg‘ulot qoidalari bilan tanishtiriladi;
- o‘quvchilarga mavzuga yoki bobga tegishli bo‘lgan so‘zlar, tushunchalar nomi tushirilgan tarqatmalar beriladi (individual yoki guruhli tartibda);
- o‘quvchilar mazkur tushunchalar qanday ma’no anglatishi, qachon, qanday holatlarda qo‘llanilishi haqida yozma ma’lumot beradilar;
- belgilangan vaqt yakuniga yetgach o‘qituvchi berilgan tushunchalarning to‘g‘ri va to‘liq izohini o‘qib eshittiradi yoki slayd orqali namoyish etadi;
- har bir ishtirokchi berilgan to‘g‘ri javoblar bilan o‘zining shaxsiy munosabatini taqqoslaydi, farqlarini aniqlaydi va o‘z bilim darajasini tekshirib, baholaydi.

“Moduldagi tayanch tushunchalar tahlili”

Tushunchalar	Sizningcha bu tushuncha qanday ma’noni anglatadi?	Qo‘shimcha ma’lumot

Xulosalash» (Rezyume, Veyer) metodi

Metodning maqsadi: Bu metod murakkab, ko‘ptarmoqli, mumkin qadar, muammoli xarakteridagi mavzularni o‘rganishga qaratilgan. Metodning mohiyati shundan iboratki, bunda mavzuning turli tarmoqlari bo‘yicha bir xil axborot beriladi va ayni paytda, ularning har biri alohida aspektlarda muhokama

etiladi. Masalan, muammo ijobiy va salbiy tomonlari, afzallik, fazilat va kamchiliklari, foyda va zararlari bo'yicha o'rganiladi. Bu interfaol metod tanqidiy, tahliliy, aniq mantiqiy fikrlashni muvaffaqiyatli rivojlantirishga hamda o'quvchilarning mustaqil g'oyalari, fikrlarini yozma va og'zaki shaklda tizimli bayon etish, himoya qilishga imkoniyat yaratadi. "Xulosalash" metodidan ma'ruza mashg'ulotlarida individual va juftliklardagi ish shaklida, amaliy va seminar mashg'ulotlarida kichik guruhlardagi ish shaklida mavzu yuzasidan bilimlarni mustahkamlash, tahlili qilish va taqqoslash maqsadida foydalanish mumkin.

Metodni amalga oshirish tartibi:

trener-o'qituvchi ishtirokchilarni 5-6 kishidan iborat kichik guruhlariga ajratadi;

trening maqsadi, shartlari va tartibi bilan ishtirokchilarni tanishtirgach, har bir guruhga umumiy muammoni tahlil qilinishi zarur bo'lgan qismlari tushirilgan tarqatma materiallarni tarqatadi:

har bir guruh o'ziga berilgan muammoni atroflicha tahlil qilib, o'z mulohazalarini tavsiya etilayotgan sxema bo'yicha tarqatmaga yozma bayon qiladi:

navbatdagi bosqichda barcha guruhlar o'z taqdimotlarini o'tkazadilar. Shundan so'ng, trener tomonidan tahlillar umumlashtiriladi, zaruriy axborotlr bilan to'ldiriladi va mavzu vakunlanadi.

«FSMU» metodi

Texnologiyaning maqsadi: Mazkur texnologiya ishtirokchilardagi umumiy fikrlardan xususiy xulosalar chiqarish, taqqoslash, qiyoslash orqali axborotni o'zlashtirish, xulosalash, shuningdek, mustaqil ijodiy fikrlash ko'nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi. Mazkur texnologiyadan ma'ruza mashg'ulotlarida, mustahkamlashda, o'tilgan mavzuni so'rashda,

uyga vazifa berishda hamda seminar mashg'ulot natijalarini tahlil etishda foydalanish tavsiya etiladi.

Texnologiyani amalga oshirish tartibi:

- qatnashchilarga mavzuga oid bo'lgan yakuniy xulosa yoki g'oya taklif etiladi;
- har bir ishtirokchiga FSMU texnologiyasining bosqichlari yozilgan qog'ozlarni tarqatiladi:



- ishtirokchilarning munosabatlari individual yoki guruhiiy tartibda taqdimot qilinadi.

FSMU tahlili qatnashchilarda kasbiy-nazariy bilimlarni amaliy mashqlar va mavjud tajribalar asosida tezroq va muvaffaqiyatli o'zlashtirilishiga asos bo'ladi.

Fikr: Kontsept kognitiv tuzilma hisoblanadi

Topshiriq: Mazkur fikrga nisbatan munosabatingizni FSMU orqali tahlil qiling.

Venn Diagrammasi metodi

Metodning maqsadi: Bu metod grafik tasvir orqali o'qitishni tashkil etish shakli bo'lib, u uchta o'zaro kesishgan aylana tasviri orqali ifodalanadi. Mazkur metod turli tushunchalar, asoslar, tasavurlarning analiz va sintezini turli aspekt orqali ko'rib chiqish, ularning umumiy va farqlovchi jihatlarini aniqlash, taqqoslash imkonini beradi.

II. NAZARIY MASHG'ULOT MATERIALLARI

1-MAVZU. ZAMONAVIY ALGEBRANING HOZIRGI KUNDAGI DOLZARB MASALALARI. ZAMONAVIY ALGEBRADA FOYDALANILADIGAN CHIZIQLI ALGEBRA ELEMENTLARI.

- 1. Zamonaviy algebraning hozirgi kundagi dolzarb masalalari.**
- 2. Zamonaviy algebrada foydalaniladigan chiziqli algebra elementlari.**
- 3. Chiziqli algebrada tatbiq etilgan modular.**
- 4. Chiziqli algebra va uning elementlariga doir masalalar**

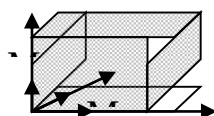
1.1. Zamonaviy algebraning hozirgi kundagi dolzarb masalalari

Chiziqli algebraning tatbiqlari predmeti ham sodda ham murakkab fandır. Uning g'oyalari va metodlari (uslublari) matanaliz va analitik geometriya metodlaridan ancha soddaroqdir. Kursning murakkabligi, u, brinchidan xajm jixatdan kattadir. Unda ko'p tushunchalar kiritiladi, ko'p sondagi formulalar va tenglamalar keltirib chiqariladi. Ularni talabalar tushunishi, esda saqlashi va masalalar echishga tatbiq eta olishi kerak. Formulalarning mo'lligi bu formulalarning ichki mazmunini qarashga, ularning ichki mazmunlari bo'yicha eslab qolishga majbur etadi. Ma'lumki, nazariyani o'rganishni amaliyotdan ajratib qo'yish, masalalar etishdan ajratib qo'yish yaramaydi. Geometrik materialni ongli o'zlashtirish hamma vaqt masalalar echish bilan amalga oshiriladi.

Zamonaviy algebra, ta'riflarga ko'ra chiziq va sirlarning tenglamalarini tuzish, tuzilgan tenglamalarni tekshirib, chiziqning yoki sirtning geometrik xossalarini aniqlash bilan shug'ullanadi. Aniqlangan xossalardan foydalanib, tanlangan kordinata sistemasida chiziq va sirlarning grafiklari quriladi. Vektorlar algebrasi bo'limi Zamonaviy algebraning qiyin bo'limlaridan biridir. Bu bo'lim mazmuni bo'yicha anchagina abstraktdir. Shu sababli ba'zi talabalar bu bo'limni qiyinroq o'zlashtiradilar. Vektor tushunchasining o'zi ham, vektorlar ustida bajariladigan amallar ham, bu amallarning xossalarini keltirib chiqarish ham abstraktdir. Lekin, shu bilan birga vektorlar algebrasining apparatidan Zamonaviy

algebrada keng foydalaniladi. Shuning uchun vektorlar algebrasining asosiy tushunchalari va amallarini puxta o‘zlashtirmay turib, keyingi bo‘limlar materiallarini o‘rganishga o‘tib bo‘lmaydi.

Ta’rif: Fazoda affin kordinatalar sistemasi deb bir nuqtadan chiquvchi va bir tekislikda yotmovchi, qaysi qaysi biri birinchi, qaysi biri ikkinchi va qaysi biri uchinchi ekani ko‘rsatilga uchta to‘g‘ri chiziqlik va ulardan O nuqtadan boshlab, ajratilgan $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ birlik vektorlar majmuini aytiladi.



Yuqoridagi to‘g‘ri chiziqlar kordinata o‘qlarini tashkil etib, ularning birini OX – absissa, ikkinchisini OY – ordinata, uchinchisini OZ – applikata o‘qlari deyiladi. Fazodagi nuqtalarni affin kordinatini aniqlash uchun bu nuqtadan kordinata tekisliklariga paralel tekisliklar o‘tkazamiz.

Zamonaviy algebra – bu klassik algebraning rivojlangan sohasi bo‘lib, abstrakt algebraik tuzilmalar, ularning xossalari va qo‘llanilishlarini o‘rganadi. Bugungi kunda zamonaviy algebra nafaqat nazariy matematikaning muhim qismi, balki kriptografiya, kodlash nazariyasi, kvant hisoblash va sun‘iy intellekt kabi sohalarda ham keng qo‘llanilmoqda. Ushbu ma’ruzada zamonaviy algebraning hozirgi kundagi eng dolzarb masalalari haqida so‘z yuritamiz.

Kriptografiyada zamonaviy algebra, ayniqsa, **guruhlar nazariyasi, maydonlar nazariyasi, va halqalar nazariyasi** keng qo‘llaniladi. Masalan:

- RSA va ECC (Elliptik Egri Chiziqlar Kriptografiyasi) kabi shifrlash algoritmlari algebraik tuzilmalar asosida qurilgan.
- Post-kvant kriptografiya uchun yangi algebraik strukturali shifrlash algoritmlari ishlab chiqish muhim vazifa hisoblanadi.

Dolzarb muammo: Axborotni ishonchli uzatish va xatoliklarni tuzatish.

Galois maydonlari ($GF(q)$) **kodlash nazariyasida**, ayniqsa, Reed-Solomon kodlari va LDPC (Low-Density Parity-Check) kodlarida qo'llaniladi. Bu kodlar **5G texnologiyasi, sun'iy yo'ldosh aloqalari**, va **kvant hisoblashda** muhim rol o'ynaydi.

Kvant hisoblash tizimlarini rivojlantirish.

Algebraik geometriya kvant hisoblashda yangi algoritmlar yaratish uchun asos bo'lib xizmat qiladi. Masalan, **topologik kvant hisoblash** tushunchasi algebraik geometriyaning maxsus strukturalari, masalan **moduli fazolar** bilan bog'liq.

Fundamental fizik qonunlarni algebraik modellashtirish.

- Kvant mexanikasi va relativistik fizika uchun **Lie algebralari va Jordan algebralari** o'rganiladi.
- String nazariyasida **noassotsiativ algebra va oktonionlar** qo'llaniladi.

Neyron tarmoqlarning samaradorligini oshirish. Sun'iy intellektda algebraik tuzilmalar, ayniqsa, **kategoriya nazariyasi va tensor algebra** ishlatilmoqda. Bu usullar neyron tarmoqlarning **tushunish va optimallashtirish** jarayonlarini yaxshilashga yordam beradi.

1.2. Zamonaviy algebra foydalaniladigan chiziqli algebra elementlari

Zamonaviy algebra matematikaning muhim yo'nalishlaridan biri bo'lib, u guruhlar, halqalar, maydonlar, modullar va boshqa abstrakt algebraik tuzilmalarni o'rganadi. Chiziqli algebra esa vektor fazolari, matritsalar, determinantlar va chiziqli operatorlar kabi elementlarni tadqiq qiladi. Zamonaviy algebra va chiziqli algebra o'zaro uzviy bog'liq bo'lib, chiziqli algebra vositalari algebraik tuzilmalarni o'rganishda va ularning amaliy qo'llanilishida muhim ahamiyat kasb etadi. Chiziqli algebra elementlari zamonaviy algebra muammolarini hal qilishda keng qo'llaniladi. Masalan, matritsalar algebraik tuzilmalarni ifodalash va ularni tasniflash uchun ishlatiladi. Chiziqli operatorlar vektor fazolari va modullar bilan bog'liq bo'lib, ularning o'zaro bog'liqligini tahlil qilishda asosiy vosita hisoblanadi. Eigenqiymatlar va eigenvektorlar esa algebraik obyektlarning simmetriya va invariantlarini aniqlash uchun ishlatiladi. Matritsalar zamonaviy algebraik

tuzilmalarni modellashtirishda muhim rol o'ynaydi. Masalan, umumiy chiziqli guruh ($GL(n, F)$) $n \times n$ o'lchamli teskari matritsalaridan tashkil topgan bo'lib, bu guruh chiziqli algebra va guruh nazariyasi o'rtasidagi bog'liqlikni ko'rsatadi. Shuningdek, maxsus chiziqli guruh ($SL(n, F)$) determinantlari 1 ga teng bo'lgan matritsalar guruhi bo'lib, algebraik geometriya va fizikada qo'llaniladi.

Matritsalar halqalar nazariyasida ham muhim o'rin tutadi. Chunki matritsalar halqalar to'plamini tashkil qiladi, va ularning ko'paytirish amali kommutativ emas, ya'ni $A * B \neq B * A$. Bu xususiyat algebraik strukturalarning murakkabligini ko'rsatadi va zamonaviy algebra tadqiqotlarida asosiy masalalardan biri hisoblanadi. Vektor fazolari chiziqli algebra va zamonaviy algebra o'rtasidagi muhim tushuncha hisoblanadi. Vektor fazolari maydonlar ustida aniqlangan bo'lib, ular chiziqli bog'liqlik va mustaqillik xususiyatlariga ega. Vektor fazolari va modullar o'rtasidagi bog'liqlik modullar nazariyasini chiziqli algebra yordamida o'rganish imkonini beradi. Shuningdek, chiziqli operatorlar vektor fazolarida aniqlanib, algebraik obyektlarning o'zgarishlarini modellashtirish uchun ishlatiladi. Eigenqiymatlar va eigenvektorlar algebraik tuzilmalarni o'rganishda keng qo'llaniladi. Masalan, Lie algebralari va algebraik geometriyada eigenqiymatlar simmetriya va invariantlarni aniqlashda ishlatiladi. Bundan tashqari, kvant mexanikasi va fizikada eigenqiymatlar kvant tizimlarning holatini tavsiflash uchun ishlatiladi. Chiziqli algebra elementlari zamonaviy algebra tadqiqotlarida ham nazariy, ham amaliy jihatdan muhim rol o'ynaydi. Masalan, kriptografiyada matritsalar va chiziqli operatorlar axborot xavfsizligini ta'minlash uchun ishlatiladi. Kodlash nazariyasida esa vektor fazolari va Galois maydonlari yordamida axborotni shikastlanishdan himoya qilish mumkin. Sun'iy intellekt va mashinaviy o'rganish sohalarida ham chiziqli algebra vositalari, ayniqsa, tensor algebra va matritsalar, neyron tarmoqlarni modellashtirishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Zamonaviy algebrada chiziqli algebra elementlari asosiy vositalardan biri bo'lib, ular algebraik obyektlarni modellashtirish, tahlil qilish va amaliy qo'llashda muhim ahamiyatga ega. Matritsalar, vektor fazolari, chiziqli operatorlar va

eigenqiymatlar algebraik tuzilmalarni o'rganishda ham nazariy, ham amaliy jihatdan katta rol o'ynaydi. Zamonaviy algebra va chiziqli algebra o'rtasidagi uzviy bog'liqlik matematikaning turli yo'nalishlarida muhim tadqiqotlarni olib borish imkonini beradi.

1.3. Chiziqli algebrada tatbiq etilgan modular.

Chiziqli algebra va modullar nazariyasi matematikaning muhim yo'nalishlaridan bo'lib, ular algebraik strukturalarning rivojlanishida katta ahamiyat kasb etadi. Modullar halqalar ustidagi vektor fazolarining umumlashgan tushunchasi hisoblanadi. Agar vektor fazolari maydon ustida aniqlansa, modullar esa halqalar ustida aniqlanadi. Modullar nazariyasi chiziqli algebra usullarini yanada umumlashtirish va murakkab algebraik obyektlarni o'rganish imkonini beradi. Modullar chiziqli algebra va zamonaviy algebra o'rtasida muhim bog'lovchi hisoblanadi. Vektor fazolari maydon ustidagi modullar sifatida qaralishi mumkin. Masalan, agar VVV maydon FFF ustidagi vektor fazosi bo'lsa, u holda VVV – bu FFF -moduldir. Biroq, modullar tushunchasi bundan kengroq bo'lib, u halqalar nazariyasi bilan bog'liq ko'plab algebraik strukturalarni o'z ichiga oladi.

Misol uchun, $\mathbb{Z}$ -modullar deb ataladigan maxsus modullar butun sonlar halqasi ustida aniqlangan bo'lib, ular abelyan guruhlar bilan bog'liqdir. Agar MMM abelyan guruh bo'lsa, unda u tabiiy ravishda $\mathbb{Z}$ -modul hosil qiladi, chunki butun sonlar halqasi ustidagi skalyar ko'paytirish guruh elementlariga ta'sir qiladi. Matritsalar yordamida modullarni tasvirlash mumkin. Agar AAA halqa bo'lsa va MMM uning ustidagi modul bo'lsa, unda MMM ning har qanday chiziqli operatori mos keluvchi matritsa orqali ifodalanishi mumkin. Bu chiziqli algebra va modullar nazariyasining bog'liqligini yaqqol ko'rsatadi.

Misol:

Berilgan $\mathbb{Z}_6$ -modul:

Faraz qilaylik, $M = \mathbb{Z}_6$, ya'ni butun sonlarning qoldiqlar guruhi. Agar $2 \in \mathbb{Z}_6$ elementi bilan modullar operatsiyasini bajarsak, masalan, $2 \cdot 3 \pmod{6}$, natija:

$$2 \cdot 3 = 6 \equiv 0 \pmod{6} \quad 2 \cdot 3 = 6 \equiv 0 \pmod{6}$$

Bu esa butun sonlar ustida ishlovchi modullar qanday ishlashini tushunishga yordam beradi.

Chiziqli algebra va modullar nazariyasining muhim qismi **frimodullar** tushunchasidir. Frimodul oddiy vektor fazosiga o'xshab, bazis elementlarining chiziqli kombinatsiyalari orqali har qanday elementni ifodalash imkonini beradi. Misol uchun, agar R halqa bo'lsa va M uning ustidagi frimodul bo'lsa, unda har qanday $m \in M$ quyidagicha yozilishi mumkin:

$$m = r_1 m_1 + r_2 m_2 + \dots + r_n m_n = r_1 m_1 + r_2 m_2 + \dots + r_n m_n$$

bu yerda r_i halqaning elementlari va m_i modulning bazis elementlari hisoblanadi.

Modullar nazariyasi chiziqli algebra usullari yordamida hal qilinadigan muammolarga javob topishda ham qo'llaniladi. Masalan, tasniflash muammosi. Chiziqli algebra vektor fazolarini o'lchamiga qarab tasniflash imkonini beradi, modullar esa halqa ustida ancha murakkab tasniflash imkoniyatlarini beradi. Buning yaqqol misollaridan biri tugallangan modullar tushunchasidir. Tugallangan modullar shunday modullarki, ular chiziqli mustaqil bo'laklarga ajratilishi mumkin.

Modullar nazariyasi kriptografiya, kodlash nazariyasi, fizikada simmetriya tadqiqotlari, shuningdek, algebraik geometriyada ham qo'llaniladi. Masalan, Galois maydonlari ustidagi modullar kodlash nazariyasida muhim rol o'ynaydi. Reed-Solomon kodlari, LDPC kodlar kabi kodlash usullari maydon ustida tuzilgan maxsus modullar yordamida ishlab chiqilgan.

Misol:

Reed-Solomon kodlarida modullar polinom halqalari ustida quriladi. Berilgan

$GF(28)GF(2^8)GF(28)$ maydoni ustida aniqlangan kodlarda har bir kod soʻzi vektor sifatida qaraladi va u halqa ustidagi modulni hosil qiladi. Bu esa xatoliklarni tuzatish imkonini beradi.

1.4. Chiziqli algebra va uning elementlariga doir masalalar

Chiziqli algebra matematikaning muhim yoʻnalishlaridan biri boʻlib, u vektor fazolari, matritsalar, determinantlar, chiziqli tenglamalar sistemalari, eigenqiymatlar va eigenvektorlar kabi tushunchalarni oʻrganadi. Ushbu soha fizika, muhandislik, kompyuter fanlari, iqtisodiyot va boshqa koʻplab sohalarda keng qoʻllaniladi. Chiziqli algebra asosiy vositalardan biri boʻlib, koʻplab amaliy masalalarni yechishda foydalaniladi. Chiziqli algebra masalalarining aksariyati vektor fazolari va ularning elementlari bilan bogʻliq boʻlib, ular orasida asosiy tushunchalar vektorlar, matritsalar va chiziqli operatorlardir. Masalan, $\mathbb{R}^n$ yoki $\mathbb{C}^n$ kabi fazolar ustida chiziqli amallar bajariladi.

Chiziqli algebra masalalaridan biri **vektorlar orasidagi bogʻliqlik va mustaqillikni aniqlashdir**. Masalan, uchta vektor $\mathbf{v}_1 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{v}_2 = (4, 5, 6)$, $\mathbf{v}_3 = (7, 8, 9)$ berilgan boʻlsa, ularning chiziqli mustaqilligini tekshirish uchun determinant hisoblanadi:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1(5 \cdot 9 - 6 \cdot 8) - 2(4 \cdot 9 - 6 \cdot 7) + 3(4 \cdot 8 - 5 \cdot 7) = 0$$

Demak, ushbu vektorlar chiziqli bogʻliqdir.

Chiziqli algebra masalalarida **matritsalar va ularning determinantlari muhim rol oʻynaydi**. Determinantlar chiziqli tenglamalar sistemalarining yechimlari mavjudligini aniqlash uchun ishlatiladi. Masalan, quyidagi chiziqli tenglamalar sistemasini qaraylik:

$$\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 4x+6y=10 \end{cases}$$

Bu sistemasining yechimga ega yoki yo'qligini aniqlash uchun asosiy matritsani tekshiramiz:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 2 \cdot 6 - 3 \cdot 4 = 12 - 12 = 0$$

Determinant nolga teng bo'lgani uchun bu sistema chiziqli bog'liq va cheksiz ko'p yechimga ega yoki mos kelmasligi mumkin. Chiziqli algebra masalalarida **eigenqiymatlar va eigenvektorlar ham muhim ahamiyatga ega**. Masalan, quyidagi matritsaning eigenqiymatlarini topamiz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Eigenqiymatlar quyidagi determinant tenglamani yechish orqali topiladi:

$$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (2-\lambda)(2-\lambda) - 1 \cdot 1 = \lambda^2 - 4\lambda + 3 = 0$$

Bu kvadrat tenglamani yechsak, $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 1$ natijalarini olamiz. Shunday qilib, bu matritsaning eigenqiymatlari 3 va 1 ga teng bo'ladi. Chiziqli algebra amaliy masalalarni hal qilishda keng qo'llaniladi. Masalan, fizikada tebranish

sistemalarining o'ziga xos chastotalarini aniqlashda eigenqiymatlar ishlatiladi. Moliya va iqtisodiyotda esa korrelyatsiya matritsalarini va boshqaruv tahlilida chiziqli algebra vositalaridan foydalaniladi.

2-mavzu. Chiziqli algebra tushunchalari, ta'riflar va ularning tatbiqlari.

Matritsalar nazariyasi, matritsalarining paydo bo'lish tarixi.

Reja

1. **Matritsa tushunchasi.**
2. **Matritsalar ustida elementar almashtirishlar.**
3. **Matritsalariga doir misollar**

Aytaylik $(F, +, \cdot, 0, 1)$ – tayinlangan maydon bo'lsin $a_{ij} \in F (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n), m, n \in N$ elementlardan tuzilgan

$$\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{array}$$

jadvalni F maydon ustidagi $m \times n$ matritsa deyiladi. Uni

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \text{ yoki } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ yoki}$$

$$A = \left\| \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{array} \right\| \text{ yoki } A = \|a_{ij}\| \text{ yoki } A = (a_{ij})_{i=\overline{1,m}, j=\overline{1,n}}$$

ko'rinishda belgilanadi. Agar $n=m$ bo'lsa, A ni n - tartibli kvadratik matritsa deyiladi. a_{ij} lar matritsa elementlari, elementlarning $a_{i1}a_{i2} \dots a_{in}$ sistemasini

matritsaning i -satri $\begin{array}{c} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{mj} \end{array}$ ni j - tartibda yozilgan sistemani matritsaning ustuni

deyiladi. $i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}$ A matritsaning har bir satrini $A_i = (a_{i1}a_{i2} \dots a_{in})$

ko'rinishda yozib, uni A matritsani satri yoki satr vektori har bir ustunini $A^j =$

$$\begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{mj} \end{bmatrix} \text{ ko'rinishda yozib, uni } A$$

matritsaning ustuni yoki ustun vektori deyiladi. Demak, $m \times n$ matritsani har bir satr vektori n o'lchovli vektorini, har bir ustun vektori m o'lchovli vektorni tashqil etar ekan. Ularni mos ravishda

$$\vec{a}_i = \langle a_{i1} a_{i2} \dots a_{in} \rangle, \quad \vec{a}^j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{mj} \end{pmatrix}$$

кўринишда ҳам белгилаймиз. Ҳамма элементлари ноллардан иборат бўлган матрицани **ноль матрица** дейилади ва 0 орқали белгиланади.

A ва B матрицаларнинг ҳар бири F-майдон устидаги матрицалар бўлиб,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

кўринишларга эга бўлсин. Агар $a_{ij} = b_{ij}$ бўлса, у ҳолда A ва B матрицаларни тенг дейилади ва $A=B$ кўринишда ёзилади.

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \text{ — } n \times n \text{ квадрат матрицани } \textbf{бирлик матрица} \text{ дейилади.}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix} \text{ ва } \begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \dots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \dots & \lambda a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda a_{m1} & \lambda a_{m2} & \dots & \lambda a_{mn} \end{pmatrix}$$

$m \times n$ -матрицаларни мос равишда A ва B матрицаларнинг йиғиндиси ва A матрицанинг λ сонга кўпайтмаси дейилади ва уларни $A+B$, λA кўринишда белгиланади.

F-майдон устидаги ҳамма $m \times n$ -матрицаларнинг тўпламини $F^{m \times n}$ кўринишда белгиланади. $F^{m \times n}$ тўплами F-майдон устидаги вектор фазо бўлади.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \in F^{m \times n}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix} \in F^{n \times k}$$

$$A_i B^j = (a_{i1} a_{i2} \dots a_{in}) \begin{pmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \dots \\ b_{nj} \end{pmatrix} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \dots + a_{in} b_{nj}$$

$$= \sum_{e=1}^n a_{ie} b_{ej}$$

ифодани A матрицани A_i сатри билан B матрицани B^j устунининг кўпайтмаси дейилади.

$A \in F^{m \times n}$, $B \in F^{n \times k}$ матрицаларнинг **кўпайтмаси** деб,

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} A_1 B^1 & A_1 B^2 & \dots & A_1 B^k \\ A_2 B^1 & A_2 B^2 & \dots & A_2 B^k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_m B^1 & A_m B^2 & \dots & A_m B^k \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{e=1}^n a_{1e} b_{e1} & \sum_{e=1}^n a_{1e} b_{e2} & \dots & \sum_{e=1}^n a_{1e} b_{ek} \\ \sum_{e=1}^n a_{2e} b_{e1} & \sum_{e=1}^n a_{2e} b_{e2} & \dots & \sum_{e=1}^n a_{2e} b_{ek} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{e=1}^n a_{me} b_{e1} & \sum_{e=1}^n a_{me} b_{e2} & \dots & \sum_{e=1}^n a_{me} b_{ek} \end{pmatrix}$$

$m \times k$ - матрицага айтилади.

A matritsaning ustunlari soni **V** matritsaning satrlari soniga teng bo'lgandagina **A** ni **V** ga ko'paytirish mumkin. Bu holda **A** ni **V** ga ko'paytirish mavjud deyiladi.

$$A^t = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1m} & a_{2m} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} - \text{matritsani } A \text{ matritsaning trasponirlangani}$$

deyiladi.

Bevosita ko‘rinadiki, A - $m \times n$ matritsa trasponirlanganda $n \times m$ - matritsaga o‘tadi.

$${}^tA_i = (a_{i1} a_{i2} \dots a_{in}) = \begin{pmatrix} a_{1i} \\ a_{2i} \\ \dots \\ a_{ni} \end{pmatrix}, \quad {}^tA_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{nj} \end{pmatrix} = (a_{1j} a_{2j} \dots a_{mj})$$

bo‘ladi.

Aytaylik $A = (a_{ij})$ $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$ F maydon ustidagi $m \times n$ matritsa bo‘lsin. A matritsaning satr bo‘yicha rangi deb, uning $A_1, A_2, \dots, A_m$ satr vektorlari sistemasining rangini aytiladi. Ustun bo‘yicha rangi deb, uning $A^1, A^2, \dots, A^n$ ustun vektorlari sistemasining rangini aytiladi.

A matritsaning satr bo‘yicha rangini $r(A)$, ustun bo‘yicha rangini $\rho(A)$ orqali belgilaymiz.

5.1-teorema. $\forall (A \in F^{m \times n})$ uchun $r(A) = \rho(A)$. Shuning uchun $r(A) = \rho(A) = R(A)$ deb belgilab, uni A matritsaning rangi deymiz.

F maydon ustidagi

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k_2} & \dots & a_{1k_3} & \dots & a_{1k_r} & \dots & a_{1n} \\ 0 & 0 & \dots & a_{2k_2} & \dots & a_{2k_3} & \dots & a_{2k_r} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & a_{3k_3} & \dots & a_{3k_r} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & a_{rk_r} & \dots & a_{rn} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

ko‘rinishdagi matritsani zinasimon matritsa deyiladi. Bunda $a_{11} \neq 0, a_{2k_2} \neq 0, a_{3k_3} \neq 0, \dots,$

$a_{rk_r} \neq 0$. Zinasimon matritsalar: bir satrli matritsa, birlik matritsa va quyidagi matritsalar misol bo‘la oladi.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad a_{11}, a_{12}, \dots, a_{nn} \neq 0$$

- 1) Matritsalar ustida elementar almashtirishlar deganda biz quyidagi almashtirishlarni tushunamiz:
- 2) Matritsaning biror satri (ustuni) ning hamma elementlarini noldan farqli songa ko‘paytirish;
- 3) Matritsaning biror satri (ustuni) ning hamma elementlarini biror songa ko‘paytirib boshqa satri (ustuni) ning mos elementlariga qo‘shish;
- 4) Matritsaning ikkita satri (ustuni) ni o‘zaro o‘rinlarini almashtirish;
- 5) Matritsaning nol satri (ustuni) ni chiqarish yoki kiritish.

5.2-teorema. Elementar almashtirishlar matritsa rangini o‘zgartirmaydi.

5.3-teorema. Matritsalar ustida elementar almashtirish natijasida har qanday nolmas matritsani zinasimon matritsa ko‘rinishiga keltirish mumkin.

5.4-teorema. Zinasimon matritsaning rangi noldan farqli satrlari soniga teng.

Matritsalar ustida elementar almashtirishlarga doir misollar:

(1-vaziyat)

MISOLLAR. 1. $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ бўлса, $A \cdot B$ ни топинг.

$$\text{Yechish. } A \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -1 \cdot 2 + (-2) \cdot (-2) + (-4) \cdot (-1) \\ 0 \cdot 2 + (-2) \cdot (-1) + 3 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2. Agar $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$ бўлса, $A^2 + 4A + I$ ni toping.

$$\text{Yechish.} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -5 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + (-3) \cdot 2 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-5) \\ -3 \cdot 1 + (-5) \cdot (-3) & (-3) \cdot 2 + (-5) \cdot (-5) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -5 & -8 \\ 12 & 19 \end{pmatrix} A^2 + 4A + I = \begin{pmatrix} -5 & -8 \\ 12 & 19 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ -12 & -20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -5 + 4 + 1 & -8 + 8 \\ -12 + 12 & 19 - 20 + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

MUSTAQIL YECHISH UCHUN MISOLLAR.

5.1. 1) Agar $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ bo'lsa, $A+B$, $3A$, AB , BA ларни топинг.

2) Agar $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 7 \end{pmatrix}$ бўлса, $A+B$, $3A$, AB , BA ларни топинг.

5.2. Amallarni bajaring.

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 7 & 8 \\ 2 & 6 & -3 \end{pmatrix};$$

$$5) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} (3 \ 4)$$

$$6) (2 \ -1) \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

5.3. $\forall n \in N$ uchun quyidagilarni hisoblang.

$$1) \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}^n; \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^n; \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n;$$

$$4) \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}^n; \quad 5) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}^n.$$

5.4. Agar $\alpha \in R$ бўлса,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\alpha}{n} \\ -\frac{\alpha}{n} & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

tenglikni isbotlang.

5.5. $f(A)$ ni hisoblang:

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad f(x) = x^2 - 5x + 7;$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}; \quad f(x) = 3x^2 - 7x - 4;$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}; \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4.$$

5.6. 1) Agar

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ бўлса, } (A - 2 \cdot I)^2(A - I) \text{ ni toping.}$$

2) Agar

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ бўлса, } A^2 - 12 \cdot I \text{ ни toping.}$$

Agar

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{бўлса, } A^2 - B^2 \text{ ни toping.}$$

5.7. Agar $AB=BA$ бўлса,

$$1) (A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 ; \quad 2) (A^2 - B^2) = (A + B)(A - B)$$

tengliklarni isbotlang.

Blits-so'rov savol va javoblari

<i>Nº</i>	<i>Savol</i>	<i>Javob</i>
1.	Matritsa deb nimaga aytiladi?	Айтайлик $(F, +, \cdot, 0, 1)$ –тайинланган майдон бўлсин. $a_{ij} \in F$ ($i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n$) $n, m \in N$ элементлардан тузилган $\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{matrix}$ жадвални $m \times n$ матрица дейилади. Уни $A =$ $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \text{ ёки } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{ ёки}$

		$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{ёки} \quad A = (a_{ij}) \quad i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$
2	Matritsalarining qanday turalari bor?	Birlik matritsa, nol matritsa, simmetrik matritsa, zinasimon matritsa
3.	Matritsalar ustida chekli elementar almashtirishlar qanday bo‘ladi?	Matritsaning biror satri (ustuni) ning hamma elementlarini noldan farqli songa ko‘paytirish; Matritsaning biror satri (ustuni) ning hamma elementlarini biror songa ko‘paytirib boshqa satri (ustuni) ning mos elementlariga qo‘shish; Matritsaning ikkita satri (ustuni) ni o‘zaro o‘rinlarini almashtirish; Matritsaning nol satri (ustuni) ni chiqarish yoki kiritish.
4.	Matritsaning rangi deb nimaga aytiladi?	Aytaylik $A = (a_{ij}) \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n$ F maydon ustidaги $m \times n$ матрица бўлсин. A матрицанинг сатр бўйича ранги деб, унинг $A_1, A_2, \dots, A_m$ сатр векторлари системасининг рангини айтилади. Устун бўйича ранги деб, унинг $A^1, A^2, \dots, A^n$ устун векторлари системасининг рангини айтилади. A матрицанинг сатр бўйича рангини $r(A)$, устун бўйича рангини $\rho(A)$ орқали белгилаймиз. 5.1-теорема. $\forall (A \in F^{m \times n})$ учун $r(A) = \rho(A)$. Шунинг учун $r(A) = \rho(A) =$

		$R(A)$ деб белгилаб, уни A матрицанинг ранги деймиз.
5.	Qanday matritsalar ni ko'paytirish mumkin?	Agan birinchi matritsaning ustunlari soni ikkinchi matritsaning satrlari soniga teng bo'lsa, birinchi matritsani ikkinchi matritsaga ko'paytirish mumkin
6	Matritsalar ustida qanday amalni bajarish mumkin emas?	Matritsalar ustida bo'lish amali aniqlanmagan

3-mavzu. Teskari matritsa va ularni topishning Gaus-Jordan usuli.
Matritsalar yordamida yechiladigan masalalar. Chiziqli fazo, chiziqli fazoning bazisi va o'lchami tushunchalari.

REJA

1. Matritsalar yordamida yechiladigan masalalar.

2. Chiziqli fazo, chiziqli fazoning bazisi va o'lchami tushunchalari.

3. Chiziqli almashtirishlar va chiziqli formalar.

Arap $A \in F^{n \times n}$ matritsa uchun shunday $\exists (B \in F^{n \times n})$ bo'lib, $AB = BA = I$ tengliklar bajariladigan bo'lsa, u holda A matritsani (o'z navbatida V matritsani) teskariladigan (teskari mavjud) deyiladi va V matritsani A ga teskari matritsa deyiladi va $B = A^{-1}$ ($A = B^{-1}$) ko'rinishida belgilanadi.

Birlik matritsaning satr (ustun) lari ustida 1), 2) elementar almashtirishlar natijasida hosil bo'lgan kvadratik matritsani elementar matritsa deyiladi. Masalan,

$$\forall (\lambda \in F) \lambda \neq 0 \text{ бўлса,}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \lambda & 1 \end{pmatrix}$$

lar ikkinchi tartibli elementar matritsalaridir.

I_φ orqali I birlik matritsadan φ satr elementar almashtirish natijasida hosil bo'lgan matritsani belgilaymiz. I_φ — φ almashtirishga mos kelgan matritsa.

5.9-теорема. $(A \in F^{n \times n})$ matritsa uchun quyidagi shartlar ekvivalent bo'ladi:

I) Amatritsa teskarilανuvchan;

II) A matritsa satr (ustun) vektorlari sistemasi chiziqli erkli;

III) A matritsani elementar matritsalarining ko'payimasi shaklida ifodalash mumkin.

Agar $A \in F^{n \times n}$ ra teskari matritsa mavjud bo'lsa, uni quyidagicha topamiz. Agap $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_s$ — satr 1), 2) elementar almashtirishlarni ketma-ket bajarish natijasida A matritsadan $I \in F^{n \times n}$ birlik matritsaga o'tilgan bo'lsa, ya'ni

$$A^{-1} = I_{\varphi_s} \cdot I_{\varphi_{s-1}} \cdot \dots \cdot I_{\varphi_2} \cdot I_{\varphi_1} \cdot I \quad (2)$$

kelib chiqadi.

Aytaylik

$$\alpha_{i1}x_1 + \alpha_{i2}x_2 + \dots + \alpha_{in}x_n = \beta_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3)$$

nma noma'lumli n ma chiziqli tenlamalar sistemasi,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_n \end{pmatrix}$$

bo'lsa, $AX=B$ tenglama (3) sistemaning matritsa ko'rinishida yozilishi deyiladi.

5.10-теорема. Agar A matritsaning satr vektorlari sistemasi chiziqli erkli bo'lsa, $A^{-1}B$ vektor $AX = B$ tenglamaning yagona yechimi bo'ladi.

1-misol.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 4 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix} \text{ matritsaga teskari matritsani toping.}$$

Δ A va I matritsalariga bir vaqtda 1), 2) satr elementar almashtirishlarini bajarib A ni birlik matritsaga keltirsak, I birlik matritsa A^{-1} matritsaga keladi. YA'ni:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & | & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & 4 & | & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & 5 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & | & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & | & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Demak, $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ haqiqatan ham $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 4 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3+6-2 & -1-3+4 & 2-2 \\ -6+10-4 & -2-5+8 & 4-4 \\ -9+14-5 & -3-7+10 & 6-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \nabla$$

2-misol. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases}$ sistemani teskari matritsa yordamida yeching.

$$\Delta A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

1-misoldan foydalanib A ga A^{-1} ni topamiz, ya'ni $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ga teng, bu holda $AX = B$ tenglama yagona $X = A^{-1}B$ yechilmaga ega bo'ladi.

$$X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3-4+9 \\ -1+2+0 \\ 2+0-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Демак, $x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = -1$ berilgan sistemaning yagona yechilmasi bo'ladi.
Место для уравнения.

3-misol. Tenglamani yeching.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 4 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Δ Agar A^{-1} mavjud bo'lsa, $AX = B$ matritsaviy tenglamaning yechimi $X = A^{-1}B$ dan iborat bo'ladi, shuning uchun A^{-1} ni topamiz.

$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 4 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}$ matritsaga teskari $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ni topamiz. (1-misolga qarang). Bulardan

$$X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} . \nabla$$

MUSTAQIL YECHISH UCHUN MISOLLAR.

5.13. Quyidagi matritsalar teskari matritsalarini toping.

$$\begin{aligned} 1) A &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix} & 2) A &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & 3) A &= \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix} \\ 4) A &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix} & 5) A &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix} & 6) A &= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & -8 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \\ 7) A &= \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & 8) A &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} & 9) A &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 8 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 3 & 8 & -1 & -6 \end{pmatrix} \\ 10) A &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} & 11) A &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 5 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} & 12) A &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 7 & 6 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \\ 13) A &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} & 14) A &= \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 a^3 & \dots & a^n \\ 0 & 1 & a & a^2 & \dots & a^{n-1} \\ 0 & 0 & 1 & a & \dots & a^{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

5.14. Quyidagi tenglamalar sistemasini teskari matritsa yordamida yeching.

$$\begin{aligned} 1) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases} \\ 2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases} \\ 3) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases} \end{aligned}$$

$$4) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$$

5.15. quyidagi tenglamalardan X matritsani toping.

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix} \quad 3) X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -2 & -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 6 & 3 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} \quad 5) X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$6) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix} \quad 7) X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}$$

$$8) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 6 \\ 9 & 10 \end{pmatrix} \quad 9) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$10) \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 1 & -1 & -2 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -5 & 7 \\ 4 & -9 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5.2. Amallarni bajaring.

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 7 & 8 \\ 2 & 6 & -3 \end{pmatrix};$$

$$5) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$6) \begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

5.3. $\forall n \in N$ uchun quyidagilarni hisoblang.

$$1) \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}^n; \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^n; \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n;$$

$$4) \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}^n; \quad 5) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}^n.$$

5.4. Agar $\alpha \in R$ бўлса,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\alpha}{n} \\ -\frac{\alpha}{n} & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

tenglikni isbotlang.

5.5. $f(A)$ ни ҳисобланг:

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad f(x) = x^2 - 5x + 7;$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}; \quad f(x) = 3x^2 - 7x - 4;$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}; \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4.$$

5.6. 1) Agar

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ бўлса, } (A - 2 \cdot I)^2(A - I) \text{ни топинг.}$$

2) Agar

$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ бўлса, $A^2 - 12 \cdot I$ ni toping.

Agar

$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ бўлса, $A^2 - B^2$ ni toping.

5.7. Agar $AB=BA$ bo'lsa,

1) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$; 2) $(A^2 - B^2) = (A + B)(A - B)$

tenglklarni isbotlang.

4-mavzu: Vektor fazolar, chiziqli bog'liqlilik va chiziqli erklilik. Bazis va o'lcham, qism fazo tushunchalari. Vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar. Chiziqli almashtirishning matritsasi. (2 soat ma'ruza)

REJA

1.Vektor vazolar, chiziqli bog'liqlilik va chiziqli erklilik.

2.Bazis va o'lcham, qism fazo tushunchalari.

3.Vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar. Chiziqli almashtirishning matritsasi.

4.Chizqli almashtirishning yadrosi va obrazi.

Aytaylik $F = \langle F ; + ; \cdot ; 0 ; 1 \rangle$ ixtiyoriy maydon, V - ixtiyoriy tabiatli elementlarning bo'sh bo'lmagan to'plami bo'lsin. F maydon asosiy to'plami F ning elementlarini sonlar (vektor) $\bar{a}, \bar{b}, \dots, \bar{x}, \bar{y}, \dots$ ko'rinishda belgilab, ularni vektorlar deymiz.

V to'plamda qo'shish (+) binar algebraik amal va V to'plamning ixtiyoriy $\bar{a}$ elementini $\forall (\lambda \in F)$ songa (skalyarga) ko'paytirish $\lambda \bar{a}$ ($\lambda \bar{a} = \bar{a} \lambda$) amali aniqlangan bo'lsin.

4.5-таъриф. Agar V to'plamda aniqlangan qo'shish (+) va songa ko'paytirish amallari quyidagi shartlarni (vektor fazo aksiomalarini)

qanoatlantirsa, u holda V ni F maydon ustidagi vektor (yoki chiziqli) fazo deyiladi:

$$1) \forall(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in V) \text{ uchun } \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} \text{ bo'lsa;}$$

$$2) \forall(\vec{a}, \vec{b} \in V) \text{ uchun } \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a};$$

$$3) \exists(\vec{\theta} \in V) \forall(\vec{a} \in V) \text{ uchun } \vec{a} + \vec{\theta} = \vec{a} \text{ bo'lsa;}$$

$$4) \forall(\vec{a} \in V) \text{ uchun } \exists(-\vec{a} \in V) \vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{\theta};$$

$$5) \forall(\vec{a} \in V) (1 \in F) \text{ uchun } \vec{a} \cdot 1 = \vec{a};$$

$$6) \forall(\vec{a}, \vec{b} \in V) \forall(\lambda \in F) \text{ uchun } \lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b} \text{ bo'lsa;}$$

$$7) \forall(\vec{a} \in V) \forall(\lambda, \mu \in F) \text{ uchun } (\lambda + \mu)\vec{a} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{a} \text{ bo'lsa;}$$

$$8) \forall(\vec{a} \in V) \forall(\lambda, \mu \in F) \text{ uchun } (\lambda(\mu\vec{a})) = (\lambda\mu)\vec{a} \text{ bo'lsa.}$$

$\langle V; +; \vec{\theta} \rangle$ gruppani vektor fazoning additiv gruppasi deyiladi.

Agar m - ixtiyoriy tayinlangan natural son bo'lsa, vektor fazoning

$$\overline{a_1}, \overline{a_2}, \dots, \overline{a_m} \quad (1)$$

Vektorlarni birgalikda qarab, uni m ta vektorlarning sistemasi deyiladi.

4.5- ta'rif. Agar F maydon ustidagi V vektor fazoning (1) vektorlar sistemasi uchun $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in F$ bo'lganda

$$\lambda_1 \overline{a_1} + \lambda_2 \overline{a_2} + \dots + \lambda_m \overline{a_m} = \vec{\theta} \quad (2)$$

tenglik faqat $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m = \theta$ bo'lgandagina bajariladigan bo'lsa, u holda (1) vektorlar sistemasini chiziqli bog'lamagan (chiziqli erkli) deyiladi, agarda (2) tenglik $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ lardan aqalli bittasi noldan farqli bo'lgandagina bajariladigan bo'lsa, u holda (1) vektorlar sistemasi chiziqli bog'langan (chiziqli erksiz) deyiladi.

$$\forall(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in F)$$

kichik

$$\lambda_1 \overline{a_1} + \lambda_2 \overline{a_2} + \dots + \lambda_m \overline{a_m} \quad (3)$$

Ifodani (1) vektorlar sistemasining chiziqli kombinatsiyasi deyiladi

$$L(\overline{a_1}, \overline{a_2}, \dots, \overline{a_m}) = \{\lambda_1 \overline{a_1} + \lambda_2 \overline{a_2} + \dots + \lambda_m \overline{a_m} : \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in F\}$$

to'plamni (1) vektorlar sistemasining chiziqli q'lig'i deyiladi.

4.6- taъриф. Aytaylik (1) va $b, b_2, \dots, b_k$ (4) lar Vvektor fazo vektorlarining chekli sistemalari bo'lsin. Agar (1) va (4) sistemalardan birining ixtiyoriy vektorini ikkinchi sistema vektorlarining chiziqli kombinatsiyasi shaklmda ifodalash mumkin bo'lsa, u holda (1) va (4) sistemalar ekvivalent (teng kuchli) deyiladi va $(1) \sim (4)$ ko'rinishda yoziladi.

Vektorlar chekli sistemasi ustida elementar almashtirish deganda biz quyidagi almashtirishni tushunamiz:

- a) vektorlar sistemasi biror vektorini noldan farqli songa ko'paytirish;
- b) vektorlar sistemasi biror vektorini noldan farqli songa ko'paytirib bu sistemaning boshqa vektoriga qo'shish;
- v) vektorlar sistemasi ixtiyoriy ikkita vektorini o'rinlarini almashtirish;
- г) векторлар системасидан ноль векторни чиқариш ёки системага ноль векторни киритиш.

4.3- теорема. Vektorlar chekli sistemasi ustida chekli elementar almashtirishlar natijasida berilgan sistemaga ekvivalent sistema hosil bo'ladi.

4.7- ta'rif. (1) vektorlar chekli sistemasiga ekvivalent bo'lgan shu sistemani chiziqli erkli qism sistemasini (1) sistemaning bazisi deyiladi. (1)

n -o'Ichovli vektorlar chekli sistemasi ustida bir nechaelementar almashtirish natijasida quyidagi vektorlar sistemasini hosil qilish mumkin:

[illegible]

4.4-teorema. Ekvivalent vektorlar sitemalarining ranglari tengdir.

$\vec{a} + \vec{b} \in U$, $\lambda \vec{a} \in U$ bo'lsa, U holda U to'plamni vektorlarni qo'shish va
songa ko'paytirish amallariga nisbatan yopiq deyiladi.

$L(\vec{a_1}, \vec{a_2}, \dots, \vec{a_m}) \subset F$ to'plam vektorlarini qo'shish va songa ko'paytirish amallariga nisbatan yopiq bo'lganligi uchun, $y \in V$ fazoning qism fazosi bo'ladi. Uni $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \dots, \vec{a_m}$ vektorlarga tortilgan yoki vektorlar hosil qilgan qism fazosi deyiladi.

$$U_1 + U_1 + \dots + U_k = \{\overrightarrow{a_1} + \overrightarrow{a_2} + \dots + \overrightarrow{a_k}; \overrightarrow{a_1} \in U_1, \overrightarrow{a_2} \in U_2, \dots, \overrightarrow{a_m} \in U_k\}$$

42

4.9- ta'rif. Agar $\forall (\vec{a} \in U_1 + U_1 + \dots + U_k)$ faqat birgina usul bilan $\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_k$ ko'rinishda ifodalangan bo'lsa, u holda $U_1 + U_1 + \dots + U_k$ ни $U_1, U_1, \dots, U_k$ qism fazolarning to'g'ri yig'indisi deyiladi va uni $U_1 \oplus U_1 \oplus \dots \oplus U_k$ ko'rinishda belgilanadi, bu joyda $\vec{a}_1 \in U_1, \vec{a}_2 \in U_2, \dots, \vec{a}_m \in U_k$.

Aytaylik $U - V$ vektor fazoning qism fazosi bo'lsin. V fazoda binar munosabatni quyidagicha kiritamiz.

$$\forall (\vec{a}, \vec{b} \in V) \text{ лар учун } \vec{a} \sim \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} - \vec{b} \in U.$$

Bu binar munosabat V fazosida ekvivalentlik munosabat bo'ladi, bu ekvivalentlik munosabatga nisbatan ixtiyoriy ekvivalentlik sinfini V fazoning U yo'nalishdagi chiziqli ko'philligi deyiladi.

Vektorlarni chiziqli bog'liqligi va bog'lanmaganligini tekshirishga doir misollar:

MISOLLAR: $3\vec{a}_1 = \langle 1, 1, 1 \rangle$, $\vec{a}_2 = \langle 1, 2, 3 \rangle$, $\vec{a}_3 = \langle 1, 3, 6 \rangle$ уч о'lchovli vektorlar sistemasining chiziqli bog'lanmagan (erkli) ekaligi ko'rsatilsin.

$\Delta \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in R$ лар учун $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \lambda_3 \vec{a}_3 = \vec{0}$ ёки $[\langle \lambda_1, \lambda_1, \lambda_1 \rangle + \langle \lambda_2, 2\lambda_2, 3\lambda_2 \rangle + \langle \lambda_3, 3\lambda_3, 6\lambda_3 \rangle] = \langle 0, 0, 0 \rangle$ bo'lsin. Bundan $\langle \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3, \lambda_1 + 2\lambda_2 + 3\lambda_3, \lambda_1 + 3\lambda_2 + 6\lambda_3 \rangle = \langle 0, 0, 0 \rangle$ bu quyidagi bir jinsli tenglamalar sistemasiga teng kuchli.

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_1 + 2\lambda_2 + 3\lambda_3 = 0 \\ \lambda_1 + 3\lambda_2 + 6\lambda_3 = 0 \end{cases} \sim \begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \\ 2\lambda_2 + 5\lambda_3 = 0 \end{cases} \sim \begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \\ \lambda_3 = 0 \end{cases}$$

Oxirgi tenglamalar sistemasini yechib, $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$ ga ega bo'lamiz. Demak, berilgan vektorlar sistemasi chiziqli bog'lanmagan ekan. ▽

4. $\vec{b}_1 = \langle 1, 1, 2 \rangle$, $\vec{b}_2 = \langle 2, 3, 4 \rangle$, $\vec{b}_3 = \langle 1, 2, 2 \rangle$ vektorlar sistemasidagi chiziqli bog'lanish tekshirilsin.

$\Delta \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in R$ лар учун $\lambda_1 \vec{b}_1 + \lambda_2 \vec{b}_2 + \lambda_3 \vec{b}_3 = \vec{\theta}$ ёки $[\langle \lambda_1, \lambda_1, 2\lambda_1 \rangle + \langle 2\lambda_2, 3\lambda_2, 4\lambda_2 \rangle + \langle \lambda_3, 2\lambda_3, 2\lambda_3 \rangle] = \langle 0, 0, 0 \rangle$ бўлсин. Бундан $\langle \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3, \lambda_1 + 2\lambda_2 + 3\lambda_3, \lambda_1 + 3\lambda_2 + 6\lambda_3 \rangle = \langle 0, 0, 0 \rangle$ bu quyidagi bir jinsli tenglamalar sistemasiga teng kuchli.

$$\begin{cases} \lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_1 + 3\lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \\ 2\lambda_1 + 4\lambda_2 + 2\lambda_3 = 0 \end{cases} \sim \begin{cases} \lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \sim \begin{cases} \lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \end{cases}$$

Бу система чексиз кўп ноль ечилмаларга эга. Масалан $\lambda_1 = 1, \lambda_1 = -1, \lambda_1 = -1$, бу ҳолда $\vec{b}_1 - \vec{b}_2 + \vec{b}_3 = \vec{\theta}$ bog'lanish o'ringa ega. Demak, $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ vektorlar sistemasi chiziqli bog'langan sistemani tashqil qiladi.

$$5. T_2 = \{f(x): f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2, a_0, a_1, a_2 \in R\}$$

T_2 — haqiqiy sonlar maydoni ustidagi vektor fazoni tashqil etadi (2-misolga qarang). $l_1(x) = 1, l_2(x) = x, l_3(x) = x^2$ desak, $l_1(x), l_2(x), l_3(x) \in T_2$. У holda $\forall (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in R)$ лар учун $\lambda_0 + \lambda_1x + \lambda_2x^2 \in T_2$. buni e'tiborga olsak $T_2 = L(l_1(x), l_2(x), l_3(x))$ ekanligi kelib chiqadi.

$$6. \begin{cases} l_1 = \langle 1, 0, 0 \rangle \\ l_2 = \langle 0, 1, 0 \rangle \\ l_3 = \langle 0, 0, 1 \rangle \end{cases} \text{ва} \begin{cases} \vec{a}_1 = \langle 1, 2, 3 \rangle \\ \vec{a}_2 = \langle 3, 2, 1 \rangle \\ \vec{a}_3 = \langle 2, 0, 3 \rangle \end{cases}$$

Vektorlar sistemalari ekvivalentdir.

$$\Delta \vec{a}_1 = \langle 1, 2, 3 \rangle = \langle 1, 0, 0 \rangle + 2 \langle 0, 1, 0 \rangle + 3 \langle 0, 0, 1 \rangle = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3, \vec{a}_2 = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{a}_3 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_3$$

$$\text{Аксинча, } \vec{e}_1 = \lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \lambda_3 \vec{a}_3 \quad \text{ёки} \quad \langle \lambda_1 + 3\lambda_2 + 2\lambda_3, 2\lambda_1 + 2\lambda_2, 3\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \rangle = \langle 1, 0, 0 \rangle$$

$$3\lambda_3 = \langle 0, 0, 1 \rangle \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + 3\lambda_2 + 2\lambda_3 = 1 \\ 2\lambda_1 + 2\lambda_2 = 0 \\ 3\lambda_1 + \lambda_2 + 3\lambda_3 = 0 \end{cases} \sim \begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ \lambda_1 + 3\lambda_2 + 2\lambda_3 = 1 \\ 3\lambda_1 + \lambda_2 + 3\lambda_3 = 0 \end{cases} \sim \begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ 2\lambda_2 + 2\lambda_3 = 1 \\ -2\lambda_2 + 3\lambda_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ 2\lambda_2 + 2\lambda_3 = 1 \\ 5\lambda_3 = 1 \end{cases} \lambda_3 = \frac{1}{5}, \lambda_2 = \frac{4}{5}, \lambda_1 = -\frac{4}{5} \text{ bundan } l_1 = \langle 0, 1, 1 \rangle = -\frac{4}{5}\vec{a}_1 +$$

$$\frac{4}{5}\vec{a}_2 + \frac{1}{5}\vec{a}_3.$$

Shu kabi l_2, l_3 ларни ҳам $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ sistemaning vektorlari orqali chiziqli ifodalash mumkin. Demak, berilgan vektorlar sistemalari ekvivalent. ▽

7. $\vec{a}_1 = \langle 1, 2, 0 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, 0, 1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 3, -2, 2 \rangle$ векторлар sistemasini bazisi va rangini toping.

Δ $\vec{a}_1$ vektorni (-2) ra ko'paytirib, $\vec{a}_2$ vektorga, (-3) ga ko'paytirib $\vec{a}_3$ vektorga qo'shamiz:

$$\begin{cases} \vec{a}_1 = \langle 1, 2, 0 \rangle \\ \vec{a}_2 = \langle 2, 0, 1 \rangle \\ \vec{a}_3 = \langle 3, -2, 2 \rangle \end{cases} \sim$$

$$\begin{cases} \vec{a}_1 = \langle 1, 2, 0 \rangle \\ \vec{a}_2 - 2\vec{a}_1 = \langle 0, -4, 1 \rangle \\ \vec{a}_3 - 3\vec{a}_1 = \langle 0, -8, 2 \rangle \end{cases} \sim \begin{cases} \vec{a}_1 = \langle 1, 2, 0 \rangle \\ \vec{a}_2 - 2\vec{a}_1 = \langle 0, -4, 1 \rangle \\ \vec{a}_3 - 2\vec{a}_2 + \vec{a}_1 = \langle 0, 0, 0 \rangle \end{cases}$$

Oxiridan ko'rinadiki, $\vec{a}_3 - 2\vec{a}_2 + \vec{a}_1 = \vec{0}$ бундан

$$\vec{a}_1 = 2\vec{a}_2 - \vec{a}_3, \vec{a}_2 = \frac{1}{2}\vec{a}_1 + \frac{1}{2}\vec{a}_3, \vec{a}_3 = 2\vec{a}_2 - \vec{a}_1$$

Ekanligi kelib chiqadi. Tekshirib ko'rish mumkinki, berilgan sistemaning ixtiyoriy ikkita vektori chiziqli erкли sistemani tashqil qiladi. Demak, berilgan vektorlar sistemasining ixtiyoriy ikkita vektori u sistemaning bazisini tashqil etadi va uning rangi 2 ga teng.

MUSTAQIL ISH UCHUN MISOLLAR.

4.3. 1) агар $\vec{a}_1 = \langle 1, 0, 3, -2 \rangle, \vec{a}_2 = \langle -1, 1, 4, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -5, 3, 5, 3 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 - 3\vec{a}_2 + \vec{a}_3$ векторни топинг.

2) агар $\vec{a}_1 = \langle 1, -1, 0, 4 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 16, 4, 7, -2 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 5, 2, 2, -3 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 + 3\vec{a}_3$ векторни топинг.

3) агар $\vec{a}_1 = \langle 1, 3, -2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 2, 4, -3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -3, 1, -2, 4 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2 + \vec{a}_3$ векторни топинг.

4) агар $\vec{a}_1 = \langle 1, 3, -2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 2, 4, -3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -3, 1, -2, 4 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + 5\vec{a}_2 - 7\vec{a}_3$ векторни топинг.

5) агар $\vec{a}_1 = \langle 2, -1, 3, 5 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 4, -3, 1, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 3, -2, 3, 4 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 4, -1, 15, 17 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 - 3\vec{a}_2 + 4\vec{a}_3 - \vec{a}_4$ vektorni toping.

4.4. 1) агар $\vec{a}_1 = \langle 2, 1, -3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 2, -5 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, -1, 1 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + \vec{x} = \theta$ тенгламадан $\vec{x}$ векторни топинг.

2) агар $\vec{a}_1 = \langle 5, -8, -1, 2 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, -1, 4, -3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -3, 2, -5, 4 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + \vec{x} = \theta$ тенгламадан $\vec{x}$ векторни топинг.

3) агар $\vec{a}_1 = \langle 2, -3, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, -1, 5 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, -4, 3 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 - \vec{a}_3 + \vec{x} = \theta$ тенгламадан $\vec{x}$ векторни топинг.

4) агар $\vec{a}_1 = \langle 1, -2, 3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, 4, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -1, 2, -3 \rangle$ бўлса, $\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + 4\vec{x} = \theta$ тенгламадан $\vec{x}$ векторни топинг.

5) агар $\vec{a}_1 = \langle 2, 5, 1, 3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 10, 1, 5, 10 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 4, 1, -1, 1 \rangle$ бўлса, $3(\vec{a}_1 - \vec{x}) + 2(\vec{a}_2 + \vec{x}) = 5(\vec{a}_3 + \vec{x})$ тенгламадан $\vec{x}$ векторни топинг.

4.5. Quyidagi vektorlar sistemasini chiziqli bog'langan yoki bog'lanmagan ekanligini tekshiring.

- 1) $\vec{a}_1 = \langle 1, 1, 1, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, -1, 1, -1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 2, 3, 1, 4 \rangle$
- 2) $\vec{a}_1 = \langle 1, 1, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, 2, -1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -1, 3, 1 \rangle$
- 3) $\vec{a}_1 = \langle 1, 2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 4, 3, -2 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -5, -4, -1 \rangle$
- 4) $\vec{a}_1 = \langle 1, 2, 1, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, 5, 1, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -1, 3, -6, 4 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 1, -1, 4, 2 \rangle$
- 5) $\vec{a}_1 = \langle 1, 1, 1, 0 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, 1, 0, -1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, 0, -1, -1 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 0, -1, -1, 0 \rangle$
- 6) $\vec{a}_1 = \langle 1, 4, 1, 2 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, -9, -11, 1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 2, 8, -2, 4 \rangle, \vec{a}_4 = \langle -3, 15, 5, -7 \rangle$
- 7) $\vec{a}_1 = \langle 2, -3, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, -1, 5 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, -4, 3 \rangle$
- 8) $\vec{a}_1 = \langle 5, 4, 3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 3, 2 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 8, 1, 3 \rangle$
- 9) $\vec{a}_1 = \langle 1, 2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, 3, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 3, 7, 1 \rangle$

4.6. λ ning qanday qiymatlarida $\vec{b}$ вектор $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasidan iborat bo'ladi.

- 1) $\vec{a}_1 = \langle 2, 3, 5 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 7, 8 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, -6, 1 \rangle, \vec{b} = \langle 7, -2, \lambda \rangle$
- 2) $\vec{a}_1 = \langle 4, 4, 3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 7, 2, 1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 4, 1, 6 \rangle, \vec{b} = \langle 5, 9, \lambda \rangle$
- 3) $\vec{a}_1 = \langle 3, 2, 5 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, 4, 7 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 5, 6, \lambda \rangle, \vec{b} = \langle 1, 3, 5 \rangle$

4.8. Quyidagi vektorlar sistemasini bazisi va rangi topilsin:

- 1) $\vec{a}_1 = \langle 1, 2, 0, 0 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, 2, 3, 4 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 3, 6, 0, 0 \rangle$
- 2) $\vec{a}_1 = \langle 2, 2, 7, -1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, -1, 2, 4 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, 1, 3, 1 \rangle$
- 3) $\vec{a}_1 = \langle 3, 2, -5, 4 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, -1, 3, -3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 3, 5, -13, 11 \rangle$

$$4) \quad \vec{a}_1 = \langle 5, 2, -3, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 4, 1, -2, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, 1, -1, 2 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 3, 4, -1, 2 \rangle$$

$$5) \quad \vec{a}_1 = \langle 2, 3, -4, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, -2, 1, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 5, -3, -1, 8 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 3, 8, -9, -5 \rangle$$

$$6) \quad \vec{a}_1 = \langle 2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 2 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, 1 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 2, 3 \rangle$$

$$7) \quad \vec{a}_1 = \langle 2, 1, -3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 1, -5 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 4, 2, -1 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 1, 0, -7 \rangle$$

$$8) \quad \vec{a}_1 = \langle 2, 3, 5, -4, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, -1, 2, 3, 5 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 3, 7, 8, -11, -3 \rangle,$$

$$\vec{a}_4 = \langle 1, -1, 1, -2, 3 \rangle$$

$$9) \quad \vec{a}_1 = \langle 2, -1, 3, 4, -1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, 2, -3, 1, 2 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 5, -5, 12, 11, -5 \rangle,$$

$$\vec{a}_4 = \langle 1, -3, 6, 3, -3 \rangle$$

Blits-so'rov savol va javoblari

	Savol	Javob
1.	Vektor fazo aksiomatalari qaysilar?	1) $\forall(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in V)$ учун $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$ бўлса; 2) $\forall(\vec{a}, \vec{b} \in V)$ учун $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$; 3) $\exists(\vec{\theta} \in V) \forall(\vec{a} \in V)$ учун $\vec{a} + \vec{\theta} = \vec{a}$ бўлса; 4) $\forall(\vec{a} \in V)$ учун $\exists(-\vec{a} \in V)$ $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{\theta}$; 5) $\forall(\vec{a} \in V) (1 \in F)$ учун $\vec{a} \cdot 1 = \vec{a}$; 6) $\forall(\vec{a}, \vec{b} \in V) \forall(\lambda \in F)$ учун $\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda\vec{a} + \lambda\vec{b}$ бўлса; 7) $\forall(\vec{a} \in V) \forall(\lambda, \mu \in F)$ учун $(\lambda + \mu)\vec{a} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{a}$ бўлса;

		8) $\forall(\vec{a} \in V) \forall(\lambda, \mu \in F)$ учун $(\lambda(\mu\vec{a})) = (\lambda\mu)\vec{a}$ бўлса.
2.	Qachon vektorlarni chiziqli bog‘liq yoki chiziqli bog‘lanmagan deyiladi?	4.5- таъриф. Агар V вектор фазонинг (1) векторлар системаси учун $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in F$ бўлганда $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_m \vec{a}_m = \vec{0} \quad (2)$ тенглик фақат $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m = \theta$ бўлгандагина бажариладиган бўлса, у ҳолда (1) векторлар системасини чизиқли боғламаган (чизиқли эркин) дейилади, агарда (2) тенглик $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ лардан ақалли биттаси нолдан фарқли бўлгандагина бажариладиган бўлса, у ҳолда (1) векторлар системаси чизиқли боғланган (чизиқли эрксиз) дейилади.
3.	Vektorlar chekli sistemasi ustida elementar almashtirish deganda nimani tushunasiz?	a) vektorlar sistemasi biror vektorini noldan farqli songa ko‘paytirish; b) vektorlar sistemasi biror vektorini noldan farqli songa ko‘paytirib bu sistemaning boshqa vektoriga qo‘shish; v) vektorlar sistemasi ixtiyoriy ikkita vektorini o‘rinlarini almashtirish; g) vektorlar sistemasidan nol vektorni chiqarish yoki sistemaga nol vektorni kiritish.
4.	Teng kuchli sistemalar deb nimaga aytiladi?	Айтайлик (1) ва $b, b_2, \dots, b_k$ (4) лар V вектор фазо векторларининг чекли системалари бўлсин. Агар (1) ва (4) системалардан бирининг ихтиёрий векторини иккинчи система векторларининг чизиқли комбинацияси шаклда ифодалаш мумкин бўлса, у ҳолда (1) ва (4) системалар эквивалент (тенг кучли) дейилади ва $(1) \sim (4)$ кўринишда ёзилади.

AMALIY MASHG'ULOT MATERIALLARI

1-amaliy mashg'ulot. Zamonaviy algebraning hozirgi kundagi dolzarb masalalari. Zamonaviy algebrada foydalaniladigan chiziqli algebra elementlari.

1. Ikki to'g'ri chiziq berilgan: $y = 2x + 3$ va $y = -x + 4$. Ularning $A(-1;1), B(+2;-3), C(+4;0), D((+3;+1), E(+2;+7), F(+\frac{1}{3};\frac{11}{3}), O(0;0)$ nuqtalardan o'tish yoki o'tmasligi tekshirilsin.

2. $P(+2;-8)$ va $Q(-1;+7)$ nuqtalardan o'tgan to'g'ri chiziqning burchakkoefitsiyenti va ordinatalar o'qidan ajratgan kesmasi topilsin.

3. Tenglamasi bilan berilgan: a) $2x - y + 3 = 0$ b) $5x + 2y - 8 = 0$ c) $3x + 8y + 16 = 0$ chiziqning burchak koefitsiyenti va ordinatalar o'qidan kesgan kesmasi topilsin.

4. $y = 3x + 1; y = x - 2; y = -5x + 3; y = -2x - 1; y = 2x; y = 5$ quyidagi tenglamalar bilan berilgan to'g'ri chiziqlar yasalsin.

5. Teng yonli trapetsiya tomonlarining tenglamasi yozilsin, uning asoslari 10 va 6 ga teng, yon tomoni esa asosi bilan 60° li burchak tashkil qiladi. Koordinata o'qlari uchun trapetsiyaning katta asosi va simmetriya o'qi qabul qilingan.

6. Yorug'lik nuri $y = \frac{2}{3}x - 4$ to'g'ri chiziq bo'yicha yo'nalgan, u absissalar o'qiga yetgandan keyin undan qaytadi. Nurning o'q bilan uchrashish nuqtasi va qaytgan nurning tenglamasi yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

7. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak hisoblansin:

$$a) \begin{cases} y = 3x, \\ y = -2x + 5; \end{cases} \quad b) \begin{cases} y = 4x - 7, \\ y = -\frac{1}{4}x + 2; \end{cases} \quad c) \begin{cases} y = 5x - 3, \\ y = 5x + 8; \end{cases} \quad d) \begin{cases} y = \sqrt{3}x - 5, \\ y = -\sqrt{3}x + 1; \end{cases} \quad e) \begin{cases} y = 7x - 2 \\ y = x - \sqrt{2} \end{cases}$$

Koordinatalar sistemasini to'g'ri burchakli.

$$\text{Javob: a) } \frac{\pi}{4}; \text{ b) } \frac{\pi}{2}; \text{ c) } 0; \text{ e) } \arctg\left(-\frac{3}{4}\right) \text{ d) } \frac{\pi}{3}$$

8. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan, koordinatalar boshidan o'tuvchi va:

a) $y = 4x - 3$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan,

b) $y = \frac{1}{2}x + 1$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan,

c) $y = 2x + 5$ to'g'ri chiziq bilan 45^0 li burchak tashkil qilgan,

d) $y = x - 1$ to'g'ri chiziqqa 60^0 li burchak ostida og'ma bo'lgan to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

Javob: a) $y = 4x$; b) $y = -2x$; c) $y = -3x$ yoki $y = \frac{1}{3}x$;

d) $y = -(2 + \sqrt{3})x$ yoki $y = -(2 - \sqrt{3})x$

9. To'g'ri burchakli teng yonli uchburchak gipotenuzasining tenglamasi $y = 3x + 5$ va to'g'ri burchak uchining koordinatalari $(+4; -1)$ bo'lsa, katetlarining tenglamasi tuzilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

10. $(-1; -3)$ nuqtadan o'tuvchi va x o'qi bilan: a) 30^0 b) 60^0 c) 90^0 li burchak tashkil etuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin. $\omega = 120^0$

11. Koordinata burchagi $\omega = 150^0$ bo'lgan holda, koordinata o'qlarining kesishish nuqtasidan ularga o'tkazilgan perpendikulyarlarning tenglamalari yozilsin.

12. Koordinata burchagi $\omega = \frac{\pi}{3}$ ga teng bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemaga nisbatan $y = -2x + 5$ to'g'ri chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqning koordinata o'qlari bilan tashkil qilgan burchaklarni hisoblang.

13. Ikkita to'g'ri chiziq: $y = -x + 5$ va $y = -\frac{1}{2}x - 7$ orasidagi burchak hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{3}$

14. $y = -2x + 1$ va $y = x + 1$ to'g'ri chiziqlar $\frac{2\pi}{3}$ li burchak tashkil etadi. Koordinata burchagi ω aniqlansin.

15. $y = 2x + 3$ va $y = -\frac{4}{5}x + 1$ tenglamalar bir biriga perpendikulyar ikki to'g'ri chiziqni tasvirlasa, ω koordinat burchagi aniqlansin.

16. $A(+5; 0)$ nuqtadan $y = 3x - 4$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning tenglamasi yozilsin. $\omega = 120^0$

17. To'g'ri chiziq $(+2; -5)$ nuqtadan o'tib, $4x - 3y + 1 = 0$ to'g'ri chiziq bilan $\frac{\pi}{6}$ burchak tashkil etadi. $\omega = \frac{\pi}{3}$ shartida bu to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

18. Uchburchakning uchlari berilgan: $A(+4; +6)$, $B(-4; 0)$ va $C(-1; -4)$.

a) uning uchala tomonining,

b) C uchidan o'tkazilgan medianasining,

c) B burchagi bissektiriasining,

d) A uchidan BC tomoniga tushirilgan balandligining tenglamasi tuzilsin.

19. Uchlarining koordinatalari $(+2; -1)$; $(+4; +5)$ va $(-3; +2)$ bo'lgan ABC uchburchakning og'irlik markazi bilan koordinatalar boshini birlashtiruvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

20. Uchburchakning uchlari berilgan: $A(-1; +2)$, $B(+3; -1)$, va $C(0; +4)$.

Uchlarining har biridan unga qarshi yotgan tomonga parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin. Javob: $3x + 4y - 16 = 0$, $5x + 3y - 1 = 0$, $2x - y - 7 = 0$.

21. Ushbu $A(-2; -2)$, $B(-3; +1)$, $C(+7; 7)$ va $D(+3; +1)$ to'rtta nuqta trapetsiyaning uchlarini ifoda etishligi tekshirilsin, hamda trapetsiyaning o'rta chizig'i va diaganallarining tenglamalari tuzilsin.

22. Berilgan uchta nuqtaning bir to'g'ri chiziqda yotish yoki yotmasligi tekshirilsin.

a) $(+1; +3)$, $(+5; +7)$ va $(+10; +12)$: b) $(-3; -8)$, $(+1; -2)$ va $(+10; +12)$:

23. $A(-8; -6)$ va $B(-3; -1)$ nuqtalar bilan bir to'g'ri chiziqda yotgan va absissasi $x = +5$ bo'lgan C nuqta qanday ordinataga ega bo'ladi.

24. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan ikkita nuqta: $A(-3; +8)$ va $B(+2; +2)$ berilgan. Absissalar o'qida shunday M nuqta topish kerakki, AMB sinig chiziq eng kichik uzunlikka ega bo'lsin. Javob: $(+1; 0)$

25. Rombning 10 va 4 uzunlik birligiga teng bo'lgan dioganallari koordinata o'qlari deb qabul qilingan. Shu romb tomonlarining tenglamalari yozilsin.

Javob: $\pm \frac{x}{5} \pm \frac{y}{2} = 1$

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Koordinata o'qlari bilan $x + 2y - 6 = 0$ to'g'ri chiziq orasiga joylashgan uchburchak yuzi aniqlansin $\omega = \frac{\pi}{2}$. Javob: $S = 9$ kv birlik

2. $M(+4; -3)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, bu to'g'ri chiziq hamda koordinata o'qlaridan tuzilgan uchburchakning yuzi 3 kvadrat birlikka teng bo'lsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

3. $P(+5; +2)$ nuqtadan koordinata o'qlaridan teng kesmalar ajratuvchi to'g'ri chiziqlar o'tkazilsin.

4. $M(+3; +2)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, uning koordinata o'qlari orasiga olingan kesmasi shu nuqtada teng ikkiga bo'linsin.

5. Koordinata burchagi $\omega = \frac{2\pi}{3}$ bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $3x + 5y - 15 = 0$ chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqning koordinata o'qlari bilan chegaralangan kesmasi topilsin.

6. $M(+6; -2)$ nuqtadan koordinata o'qlari bilan teng tomonli uchburchak tashkil etuvchi to'g'ri chiziq o'tkazilgan. Koordinata burchagi $\omega = 60^\circ$.

7. Ushbu $4x + 3y - 24 = 0$ to'g'ri chiziq bilan koordinata o'qlaridan tuzilgan uchburchakning yuzi hisoblansin. $\omega = \frac{5\pi}{6}$

8. To'g'ri chiziqlarning tenglamalari normal shaklga keltirilsin:

$$4x - 3y + 10 = 0; 5x + 12y - 39 = 0; 6x + 8y - 15 = 0;$$

$$x - 2y + 3 = 0; y - x\sqrt{3} = 4; x \cdot \cos 10^\circ + y \cdot \sin 10^\circ + 4 = 0$$

9. Koordinatalar boshidan $9x - 12y + 10 = 0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

10. $2x + \sqrt{5}y - 15 = 0$ va $\sqrt{11}x - 5y + 30 = 0$ to'g'ri chiziqlar markazi koordinatalar boshida bo'lgan birgina doiraga urinishi tekshirilsin va bu doiraning radiusi hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

11. $P(+5;0)$ nuqta orqali $x^2 + y^2 = 9$ aylanaga urinma o'tkazilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

12. Koordinata burchagi $\omega = \frac{\pi}{4}$ bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $6x + 3\sqrt{2}y - 1 = 0$ to'g'ri chiziqning tenglamasi berilgan. Koordinatalar boshidan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi va bu perpendikulyarning koordinata o'qlariga og'ish burchaklari hisoblansin.

13. $P(+4;-1)$ nuqtadan $12x - 5y - 27 = 0$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

14. Masofa topilsin: a) $P_1(+4;-2)$ nuqtadan $8x - 15y - 11 = 0$ to'g'ri chiziqqacha:

b) $P_2(+2;+7)$ nuqtadan $12x + 5y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqqacha:

c) $P_3(-3;+5)$ nuqtadan $9x - 12y + 2 = 0$ to'g'ri chiziqqacha:

16. $P(0;+5)$ nuqtadan $y = \sqrt{3}x + 7$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin. $\omega = \frac{5\pi}{6}$

17. $P(-1;+2)$ nuqtadan $x + 2y - 6 = 0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa $\frac{3}{2}$ ga teng. Koordinata burchagi aniqlansin.

18. Uchburchakning uchlari berilgan: $A\left(-\frac{1}{7}; -\frac{3}{28}\right)$, $B(+4; +3)$ va $C(+2; -1)$

Balandliklarining uzunliklari hisoblansin. Koordinatalar sistemasi to'g'ri burchakli.

Javob: $h_a = \frac{29\sqrt{5}}{28}$; $h_b = 4\frac{6}{13}$; $h_c = 2$

19. Rombning diagonallari 30 va 16 uzunlik birligiga teng bo'lib, ular koordinata o'qlari deb qabul qilingan. Bu rombning parallel tomonlari orasidagi masofa topilsin.

20. $P(-2;+1)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazilganki, $C(+3;+1)$ nuqtadan ungacha bo'lgan masofa 4 ga teng. Bu to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti topilsin.

21*. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi o'qlaridan teng kesmalarga ajratuvchi va $C(+4;+3)$ nuqtadan 5 birlik masofada o'tuvchi to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

22. Koordinatalar boshidan 5 birlik masofada shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, u $8x + 5y - 39 = 0$ to'g'ri chiziq absissasi $x = -2$ bo'lgan nuqtadan kesib o'tsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

23. $3x - 4y + 10 = 0$ va $6x - 8y + 15 = 0$ to'g'ri chiziqlarning o'zaro parallel ekanligi isbotlansin va ular orasidagi masofa topilsin.

24. $12x + 5y - 52 = 0$ to'g'ri chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqqa parallel va undan $d = 2$ masofadagi to'g'ri chiziqning tenglamasi topilsin.

25. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan ikkita parallel to'g'ri chiziqlarning tenglamalari berilgan: $4x - 6y - 3 = 0$ va $2x - 3y + 7 = 0$. Ularga parallel va ularning o'rtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

26. Koordinatalar boshidan va $M(+1;+3)$ nuqtadan ikkita parallel to'g'ri chiziq o'tgan. Ular orasidagi masofa $\sqrt{5}$ ga teng. Bu to'g'ri chiziqlarning tenglamasi yozilsin. Koordinata burchagi. $\omega = 90^\circ$

27. Ikkita to'g'ri chiziq berilgan: $3x + 4y - 10 = 0$ va $5x - 12y + 26 = 0$. Har ikkala to'g'ri chiziqdan $\delta = +5$ masofada bo'lgan nuqta topilsin. $\omega = 90^\circ$

28. $2x - 9y + 18 = 0$ va $6x + 7y - 21 = 0$ to'g'ri chiziqlar hosil qilgan burchaklar bissektisalarining tenglamalari tuzilsin. Bu bissektisalarining bir-biriga perpendikulyar ekanligi tekshirilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

29. Ushbu $x + 7y - 6 = 0$ va $5x - 5y + 1 = 0$ to'g'ri chiziqlar bilan tuzilgan burchaklar bissektisalarining tenglamalari yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

Javob: $4x - 12y + 7 = 0$ va $6x + 2y - 5 = 0$

30. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan, uchburchak, $A(+\frac{9}{5}; +\frac{2}{5})$, $B(0; +4)$ va $C(-3; -2)$ uchlari bilan berilgan. ABC uchburchakka ichki chizilgan aylana markazi koordinatalari hisoblansin.

31. To'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyentlarini aniqlamasdan, ular orasidagi burchak hisoblansin: a) $2x + y - 5 = 0$ va $6x - 2y + 7 = 0$; $\omega = \frac{\pi}{2}$ bo'lganda

b) $4x - 5y + 7 = 0$ va $9x + 4y - 11 = 0$; $\omega = \frac{\pi}{3}$ bo'lganda

c) $x - 2y + 5 = 0$ va $3x - 8 = 0$; $\omega = \frac{2\pi}{3}$ bo'lganda

32. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $18x + 6y - 17 = 0$ $14x - 7y + 15 = 0$ va $5x + 10y - 9 = 0$ tenglamalar bilan berilgan Uchburchakning burchaklari hisoblansin. Javob: $\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}$

33. Koordinata burchagi $\omega = \frac{\pi}{3}$ bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan uchburchakning $A(-1; +2)$, $B(+1; +1)$ va $C(+2; -\frac{5}{2})$ uchlari berilgan. C uchidan o'tkazilgan mediana bilan AB tomon orasidagi burchak hisoblansin.

34. $4x + 3\sqrt{2}y - 5 = 0$ va $\sqrt{2}x - y + 11 = 0$ tenglamalar o'zaro perpendikulyar to'g'ri chiziqlarni tasvirlaydi. Koordinata burchagi aniqlansin.

35. Parametr a ning qanday qiymatida $3ax - 8y + 13 = 0$ va $(a + 1)x - 2ay - 21 = 0$ tenglamalar parallel to'g'ri chiziqlarni tasvirlaydi?

36. O'zgarmas a ning qanday qiymatida $(3a + 2)x + (1 - 4a)y + 8 = 0$ va $(5a - 2)x + (a + 4)y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqlar bir-biriga perpendikulyar bo'ladi? $\omega = \frac{\pi}{2}$.

37. Koordinatalar boshidan $2x - 3y + 7 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

38. Koordinatalar boshidan $4x + y - 5 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

- 39.** Koordinatalar boshidan $6x + 5y - 19 = 0$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning tenglamasi yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$
- 40.** Koordinatalar boshidan $2x - 6y + 13 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirilsin. $\omega = \frac{\pi}{3}$.
- 41.** $M(-1; +4)$ nuqtadan $5x - 3y + 11 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirilsin. $\omega = \frac{2\pi}{3}$.
- 42.** Uchburchak tomonlarining tenglamalari berilgan: $5x - 3y - 15 = 0$, $x + 5y - 3 = 0$, $3x + y + 5 = 0$. Uchlarning koordinatalari hisoblansin.
- 43.** Uchlarning koordinatlari $A(+2; +3)$, $B(0; -3)$, $C(+5; -2)$ bo'lgan uchburchak tomonlarining o'rtalaridan chiqarilgan perpendikulyarlar kesishgan nuqtaning koordinatalari hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{2}$
- 44.** To'rtburchak uchlarning koordinatalari berilgan: $A(-9; 0)$, $B(-3; +6)$, $C(+3; +4)$, $D(+6; -3)$, uning AC va BD diagonallari kesishish nuqtasi topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.
- 45.** Rombning ikki tomonining tenglamalari $2x - 5y - 1 = 0$ va $2x - 5y - 34 = 0$ va diagonallaridan birining tenglamasi $x + 3y - 6 = 0$ berilgan. Romb uchlarning koordinatalari hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{2}$
- 46*.** Rombning qarama-qarshi uchlarning koordinatalari $A(-3; 1)$ $B(5; 7)$ yuzi $S = 25$ kvadrat birlik. Tomonlarining tenglamalari tuzilsin.
- 47.** $M(+2; -1)$ nuqtadan $4x - 7y + 12 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.
- 48.** $2x + 5y - 38 = 0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan $Q(-2; -9)$ nuqtaga simmetrik nuqta topilsin $\omega = \frac{\pi}{2}$. Javob: $Q'(10; 21)$

49. Parallelogramm ikki qo'shni tomonining tenglamalari: $x - y - 1 = 0$ $x - 2y = 0$ va diagonalларining kesishish nuqtasi $M(+3; -1)$ berilgan. Uning qolgan ikki tomonining tenglamalari yozilsin.

50*. Uchlaridan biri $A(0; -1)$ ni, diagonalларining kesishish nuqtasi $M(+4; +4)$ ni va AB tomonidagi $(+2; 0)$ nuqtani bilgan holda, rombning yuzi hisoblansin.

51. Uchburchakning ikki uchi $A(-6; +2), B(+2; -2)$ balandliklarining kesishish nuqtasi $H(+1; +2)$ berilgan. Uchinchi C uchining koordinatalari hisoblansin.

52. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan uchburchak berilgan: $A(-6; -3), B(-4; 3), C(+9; +2)$. AB burchakning ichki bissektrisasida shunday M nuqta topish kerakki, $ABMC$ to'rtburchak trapetsiya bo'lsin.

53. Quyidagi uchta to'g'ri chiziqlarning bitta nuqtadan o'tish yoki o'tmasligi tekshirilsin:

$$3x - y - 1 = 0 \quad x + 3y - 1 = 0$$

a) $2x - y + 3 = 0$ b) $5x + y - 10 = 0$

$$x - y + 7 = 0 \quad 3x - 5y - 8 = 0$$

$$3x - y + 6 = 0 \quad 5x - 3y - 15 = 0$$

c) $4x + 3y - 5 = 0$ d) $x + 5y - 3 = 0$

$$2x - y + 5 = 0 \quad 3x + y + 5 = 0.$$

54. $ax + by + 1 = 0; 2x - 3y + 5 = 0; x - 1 = 0$ to'g'ri chiziqlar bitta nuqtadan o'tishi uchun a va b koeffitsiyentlar qanday shartni qanoatlantirishi kerak?

55. Uchburchak o'zining tomonlari bilan berilgan: $x + 2y + 3 = 0;$
 $3x - 7y + 9 = 0; 5x - 3y - 11 = 0$. Uning balandliklari bir nuqtada kesishishligi tekshirilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

56. $7x - y + 3 = 0$ va $3x + 5y - 4 = 0$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan va $A(+2; -1)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlarning tenglamasi yozilsin.

57. $2x - 5y - 1 = 0$ va $x + 4y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan o'tuvchi va $A(+4; -3)$ va $B(-1; +2)$ nuqtalar orasidagi kesmani $\lambda = \frac{2}{3}$ nisbatda bo'luvchi to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

58. Uchburchak uchlarining koordinatalarini hisoblamasdan, shu uchlar orqali qarama-qarshi tomonlariga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlarning tenglamalari yozilsin. Uchburchakning tomonlari $5x - 2y + 6 = 0$, $4x - y + 3 = 0$ va $x + 3y - 7 = 0$ tenglamalar bilan berilgan.

59. Uchburchak tomonlarining tenglamalari: $2x - y + 3 = 0$; $x + 5y - 7 = 0$; $3x - 2y + 6 = 0$. Shu uchburchak balandliklarining tenglamalari tuzilsin.

60. ABC uchburchakning AB tomoni $4x + y - 12 = 0$ tenglama bilan, BH balandligi $5x - 4y - 15 = 0$ tenglama bilan va AH balandligi $2x + 2y - 9 = 0$

tenglama bilan berilgan. Uning qolgan ikki tomonining va uchinchi balandligining tenglamalari yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

125. $P(0; +1)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, uning berilgan ikkita $x - 3y + 10 = 0$ va $2x + y - 8 = 0$ to'g'ri chiziq orasidagi kesmasi P nuqtada teng ikkiga bo'linsin. Javob: $x + 4y - 4 = 0$

2-mavzu. Chiziqli algebra tushunchalari, tariflar va ularning tatbiqlari.

Matritsalar nazariyasi, matritsalarining paydo bo'lish tarixi.

5.1. 1) Agar $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ бўлса, $A+B$, $3A$, AB , BA ларни топинг.

2) Agar $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 7 \end{pmatrix}$ бўлса, $A+B$, $3A$, AB , BA ларни топинг.

5.2. Амалларни бажаринг.

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 7 & 8 \\ 2 & 6 & -3 \end{pmatrix};$$

$$5) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}.$$

5.3. $\forall n \in N$ uchun quyidagilarni hisoblang.

$$1) \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}^n; \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^n; \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n;$$

$$4) \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}^n; \quad 5) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}^n.$$

5.4. Agar $\alpha \in R$ бўлса,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\alpha}{n} \\ -\frac{\alpha}{n} & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

tenglikni isbotlang.

5.5. $f(A)$ ni hisoblang:

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad f(x) = x^2 - 5x + 7;$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}; \quad f(x) = 3x^2 - 7x - 4;$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}; \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4.$$

5.6. 1) Агар

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ бўлса, } (A - 2 \cdot I)^2(A - I) \text{ ни топинг.}$$

2) Агар

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ бўлса, } A^2 - 12 \cdot I \text{ ни топинг.}$$

Агар

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{бўлса, } A^2 - B^2 \quad \text{ни топинг.}$$

5.7. Агар $AB=BA$ бўлса,

$$1) (A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2; \quad 2) (A^2 - B^2) = (A + B)(A - B)$$

тенгликларни исботланг.

1. Иккита то'ғ'ри чизик берилган: $y = 2x + 3$ ва $y = -x + 4$. Уларнинг $A(-1;1), B(+2;-3), C(+4;0), D((+3;+1), E(+2;+7), F(+\frac{1}{3};\frac{11}{3}), O(0;0)$ нуқталардан о'tish yoki o'tmasligi tekshirilsin.

2. $P(+2;-8)$ va $Q(-1;+7)$ нуқталардан о'tgan то'ғ'ри чизикнинг burchakoeffitsiyenti va ordinatalar o'qidan ajratgan kesmasi topilsin.

3. Tenglamasi bilan berilgan: a) $2x - y + 3 = 0$ b) $5x + 2y - 8 = 0$ c) $3x + 8y + 16 = 0$ chizikning burchakoeffitsiyenti va ordinatalar o'qidan kesgan kesmasi topilsin.

4. $y = 3x + 1; y = x - 2; y = -5x + 3; y = -2x - 1; y = 2x; y = 5$ quyidagi tenglamalar bilan berilgan to'ғ'ri chiziqlar yasalsin.

5. Teng yonli trapetsiya tomonlarining tenglamasi yozilsin, uning asoslari 10 va 6 ga teng, yon tomoni esa asosi bilan 60° li burchak tashkil qiladi. Koordinata o'qlari uchun trapetsiyaning katta asosi va simmetriya o'qi qabul qilingan.

6. Yorug'lik nuri $y = \frac{2}{3}x - 4$ to'g'ri chiziq bo'yicha yo'nalgan, u absissalar o'qiga yetgandan keyin undan qaytadi. Nurning o'q bilan uchrashish nuqtasi va qaytgan nurning tenglamasi yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

7. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak hisoblansin:

$$a) \begin{cases} y = 3x, \\ y = -2x + 5; \end{cases} \quad b) \begin{cases} y = 4x - 7, \\ y = -\frac{1}{4}x + 2; \end{cases} \quad c) \begin{cases} y = 5x - 3, \\ y = 5x + 8; \end{cases} \quad d) \begin{cases} y = \sqrt{3}x - 5, \\ y = -\sqrt{3}x + 1; \end{cases} \quad e) \begin{cases} y = 7x - 2 \\ y = x - \sqrt{2} \end{cases}$$

Koordinatalar sistemasi to'g'ri burchakli.

Javob: a) $\frac{\pi}{4}$; b) $\frac{\pi}{2}$; c) 0; e) $\arctg\left(-\frac{3}{4}\right)$ d) $\frac{\pi}{3}$

8. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan, koordinatalar boshidan o'tuvchi va:

a) $y = 4x - 3$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan,

b) $y = \frac{1}{2}x + 1$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan,

c) $y = 2x + 5$ to'g'ri chiziq bilan 45° li burchak tashkil qilgan,

d) $y = x - 1$ to'g'ri chiziqqa 60° li burchak ostida og'ma bo'lgan to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

Javob: a) $y = 4x$; b) $y = -2x$; c) $y = -3x$ yoki $y = \frac{1}{3}x$;

d) $y = -(2 + \sqrt{3})x$ yoki $y = -(2 - \sqrt{3})x$

9. To'g'ri burchakli teng yonli uchburchak gipotenuzasining tenglamasi $y = 3x + 5$ va to'g'ri burchak uchining koordinatalari $(+4; -1)$ bo'lsa, katetlarining tenglamasi tuzilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

10. $(-1; -3)$ nuqtadan o'tuvchi va x o'qi bilan: a) 30° b) 60° c) 90° li burchak tashkil etuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin. $\omega = 120^\circ$

11. Koordinata burchagi $\omega = 150^\circ$ bo'lgan holda, koordinata o'qlarining kesishish nuqtasidan ularga o'tkazilgan perpendikulyarlarning tenglamalari yozilsin.

12. Koordinata burchagi $\omega = \frac{\pi}{3}$ ga teng bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemaga nisbatan $y = -2x + 5$ to'g'ri chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqlarning koordinata o'qlari bilan tashkil qilgan burchaklarni hisoblang.

13. Ikkita to'g'ri chiziq: $y = -x + 5$ va $y = -\frac{1}{2}x - 7$ orasidagi burchak hisoblansin.

$$\omega = \frac{\pi}{3}$$

14. $y = -2x + 1$ va $y = x + 1$ to'g'ri chiziqlar $\frac{2\pi}{3}$ li burchak tashkil etadi. Koordinata burchagi ω aniqlansin.

15. $y = 2x + 3$ va $y = -\frac{4}{5}x + 1$ tenglamalar bir biriga perpendikulyar ikki to'g'ri chiziqni tasvirlasa, ω koordinat burchagi aniqlansin.

16. $A(+5; 0)$ nuqtadan $y = 3x - 4$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning tenglamasi yozilsin. $\omega = 120^\circ$

17. To'g'ri chiziq $(+2; -5)$ nuqtadan o'tib, $4x - 3y + 1 = 0$ to'g'ri chiziq bilan $\frac{\pi}{6}$

burchak tashkil etadi. $\omega = \frac{\pi}{3}$ shartida bu to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

18. Uchburchakning uchlari berilgan: $A(+4; +6)$, $B(-4; 0)$ va $C(-1; -4)$.

a) uning uchala tomonining,

b) C uchidan o'tkazilgan medianasining,

c) B burchagi bissektirisaning,

d) A uchidan BC tomoniga tushirilgan balandligining tenglamasi tuzilsin.

19. Uchlarining koordinatalari $(+2; -1)$; $(+4; +5)$ va $(-3; +2)$ bo'lgan ABC uchburchakning og'irlik markazi bilan koordinatalar boshini birlashtiruvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

- 20.** Uchburchakning uchlari berilgan: $A(-1; +2)$, $B(+3; -1)$, va $C(0; +4)$. Uchlarining har biridan unga qarshi yotgan tomonga parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin. Javob: $3x + 4y - 16 = 0$, $5x + 3y - 1 = 0$, $2x - y - 7 = 0$.
- 21.** Ushbu $A(-2; -2)$, $B(-3; +1)$, $C(+7; 7)$ va $D(+3; +1)$ to'rtta nuqta trapetsiyaning uchlarini ifoda etishligi tekshirilsin, hamda trapetsiyaning o'rta chizig'i va diaganallarining tenglamalari tuzilsin.
- 22.** Berilgan uchta nuqtaning bir to'g'ri chiziqda yotish yoki yotmasligi tekshirilsin.
a) $(+1; +3)$, $(+5; +7)$ va $(+10; +12)$: b) $(-3; -8)$, $(+1; -2)$ va $(+10; +12)$:
- 23.** $A(-8; -6)$ va $B(-3; -1)$ nuqtalar bilan bir to'g'ri chiziqda yotgan va absissasi $x = +5$ bo'lgan C nuqta qanday ordinataga ega bo'ladi.
- 24.** To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan ikkita nuqta: $A(-3; +8)$ va $B(+2; +2)$ berilgan. Absissalar o'qida shunday M nuqta topish kerakki, AMB sinig chiziq eng kichik uzunlikka ega bo'lsin. Javob: $(+1; 0)$
- 25.** Rombning 10 va 4 uzunlik birligiga teng bo'lgan dioganallari koordinata o'qlari deb qabul qilingan. Shu romb tomonlarining tenglamalari yozilsin.
Javob: $\pm \frac{x}{5} \pm \frac{y}{2} = 1$
- 26.** Koordinata o'qlari bilan $x + 2y - 6 = 0$ to'g'ri chiziq orasiga joylashgan uchburchak yuzi aniqlansin $\omega = \frac{\pi}{2}$. Javob: $S = 9$ kv birlik
- 27.** $M(+4; -3)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, bu to'g'ri chiziq hamda koordinata o'qlaridan tuzilgan uchburchakning yuzi 3 kvadrat birlikka teng bo'lsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$
- 28.** $P(+5; +2)$ nuqtadan koordinata o'qlaridan teng kesmalar ajratuvchi to'g'ri chiziqlar o'tkazilsin.
- 29.** $M(+3; +2)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, uning koordinata o'qlari orasiga olingan kesmasi shu nuqtada teng ikkiga bo'linsin.

30. Koordinata burchagi $\omega = \frac{2\pi}{3}$ bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $3x + 5y - 15 = 0$ chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqning koordinata o'qlari bilan chegaralangan kesmasi topilsin.

31. $M(+6; -2)$ nuqtadan koordinata o'qlari bilan teng tomonli uchburchak tashkil etuvchi to'g'ri chiziq o'tkazilgan. Koordinata burchagi $\omega = 60^\circ$.

32. Ushbu $4x + 3y - 24 = 0$ to'g'ri chiziq bilan koordinata o'qlaridan tuzilgan uchburchakning yuzi hisoblansin. $\omega = \frac{5\pi}{6}$

33. To'g'ri chiziqlarning tenglamalari normal shaklga keltirilsin:

$$4x - 3y + 10 = 0; 5x + 12y - 39 = 0; 6x + 8y - 15 = 0;$$

$$x - 2y + 3 = 0; y - x\sqrt{3} = 4; x \cdot \cos 10^\circ + y \cdot \sin 10^\circ + 4 = 0$$

34. Koordinatalar boshidan $9x - 12y + 10 = 0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

35. $2x + \sqrt{5}y - 15 = 0$ va $\sqrt{11}x - 5y + 30 = 0$ to'g'ri chiziqlar markazi koordinatalar boshida bo'lgan birgina doiraga urinishi tekshirilsin va bu doiraning radiusi hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

36. $P(+5; 0)$ nuqta orqali $x^2 + y^2 = 9$ aylanaga urinma o'tkazilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

37. Koordinata burchagi $\omega = \frac{\pi}{4}$ bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $6x + 3\sqrt{2}y - 1 = 0$ to'g'ri chiziqning tenglamasi berilgan. Koordinatalar boshidan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi va bu perpendikulyarning koordinata o'qlariga og'ish burchaklari hisoblansin.

38. $P(+4; -1)$ nuqtadan $12x - 5y - 27 = 0$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

39. Masofa topilsin: a) $P_1(+4; -2)$ nuqtadan $8x - 15y - 11 = 0$ to'g'ri chiziqqacha:

b) $P_2(+2; +7)$ nuqtadan $12x + 5y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqqacha:

c) $P_3(-3; +5)$ nuqtadan $9x - 12y + 2 = 0$ to'g'ri chiziqqacha:

40. $P(0; +5)$ nuqtadan $y = \sqrt{3}x + 7$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin.

$$\omega = \frac{5\pi}{6}$$

3-MAVZU : Teskari matritsa va ularni topishning Gaus-Jordan usuli.

Matritsalar yordamida yechiladigan masalalar. Chiziqli fazo, chiziqli fazoning bazisi va o'lchami tushunchalari.

Қуйидаги матрицаларга тескари матрицаларни топинг.

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix} \quad 2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 3) A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix} \quad 5) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix} \quad 6) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & -8 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 8) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad 9) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 8 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 3 & 8 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$10) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 11) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 5 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad 12) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 7 & 6 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$13) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad 14) A = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 & \dots & a^n \\ 0 & 1 & a & a^2 & \dots & a^{n-1} \\ 0 & 0 & 1 & a & \dots & a^{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

5.14. Қуйидаги тенгламалар системасини тескари матрица ёрдамида ечинг.

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$$

5.15. қуйидаги тенгламалардан X матрицани топинг.

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix} \quad 3) X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ -2 & -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 6 & 3 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} \quad 5) X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$6) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix} \quad 7) X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}$$

$$8) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 6 \\ 9 & 10 \end{pmatrix} \quad 9) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$10) \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 1 & -1 & -2 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -5 & 7 \\ 4 & -9 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5.2. Амалларни бажаринг.

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 7 & 8 \\ 2 & 6 & -3 \end{pmatrix};$$

$$5) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} (3 \quad 4) \qquad 6) (2 \quad -1) \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

5.3. $\forall n \in N$ uchun quyidagilarni hisoblang.

$$1) \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}^n; \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^n; \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n;$$

$$4) \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}^n; \quad 5) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}^n.$$

5.4. Agar $\alpha \in R$ bo'lsa,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\alpha}{n} \\ -\frac{\alpha}{n} & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

tenglikni isbotlang.

5.5. $f(A)$ ni hisoblang:

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad f(x) = x^2 - 5x + 7;$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}; \quad f(x) = 3x^2 - 7x - 4;$$

$$3) A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}; \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4.$$

5.6. 1) Agar

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ бўлса, } (A - 2 \cdot I)^2(A - I) \text{ ni toping.}$$

2) Агар

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ бўлса, } A^2 - 12 \cdot I \text{ ни топинг.}$$

Агар

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ бўлса, } A^2 - B^2 \text{ ни топинг.}$$

5.7. Агар $AB=BA$ бўлса,

$$1) (A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2; \quad 2) (A^2 - B^2) = (A + B)(A - B)$$

tengliklarni isbotlang.

4-mavzu. Vektor fazolar, chiziqli bog‘liqlilik va chiziqli erklilik. Bazis va o‘lcham, qism fazo tushunchalari. Vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar.

Chiziqli almashtirishning matritsasi.

a va b vektorlarga yasalgan parallelogrammdan foydalanib, quyidagi ayniyatlarning to‘g‘riligi chizmada tekshirilsin:

$$1) (a + b) + (a - b) = 2a;$$

$$2) (a + b) - (a - b) = 2b;$$

$$3) a + (b - a) = b;$$

$$4) \frac{a}{2} + \frac{b}{2} = \frac{a+b}{2};$$

$$5) \frac{a-b}{2} + b = \frac{a+b}{2};$$

$$6) \left(a + \frac{b}{2}\right) - \left(b + \frac{a}{2}\right) = \frac{1}{2}(a - b);$$

2. Quyidagi munosabatlar o‘rinli bo‘lishi uchun a va b vektorlar qanday xususiyatga ega bo‘lishi kerak:

$$a) |a + b| = |a - b|;$$

$$b) a + b = \lambda(a - b);$$

$$c) \quad \frac{a}{|a|} = \frac{b}{|b|};$$

$$d) \quad |a+b| = |a| + |b|;$$

$$e) \quad |a+b| = |a| - |b|;$$

$$f) \quad |a-b| = |a| + |b|?$$

3. Uchburchakning tomonlari $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a$ va $\overline{CA} = b$ vektorlardan iborat. Shu uchburchak burchaklarining bissektrissalari bilan mos ravishda kollinear vektorlar topilsin.

4. ABCD rombning $\overline{AC} = a$ va $\overline{BD} = b$ dioganallari berilgan. Rombning tomonlari bilan ustma-ust tushuvchi $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ va $\overline{DA}$ vektorlar **a** va **b** vektorlar orqali yoyilsin.

5. l, m, n vektorlarning komplanar bo'lmagan uchta a, b, c vektor orqali ifodalari berilgan:

$$a) \quad l=2a-b-c, \quad m=2b-c-a, \quad n=2c-a-b;$$

$$b) \quad l=c, \quad m=a-b-c, \quad n=a-b+c;$$

$$c) \quad l=a+b+c, \quad m=b+c, \quad n=-a+c.$$

Shularga tayanib, l, m, n vektorlarning komplanar bo'lish-bo'lmashligi tekshirib ko'rilsin va komplanar bo'lgan holda ularni o'zaro bog'lovchi chiziqli munosabat topilsin.

6. 1) agar $\vec{a}_1 = \langle 1, 0, 3, -2 \rangle, \vec{a}_2 = \langle -1, 1, 4, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -5, 3, 5, 3 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 - 3\vec{a}_2 + \vec{a}_3$ векторни топинг.

2) agar $\vec{a}_1 = \langle 1, -1, 0, 4 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 16, 4, 7, -2 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 5, 2, 2, -3 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 + 3\vec{a}_3$ векторни топинг.

3) agar $\vec{a}_1 = \langle 1, 3, -2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 2, 4, -3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -3, 1, -2, 4 \rangle$ бўлса, $\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2 + \vec{a}_3$ векторни топинг.

4) agar $\vec{a}_1 = \langle 1, 3, -2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 2, 4, -3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -3, 1, -2, 4 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + 5\vec{a}_2 - 7\vec{a}_3$ векторни топинг.

5) агар $\vec{a}_1 = \langle 2, -1, 3, 5 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 4, -3, 1, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 3, -2, 3, 4 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 4, -1, 15, 17 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 - 3\vec{a}_2 + 4\vec{a}_3 - \vec{a}_4$ векторни топинг.

7. 1) агар $\vec{a}_1 = \langle 2, 1, -3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 2, -5 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, -1, 1 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + \vec{x} = \theta$ тенгламадан $\vec{x}$ векторни топинг.

2) агар $\vec{a}_1 = \langle 5, -8, -1, 2 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, -1, 4, -3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -3, 2, -5, 4 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + \vec{x} = \theta$ тенгламадан $\vec{x}$ векторни топинг.

3) агар $\vec{a}_1 = \langle 2, -3, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, -1, 5 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, -4, 3 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 - \vec{a}_3 + \vec{x} = \theta$ тенгламадан $\vec{x}$ векторни топинг.

4) агар $\vec{a}_1 = \langle 1, -2, 3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, 4, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -1, 2, -3 \rangle$ бўлса, $\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + 4\vec{x} = \theta$ тенгламадан $\vec{x}$ векторни топинг.

5) агар $\vec{a}_1 = \langle 2, 5, 1, 3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 10, 1, 5, 10 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 4, 1, -1, 1 \rangle$ бўлса, $3(\vec{a}_1 - \vec{x}) + 2(\vec{a}_2 + \vec{x}) = 5(\vec{a}_3 + \vec{x})$ тенгламадан $\vec{x}$ векторни топинг.

8. Қуйидаги векторлар системасини чизиқли боғланган ёки боғланмаган эканлигини текширинг.

1) $\vec{a}_1 = \langle 1, 1, 1, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, -1, 1, -1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 2, 3, 1, 4 \rangle$

2) $\vec{a}_1 = \langle 1, 1, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, 2, -1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -1, 3, 1 \rangle$

3) $\vec{a}_1 = \langle 1, 2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 4, 3, -2 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -5, -4, -1 \rangle$

4) $\vec{a}_1 = \langle 1, 2, 1, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, 5, 1, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -1, 3, -6, 4 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 1, -1, 4, -2 \rangle$

5) $\vec{a}_1 = \langle 1, 1, 1, 0 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, 1, 0, -1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, 0, -1, -1 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 0, -1, -1, 0 \rangle$

6) $\vec{a}_1 = \langle 1, 4, 1, 2 \rangle, \vec{a}_2 = \langle -3, -9, -11, 1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 2, 8, -2, 4 \rangle, \vec{a}_4 = \langle -3, 15, 5, -7 \rangle$

7) $\vec{a}_1 = \langle 2, -3, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, -1, 5 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, -4, 3 \rangle$

8) $\vec{a}_1 = \langle 5, 4, 3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 3, 2 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 8, 1, 3 \rangle$

9) $\vec{a}_1 = \langle 1, 2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, 3, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 3, 7, 1 \rangle$

9.1 ning qanday qiymatlarida $\vec{b}$ vektor $\vec{a_1}, \vec{a_2}, \vec{a_3}$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasidan iborat bo'ladi.

1) $\vec{a_1} = \langle 2, 3, 5 \rangle, \vec{a_2} = \langle 3, 7, 8 \rangle, \vec{a_3} = \langle 1, -6, 1 \rangle, \vec{b} = \langle 7, -2, \lambda \rangle$

2) $\vec{a_1} = \langle 4, 4, 3 \rangle, \vec{a_2} = \langle 7, 2, 1 \rangle, \vec{a_3} = \langle 4, 1, 6 \rangle, \vec{b} = \langle 5, 9, \lambda \rangle$

3) $\vec{a_1} = \langle 3, 2, 5 \rangle, \vec{a_2} = \langle 2, 4, 7 \rangle, \vec{a_3} = \langle 5, 6, \lambda \rangle, \vec{b} = \langle 1, 3, 5 \rangle$

10. Quyidagi tengliklar to'g'rimi, tekshirib ko'rsin:

1) $aa = a^2$;

2) $a^2a = a^3$;

3) $aa^2 = a^3$;

4) $a(ab) = a^2b$;

5) $a(bb) = ab^2$;

6) $(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$;

7) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$;

8) $(ab)^2 = a^2b^2$.

11. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$ va $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 4\mathbf{q}$ bo'lsa (bunda $\mathbf{p}$ va $\mathbf{q}$ o'zaro perpendikulyar bo'lgan birlik vektorlar), $\mathbf{ab}$ skalyar ko'paytma hisoblansin.

12. $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$, $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$, $\mathbf{c} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ va $m^2 = 4, n^2 = 1, (mn) = \frac{\pi}{2}$ bo'lsa,

$a^2 + 3(ab) - 2(bc) + 1$ ifoda soddalashtirilsin.

13. Yoyilmalarda $|p| = 2\sqrt{2}, |q| = 3$ va $(pq) = \frac{\pi}{4}$ ekanligi ma'lum bo'lsa,

$a = 5p + 2q$ va $b = p - 3q$ vektorlarga yasalgan parallelogramm diagonalining uzunligi hisoblansin.

14. Agar $\mathbf{a}$ va $\mathbf{b}$ vektorlar kollinear bo'lmasa, α koeffitsientning qiymati qanday bo'lganda quyidagi vektorlar kollinear bo'lib qoladi: $p = \alpha a + 5b$ va $q = 3a - b$

15. Vektorial algebrada quyidagi ayniyatlar o'rinli bo'ladimi, tekshirib ko'rsin;

1) $[a + b, a - b] = [a^2] - [b^2]$

$$2) \quad [(a \pm b)^2] = [a^2] \pm 2[ab] + [b^2];$$

$$3) \quad [ab]^2 = a^2 b^2.$$

16. Ushbu skalyar $\alpha = [ab]^2 + (ab)^2$ hisoblansin.

17. Ushbu $p = 2a + 3b$ va $q = a - 4b$ vektorlarga yasalgan parallelogrammning yuzi hisoblansin; bundagi a va b o'zaro perpendikulyar birlik vektorlardir.

18. Quyidagi vektorlarga yasalgan parallelopipedning hajmi topilsin:

1) $a = p - 3q + r, b = 2p + q - 3r$ va $c = p + 2q + r$; bunda p, q va r o'zaro perpendikulyar ortlardir;

2) $a = 3m + 5n, b = m - 2n, c = 2m + 7n$ bunda $|m| = \frac{1}{2}, |n| = 3, (mn) = 135^\circ$.

19. Quyida berilgan vektorlarning komplanar yoki komplanar emasligi tekshirib ko'rilsin;

$$1. \quad p = a - 2b + c; q = 3a + b - 2c; r = 7a + 14b - 13c;$$

$$2. \quad p = 2a + b - 3c; q = a - 4b + c; r = 3a - 2b + 2c; \quad 3.$$

$$p = [am]; q = [bm]; r = [cm]$$

Bularda a, b, c o'zaro perpendikulyar birlik ortlardir.

20. $\vec{a} = \langle 1, 1, -1 \rangle, c = \langle 2, 3, 4 \rangle$ bo'lsa $[\vec{a}\vec{c}]$ ni toping.

21. 1) Uchlari $A(4, 2, 3), B(5, 7, 0), C(2, 8, -1)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchakning yuzini hisoblang.

2) Uchlari $A(6, 5, -1), B(12, 1, 0), C(1, 4, -5)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchakning yuzini hisoblang.

3) Uchlari $A(2, -1, 1), B(5, 5, 4), C(3, 2, -1), D(4, 1, 3)$ nuqtalarda bo'lgan parallelopiped hajmini hisoblang.

4) Uchlari $A(0, 0, 0), B(3, 4, -1), C(2, 3, 5), D(6, 0, -3)$ nuqtalarda bo'lgan piramidaning hajmini hisoblang.

22. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o'zaro perpendikulyar bo'lib, $|\vec{a}| = 4$ va $|\vec{b}| = 5$ bo'lsa,

quyidagini hisoblang $|(\vec{a} + \vec{b}) \times (2\vec{a} - \vec{b})|$.

$|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 52$, $|\vec{a} \times \vec{b}| = 144$ bo'lsa, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ni hisoblang.

$|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 24$, $|\vec{a} \times \vec{b}| = 72$ bo'lsa, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ni hisoblang.

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o'zaro $\varphi = 45^\circ$ li burchak tashkil qilib, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 5$ bo'lsa,

$\vec{p} = \vec{a} - 2\vec{b}$ va $\vec{q} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ vektorlarga qurilgan uchburchak yuzini hisoblang.

23. Qutb koordinatalari quyidagi qiymatlarga ega bo'lgan nuqtalar yasalsin:

$$\left(3; \frac{\pi}{6}\right); \quad \left(1; \frac{5\pi}{3}\right); \quad \left(5; \frac{7\pi}{6}\right); \left(0, 5; \frac{\pi}{2}\right); \left(2, 5; \frac{2\pi}{3}\right); (6; \pi) \left(3; \frac{\pi}{3}\right); \left(-2; \frac{\pi}{4}\right).$$

24. Qutb koordinatalari quyidagi tenglamalardan birini qanoatlantirgan nuqtalar qanday joylashgan:

a) $p = 1$; b) $p = 5$; c) $p = a$; d) $\phi = \frac{\pi}{6}$; e) $\phi = \frac{\pi}{3}$; f) $\phi = \frac{\pi}{2}$; g) $\phi = \text{const.}$?

Javob: a), b), c) markazlari qutbda va radiuslari mos ravishda 1,5 va a ga teng bo'lgan aylanalarda. d), e), f), g) qutbdan chiquvchi va qutb o'qi bilan 30° , 60° , 90° va ϕ burchaklar tashkil etuvchi nurlarda joylashgan.

25.a) Qutbga nisbatan, b) Qutb o'qiga nisbatan, ushbu $\left(1; \frac{\pi}{4}\right); \left(3; \frac{2\pi}{3}\right); \left(\frac{2}{3}; -\frac{\pi}{6}\right);$

$M(\rho, \phi)$ nuqtalarga simmetrik bo'lgan nuqtalarning qutb koordinatalari topilsin.

J:a) $\left(1; \frac{5\pi}{4}\right), \left(3; \frac{5\pi}{3}\right), \left(\frac{2}{3}; \frac{5\pi}{6}\right), (p; \phi + \pi);$ b) $\left(1; \frac{7\pi}{4}\right), \left(3; \frac{4\pi}{3}\right), \left(\frac{2}{3}; \frac{\pi}{6}\right), (p; 2\pi - \phi)$

26. Tomoni a ga teng bo'lgan muntazam oltiburchak uchlarining qutb koordinatalari aniqlansin; oltiburchakning uchlaridan biri qutb, shu uchidan o'tuvchi tomoni qutb o'qi deb olinsin.

Javob: $(a; 0), \left(a\sqrt{3}; \frac{\pi}{6}\right), \left(2a; \frac{\pi}{3}\right), \left(a\sqrt{3}; \frac{\pi}{2}\right), \left(a; \frac{2\pi}{3}\right), \left(0; \frac{0}{0}\right)$. Izoh qutb nolga teng

radiusvektorga va noma'lum amplitudaga ega.

27. Qutb burchaklari $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ ga teng, bo'lgan, mos radius vektorlari $p = a \cdot \sin 2\phi$ tenglamadan hisoblanuvchi nuqtalar yasalsin. Olingan nuqtalar uzluksiz egri chizik bilan tutashtirilsin.

28. Berilgan ikki nuqta orasidagi masofa hisoblansin:

$$A\left(2; \frac{\pi}{12}\right) \text{ va } B\left(1; \frac{5\pi}{12}\right); C\left(4; \frac{\pi}{5}\right) \text{ va } D\left(6; \frac{6\pi}{5}\right); E\left(3; \frac{11\pi}{18}\right) \text{ va } F\left(4; \frac{\pi}{9}\right)$$

Javob: $AB = \sqrt{3}, CD = 10, EF = 5$.

29. Qutb koordinatalar sistemasida uchburchakning uchlari berilgan: $A\left(5; \frac{\pi}{2}\right)$,

$B\left(8; \frac{5\pi}{6}\right), C\left(3; \frac{7\pi}{6}\right)$. Bu uchburchakning muntazam ekanligi tekshirilsin.

Javob: $AB = BC = CA = 7$

30. Qutb o'qiga joylashgan va $A\left(4\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}\right)$ nuqtadan 5 birlik masofada yotgan nuqta topilsin. **Javob:** $M_1(1; 0)$ va $M_2(7; 0)$.

31. Uchlaridan biri qutb bilan ustma-ust tushgan uchburchakning yuzuni hisoblash uchun formula chiqarilsin.

Javob: $S = \frac{1}{2} p_1 \cdot p_2 \cdot \sin(\phi_2 - \phi_1)$. Ko'rsatma. Uchburchak yuzi uchun trigonometrik $S = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$ formuladan foydalanamiz.

32. Uchlaridan biri qutbda, qolgan ikki uchining qutb koordinatalari $\left(4; \frac{\pi}{9}\right)$ va $\left(1; \frac{5\pi}{18}\right)$ bo'lgan uchburchakning yuzi hisoblansin. **Javob:** $S = 1$ kv. birlik.

33. Qutb koordinatalar sistemasida o‘zining $A\left(9; \frac{\pi}{10}\right)$, $B\left(12; \frac{4\pi}{15}\right)$ va $C\left(10; \frac{3\pi}{5}\right)$ uchlari bilan berilgan uchburchakning yuzi hisoblansin.

Javob: $S = 6(5\sqrt{3} - 3)$ kv. Birlik. Ko‘rsatma. Shaklni yasang va izlanayotgan yuzni, bir uchi qutbda bo‘lgan OAB, OBC va OAC uchburchakning yuzlari orqali hisoblang.

KO'CHMA MASHG'ULOT

1-ko'chma mashqulot. Chiziqli algebra tushunchalari, ta'riflar va ularning tatbiqlari. Matritsalar nazariyasi, matritsalarining paydo bo'lish tarixi.

Matritsalar va ular ustida amallar. (6 soat)

Axborot texnologiyalari markazi / Kompyuter laboratoriyasi

Maqsadli foyda:

- MATLAB, Python (NumPy), R, Mathematica kabi dasturlarda matritsalar bilan ishlash.
- Interaktiv simulyatsiyalar orqali matritsalar ustidan amallar bajarish (transpozitsiya, ko'paytirish, teskari matritsa).

Nega mos keladi?

- Matritsalar real vaqtda qo'llaniladigan sohalarni ko'rsatish mumkin (machine learning, data science, cryptography).
- Ta'lim jarayonini kodlash va vizualizatsiya bilan boyitish imkoni

1. Koordinatalar boshidan $2x - 3y + 7 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

2. Koordinatalar boshidan $4x + y - 5 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

3. Koordinatalar boshidan $6x + 5y - 19 = 0$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning tenglamasi yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

4. Koordinatalar boshidan $2x - 6y + 13 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirilsin. $\omega = \frac{\pi}{3}$.

5. $M(-1; +4)$ nuqtadan $5x - 3y + 11 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirilsin. $\omega = \frac{2\pi}{3}$.

6. Uchburchak tomonlarining tenglamalari berilgan: $5x - 3y - 15 = 0$, $x + 5y - 3 = 0$, $3x + y + 5 = 0$. Uchlarining koordinatalari hisoblansin.

7. Uchlarning koordinatlari $A(+2; +3)$, $B(0; -3)$, $C(+5; -2)$ bo'lgan uchburchak tomonlarining o'rtalaridan chiqarilgan perpendikulyarlar kesishgan nuqtaning koordinatalari hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

8. To'rtburchak uchlarining koordinatalari berilgan: $A(-9; 0)$, $B(-3; +6)$, $C(+3; +4)$, $D(+6; -3)$, uning AC va BD diagonallari kesishish nuqtasi topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

9. Rombning ikki tomonining tenglamalari $2x - 5y - 1 = 0$ va $2x - 5y - 34 = 0$ va diagonallaridan birining tenglamasi $x + 3y - 6 = 0$ berilgan. Romb uchlarining koordinatalari hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

10. Rombning qarama-qarshi uchlarining koordinatalari $A(-3; 1)$, $B(5; 7)$ yuzi $S = 25$ kvadrat birlik. Tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

11. $M(+2; -1)$ nuqtadan $4x - 7y + 12 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

12. $2x + 5y - 38 = 0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan $Q(-2; -9)$ nuqtaga simmetrik nuqta topilsin $\omega = \frac{\pi}{2}$. Javob: $Q'(10; 21)$

13. Parallelogramm ikki qo'shni tomonining tenglamalari: $x - y - 1 = 0$, $x - 2y = 0$ va diagonallarining kesishish nuqtasi $M(+3; -1)$ berilgan. Uning qolgan ikki tomonining tenglamalari yozilsin.

14*. Uchlaridan biri $A(0; -1)$ ni, diagonallarining kesishish nuqtasi $M(+4; +4)$ ni va AB tomonidagi $(+2; 0)$ nuqtani bilgan holda, rombning yuzi hisoblansin.

15. Uchburchakning ikki uchi $A(-6; +2)$, $B(+2; -2)$ balandliklarining kesishish nuqtasi $H(+1; +2)$ berilgan. Uchinchi C uchining koordinatalari hisoblansin.

16. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan uchburchak berilgan: $A(-6; -3)$, $B(-4; 3)$, $C(+9; +2)$. Uchburchakning ichki bissektrisasida shunday M nuqta topish kerakki, $ABMC$ to'rtburchak trapetsiya bo'lsin.

17. Quyidagi uchta to'g'ri chiziqning bitta nuqtadan o'tish yoki o'tmasligi tekshirilsin:

$$3x - y - 1 = 0 \quad x + 3y - 1 = 0$$

a) $2x - y + 3 = 0$ b) $5x + y - 10 = 0$

$$x - y + 7 = 0 \quad 3x - 5y - 8 = 0$$

$$3x - y + 6 = 0 \quad 5x - 3y - 15 = 0$$

c) $4x + 3y - 5 = 0$ d) $x + 5y - 3 = 0$

$$2x - y + 5 = 0 \quad 3x + y + 5 = 0.$$

18. $ax + by + 1 = 0$; $2x - 3y + 5 = 0$; $x - 1 = 0$ to'g'ri chiziqlar bitta nuqtadan o'tishi uchun a va b koeffitsiyentlar qanday shartni qanoatlantirishi kerak?

19. Uchburchak o'zining tomonlari bilan berilgan: $x + 2y + 3 = 0$; $3x - 7y + 9 = 0$; $5x - 3y - 11 = 0$. Uning balandliklari bir nuqtada kesishishligi tekshirilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

20. $7x - y + 3 = 0$ va $3x + 5y - 4 = 0$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan va $A(+2; -1)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

2-ko'chma mashg'ulot. Vektor fazolar, chiziqli bog'liqlilik va chiziqli erklilik. Bazis va o'lcham, qism fazo tushunchalari. Vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar. Chiziqli almashtirishning matritsasi. (6 soat)

Kompyuter laboratoriyasi (universitet yoki IT markazi)

Maqsadli foyda: MATLAB, GeoGebra, Python (NumPy), Mathematica kabi dasturlarda vektorlar va transformatsiyalarni interaktiv modellash.

Chiziqli almashtirishlarning matritsalari, vizual burilish va masshtablanishni aniqlash.

Nega mos keladi? Tinglovchilar o'zlari kod yozib, matritsalar ta'sirini ko'rishadi.

Vizual grafik chiqishi mavzuni mustahkamlaydi.

Texnoparklar

Maqsadli foyda: Matematik modellash, AI, grafik dizayn bilan bog'liq mutaxassislar bilan uchrashuv. Chiziqli almashtirishlar kompyuter grafikada qanday ishlatilishini ko'rish.

Nega mos keladi? Aniq fanlarni amaliy sohalar bilan bog'lash imkoni. Ilmiy va startup muhiti Tinglovchilarni ruhlantiradi.

1. $P(-1; +2)$ nuqtadan $x + 2y - 6 = 0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa $\frac{3}{2}$ ga teng. Koordinata burchagi aniqlansin.

2. Uchburchakning uchlari berilgan: $A\left(-\frac{1}{7}; -\frac{3}{28}\right)$, $B(+4; +3)$ va $C(+2; -1)$

Balandliklarining uzunliklari hisoblansin. Koordinatalar sistemasi to'g'ri burchakli.

Javob: $h_a = \frac{29\sqrt{5}}{28}$; $h_b = 4\frac{6}{13}$; $h_c = 2$

3. Rombning diagonallari 30 va 16 uzunlik birligiga teng bo'lib, ular koordinata o'qlari deb qabul qilingan. Bu rombning parallel tomonlari orasidagi masofa topilsin.

4. $P(-2; +1)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazilganki, $C(+3; +1)$ nuqtadan ungacha bo'lgan masofa 4 ga teng. Bu to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti topilsin.

5*. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi o'qlaridan teng kesmalarga ajratuvchi va $C(+4; +3)$ nuqtadan 5 birlik masofada o'tuvchi to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

6. Koordinatalar boshidan 5 birlik masofada shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, u $8x + 5y - 39 = 0$ to'g'ri chiziq absissasi $x = -2$ bo'lgan nuqtadan kesib o'tsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

7. $3x - 4y + 10 = 0$ va $6x - 8y + 15 = 0$ to'g'ri chiziqlarning o'zaro parallel ekanligi isbotlansin va ular orasidagi masofa topilsin.

8. $12x + 5y - 52 = 0$ to'g'ri chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqqa parallel va undan $d = 2$ masofadagi to'g'ri chiziqning tenglamasi topilsin.

9. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan ikkita parallel to'g'ri chiziqlarning tenglamalari berilgan: $4x - 6y - 3 = 0$ va $2x - 3y + 7 = 0$. Ularga parallel va ularning o'rtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

10. Koordinatalar boshidan va $M(+1; +3)$ nuqtadan ikkita parallel to'g'ri chiziq o'tgan. Ular orasidagi masofa $\sqrt{5}$ ga teng. Bu to'g'ri chiziqlarning tenglamasi yozilsin. Koordinata burchagi. $\omega = 90^\circ$

11. Ikkita to'g'ri chiziq berilgan: $3x + 4y - 10 = 0$ va $5x - 12y + 26 = 0$. Har ikkala to'g'ri chiziqdan $\delta = +5$ masofada bo'lgan nuqta topilsin. $\omega = 90^\circ$

12. $2x - 9y + 18 = 0$ va $6x + 7y - 21 = 0$ to'g'ri chiziqlar hosil qilgan burchaklar bissektisalarining tenglamalari tuzilsin. Bu bissektisalarining bir-biriga perpendikulyar ekanligi tekshirilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

13. Ushbu $x + 7y - 6 = 0$ va $5x - 5y + 1 = 0$ to'g'ri chiziqlar bilan tuzilgan burchaklar bissektisalarining tenglamalari yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

Javob: $4x - 12y + 7 = 0$ va $6x + 2y - 5 = 0$

14. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan, uchburchak, $A(+\frac{9}{5}; +\frac{2}{5})$, $B(0; +4)$ va $C(-3; -2)$ uchlari bilan berilgan. ABC uchburchakka ichki chizilgan aylana markazi koordinatalari hisoblansin.

15. To'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyentlarini aniqlamasdan, ular orasidagi burchak hisoblansin: a) $2x + y - 5 = 0$ va $6x - 2y + 7 = 0$; $\omega = \frac{\pi}{2}$ bo'lganda

b) $4x - 5y + 7 = 0$ va $9x + 4y - 11 = 0$; $\omega = \frac{\pi}{3}$ bo'lganda

c) $x - 2y + 5 = 0$ va $3x - 8 = 0$; $\omega = \frac{2\pi}{3}$ bo'lganda

16. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $18x + 6y - 17 = 0$ $14x - 7y + 15 = 0$ va $5x + 10y - 9 = 0$ tenglamalar bilan berilgan Uchburchakning burchaklari hisoblansin. Javob: $\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}$

17. Koordinata burchagi $\omega = \frac{\pi}{3}$ bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan uchburchakning $A(-1; +2)$, $B(+1; +1)$ va $C(+2; -\frac{5}{2})$ uchlari berilgan. C uchidan o'tkazilgan mediana bilan AB tomon orasidagi burchak hisoblansin.

18. $4x + 3\sqrt{2}y - 5 = 0$ va $\sqrt{2}x - y + 11 = 0$ tenglamalar o'zaro perpendikulyar to'g'ri chiziqlarni tasvirlaydi. Koordinata burchagi aniqlansin.

19. Parametr a ning qanday qiymatida $3ax - 8y + 13 = 0$ va $(a + 1)x - 2ay - 21 = 0$ tenglamalar parallel to'g'ri chiziqlarni tasvirlaydi?

20. O'zgarmas a ning qanday qiymatida $(3a + 2)x + (1 - 4a)y + 8 = 0$ va $(5a - 2)x + (a + 4)y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqlar bir-biriga perpendikulyar bo'ladi?

$$\omega = \frac{\pi}{2}.$$

GLOSSARIY

Analitik geometriya - matematikaning bo'limi bo'lib, unda geometrik obrazlar koordinatalar usuliga asoslanib algebra vositalari bilan tekshiriladi. Tekislikdagi Zamonaviy algebrada 2 ta asosiy masala qo'yiladi:

- 1) nuqtalarning geometrik o'rni deb qaralgan chiziqning geometrik xossalarini bilgan holda uning tenglamasini tuzish va
- 2) chiziqning o'zgaruvchi x va y koordinatalarini bog'lovchi [tenglamaga asoslanib](#), bu chiziqning geometrik xossalarini topish.

“Algebra” atamasi al-Xorazmiyning “Al-jabr va al-muqobala” asaridagi “al-jabr”so'zining yevropacha talaffuzi bo'lib, o'zbek [tilida tanlash](#), to'ldirish ma'nosini bildiradi.

Algebra- matematikaning miqdorlar ustida bajariladigan amallarining umumiy qonunlari haqidagi o'quv fani

Algoritm- ko'rsatilgan maqsadga erishish yoki qo'yilgan topshiriq(masala)ni yechishga qaratilgan vazifa(amal)lar ketma-ketligini bajarish borasida ijrochiga tushunarli va aniq ko'rsatmalar berish

Axborot texnologiya - obekt, jarayon yoki xodisa (axborot maxsulot) xolati haqida yangi sifatdagi ma'lumotlarni olish uchun foydalanadigan ma'lumotlarni (birlamchi) yigish, ishlov berish va o'zatish vositalari, hamda usullari majmuasidir.

Axborot texnologiyalari turlari: jadval prosessorlari; Matnli va gipermatnli prosessorlar; Grafik prosessorlari; Ekspert tizimlari; Multimedia vositalari va boshqalar.

Bazis- (asos) vektorlar fazosidagi chiziqli erkli vektorlarning [shunday sistemasidirki](#), bu fazoga tegishli har qanday vektor o'sha sistema vektorlarining chiziqli kombinasiyasi shaklida ifodalanishi mumkin.

Binom-ikkihad degan ibora bilan bit xil ma'noni anglatadi., latincha *bi...*- ikki, *nomos*- soha, qism,had degani.

Bissektrisa – lotincha “bissektrix” so'zidan kelib chiqqan vat eng ikkiga bo'luvchi ma'nosini anglatadi.

Baho ta'lim oluvchilar bilim, ko'nikma va malakalarining miqdoriy aholashda bal yoki raqamlar vositasida shartli ifodalanishi

Bilim - haqiqiy borliq umumiy aksini topadi. Talabalar hodisa, voqyea, qonuniyatlar to'g'risidagi ma'lumotlarni o'rganadilar va u ularning yutug'i bo'ladi.

bog'lanishlar tizimi bilan ta'minlangan, uning bir fragmentidan boshqasiga darhol o'tish imkoniyatlari oldindan berilgan matn.

Davlat ta'lim standarti - matematikadan ta'lim mazmunining majburiy hajmini; o'quvchilarning yosh xususiyatlari va imkoniyatlarini hisobga olgan holda tanlanadigan o'quv yuklamasining yuqori miqdoridagi hajmini; asosiy yo'nalishlar bo'yicha o'quvchilarning bilim, ko'nikma va malakalariga qo'yiladigan talablar va ularni baholash me'yorlarini belgilaydi.

Dars – bu mantiqan tugallangan, butun vaqt bilan chegaralangan o'quv-tarbiya jarayonining qismidir.

Dars tahlili o'quv mashg'ulotini bir butun yaxlit holda yoki muayyan bo'laklarga bo'lib baholash

Gomeomorfizm- (topologic izomofizm) ikkitq topologic fazoning o'zaro bir qiymatli va o'zaro uzluksiz akslantirilashi.

Geometriya –(yunin.ge – “Yer” va metriyo – “o'lchayman”) eng qadimgi matematik fanlardan biri.

Giperboloid – (yunon. hyperbole- “bo'rttirish”)Konus kesimlaridan biri.

Gradiyent- x,y,z fazoning biror sohasida berilgan $u=f(x,y,z)$ funksiyaning gradiyenti- proyeksiyalari dan iborat bo'lgan vektorbo'lib, quyidagi simvollar bilan belgilanadi: $\text{grad } u= f(x,y,z)$ yoki $\text{grad } u=$

Gradiyent (x,y,z) [nuqtaning funksiyasidir](#), ya'ni vektorlar maydonini hosil qiladi.

Dedekind kesimi- irrasional sonlarni aksiomatik usulda kiritish.

Keys-stadi – Case study (inglizcha sase - to'plam, aniq vaziyat, stadi -ta'lim) keysda bayon qilingan va ta'lim oluvchilarni muammoni ifodalash hamda uning maqsadga muvofiq tarzdagi yechimi variantlarini izlashga yo'naltiradigan aniq real yoki sun'iy ravishda yaratilgan vaziyatning muammoli- vaziyatli tahlil etilishiga asoslanadigan ta'lim

Konkretlashtirish-o'qitishning dastlabki bosqichlaridagi qo'llaniladi. U o'rganilayotgan obyektning bir tarafi bir yoqlama o'rganiladi va bu o'rganish uning boshqa tomonlariga bog'liq bo'lmagan holda amalga oshiriladi..

Konsepsiya- umumiy g'oya yoki biror-narsa to'g'risida tasavvur, tushuncha, fikrlar tizimi.

Kreativlik (ijodiylik) qandaydir yangi, betakror narsa yarata olish layoqati, badiiy shakl yaratish, fikrlash, g'oya va yechimga olib keluvchi aqliy jarayon

Kuzatish - atrof olam alohida obyektlar va hodisalarining xossalari va munosabatlarini ular mavjud bo'lgan tabiiy sharoilarda o'rganish usuliga aytiladi.

Ko'nikma –egallagan bilimlar asosida o'zgaruvchan sharoitlarda birorta faoliyatni amalga oshirish qobiliyati.

lozim bo'lgan masala, vazifa

Malakalar –bu, ko'p marta takrorlash natijasidagi mashinal (beixtiyoriy), harakatlardir.

Matematik ta'limning asosiy yunalishlari - son va hisoblashlar; ifodalarni ayniy shakl almashtirishlar; tenglamalar va tengsizliklar; funksiyalar va grafiklar; geometrik shakllar va kattaliklar.

Matematika darsligi, o'quv qo'llanmasi - dastur va didaktika talablari bilan aniklanuvchi o'qitish maqsadlariga mos keluvchi matematika bo'yicha bilimlar asoslarini bayon etuvchi kitob hisoblanadi.

Matematika o'qitish metodikasi – jamiyat tomonidan qo'yilgan ta'lim maqsadlarga mos ravishda matematika o'qitish usullarini, qonuniyatlarini uning

ma'lum rivojlanish darajasida o'rganadigan va tadqiq etadigan pedagogikaning bo'limi

Matematika o'qitishda muammoli ta'lim usuli - ko'pgina tushunchalarni o'rganish muammoli vaziyatni yaratishga olib kelinishi mumkin.

Matematika o'qitishda predmetlararo aloqalar- bu matematika boshqa o'quv fanlari bilan ,ayniqsa fizika, astronomiya, biologiya, chizmachilik, kimyo va hokazo fanlar bilan bog'lanishlarga.

“Matematika” atamasi - grekcha “bilish, fan” so'zidan olingan

Matematika fani - moddiy borliqning fazoviy va miqdoriy munosabatlarini aks ettiruvchi qonunlarni o'rganadi

Ma'ruza usuli- bunda o'qituvchi materialni o'zi bayon etadi.

Metod ta'lim jarayonida taqdim etilgan amaliy va nazariy bilimlarni egallash, o'zlashtirish, o'rgatish, o'rganish, bilish uchun xizmat qiladigan yo'l- yo'riqlar, usullar majmui

Modul o'quv axborotining mantiqiy bo'lakka bo'lingan qismi, ushbu qism mantiqan yaxlit va tugallangan bo'lib, uning o'zlashtirilishini nazorat qilish mumkin bo'ladi

Modulli o'qitish - o'qitishning istiqbolli tizimlaridan biri hisoblanadi, chunki u ta'lim oluvchilarning bilim imkoniyatlarini va ijodiy qobiliyatlarini rivojlantirish tizimiga eng yaxshi moslashgandir.

Muammo o'quv jarayonida hal qilinishi

Muammoli vaziyat - Mazkur holda vaziyat subyektining hozirgi vaqtda yoki kelgusidagi maqsadlarga erishishiga xavf soladigan vaziyat tushuniladi.

Multimediya vositalari. Bularga turli tipdagi axborotlarni va jarayonlarni matn, rasm, sxema, jadval, diagramma va virtual muxitlarni yaratish, saqlash, ishlov berish, rakamlashtirilgan va jarayonli kurinishda amalga oshirishning kompyuterli vositalari kiradi.

Mediatriassi- bu kesmaga perpendikulyar bo'lib, uning o'rtasidan chiquvchi to'g'richiziq.

Metrika- Biror geometrik sistemada ikki nuqta orasidagi masofaning yoki burchak o'lchovining aniqlanish(ifodalanish)usuli.

O'tkirlanish nuqtasi- qaytish nuqtasining xuddi o'zi.

Oltin bo'lish-kesmani shunday ikki qismga bo'lishki, ulardan kattasi kichik qismi bilan butun kesma orasida o'rta proportsional kesma bo'ladi. Ya'ni oltin bo'lini da.

Peano egri chizig'i.- Biror kvadratning barcha nuqtalaridan o'tuvchi Jordan ma'nosidagi uzluksiz egri chiziq. Buni birinchi bo'lib ital'yan matematigi Peano 1890-yilda tekshirgan.

Poliedr.- n o'lchovli fazodagi ko'pyoqning xuddi o'zi.

Porizma-Xamma vaqt konkretlashtirsa bo'ladigan umumiy shaklda aytilgan tog'ri jumla.

Proeksiya – so'zi ham proekt so'zi ham bitta lotincha so'zdan (projection-“oldinga tashlash”)kelib chiqqan.Bo'lg'usibino,inshoot [loyihasi tuzilar ekan](#),uning proeksiyasi chiziladi.

Teorema - grekcha “teorema” so'zidan olingan bo'lib, [mulohaza yuritilgan](#), degan ma'noni anglatadi.

Trapetsiya – (yunon. Trapezion- “stolcha”, ruscha “tpaneza”- “tamaddi”) [Geometrik figuralardan biri](#)

Tenglama – tenglamani yechishda noma'lumni harflar bilan belgilash III asrda yashagan grek olimi Diofant asarlarida uchraydi.

“Formula” atamasi lotincha “formula” so'zidan kelib chiqqan bo'lib, o'zbek tilida ma'lum qonun, degan ma'noni anglatadi.

Idempotentlik qonuni- binar amalini qanoatlantiradigan qonun. Agar binary amalini ko'paytma [deb tasavvur qilinsa](#), r xolda $I.Q$ $aa=a$ ko'rinishda bo'ladi.

Izoklin- shunday chiziqli, uning xar bir nuqtasida differentsal tenglamaning o'ng qismi o'zgarmas bo'ladi.

Izomeriya 1. I.- bir sirtning (umuman rima fazosi) ikkinchi sirtga (rimanning boshqa fazosiga) shunday akslantirishdirki, unda barcha egri chiziqlarning uzunliklari o'zgarmaydi. Masalan silindirning tekislikka egilishi.

Rivojlantiruvchi ta'lim - o'qituvchining asosiy vazifasi bilish mustaqilligi va qobiliyatlarini rivojlantirishga yo'naltirilgan, talabalarni o'quv faoliyatini tashkillashtirish hisoblanadi.

Tabaqalashtirish -o'qitishda o'quvchilarni o'z bilim saviyasi va qobiliyatlariga ko'ra guruhlariga ajratgan holda, tabaqalarga bo'lgan holda o'qitishni nazarda tutadi.

Tajriba - obyektlar va hodisalarni o'rganishning shunday usuliga aytiladiki, bunda biz ularning tabiiy holatiga va rivojiga aralashamiz, ular uchun sun'iy sharoitlar yaratamiz, qismlarga ajratib boshqa obyektlar va hodisalar bilan bog'lanishlar hosil qilib tadqiq etamiz.

Taqqoslash – o'rganilayotgan obyektlarning o'xshashlik va farqlarini fikran ajratishdan iborat.

Tafakkur - inson ongida ask etgan obyektlar tomonlar va xossalarni ajratish va ularni yangi bilim olish uchun boshqa obyektlar bilan tegishli munosabatlarda qo'yish jarayoniga aytiladi. Umuman olganda, tafakkur obyektiv borliqning inson ongida faol aks ettirish jarayonidir.

Tafakkurning shakllari - tushuncha, hukm va tasdiqlar.

Tahlil muayyan obyekt, voqea-hodisani har tomonlama tahlil qilish, chuqur tekshirish, o'rganish

Ta'lim vositasi muayyan o'qitish metodi yoki usullaridan muvaffaqiyatli foydalanish uchun zarur bo'lgan yordamchi o'quv materiallari

Ta'lim tizimi turli daraja va yo'nalishdagi o'zaro aloqador uzluksiz ta'lim dasturlari va davlat ta'lim standartlari, tashkiliy huquqiy turlaridan qat'iy nazar ta'lim muassasalarining barcha tarmoqlari, ta'limni boshqaruv organlari va ular qoshidagi muassasa hamda tashkilotlarni qamrab oluvchi tizim.

Teoremlar matematik xukmlarning eng ko'p ishlatiladigan turi bo'lib, u aksiomalar yordamida o'rnatilayotgan nazariy natijalarni ifoda etib, isbotlanishi talab etiladi.

Texnologiya grek tilidan (techne) tarjima kilganda san'at, maxorat, bilish ma'nolarini anglatadi, bular esa o'z navbatida jarayonlardir. Jarayonlar - bu qo'yilgan maqsadga erishish uchun ma'lum xarakatlar majmuasidir.

Tizimli yondashuv tadqiqotchining pedagogik obyekt yaxlitligini ochib ko'rsatishga yo'naltiruvchi, uning ichki aloqa va munosabatlarini belgilovchi jarayon

Tushunchalar - obyektlarning turli xil sifatlari, belgilari va xususiyatlarini aks ettiradi,

Uzluksiz ta'lim o'zaro mantiqiy izchillik asosida bog'langan hamda soddadan murakkabga qarab rivojlanib boruvchi va bir-birini taqozo etuvchi bosqichlardan iborat yaxlit ta'lim tizimi

O'quv materialining elektron shakli. Bosma shaklda bayon etilgan asosiy, tushuntiruvchi, amaliy matnlarning ovozli elektron versiyasi takdim etiladi.

O'quvchilarning matematik tayyorgarligiga qo'yiladigan talablar: a) matematik ta'lim jarayonida o'quvchilarga beriladigan imkoniyatlar bayon etiladi; v)o'quvchilarning matematikadan egallashlari majbur bo'lgan bilim va malakalar, masalalar yechish ko'nikmalari ko'rsatiladi.

Umumlashtirish- obyektlar to'plamiga tegishli va bu obyektlarni birlashtiruvchi birorta xossa fikran ajratiladi.

Hamkorlikda o'qitish - mashg'ulotlar jarayonida talabalar bilan axborot, shaxsiy va kasbiy tajribalarni almashish asosidagi guruhi yo'qitish shakli

Elektron darslik – fanning o'quv hajmini to'liq qamragan va masofavi yo'qitish hamda mustaqil o'rganish uchun kompyuter sxnologiyalariga asoslangan, mustaqil ta'lim olishga hamda fanga oid o'quv materiallar, ilmiy ma'lumotlarning har tomonlama samarali o'zlashtirishga mo'ljallangan bo'lib:o'quv va ilmiy materiallar faqat verbal (matn) shaklda; o'quv materiallar verbal (matn) va ikki o'lchamli grafik shaklda; multimedia (ko'p axborotli) elementlari, ya'ni ma'lumot

ikki-uch o'lchamli grafik ko'rinishda, ovozli, video, animasiya va qisman verbal (matn) shaklda; taktil (his qilinuvchi, seziladigan) xususiyatli, obektlarga nisbatan harakatlanish tasavvurini yaratadigan shaklda ifodalanadi.

Elektron lug'at-an'anaviy "qog'ozli" lug'atga mos keluvchi elektron axborot manbai. Kompyuter versiyada so'z yoki so'zlar guruhiga maxsus ajratilgan ko'rsatma bilan istalgan dasturdan chaqirilishi mumkin. An'anaviy lug'atlardan farqli ravishda elektron lug'at matn va grafikaviy tasvirlar bilan bir qatorda video va animasion lavhalar, tovush, musiqa va boshqalar bilan birga media-obyektlarning butun spektrlarini o'z ichiga olishi mumkin.

Elektron nazorat (testlashtirish) - elektron o'quv adabiyotining komponenti bo'lib, an'anaviy kompyutersiz testlashtirishning analogidir. Elektron testlashtirish holatida kompyuter test va uning natijalarini ko'rsatib beradi, bu bilan bog'liq bo'lgan algoritmlarni joriy qiladi. (Masalan, bajarilgan yoki o'tkazib yuborilgan topshiriqlarga qaytish imkoniyatining borligi yoki yo'qligi, bitta testga vaqtning chegaralanganligi va hokazo).

Elektron testlar-saqlangan, ishlov berilgan va baxolash uchun kompyuter yoki telekommunikasion texnikasi yordamida taqdim etiladigan testlar. Testlar berilishi o'rganilgan matnni talabning qanchalik darajada o'zlashtirganligi o'z-o'zini baholash imkonini beradi

Elektron topshiriqlar - o'qituvchiga ta'lim oluvchilarning individual imkoniyatlarini hisobga olgan xolda mustaqil va nazorat ishlari uchun tartibga keltiradigan topshiriqlar majmuini o'zida aks ettiruvchi axborot manbasining muhim ko'rinishidir. Yaratilgan topshiriqlar ta'lim oluvchilarga an'anaviy «qog'oz» li va elektron variantlarida tavsiya etilishi mumkin.

Elektron o'quv qo'llanma – fanning o'quv hajmini qisman yoki to'liq qamragan va axborotning adaptasiya blokini o'z ichiga olgan bo'lib, masofaviy yo'qitish va mustaqil o'rganish uchun mo'ljallangan o'quv manbai.

Adabiyotlar ro'yxati

I. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining asarlari

1. Mirziyoyev Sh.M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz. – T.: “O'zbekiston”, 2017. – 488 b.
2. Mirziyoyev Sh.M. Milliy taraqqiyot yo'limizni qat'iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko'taramiz. 1-jild. – T.: “O'zbekiston”, 2017. – 592 b.
3. Mirziyoyev Sh.M. Xalqimizning roziligi bizning faoliyatimizga berilgan eng oliy bahodir. 2-jild. T.: “O'zbekiston”, 2018. – 507 b.
4. Mirziyoyev Sh.M. Niyati ulug' xalqning ishi ham ulug', hayoti yorug' va kelajagi farovon bo'ladi. 3-jild. – T.: “O'zbekiston”, 2019. – 400 b.
5. Mirziyoyev Sh.M. Milliy tiklanishdan – milliy yuksalish sari. 4-jild. – T.: “O'zbekiston”, 2020. – 400 b.
6. Mirziyoyev Sh.M. Yangi O'zbekiston Strategiyasi. T.: O'zbekiston, 2021
7. Mirziyoyev Sh.M. Bir bo'lsak – yagona xalqimiz, birlashsak – vatanimiz. 8-jild. - Toshkent, "O'zbekiston" NMIU, 2024. - 344 b. 8-jild.

II. Normativ-huquqiy hujjatlar

1. O'zbekiston Respublikasining Konstitutsiyasi. – T.: O'zbekiston, 2018.
2. O'zbekiston Respublikasining 2020 yil 23 sentabrda qabul qilingan “Ta'lim to'g'risida”gi O'RQ-637-sonli Qonuni.
3. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2015 yil 12 iyun “Oliy ta'lim muasasalarining rahbar va pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida”gi PF-4732-sonli Farmoni.
4. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevral “O'zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo'yicha Harakatlar strategiyasi to'g'risida”gi 4947-sonli Farmoni.
5. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 20 aprel "Oliy ta'lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida”gi PQ-2909-sonli Qarori.
6. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018 yil 21 sentabr “2019-2021

yillarda O‘zbekiston Respublikasini innovatsion rivojlantirish strategiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5544-sonli Farmoni.

7.O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 may “O‘zbekiston Respublikasida korrupsiyaga qarshi kurashish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PF-5729-son Farmoni.

8.O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 17 iyun “2019-2023 yillarda Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universitetida talab yuqori bo‘lgan malakali kadrlar tayyorlash tizimini tubdan takomillashtirish va ilmiy salohiyatini rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4358-sonli Qarori.

9.O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 avgust “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida”gi PF-5789-sonli Farmoni.

10.O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019 yil 8 oktabr “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5847-sonli Farmoni.

11.O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Shavkat Mirziyoyevning 2020 yil 25 yanvardagi Oliy Majlisga Murojaatnomasi.

12.O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Shavkat Mirziyoyevning O‘qituvchi va murabbiylar kuniga bag‘ishlangan tantanali marosimdagi nutqi “O‘qituvchi va murabbiylar–yangi O‘zbekistonni barpo etishda katta kuch, tayanch va suyanchimizdir”. Xalq so‘zi gazetasi 2020 yil 1 oktabr, №207 (7709).

13.O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2019 yil 23 sentabr “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish bo‘yicha qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi 797-sonli Qarori.

14.O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 27 fevral, “Pedagogik ta’lim sohasini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida” PQ-4623-sonli qarori.

III. MAXSUS ADABIYOTLAR

1. Diane Belcher, Ann M. Johns, Brian Paltridge. New directions in English for specific purposes research. The University of Michigan Press. 2011.
2. Ishmuxamedov R.J., Yuldashev M. Ta'lim va tarbiyada innovatsion pedagogik texnologiyalar. – T.: “Nihol” nashriyoti, 2013, 2016. – 279b.
3. Michayel Swan, Cathyerine Walter. The Good Grammar Book. Oxford, 2001.
4. Норенков И.П., Зимин А.М. Информационные технологии в образовании: Учебное пособие. – М.: Изд. МГТУ им. Н.Баумана, 2002. – 336с.
5. Подласый И. Педагогика. Новый курс: учебник для студ. педаг. вузов. – в 2-х кн. – М.: ВЛАДОС, 1999. – 567 с.
6. Peter Master. English Grammar and Technical Writing. Regional Printing Cyenter. 2004
7. Сергеев И.С. Основы педагогической деятельности: Учебное пособие. – СПб.: Питер. Серия “Учебное пособие”, 2004 – 316 с.
8. Pedagogika nazariyasi va tarixi // M.X. To'xtaxo'jayeva tahriri ostida. – T.: “Moliya-iqtisod”, 2008. – 208 b.
9. Inoyatov U.I., Muslimov N.A., va boshq. Pedagogika: 1000 ta savolga 1000 ta javob. 2012 y. Toshkent, “Ilm-Ziyo” nashriyoti. 12 b.t.
10. Inoyatov U.I., Muslimov N.A., va boshq. Pedagogika (nopedagogik oliy ta'lim muassasalari uchun). 2013 y. - TDPU. 15,25 b.t.
11. Muslimov N.A., va boshqalar. Kasb ta'limi o'qituvchilarining kasbiy kompetentligini shakllantirish texnologiyasi. 2013 y. Toshkent, «Fan va texnologiyalar». 8 b.t.
12. Sayidahmedov N.S. Yangi pedagogik texnologiyalar. – T.: Moliya, 2003. – 172 b.
13. Tolipov O'., Usmonboyeva M. Pedagogik texnologiyalarning tadbqiqiy asoslari – T.: 2006. – 163 b.
14. Urazova M.B., Eshpulatov Sh.N. Bo'lajak o'qituvchining loyihalash faoliyati. // Metodik qo'llanma. – T.: TDPU Rizografi, 2014 yil. 6,5 b.t.

15. Pathak R.P. Methodology of Educational Research. Atlantic. USA-2008.
16. Saxayev M.S. Elementarmatematikadanmasalalartuplami.— Toshkent: «O‘qituvchi», 1977.
17. Umirbekov A.U., Shoabdalov Sh.Sh.Matematikani takrorlash — Toshkent: «O‘qituvchi», 1989
18. Xaydarov B.K., S.Jumanazarov, O.Do‘stmatov, J.Yu.Saparboyev. “Matematika fanini o‘qitishda zamonaviy yondashuvlar va innovasiyalar” moduli bo‘yicha o‘quv-uslubiy majmua. Toshkent davlat pedagogika universiteti huzuridagi xalq ta‘lim xodimlarini qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish xududiy markazi, Toshkent, 2017. T.: 2017. - 98.

Elektron ta‘lim resurslari

29. www.uzedu.uz
30. www.edu.uz
31. www.multimediya.uz
31. www.bimm.uz
33. www.ziyonet.uz

