ХУДАЙКУЛОВ С.И., ҚАЛАНДАРОВ А.Д.

ГИДРОМЕХАНИКА

Тошкент – 2010

Худайкулов С.И.,Қаландаров А.Д.

Суюқликлар механикаси. Олий ўқув юртлари учун ўқув қўлланма. Тошкет «ФАН»

Мазкур ўқув қўлланмада суюқликларнинг ташқи кучлар таъсиридаги мувозанат қоидалари, ҳаракат қонунлари ва уларни амалиётга қўллаш масалалари қаралади.

Ўқув қўлланма Республика олий ўқув юртларининг гидротехник мутахассисликлари бўйича таълим олаётган талабалар учун мўлжалланган бўлиб, ушбу соҳадаги ишлаётган мухандислар, магистрлар ва аспирантлар учун ҳам фойдалидир.

МУҚАДДИМА

Ўзбекистон Республикаси Президентининг ёш кадрларни етук мутахассис қилиб тайёрлаш йўлидаги чиқарилган барча йўриқ ва кўрсатмалари инженер-гидротехник, инженер-мелиораторларнинг билимли авлодини тайёрлашда асосий ўрин тутади.

Инженер гидротехник, мелиораторларни тайерлашда гидравлика, гидромеханика фани асосий ўрин тутади.

Ўқув қўлланма гидравлика, гидромеханика фанларидаги билимларни ўз ичига олади ва Ўзбекистон Миллий Университети, Тошкент Давлат Техника Университети ҳамда Тошкент ирригация ва мелиорация институти талабалари учун мўлжалланган бўлиб, Давлат таълим дастурларга мос ёзилган. Қўлланмада суюқликлар мувозанати ва ҳаракати ҳолатининг назарий асослари келтирилган бўлиб, ва улар катта амалий аҳамиятга эга. Шунингдек қўлланмада шамол тўлқинлари назарияси ва суюқлик ҳаракатининг беқарор ҳаракати ҳолатлари ҳам қаралган.

Мазкур қўлланмада физик жараёнларни ёритишга катта аҳамият берилган бўлиб, баъзи бир маълумотларни тушунтиришда гидравлика фанидан мавжуд адабиётлардан кенг фойдаланилди ва асос сифатида П.Г.Киселевнинг «Гидравлика, основы механики жидкости » Москва «энергия» 1980 йилги ўқув қўлланмаси олинди.

Ушбу қўлланманинг яратилишида Ўзбекистон Фанлар Академияси сув муаммолари институти директори, т.ф.д., проф. Э.Ж.Махмудов, т.ф.д.,проф. Латипов К.Ш., т.ф.д., проф. А.О. Шокиров, ТИМИ «Гидравлика» кафедраси мудири, т.ф.д.,проф.О.М.Арифжоновларнинг танқидий ва ижобий фикрларидан, илмий ишларидан фойдаланилди.

Қўлёзмаларни тартибга келтириб, компьютерда теришда ёрдам берганликлари учун илмий ходим Г.А. Ходжаевага авторлар ўз миннатдорчилигини билдиради.

Барча танқидий ва ижобий фикрлар авторлар томонидан мамнуният билан қабул қилинади ва Ўзбекистон Фанлар Академияси сув муаммолари институтига юборилишини сўралади.

КИРИШ

Инсоният тарихининг дастлабки давридаёқ сувдан хўжалик фаолиятини юритишда фойдаланиш маълум ўрин эгаллаган.

Археологик маълумотлар одамлар жуда қадим замонлардан (эрамиздан 400-2000 йиллар аввал) турли хил гидротехник иншоотларини қура олишларини кўрсатади.

Қадимги Хитойда, Мисрда, Грецияда, Римда, Ўрта Осиё ва бошқа ибтидоий маданият ўчоқларида кемалар, тўғонлар, водопровод ва суғориш системалари бунёд этганлиги тўғрисида маълумотлар мавжуд.

Бу қурилмаларнинг қолдиқлари ҳозиргача сақланиб қолган. Лекин бу қурилишлар ҳақида ҳеч қандай ҳисоблашлар сақланмаганлиги, улар содда амалий билимга эга бўлиб, илмий назарий асосланмаган (Эрамиздан аввал 280-210 йиллар).

Ўрта Осиёда мелиоратив ва гидротехник иншоотлар, суғориш тизимлари IX-X асрларда мавжуд бўлиб, унда суюқлик ҳаракат қонуниятларидан кенг фойдаланганлар(Ибн Сино, Аҳмад ал-Фарғоний(VIII-аср), Ал-Коший).

Бизга етиб келган, гидравликага алоқадор илмий ишлардан биринчиси Архимеднинг «Сузиб юрувчи жисмлар ҳақида» асаридир. Суюқлик қонунларининг очилиши эрамизнинг XVI-XVII асрларидан бошланди.

Буларга Леонардо да Винчининг суюқликларнинг ўзандаги ва щувурдаги харакати, жисмларнинг сузиб юриши ва бошқаларга боғлиқ ишлари, С.Стевеннинг идиш туби ва деворларига таъсир қилувчи босим кучи, Г.Галилейнинг жисмларининг суюқликдаги ҳаракати ва мувозанати ҳақидаги ишлари, Е.Торичеллининг суюқликларнинг кичик тешикдан оқиб кетиши, Б.Паскалнинг босимнинг суюқлик орқали узатилиши тўғрисидаги, И.Ньютоннинг суюқликлардаги ички қаршиликлар қонуни ва бошқа ишлар киради. Кейинчалик суюқликларнинг мувозанати ва ҳаракат қонунлари икки йўналиш бўйича тараққий қила бошлади, булардан бири тажрибаларга асосланган гидравлика бўлса, иккинчиси эса назарий механика щонуниятларини мустақил бўлими сифатида тараққий қила бошлаган назарий гидромеханика фани пайдо былди.

Назарий гидромеханика аниқ математик усулларидан фойдаланган бўлиб, суюқлик қонунларини дифференциал тенгламалар билан ифодалаш ва уларни ечишга асосланган. Бу фаннинг тараққий қилишига XVII-XVIII асрларда яшаган буюк механик олимлар Л.Эйлер, Д.Бернулли, М.Ломоносов, Лагранжларнинг илмий асарлари асос бўлди.

У вақтдаги ишлар соф назарий бўлиб, суюқликларнинг физик хоссаларини идеаллаштириб кўрар ва олинган натижалар харакат тарзларини тўғри ифодалагани билан, тажриба натижаларидан узоқ эди.

XVIII-XIX асрларда яшаб ижод этган Шези, Дарси, Буссинеск, Вейсбах ва бошқа олимларнинг ишлари, ҳозирги замон гидравликасининг асосини ташкил этади.

Гидравлика ўз хулосаларини суюқлик ҳаракатининг соддалаштирилган схемаларини ўрганиш асосида чиқаради ва назарий тенгламаларга эмперик коэффициентлар киритиб, уларни тажриба ўтказиш йўли билан аниқлайди.

Шунингдек гидравлика оқимнинг кесим бўйича ўртача тезлиги ва босимнинг ҳаракат давомида кесимнинг оқим йўналиши бўйича ўзгариб боришини текшириш билан қаноатланади.

Кейинчалик оқимнинг мураккаб хусусиятларини ҳисобга олиш зарурати туфайли гидравлика билан гидромеханика фани ўзаро яқинлашиб, бир-бирини тўлдирувчи фанга айланди. Бу ном асримиз бошида ижод этган олим Л.Прандтлнинг номи билан боғлиқдир.

Ҳозирги замон гидравликаси назарияни тажриба билан боғлаб, назарий текширишларни тажрибада синаш, тажриба натижаларини эса назарий асосда умумлаштириш йўли билан тараққий қилиб борувчи ва ўз текширишларида гидромеханиканинг усуллари ҳамда ютуқларидан фойдаланувчи фандир.

Гидравликанинг тараққиётида рус олимларининг муҳим ҳиссаси бор. Гидравлика фанининг асосчилари Д.Бернулли ва Л.Эйлер Петербург фанлар Академиясининг аъзолари бўлиб, Россияда яшаб, ижод этганлар.

Гидродинамика ва гидравлика фанлари XIX ва XX асрларда тез тараққий этган бўлиб, бунда машҳур олимлар: В.И.Менделеев, В.Рейнольдс, И.С.Громеко, Н.Е.Жуковский, Н.П.Петров, С.А.Чаплигинларнинг ҳиссаси катта бўлган.

Н.П.Петровнинг «Гидродинамик сирпанишнинг аэродинамик назарияси», Н.Е.Жуковскийнинг гидромеханикадаги муҳим ишлари ва трубалардаги зарба назарияси, В.Г.Шуховнинг нефть қувурларини ҳисоблаш бўйича ишлари, А.Н.Криловнинг кемалар назарияси, Н.Н.Павловскийнинг суюқликлар фильтрацияси назарияси, Л.С.Лейбензоннинг ер ости гидромеханикаси ва бошқа Россиялик олимларнинг ишлари дунё фанига қўшилган буюк ҳисса бўлиб ҳисобланади.

Н.Е.Жуковский, С.А.Чаплигин ва Н.Е.Кочинлар замонавий аэродинамика ва газ динамикасининг асосчилари бўлиб, бу фанлар ҳозир ҳам самолёт ва ракеталар ҳаракатини ўрганишда катта аҳамиятга эга. Ҳозирги замон саноати ва техникасида ўзбек олими Х.А.Рахматулин асос солган кўп фазали муҳитлар гидродинамикаси муҳим аҳамиятга эга бўлиб, бу назария тажрибага яқинлиги билан ажралиб туради.

Кўп фазали муҳитлар гидродинамикасининг ривожига ўзбек олимлари катта ҳисса қўшмоқдалар. Д.Ф.Файзуллаев, К.Ш.Латипов, Э.Ж.Маҳмудов, А.И.Умаров, О.О.М. Орифжоновларнинг ишларида бу назария такомиллашди ва ривожланди.

I Боб

СУЮҚЛИК ВА ГАЗЛАР КИНЕМАТИКАСИ

1.1. Суюқлик ҳақида асосий тушунчалар

Табиатда туташ муҳитлар турли агрегат ҳолатларда бўлади. Булардан асосийлари: қаттиқ жисм, суюқлик, газ ва плазмалардир. Бу мухитлар асосан молекулалари орасидаги кучларининг таъсир даражаси билан фарқланади.

Қаттиқ жисм ва суюқлик ҳолатидаги муҳитларда молекулаларининг тортиш кучлари таъсирида жисмлар ўз ҳажмини сақлайди, қаттиқ жисмлар ҳам ҳажмини, ҳам конфигурациясини сақлайди, газсимон муҳитлар молекулаларининг эса тортиш кучлари анча кичик бўлиб, улар берилган ҳажмни тўлдириш хусусиятига эгадирлар.

Кичик миқдордаги кучлар таъсирида ўз шаклини тезда ўзгартирувчи физик жисмлар суюқликлар деб аталади. Улар қаттиқ жисмлардан заррачаларининг жуда ҳаракатчанлиги билан ажралиб туради ва оқувчанлик хусусиятига эга бўладилар. Суюқлик қайси идишга қуйилса, ўша идишнинг шаклини олиш хусусиятига эга.

Гидравликада суюқликлар икки гурухга ажратилади:

1. Томчиланувчи (капельный) ;
2. Газсимон .

Томчиланувчи суюқликлар бир қанча хусусиятларга эга. Суюқликнинг сиқилишга қаршилиги катта бўлиб, унинг ҳаракати ўзгариши билан ҳажми оз миқдорда бўлсада ўзгаради, ҳажми босим таъсирида жуда кам ўзгаради ва чўзувчи кучларга деярли қаршилик кўрсатмайди, сиртида молекулалараро ўзаро ёпишқоқлик сиртқи кучи юзага келиб ва у сирт таранглик кучини вужудга келтиради.

Газлар суюқликлардагига нисбатан ҳам тезроқ ҳаракатланувчи заррачалардан ташкил топган бўлиб, улар босим ва температура таъсирида ўз ҳажмини тез ўзгартиради. Уларда чўзувчи кучга қаршилик ва қовушқоқлик кучи томчиланувчи суюқликларга нисбатан жуда камдир.

Газлар харакати билан газлар динамикаси, термодинамика ва аэродинамика фанлари шуғулланади.

Гидравлика курси асосан сиқилмайдиган суюқликларнинг хоссаларини, уларнинг қувур ва очиқ ўзанлардаги ҳаракатлари қонуниятларини ўрганади.

Суюқликлар туташ жисмлар қаторига киради ва мувозанат ҳамда ҳаракат ҳолларида асосан қаттиқ жисмлар (масалан суюқлик солинган идиш туби ва деворлари, труба ва каналларнинг деворлари) билан чегараланган бўлади. Шунингдек улар суюқликлар ёки газлар билан ҳам маълум чегара бўйича ажралиши мумкин. Бу чегара эркин сирт ёки суюқликларни ажратувчи қатлам сиртлари дейилади. Суюқликлар силжитувчи кучларга сезиларли даражада қаршилик кўрсатади ва бу қаршилик ички кучлар сифатида намоён бўлади. Уларни аниқлаш суюқликлар ҳаракатини аниқлашда муҳим аҳамиятга эгадир.

1.2. Суюқликларга таъсир этувчи кучлар

Суюқликларга таъсир қилувчи кучлар қўйилиш усулига қараб ички ва ташқи кучларга ажралади.

Ички кучлар - суюқлик заррачаларининг ўзаро таъсири натижасида вужудга келадиган кучлардир.

Ташқи кучлар - суюқликка бошқа жисмнинг таъсирини ифодалайди. Жисмни Ер шарининг тортиш кучи – оғирлик кучига мисол бўлади. (Суюқлик солинган идиш деворларининг суюқликка таъсири, суюқликнинг очиқ юзасига, яъни эркин сиртига таъсир қилувчи ҳаво босими ва ҳ.к.).

Ички кучлар силжитувчи кучларга қаршилик сифатида намоён бўлади ва ички ишқаланиш кучи дейилади. Ташқи кучларни юза бўйича ва ҳажм бўйича таъсир қилувчи кучлар сифатида кўриш мумкин. Шунинг учун бу кучларни сиртқи ёки масса кучларига ажратилади.

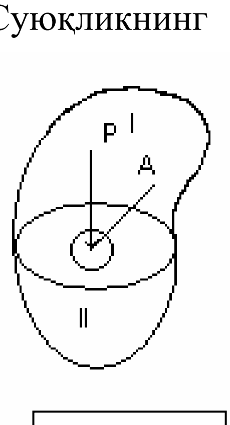
Сиртқи кучлар – қаралаётган суюқлик ҳажмини ўраб турувчи сиртларига таъсир қилувчи кучлардир. Уларга босим кучи, сирт таранглик кучи, суюқлик солинган идиш деворларининг реакция кучлари, ички ишқаланиш кучи киради.

Ички ишқаланиш кучлари суюқлик ҳаракат қилган вақтда юзага келади ва ёпишқоқлик хусусиятини вужудга келтиради.

Масса кучлар – қаралаётган суюқлик ҳажмининг ҳар бир заррачаси массасига таъсир қилиб, унинг массасига пропорционал бўлади. Уларга оғирлик ва инерция кучлари киради.

Суюқликларда босим. Суюқликларга таъсир қилувчи асосий кучлардан бири гидростатик босим кучидир.

Суюқликнинг маълум сирт билан чегараланган бирор массасини қараймиз, бунинг учун мувозанатдаги суюқлик массасининг ихтиёрий ҳажмини қараймиз. (1.1 расм). Бу ҳажм ичида ихтиерий A-нуқта олиб, ундан BC текисликни ўтказамиз. Ҳажм икки қисмга ажралади. Кесувчи ABC текисликнинг $Д$ нуқтасида чексиз кичик dS юза ажратамиз. Жисмнинг I - ва II - қисм юзаларидаги



1.1-расм

BCA қўшни нуқталари олинган dS юзада ҳар бир нуқта ўзаро таъсирда бўлганини $Д$ ҳисобга олувчи кучни dP деб оламиз.

Ҳажмнинг биринчи қисми S - юза орқали иккинчи қисмига босим кучи боради. Бу кучнинг S - юза бирлигига таъсир қилган қисмини P - билан белгилаймиз. Қаралаетган dS юзага таъсир қилувчи $\vec{P}$ кучни гидростатик босим кучи ёки гидростатик куч дейилади. $\vec{P}$ куч II қисмга нисбатан ташқи куч ҳисобланса, бутун ҳажмга нисбатан эса ички кучдир.

$\vec{P}$ - кучнинг dS юзага нисбати, бу юза бирлигига таъсир қилувчи кучнинг миқдорини беради ва ўртача гидростатик босим деб аталади ва қуйидагича ёзилади:

$$p_{yp} = \frac{P}{S} \qquad (1.2.1)$$

dS - юзани кичрайтириб бориб, нуқтага интилтирсак, ($S \to 0$)

p_{yp} − чегаравий қийматга интилади, яъни:

Сиртқи куч деб сирт бўйича тақсимланган кучга айтилади, ҳажмий куч деб эса, қаралаётган ҳажмнинг барча қисмига тақсимланган кучга айтилади.Бу кучлар таъсирида қаралаётган мухитда кучланиш вужудга келиб, кучланишни вужудга келтирувчи куч сиртқи ва ташки кучларнинг тенг таъсир этувчисидир.

Демак тенг таъсир этувчи кучнинг, яъни кучланишнинг куч йўналиши мовжуд бўлиб, бу кучланишнинг тенг таъсир этувчи dS – юза нормали $\vec{n}$ - вектор йўналишига боғлиқ бўлади. Шунинг учун ҳам одатда кучланиш 9та миқдордан иборат бўлиб ушбу матрица орқали берилади:

$$\begin{pmatrix} p_{xx} & p_{xy} & p_{xz} \\ p_{xy} & p_{yy} & p_{yz} \\ p_{xz} & p_{yz} & p_{zz} \end{pmatrix}$$

$\vec{p}_x = p_{xx}\vec{i} + p_{xy}\vec{j} + p_{xz}\vec{k}$ - нормали $\vec{n} = i$ бўлган юзадаги кучланиш,

$\vec{p}_y = p_{yx}\vec{i} + p_{yy}\vec{j} + p_{yz}\vec{k}$ - нормали $\vec{n} = j$ бўлган юзадаги кучланиш,

$\vec{p}_z = p_{zx}\vec{i} + p_{zy}\vec{j} + p_{zz}\vec{k}$ - нормали $\vec{n} = k$ бўлган юзадаги кучланиш.

Туташ муҳитлар механикасида нормали $\vec{n} = n_x\vec{i} + n_y\vec{j} + n_z\vec{k}$ га тенг юзага бўлган таъсир этувчи кучланиш $\vec{p}_n$ қуйидагича аниқланади

$$\vec{p}_n = \vec{p}_x n_x + \vec{p}_y n_y + \vec{p}_z n_z \qquad (1.2.2)$$

Агар бу куч шу dS юзага нормал йўналган бўлса, бу сиртқи куч босимни беради ва уни гидростатик босим дейилади ва қуйидагича ёзилади:

$$P = \lim_{dS \to 0} \frac{\Delta p}{dS} \qquad (1.2.3)$$

Умуман гидростатик босим ва ўрта гидростатик босим $P_{ур}$ тенг эмас, улар кичик миқдорга фарқ қилади. Гидростатик босим ўлчови $\frac{н}{м^2}$ билан ўлчанади.

1.3. Суюқликларнинг физик хоссалари

1. **Солиштирма оғирлик.** Суюқликнинг ҳажм бирлигига тенг миқдорининг оғирлиги унинг солиштирма оғирлиги дейилади ва қуйидагича белгиланади:

$$\gamma = \frac{G}{V} \qquad (1.3.1)$$

$V -$ суюқлик ҳажми, (м^3), G оғирлик бирлиги (н). Солиштирма оғирликнинг ўлчов бирлиги СИ системасида

$$[\gamma] = \frac{[G]}{[V]} = \frac{Н}{м^3}$$

Техник системаларда эса, $\frac{кг}{м^3}$ бўлиб, улар ўзаро қуйидагича боғланган.

$$\frac{кг}{м^3} = 9{,}80665\frac{Н}{м^3}.$$

Суюқлик солиштирма оғирлик ҳажми аввалдан маълум бўлган турли идишлардаги суюқликларнинг оғирлигини ўлчаш усули билан ёки ареометрлар ёрдамида аниқланади.

Солиштирма оғирлик босимга ва температурага боғлиқ бўлиб, улар ўртасидаги муносабат идеал газлар учун Клайперон формуласи орқали ифодаланади [12,14]:

$$\frac{p}{\gamma} = RT$$

ёки

$$p = \rho g R T$$

Бундан солиштирма оғирлик учун Ушбу тенглик олинади:

$$\gamma = \frac{p}{RT} \qquad (1.3.2)$$

Бу ерда p - босим $\left(\frac{H}{м^3}\right)$, T - абсолют температура, R -газ доимийси.

$$R_{хаво} = 287\frac{ж}{кг.град.}, R_{метан} = 518\frac{ж}{кг.град.}:$$

Суюқлик солиштирма оғирлигининг 4^0C даги сувнинг солиштирма оғирлигига нисбати унинг нисбий солиштирма оғирлиги бўлади.

2. Солиштирма ҳажм. Суюқликнинг оғирлик бирлигидаги миқдорининг ҳажми **солиштирма ҳажм** дейилади ва ҳажмни оғирликка бўлиш йўли билан аниқланади:

$$v = \frac{V}{G}; \qquad (1.3.3)$$

(1.3.1) ва (1.3.3) формулалардан кўриниб турибдики:

$$\gamma v = 1, \quad \gamma = \frac{1}{v} \qquad (1.3.4)$$

Солиштирма ҳажмнинг ўлчов бирлиги СИ системасида

$$[v] = \frac{[V]}{[G]} = \frac{м^3}{H};$$

Солиштирма ҳажм ҳам солиштирма оғирлик каби босим ва температурага боғлиқ бўлиб, тўйинган газ учун ёзилган Клайперон формуласини, яъни (1.3.4) формулани қуйидагича ёзиш имконини беради:

$$p v = RT.$$

3. Масса . V - ҳажмли жисм массаси деб, шу ҳажм солиштирма оғирлигининг, яъни G - нинг эркин тушиш тезланишига нисбатини айтилади:

$$m = \frac{G}{g} \qquad (1.3.5)$$

Бу миқдор бирлиги $[m] = \frac{H \cdot сек^2}{м}$ кўринишда ёзилади.

4. Зичлик. Суюқликнинг V - ҳажм бирлигига тўғри келган тинч ҳолатдаги массаси унинг зичлиги дейилади.Бу таърифга асосан қуйидагича ёзилади:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{G}{gV} \qquad (1.3.6)$$

Зичликнинг ўлчов бирлиги қуйидагича аниқланади:

$$[\rho] = \frac{[м]}{[L^3]} = \frac{H \cdot сек^2}{м^4}$$

Баъзан нисбий зичлик тушунчаси ҳам киритилади. Суюқлик зичлигининг сувнинг $4^0 C$ иссиқликдаги зичлигига нисбати унинг нисбий зичлиги бўлади. (1.3.1) ва (1.3.6) формулалардан кўриниб турибди, зичлик билан солиштирма оғирлик ўзаро қуйидагига боғланган:

$$\rho = \frac{\gamma}{g} \qquad (1.3.7)$$

У ҳолда нисбий зичлик ва нисбий солиштирма оғирликлар ўзаро қуйидагича боғланади:

$$\rho_{нисб} = \frac{m_{суюклик}}{m_{сув}} = \frac{G_{суюк}}{G_{сув}} = \gamma_{нисб} \qquad (1.3.8)$$

Зичлик ҳароратга боғлиқ бўлиб, одатда ҳарорат ортиши билан камаяди. Бу ўзгариш нефт маҳсулотлари учун қуйидаги муносабат орқали ифодаланади (Д.И.Менделеев формуласи):

$$\rho_t = \frac{\rho_{20}}{1 + \beta_t (t - 20)};$$

Бунда t - ҳарорат (бирлиги ^0C), β_t – **ҳажмий кенгайиш ҳарорат коэффициенти,** ρ_{20} – суюқликнинг 20^0C даги зичлиги.

Сувнинг зичлиги бу қонундан мустасно бўлиб, унинг зичлиги энг катта қийматга 4^0C (аниқроғи $3{,}98^0C$) да эришади. Унинг иссиқлиги бундан ошса ҳам, камайса ҳам зичлиги камайиб боради.

5. **Суюқликларнинг иссиқликдан кенгайиши.** Юқорида айтилганидек, зичлик ҳарорат ўзгариши билан ўзгариб боради. Бу эса ўз-ўзидан иссиқлик ўзгариши билан ҳажмнинг ўзгаришини кўрсатади. Суюқликларнинг бу хусусиятини гидравлик машиналарнинг иш принцпларини ҳисоблаш ва турли масалаларни ҳал қилиш вақтида эътиборга олиш зарур бўлади.

Суюқликнинг иссиқликдан кенгайишини колбага солинган суюқликнинг қиздирилганда ҳажми кўпайиши, суюқлик тўлдирилиб, зич (герметик) ёпиб қуйилган бочка ва цистерналарнинг қуёш нурида қолганда ёрилиб кетиши, тўлдирилган идишдаги суюқликнинг сиртидан оқиб туриши каби ҳодисаларда жуда кўп учратиш мумкин

Суюқликларнинг бу хусусиятидан фойдаланиб суюқлик термометрлари ва турли сезгир ўлчов асбоблари яратилади. Суюқликларнинг иситилганда кенгайишини ифодалаш учун **ҳажмий кенгайиш ҳарорат коэффициенти** деган тушунча киритилиб, у β_t орқали белгиланади.

1-жадвал. Сувнинг ҳажмий кенгайиш ҳарорат коэффициенти β_t, $\left[\frac{1}{град}\right]$

Босим $мн/м^2$	Температура t^0C				
	1-10	10-20	40-50	60-70	90-100
0,1	0,000014	0,000150	0,000422	0,000556	0,000719
9,8	0,000043	0,000165	0,000422	0,000548	0,000714
19,6	0,000072	0,000183	0,000426	0,000539	0,000714
49,0	0,000149	0,000236	0,000429	0,000523	0,000664
88,3	0,000229	0,000294	0,000437	0,000514	0,000621

Бирлик ҳажмдаги суюқликнинг ҳарорати V ҳажмдаги ҳарорати $1^0 C$ га оширилганда кенгайган миқдори унинг **ҳажмий кенгайиш ҳарорат коэффициенти** дейилади ва қуйидагича ифодаланади:

$$\beta_t = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta t}. \qquad (1.3.8^1)$$

бунда $\Delta V = V - V_c$ қиздирилгандан кейинги ва бошланғич ҳажмлар фарқи, $\Delta t = t - t_0$ ҳароратлар фарқи:

$$[\beta_t] = \frac{1}{град}$$

$\beta_t -$ жуда кичик миқдор бўлиб, у сув учун $t = 20^0 c$ да $\beta_t = 2 \cdot 10^{-4}\ \frac{1}{град}$; минерал мойлар учун $\beta_t = 7 \cdot 10^{-4}\ \frac{1}{град}$; симоб учун

$$\beta_t = 18 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{град.}$$

6. Суюқликларнинг сиқилиши. Гидравлик ҳисоблаш ишларида суюқликларни сиқилмайдиган деб ҳисоблаш керак, деб айтиб ўтилган эди, бу фикрда томчиланувчи суюқликлар назарда тутилган эди. Лекин техникада ва табиатда баъзи ҳолларда босим жуда катта бўлади, бунда агар суюқликнинг умумий ҳажми ҳам катта бўлса, ҳажм ўзгариши сезиларли миқдорда бўлади ва уни ҳисобга олиш керак бўлади.

Суюқликларнинг сиқилишини ҳисобга олиш учун **ҳажмий сиқилиш коэффициенти** тушунчаси киритилиб, у β_p- билан белгиланади, баъзан β_V билан ҳам белгиланади. Бирлик ҳажмдаги суюқликнинг босимини бир бирликка оширганда камайган миқдори **ҳажмий сиқилиш коэффициенти** дейилади ва у қуйдаги формула билан ҳисобланади:

$$\beta_p = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta P} \qquad (1.3.9)$$

Бунда $\Delta p = p - p_0$ ўзгарган ва бошланғич босимлар фарқи. β_p ҳам β_t каби ,яъни каби жуда кичик миқдор бўлиб, сув учун $t = 20^0 C$ да

$\beta_p = 4{,}9 \cdot 10^{-4} м^2 / МН$,- ($МН\ -\ меганьютон\ = 10^6 Н\ \approx 10\, ат$)

минерал мойлар учун $\beta_p = 6 \cdot 10^{-4} м^2 / МН;$ Шунинг учун ҳам кўп ҳолларда сиқилишни ҳисобга олинмайди.

2-жадвал. Сувнинг ҳажмий сиқилиш коэффициенти, $\beta_p = \cdot 10^{-4} м^2 / Н$;

$t^0 C$	Босим, $мн / м^2$				
	0,5	1,0	2,0	3,9	7,9
0	0,00000540	0,00000537	0,00000531	0,00000523	0,00000515
5	0,00000529	0,00000523	0,00000518	0,00000508	0,00000493
10	0,00000523	0,00000518	0,00000508	0,00000498	0,00000481
15	0,00000518	0,00000510	0,00000503	0,00000488	0,00000470
20	0,00000515	0,00000505	0,00000495	0,00000481	0,00000460

1.4 Суюқликдаги ишқаланиш учун Ньютон қонуни. Ёпишқоқлик.

Ёпишқоқлик ҳодисаси суюқликларнинг ҳаракати вақтида юзага келади ва ҳаракатланаётган заррача ҳаракатига қўшни заррачанинг қаршилиги сифатида намоён бўлади. Бу қаршиликни енгиш учун маълум миқдорда куч, энергия сарфлаш керак бўлиб, ёпишқоқлик қанча кучли бўлса, сарфлаш керак бўлган куч ҳам шунча кўп бўлади. Ёпишқоқлик даражасини ёпишқоқлик коэффициенти деб аталувчи катталик билан ифодаланади ва у икки хил коэффициент орқали берилиб, аниқланиш усулига қараб динамик - μ, кинематик - ν қовушқоқлик коэффициентлари бўлинади.

Динамик ёпишқоқлик коэффициенти. Суюқликни катта юзага эга бўлган идишга солиб, унинг юзасига бирор пластинка қўйсак ва бу пластинкани маълум куч билан торта бошласак, суюқлик зарралари пластинка сиртига ёпишиши натижасида ҳаракатга келади. Агар пластинканинг қўйилган F -куч таъсирида олган тезлиги - u бўлса, у билан ёнма-ён турган заррачалар ҳам ёпишиб u – тезликка эга бўлади. Идишнинг пастки девори ҳаракатга келмаганлиги сабабли, унинг сиртидаги заррачалар ҳаракат қилмайди. Шундай қилиб, суюқликнинг қалинлиги бўйича хаёлан бир қанча юпқа қатламлар бор деб фараз қилсак, ҳар бир қатламда заррачалар тезлиги ҳар хил бўлиб, у пластинкадан пастки девор, яъни суюқлик солинган идиш туби томон камайиб боради. Ҳаракат ихтиёрий қатлам заррачасига, унинг устида жойлашган бошқа қатлам заррачалари орқали берилади.

Бу ҳаракат суюқлик қатламларининг деформацияланишга олиб келади. Агар суюқлик ичида пастки сирти идишнинг ҳаракатсиз деворидан y_1- масофада, устки сирти эса, $y_2 -$масофада бўлган қатламни кўз олдимизга келтирсак, юқорида айтилган сабабларга асосан, унинг пастки сиртидаги тезлик u_1, юқорисидаги эса

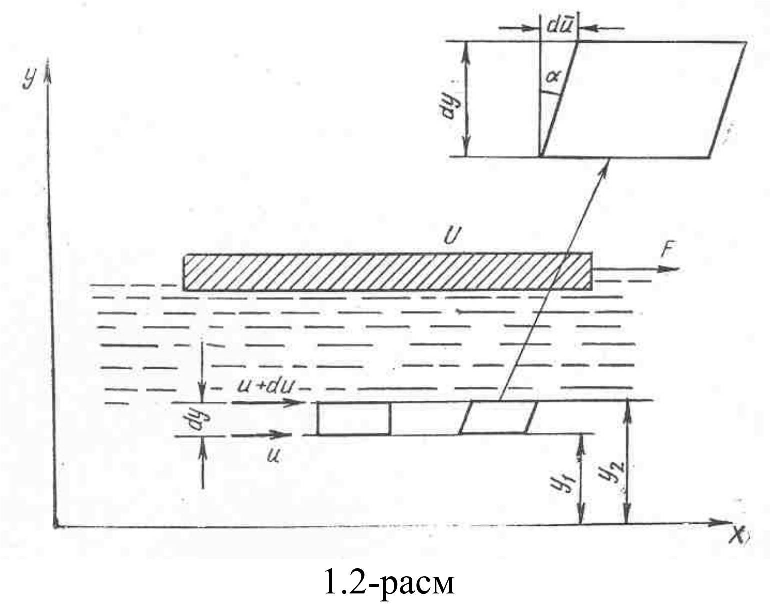
u_2 – бўлади. Шундай қилиб, олинган қатламнинг қалинлиги $\Delta y = y_2 - y_1$ бўйича суюқликнинг тезлиги, $u_2 - u_1 = \Delta u$ миқдорга ўзгаради, яъни қатламнинг юқоридаги сирти пастки сиртга нисбатан силжийди ва қатлам 1.2-расмда кўрсатилганидек деформацияланади.Силжиш бурчагини α деб белгиласак, силжиш катталиги

$$tg\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta y}$$

бўлади. Қатлам қалинлигини чексиз кичрайтириб дифференциал белгилашга ўтсак, у ҳолда юқоридаги нисбат тезлик градиенти ($\frac{du}{dy}$) ни беради, яъни:

$$\lim_{\Delta y \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta y} = \frac{du}{dy};$$

Агар суюқлик сиртидаги пластинкага қанча кўп куч қўйсак, силжиш шунча кўп бўлади. Бу нарса қўйилган куч билан тезлик градиенти орасида қандайдир боғланиш мавжудлигини кўрсатади.Шундай қилиб, суюқликлардаги ички ишқалиш кучитезлик градиентига боғлиқ эканини тушиниш мумкин.



1.2-расм

1686 йилда Ньютон ана шу боғланишни чизиқли боғланишдан иборат деган гипотезани олдинга сурган. Бу гипотезага асосан суюқликнинг икки ҳаракатланувчи қатламлари орасидаги ишқаланиш кучи F – қатламларининг тегиб турган сирти (S) га ва тезлик градиентига тўғри пропорционал, яъни:

$$F = \pm \mu S \frac{du}{dy}$$

Пропорционаллик коэффициенти μ**-** ёпишқоқлик динамик коэффициенти деб қабул қилинган. Ньютон гипотезаси кейинчалик Н.П.Петров томонтдан назарий асослаб берилди.Албатта, ҳисоблаш ишларини осонлаштириш учун ишқалиш кучининг бирлик юзага тўғри келган миқдори ёки гидравликада уринма зўриқиш, ишқалиш кучидан зўриқиш, деб аталган миқдорга ўтиш зарур бўлади.Бу миқдор грекча τ - ҳарфи билан белгиланади:

$$\tau = \frac{F}{S} = \pm \mu \frac{du}{dy} \qquad (1.4.1)$$

Бу ерда мусбат ва манфий ишора тезлик градиентининг йўналишига қараб танлаб олинади.

Профессор Қ.Ш.Латиповнинг ишларида уринма зўриқиш икки ташкил этувчининг йиғиндисидан иборат деб қараш зарурлиги кўрсатилди [13]:

$$l_p = \mu \frac{du}{dy} - \int \lambda_p (1-\varphi_2) u dy + B$$

Бу ерда $\lambda_p = (1-\varphi_2)$ бир қаватдан иккинчи қаватга молекулаларнинг ўтишини билдирувчи коэффициентдир. (1.4.1) формуладан кўринадики, ишқалиш кучидан зўриқиш тезлик градиентига, ёки умумийроқ қилиб айтганда, тезликнинг нормал бўйича ҳосиласига тўғри пропорционалдир.

Ёпишқоқлик (қовушқоқлик) коэффициентининг бирлиги СИ да қуйидагича:

$$[\mu] = \frac{[\tau]}{[du]} = \frac{H \cdot c}{м^2}$$

СГС системасида эса $\frac{Дина \cdot c}{м^2}$ билан ўлчанади. Бу бирлик *Пуаз* $(ПЗ)$ деб ҳам аталади. Коэффициент жуда кичик бўлганда *сантипуаз* $(СПЗ)$,

ва *миллипуаз (МПЗ)* ларда ҳам ўлчаш мумкин.

Кинематик қовушқоқлик коэффициенти. Гидравликадаги кўпгина ҳисоблаш ишларида μ **-** нинг ρ га нисбати Билан ифодаланувчи ва кинематик ыовушыоылик коэффициенти деб аталувчи миыдордан фойдаланиш ыулайдир. Бу миыдор грекча ν ҳарфи билан белгиланади:

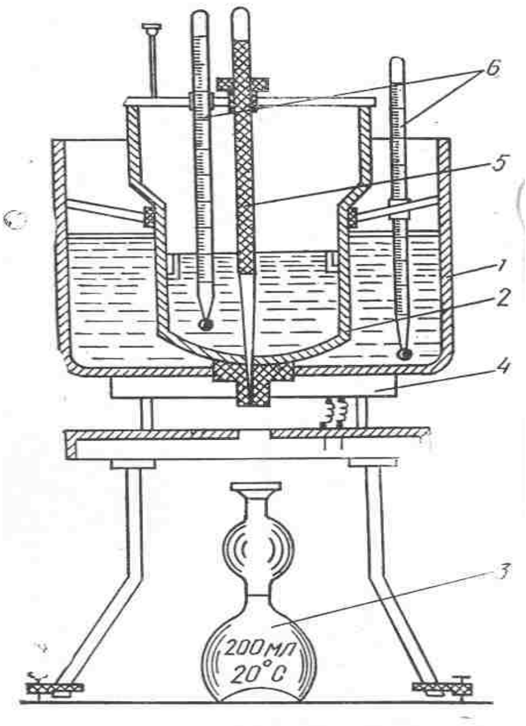
$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

ν нинг СИ даги бирлиги $\frac{м^2}{с}$, СГС системасида $\frac{см^2}{с}$ ёки стокс (ст) билан ифодаланади. Спровочникларда ва техник адабиётда унинг кичик ўлчовлари ҳам (сантистокс- сст) учрайди.

$$1\frac{м^2}{с} = 10^4 ст = 10^6 сст$$

Қовуқоқлик (ёпишқоқлик) коэффициентини аниқлаш учун вискозиметр деб аталувчи асбоб қўлланилади. Сувга нисбатан ёпишқоқлиги катта бўлган суюқликлар учун Энглер вискозиметри қўлланилади.[13] Қовушқоқликни аниқлаш учун капиляр вискозиметр, ротацион вискозиметр, стокс вискозиметри ва бошқа турли вискозиметрлар ҳам қўлланилади.

(1.3- расм). У бирининг ичига иккинчиси жойлашган 1,2 икки идишдан иборат бўшлиқ сув билан тўлдирилади. Ички идиш 2 нинг сферик тубига диаметри 3 мм ли найча кавшарланган, у тиқин 5 билан беркитилган бўлади.



1.3.расм.Эйлер вискозиметри

Ички идишга текширилаетган суюқлик қуйилиб, унинг температураси икки идиш оралиғидаги сувни қиздириш йўли билан зарур бўлган температурагача етказилади. Текширилаетган суюқлик температураси термометр 6 ёрдамида ўлчаб турилади. Суюқлик зарур температура t’ гача қиздирилгандан сўнг тиқин очилади ва секундомер ёрдамида 200 см^3 суюқлик 3 оқиб чиққан вақт белгиланади. Худди шундай тажриба t=20^0 С да дистилланган сув билан ҳам ўтказилади. Текширилаетгае суюқликнинг t=20^0 дан оқиб чиққан 1.3.- вақтларининг нисбати қовушқоқликнинг шартли градуслари ёки Энглер градусларини билдиради:

$$^{\circ}E = \frac{T_{суюклик} t'}{T_{сувt=20^{\circ}C}}$$

Энглер градусидан $\frac{м^2}{с}$ га ўтиш учун Уббелоде формуласи қўлланилади:

$$\nu = \left(0{,}0731^{\circ}E - \frac{0{,}0631}{^{\circ}E}\right)\cdot 10^{-4}\,\frac{м^2}{с} \qquad (1.4.2)$$

Қовушқоқликни аниқлаш учун капиляр вискозиметр, ротацион вискозиметр, стокс вискозиметр ва турли вискозиметрлар ҳам қўлланилади.

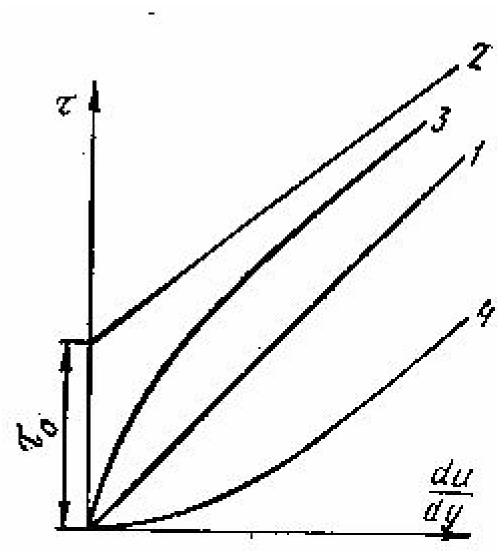
Қовушқоқлик суқликларнинг турига, температурасиги ва босимига боғлиқ. Жадвалларда хар хал суюқликларнинг қовушқоқлик миқдори келтирилган. Температура ортиши билан томчиланувчи суюқликларнинг қовушқоқлиги камаяди, газларнинг қовушқоқлиги ортади. Суюқликлар қовушқоқлигининг температурага боғлиқлигини умумий тенглама билан ифодалаб бўлмайди.

Хар хил ҳисоблаш ишлари бажарилганда, кўпинча, қуйидаги формуладан фойдаланилади. Ҳаво учун

$$\nu = \left(0{,}132 + 0{,}000918\,t + 0{,}00000066\,t^2\right)\cdot 10^{-4}\,\frac{м^2}{с} \qquad (1.4.3)$$

Сув учун:

$$\nu_t = \frac{0{,}0177}{1 + 0{,}0337t + 0{,}000221t^2}\cdot 10^{-4}\,\frac{м^2}{с} \qquad (1.4.4)$$



Гидроюритмаларда қўлланувчи турли минерал мойлар учун температура $30^{\circ}C$ дан $150^{\circ}C$ гача $\left(^{\circ}E10\right)$ гача бўлганда

$$\nu_t = \nu_{50}\left(\frac{50}{t}\right)^n \qquad (1.4.5)$$

Бу ерда ν_t, ν_{50} - тегишли температурада ва $50^{\circ}C$ да кинематик қовушқоқлик коэффициенти; t -температура, $^{\circ}C$ да; n - даража кўрсаткичи; унинг миқдори қуйидаги жадвалда $^{\circ}E_{50}$ нинг турли миқдорлари учун келтирилган:

3-жадвал

$^0E_5$	1,2	1,5	1,8	2	3	4	5	6	7	8	9	10

0												
n	2,39	1,59	1,72	1,79	1,99	2,13	2,24	2,32	2,42	2,49	2,52	2,56

Турли суюқликларнинг қовушқоқлиги бошланғич қовушқоқлик ва температурасига қараб турлича ўзгаради. Кўпчилик суюқликларнинг қовушқоқлиги босим кўтарилиши билан ортади. Минерал мойларнинг қовушқоқлиги босимнинг $0-50\frac{МН}{м^2}$ чегарасида тахминан чизиқли ўзгаради ва қуйидаги формула билан ҳисобланади:

$$\nu_p = \nu_0\left(1 + k_p p\right) \qquad (1.4.6)$$

Бу ерда ν_p ва ν_0 - тегишли босимда ва атмосфера босимида кинематик қовушқоқлик коэффициенти, p -қовушқоқлик ўлчанган босим, $\frac{МН}{м^2}$;

k_p -экспериментал коэффициент, унинг миқдори гидроюритмаларни ҳисоблашда юқори айтилган чегарада $0{,}03$ га тенг деб қабул қилинади.

Сирт таранглик (капилярлик)

Суюқлик сиртидаги молекулаларнинг ўзаро тортишиш кучи маълум бир кучланиш ҳолатини вужудга келтиради. Бу ходиса ***сирт таранглиги*** деб аталади ва капиляр идишларда эгри менск вужудга келтиради. Сирт эгрилиги ботиқ ёки қаварик шаклда бўлади, бу шакл эса идиш девори билан суюқлик молекулалари орасидаги ўзаро таъсир кучига боғлиқ.
Сирт таранглик кучи Лаплас формуласи билан ифодаланади:

$$P = \sigma\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \qquad (1.4.7)$$

Бу ерда σ -сирт таранлик коэффициенти; r_1, r_2- бош эгрилик радиуслари.
Ўхшаш капиляр идишлар учун:

$$P = \frac{2\sigma}{r} \qquad (1.4.8)$$

Суюқликлар сиртининг (кўтарилиш ва пасайиш) баландлиги қуйидаги формула билан ҳисобланади:

$$h = \frac{k}{d} \text{мм} \qquad (1.4.9)$$

Бу ерда d -идиш диаметри: k - ўзгармас катталик бўлиб, сув учун +30, спирт учун +10, симоб учун -10.

4- жадвал. **Баъзи суюқликлари учун сирт таранглик коэффициенти**

Суюқликларнинг номи	$\sigma, \frac{Н}{м}$
Сув	0,073
Спирт	0,0225
Бензин	0,029
Глицерин	0,065
Симоб	0,490

Сирт таранлик кучи аниқ ўлчов асбобларининг капиляр найчаларини, фильтрацияни ҳисоблаш масалаларида ва бошқа гидравлик ҳисоблашларда керак бўлади. Кўпчилик гидравлик масалаларда эса унинг қиймати жуда кичик бўлгани учун ҳисобга олинмайди.

Суюқлик тўйинган буғининг босими.

Суюқликлар берилган температура эркин боғланиши ва унинг буғлари ёпиқ идишдаги бўшлиқни тўйиниш ҳолатигача тўлдириш учун керак бўлган босим суюқлик тўйинган буғининг босими деб аталади.

Шунга асосан суюқлик тўйинган буғининг босими буғнинг ёпиқ идиш ичида суюқлик билан мувозанатлашган ҳолатдаги тегишли барқарорлашган босимдир. Бу босим суюқликлардан юқори температурада фойдаланиш мумкинлигини ва уларнинг турли гидравлик қурилмалар, гидросистемалардаги кавитация хоссасини аниқлаш учун фойдаланилади. Суюқликларнинг буғланиши сирт бўйича ҳам, унинг бутун хажми бўйича буғ пуфакчалари ҳосил бўлиши (қайнаши) йўли билан ҳам юз бериши мумкин. Бунда иккинчи хол, хохланган температурада юз берадиган сирт бўйича буғланишдан фарқли равишда, фақат маълум температурада, яъни тўйинган буғ босими суюқлик сиртидаги босимга тенг бўладиган температурада юз беради. Босим ортиши билан қайнаш температураси ортади, камайиши билан эса камаяди.

Бир жинсли суюқликларда тўйинган буғ босими ҳар бир температура учун бир хил миқдорга эга бўлади, суюқлик ва буғнинг миқдори нисбатига боғлиқ бўлмайди.

Суюқлик аралашмаларида эса суюқлик таркибидаги турли молекулаларнинг ўзаро таъсири буғланишни қийинлаштиради. Бу холда аралашма буғларида енгил буғланувчи суюқлик буғларнинг нисбати, унинг айрим холатидаги буғларига қараганда кўпроқ бўлади. Бу холда умумий буғ босими парциал буғ босимлар йиғиндисига тенг.

Шундай қилиб, аралашмалар буғланганда суюқ фазада енгил компонент камайиб боради, яъни енгил компонент суюқ фазадагига нисбатан буғ фазада кўпроқ нибатда бўлади.

Газларнинг суюқликларда эриши. Кавитация ходисаси.

Табиатда ва техникада суюқлик унда хавонинг таркибидаги газлар оз миқдорда эриган холда учрайди. Босим отриши ёки температура камайиши билан эриган газлар миқдори ортади ва, аксинча, босим камайганда ёки температура ортганда уларнинг миқдори камаяди. Шунинг учун босим камайиши ёки температура ортиши билан суюқликдаги эриган газларнинг бир қисми ажралиб чиқиб, пуфакчалар хосил қилади яъни юқорида айтилганга кўра босим камайганда сув ҳам буғланади лекин енгил компонент сифатида эриган газлар тезроқ ажралиб чиқиб, пуфакчалар хосил қилади. Бошқача айтганда бу холат суюқликдаги босимнинг ундаги газнинг туйинган буғлари босимига тенг бўлганида вужудга келади. Газ пуфакчалари пайдо бўлиши билан суюқликнинг туташлиги бузилади ва туташ мухитларга таълуқли қонунлар ўз кучини йўқотади. Бу ходиса кавитация дейилади. Пуфакчалар суюқлик ичида паст температурали ёки юқори босимли соҳалар томонга қараб ҳаракат қилади. Агар у етарли даражадаги босимга эга бўлган соҳага келиб қолса, яна эриб кетади (агар буғ бўлса, конденсацияланади). Эриган газ ўрнида пайдо бўлган бўшлиққа суюқлик заррачалари интилади ва бўшлиқ кескин ёпилади. Бу эса хозиргина бўшлиқ бўлган ерда гидравлик зарбани вужудга келтиради ва натижада бу ерда босим кескин ортиб, температура кескин камаяди.

Бундай гидравлик зарба ва уни вужудга келтирган кавитация ходисаси труба деворлари ва машиналарнинг суюқлик харакат қилувчи қисмларининг бузилишига олиб келади (кавитацияга қарши кураш усуллари тўғрисида кейинчалик тўхталамиз).

Идеал суюқлик модели.

Суюқликларнинг харакати текширилганда, одатда, ҳамма кучларни хисобга олиб бўлмагани учун , уларнинг суюқлик мувозанати еки харакати холатига таъсири катта бўлганларини сақлаб қолиб, таъсири кичикларини ташлаб юборамиз. Шу усул билан суюқликлар учун идеал ва реал суюқликлар модели тузилади. Хозирга вақтда суюқлик харакатини ифодаловчи умумий тенгламалар жуда мураккаб бўлиб, уни ечишни осонлаштириш учун юқорида айтилганидек соддалаштиришлар киритилади. Бундай соддалаштиришлар эса суюқликларнинг физик хоссаларига чегара қўяди ва бу суюқликлар идеал суюқликлар дейилади. Идеал суюқликлар абсолют сиқилмайдиган, иссиқликдан хажми ўзгармайдиган, чўзувчи ва силжитувчи кучларга қаршилик кўрсатмайдиган абстракт тушунчадаги суюқликлардир.

Реал суюқликларда эса юқорида айтилган хоссалар мавжуд бўлиб, одатда сиқилиши, иссиқликдан кенгайиши ва хажм ўзгариши жуда кичик миқдорга эга. Шунинг учун бу соддалаштиришлар ҳисоблашда унчалик ҳато бермайди. Идеал суюқликларнинг реал суюкликлардан ката фарқ қилишига олиб келадиган асосий сабаб, бу – силжитувчи кучга қаршилик кўрсатиш хоссаси, яъни ички ишқаланиш кучи бўлиб, унинг бу хусусиятини қовушқоқлик деган тушунча орқали ифодаланилади шунга асосан идеал суюқликларни ноқовушқоқ (невязкий), реал суюқликларни эса қовушқоқ суюқлик дейилади.

Ньютон қонунига бўйсинмайдиган суюқликлар

Юқорида айтилганидек, суюқликларга таъсир қилувчи қовушқоқлик зўриқиш кучи тезлик градиентига боғлиқ бўлиб, Ньютон қонуни бўйича бу боғланиш чизиқли бўлади. Шунинг учун агар абцисса ўқига $\frac{du}{dy}$ ни, ордината ўқига τ ни қўйиб график чизсак, у ҳолда бу графикни ифодаловчи 1.4- расмдаги 1-чизиқ (1.14) формулани ифодалайди. Бу график билан ифодаланувчи, яъни Ньютон қонунига бўйсинувчи суюқликлар Ньютон суюқликлари дейилади.

Ҳозир суюқликларнинг хоссаларини чуқуррок ўрганиш ва техникада ишлатиладиган суюқликлар турининг кўпайиши натижасида Ньютон қонунига бўйсинмайдиган кўпгина суюқликлар мавжуд эканлиги аниқланди. Бундай суюқликларда қовушқоқлик зўриқиш кучи τ умумий ҳолда тезлик градиенти $\frac{du}{dy}$ нинг функцияси сифатида қаралади:

$$\tau = f\left(\frac{du}{dy}\right)$$

Улар Ньютон қонунига бўйсинмайдиган суюқликлар деб аталади. Бу суюқликлар қуйидаги группаларга ажратилади.

1. Бингам суюқликлари (пластик ёпишқоқ суюқликлар). Бу суюқликлар кичик зўриқишларда озгини деформацияланиб, зўриқиш йўқолса, яна аввалги ҳолига қайтади. Зўриқиш кучи τ бирор τ_0 қийматдан ошса, ҳаракат бошланади. Бингам суюқликлари худди ньютон суюқликлари каби ҳаракатланади. Бу суюқликлар учун Ньютон қонуни ўрнида қуйидаги қонун қўлланилади.

$$\tau = \tau_p + \eta \frac{du}{dy} \qquad (1.4.10)$$

Бу ерда $\eta -$ структура ёпишқоқлиги деб аталади.(1.4.10) формула билан ифодаланувчи қонун 1.4.-расмдаги 2-чизиққа эга бўлади. Қуюқ суспензиялар, пасталар, шлам ва бошқалар пластик ёпишқоқ суюқликларга киради.

2. Сохта пластик суюқлик. Булар ньютон суюқликлари каби зўриқишнинг энг кичик қийматларида ҳам ҳаракатга келади. Лекин у тезлик градиенти ортиши билан камайиб бориб, секин –аста ўзгармас қийматга интилади. 1.4.-расмдаги 3-чизиқ. Унинг графиги логарифмик масштабда тўғри чизиққа яқин бўлганлиги учун кўрсаткичли функция кўринишида ифодаланади:

$$\tau = k\left(\frac{du}{dy}\right)^m \qquad (1.4.11)$$

Бу ерда R, m- тажрибадан аниқланувчи ўзгармас миқдордир.Ўзгармас m, одатда, 0 билан 1 орасидаги қийматларни қабул қилади. Бу суюқликларга силжитувчи зўриқишнинг тезлик градиенти нисбати μ_k ўхшаш ёпишқоқлик деб аталади.

3. **Дилатант суюқликлар сохта** пластик суюқликларга ўхшаш бўлиб,улардан тезлик градиенти ортганида μ_k ўсиб бориши билан фарқланади, силжитувчи зўриқиш (1.4.-расмдаги 4-чизиқ) формула билан ифодаланади. Дилатант суюқликларнинг фарқи шундаки, уларда m доимо 1 дан катта бўлади. Дилатант суюқликлар бингам ва сохта пластик суюқликларга нисбатан кам учрайди.

Бундан ташқари, τ ва $\dfrac{du}{dy}$ ўртасидаги боғланиш вақтга боғлиқ бўлган суюқликлар ҳам табиатда учраб туради. Уларнинг ёпишқоқлик коэффициенти зўриқишнинг қанча вақт таъсир қилганига қараб ўзгариб боради. Бундай суюқликларга кўпгина бўёқлар, сут махсулотларининг кўпгина турлари, турли смолалар мисол бўлади. Улар тиксотроп суюқликлар, реопектант суюқликлар ва максвелл суюқликлари деб аталувчи группаларга бўлинади. Бу суюқликларнинг яна бир хусусиятлари шундан иборатки, уларнинг баъзи турлари (максвелл суюқликлари) қўйилган зўриқиш кучи олиниши билан аввалги ҳолатига қисман қайтади (яъни ҳозирги замон фанининг тили билан айтганда, хотирлаш хусусиятига эга бўлади).

II Боб.

ГИДРОСТАТИКА

Турли жисмларнинг физик хоссаларини ўрганишда шу жисмларга хос характерга эга бўлган ҳолатларни ўрганиш керак бўлади. Суюқлик билан қаттиқ жисм орасида ва суюқлик билан газ орасида молекулаларининг ҳаракатлари орасидаги боғланишлар турлича бўлиши билан фарқланади.

Суюқликлар механикаси қонунларини ўрганишда молекулалар ҳаракати қонунлари ўрганилмайди ва бутун жисм ташқи куч таъсирида деформацияланувчи туташ муҳит деб қаралиб, деформациянинг шакллари ўрганилади. Шунинг учун суюқлик тушунчаси деформацияловчи зўриқишга қаршилик қилувчи механик хоссаларга нисбатан тушунилади.

Маълумки кучларни жисмга таъсирига кўра сиқувчи, чўзувчи ва кўчирувчи кучларга ажратиш мумкин. Суюқликлар сиқувчи кучларга қаршилик кўрсатади, лекин чўзувчи кучларга нисбатан кам қаршилик кўрсатади. Суюқликлар ҳолатининг ўзгариши деформация тезлиги орқали ўрганилади ва улар суюқлик заррачалари тезлик тақсимоти билан боғланган.

Худди шундай хоссаларга газлар ҳам эга бўлиб, суюқликдан фарқи шуки, сиқиш деформацияси таъсирида газлар ўз ҳажмини маълум маънода, термодинамика қонунлари асосида ўзгартиради.

Юқорида айтилганлар асосида физик жисмларни икки гуруҳга ажратиш мумкин: суюқ ва қаттиқ жисмлар.

Суюқликларнинг ўзини икки гуруҳга бўлиш мумкин томчиланувчи ёки сиқилмайдиган, газсимон ёки сиқилувчан суюқликлар.

Суюқликларнинг кўчишга нисбатан қаршилик кўрсатиш хоссаси-ёпишқоқлик дейилади ва барча реал суюқликларда асосан ёпишқоқлик хоссаси намоён бўлади ва улар ёпишқоқ суюқликлар дейилади.

Гидравликанинг кўпгина масалаларини текширишда суюқликнинг у ёки бу хоссасини қарамасдан идеал суюқликнинг назарий моделини қараш мумкин. Бу ҳол одатда инерция кучи ишқалиш кучидан анча катта бўлганда ўринли бўлади.

Кўп ҳолларда идеал суюқлик моделида абсолют сиқилмайдиган, ёпишқоқ бўлмаган суюқлик тушунилади.

Идеал суюқликларда кучланиш вектори таъсир этаётган сиртга нормал бўлади, бунда барча уринма кучланишлардан нормал кучланишлар анчагина катта бўлади ва ҳаракатдаги идеал суюқлик учун Паскал қонуни ўринли бўлади.

2.1 Суюқликлар мувозанати. Суюқликларга таъсир этувчи кучлар.

Суюқликларнинг эгаллаган ҳажмларидаги барча нуқталарига таъсир этувчи ташқи кучлар таъсирида ҳам суюқлик заррачалари қўзғолмас ҳолатда бўлса, бундай холат суюқликнинг мувозанат ҳолати дейилади.

Ташқи кучлар суюқлик сиртига таъсир этувчи, (сиртқи кучлар) яъни суюқликни чегараловчи сиртга таъсир этувчи кучлар ва суюқликнинг барча заррачалари массасига таъсир этувчи массавий кучларга бўлинади.

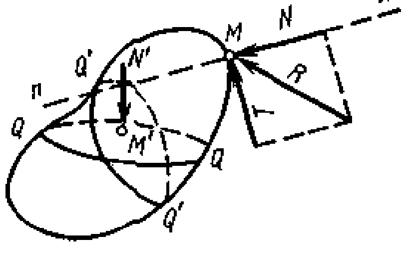
Агар қаралаётган суюқликнинг массаси бир жинсли бўлса, (яъни суюқликнинг зичлиги бутун ҳажм учун бир хил бўлса, массавий кучларни-ҳажмий кучлар деб аташ мумкин.

Демак сиртқи кучлар суюқликнинг ўзи таъсир қилаётган юзаси, массавий кучлар эса массасига тўғри пропорционалдир.

Мувозанатдаги суюқлик хоссаларини кўрамиз.

Суюқлик мувозанати ҳолатида кучларга қўйиладиган шартлар. Маълум сирт билан чегараланган суюқлик массасини қараймиз. (1.1 расм). Чегараловчи сиртнинг ҳамма нуқталарига, шунингдек M нуқтасига ҳам бирор R-куч таъсир этсин. Бу кучни икки ташкил этувчига ажратамиз: бири чегараловчи сиртга тик бўлган нормал - N бўйича йўналган ва иккинчиси чегараловчи сиртга уринма T бўйича йўналган - кучларга. Шу ажралучи нуқтада N ва T кучларнинг умумий таъсир этувчиси - R га тенг бўлади.

N - куч суюқликнинг ички нормали бўйича йўналган бўлиб - сиқувчи кучдир. Агар суюқликнинг барча сирт нуқталари бўйича фақат сиқувчи кучларгина таъсир этса, суюқлик бу сиқувчи кучларга қаршилик кўрсатади, яъни мувозанатда қолиши учун суюқликда реакция кучи, яъни қаршилик кучи вужудга келади .



Расм. 2.1

Агар N - кучлар суюқликни чегараловчи сиртга ташқи нормал бўйича таъсир этса, у ҳолда бу кучлар чўзувчи кучлар бўлиб, суюқликнинг мувозанатини сақлай олмайди.

Худди шундай, суюқликнинг заррачаларига уринма куч-T (силжиш кучи) таъсир этганда ҳам мувозанат бузилади, чунки силжишга қаршилик кўрсатувчи қаршилик кучи фақат суюқлик ҳаракати давомида пайдо бўлади (2.1 расм).

Юқорида келтирилган ташқи кучнинг суюқликни чеголовчи сиртга таъсири остида шу суюқлик массаси мувозанатда бўлиши учун, яъни суюқлик ўзининг мувозанат ҳолатини сақлаши учун суюқликни чегараловчи сиртнинг нуқталарига таъсир этаётган ташқи кучлар суюқликни чегараловчи сиртнинг ички нормали бўйича йўналган бўлиши шарт.

Паскал қонуни. Суюқлик заррачаларининг идиш деворларига босими суюқлик жойлашган идиш деворларига нормал йўналган бўлади.

Суюқликнинг мувозанатида заррачаларнинг ўзаро таъсири. Мувозанатдаги суюқлик заррачалари массаларининг ўзаро таъсирини тушуниш учун, қаралаётган суюқлик массасини ихтиёрий Q сирт билан икки қисмга бўламиз. Бўлувчи кесим юзаси ҳар иккала қисм сиртларининг бўлаги ҳисобланади.

Шу сиртда ихтиёрий M' нуқтани оламиз ва бу нуқтани массанинг қуйи (юқори) қисмига тегишли деб фараз қиламиз. Заррача массаси сиртнинг юқори қисми, заррача сиртининг қуйи қисмига таъсир кўрсатади ва ташқи кучнинг таъсири сифатида қаралади ва бу таъсир M' нуқтадаги сиқиш кучи бўлиб, сиртнинг шу нуқтадаги ички нормали бўйича йўналади. Заррача массасига $Q_1, Q_2, ..., Q_n$ сиртларни ўтказсак, ҳар бир сиртнинг ихтиёрий нуқтасига сиқилиш кучлари таъсир қилишини аниқлаймиз.

Нуқтадаги гидростатик босим. Суюқлик ичиги бирор нуқта атрофида $\Delta\omega$-кичик юзачани оламиз. Бу юзачага таъсир қилувчи куч dP унга нормал (тик) бўйича йўналган бўлиб ,$\frac{\Delta P}{\Delta\omega}$ нисбатнинг M' нуқтадаги лимити- кучланиш дейилади:

$$p = \lim_{\Delta\omega \to 0} \frac{\Delta \mathrm{P}}{\Delta\omega} \qquad (2.1.1)$$

Сиқилишдаги кучланиш гидравликада берилган нуқтадаги гидростатик босим дейилади.

Натижа: Берилган ҳажмдаги суюқлик мувозанатда бўлганда унинг ихтиёрий заррачаси шу ҳажм ичида сиқувчи кучланишга эга бўлиб, уринма кучланишлар мавжуд эмас.

Гидростатиканинг асосий теоремаси. Агар суюқлик мувозанат ҳолатда бўлса, унинг берилган нуқтасидаги гидростатик босим йўналишга боғлиқ эмас, яъни босим барча йўналиш бўйича бир хил тарқалади[10]:

$$p_x = p_y = p_z = p_n$$

Бу ерда p_x, p_y, p_z, p_n босимнинг Ox, Oy, Oz координата ўқларидаги проекциялари бўлиб ва нормал йўналиши билан маълум бурчак ташкил этади.

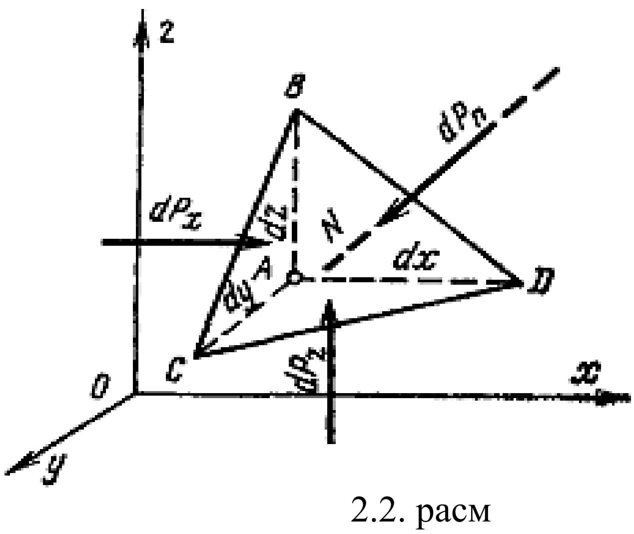
Мувозанатдаги ρ-зичликка эга суюқлик массаси ичида кичик ҳажмли, ёқлари мос равишда dx, dy, dz тенг ва мос координата ўқларига параллел бўлган тетраэдрни қараймиз. У ҳолда унинг массаси:

$$dm = \frac{1}{6}\rho dxdydz$$

тенг бўлади, (ρ -зичлик).

Фараз қилайлик ажратилган ҳажм ичидаги суюқлик мувозанатини йўқотмаган ҳолда қотган бўлсин. У ҳолда dm масса қаттиқ жисм массаси ҳолида мувозанатда бўлади. Қаттиқ жисмнинг статик тенгламалари эса қуйидаги шартларни қаноатлантиради:

Сиртқи кучлар. Суюқликни ўраб турган элементар тетраэдрнинг ёқларига таъсир қилувчи босим кучлари тетраэдрнинг ёқлари сонига қараб, тўртта бўлади.



2.2. расм

ABD ёққа таъсир этувчи куч:

$$dP_x = p_x \frac{1}{2} dy\, dz \qquad (2.1.2)$$

P_x - ўрта гидростатик босим бўлиб, $\frac{1}{2} dy\, dz$ юзага эга бўлган ABD учбурчакка таъсир этувчи босим. dP_x - куч ox ўққа параллел бўлиб, ўқнинг мусбат томонига йўналган, демак тенгламага мусбат ишора билан киради.

dP_y, dP_z кучлармос равишда ABC ва ACD ёқларга босим кучлари бўлиб, oy ва oz ўқларга параллел, уларнинг ox ўқига проекцияси нолга тенгдир.

Тўртинчи куч dP_n - куч бўлиб BCD тетраэдрнинг BCD ёғига таъсир этувчи босим кучи

$$dP_n = \vec{p}_n d\omega$$

(dP_n - BCD ёққа таъсир этувчи ўрта гидростатик босим кучи, $d\omega$ - шу BCD ёқнинг юзаси.) Шу кучнинг ох ўқига проекцияси:

$\vec{n}-$нормал, BCD юзадаги $\vec{p}_n -$кучланиш $\vec{n}-$нормалга тескари йўналган бўлгани учун

$$dP_n \cos(N,^\wedge ox) = p_n d\omega \cos(N,^\wedge ox)$$

бўлиб, тенгламага минус ишора билан киради, чунки ox ўқининг манфий томонига йўналган. $d\omega \cos(N,^\wedge ox)$ кўпайтма BCD учбурчак юзасининг yOz текислиги проекциясини ифодалайди ва

$$d\omega \cos(n,^\wedge ox) = \frac{1}{2} dydz = S_{BCD}$$

2.2 расмдан маълумки:

$$d\omega \cos(N,^\wedge oy) = S_{ABD} \ ;$$

$$d\omega \cos(N,^\wedge oz) = S_{ABD}$$

га тенг, шунинг учун N-нормаль ва ox ўқи орасидаги бурчак чизиқли икки ёқларидан ҳосил бўлган бурчакдир. Демак dP_n кучнинг ox ўқига проекцияси:

$$d\vec{p}_n = p_n d\omega \cos(N,^\wedge ox) = \frac{1}{2} p_n dydz \qquad (2.1.3)$$

Ҳажмий (массавий) кучлар. Элементлар тетраэдрга таъсир этувчи dR-кучга келтирилади. dR - куч ox, oy, oz ўқлари билан мос равишда α, β, γ - бурчакларни ташкил этади ва қуйидагига тенг бўлади:

$$dR = dma_V$$

бу ерда dm - тетраэдрнинг массаси

$$\mathrm{dm} = \frac{1}{2}\rho dxdydz$$

га тенг a_V -заррача ҳажмий кучининг тезланиши, хусусий ҳолда эркин тушиш тезланиши $-g$.

Тетраэдрнинг инерциал кучи dR нинг координата ўқларидаги проекцияларини мос равишда *x, y, z* деб белгилаймиз:

$$dR_x, dR_y, dR_z :$$

$$d\vec{R} = dR_x\vec{i} + dR_y\vec{j} + dR_z\vec{k}$$

У ҳолда $d\vec{R}$ инерция кучининг ox, oy, oz ўқларига проекциялари қуйидаги кўринишда бўлади:

$$dR_x = \frac{1}{6}\rho dxdydzn_x$$

$$dR_y = \frac{1}{6}\rho dxdydzn_y \qquad (2.1.4)$$

$$dR_z = \frac{1}{6}\rho dxdydzn_z$$

бу ерда

$$\alpha = \vec{R},^{\wedge} ox, \beta = \vec{R},^{\wedge} oy, \gamma = \vec{R},^{\wedge} oz$$

Бу ерда n_x, n_y, n_z лар $\vec{n}$ векторни координата ўқларидаги проекциялари.

Юқоридаги системадан проекциялар тенгламасига фақат dR_x кириши, қолганларининг эса нолга тенглиги маълум. Шундай қилиб, сиртга таъсир этувчи кучлар тенг таъсир этувчиси

$$\sum F_x = 0$$

бўлади.

$$\sum \mathrm{F_x} = \frac{1}{2}p_x dydz - \frac{1}{2}p_n dydz + \frac{1}{6}\rho dxdydz \cdot X = 0 \qquad (2.1.5)$$

Бу ерда X, Y, Z лар массавий куч компонентлари.

$\vec{F}$ - таъсир этаётган куч бўлса

$$\vec{F} = \rho F d\tau$$

бўлади. Ташқи куч $\vec{F}$ таъсирида суюқлик мувозанатини сақлаши учун ушбу тенглик ўринли бўлиши керак

$$\vec{F}, rot\vec{F} = 0$$

$ABCD$ тетраэдрнинг сиртқи ва массавий кучлар таъсиридаги мувозанат ҳолат тенгламаси:

$$d\vec{R} = dR_x + dR_y + dR_z + dP_n \qquad (2.1.6)$$

бўлиб уни ушбу кўринишда ёзамиз:

$$\frac{1}{3}\rho haS_{BCD} = d\vec{R};$$

$$\frac{1}{3}\rho haS_{BCD} = P_1S_{ABD} + P_2S_{ABC} + P_3S_{ACD} - P_n\vec{n}S_{BCD};$$

$\vec{n}$ нормалли сиртга таъсир қилувчи куч

$$d\vec{P}_n = -p_n\vec{n}S_{BCD} \qquad (2.1.7)$$

$p_n - BCD$ юзадаги босим, бу ерда:

$$\vec{n} = n_x\vec{i} + n_y\vec{j} + n_z\vec{k}$$

Демак: Нуқтадаги гидростатик босим ихтиёрий йўналиш бўйича бир хил тарқалади, тарқалиш катталиги йўналишига боғлиқ эмас. Ҳар бир нуқтадаги гидростатик босим фақат нуқта кординаталарининг функциясидир, яъни:

$$p_x = p_y = p_z = -p \qquad (2.1.8)$$

ва умумий ҳолда гидростатик босим p - координаталар ва вақтнинг функцияси:

$$p = f(x, y, z, t) \qquad (2.1.9)$$

Бу функция эса ташқи кучнинг вақт бирлигида ўзгаришини кўрсатади. Бундай ҳоллар мураккаб бўлиб, бу китобда қаралмайди.

2.2 Суюқлик мувозанати дифференциал тенгламаси. Эйлер тенгламаси.

Элементар $ABCDA'B'C'D'$ параллелипипеднинг мувозанатини қараймиз (2.3 расм). Уни қаттиқ жисм деб қараб, таъсир этувчи кучлар проекциялари тенгламасини тузамиз:

$$\sum F_x = 0,$$
$$\sum F_y = 0 \ ,$$
$$\sum F_z = 0$$

ва момент тенгламаларини системадан чиқариб ташлаймиз.

Сиртқи кучлари проекцияси. Параллелипипед ёқлари бўйича олтита проекция мавжуд. Шундан

$$\sum F_x = 0$$

тенгламага фақат иккита dP ва dP' кучлар киради.

$ABCD$ ёққа таъсир этувчи dP босим кучи:

$$dP = pdydz$$

$A'B'C'D'$ ёққа таъсир этувчи dP' босим кучи:

$$dP' = p'dydz$$

P, P' - $ABCD$, $A'B'C'D'$ ёқларга таъсир этувчи ўртача гидростатик босим $(P' \neq P)$.

$$dP' - dP = \left[p(x+dx, y, z) - p(x, y, z)\right]dydz$$

$$P'(x+dx, y, z) = P(x, y, z) + \frac{dP}{dx}dx - |dx| << 1$$

Бўлганда, Маклорен қаторида ёйиб биринчи икки ҳадини оламиз

$$P'(x+dx, y, z) = P(x, y, z) + \left.\frac{dP}{dx}\right|_{x,y,z} dx + ...$$

Бундан

$$dP'_{ABCD} - dP_{ABCD} = \frac{dp}{dx}dxdydz$$

келиб чиқади.

P' ни топамиз. Маълумки $p = f(x, y, z)$, демак параллелепипеднинг бир ёқ томонидан иккинчисига ўтишда босим фақат бир координата бўйича ўзгаради.

Ҳақиқатда параллелепипеднинг $ABCD$ ёғининг ихтиёрий нуқтасидан $A'B'C'D'$ ёқдаги мос ихтиёрий нуқтага ўтганда, яъни A нуқтадан A' нуқтага ёки B нуқтадан B' нуқтага ўтганда фақат битта x координата ўзгаради. Шунинг учун ҳам ўрта гидростатик босим p - фақат бир координата x -аргументнинг ўзгаришига боғлиқ бўлади.

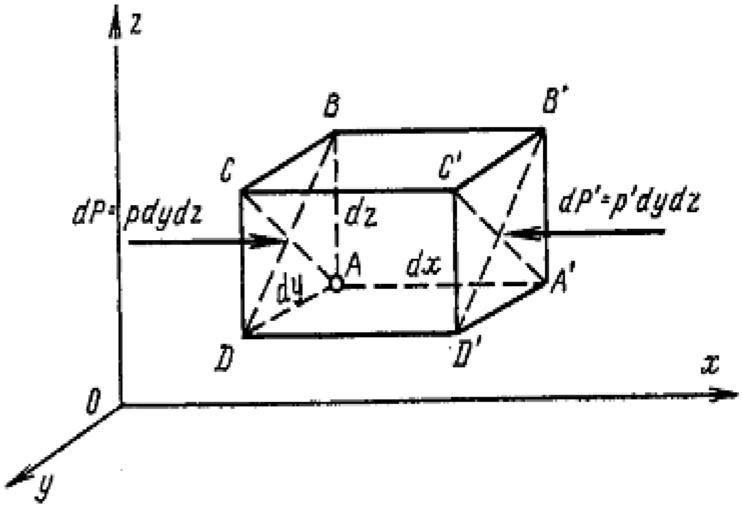
Демак,

$$\overline{\overline{P}}^{1} = \overline{\overline{P}} + \frac{\partial p}{\partial x}dx$$

$$P'(x+dx, y, z) = P(x, y, z) + \frac{dP}{dx}dx$$

$$dP^{1} = p^{1}dydz = (p + \frac{\partial p}{\partial x}dx)dydz$$

$dP^{'}$ тенгламага манфий ишора билан киради:



Расм. 2.3

Ҳажмий кучлар проекцияси. dR-ҳажмий куч массанинг тезланишнинг мос координата ўқига проекцияси кўпайтмасига тенг: яъни $dR_x = \rho dxdydz \cdot X$

бу ерда ρ -суюқлик зичлиги, dx, dy, dz -ажратилган элементар ҳажм, - X dR куч тезланишининг ox ўққа проекцияси.

Кўрсатилган сирт кучи ва хажмий кучлар проекцияларнинг йиғиндиси

$$\sum F_x = 0$$

тенгламани қаноатлантиради яъни:

$$\sum F_x = pdydz - (p + \frac{\partial p}{\partial x}dx)dydz + \rho dxdydz \cdot F_x = 0$$

(2.2.1)

Бу тенгламадаги ўхшаш ҳадларни қисқартириб ва параллеллипипед ҳажми

$$dW = dxdydz$$

га бўлиб юборсак, бирлик ҳажмга таъсир этувчи кучлар проекцияси тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_x = 0 \qquad (2.2.2)$$

Худди шу йўл билан қолган икки:

$$\sum F_y = 0,$$
$$\sum F_z = 0$$

тенгламаларни ҳам ҳосил қиламиз. Шундай қилиб суюқликнинг мувозанат шарти учун қуйидаги учта дифференциал тенгламалар системасига эга бўламиз:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho X &= 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho Y &= 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho Z &= 0 \end{aligned} \qquad (2.2.3)$$

Бу тенгламалар системаси суюқликлар мувозанати дифференциал тенгламаси яъни ***Эйлер*** тенгламаси дейилади. Бу тенглама сиқилувчи ва сиқилмайдиган суюқликлар учун умумийдир.

Гидростатикнинг асосий тенгламаси. Эйлер тенгламасининг биринчи тенглигини dx га иккинчисини dy га, учинчисини dz га кўпайтириб натижаларини қўшсак, қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right) + \rho(Xdx + Ydy + Zdz) = 0 \qquad (2.2.4)$$

dx, d, dz - координата ўқларининг дифференциаллари. Гидростатик босим p - x, y, z эркин ўзгарувчиларнинг функцияси бўлгани учун унинг тўла диффенциали:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz$$

У ҳолда (2.1.4) тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz) \qquad (2.2.5)$$

Бу тенгламани суюқликларнинг тинч холатдаги мувозанатининг асосий тенгламаси дейилади.

dp - $p(x, y, z)$ функциянинг тўла дифференциали бўлгани каби, $\rho - const$ бўлганда (2.2.5) тенгламанинг ўнг томони ҳам $U(x, y, z)$ функциянинг тўла дифференциали бўлади, яъни:

$$Xdx + Ydy + Zdz = dU(x, y, z) \qquad (2.2.6)$$

маълумки

$$X = \frac{\partial U}{\partial x}, Y = \frac{\partial U}{\partial y}, Z = \frac{\partial U}{\partial z}.$$

Бу ерда X, Y, Z лар тезланиш проекциялари деб эмас, бирлик массага тенг ҳажмнинг координаталари деб қаралади. $U(x, y, z)$ функциянинг хусусий ҳосилалари ҳажмий кучларнинг проекцияларини ифодалайди ва бу функция куч функцияси дейилади. Назарий механика курсидан маълумки, куч функцияси тескари ишора билан олинган куч потенциалига тенг:

$$U(x, y, z) = -\Pi(x, y, z)$$

Демак, агар суюқлик сиқилмайдиган бўлса фақатгина потенциалга эга бўлган кучлари таъсиридагина тинч ҳолати сақланиши мумкин. (2.2.5) тенглама икки p ва ρ номаълум катталикларни ўз ичига олади. Босим - p, зичлик - ρ ва ҳарорат - T орасидаги боғланишни кўрсатувчи тенглама - характеристик тенглама дейилади. Тўйинган газлар учун характеристик тенглама:

$$\rho = \frac{P}{gRT} \qquad (2.2.7)$$

Бу ерда p -гидростатик босим, g - эркин тушиш тезланиши, R ва T мос равишда газ доимийси ва абсолют ҳароратдир.

Сиқилмайдиган суюқликлар учун характеристик тенглама қуйидаги кўриниш эга:

$$\rho = const$$

Бу ҳолда ρ - зичликни маълум деб ҳисоблаш мумкин.

$\rho \neq const -$ зичлик ўзгарувчан бўлса $\vec{F}$ кучлар $\left[\vec{F}, rot\vec{F}\right] = 0$ шартни бажарганидагина бу кучлар таъсирида суюқлик мувозанат ҳолатини сақлайди.

Суюқлик сиқилувчан бўлса ва суюқликдаги термодинамик жараён баротропик бўлса, яъни:

$$p = p(\rho)$$

босим функциясини киритиш мумкин бўлади

$$\mathrm{P} = \int \frac{dp}{\rho}$$

бундан

$$d\mathrm{P} = \frac{dp}{\rho}$$

ёки

$$dp = \rho d\mathrm{P}$$

бу ҳолда (2.2.5) дан (2.2.6) тенгликни ушбу кўринишда олиш мумкин:

$$dp = dU \qquad (2.2.8)$$

Агар жараён политропик бўлса,

$$p = p_0 (\frac{\rho}{\rho_0})^n$$

n -политропия коэффициенти, (2.2.8) тенгликдан

$$\frac{n}{n-1}\frac{p}{\rho} = U + const$$

муносабат олинади [30]: яъни,

$n = 0$ бўлса $p = const$ - суюқликда босим ўзгармас изобарик жараён;

$n = \infty$ бўлса $\rho = const$ - сиқилмайдиган суюқлик изохорик жараён;

$n = \dfrac{C_p}{C_V}$ бўлса $\rho = const$ - адиабатик жараён бўлади.

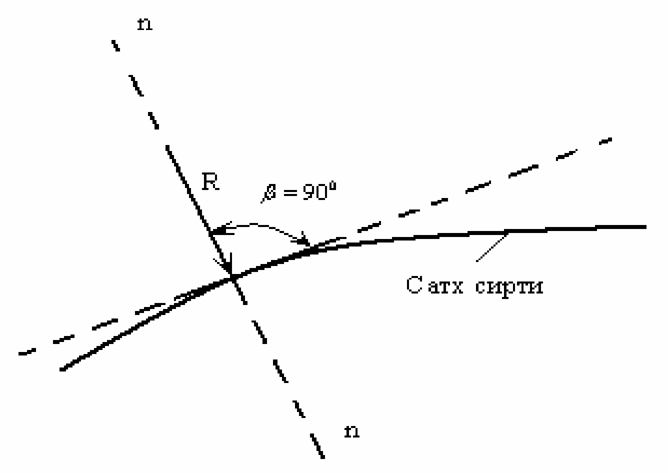
Идеал тўйинган газ (масалан ҳаво)

$n = 1$ бўлса ҳарорат $T = const$ ўзгармас бўлади ва бу изотермик жараён дейилади.

Сатҳ сирти. Сиртнинг ҳар бир нуқтасида берилган функция бир хил қийматга эга бўлса, бундай сирт-сатҳ сирти дейилади. Функциянинг физик қиймати ҳар хил бўлиши мумкин. Бир хил босимли, бир хил ҳароратли, бир хил зичликли сиртлар бунга мисол бўла олади. Гидравликада муҳим сиртлардан бири кўпроқ бир хил босимли сиртлардир. Қўзғолмас сатҳ сиртининг тенгламасини тузамиз, шу шарт билан гидростатиканинг асосий тенгламасини қараймиз (2.2.5) сатҳ сиртда:

$dp = 0$, $p = const$ бўлиши шартидан:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0 \qquad (2.2.9)$$



Расм. 2.4

бу дифференциал тенглама босим сатҳ сирти тенгламаси ҳисобланади бу ерда X, Y, Z координаталарнинг функцияларидир.

Сатҳ сиртининг <u>биринчи хоссаси</u>: икки турли сатҳ сирти ўзаро кесишмайди.

Исбот: фараз қилайлик тескарисини, яъни икки сатҳ сирти ўзаро кесишади, у ҳолда кесишиш чизиғининг ҳар бир нуқтасида босимлар p_1 ва p_2 ўзаро тенг бўлиши керак, бу эса гидростатиканинг асосий теоремасига зид, яъни босим текисликдаги барча нуқтада бир хил тақсимланган. Демак, икки сирт сатҳи ўзаро кесишмайди.

<u>Иккинчи хоссаси:</u> ташқи ҳажмий кучлар сатҳ сирти нормали бўйича йўналади.

Исбот. Маълумки R - кучнинг чексиз кичик ds - йўлда силжиши натижасида бажарган элементар ишини аниқлаш учун қуйидагивекторларни киритамиз:

$$d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k};$$

$$dA = RdS = (\vec{R}, d\vec{r});$$

$$\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} + R_z\vec{k}$$

Тенгликлардан бажарилган элементар иш dA ни аниқлаймиз:

$$dA = R_x dx + R_y dy + R_z dz$$

бу ерда R_x, R_y, R_z - R инерция кучининг мос координата ўқларидаги проекциялари бўлиб, бажарилган ишни улар орқали ёзамиз:

$$dA = dmXdx + dmYdy + dmZdz = dm(Xdx + Ydy + Zdz)$$

лекин сирт сатҳи тенгламасининг кўринишини ҳисобга олсак, R кучнинг бажарган иши

$$dA = 0$$

бўлади. Лекин

$$dA = R\cos\beta ds = 0$$

бу ерда β - R ва S сатҳ сирти уринма йўналиши орасидаги бурчак, юқоридаги шарт бажарилиши учун

$$\cos\beta = 0$$

бўлиши керак. Демак ташқи ҳажмий кучлар сатҳ сиртида ўзгармас бўлади ва S сиртнинг уринмаси йўналишига перпендикуляр, яъни

$$\vec{R} \perp \vec{\tau}\ .$$

бўлар экан.

2.3. Вазнли суюқлик мувозанати.

Суюқлик оғирлик кучи (ернинг тортиш кучи) таъсирида мувозанатда бўлсин. Бу ҳолда ҳажмий куч сифатида ернинг тортиш кучи ва ҳажмий кучларнинг тўлиқ тезланиши сифатида эса эркин тушиш тезланиш олинади ва

$$g = const$$

деб ҳисобланади. Декарт координаталар системасида OZ координата ўқини юқорига йўналтирамиз ва оғирлик кучи тезланиши проекцияларини, яъни эркин тушиш тезланиши проекцияларини топамиз. Юқоридаги фаразга асосан:

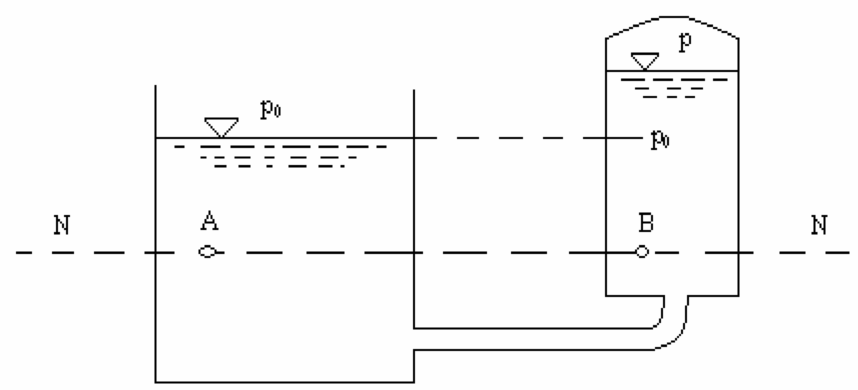
$$X = 0, Y = 0, Z = -g\ ,.$$

Сирт сатҳи тенгламасига (2.2.9) X, Y, Z координаталарнинг юқоридаги қийматини қўйсак, қуйидаги ифодани топамиз:

$$gdz = 0 \qquad (2.3.1)$$

бу ерда

$$z = const = C \qquad (2.3.2)$$



Расм. 2.5

C - ихтиёрий ўзгармас. (2.2.9) тенглама горизонтал текисликлар тенгламаси бўлиб, XOY текисликка параллелдир.

Суюқлик мувозанати ернинг тортиш кучига таъсир этганда сирт сатҳи горизонтал текисликлардан иборат бўлар экан. A нуқтадаги босим, B нуқтадаги босимга тенг бўлар экан. Агар иккала нуқта ҳам бир сирт сатҳида ётса, 1.5. расм

Ернинг тортиш кучи таъсиридаги суюқликлар мувозанатининг асосий тенгламаси.

Гидростатикани асосий тенгламасидан, яъни (2.2.5) бизга маълумки:

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

Бу ерда фақат ернинг тортиш кучи ер сиртига нормал йўналишда таъсир қилади, шунинг учун:

$$dx = 0,\ dy = 0,\ dz = 0,$$

яъни (2.2.5) ни ҳисобга олсак

$$dp = -\rho g dz \qquad (2.3.3)$$

Сиқилмайдиган суюқликлар учун юқоридаги (2.3.3) тенгликдан интеграл оламиз.

$$\frac{p}{\rho g} + z = C = const$$

Интеграл ўзгармас миқдори C - ни чегаравий шартлардан топамиз. Суюқликлар эркин сиртида. Қуйидаги шартлар бажарилади:

$p = p_0$ ва $z = z_0$

(p_0 -эркин сиртдаги босим)

Демак ,

$$C = \frac{p_0}{\rho g} + z_0$$

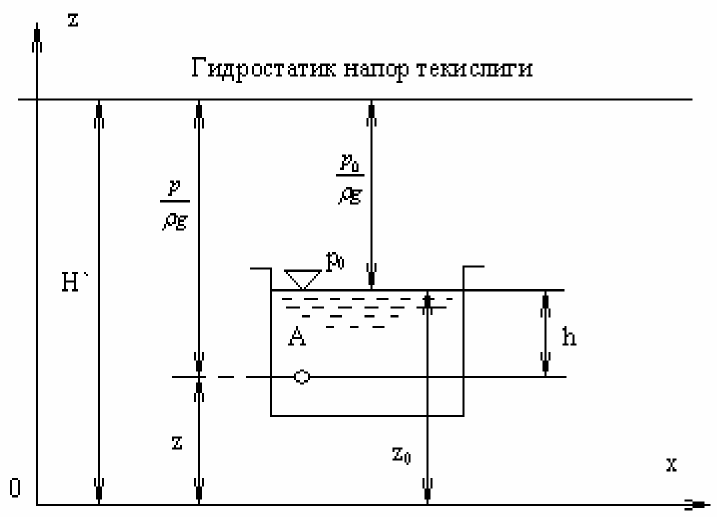
Бу ифодани тенгламага қўйсак:

$$\frac{p_0}{\rho g} + z = \frac{p_0}{\rho g} + z_0 = H^1 = const \qquad (2.3.4)$$

Бу тенглик оғирлик кучи таъсирида мувозанатда бўлган суюқлик тенгламасидир. Бу тенгликни қуйидагича ёзиб олиш мумкин:

$$p = p_0 = F = \rho g(z_0 - z) \qquad (2.3.4a)$$

СИ бирликлар системасида босим учун паскаль қабул қилинади ва:



Расм. 2.6

$$1\text{П}a = 1\frac{H}{м^2} \approx 0{,}1\frac{кгк}{м^2} = 10^{-5}\,бар \approx 9{,}8\cdot 10^{-6}\,ат \approx 7{,}5\times 10^{-3}\,мм.симоб.устуни$$

(2.3.4а) формуладаги ρg - ифода кучни билдиради, бу куч $1м^3$ ҳажм бирлигидаги суюқликка бўлган ернинг тортиш кучини ифодалайди.

(2.3.4) формуладаги қўшилувчилар узунлик бирлигида ифодаланган бўлиб, z ва z_0 суюқликдаги нуқтанинг xOy текислигидан қанча баландликда жойлашганлигини билдиради. Формуладаги бошқа қўшилувчилар ҳам узунлик бирлигида келтирилган бўлиб, физик маъноси жиҳатдан турличадир. Лекин z, z_0 нуқталарнинг жойлашиши танланган сатҳ (масалан ер сирти) баландлиги - $\frac{p}{\rho g}$, босим p га боғлиқ баландлик бўлиб, $\rho = const$ бўлса, уни гидростатик босим баландлиги дейилади. Гидростатик баландлик ($\frac{p}{\rho g} = z$)га тенг ва суюқликнинг барча заррачалари учун ўзгармасдир. Шунинг учун ҳам $H^{'}$ маълум горизонтал xoy текисликка параллел текисликнинг координатаси бўлиб, озод сиртдан юқорида жойлашган (1.6 расм):

$$\Delta h = (H^{'} - z_0) = \frac{p_0}{\rho g}$$

формуладан:

$$\frac{p - p_0}{\rho g} = z_0 - z = h \qquad (2.3.5)$$

эканлигини топамиз. h - катталик берилган нуқтанинг озод сиртдан қанча чуқурликда жойлашганлигини билдиради. Худди шу каби $(p - p_0)$ ташқи босим таъсир этмагандаги босимни $(p_0 = 0)$ билдиради ва уни ортиқча босим деб атаймиз:

$$p_{орт} = p - p_0$$

Ортиқча босим суюқликнинг оғирлик кучи таъсирида вужудга келувчи босим экан. (2.3.5) формуладан

$$\frac{p}{\rho g} = z_0 - z = h \qquad (2.3.6)$$

$$p = \rho g h$$

p - ҳақиқий босимни абсолют босим десак,

$$p_{абс} = p_{орт} + p_0$$

Абсолют босим ҳар доим мусбат катталикда $p_{абс} \geq 0$, бўлиб, $p_{орт}$ – орттирма босим, $p_{абс} - p_0$ айирмаси сифатида манфий ёки мусбат бўлиши мумкин.

$$p_{орт} = (p - p_0) \geq 0$$

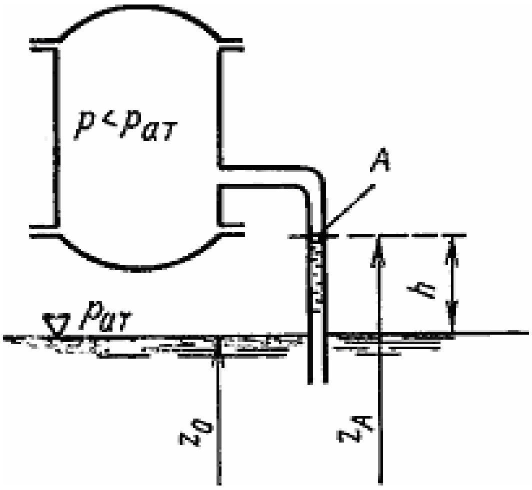
Агар

$$p_{орт} \leq 0$$

даги $z \geq z_0$ бу эса берилган A нуқта суюқлик озод сиртдан юқорида эканлигини билдиради ва босим атмосфера босими ҳисобланади (1.7 расм)

Абсолют ва чегирма босим тарқалиши қонунияти қуйидаги формулалар орқали берилади. Абсолют босим учун

$$p_{абс} = \rho g(H' - z) = f(z)$$



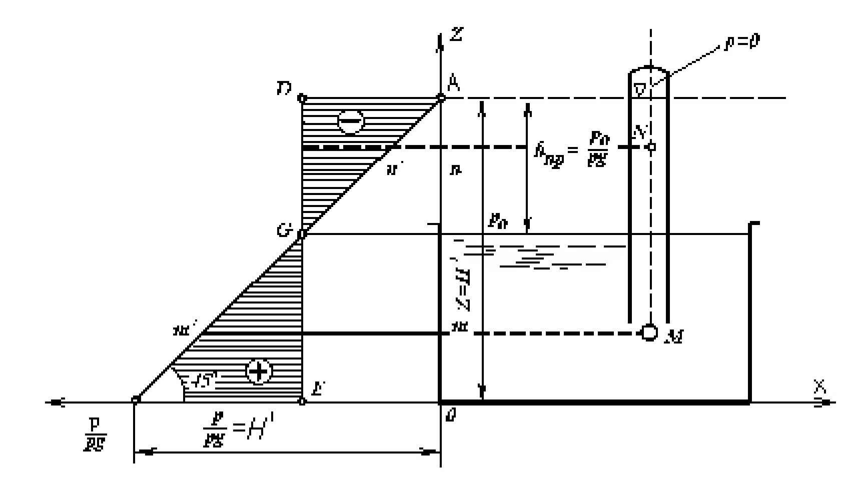
Расм 2.7

Чегирма босим учун (2.3.6) формуладан

$$p_{орт} = \rho g(z_0 - z)$$

Иккала ҳолда ҳам, чизиқли қонунга эга бўламиз ва абсолют босим координата Z камайиши билан ортади, яъни нуқтанинг бошланғич z_0 координатасиг ортиши билан ортиқча ва абсолют босимлар ортиб боради.

2.8 расмда абсолют ва ортиқча босимлар Z ва $\frac{p}{\rho g}$ координаталар орқали графикда кўрсатилган.



Расм. 2.8.

Учбурчак $OABO$ абсолют босим ўзгариши қонуниятини ифодалайди. Умумий G - нуқтага эга бўлган қолган учбурчаклар эса, ортиқча босим ўзгариши қонуниятини ифодалаб, қуйи учбурчак BGE ортиқча босимнинг $\frac{p_{орт}}{\rho g} \rhd 0$ ортишини, юқори учбурчак эса ортиқча босимнинг $\frac{p_{орт}}{\rho g} \lhd 0$ камайишини кўрсатади.

Агар $p_0 = p_{ат}$, манфий ортиқча босим вакуум дейилади ва $h_{вак}$ - вакумметрик баландлик дейилади. Шунга мос равишда шуни айтиш мумкинки вакуумнинг максимал қиймати H^1 баландликдаги нуқталарда эришилади ва бу нуқталарда абсолют босим нолга тенг бўлади.

Гидростатика асосий тенгламасининг энергетик таълили. Гидростатиканинг асосий тенгламаси узунлик бирлигида қуйидагича ёзилган эди:

$$\frac{p}{\rho g} + z = H' = const$$

Бу ифодани иш бирлиги ёки энергия бирлигида ёзиш учун тенгламани куч бирлиги $Н$ - ньютонга ёки энергия бирлиги $Дж$ га кўпайтириб куч ўлчам бирлигига келтириш керак. Тенгламанинг ҳамма ҳадлари шу ўлчам бирлигига ёки энергия ўлчамлиги $Дж$ - джоульга келади. Суюқлик мувозанатда бўлгани учун у фақат потенциал энерцияга эга бўлади. Демак тенгламага кирувчи ҳар бир ҳад мос равишда потенциал энергия кўринишини олади.

$\dfrac{p}{\rho g}$ – потенциал энергия бўлиб, гидростатик босим билан аниқланади. Шунинг учун ҳам бу қўшилувчини босим энергияси деб қараш мумкин.

Z - ўрин энергияси, суюқлик массасининг Z - баландликдаги жойлашган ўрни энергияси.

$H^1 = (\dfrac{p}{\rho g} + Z)$ - потенциал энергия запаси, яъни оғирлиги $1H$ массага нисбатан потенциал энергия.

$$m = \frac{1}{g} = \frac{1}{9,81} кг = 0.103 кг.$$

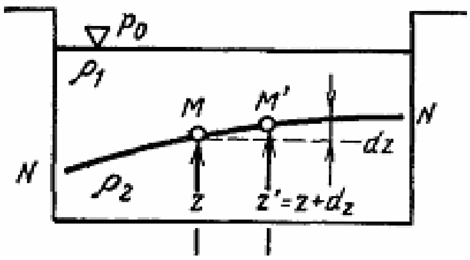
Паскаль қонуни. Бўлувчи сирт. (2.3.4) формуладан, яъни оғирлик кучи таъсирида бўлган суюқликнинг мувозанати тенгламасидан,

$$p = p_0 + \rho g(z - z_0)$$

кўриш мумкинки, ташқи босим p_0 нинг $p_0^1 = p_0 + \Delta p$ га ўзгариши билан мувозанатдаги суюқликнинг ҳар бир нуқтасининг босими Δp га ўзгаради. Демак суюқлик босими босим қўйилган нуқтанинг атрофида бир текис тарқалиш хоссасига эга.

Паскаль қонуни. Мувозанатдаги суюқликнинг чегаравий сиртидаги босими, унинг ҳамма заррачаларига турли йўналишда ўзгаришсиз бир хил катталикда узатилади.

Аралашмайдиган суюқликларни ажратувчи сирт. Агар резервуарга икки хил ўзаро аралашмайдиган (сув ва симоб) ρ_1 ва ρ_2 турли зичликка эга бўлган суюқлик тўлдирилган бўлса, у ҳолда улар қатлам-қатлам бўлиб жойлашади.



Расм 2.9.

Қатламларни ажратувчи $N - N$ сиртнинг, яъни бўлувчи сиртнинг формасини топамиз. Бўлувчи сирт орқали M нуқтадан M' нуқтага ўтганда юқори қатламдаги суюқлик учун босимнинг ўзгаришини топамиз:

$$dp = -\rho_1 g dz.$$

қуйи қатламдаги босимнинг ўзгариши учун эса,

$$dp = -\rho_2 g dz$$

деб ёзамиз, ҳар иккаласини бир-биридан айирганимизда:

$$g(\rho_1 - \rho_2)dz = 0$$

Тенгликка эга бўла оламиз, лекин $\rho_1 \neq \rho_2$, яъни қуйи ва юқори қатламларнинг зичликлари турли бўлгани учун ушбу тенгликни оламиз:

$$dz = 0$$

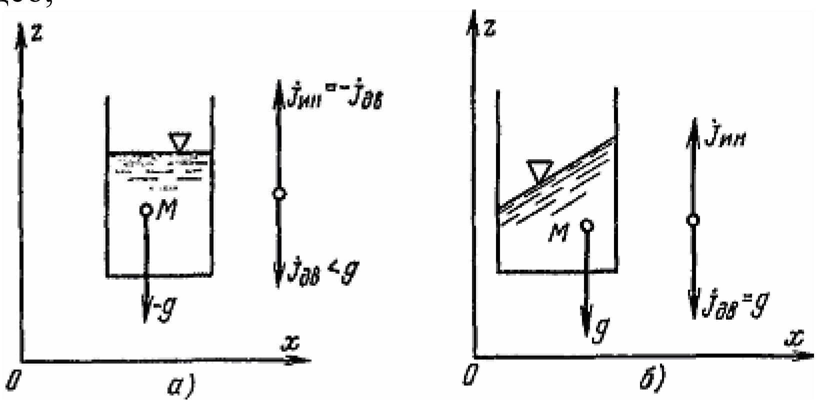
бундан

$$z = const.$$

Мувозанатдаги суюқликларни ажратувчи текислик горизонтал текисликдир деган хулосага келамиз. Суюқликларнинг баландликда жойлашиши уларнинг материал системаси турғунлиги билан ўлчанади. Маълумки турғун ҳолатдаги системанинг оғирлик маркази пастроқда жойлашади. Шунинг учун зичлиги каттароқ суюқлик зичлиги камроқ суюқликка қараганда пастки қатламда жойлашади

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Нисбий мувозанат. Ҳаракатдаги суюқликларнинг нисбий мувозанати деб,



Расм 2.10.

суюқликнинг шундай ҳаракатига айтиладики бунда суюқлик заррачалари бошқа заррачалари билан қўшилиб кетмайди ва суюқликнинг массаси қаттиқ жисм каби ҳаракатланади. Шу мувозанатнинг баъзи хусусий ҳолларини қараб чиқамиз.

Вертикал бўйича текис тезланувчан ҳаракат. Суюқлик сирти сатҳининг формасини топамиз. Суюқлик солинган идиш $a = const > 0$ текис тезланувчан ҳаракатда деб олинади. Умумий дифференциал тенгламадан:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

Вертикал бўйича ҳаракат вақтида ташқи ҳажм кучлари сифатида оғирлик ва инерция кучлари олинади. Уларнинг тезланишлари проекциялари $X = 0$, $Y = 0$, $Z = -g$ бўлиб, тушишда (a_V - ҳажмий куч тезланиши) $a_V \succ 0$, юқорига чиқишда $a_V \prec 0$ бўлади. Умумий ҳолда эса,

$$(-g \pm a_V)dz = 0 \qquad (2.3.7)$$

Бу тенгликдан $g \neq a_V$ маълум, демак $dz = 0$, бундан $z = c = const$. Бу эса горизонтал текисликлар оиласи тенгламасидир. Демак тушишда ҳам юқорига чиқишда ҳам сатҳ сиртлари (тенг босимлар текислиги) горизонтал текисликлардан иборат бўлади. Гидростатик босим фақат баландлик бўйича ўзгарар экан.

Агар (2.3.7) тенгликда $g = a_V$ бўлса, $(-g + a_V) = 0$ бўлади ва $dz \neq 0$ бўлишлигидан бўлувчи сиртнинг формаси ихиёрий бўлиши ҳам мумкин. 2.10. расм б.

Босимнинг тарқалиш қонунини асосий дифференциал тенгламадан чиқариш мумкин, яъни

$$dp = \rho(\mathrm{X}dx + \mathrm{Y}dy + \mathrm{Z}dz)$$

у ҳолда проекция координаталари $x = 0,\ \ y = 0$ ва $z = (-g \pm a_V)$ кўринишда бўлади. Юқоридаги тенгламанинг кўриниши эса қуйидагига тенг бўлади:

$$dp = \rho(-g \pm a_V)dz \qquad (2.3.8)$$

Суюқлик заррачасининг текис тезланиб тушишида: $(-g + a_V)$ бўлади ва (2.3.8) тенгликни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$dp = -\rho g(1 - \frac{a_V}{g})dz \qquad (2.3.8а)$$

Зарранинг текис тезланиши билан юқорига чиқишдаги ҳаракати эса қуйидагича ёзилади $(-g - a_V)$ ва:

$$dp = -\rho g(1 + \frac{a_V}{g})dz \qquad (2.3.8б)$$

Юқоридаги диффереціал тенгламалардан кўринадики, босим p ва z – координаталар орасида чизиқли боғлиқлик мавжуд. Бундай боғлиқлик суюқлик ҳаракатсиз тинч турган ҳолда ҳам мавжуд эди.

Вертикал ўққа нисбатан айланма ҳаракат. Суюқлик тўлдирилган резервуарни қараймиз. Цилиндрик резервуардаги суюқликнинг цилиндр ўз ўқи атрофидаги вертикал ўзгармас ω-бурчак тезлик билан айлангандаги ҳаракатини кузатамиз. Резервуардаги суюқликнинг ҳар бир заррачаси ўзгармас ω-тезлик билан ҳаракатланади деб қараб, суюқликнинг эркин сиртининг формасини топамиз: Бунинг учун сатҳ сирти умумий дифференциал тенгламасидан фойдаланамиз:

$$\mathrm{X}dx + \mathrm{Y}dy + \mathrm{Z}dz = 0$$

Ҳаракатнинг Oz ўққа нисбатан симметрик шартидан фойдаланиб юқоридаги тенгламани цилиндрик координаталар системасида ёзамиз, яъни:

$$Rdr + Zdz = 0$$

бу ерда $Z = -g$ ва $R \to a = \dfrac{\upsilon^2}{r}$ бўлгандаги марказдан қочма тезланишнинг проекцияси, υ-айланма (чизиқли) тезлик, r - айланиш радиуси, $\upsilon = \omega r$ эканини ҳисобга олсак,

$$a = \frac{\upsilon^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r\,. \qquad (2.3.9)$$

Юқоридаги тенгламани дифференциал кўринишида ёзамиз:

$$\omega^2 rdr - gdz = 0\,.$$

Дифференциал тенгламани интегралласак,

$$\frac{\omega^2 r^2}{2} - gz = c^{/}$$

ёки

$$Z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + c\,.$$

Бу эса yOz текислигидаги параболанинг аналитик тенгламасидир. Маълумки, идишда идиш билан бирга айланаётган суюқлик массаси учун сирт сатҳи айланма параболоиддан иборат бўлади. Интеграл ўзгармаси С - парабола учининг координатаси бўлиб, $r = 0$ бўлганда

(2.3.9) формуладан $C = z_0$ ни ҳосил қиламиз, шунга мос эркин сирт тенгламаси эса қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$Z = z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} = h$$

бу ерда h - айланиш ўқидан r - масофадаги чуқурликдир. Демак айланиш ўқидан узоқлашган сари чуқурликнинг катталиги ортиб борар экан. Шундан сўнг босимнинг тарқалиш қонунини қуйидаги асосий тенгламадан топамиз: (гидростатикнинг асосий тенгламасидан)

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

(2.3.10)

Учҳад учун юқорида айтилганларни ҳисобга олиб, қуйидаги тенгламага келамиз:

$$dp = \rho(\omega^2 rdr - gdz) = +\rho g(\frac{\omega^2 rdr}{g} - dz)$$

ёки

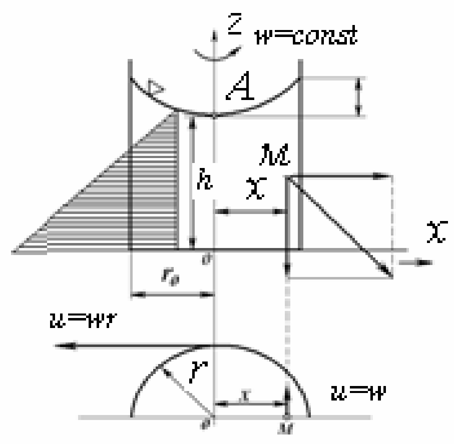
$$\frac{dp}{\rho g} = \frac{\omega^2 rdr}{g} - dz$$

Бу тенгликни интеграллаб ва қўшилувчиларнинг тартибини ўзгартириб, қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\frac{p}{\rho g} = -z + \frac{\omega^2 r^2}{2g} + C$$

Бошлангич шартларни $r = 0$, $Z = h_0$ ва $p = p_0$ деб фараз қилсак, номаълум C ни топамиз:

$$C = \frac{p_0}{\rho g} + h$$



Расм. 2.11.

C - бу қийматини юқоридаги тенгликка қўйсак:

$$\frac{p - p_0}{\rho g} + z = h_0 + \frac{\omega^2}{2g} r^2 \qquad (2.3.11)$$

Тенгликка келамиз, ёки бу тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{p_{арт}}{\rho g} + z = h_0 + \frac{\omega^2}{2g} r^2 \qquad (2.3.11а)$$

(2.3.11а) тенгликдан маълумки, ҳар қандай $r = const$ ўзгармас радиусли айланишда (яъни айланиш ўқидан ихиёрий вертикал масофада) баландлик бўйича босим чизиқли қонун бўйича тарқалади. (2.11.расм) яъни :

$$h_0 + \frac{\omega^2}{2g} r^2 = const$$

ва

$$\frac{p_{орт}}{\rho g} + z = C \, .$$

2.3 Суюқликнинг текис сиртга босими.

Суюқликнинг деворга босими. Қия, яъни горизонтга нисбатан α - бурчак ташкил этувчи деворда жойлашган ω- юзага суюқликнинг Р босим кучини топиш. (2.12 расм. а) элементар $d\omega -$ юзага бўлган босим кучи :

$$dP = pd\omega = (p_0 + \rho gh)d\omega$$

Босим кучи dP га тенг таъсир этувчи кучлар системасидан иборат бщлиб, ўзаро параллел бўлади ва уларнинг алгебраик йиғиндиси бутун текширилаётган юзага бўлган босим кучини беради:

$$P = \int_{\omega} pd\omega = \int_{\omega} (p_0 + \rho gh)d\omega \,.$$

Энди қия деворга бўлган босим кучини ҳисоблашга ўтамиз, бунинг учун координаталар ўқини қуйидагича жойлаштирамиз: қия девор билан озод сирт чизиғи кесишган нуқтадан қия деворда перпендикуляр чизиқ ўтказиб, Ox - координата ўқини шу чизиқнинг давомидан чизмага нисбатан перпендикуляр қилиб жойлаймиз, Oz - координата ўқини эса девор бўйича пастга қараб давом эттирамиз.

Аниқ тасаввурга эга бўлиш учун девор текислигини ундан ажратилган $d\omega$- юза билан бирга Oz' ўқи атрофида 90^0 га буриб чизма текислигига туширамиз.

Шунда dx – ордината ўқи – Ox' бўйича олиниб, Oz' эса ўз жойида қолади, ω - юза эса ўз натурал катталигини олади.

M нуқтанинг кординатасини z' орқали белгилаймиз, у ҳолда

$$h = z' \sin\alpha$$

ва

$$P = \int_{\omega} (p_0 + \rho gh)d\omega = \int_{\omega} p_0 d\omega + \int_{\omega} \rho gz' Sin\alpha d\omega \,.$$

га тенг бўлади. Бу ерда биринчи интеграл қуйдагича ҳисобланади:

$$\int_{\omega} p_0 d\omega = p_0 \int d\omega = p_0 \omega$$

Иккинчи интеграл эса қуйдагича ҳисобланади:

$$\int \rho gz' Sin\alpha d\omega = \rho g Sin\alpha \int_{\omega} z' d\omega$$

Интеграл $\int z' d\omega$ - Ox' координата ўқига нисбатан кучнинг статик моментига тенг, чунки интеграл остидаги ифода $d\omega$- юзанинг Ox' ўққа нисбатан статик моментини белгилайди.

Бирор ω- юзанинг берилган ўққа нисбатан инерция моменти, шу юзанинг оғирлик марказидан ўтувчи ва берилган ўққа нисбатан олинган инерция моментига, юзанинг оғирлик марказидан ўтувчи ва берилган ўқ орасидаги масофанинг ω - юзага кўпайтмасига тенг.

Маълумки, ўққа нисбатан бирор юзанинг статик моменти берилган ω - юзанинг оғирлик маркази моментидан ўқигача бўлган масофанинг кўпайтмасига тенг. Шунинг учун:

$$\rho g Sin\alpha \int_{\omega} z' d\omega = \rho g Sin\alpha z_c^1 \omega$$

$z_C^1 - Ox'$ ўқидан ω - юзанинг оғирлик марказигача бўлган масофа. Шундай қилиб изланаётган куч:

$$P = p_0\omega + \rho g Sin\alpha z_c^1 \omega .$$

ёки расмдан маълумки:

$$z_c^1 Sin\alpha = h_c$$

десак, $h_c - \omega -$ юза оғирлик марказининг озод сиртга нисбатан чуқурлигини ифодалайди: Тўла босим кучи (абсолют босим кучи)

$$P_{opm} = p_0\omega + \rho g h_c \omega . \qquad (2.4.1)$$

Ташқи кучни ҳисобга олмаганда суюқликнинг ўз босим кучи:

$$P_{opm} = \rho g h_c \omega \qquad (2.4.1а)$$

ёки

$$p = \rho g h_c$$

бу ерда ,

$$\rho g h_c = p_c$$

Демак

$$P = p_c \omega \qquad (2.4.1б)$$

$p_0 -$ оғирлик марказидаги гидростатик босим.

Маълумки, $h_c\omega = W$ - цилиндрик ҳажмни ифодалайди, бу ифодани (2.4.1а) формулага қўйиб, оғма деворга бўлган суюқликнинг босим кучига қуйидагича таъриф бериш мумкин: Суюқликнинг оғма девордаги юзага бўлган босим кучи деб, асоси оғма девордаги ω - юзга тенг эга, h_c – баландлиги эса ω - юза оғирлик марказининг озод сиртга нисбатан чуқурлигини белгиловчи, цилиндрик устуни оғирлигига тенг хажмга айтилади.

Суюқликнинг горизонтал тубга бўлган босими хусусий ҳол бўлиб, ортиқча босимнинг идиш тубига бўлган босим кучига тенг:

$$P_{opm} = \rho g h_c \omega \qquad (2.4.2)$$

бу ерда h – резурвуардаги сувнинг чуқурлиги. (2.4.2) формуладан маълумки, P куч резервуарнинг шакли ва размерига боғлиқ эмас. (расм 2.25 б).

Босим маркази. Босим маркази деб, берилган юзага бўлган босим қўйилган нуқтага айтилади. Абсолют ва ортиқча босим марказлари бир хил бўлиб бир нуқтада жойлашади.

Босим марказини топишда ҳар икки босим марказлари учун ҳам бир хил куч қўйилади. Ортиқча босимга бўлган талаб тажриба ва практика учун зарур. Қурилишларда қарама қарши томондан бўладиган атмосфера босимини ҳисобга олиниши қурилиш турғунлигида ва қурилишнинг мувозанати шартларига доимо алоҳида аҳамиятга эга бўлади.

Ортиқча босимни ҳисоблаш масаласини қараймиз.

Босим марказини d - нуқта билан белгилаб, унинг координаталарини x_d^1, y_d^1, z_d^1 деб оламиз. (2.12 расм)

P – босим кучи dP – параллел кучлар системасининг умумий таъсир этувчиси, у қўйилган нуқта параллел кучларнинг маркази - босим маркази ҳисобланади ва координаталари моментлар ҳақидаги теорема орқали топилади. Бу теоремага кўра, умумий таъсир этувчисининг моменти ташкил этувчилар моментларининг алгебраик йиғиндисига тенг.

z_d^1 - координатани топамиз. Бунинг учун Ox^1 – ўқига нисбатан моментлар тенгламасини тузамиз. dP – элементар кучнинг моменти - m.

$$m(dP)_{ox} = dPz^1 = \rho g z^1$$

Шунинг учун

$$\sum m(dP)_{OX} = \int_{\omega} \rho g Sin\alpha (Z^1)^2 d\omega$$

Тенг таъсир этувчи P - кучнинг куч моменти эса:

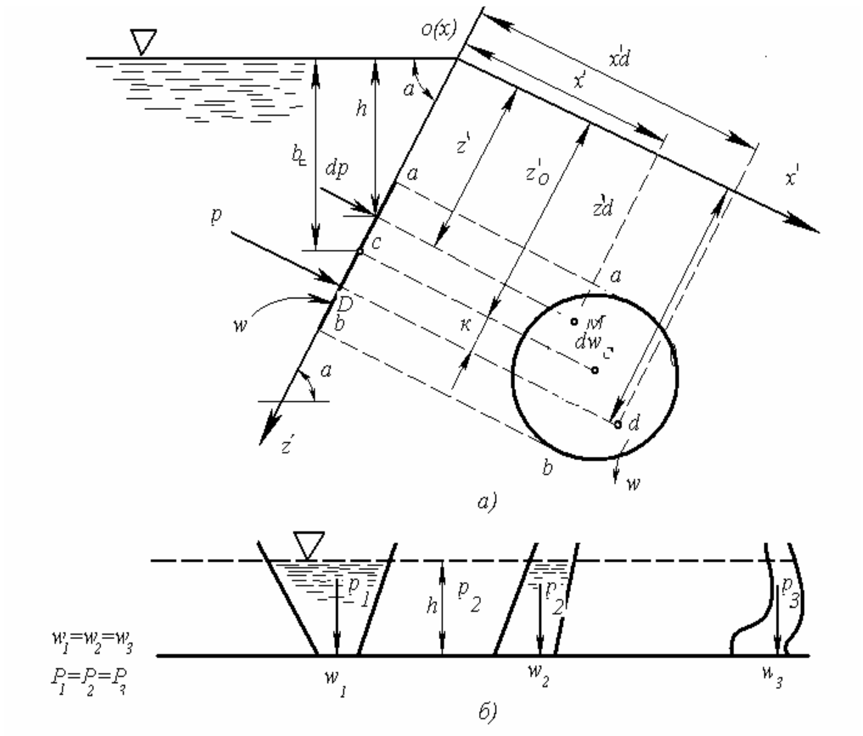
$$m(Pz_d^1) = \rho g z_c^1 Sin\alpha \omega z_d^1,$$

Иккала тенгликни тенглаштириб, қуйидаги тенгламага келамиз:

$$\rho g z_c^1 Sin\alpha \omega z_d^1 = \int_{\omega} \rho g Sin\alpha (z^1)^2 d\omega,$$

бундан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$z_d^1 = \frac{\int\limits_{\omega} (z^1)^2 \, d\omega}{z_c^1 \cdot \omega};$$



Расм. 2.12

бу ерда

$$\int\limits_{\omega} \rho g Sin\alpha (Z^1)^2 \, d\omega \ -$$

ω -майдоннинг (юзачанинг) Ox координата ўқига нисбатан инерция моменти бўлиб, қуйидагича топилади:

$$z_d^1 = \frac{I_{OX}}{z_C^1 \cdot \omega}$$

Маълумки бирор ω- юзанинг берилган ўққа нисбатан инерция моменти, шу юза оғирлик марказидан ўтувчи ва берилган ўққа параллел бўлган ўққа нисбатан инерция моментининг икки ўқ орасидаги масофаси квадратининг ω - юзага кўпайтмаси йиғиндисига тенг,яъни:

$$I_{OX} = I_O + (z_c^1)^2 \cdot \omega$$

Шундай қилиб,

$$z_d^1 = \frac{I_o}{z_c^1 \cdot \omega} + \frac{(z_c^1)^2 \cdot \omega}{z_c^1 \cdot \omega} = k + z_c^1 \qquad (2.4.3)$$

$k = \dfrac{I_k}{z_c \cdot \omega}$ - 2.12 расмда d ва c, яъни ω- юзанинг оғирлик маркази бўлган c -нуқтадан ўтувчи ўққача бўлган масофа бўлиб, экцентриситет дейилади.

$$k = \frac{I_0}{(z_c \cdot \omega)}$$

катталик мусбат бўлиб, босим маркази ω- юзанинг оғирлик марказидан пастда ётади. Берилган ω- юза учун I_0 ва ω ўзгармас бўлиб, z_c^1 ортиши билан k масофа камайиб боради ва босим маркази оғирлик марказига яқинлашиб боради,яъни $d \to c$.

ω- юзанинг жойлашиш чуқурлиги ортган сари, яъни $z_d^1 \to z_c^1, z_c' \to \infty$,.

Лимитда $k = 0$ бўлади агар:

а)

$$z_c^1 = \infty,$$

б) текширилаётган юзача горизонтал жойлашган бўлса ҳақиқатда:

$$z_c = \frac{h_c}{Sin\alpha},$$

у ҳолда, агар ω - юза горизонтал бўлса,

$$k = \frac{I_0}{z_c^1 \cdot \omega} = \frac{I_0 Sin\alpha}{h_c \cdot \omega}$$

$\alpha = 0$ бўлиб, $k = 0$ бўлади.

x_d^1 - координатани аниқлаймиз. Буни олдингидек ёзамиз,

$$m(P)_{Oz^1} = \sum m(dP)_{Oz^1} \ :$$

яъни тенг таъсир этувчи куч моменти:

$$m(P)_{Oz^1} = \rho g z_c^1 Sin\,\alpha \omega x_d^1$$

элементар куч моменти:

$$m(dP)_c = \rho g z_c^1 Sin\alpha d\omega x^1$$

Уларнинг йиғиндиси эса,

$$\sum m(dP)_{oz^1} = \int \rho g z^1 x^1 Sin\alpha d\omega$$

бу ердан

$$\rho g z_c^1 Sin\,\alpha\omega x_d^1 = \rho g \int_\omega z_c^1 x^1 Sin\,\alpha d\omega$$

$$x_d^1 = \frac{\int_\omega z^1 x^1 d\omega}{z_c^1 \cdot \omega} \qquad (2.4.4)$$

Практикада суюқликнинг босим кучи ва босим марказини тўғри фигуралар, яъни камида битта симметрия ўқига эга бўлган ва бу симметрия ўқи Oz ўқига параллел бўлиб жойлашган фигуралар учун топилади. Бу ҳолда босим маркази, яъни d - нуқта (расм 2.12) шу симметрия ўқида жойлашган бўлиб x_d^1 - координатани топишга ҳожат қолмайди ва фақат z_d^1 – координата топилади.

Текис сиртга бўлган босим кучини график усулда топиш. 2.13а расмда AB девор берилган бўлиб, у горизонтга нисбатан α - қияликка эга, шу расмда тасвирланган учбурчакнинг юзаси босим тарқалиши функциясини,яъни:

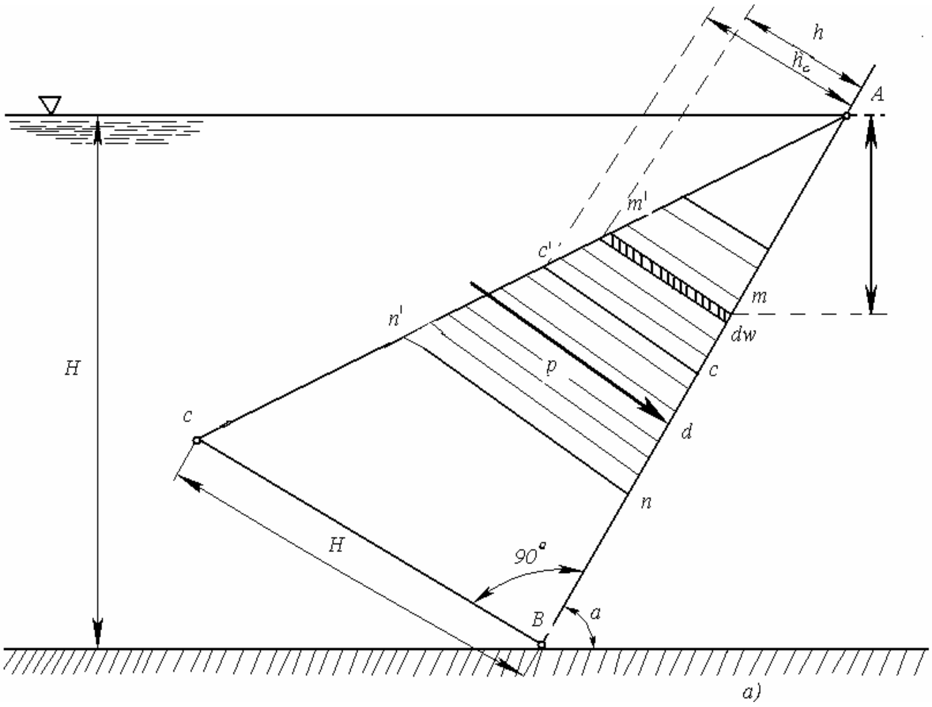
$$\frac{p_{opm}}{\rho g}(\Delta ABC)$$

характерлайди. Бунинг учун $BC = H$ қия девордан ω- юзачани ажратиб оламиз ва унга таъсир этаётган босим кучи P ни аниқлаймиз, бунинг учун (2.4.1а) формуладан фойдаланамиз:

$$P = \rho g h_c \omega = \rho g W \qquad (2.4.5)$$

бу ерда W - ω- юзали асосга ва h_c баландликка эга бўлган цилиндр. 2.13 расмда штрихланган ҳажм $(mn'm'mn)$ юқоридан кесилган, ω- асосли, ўртача баландлиги h_c- тенг бўлган учи кесилган цилиндрнинг ҳажмини ифодалайди. Ва бу цилиндрнинг ҳам ҳажми $-W$ га тенг.

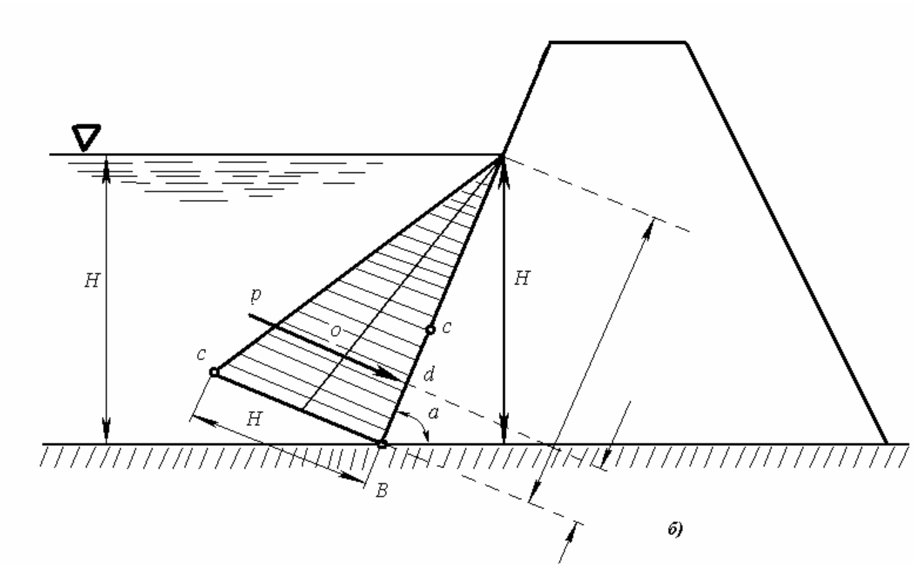
Шундай қилиб суюқликнинг ω - юзага бўлган босим кучи, деворга нормал жойлашган бир томондан ω - юзача билан чегараланган, иккинчи томондан AC чизиқ билан ифодаланган текислик билан чегараланган ҳажмли цилиндрнинг ичида жойлашган суюқлик оғирлиги билан аниқланади.



2.13 расм, а

Чизма текислигига перпендикуляр бўлган текислик босимнинг бутун деворда тақсимланиш қонуниятини кўрсатади. (2.13.расм б). Чизма текислигига перпендикуляр бўлган эни - ўзгармас B сонига тенг, деворнинг эни бутун AB бўлган босим кучи эса – P тенг бўлиб, асоси ABC учбурчакдан баландлиги B кесмадан иборат уч ёқли призма ҳажмига тўлдирилган суюқликнинг оғирлигига тенг бўлади.

У ҳолда қидирилаётган босим кучи P учун қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:



2.13 расм, в.

$$P = \rho g B \frac{H^2}{2Sin\alpha} = \rho g W \ .$$

Бу ерда FDC учбурчакнинг юзи:

$$\frac{H^2}{2Sin\alpha} = S_{FDC} \ ,.$$

Призманинг суюқликка ботган қисмининг ҳажми, босим танаси ҳажми дейилади ва қуйидагича топилади:

$$S_{FDC} \cdot B = W$$

2.13 расмдан маълумки:

$$\frac{H}{l} = Sin\alpha \ ,$$

Бу тенгликдан H чуқурликнинг ифодаси:

$$H = l \cdot Sin\alpha$$

Бу 2.13 расмдан маълумки ω юзанинг чуқурлик орқали ифодаси:

$$\omega = S = \frac{H}{Sin\alpha}$$

лекин

$$H = \frac{H^2}{2 \cdot Sin\alpha}$$

2.13 расмдан эса ABC учбурчакнинг юзаси, қуйидагича ифодаланади:

$$\omega = S = \frac{1}{2} \cdot H \cdot \frac{H}{Sin\alpha} = \frac{H^2}{2Sin\alpha};$$

Маълумки текширилаётган юзанинг ҳажми:

$$W = B \cdot \frac{H^2}{2Sin\alpha}, \qquad l = \frac{H}{Sin\alpha}$$

Юқоридаги ифодалардан фойдаланиб, босим кучи учун қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$P = \rho g B \frac{H^2}{2Sin\alpha} = \rho g W \, .$$

бу ерда: $\frac{H^2}{2Sin\alpha}$ - ABC учбурчакнинг юзасини беради.

Эгри сиртга суюқликнинг босими. Суюқликнинг эркин сиртида Oxy координаталар системасини олиб, Oz - ўқини эркин сиртнинг пастига тик йўналтирамиз. 2.14.расм.Суюқликнинг ичида эгри сирт жойлашган бўлса, сиртнинг юқори ва қуйи томонларида бир-бирига қарама-қарши жойлашган ва ўзаро мувозанатда бўлган R ва R^1 босим кучлари таъсир этади. Уларнинг бирортасини, масалан сиртнинг юқори қисмидан таъсир қилаётган – R кучнитекширамиз. Бу кучнинг координата ўқларига проекциялари $R_x, R_y,$ R_z кесмалардан иборат бўлади ва улар қуйидагича аниқланади(1.14 расм):

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k}$$

$$\left|\vec{R}\right| = R = \sqrt{R_x^{\ 2} + R_y^2 + R_z^2} \qquad (2.4.6)$$

Ташкил этувчилари эса:

$$R_x = \int pd\omega Cos\alpha$$

$$R_y = \int pd\omega Cos\beta \qquad (2.4.7)$$

$$R_z = \int pd\omega Cos\gamma$$

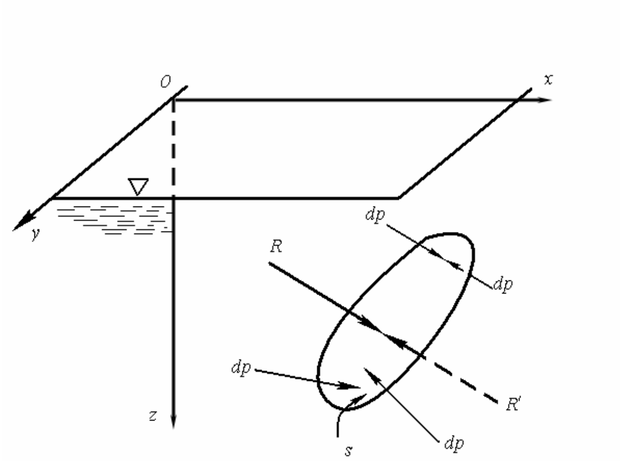
Бу формуладаги p – нуқтадаги гидростатик босимни ифодалайди. R кучнинг йўналтирувчи косинуслари эса қуйидагича топилади:

$$Cos\alpha = \frac{R_x}{R},\ Cos\beta = \frac{R_y}{R},\ Cos\gamma = \frac{R_z}{R}.$$

Бу ерда

$$\cos\alpha = \cos(\vec{R},\hat{\ }\vec{i});\ \cos\beta = \cos(\vec{R},\hat{\ }\vec{j});\ \cos\gamma = \cos(\vec{R},\hat{\ }\vec{k}).$$

Масалани шу тартибда ечиш мураккаб бўлгани учун, графоаналитик усулни қўллаймиз. Бунинг учун унга таъсир этувчи кучлар оғирлик кучи ва босим кучларидан иборат бўлади деб ҳисоблаймиз. Oz - координата ўқи пастга вертикал йўналган бўлса, Oxy горизонтал текислик эркин сиртдаги уринма текислик бўлади (расм 1.15), у ҳолда R_z - вертикал, R_x, R_y - лар эса, R – тўла босимнинг горизонтал текисликка проекциялари бўлади.



2.14.расм

Аввало R_z - ни топамиз: Бунинг пастдан S сирт билан, юқоридан эса эркин сирт билан чегараланган ва суюқлик массаси билан тўлдирилган вертикал цилиндрик ҳажмни қараймиз. Шу массага таъсир этувчи ташқи кучларнинг Oz ўққа проекциясини тузамиз:

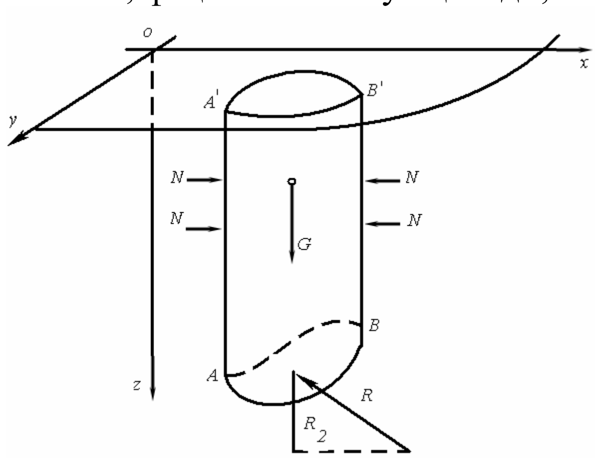
$$\sum F_Z = 0 \qquad (2.4.8)$$

қолган икки проекциялар ҳам нолга тенг бўлиб, яъни:

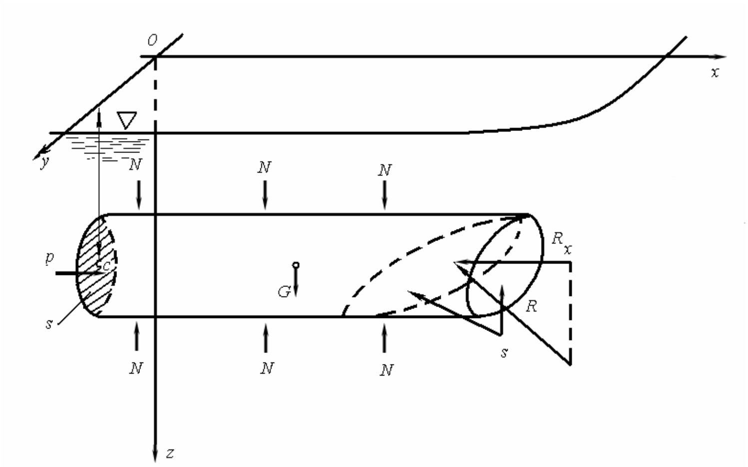
$$\sum F_x = 0,$$

$$\sum F_y = 0$$

Ўзаро мувозанатда бўлади. Шунинг учун (2.4.8) тенгламада фақатгина R_z қатнашади. Агар (2.4.8) тенгламага атмосфера босими таъсирини эътиборга олсак, фақат иккита куч қолади;



Расм. 2.15.



Расм 2.16

1. Бу куч, цилиндрдаги суюқликнинг G_z оғирлик кучи бўлиб, Oz координата ўқи бўйлаб пастга йўналган.

2. Цилиндрнинг пастки асосига суюқлик томонидан бўладиган босим $\vec{R}$ кучининг проекцияси - R_z ни аниқлаш учун (2.4.8) тенгликдан ушбу муносабатни оламиз:

$$\sum F_z = G - R_z = 0\,,$$

бундан эса қуйидаги тенглик келиб чиқади:

$$R_Z = G = \rho g W\,. \qquad (2.4.9)$$

W – суюқликнинг ҳажми, яъни ҳажми W - га тенг суюқлик тўлдирилган цилиндр ҳажмига тенг ҳажм, бўлиб, суюқликнинг эгри сиртли асосига бўладиган вертикал босими, юқоридан озод сирт билан пастдан эса эгри сиртли асос билан чегараланган цилиндрга тўлдирилган суюқлик оғирлигига тенг экан.

Энди R_x ва R_y кучларни аниқлаймиз. Бу иккала куч ҳам горизонтал кучлар ҳисобланади. Уларни ҳисоблаш усуллари бир хил. Горизонтал цилиндр шаклида жойлаштирилган суюқлик массасини қараймиз. Бир томондан у эгри чизиқли сирт билан, иккинчи томондан yOz текислиги билан чегараланган бўлиб, бу текислик S - эгри чизиқли сирт юзасининг координата текислигига проекцияси ҳисобланади.

F кучларнинг Ox ўқига проекциясини ушбу тенгликдан аниқлаймиз:

$$F_x = (\vec{F}, \vec{i}) = (G\vec{k} + (R_x - P_x)i) \;,$$

Бу ерда P_x yOz текис кесимга босим кучи бўлиб, у манфий ишорада олинади. Шундай қилиб, таъсир этувчи кучлар қуйидагича ҳисобланади:

$$\sum F_x = R_x - P_x = 0\,,\;\; R_x = P_x$$

$P_x -$ босим кучи бўлиб, цилиндрнинг текис деворига бўладиган босим кучни ифодалайди. Демак:

$$P_x = p_x \omega_x$$

бўлиб,

$$P_x = \rho g h_{cx} \omega_x$$

ω_x - S эгри сиртнинг yOz текислигига проекцияси, h_{cx} - эса, шу юза оғирлик марказининг озод сиртга нисбатан чуқурлиги.

$$R_x = \rho g h_{cx} \omega_x \qquad (2.4.10)$$

Шундай мулоҳазалар орқали

$$R_y = \rho g h_{cy} \omega_y$$

кучни ҳам топиш мумкин.

R_x ва R_y кучларнинг махсус хоссаларини кўрамиз. Тенгликнинг ўнг томонидаги кўпайтмалар ω_x ва ω_y лар S юзани ўровчи контурга боғлиқ. R_x ва R_y лар эса юзанинг шаклига эмас унинг чегарасига ва қаралаётган сохадаги жойлашиш ўрнига боғлиқ.

Шундай қилиб, R – куч компонентларини аниқловчи тенгликлар системаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$R_x = \rho g h_{cx} \omega_x$$
$$R_y = \rho g h_{cy} \omega_y \qquad (2.4.11)$$
$$R_z = \rho g h_{cz} \omega_z$$

$\vec{R}$ эса (2.4.6) формула орқали топилади:

$$\vec{R} = \rho g \left[h_{cx} \omega_x \vec{i} + h_{cy} \omega_y \vec{j} + h_{cz} \omega_z \vec{k} \right] \qquad (2.4.11a)$$

Архимед қонуни, жисмларнинг сузиши. Суюқликка ботирилган жисмга суюқликнинг таъсир кучи, жисмнинг ботирилган қисми ҳажмидаги суюқлик оғирлигига тенг бўлиб суюқликнинг кўтариш кучи дейилади. У куч вертикал йўналиб, ботирилган жисм оғирлик марказидан ўтади.

Суюқликка ботирилган жисм ихтиёрий формада, ихтиёрий оғирликда бўлсин. Жисмни шу ҳолатда ушлаб турамиз.

Суюқликнинг жисмга тўлиқ босимини, эгри чизиқли сиртга бўлган босим сифатида қараймиз. У ҳолда реакция кучи $\vec{R}$ қуйидаги ифода орқали топилади:

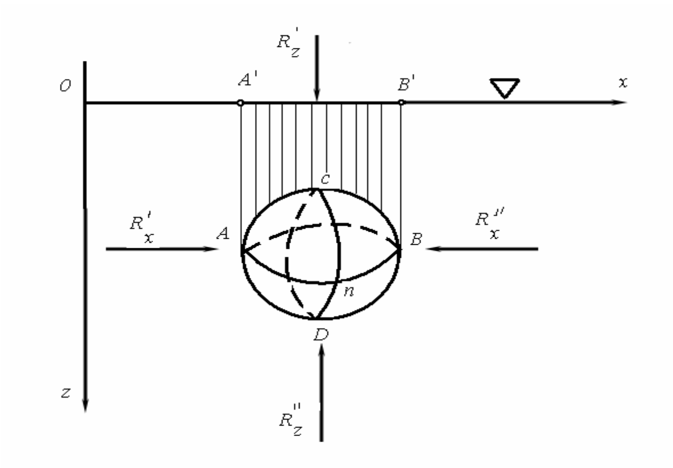
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

Бу ерда:

$$R_x = 0,$$

чунки

$$R_x = R_x^{'} - R_x^{''} = 0.$$



Расм 2.17

$R_x^{'}$ – суюқликнинг жисмга чапдан ўнгга кўрсатилган босим кучи. $R_x^{''}$ – суюқликнинг жисмга ўнгдан чапга кўрсатилаётган босим кучи. Бу кучлар ўзаро тенг бўлиб битта CD контур орқали таъсир этади ва куйидаги тенглик оркали ифодаланади:

$$R_z^{'} = \rho g W^{'}{}_{AA^1B^1BCA},$$

$$R_z^{''} = -\rho g W^{''}{}_{AA^1B^1BDA}. \qquad (2.4.12)$$

$W_{ж}$ – жисмнинг ҳажми, $\rho_{ж} g W_{ж}$ - жисмнинг оғирлиги. Архимед кучи R , Oz координата ўқи бўйлаб, пастдан юқорига йўналган куч бўлиб, жисм ва суюқликнинг зичликлари бир хил бўлса, у ҳолда жисм мувозанатда бўлади, ва бу ҳолда оғирлик кучи G ва босим кучи R_z момент ташкил қилмайди, демак бу кучлар оғирлик марказидан ўтади.

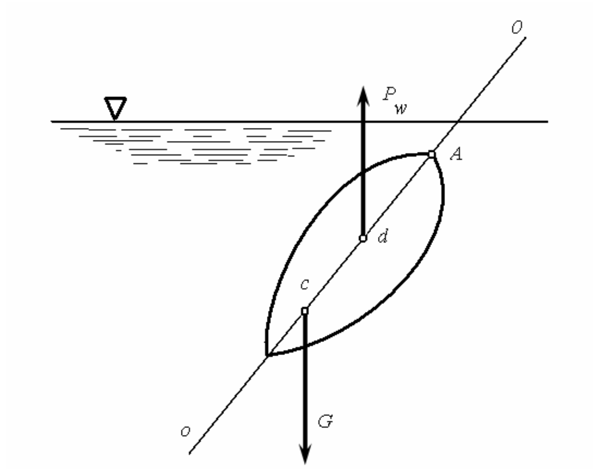
Жисм оғирлиги Архимед кучидан катта бўлса жисм суюқликда чўкади.

Жисмнинг сузиши: Икки хил сузиш мавжуд бўлиб, чўкиш ва сузишга тенг. Сузиш шарти икки пайтда ҳам бир хил.

1. $G = R_z$ - жисм сузади;

2. $G < R_z$ -яъни жисмнинг оғирлик кучи Архимед кучидан кичик бўлса суюқлик ичидан эркин сиртга қалқиб чиқиб, жисм суюқликнинг эркин сиртида сузади.

3. $G = R_z \to (\gamma_{ж} W = \gamma_c \xi W_c)$, яъни жисмнинг оғирлик кучи Архимед кучига тенг бўлса, жисм суюқлик сиртида бўлиб, суюқликка ботмайди, суюқлик ичида бўлса эркин сиртга қалқиб чиқмайди.



Расм 1.18

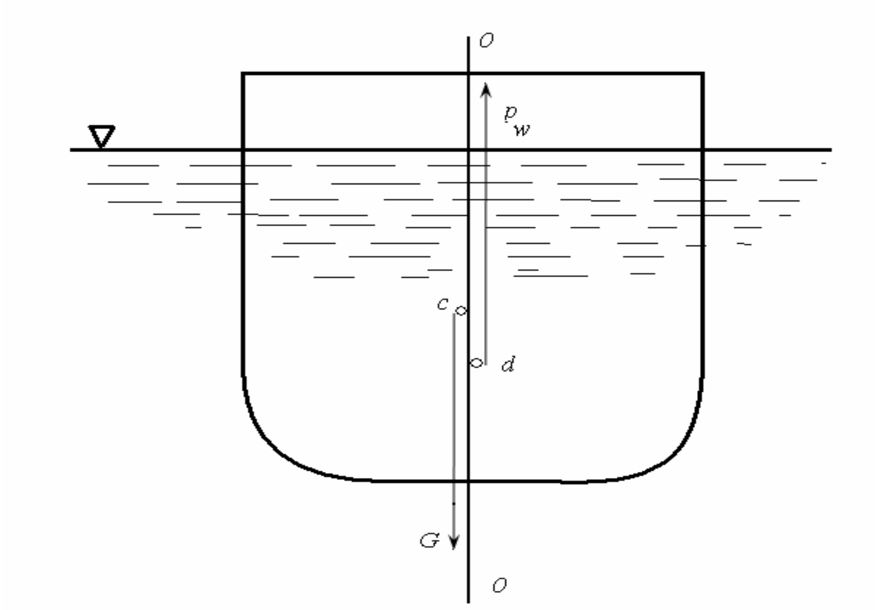
Суюқликка тўла ботирилмаган жисмларнинг сузиши. Суюқликнинг тўла ботган қисми оғирлигининг сув сиғими(Архимед кучи) дейилади [5].

Суюқлик озод сиртининг жисм ён сирти билан кесишиш чизиғи – ватер чизиқ дейилади.

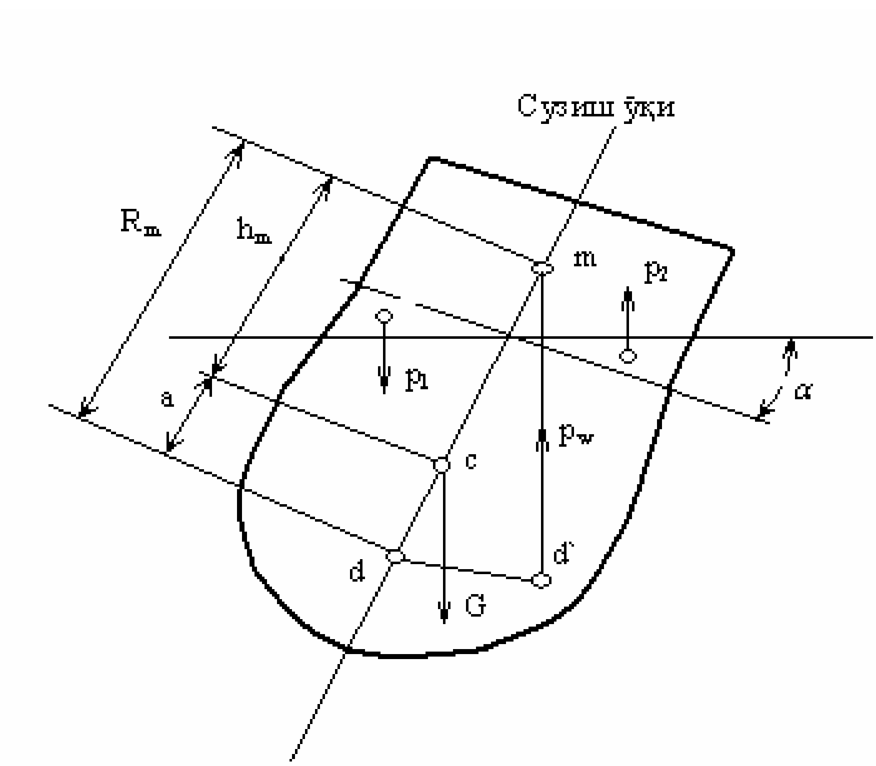
Архимед кучи қўйилган нуқтани сув сиғими маркази дейилади.

Сув эркин сатҳини сузувчи жисмнинг энг оғир бўлган ҳолидаги жисмнинг чўкиш чуқурлигига мос келган чизиқ жисм (судна) ватер чизиғи дейилади. Суднони ватер чизиғи ётган текислик билан кесилган юзаси – сузиш текислиги дейилади.

Жисмнинг (судно) сузиш ўқи (2.20 расм) учун ушбу уч асосий параметрлар ҳисобга олинади: Жисм оғирлик маркази, босим маркази ҳамда метацентр.



Расм. 2.19



Расм. 2.20

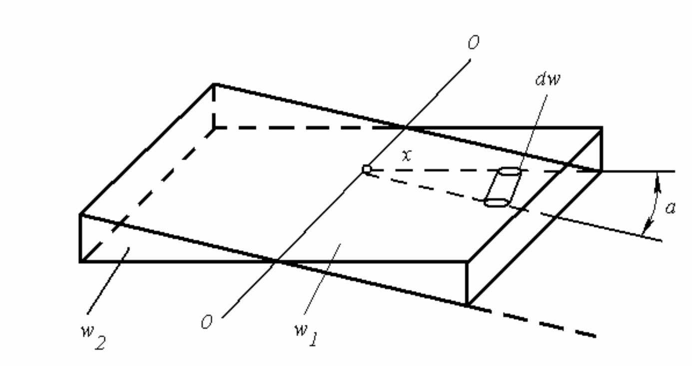
Метацентр қанчалик юқори жойлашса, турғунлик даражаси шунча юқори бўлади. Креннинг кичик бурчакларида метацентр сузиш ўқидаги ўз ўрнини ўзгармайди, сув сиғимини маркази $d-R_m$ радиусли ёй чизиғи ва бу ёй узунлиги метацентрдан m – дан d нуқтагача бўлган масофага тенг бўлади. Бу радиус R_m – метацентрик радиус дейилади.

Сузувчи жисмнинг чайқалиш маркази. Сув сатҳидаги сузувчи жисмнинг сув чайқалиши натижасида бирор томонга оғишини жисм (судно) крени дейилади. Жисмнинг сузиш текислигига бўлган нормал векторига сузиш ўқи дейилади. Бу ўқнинг Oz ўқидан четга оғиши жисмнинг оғишини билдиради.

Креннинг кичик бўрчакларида жисмнинг чайқалиши горизонтал ўқ атрофида содир бўлиб, бу горизонтал ўқ эркин сиртда ётади ва ватер чизиқ юзасининг оғирлик марказидан ўтади. Сузувчи жисм маълум α бурчакка (горизонтал текисликка нисбатан) бурилганда, жисмнинг W_1– ҳажмли қисми сувдан чиқади, W_2– ҳажмли қисми сувга ботади. Сузувчи жисмнинг сув сиғими Гюлден теоремасига кўра ўзгармайди. Бунда жисмнинг чиққан ва ботган қисм ҳажмлари тенг бўлар экан:

$$W_1 = W_2 .$$

$$dW = \alpha x d\omega = \alpha \cdot x \cdot d\omega$$



Расм. 2.21.

У ҳолда чап клиннинг ҳажми:

$$W_1 = \int_{\omega_1} \alpha x d\omega = \alpha \cdot x \cdot d\omega$$

Ўнг клиннинг ҳажми эса:

$$W_2 = \int_{\omega_2} \alpha x d\omega$$

Шартга кўра: $W_1 = W_2$ бундан

$$\int_{(\omega_1)} \alpha x d\omega = \int_{(\omega_2)} \alpha x d\omega :$$

$$\int_{(\omega_1)} x d\omega = \int_{(\omega_2)} x d\omega$$

жисм ватер чизиғининг юзаларини мос равишда S_1, S_2 - деб белгиласак, чап ва ўнг ватер чизиғи юзаларининг статистик моментлари келиб чиқади.

$$\int_{\omega_1} x d\omega = S_1 ,$$

$$\int_{(\omega_2)} x d\omega = S_2$$

Бундан $S_1 = S_2$ келиб чиқади.ва бутун юза учун статик момент нолга тенг бўлади, яъни:

$$S = S + (-S)$$

Бундан шундай хулосага келиш мумкин, жисмнинг сузиш текислиги нормалининг айланиш ўқи ёки ватер чизиқ майдонининг статик моменти ўқи, ватер чизиқ билан чегараланган юзанинг оғирлик марказидан ўтади.

Метацентрик радиусни топиш. Жисмнинг оғиш крени α - тенг бўлганда P_W – куч d нуқтага беркитилган бўлса, у ҳолда икки қўшимча кучнинг ҳосил бўлишини кузатиш мумкин: Бири P_1-сув сиғимининг чап клини оғирлиги. P_2 – ўнг клин сиқиб чиқарган сувнинг оғирлиги бўлиб.

$$P_1 = P_2$$

Юқорида келтирилган учта куч марказининг тенг таъсир этувчиси d^1 нуқтага қўйилган куч бўлиб, уни P_W^1 орқали белгилаймиз.

P_W^1 куч – мувозанатловчи куч бўлиб, P_W^{11} кучга тенг ва қарама-қарши йўналган.

Демак тўртта кучлар системаси: яъни P_W^{11}, P_W, P_1 ва P_2 –кучлар ўзаро мувозанатда бўлиб, ҳар қандай сузувчи жисмни мувозанатга келтиради. Улардан олинган моментлар йиғиндиси ҳам ҳар қандай ўққа нисбатан нолга тенг бўлади.

P_W ва P_W^{11} – кучлар моменти қуйидагига тенг:

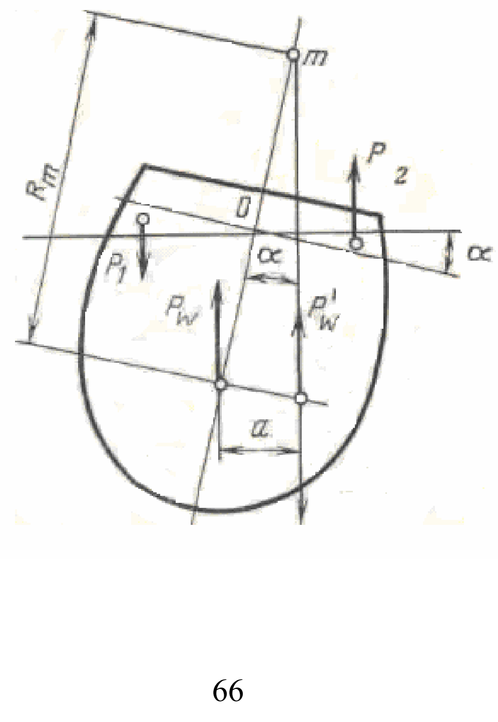
$$m(\mathrm{P_W}, P_W^{11}) = P_W R_W Sin\alpha$$

Айланиш ўқига нисбатан P_1 – кучнинг моменти:

$$m(P_1) = \int\limits_{(\omega)} \rho\alpha x d\omega x = \int\limits_{(\omega_1)} \rho\alpha x^2 d\omega$$

У ҳолда P_1, P_2 жуфт кучлар моменти:

$$m(P_W, P_W^{11}) = \int\limits_{\omega} \rho g \alpha x^2 d\omega$$



2.22. расм.

Интервал ватер чизиқ билан чегараланган бутун юза ω дан олинади. Демак:

$$m(P_W P_W^{11}) = m(P_1 P_2)$$

бу эса:

$$\rho g W R_m \cdot Sin\,\alpha = \int_{\omega} \rho g \alpha x^2 d\omega \,.$$

$Sin\alpha \approx \alpha$, деб қарасак ва соддалаштирсак:

$$R_m = \frac{\int_{\omega} x^2 d\omega}{W} = \frac{I_o}{W} \qquad (2.4.13)$$

Метацентрик радиус, ватер чизиқ билан чегараланган юза сузувчи жисмнинг чайқалиш ўқига нисбатан олинган инерция моментининг сув сиғимига нисбатига тенг.

Агар c ва d нуқталар орасидаги масофани экстрацентриситет – a десак ва c ва m нуқталар орасидаги масофани метацентрик баландлик h_m - деб белгиласак, расм 2.20 дан метацентрик баландлик учун қуйидаги ифодани топамиз:

$$h_m = R_m - a \qquad (2.4.14)$$

Сузишнинг турғун бўлиши учун $h_m > 0$ деган хулосага келамиз.

Савдо-сотиқ ва пассажир пароходлар учун метацентрик баландлик $h_m = 0.5м$ деб қабул қилинади.

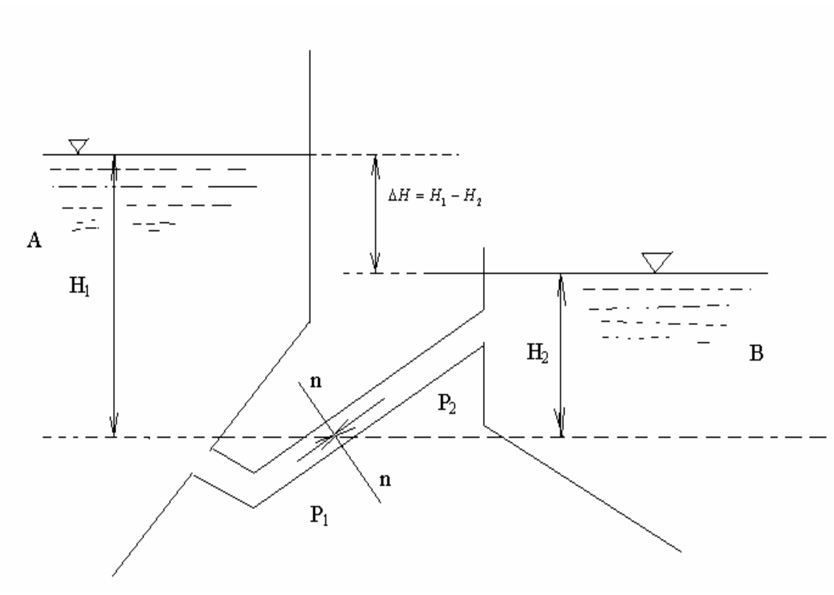
III БОБ
Суюқлик кинематикаси

Ҳаракатдаги суюқликни узлуксиз деформацияланувчи муҳит деб қараш мумкин, лекин бундай муҳитларнинг деформацион процесси мураккаб бўлади. Чунки айрим суюқлик заррачалари турли йўналишда ва турли траекторияда фақат ўзларигагина хос бўлган қонуниятлар билан ҳаракатланади.

3.1 Суюқлик ҳаракатига оид асосий тушунчалар

Суюқликлар ҳаракати қонунларини ўрганиш бу ҳаракатларнинг мураккаблиги туфайли уни математик ифодалар билан асослаш катта қийинчиликлар туғдиради. Бу муаммони ҳал қилиш учун реал, яъни ҳақиқатга яқин назарий модел олиниб, шу модел асосида суюқликлар ҳаракатининг кинематик ва динамик характеристикалари ўрганилади, бунинг учун бошланғич тушунча - элементар оқим тушунчаси киритилади. Элементар оқимлар йиғиндисини эса - суюқлик оқими деб белгиланади.

Оқимнинг ҳосил бўлиши ва йўналиши ҳақида тўхтаймиз. Маълумки ҳар қандай жисмнинг ҳаракати ташқи куч таъсирида бошланади. Суюқлик ҳам ташқи, масалан оғирлик кучи – ернинг тортиш кучи таъсирида ҳаракатга келади.



Расм 3.1

Расм 3.1 да G_1 ва G_2 сув ҳавзалари ўзаро CD қувур билан бирлаштирилган. G_1 ва G_2 сув ҳавзаларининг эркин сатҳлари AN ва BC лар танланган бирор горизонтал таққослаш текислиги $z_0 - z_0$ дан H_1, H_2 баландликда жойлашган бўлиб, улар учун $H_1 > H_2$ тенгсизлик ўринли. CD қувурда таққослаш текислиги $z_0 - z_0$ ни кесиб ўтувчи $n-n$ кесимни оламиз. Бу кесимда ҳар иккала сув ҳавзаси сатҳи турли бўлгани учун $n-n$ кесимга p_1 ва p_2 босимлар фарки таъсир қилади ва улар қуйидагича аниқланади:

$$p_1 = gH_1 + p_a, p_2 = gH_2 + p_a$$

(p_a - атмосфера босими) $n-n$ кесим юзага таъсир этувчи кучлар:

$$P_1 = \rho g \omega H_1 > P_2 = \rho g \omega H_2$$

Бу кучларнинг фарқи:

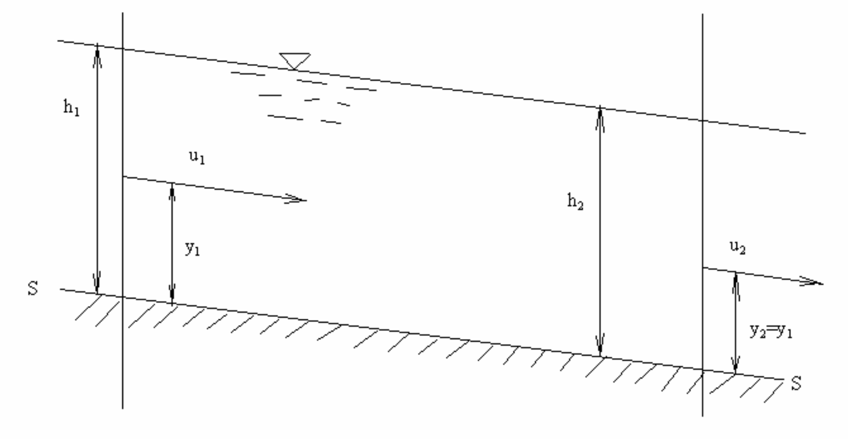
$$\Delta P = \rho g \omega (H_1 - H_2) \qquad (3.1.1)$$

Кучлар фарқи G_1 соҳага йўналган бўлади. H_1 ва H_2 - ифодалар суюқлик муҳитининг энергетик сатҳини ифодалайди ва $H_1 > H_2$ тенгсизликдан суюқликнинг A ва B идишлардаги энергиялари фарқи ҳисобига доимо ҳаракат қилиши кузатилади, бу ҳаракат камроқ энергетик сатҳга эга бўлган G_2 соҳа томонга йўналган бўлади.

Суюқлик ҳаракатининг турлари. Суюқликларнинг ҳаракати ҳар қандай жисм ҳаракати сингари текис ва текис бўлмаган ҳаракатларга бўлинади.

Шунингдек суюқлик ҳаракати вақт бўйича ўзгармас ва ўзгарувчан бўлади. Бундай ҳаракатни барқарор ва беқарор ҳаракат ҳам дейилади.

Тўғри чизиқли текис ҳаракат деб суюқлик ҳаракатланаётган соҳанинг оқими бўйлаб ихтиёрий икки кўндаланг кесимдаги заррачаларининг ўртача тезликлари ўзаро тенг, заррачаларнинг траекториялари эса ўзаро параллел тўғри чизиқлардан иборат бўлган ҳаракатга айтилади.



Расм 3.2.

Бундай оқимда тезлик майдони оқим йўналиши бўйича ўзгармас бўлиб, оқим зарраларининг тезланиши эса нолга тенгдир. Бу ҳолда оқим барча параметрларининг йўл бўйича хусусий ҳосилалари нолга тенг, яъни:

$$\frac{\partial}{\partial s}(f) = 0$$

бу ерда u - тезлик, h – чуқурлик, s - траектория бўйича масофа. Демак бу ҳолда $u_1 = u_2$; $h_1 = h_2$; $y_1 = y_2$ тенгликлар (3.2 расм) ўринли бўлар экан. Бу ерда

$$f = f\{u, h\}$$

ёки

$$\frac{\partial u_x}{\partial s} = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial s} = 0$$

Суюқликларнинг нотекис ҳаракати деб текис ҳаракат шартлари бажарилмаган ҳолдаги суюқлик ҳаракатига айтилади, яъни:

$$\frac{\partial f}{\partial s} \neq 0 .$$

Суюқлик барқарор ҳаракатда бўлса, бу ҳолда оқим соҳасининг ихтиёрий нуқтасидаги вектори, зичлиги, босими ва ҳарорати вақт бўйича ўзгармас бўлади. Бу ҳолда тезлик вектори вақтнинг ошкор функцияси бўлмайди, яъни

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = 0$$

бўлади. Агар суюқлик ҳаракати беқарор бўлса у ҳолда тезлик вектори функцияси вақтнинг ошкор функцияси бўлади ва

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \neq 0$$

бўлади. Оқим соҳасининг ҳар бир нуқтасидаги суюқлик заррачасининг тезлик вектори вақтга боғлиқ бўлган ҳаракати, яъни вақт ўзгаришига боғлиқ равишда тезлик вектори ўзгарадиган ҳаракат беқарор ҳаракат дейилади.

Суюқлик заррачасининг тезлик вектори вақт ўзгаришида ўзгармас бўлса бундай ҳаракатни вақтга боғлиқсиз (стационар) ҳаракат дейилади.

Резервуардан ошиб, тўкилаётган суюқлик ҳаракати бундай ҳаракатга мисол бўлади.

Узлуксиз ва узилувчан ҳаракат. Агар суюқлик ҳаракати бўшлиқсиз (яъни оқим соҳаси суюқлик заррачалари билан ҳаракат давомида тўлдирилган ҳолда) давом этса, бундай ҳаракат узлуксиз ҳаракат дейилади. Акс ҳолда ҳаракат муҳити узилишга эга дейилади, бунга шаршара мисол бўла олади.

3.2 Ҳаракат траекторияси, ток чизиғи

Оқимнинг геометрик характеристикалари учта чизиқдан иборат бўлиб, булар:

1. Траектория чизиғи бу суюқлик заррачасининг $\{x(t), y(t), z(t)\}$ ҳаракат қонуниятини ифодаловчи ҳаракатдаги изи.

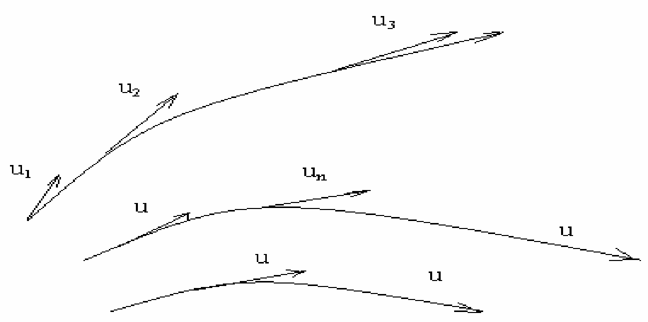
2. Ток чизиғи деб, ҳар бир нуқтасининг тезлиги $\vec{V}$ шу нуқтада чизиққа уринма бўлган $\vec{T}$ вектор билан устма уст тушувчи чизиққа айтилади (2.3 расм) . Шартга кўра оқим чизиғи ток чизиғи тенгламасига параллел бўлиб $\vec{V} // d\vec{r}$,қуйидагича ёзилади:

$$\vec{V} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k} \ ,$$

$$d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$$

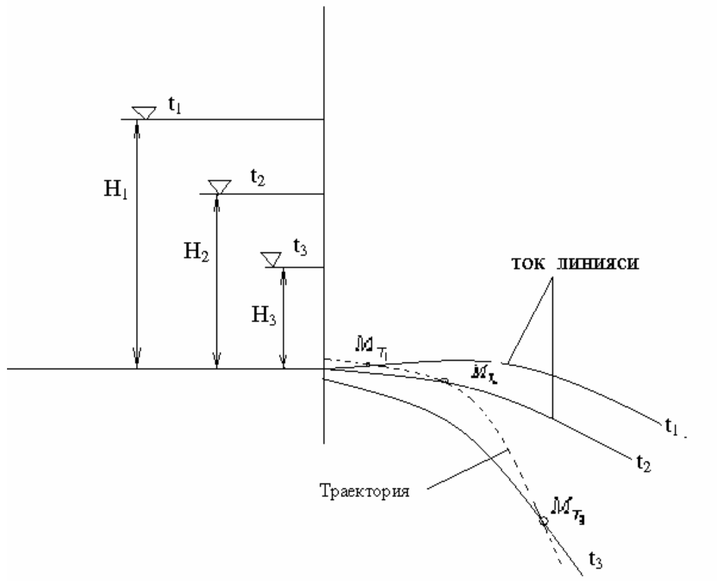
тенгликлардан ток чизиғи тенгламасини оламиз

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z} \qquad (3.2.1)$$



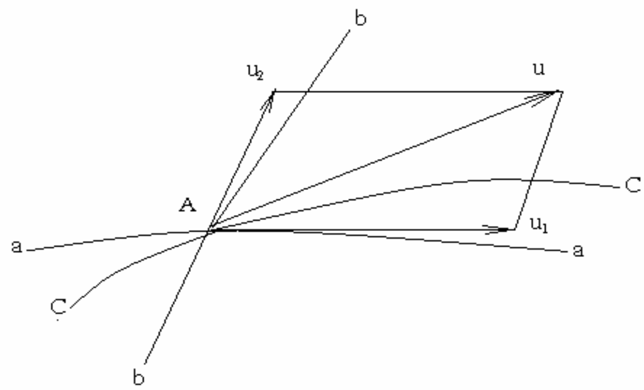
Расм 3.3

Барқарор ҳаракатда вақт давомида тезлик векторларининг катталиги ва йўналиши ўзгармаганлиги туфайли траектория ва оқим чизиғи устма-уст тушади.



Расм 3.4

Бекарор ҳаракатда вақт ўзгариши давомида тезлик векторларининг катталиги ва йўналиши ўзгариб туриши туфайли, траектория ва оқим чизиғи турли эгри чизиқлардан иборат бўлади.[14].



Расм 3.5

Оқим соҳасида олинган нуқталар тизимидан ўтган ток чизиқлар тўплами ток чизиқ тизимлари дейилади. Агар бу нуқталар бирор ёпиқ C чизиқ бўлса, улардан ўтган ток чизиқлар тўплами ток найчасини беради.

Агар оқим чизиқлари системасиининг ўзгариши вақтга боғлиқ бўлса, бундай ҳаракат нотекис ва ностационар ҳаракат дейилади.

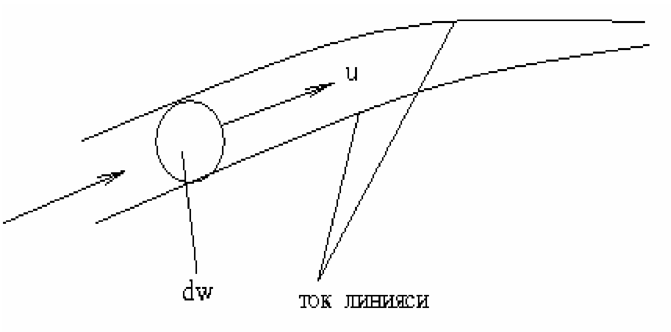
Бу ҳаракатда юқоридаги бўлган (3.5 расм) учта чизиқ устма-уст тушмайди.

Элементар оқимча ва унинг сарфи. Оқим найчаси деб, чексиз кичик ёпиқ контурдан ўтувчи оқим чизиқлари системасидан ҳосил бўлган кичик найчага айтилади. Шу найчанинг ичида оқувчи суюқлик элементар оқимча дейилади.

Заррача тезлиги ток чизиғига уринма бўйлаб йўналган бўлгани учун оқимча сарфи йўналиш бўйлаб ўзгармас бўлади, яъни оқим сиртига нормал тезлик нол бўлгани учун суюқлик заррачалари оқим найчасидан чиқмайди.

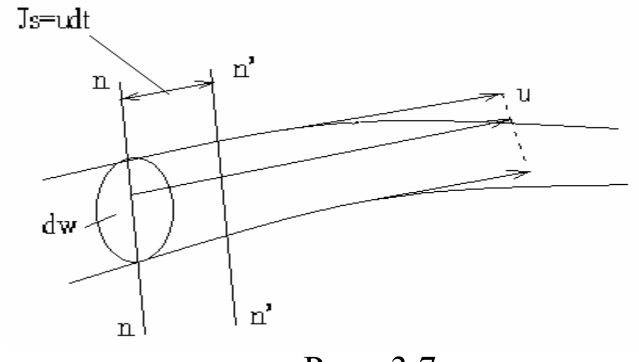
Элементар оқимча атрофидаги суюқлик оқим массасидан ажралган ҳолда бўлиб, икки ток чизиғи ўзаро кесишмайди. Ҳар қандай ток трубкасига ташқаридан элементар оқимча ичига кира олмаслигидан ташқари найчадан чиқиб кетмайди ҳам.

Оқимчадаги оқаётган суюқлик миқдорини аниқлаш учун элементар оқим сарфи деган тушунчани киритамиз. Элементар оқимча сарфи деб, бирлик вақт ичида элементар оқимча кўндаланг кесими юзасидан оқиб ўтаётган суюқлик сарфини тушунамиз.



Расм 3.6

Оқимчадаги элементар сарф тенгламасини қуйидагича тузамиз: dt- вақт оралиғида барча заррачалар $m-m$ кесимдан $n-n$ кесимга (S) масофага кўчса, (расм 3.7)



Расм 3.7

қуйидаги масофани ўтади:

$$dS = udt$$

Суюқлик u - уринма бўйлаб ҳаракат тезлигида $n-n$ кесим юзасидан ўтса қуйидаги асослари $m-m$ ва $n-n$ кесимлар кесган юзалар бўлиб баландлиги dS бўлган найча ҳажмни тўлдириб ўтади ва у қуйидагича аниқланади:

$$dW = dSd\omega$$

Шундай қилиб, dt - вақт оралиғидаги элементар найча ҳажми учун ушбу тенглик ўринли

$$dW = d\omega \cdot u \cdot dt$$

$dt \to 0$ да $dS \to 0$ бўлгани учун бирлик вақт ичида $n-n$ кесимдан суюқлик оқиб ўтади. Ўтган суюқлик сарфи

$$dQ = \frac{dS}{dt} d\omega$$

ёки

$$dQ = \frac{dW}{dt} = u \cdot d\omega \qquad (3.2.2)$$

Демак, суюқлик сарфи олинган элементар найча ҳажмидан вақт бўйича олинган ҳосила, яъни $n-n$ кесимдан ўтган элементар найча ҳажмининг суюқлик сарфи ўзгариш тезлигига тенг экан.

$$dQ = \rho g u d\omega \qquad (\frac{H}{c})$$

dQ - ҳажм бирлигидаги элементар оқимчанинг сарфи дейилади. Ўлчов бирлиги $\frac{м^3}{c}$.

Масса сарфи тўғрисида ҳам шундай тушунча киритиш мумкин.

Оқим сарфи ва ўртача тезлик. Элементар оқим найчалари йиғиндиси тўла оқимни ташкил этади. Элементар оқим найчаларнинг тезлиги бир биридан фарқ қилгани учун, оқим кўндаланг кесим юзасидаги заррачалар тезликлари ҳам бир биридан фарқ қилади.

Тезликлар тарқалиши қонунияти тезлик эпюралари билан характерланади.

Оқим сарфи: элементар оқимчалар сарфлари йиғиндилари билан ифодаланади:

$$Q = \int_{(\omega)} dQ = \int_{(\omega)} u d\omega \qquad (3.2.3)$$

Оқим тезлигини ўртача тезлик билан характерлаш мумкин, яъни оқимнинг ўртача тезлигини кўндаланг кесим орқали қуйидагича ёзиш мумкин.

$$V = \frac{\int\limits_{(\omega)} u d\omega}{\omega} = \frac{Q}{\omega}, \tag{3.2.4}$$
$$Q = \omega \cdot V$$

бу тенглик оқим сарфи тенгламаси дейилади.

Оқим массасининг сақланиши. Барқарор элементар оқимчанинг икки $1-1$ ва $2-2$ кесимлари учун сарф тенгламасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$dQ = u_1 d\omega_1$$

ва

$$dQ_2 = u_2 d\omega_2 .$$

Фараз қилайлик суюқликнинг сиқилмаслик шарти қуйидаги тенгсизлик билан ифодалансин:

$$dQ_1 > dQ_2 ,$$

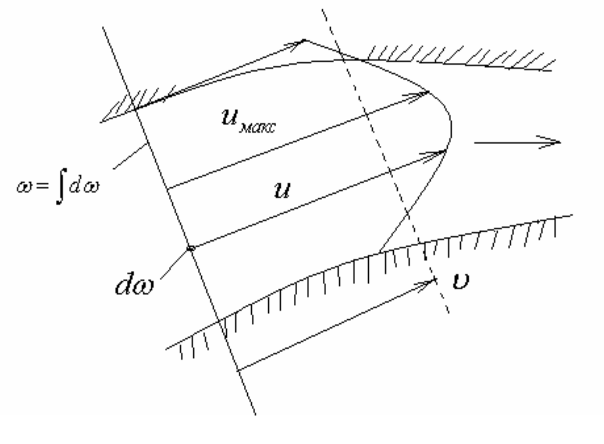
Бу ҳолда оқимча кўндаланг кесимлари орасидаги соҳа ортиши керак, иккинчи томондан узлуксизлик шартига кўра

$$dQ_1 < dQ_2$$

бўлса оқимча кўндаланг кесимлари орасидаги соҳа торайиши керак,лекин бундай бўлиши мутлоқа мумкин эмас. Демак оқимларнинг узлуксизлик шарти фақат:

$$dQ_1 = dQ_2$$

тенглик бажарилишини тақозо этади.



Расм 3.8

Оқимнинг узилмаслик шарти:

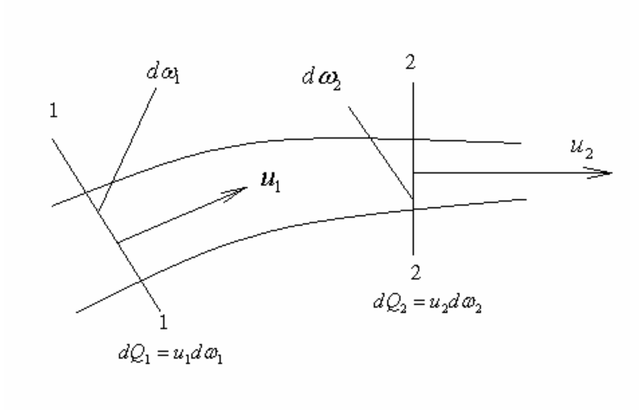
$$dQ_1 = dQ_2$$

ёки

$$u_1 d_1 \omega_1 = u_2 d \omega_2$$

Бу тенгликдан эса:

$$dQ = ud\omega = \left| const \right|_S$$



Расм 3.9

Оқимни ташкил этган элементар найчалар сиртидан ичига ёки ташқарисига суюқлик заррачаси кира олмайди ва чиқиб кета олмайди. Шунинг учун ҳам оқим бўйлаб унинг сарфи бир хил бўлади. Ток найчасининг ихтиёрий кесимидаги сарфи найча узунлиги бўйлаб ўзгармас бўлади.

Бутун оқим учун узлуксизлик теоремаси қуйидагича ёзилади (расм 3.9):

$$dQ_1 = dQ_2$$

Ёки бутун оким сохаси учун сарфнинг узгармаслиги қуйидагича ифодаланади:

$$\omega_1 V_1 = \omega_2 V_2,$$

$$Q = \omega V = const .$$

IV БОБ
ЁПИШҚОҚ БЎЛМАГАН СУЮҚЛИКЛАРНИНГ АСОСИЙ ДИНАМИК ТЕНГЛАМАЛАРИ
4.1. Суюқликлар ҳаракатини ўрганиш усуллари

Суюқлик осон деформациялановчи узлуксиз муҳит бўлиб, унинг энг кичик элементи сифатида заррачалари қаралади. Бу зарраларнинг ҳажмий ўлчами (моддий нуқта каби) чексиз кичик деб олинади. Суюқлик заррачалариниг ҳаракати асосан икки усулда ўрганилади [14,19, 20, 23].

Булар ҳаракатни ўрганиш нуқтаи назаридан **Лагранж ва Эйлер усулларига ажратилади.**

Лагранж усулида ҳар бир элементар заррачанинг ҳаракат қонуни алоҳида ўрганилади. Суюқлик заррачалари оқим соҳасида чексиз кўп бўлгани учун бу усул кам қўлланилади.

Эйлер усули бўйича фазонинг ҳар бир нуқтасида суюқлик заррачасининг тезликлари, тезланишлари майдонлари ва бошқа параметрлари ўрганилади ва заррачанинг ҳаракат қонуни шу параметрлар орқали олинади.

Оқим соҳасининг ҳар бир нуқтасида ҳар иккала усул, яъни Лагранж ва Эйлер усуллари ўзаро боғлиқ бўлиб, бири учун тузилган тенгламадан иккинчисига ўтиш мумкин. Одатда Лагранж координаталари Эйлер координаталари системасида ушбу тенгликлардан аниқланади:

$$x(t) = f_1(t); y(t) = f_2(t); z(t) = f_3(t)$$

ва

$$x(0) = a; y(0) = b; z(0) = c$$

Гидродинамика ва гидравликада асосан Эйлер усули ишлатилади [5,10,12,14,20,23].

Лагранж усули. Лагранж усулига кўра ҳар бир суюқлик заррачасиуbyu ҳаракати унинг координаталари учун олинган учта тенгламалар системаси орқали аниқланади, яъни:

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \qquad z = f_3(t)$$

бу ерда x, y, z заррачанинг координаталари, t - вақт. (x, y, z - координаталар t *t*-вақтнинг функциясидир.)

Оқим барча заррачаларининг ҳаракатини аниқлаш учун юқорида келтирган тенгламаларнинг бир неча системасини ёзиш керак, бу эса қийин масала.

Бу масалани қуйидагича ҳал қилиш мумкин. Бошланғич t_0 -моментда барча заррачалар фазонинг маълум (x_0, y_0, z_0) нуқтасида жойлашган деб фараз килинади ва (x_0, y_0, z_0) координаталарни $(x_0 = a, y_0 = b, z_0 = c)$ деб белгилаб, a, b, c бошланғич координаталар киритилади. Бу координаталар эса оқимдаги аниқ бир заррачанинг координаталари ҳисобланади. Шу заррачанинг кейинги координаталарини (x_1, y_1, z_1) деб белгилаб, унинг қийматлари нуқтадан нуқтага ўтишида ўзгариб боради. Оқим учун бу координаталар фақат вақтга боғлиқ бўлмай, бошланғич координаталарга ҳам боғлиқ бўлади. Суюқлик массаси ҳаракати учун қуйидаги тенгламалар системаси олинади:

$$\begin{aligned} x &= f_1(a, b, c, t) \\ y &= f_2(a, b, c, t) \\ z &= f_3(a, b, c, t) \end{aligned} \qquad (4.1.1)$$

a, b, c – бошланғич координаталар ўзгармас бўлиб, қолган координаталар $f(x_1, y_1, z_1, t)$ - функциянинг ўзгарувчилари ҳисобланади, яъни $f(x_1, y_1, z_1, t)$ -функция тўртта ўзгарувчининг функцияси бўлади. Бу ўзгарувчиларни Лагранж ўзгарувчилари дейилади.

Агар (4.1.1) тенгламалар системаси маълум бўлса, суюқликнинг ҳаракати аниқланган дейилади. Заррача тезлигининг ташкил этувчилари x, y, z координаталарнинг вақт бўйича биринчи хусусий ҳосиласи бўлиб, мос ҳолда қуйидагича ёзилади:

$$u_x = \frac{\partial f_1(a, b, c, t)}{\partial t},$$

$$u_y = \frac{\partial f_2(a, b, c, t)}{\partial t},$$

$$u_z = \frac{\partial f_3(a, b, c, t)}{\partial t}$$

Тезланишнинг ташкил этувчилари эса, координаталарнинг t вақт бўйича иккинчи ҳосиласи ҳисобланади,

$$a_x = \frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2}, \quad a_y = \frac{\partial^2 f_2}{\partial t^2}, \qquad a_z = \frac{\partial^2 f_3}{\partial t^2}$$

Тўла тезлик ва тезланишлар қуйидаги формулалар орқали топилади:

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \qquad (4.1.2)$$

Тезликнинг йўналиши, яъни тезлик векторининг мос равишда ox, oy, oz - координата ўқлари билан ҳосил қилган α , β , γ - бурчакларининг косинуслари орқали аниқланади:

$$\cos\alpha = \frac{u_x}{u}, \ \cos\beta = \frac{u_y}{u}, \ \cos\gamma = \frac{u_z}{u}$$

Суюқликлар ҳаракатини Лагранж методи орқали текширишда траектория ва аниқланган нуқталарнинг ҳаракат чизиғи суюқлик ҳаракатининг характеристикаси сифатида қаралади.

Ажратилган N -чи нуқтадаги заррачанинг траекторияси (a_n, b_n, c_n) бўлиб, (4.1.1) система орқали ёки x, y, z координаталарнинг $t_1, t_2, ..., t_n$ вақт учун олинган моментлари орқали топилади. Бунда (4.1.1) системани t -га нисбатан ечиб, қуйидаги тенгламалар системасига келтирилади:

$$\Phi_1(a, в, c, x, y, z) = 0$$

$$\Phi_2(a, в, c, x, y, z) = 0$$

ва бу системанинг биргаликдаги ечимлари изланган суюқлик заррачалари траекториясини беради.

Мисоллар.

Масала 1. Оқим ҳаракатининг асосий тенгламалари системаси берилган бўлса:

$$\left.\begin{aligned} x &= a + ut \\ y &= b \\ z &= c \end{aligned}\right\} \qquad (*)$$

ҳаракатнинг характери ва кинематик параметрлари аниқлансин.

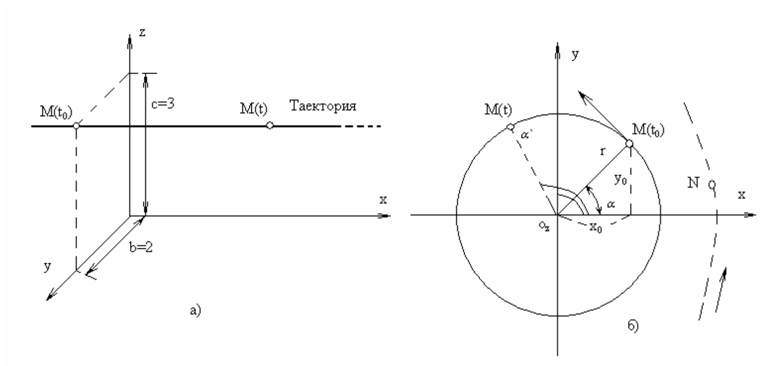
Ечиш: Тенгламадан маълумки ихтиёрий заррачанинг y, z координаталари t -вақтга боғлиқ эмас, демак ҳаракат Ox координата ўқига параллел бўлади, яъни суюқлик ихтиёрий заррачасининг ҳаракат траекторияси Ox -координата ўқига параллел бўлган тўғри чизиқдан иборатдир. Ихтиёрий du - заррача тезлигининг йўналиши ва тезланишини аниқлайлик:

Тўлиқ тезлик проекцияси:

$$u_x = \frac{\partial f_1}{\partial t} = \frac{\partial(a + ut)}{\partial t} = u;$$

$$u_y = \frac{\partial f_2}{\partial t} = \frac{\partial b}{\partial t} = 0;$$

$$u_z = \frac{\partial f_3}{\partial t} = \frac{\partial c}{\partial t} = 0;$$



Расм 4.1.

Тўлиқ тезлиги эса:

$$u = \sqrt{u_x{}^2 + u_y{}^2 + u_z{}^2} = \sqrt{u^2 + 0^2 + 0^2} = u$$

Тезлик йўналиши эса α, β, γ бурчакларнинг косинуслари орқали аниқланади:

$$Cos\alpha = \frac{u_x}{u} = \frac{u}{u} = 1 \qquad \alpha = 0$$

$$Cos\beta = \frac{u_y}{u} = \frac{0}{u} = 0 \qquad \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$Cos\gamma = \frac{u_z}{u} = \frac{0}{u} = 0 \qquad \gamma = \frac{\pi}{2}.$$

Демак ҳаракат ҳақиқатда ҳам Ox ўқига параллелдир. Тезланишнинг ташкил этувчиларни аниқлаймиз:

$$a_x = \frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 (a + ut)}{\partial t^2} = 0$$

$$a_y = \frac{\partial^2 b}{\partial t^2} = 0$$

$$a_2 = \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} = 0$$

Ҳаракат текис ҳаракат экан.

Масала 2. Суюқликнинг Oz - координата ўқи атрофида ўзгармас ω - бурчак тезлик билан айланишининг умумий дифференциал тенгламасини тузинг ва ҳар бир айрим заррачалари тезлиги ва тезланишини топинг.

Ечиш: Ихтиёрий $a = x_0$, $b = y_0$, $c = z_0$ ва радиус вектори $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ бўлган $M(t_o)$ нуқтани қараймиз. Радиус вектори Ox координата ўққининг мусбат йўналишига нисбатан α - бурчакни ташкил этади (расм 4.1б). M нуқта t - вақт давомида $M(t)$ ҳолатга кўчиб ўтади, радиус вектор эса бу вақт ичида $\alpha^1 = \omega t$ бурчакка бурилади ва $M(t)$ нуқтанинг координаталари қуйдагича аниқланади:

$$x = r\cos(\alpha + \alpha^1)$$

$$y = r\sin(\alpha + \alpha^1)$$

$$z = c$$

Бу эса

$$x = f_1(a_1 b_1 c_1 t)$$

$$y = f_2(a_2 b_2 c_2 t)$$

$$z = f_3(a_3 b_3 c_3 t)$$

Мос келади ва бу тенглама асосий ҳаракат тенгламасининг Лагранж формуласи дейилади. Тезлик ва тезланишларни топамиз.

$$u_x = \frac{\partial f_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\sqrt{a^2 + b^2}\cos(\alpha + \omega t)\right] = -\omega r\sin(\alpha + \omega t) = -\omega y\ ,$$

$$u_y = \frac{\partial f_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\sqrt{a^2 + b^2}\sin(\alpha + \omega t)\right] = -\omega r\cos(\alpha + \omega t) = \omega x$$

$$u_z = \frac{\partial f_3}{\partial t} = 0$$

Тўлиқ тезлик:

$$u=\sqrt{u_x^2+u_y^2+u_z^2}=\omega r$$

масаланинг шартига кўра бурчак тезлик - ω ва радиус вектор - r берилган заррача учун ўзгармасдир. Яъни $\omega r=const$. Демак тўлиқ тезлик: $u=\omega r=f(r)$.

Йўналтирувчи косинусларини аниқлаймиз:

$$Cos\,\alpha=\frac{u_x}{u}=\frac{\omega r\sin(\alpha+\omega t)}{\omega r}=-\sin(\alpha+\omega t)$$

$$Cos\,\beta=\frac{u_y}{u}=\frac{\omega r\cos(\alpha+\omega t)}{\omega r}=-\cos(\alpha+\omega t)$$

$$Cos\gamma=\frac{u_z}{u}=0$$

Қаралаётган суюқлик заррачаси учун тезликнинг йўналтирувчи косинуслари, яъни тезлик векторининг йўналиши вақт ўзгариши билан ўзгариб турар экан.

Заррача тезланишини аниқлаймиз:

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

$$a_x=\frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2}=\frac{\partial u_x}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\left[-\omega r\sin(\alpha+\omega t)\right]=-\omega^2 r\cos(\alpha+\omega t)$$

$$a_y=\frac{\partial^2 f_2}{\partial t^2}=\frac{\partial u_y}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\left[\omega r\cos(\alpha+\omega t)\right]=-\omega^2 r\sin(\alpha+\omega t)$$

$$a_z=0$$

Демак:

$$a=\sqrt{\left[-\omega^2 r\cos(\alpha+\omega t)\right]^2+\left[-\omega t^2\sin(\alpha+\omega t)\right]^2}=\omega^2 r=\frac{u^2}{r}$$

бу эса марказга интилма тезланишни характерлайди. Ҳар бир суюқлик заррачаси Oz ўқ атрофида ω - ўзгармас бурчак тезлик билан ҳаракатланганда марказга интилма тезликка эга бўлар экан. Тезланиш йўналишларини эса мос косинуслар орқали топамиз:

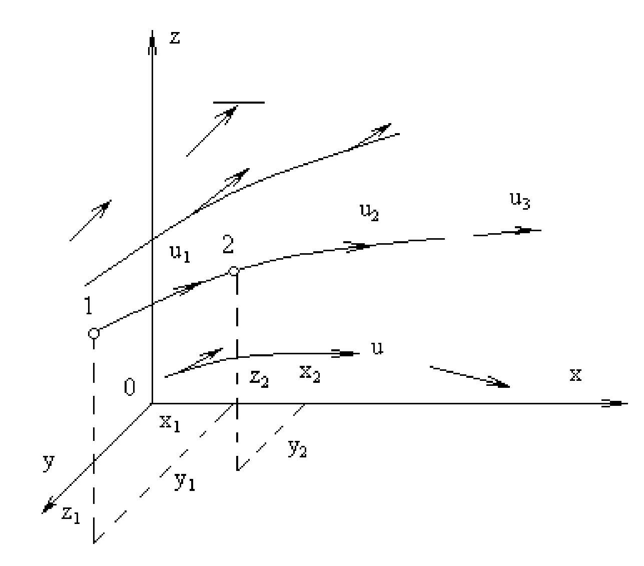
$$Cos\,\alpha=\frac{a_x}{a}=\frac{-\omega^2 r\cos(\alpha+\omega t)}{\omega^2 r}=-\cos(\alpha+\omega t)$$

Заррачаларнинг тўлиқ тезланишлари радиус бўйлаб марказга интилади, яъни марказга интилма тезланишга эга бўлади.

Эйлер усули. Эйлер усулида суюқликларнинг оқим соҳасидаги ҳаракати кўрилади. Вақтнинг маълум (қийматида) онида соҳанинг ҳар бир нуқтасида суюқлик заррачалари $\vec{V}$ – тезлик векторига эга деб фараз қилайлик.

Оқим соҳасидаги заррачалар тезликлар тўплами тезлик вектори майдонини ташкил этади (4.2 расм).

$$\vec{V} = u_x\vec{i} + u_y\vec{j} + u_z\vec{k} \qquad (4.1.3)$$



Расм 4.2.

Маълумки, ҳаракатнинг беқарор турида тезлик вектори майдони вақт давомида ўзгариб туради, демак тезлик векторининг (4.1.3) компоненталари $\{u_x, u_y, u_z\}$ координаталар ва вақтнинг функцияси ҳисобланади. Яъни:

$$\begin{aligned} u_x &= F_1(x,y,z,t) = F_1[x(t);y(t);z(t);t] \\ u_y &= F_2(x,y,z,t) = F_2[x(t);y(t);z(t);t] \\ u_z &= F_3(x,y,z,t) = F_3[x(t);y(t);z(t);t] \end{aligned} \qquad (4.1.4)$$

Бу тенгликларда вақт t ошкор ва ошкормас ҳолда қатнашади.

Ҳаракат мўътадил бўлишининг аналитик шарти эса қуйидагича аниқланади:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0$$

Хусусий ҳосилаларнинг вақт бўйича нолга тенглиги:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0 \qquad (4.1.5)$$

ҳаракатнинг барқарор бўлиш шартини (4.1.4) тенглик ифодалайди, тезликнинг вектори вақт давомида ўзгармаслигини ифодалайди.

(4.1.3) формула, яъни асосий ҳаракат тенгламаси маълум бўлса, тўла тезлик ва унинг йўналишини аниқлаш, қийматини ҳисоблаш ва тезланишини топиш мумкин. Тўла тезланиш (*) формула орқали топилиб, координата ўқларига проекцияси қуйидагича ифодаланади

$$a_x = a\cos\alpha = \frac{du_x}{dt}$$

$$a_y = a\cos\beta = \frac{du_y}{dt}$$

$$a_z = a\cos\gamma = \frac{du_z}{dt}$$

бу ерда

$$\alpha = (\vec{a}, \hat{\ } \vec{i}), \beta = (\vec{a}, \hat{\ } \vec{j}), \gamma = (\vec{a}, \hat{\ } \vec{k}) \qquad (4.1.6)$$

Тезланиш вектори компонентларининг тўла ҳосилалари учун ифодаларни топамиз. Тўла тезликларнинг Ox, Oy, Oz ўқлардаги проекциялари координаталар ва вақтнинг функцияси ҳисобланиб, тўла дифференциалнинг қоидасига кўра қуйидагига тенг:

$$du_x = \frac{\partial u_x}{\partial t}dt + \frac{\partial u_x}{\partial x}dx + \frac{\partial u_x}{\partial y}dy + \frac{\partial u_x}{\partial t}dz$$

dt га бўлиб юборсак:

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x dt}{\partial t dt} + \frac{\partial u_x dx}{\partial x dt} + \frac{\partial u_x dy}{\partial y dt} + \frac{\partial u_x dz}{\partial z dt}$$ қуйидаги тезланишлар ифодасини эътиборга олсак

$$u_x = \frac{dx}{dt}\ , u_y = \frac{dy}{dt}, u_z = \frac{dz}{dt} \qquad (4.1.7)$$

мўътадил ҳаракатдаги тезланиш бўлгани учун қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

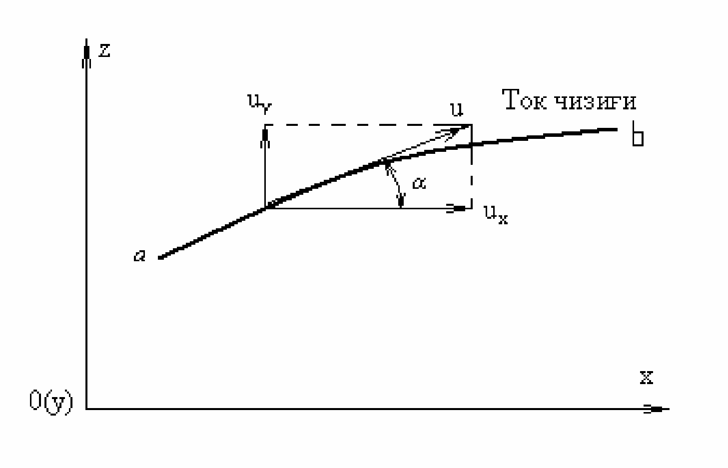
$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_x}{\partial z} \qquad (4.1.8)$$

$\frac{du_x}{dt}$ тўла ҳосила тўлиқ тезланишни ифодалаб, берилган заррача ҳаракатининг Ox ўқи йўналишидаги тўлиқ тезланиши ёки **субстанционал** ҳосила дейилади.

$$a_x = \frac{du_x}{dt} = u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \qquad (4.1.9)$$

(4.1.9) ифода берилган заррача нотекис ҳаракатининг Ox ўқи йўналишидаги кўчиш тезланишини ифодалайди ва **конвектив** ҳосила дейилади.

$\frac{\partial u_x}{\partial t}$ эса– беқарор ҳаракат тезланишининг нуқтадаги қийматини ифодалайди ва **локаль** ҳосила дейилади. Уларнинг йиғиндиси $u_x(x, y, z, t)$ дан олинган тўла ҳосила бўлиб, у (4.1.7) тенгликдан аниқланади.



Расм. 4.3

$\frac{\partial u_y}{\partial t}$, $\frac{\partial u_z}{\partial t}$ Тезланиш вектори компонентлари u_y, u_z учун вақт бўйича тўла ҳосила худди (4.1.8) формуладаги каби ифодаланади.

$$a_y = \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z},$$

$$a_z = \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \qquad (4.1.10)$$

Суюқликлар ҳаракатини Эйлер усули орқали текширганда ҳаракатнинг геометрик характеристикалари ток чизиғи ва траекторияси ҳисобланади, яъни вақтнинг маълум онида ab – силлиқ чизиққа эга бўлайлик. У ҳолда чизиқ тенгламасини қуйидагича ёзиш мумкин (текисликка параллел ҳаракат учун ток чизиғи тенгламаси):

$$y = f(x).$$

y ва x – чизиқдаги нуқтанинг координаталари. 3.3.расмдан ушбу тенгликни оламиз:

$$\frac{u_y}{u_x} = tg\alpha .$$

α - ток чизиғи уринмасининг Ox координата ўқи мусбат йўналиши билан ажратган бурчагига тенг. Ток чизиғи тенгламасини дифференциалласак:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} = tg\alpha .$$

Бундан ва юқоридаги тенгликдан:

$$tg\alpha = \frac{u_y}{u_x} = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} \qquad (4.1.11)$$

(4.1.11) тенглама текис ҳаракатдаги суюқлик ток чизиғининг дифференциал тенгламаси дейилади.Суюқлик заррачаларининг фазовий ҳаракатлари учун ток чизиғи қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z} \qquad (4.1.12)$$

Янада тўларoқ ҳолда (4.1.4) ифодага асосан ток чизиғи қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{dx}{F_1(x,y,z,t)} = \frac{dy}{F_2(x,y,z,t)} = \frac{dz}{F_3(x,y,z,t)} \qquad (4.1.12a)$$

Ток чизиғининг тўлароқ тенгламасини олиш учун бу тенгламани интеграллаб,

$$\begin{aligned} \Phi_1(x,y,z,t) &= c_1 \\ \Phi_2(x,y,z,t) &= c_2 \end{aligned} \qquad (4.1.13)$$

ушбу икки тенгламаларни оламиз ва улар ток чизиғи тенгламаси бўлади.

Мисоллар. Суюқликнинг қаттиқ жисм каби Oz - координата ўқи атрофида ω - ўзгармас тезлик билан айланиши натижасидаги ҳаракат қонуниятини аниқланг.

Ечиш: Бундай ҳаракат барқарор ҳаракат бўлиб, $\omega = const$, яъни айланиш вақтга боғлиқ бўлмагани учун, асосий ҳаракат тенгламалари системасини Эйлер координаталарида ёзамиз:

$$u_x = F_1(x, y, z)$$

$$u_y = F_2(x, y, z)$$

$$u_z = F_3(x, y, z)$$

Берилган ҳаракатнинг кўрилган махсусликларини ҳисобга олиб ва Oz ўқи атрофида айланишдан келиб чиқиб суюқлик заррачалари xOy текисликда айланма ҳаракатда бўлишини оламиз ва $u_z = 0$ деб оламиз ва ќуйидаги тенгламалар системасига эга бўламиз:

$$u_x = F_1(x_1 y)$$

$$u_y = F_2(x_1 y)$$

$$u_z = 0$$

u_x, u_y тезликларни аниқлаймиз. Ихтиёрий суюқлик заррачасининг тўлиқ тезлиги:

$$u = \omega r = \omega\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

бу ерда $z = const$. $z = 0$ текисликдаги ҳаракат учун асосий тенгламалар системаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$u_x = -u \sin\alpha = -\omega\sqrt{x^2 + y^2}\,\sin\alpha$$

$$u_y = u\cos\alpha = \omega\sqrt{x^2 + y^2}\,\cos\alpha$$

$$u_z = 0$$

Суюқлик заррачаси траекторияси кўринишини аниқлаймиз: Ток чизиғи бир вақтнинг ўзида траектория чизиғи ҳам бўлади, чунки барқарор ҳаракат қаралмоқда. Ток чизиғи тенгламасидан:

$$\frac{dx}{F_1(x_1 y)} = \frac{dy}{F_2(x_1 y)}$$

ёки

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y},$$

формулаларга юқоридаги қийматларини қўйсак,

$$\frac{dx}{-\omega\sqrt{x^2+y^2}\,\sin\alpha} = \frac{dy}{\omega\sqrt{x^2+y^2}\,\cos\alpha}$$

бу тенгламани $\omega\sqrt{x^2+y^2}$ га қисқартириб ва

$$x = r\cos\alpha\,,\ y = r\sin\alpha$$

эканлигини эътиборга олсак

$$xdx + ydy = 0$$

тенгламага келамиз ва бу тенгламани интегралласак:

$$x^2+y^2=r^2$$

яъни айлана тенгламасини ҳосил қиламиз. Демак суюқлик заррачалари айлана бўйлаб ҳаракат қилар экан, шу натижа $z = const$ кесимларда ҳам айланалар ҳосил бўлади.

4.2 Суюқлик заррачаларининг ҳаракати кинематикаси

Суюқлик заррачаси ҳаракати мутлақ қаттиқ жисм заррачаси ҳаракатидан фарқ қилади. Мутлақ қаттиқ жисм заррачаси илгариланма, айланма ёки бир вақтнинг ўзида илгариланма-айланма ҳаракат қила олади, бунда унинг шакли ўзгармайди, ўз шаклини сақлайди. Суюқ заррача эгаллаган ҳажм эса (баъзан ўз ҳажмини сақлаган ҳолда), ҳаракати давомида деформацияланади. Суюқ заррачанинг ҳаракат шакли у ҳаракатланаётган тезликлар майдони характерига боғлиқ равишда ўзгаради. Деформацияланувчан қаттиқ жисм ва суюқлик заррачаларининг ҳаракати Гельмгольц теоремасига асосан ҳаракатнинг уч тури ҳисобига, яъни илгариланма, айланма ва деформацион ҳаракатлар ҳисобига бажарилади [14,20].

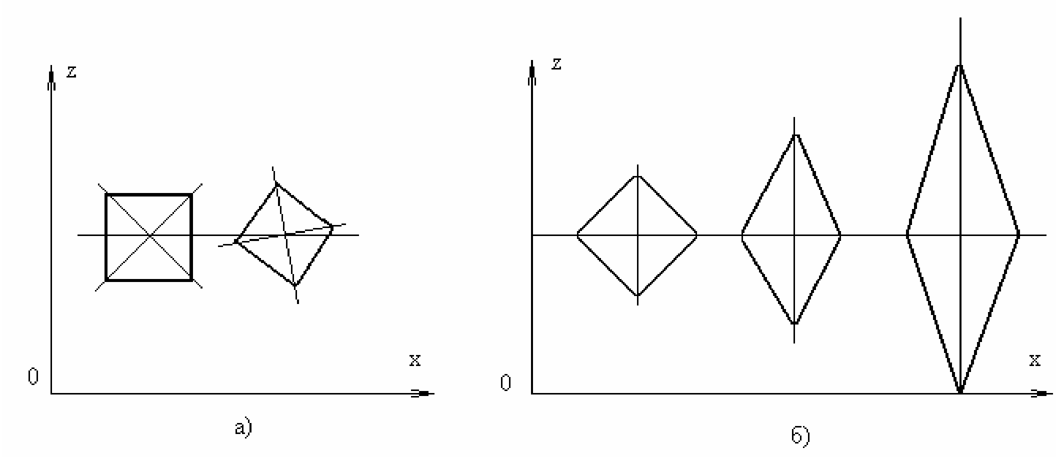
Назарий жихатдан суюқлик харакати икки хил ҳаракатга ажратилади:

1. айланма ҳаракат – одатда уюрмали ҳаракат дейилади.
2. айланишсиз ҳаракат – уюрмасиз (потенциал) ҳаракат дейилади.

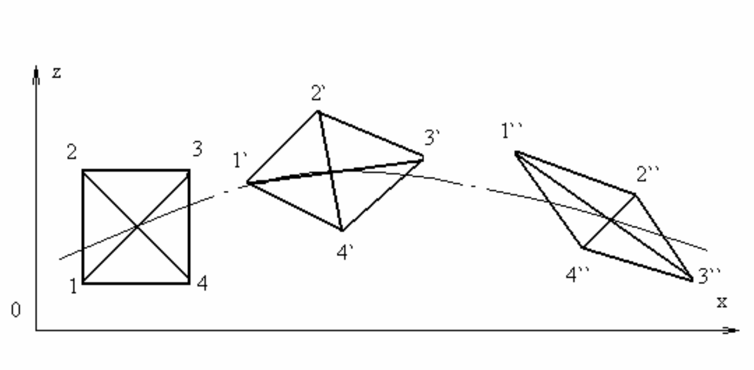
Суюқликнинг уюрмали ва уюрмасиз ҳаракатларнинг кинематик характеристикалари. Уюрмали ҳаракатнинг асосий кинематик характеристикаси бурчак тезлик вектор-ω ҳисобланиб, координата ўқларидаги проекциялари қуйидагича аниқланади:

$$\begin{aligned} \xi &= \omega_x = \omega\cos\alpha \\ \eta &= \omega_y = \omega\cos\beta \\ \zeta &= \omega_z = \omega\cos\gamma \end{aligned} \qquad (4.2.1)$$

Бу проекциялар ξ, η, ζ - уюрма векторининг компонентлари дейилади. Иккиланган 2ω - бурчак тезлик уюрма дейилади, лекин бурчак тезликнинг ўзини ҳам уюрма дейилади, биз бундан кейинги ишларда шу терминдан фойдаланамиз.



Расм. 4.4



Расм. 4.5

Тетраэдр шаклидаги, қирралари Ox, Oy, Oz координата ўқларига параллел бўлган заррачани қараймиз: xOy текислигига у AMB - учбурчакни ифодалаб проекцияланади, (Расм 4.6) ва Δt вақтда бу заррача $A'M'B'$ учбурчак шаклини олади. Бу заррачанинг M учидан ўтказилган биссектриса кўчади ва

$\Delta\eta$ бурчакка бурилиб $M'm$ вазиятни олади. Oz – ўққа нисбатан бурилиш бурчаги $\xi = \omega_z$ бўлиб у:

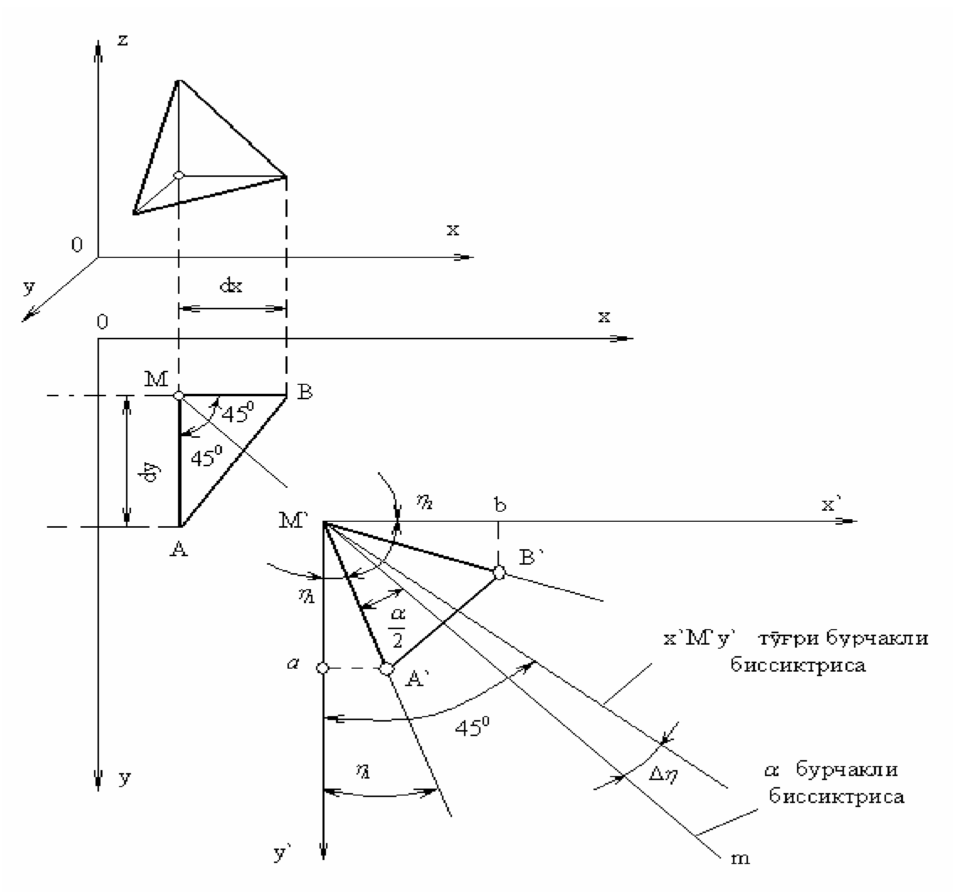
$$\zeta = \frac{\Delta\eta}{\Delta t} \qquad (4.2.2)$$

га тенг бўлади. Бурчак

$$\Delta\eta = 45^0 - \eta_1 - \frac{\alpha}{2}, \alpha = 90^0 - \Delta\eta_1 - \Delta\eta_2$$

Демак:

$$\Delta\eta = 45^0 - \Delta\eta_1 - \frac{90^0 - \Delta\eta_1 - \Delta\eta_2}{2} = \frac{\Delta\eta_2 - \Delta\eta_1}{2}$$



Расм. 4.6

$d\eta_2 -$ бурчак тангенси дифференциал формулада қуйидаги кўринишни олади:

$$tg(d\eta_2) = \frac{(u_y + \frac{\partial u_y}{\partial x}dx)dt - u_y dt}{dx} = \frac{\partial u_y}{\partial x}dt,$$

Маълумки кичик бурчаклар учун,

$$tg(d\eta_2) \approx d\eta_2, \qquad d\eta_2 = \frac{\partial u_y}{\partial x} dt \ .$$

Буни ҳисобга олиб, бурилиш бурчаги биссектрисаси учун қуйидаги ифодани топамиз:

$$d\eta = \frac{d\eta_2 - d\eta_1}{2} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y})dt \ .$$

Oz ўқига нисбатан бурчак тезлик, ёки ζ - вихрининг компонентаси нормалнинг Δt вақт оралигидаги ўзгариши орқали қуйидагича ифодаланади:

$$\zeta = \frac{dn}{dt} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}). \tag{4.2.3}$$

Худди шу каби η, ξ ҳам топилади. Уюрма тезлик вектори эса қуйидагича аниқланади:

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} rot \vec{\upsilon}$$

Ёки

$$\vec{\omega} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{d}{dx} & \frac{d}{dy} & \frac{d}{dz} \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix}$$

Унинг компонентлари қуйидагича аниқланади:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \xi = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}) \\ \omega_y &= \eta = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial z}) \\ \omega_z &= \zeta == \frac{1}{2}(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}) \end{aligned} \tag{4.2.4}$$

Уюрма вектори $\vec{\omega}$ - бўлиб, у уюрма текислигига нормал йўналган вектор бўлади.

Уюрмасиз ҳаракат шартлари. Уюрмасиз ҳаракат бу бурчак тезлиги $\omega = 0$ бўлгандаги ҳаракат бўлиб, унда уюрма векторининг, яъни бурчак тезликнинг барча компонентлари нолга тенг бўлади, яъни:

$$\xi = \eta = \xi = 0$$

ёки (4.2.4) тенгламалар системасига қуйидагича аналитик шартлар қўйилиши билан таъминланади:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \qquad (4.2.5)$$

Тезлик потенциали. Уюрмасиз ҳаракатнинг аналитик шарти (4.2.5) тезлик вектори C^2 синфга оид функциялар бўлса (4.1.3) координаталарнинг махсус функцияси $\varphi(x, y, z, t)$ мавжудлигини аниқлайди ва бу функцияни тезлик потенциали дейилади. Тезлик потенциали хусусий ҳосилалари тезликнинг координата ўқларига бўлган проекцияларига мос келади.

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \; u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \; u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \qquad (4.2.6)$$

Шундай функция ҳақиқатда мавжуд бўлиб, (4.2.5) шартни қаноатлантиради, буни (4.2.6)ни (4.2.5)га қўйиб ишонч ҳосил қилиш мумкин. Куч консерватив бўлса куч потенциали $\Pi(x, y, z)$ мавжуд бўлиб, юқорида келтирилган ҳисоблашлардаги каби қуйидаги ифодага тенг эди:

$$\Pi(x, y, z) = -U(x, y, z)$$

Куч майдонининг проекциялари эса мос хусусий ҳосилалар орқали аниқланади, яъни :

$$X = -\frac{\partial u}{\partial x}, \; Y = -\frac{\partial u}{\partial y}, \; Z = -\frac{\partial u}{\partial z}. \qquad (4.2.7)$$

φ - тезлик потенциали, уюрмасиз ҳаракат эса потенциал ҳаракат дейилади. Демак икки группа ҳаракатга эга бўлдик. Уюрмасиз ва потенциал уюрмали ҳаракатлар ичида хусусий ҳол бўлган винтли ҳаракат учраб туради. Бу ҳолда бурчак тезлик векторининг йўналиши қаралаётган нуқтада чизиқли тезлик вектори йўналиши билан устма-уст тушади ва бу ҳолда уюрмасиз ҳаракатнинг баъзи хусусиятлари сақланишини кузатиш мумкин.

4.3 Суюқлик динамикасининг умумий тенгламаси.

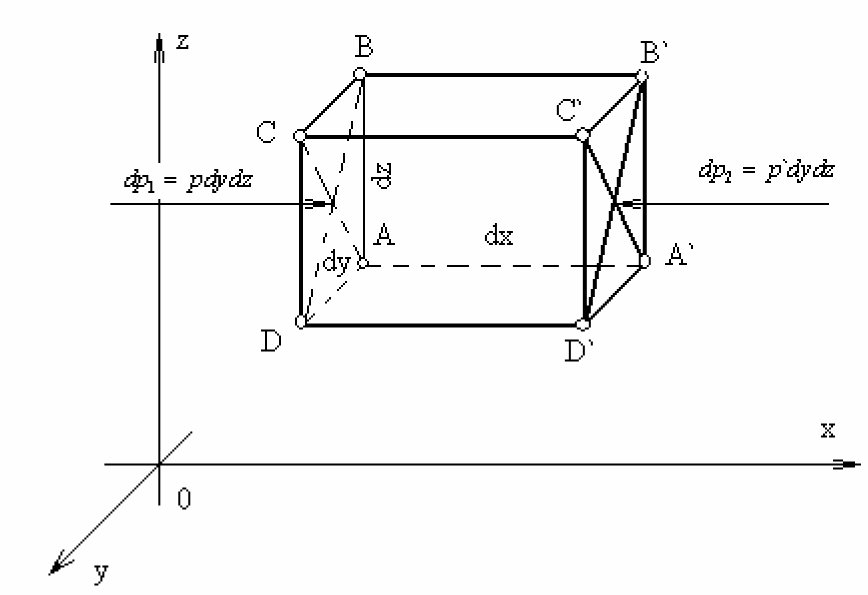
Эйлер тенгламаси. Механиканинг асосий қонунидан фойдаланамиз, яъни бирор жисмга таъсир этаётган ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчи $\vec{R}$ шу жисм массасининг жисм тезланишига кўпайтмасига тенг, яъни:

$$\vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

бу ерда $\vec{R}$ ташқи ва сиртқи кучлар йиғиндиси

$$\vec{R} = \rho\vec{F} + T_T \qquad (4.3.1)$$

$T_T -$ сиртқи куч.



Расм. 4.7

Идеал суюқлик оқимида параллелепипед шаклидаги элементар массани қараймиз.

$$\begin{aligned} dR_x &= a_x dm \\ dR_y &= a_y dm \\ dR_z &= a_z dm \end{aligned} \qquad (4.3.2)$$

Системанинг биринчи тенгламасини қарасак :

$$dR_x = dma_x \qquad (4.3.3)$$

маълумки жисмнинг массаси

$$dm = \rho dxdydz = \rho d\tau$$

Ox - ўқи бўйлаб тезланиши эса қуйидагича топилади:

$$a_x = \frac{du_x}{dt}$$

Лекин тўла ҳосила қуйидаги ифодага тенг:

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{dt} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial н} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z}.$$

Демак

$$dR_x = \rho a_x d\tau,$$

$$dR_y = \rho a_y d\tau,$$

$$dR_z = \rho a_z d\tau,$$

Бу ерда

$$d\tau = dxdydz$$

$\vec{R} -$ таъсир этувчи кучлар тизимининг тенг таъсир этувчиси.

Суюқликка ички (суюқлик заррачаларининг ўзаро таъсири кучи) кучи $\vec{F}^{(u)}$, ташқи куч $\vec{F}^{(e)}$ ҳамда сиртқи куч, яъни $\vec{P}_n$ - босим кучлари таъсир этади, шунингдек заррача сиртларининг ўзаро бир бирлари билан ёки идиш девори билан ишқаланиш кучлари ҳам мавжуд бўлиши мумкин.Юқоридаги кучларни ҳисобга олиб, умумий ҳаракат миқдорининг ўзгариш тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} d\tau = \rho \vec{F}^{(e)} d\tau + \rho \vec{F}^{(u)} d\tau - \vec{P}_n d\tau \qquad (4.3.4)$$

Узлуксизлик тенгламаси. Суюқлик эгаллаб турган ҳажмини доимо тўлдирган ҳолда, яъни узлуксиз ҳолда ҳаракатда бўлади. Шу шартнинг аналитик ифодаси бўлган узлуксизлик тенгламасини оламиз. Бунинг учун суюқлик соҳасида эгри сиртнинг $d\omega$ - юзасидан ўтадиган суюқлик сарфини кўрамиз. dt вақт ичида бу юзадан, асоси $d\omega$ - юзадан, dt вақтда баландлиги $u_n dt$ - га тенг, dw - ҳажмили цилиндрга тенг ҳажмли суюқлик ўтади. Ҳақиқатда:

$$dQ = \frac{dW}{dt}$$

$$dW = hd\omega$$

h - цилиндрнинг баландлиги (4.8 расм) дан маълум.

$h = udt\cos\alpha$, u тезлик векторининг оқим найчаси $n-n$ нормал кесимидаги тезлик. Нормал S сиртнинг $d\omega$ юзасига тегишли бўлиб, шу юзадан ўтади, шунинг учун суюқлик миқдори

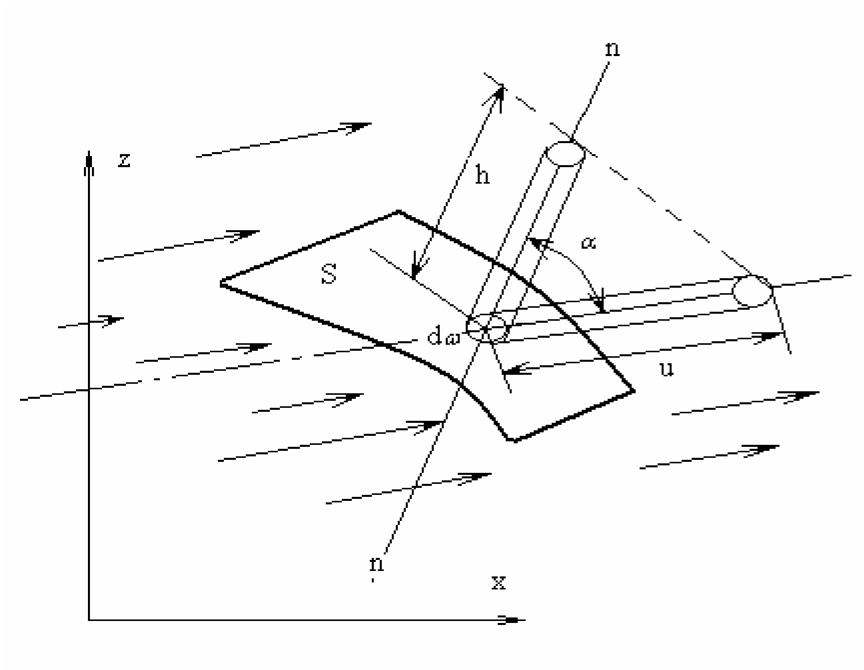
$$dQ = \frac{dW}{dt} = u\cos\alpha = u_n d\omega \qquad (4.3.5)$$

Суюқликнинг $d\omega$ юзасидан ўтадиган суюқлик сарфи, шу юзани суюқлик заррачаси тезлик векторининг юза нормалига проекциясига кўпайтмасига тенг экан.

S юзадан ўтувчи тўлиқ суюқлик сарфини келтириб чиқиш учун, барча элементар сарфларни йиғиш (интеграллаш) керак. Яъни:

$$Q = \int_{\omega} u_n d\omega$$

Бу ерда u_n - тезликлар йуналиш бўйича ҳар хил, чунки сиртнинг ҳар бир нуқтасидан ўтувчи нормаллар бир бирига параллел бўлмайди.



Расм. 4.8

Бу натижадан хусусий ҳолда, яъни суюқлик параллелепипеднинг ён ёқлари, яъни $ABCDA, ABB'A'A$, ва $AA'D'DA$ ёқларидан оқиб ўтганида фойдаланиш мумкин.

Оқимнинг йўналиши Ox-координата ўқининг мусбат йўналиши билан устма-уст тушсин. У ҳолда оқим параллелипипеднинг ичига (расм 4.8)даги ва юқорида келтирилган учта ёқларини сизиб ўтиб, тўлдиради ва худди шу каби учта $CC'D'DC, A'B'C'D'A'$ ва $BB'C'CB$ ёқлари орқали чиқиб кетади. Шундай қилиб суюқликнинг умумий сарфи учта сарфдан, яъни:

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z$$

иборат бўлади. dQ_x, dQ_y, dQ_z - сарфлар мос равишда $ABCDA, ABB'A'A$ ва $AA'D'DA$ ёқлардан ўтувчи сарфлар ҳисобланади.

Узликсизлик тенгламасини чиқариш. Оқим ичида $ABCDD'C'B'A'$ (4.9 расм) параллелепипедни ҳаёлан қурамиз ва бирор фазо деб фараз қиламиз, ва шу фазонинг ичидан суюқлик оқиб ўтишини ўрганамиз.

Агар суюқлик эгаллаган ҳажмдаги оқимида бирор бўшлик ёки бўлиниш хосил қилмаса, яъни суюқлик ҳажмни тўла тўлдирган бўлса, шу фазога оқиб кираётган суюқлик сарфи, шу фазодан оқиб чиқаётган суюқлик сарфига тенг бўлиб, уларнинг фарқи (айирмаси) нолга тенг бўлади. Бу шарт бажарилиши учун суюқлик сиқилмайдиган бўлиши керак.

Суюқлик сиқилувчан бўлса, оқиб кирувчи ва оқиб чиқувчи суюқлик миқдори тенг бўласлиги мумкин, агар тенг бўлмаса бу фарқ қаралаётган фазода суюқлик массасининг ўзгариши билан баҳоланади.

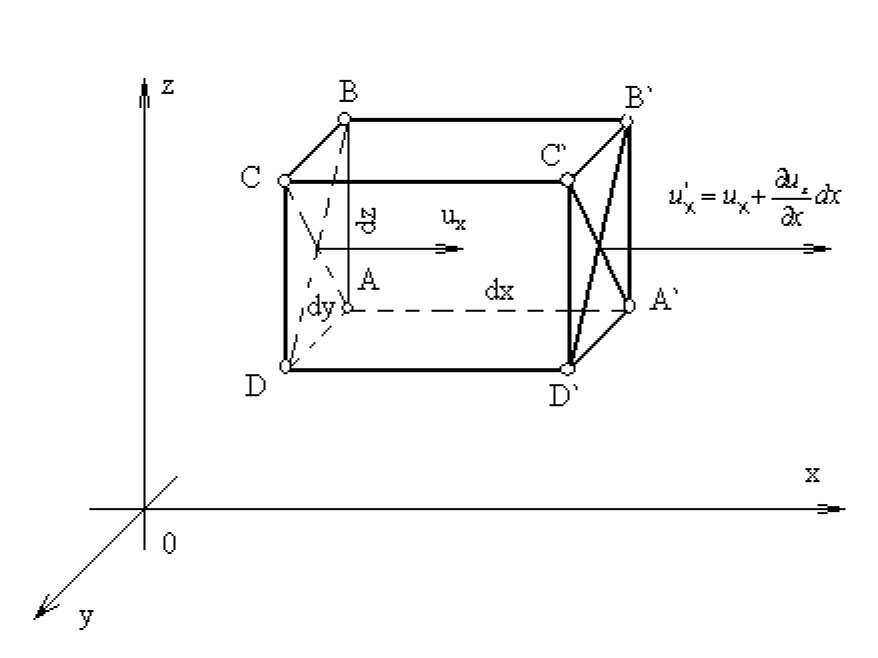
Узлуксизлик шартини математик шаклга келтириш учун, параллелепипеднинг ичидаги суюқлик массаси ўзгариши қонунини келтирамиз.

Параллелепипеднинг $ABCDA$ ёқидан dt вақт давомида суюқликнинг $\delta M'_x$ массаси кирсин.

$$\delta M'_x = \rho u_x dtdydz \tag{4.3.6}$$

Параллелепипеднинг $A'B'C'D'A'$ '-ёк томонидан кирадиган суюқликнинг массаси:

$$\delta M''_x = \rho' u'_x dtdydz \tag{4.3.7}$$



Расм. 4.9

$ABCDA$ ёқдан кирган суюқликнинг зичлиги ρ, тезлиги u'_x бўлиб кирувчи массалар ўзаро тенг эмас. Зичлик ρ ва тезлик u фақат координата x га боғлик равишда ўзгаради. Чунки суюқликнинг кириши ва чиқиши бир вақтда содир бўлади. Шунинг учун иккала параметр, яъни ρ ҳамда u дифферциалнинг хусусий ҳолидагина ўзгаради, яъни

$$d_x = \frac{\partial(\ )}{\partial x}dx:$$

$$\rho' = \rho + \frac{\partial \rho}{\partial x}dx,$$

$$u'_x = u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}dx,$$

Демак чиқувчи масса:

$$\delta M''_x = \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x}dx\right)\left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x}dx\right)dtdydz =$$

$$= \left[\rho u_x + \rho\frac{\partial u_x}{\partial x}dx + u_x\frac{\partial \rho}{dx}dx + \frac{\partial \rho}{\partial x}\frac{\partial u_x}{\partial x}(dx)^2\right]dtdydz.$$

Кўпайтманинг дифференциали қуйидаги ифодага тенг бўлади:

$$\rho \frac{\partial u_x}{\partial x}dx + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x}dx = \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x}dx.$$

$a\frac{\partial \rho}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}(dx)^2$-эса юқори тартибли чексиз кичик миқдор бўлгани учун қолдириб юбориш мумкин. Бу ифодаларни хисобга олиб, қаралаётган фазодан чиқувчи суюқлик массаси учун қуйидаги тенгликни оламиз:

$$\delta M_x^{''} = \left(\rho u_x + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x}dx\right)dtdydz\ . \qquad (4.3.8)$$

Агар dt вақт оралиғида параллелепипед ичидаги суюқликнинг миқдори қўшимча оқим ҳисобига $\delta M'_x$ миқдорга ошса ва суюқлик шу вақт ичида оқиб чиқиш ҳисобига $\delta M''_x$ миқдорга камайса, суюқлик массасининг Ox ўқи йўналиши бўйича (ортиши) ўзгариши қуйидагига тенг бўлади:

$$\delta M_x = \delta M'_x - \delta M_x^{''} = \rho u_x dtdydz - \left(\rho u_x + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x}dx\right)dtdydz$$
$$= -\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x}dtdxdydz \qquad (4.3.9)$$

Юқоридаги каби суюқликнинг Oy ва Oz ўқлар бўйлаб оқиши натижасида оқим массасининг dt - вақт оралиғидаги ўзгариши эса:

$$\delta M_y = -\frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y}dtdxdydz\ .$$

$$\delta M_z = -\frac{\partial(\rho u_y)}{\partial z}dtdxdydz\ .$$

Тенгламалар орқали аниқланиб, dt - вақт ичида суюқлик массасининг умумий ортиши эса қуйидагига тенг бўлади:

$$\delta M = \delta M_x + \delta M_y + \delta M_z =$$
$$= -\left(\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z}\right)dxxdyd. \qquad (4.3.10)$$

Узлуксизлик шарти бажарилганда массанинг ўзгариши, зичликнинг ўзгаришига мос келади, яъни t – вақтда параллелепипед ичидаги суюқлик массаси

$$\delta m_t = \rho dxdydz\,.$$

тенг бўлса, ва $t + dt$ вақтдан кейин эса ҳажмнинг ўртача зичлиги ρ ўзгариб ρ' тенг бўлади. Зичликнинг бу ўзгариши коэффициентига боғлиқ бўлмайди, шунинг учун:

$$\rho^1 = \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt.$$

Демак $t + dt$ вақт ичида параллелепипед ҳажмидаги суюқликнинг массаси қуйидагига тенг бўлар экан:

$$\delta m_{t+dt} = \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt\right) dxdydz.$$

dt - вақт оралиғида параллелепипед ҳажмидаги суюқлик массасининг ўзгариши эса

$$\delta m = \delta m_{t+dt} - \delta m_t = \frac{\partial \rho}{\partial t} dxdydz.$$

ифодага тенг бўлади. Узлуксизлик шартини ҳисобга олсак, яъни:

$$\delta M = \delta m.$$

$$-\left[\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z}\right] dtdxdydz = \frac{\partial \rho}{\partial t} dtdxdydz$$

ёки қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_x)}{dx} + \frac{\partial(\rho u_y)}{dy} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0. \quad (4.3.11)$$

Бу узлуксизлик тенгламаси бўлиб, Эйлер тенгламаларига тўртинчи тенглама бўлиб киради.

Барқарор ҳаракатда хусусий ҳолда суюқликнинг барча параметрлари каби ρ -зичлиги ҳам вақтга боғлиқ бўлмайди. Яъни $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, у ҳолда (4.3.11) узлуксизлик тенгламасининг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z}=0 \quad (4.3.12)$$

Агар суюқлик сиқилмайдиган бўлса, яъни $\rho = const$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0. \quad (4.3.13)$$

$\frac{\partial u_x}{\partial x},\frac{\partial u_y}{\partial y},\frac{\partial u_z}{\partial z}-$ хусусий ҳосилаларнинг физик маъносини кўриб чиқамиз.

Бирор t вақтда суюқликнинг маълум ҳажми $OacbO$ ҳолатни олсин, унинг томонлари мос равишда dx ва dy бўлади. dt вақт ўтгач, яъни $t+dt$ вақтда, яъни суюқлик ҳажмининг маълум кўчишидан кейин эса суюқлик ҳажми $O'a'c'b'O'$ ҳолатни олади. (4.10 расм).

Суюқлик dt вақт ичида кўчганда Oa кесма ҳолатидан $O'a'$ - кесма ҳолатига ўзгаради. Суюқлик тезланишининг бу ўзгариши Ox координата ўқига проекцияси орқали аниқланади.

Изланаётган ўзгариш O ва a нуқталарнинг dt вақт ичида Ox ўқи йўналишидаги масофасига тенг.

O нуқтанинг dt вақт мобайнида оқиб ўтган масофаси $u_x dt$ тенг бўлиб, a нуқтанинг ўтган масофаси эса

$$\left(u_x+\frac{\partial u_x}{\partial x}dx\right)$$

га тенг бўлади. Бу масофаларнинг фарқи dl бўлиб, қуйидаги тенглама орқали ёзилади:

$$dl=\left(u_x+\frac{\partial u_x}{\partial x}dx\right)dt=u_x dx=\frac{\partial u_x}{\partial x}dx\cdot dt$$

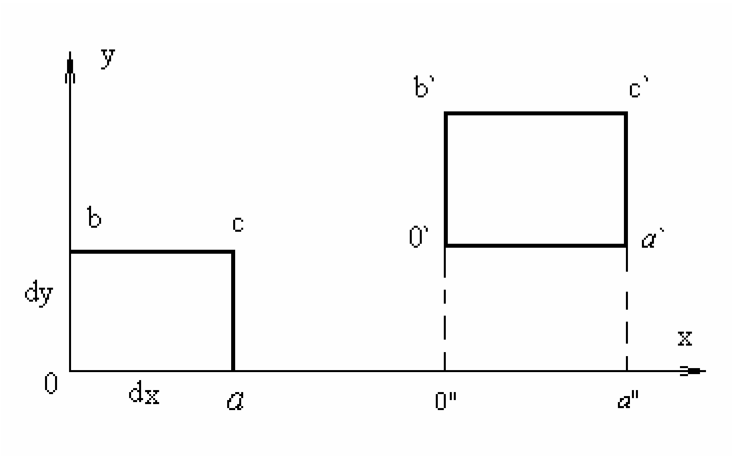
Бу эса Oa суюқликнинг оқишни ифодаловчи кесма узунлигининг абсолют ўзгариши бўлиб, dt вақт оралиғидаги суюқликнинг деформацияси дейилади. Унда кесманинг узунлиги бирлик вақт оралиғида dt марта қисқарок бўлади, яъни:

$$\frac{dl_x}{dt}=\frac{\partial u_x}{\partial x}dx.$$

У ҳолда кесманинг нисбий узунлиги Ox ўқи бўйича қуйидагича ифодаланади:

$$\frac{\left(\frac{dl_x}{dt}\right)}{dx}=\frac{\frac{\partial u_x}{\partial x}dx}{dx}=\frac{\partial u_x}{\partial x}.$$

Демак $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ Oa кесманинг Ox йўналишдаги нисбий узайиш (қисқариш) тезлигини билдиради, ёки суюқликнинг Ox ўқи бўйлаб ажратилган параллепипед элементар қиррасининг чизиқли деформацияси тезлигини беради.



Расм. 4.10

Худди шу мулоҳазалардан кейин $\frac{\partial u_y}{\partial y},\frac{\partial u_z}{\partial z}$ хусусий ҳосилаларнинг ҳам суюқликдан ажратилган параллепипед элементар қирраларининг мос равишда Oy ва Ox координата ўқлари бўйича деформацияларининг тезликларини беришини аниқлаймиз ва қуйидагича узлуксизлик тенгламасига келамиз.

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0$$

Сиқилмайдиган суюқлик ҳаракатида узлуксизлик шарти бажарилса, параллелепипед қирраларининг нисбий деформациялари тезликларининг йиғиндиси нолга тенг бўлар экан. Яъни ҳажмий кенгайиш коэффициенти нолга тенг экан.

Тенгламадан аниқланишича, суюқликнинг ҳаракати давомида унинг маълум массалари фақат ўзгармас ҳажмни эгаллар экан.

Ҳолат тенгламаси. Суюқлик ва газлар ҳаракатида тезлик, зичлик ва босимларининг ўзгаришидан ташқари суюқлик ҳарорати ҳам ўзгариб туради. Бундай ўзгариш суюқликдаги термодинамик жараёнлар турларига кўра аниқланади. Гидродинамикада оқимдаги масса алмашуви ўрганилса, термодинамикада оқимдаги иссиқлик энергияси алмашишлари ўрганилади. Шунинг учун ҳам суюқликларнинг ҳаракат тенгламаси (4.3.5), узлуксизлик тенгламаларидан ташқари термодинамик ва динамик параметрларнинг ҳам ўзгаришини ҳисобга олиш керак бўлади. Бунда энергиянинг сақланиш қонунини, ҳолат тенгламаларини ҳисобга олган ҳолда суюқлик ҳаракати учун тўла тенгламалар тизими олинади. Ушбу гидродинамика курсида асосан тезлик, зичлик, босим ўзгариши ва улар учун оддий баротропик жараённи қараб чиқамиз. Бу жараёнда босим фақат зичликка ошкор боғланган бўлиб, қолган бошқа параметрлардан ошкормас ҳолда боғланган ҳисобланади.

Баротропик жараён учун ушбу тенглик ўринли

$$p = p(\rho) \tag{4.3.14}$$

Эйлер координаталар системасидаги Эйлер тенгламалари тизими ушбу кўринишда ёзилади

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + X,\\
&\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + Y,\\
&\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + Z
\end{aligned} \tag{4.3.15}$$

Узлуксизлик тенгламаси:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (u_x\rho)}{\partial x} + \frac{\partial (u_y\rho)}{\partial y} + \frac{\partial (u_z\rho)}{\partial z} = 0 \tag{4.3.16}$$

Ҳолат тенгламаси

$$p = p(\rho)$$

Шундай қилиб, идеал суюқлик ҳаракати масаласини ечиш учун бешта номаълумлар яъни ρ, p, u_x, u_y, u_z ларни топиш учун бешта тенгламалар системасига эга бўлдик.

Эйлернинг умумий тенгламалари системаси беш тенглама ((4.3.15), (4.3.16) ва (4.3.14)) лардан иборат бўлиб, ёпиқ тенгламалар системасини ташкил этади.

Ёпишқоқ бўлмаган суюқликлар оқими тенгламасининг Лагранж координаталардаги ифодаси.

$$\left.\begin{aligned} X-\frac{d^2x}{dt^2}&=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\\ Y-\frac{d^2y}{dt^2}&=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}\\ Z-\frac{d^2z}{dt^2}&=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned}\right\} \qquad (4.3.17)$$

$\frac{d^2x}{dt^2},\frac{d^2y}{dt^2},\frac{d^2z}{dt^2}$ - тезланиш иккинчи тартибли ҳосилалар орқали берилган. Лагранж методида x, y, z лар эркли узгарувчи a,b,c,t ларнинг функциялари эди. Тезлик ва тезланишлар бу функциялар орқали хусусий ҳосилалар сифатида аниқланади, яъни қуйидагича ёзилади:

$$u_x=\frac{\partial x}{\partial t}, u_y=\frac{\partial y}{\partial t}, u_z=\frac{\partial z}{\partial t}$$

$$a_x=\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, a_y=\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, u_z=\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}.$$

(4.3.11) тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} X-\frac{\partial^2x}{\partial t^2}&=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\\ Y-\frac{\partial^2y}{\partial t^2}&=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}\\ Z-\frac{\partial^2z}{\partial t^2}&=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned}\right\} \qquad (4.3.18)$$

Бу системани Лагранж ўзгарувчилари орқали ёзиш учун биринчи тенгламани $\frac{\partial x}{\partial a}$ га, иккинчи тенгламасини $\frac{\partial y}{\partial a}$ ва учинчи тенгламасини $\frac{\partial z}{\partial a}$ га кўпайтириб, тенгламаларни қўшамиз. Натижада:

$$\left(X-\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right)\cdot\frac{\partial x}{\partial a}+\left(Y-\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)\cdot\frac{\partial y}{\partial a}+\left(Z-\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\right)\frac{\partial z}{\partial a}=$$

$$=\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial a}+\frac{\partial p}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial a}+\frac{\partial p}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial a}\right)=\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial a}$$

Худди шу каби амалларни $\frac{\partial x}{\partial в},\frac{\partial y}{\partial в},\frac{\partial z}{\partial в}$ ва $\frac{\partial x}{\partial c},\frac{\partial y}{\partial c},\frac{\partial z}{\partial c}$ ҳосилалар учун ҳам бажарсак, қуйидаги тенгламалар системасини ҳосил қиламиз:

$$\left.\begin{aligned}
&\left(X-\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right)\frac{\partial x}{\partial a}+\left(Y-\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)\frac{\partial y}{\partial a}+\left(Z-\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\right)\frac{\partial z}{\partial a}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial a}\\
&\left(X-\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right)\frac{\partial x}{\partial в}+\left(Y-\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)\frac{\partial y}{\partial в}+\left(Z-\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\right)\frac{\partial z}{\partial в}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial в}\\
&\left(X-\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right)\frac{\partial x}{\partial c}+\left(Y-\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)\frac{\partial y}{\partial c}+\left(Z-\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\right)\frac{\partial z}{\partial c}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial c}
\end{aligned}\right\} \qquad (4.3.19)$$

Узлуксизлик тенгламаси. Лагранж коодинаталари системаси. Бирор t_0 - моментдаги $\delta W = dadbdc$ - ҳажмдаги $\rho_0 -$ зичликка эга суюқликнинг массасини аниқлаймиз:

$$\delta M = \rho_0 dadвadв.$$

Вақт ўтиши билан, яъни t - моментда суюқлик массаси ҳажм ва зичлиги ўзгариши муносабати билан ўзгариб қуйидаги тенгликка келамиз:

$$\frac{\partial \delta \mathrm{M}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho_0 dadbdc\right)=0 \qquad (4.3.20)$$

Координаталар x, y, z лар бошланғич (a, b, c, t) координаталарга боғлиқлиги туфайли қуйидагича ёзишимиз мумкин. Яъни:

$$dW = dxdydz = Ddadbdc$$

Масса ўзгармаганлиги учун, бошлангич t_0 - моментдаги суюқлик массаси t - моментдаги суюқлик массасига тенг, яъни:

$$\delta M = \rho_0 dadbdc = \rho Ddadbdc$$

ўтиш детерминанти ёки оператори дейилади ва у қуйидагича аниқланади:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial a} & \frac{\partial y}{\partial a} & \frac{\partial z}{\partial a} \\ \frac{\partial x}{\partial в} & \frac{\partial y}{\partial в} & \frac{\partial z}{\partial в} \\ \frac{\partial x}{\partial c} & \frac{\partial y}{\partial c} & \frac{\partial z}{\partial c} \end{vmatrix}$$

Шартга кўра:

$$\frac{\partial \delta M}{\partial t} = 0.$$

Суюқлик ҳажми

$$dW = Ddadbdc$$

бўлганидан

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Д) = 0$$

ёки

$$\frac{\partial(\rho Д)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial a} & \frac{\partial y}{\partial a} & \frac{\partial z}{\partial a} \\ \frac{\partial x}{\partial в} & \frac{\partial y}{\partial в} & \frac{\partial z}{\partial в} \\ \frac{\partial x}{\partial c} & \frac{\partial y}{\partial c} & \frac{\partial z}{\partial c} \end{vmatrix} \rho = 0$$

Текисликдаги ҳаракат учун, соддароқ ифодага келамиз:

$$\frac{\partial(\rho Д)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \rho \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial a} & \frac{\partial z}{\partial a} \\ \frac{\partial x}{\partial в} & \frac{\partial z}{\partial в} \end{vmatrix} = 0$$

4.4 Идеал суюқлик ҳаракат дифференциал тенгламаларини интеграллаш

Эйлер тенгламалар системасини интеграллаш тезлик ва босимлар учун қуйидаги аналитик формулаларни келтириш имконини беради.

$$\left.\begin{aligned} u_x &= F_1(x,y,z,t) \\ u_y &= F_{21}(x,y,z,t) \\ u_z &= F_{31}(x,y,z,t) \end{aligned}\right\} \tag{4.4.1}$$

Заррачаларнинг ҳаракати траекториясини ҳосил қилиш учун Эйлер координаталаридан Лагранж координаталарига ўтиш кераклигини ҳисобга олиб қуйидаги ифодаларни оламиз:

$$x = f_1(a,b,c,t)$$
$$y = f_2(a,b,c,t)$$
$$z = f_3(a,b,c,t)$$

Аммо практикада бу масалалар унча қизиқиш уйғотмайди, лекин тезликлар майдонини билиш муҳим аҳамиятга эга. Эйлер тенгламалари системасининг ечимида ихтиёрий ўзгарувчилар қатнашади. Уларни аниқлаш учун эса қўшимча шартлардан фойдаланиш керак. Қўшимча шартлар бошланғич ва чегаравий шартлардир. Чегаравий шартлар икки турда бўлиши мумкин:

а) Динамик чегаравий шартлар, булар эркин сиртдаги бошланғич босим

$$p = p_0$$

б) Кинематик шарт, масалан оқим чегараси қўзғалмас бўлса, тўлиқ тезликнинг чегаравий сирт нормалига проекцияси нолга тенг бўлиш шарти.

$$\frac{du}{dn} = 0$$

*г)*Бошланғич шартлар эса, изланаётган функциянинг берилган бошланғич қийматлари ҳисобланади.

Тенгламалар системасини интеграллаш ҳоллари суюқликлар потенциал ва барқарор ҳаракати вақтида амалга оширилади.

Потенциал оқим учун ҳаракат тенгламасини интеграллаш. Эйлер тенгламалари умумий тенгламалар системаси ҳисобланиб, улардан (уюрмали) ҳаракатлар компонентларини ажратиб оламиз.

Маълумки u - тўлиқ тезлик векторининг модули учун ушбу тенглик ўринли:

$$u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 \tag{4.4.2}$$

u_x, u_y, u_z лар u - тўлиқ тезликнинг Ox, Oy, Oz ўқлардаги проекциялари бўлиб, x, y, z, t ўзгарувчиларнинг функциясидир. $u(x, y, z, t)$ функциянинг x, y, z, t ўзгарувчилар бўйича хусусий ҳосилаларини топамиз:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right) &= u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_y}{\partial x}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial x}\\
\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right) &= u_x\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_y\frac{\partial u_y}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial y}\\
\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{u^2}{2}\right) &= u_x\frac{\partial u_x}{\partial z}+u_y\frac{\partial u_y}{\partial z}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}
\end{aligned}\right\} \qquad (4.4.3)$$

Эйлернинг тенгламалар системасидаги биринчи тенглама ушбу кўринишга эга:

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}.$$

Бу тенгламанинг ўнг ва чап томонидан $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right)$ ҳосилани айирамиз:

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right)=\frac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}-$$

$$-\left(u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_y}{\partial x}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial x}\right)=\frac{\partial u_x}{\partial t}-u_y\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}-\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)+u_z\left(\frac{\partial u_x}{\partial z}-\frac{\partial u_z}{\partial x}\right).$$

(4.3.20) тенгламанинг ўнг томонини (4.2.2) компоненталар билан солиштирсак:

$$\frac{\partial u_y}{\partial u}-\frac{\partial u_x}{\partial y}=2\xi;\quad \frac{\partial \mathrm{u_x}}{\partial \mathrm{z}}-\frac{\partial u_z}{\partial x}=2\eta. \qquad (4.4.4)$$

яъни қавс ичидаги ифодалар уюрмалар компоненталарининг Oy, Oz ўққа мос келувчи қийматлари эканини кўрамиз. Шунинг учун Эйлер тенгламалари системасининг биринчи тенгламасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}-\frac{d}{dx}\left(\frac{u^2}{2}\right)=\frac{\partial u_x}{\partial t}+2\left(u_x\eta-u_y\xi\right) \qquad (4.4.5)$$

Эйлер тенгламалар системасининг иккинчи ва учинчи тенгламалари билан ҳам худди шу амалларни бажарсак, қуйидаги тенгламаларни ҳосил қиламиз:

$$\mathrm{Y}-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dy}-\frac{d}{dy}\left(\frac{u^2}{2}\right)=\frac{\partial u_y}{\partial t}+2\left(u_x\zeta-u_z\xi\right); \qquad (4.4.6)$$

$$Z-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz}-\frac{d}{dz}\left(\frac{u^2}{2}\right)=\frac{\partial u_z}{\partial t}+2(u_2\xi-u_x\eta)$$

Бу кўринишда киритилган Эйлер тенгламасидан уюрмали ва уюрмасиз тенгламаларни осонгина фарқлаш мумкин.

Потенциал ҳаракатда, яъни уюрмасиз ҳаракатда уюрма компонентлари, $\xi=0$, $\eta=0$, $\zeta=0$. Шунинг учун ҳам (4.4.6) тенгламаларнинг ўнг томонлари нолга тенг бўлади. Бу шартлардан келиб чиқиб, идеал суюқликнинг потенциалли ҳаракати учун Эйлер тенгламасининг қуйидаги кўринишини оламиз:

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right)=\frac{\partial u_x}{\partial t}$$

$$Y-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dy}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right)=\frac{\partial u_y}{\partial t} \qquad (4.4.7)$$

$$Z-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz}-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{u^2}{2}\right)=\frac{\partial u_z}{\partial t}$$

Бу тенгламалар системасини интеграллаш мумкин. Олдинги параграфларда кўрсатилганидек, ташқи кучлар

$$\Pi(x,y,z)=-U(x,y,z)$$

потенциалга эга бўлиши, ташқи ҳажмий кучларнинг тезланишлари проекцияси потенциал $-U(x,y,z)$ функциянинг x,y,z координаталари бўйича хусусий ҳосилалари каби аниқланади. Шунинг учун қуйидагича белгилаймиз:

$$\mathrm{X}=\frac{\partial U(x,y,z)}{\partial x},$$

$$\mathrm{Y}=\frac{\partial U(x,y,z)}{\partial y},$$

$$\mathrm{Z}=\frac{\partial U(x,y,z)}{\partial z}$$

Худди шунингдек

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x},\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y},\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

қўшилувчиларни баратропик жараёнлар учун ҳам бирор $p(x,y,z)$ босим функциясининг хусусий ҳосилалари деб қарашимиз мумкин, яъни:

$$P=\int \frac{dp}{\rho}. \tag{4.4.8}$$

Бу функциянинг x - бўйича хусусий ҳосиласи:

$$\frac{\partial P}{\partial x}=\frac{dP}{d\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}$$

Худди шу каби:

$$\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \quad ; \quad \frac{dP}{dz}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

бўлади. (4.4.3) тенгликни қаноатлантирувчи $P(x,y,z)$ функциянинг мавжуд бўлиши учун $\int \frac{dP}{\rho}$ мавжуд бўлиши керак. Бу интеграл маънога эга бўлиши учун: $\rho = const$ ёки $\rho = f(p)$ бўлиши шарт. $\rho = f(p)$ - босим фақат зичлик функцияси бўлса, бундай жараённи баротропик жараён дейилади.

Эслатма. $\rho = f(p)$ - шарт сиқилувчан суюқликлар шарти бўлиб, бунга ҳаво мисол бўла олади. Бундай узлуксиз муҳитни баротропик муҳит дейилади.

Шундай қилиб қуйидаги тенгламаларни ҳосил қилдик:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}&=\frac{\partial P}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\int\frac{dp}{\rho}\\
\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}&=\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\int\frac{dp}{\rho}\\
\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}&=\frac{\partial P}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\int\frac{dp}{\rho}
\end{aligned} \tag{4.4.9}$$

$\frac{du_x}{dt},\frac{du_y}{dt},\frac{du_z}{dt}$ - вақт бўйича олинган тўлиқ ҳосилаларни хусусий ҳосилалар орқали ифодалаймиз.

Суюқлик заррачаси координаталари вақт функцияси бўлгани учун скаляр миқдордан вақт бўйича олинган тўла ҳосила қуйидагича аниқланади:

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + u\frac{\partial u_x}{\partial x} + v\frac{\partial u_x}{\partial y} + w\frac{\partial u_x}{\partial y}$$

Бундан ушбу тенгликлар олинади:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial x} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$$

Скаляр миқдордан вақт бўйича олинган тўла ҳосилалар қуйидагича аниқланади:

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}$$

$$\frac{du_y}{dt} = \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_y}{\partial z}$$

$$\frac{du_z}{dt} = \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}$$

Агар ҳаракат потенциал ҳаракат бўлса, маълумки шундай $\varphi(x, y, z, t)$ потенциал функция мавжуд бўладики, у функция учун қуйидаги ифодалар ўринли эди.

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

Олинган тенгликлар қуйидагича ёзилиши мумкин:

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + 2(u_z\omega_y - u_y\omega_z) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{V^2}{2}\right)$$

$$\frac{du_y}{dt} = \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{V^2}{2}\right) + 2(u_x\omega_z - u_z\omega_x) \tag{4.4.10}$$

$$\frac{du_z}{dt} = \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{V^2}{2}\right) + 2(u_y\omega_x - u_x\omega_y)$$

Тезлик вектори учун ҳаракат тенгламаси (4.4.10) ни Громеко-Ламб кўринишида қуйидагича ёзилади:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + grad\frac{V^2}{2} + 2\left[\vec{\omega}, \vec{V}\right] = -\frac{1}{\rho}gradp + \vec{F} \tag{4.4.11}$$

Кўрсатилган боғланишлар орқали Эйлер тенгламалари системасидаги биринчи тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2}\right)-\frac{du_x}{dt}=\frac{du(x,y,z)}{dx}-$$

$$-\frac{d}{dx}\int\frac{dp}{\rho}-\frac{d}{dx}\left(\frac{u^2}{2}\right)-\frac{d}{dx}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)=\frac{d}{dx}\left(U-\int\frac{dp}{\rho}-\frac{u^2}{2}-\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)=0$$

Ишорасини ўзгартириб, қуйидагига эга бўламиз:

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial x}\left(-U+\int\frac{dp}{\rho}+\frac{u^2}{2}+\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)=0\\ \frac{\partial}{\partial y}\left(-U+\int\frac{dp}{\rho}+\frac{u^2}{2}+\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)=0\\ \frac{\partial}{\partial z}\left(-U+\int\frac{dp}{\rho}+\frac{u^2}{2}+\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)=0\end{gathered}\qquad(4.4.12)$$

Дифференциал остидаги функция фақат вақтнинг функцияси бўлишини оламиз:

$$-U+\int\frac{dp}{\rho}+\frac{u^2}{2}+\frac{d\varphi}{dt}=C(t)\qquad(4.4.13)$$

Бу Лагранж-Коши интеграли дейилади.

Агар ҳажмий куч сифатида оғирлик кучини олиб, Oz координата ўқини вертикал жойлаштирсак, яъни:

$$X=0,\quad Y=0,\quad Z=-g$$

бўлади, у ҳолда, потенциал функциямиз:

$$dU=Xdx+Ydy+Zdz,\ dU=-gdz$$

Бундан:

$$U=-gz+C,\Pi=gz+C$$

бўлади,

$C=0$ деб олишимиз мумкин. У ҳолда Лагранж интеграли

$$gz+\int\frac{dp}{\rho}+\frac{u^2}{2}+\frac{d\varphi}{dt}=F(t)+C$$

Барқарор, сиқилмайдиган фақат оғирлик кучи таъсиридаги суюқликлар ҳаракати учун, қуйидаги тенгламани оламиз:

$$-U = gz\,,\int\frac{dp}{\rho} = \frac{p}{\rho}$$

бўлади, чунки $\rho = const$ ва $\frac{d\varphi}{dt}=0$ бўлгани учун (4.4.13) формула қуйидаги кўринишга келади:

$$gz+\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}=C$$

Ёки Бернулли тенгламасини ҳосил қиламиз:

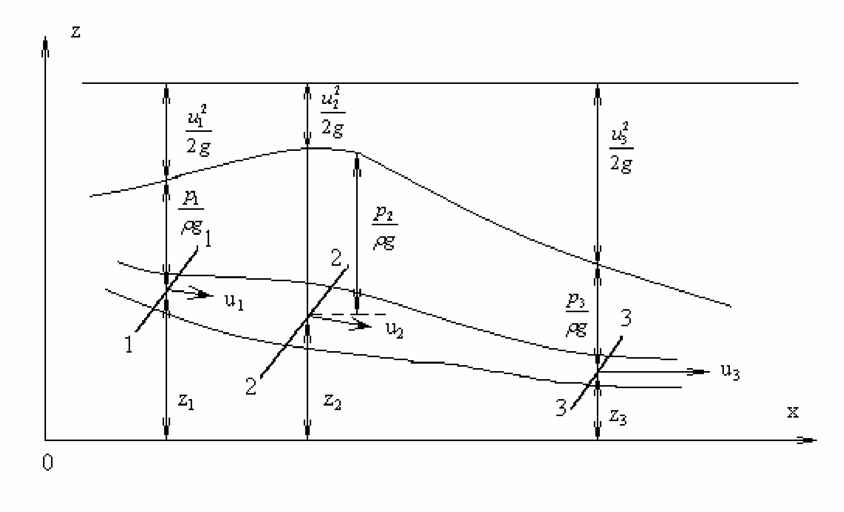
$$z+\frac{p}{\rho g}+\frac{u^2}{2g}=C=const \qquad (4.4.14)$$

Шундай қилиб, идеал суюқликнинг барқарор ҳаракати учун Бернулли интеграли олинди. Бунда оқим барқарор, жараён баротропик ҳамда таъсир этувчи кучлар консерватив бўлиши керак. Бу интеграл суюқликнинг ток чизиғи ва уюрма чизиғи бўйлаб ўзгармас бўлади, яъни оқимнинг солиштирма тўлиқ энергияси ўзгармас бўлади. Лекин суюқлик заррачаси ток чизиқларидан биридан бошқасига ўтса, гарчанд интеграл ўзгармас бўлса ҳам, қиймати бошқа ўзгармас қийматга ўзгаради.

Бернулли тенламасининг энергетик маъноси. Лагранж интеграли хусусий ҳолда (Бернулли интеграли) фазонинг потенциал майдонида қаралади, яъни H катталик бутун фазода бир хил қийматда қолади. Аммо барқарор ҳаракатдаги уюрмаларда H фақат оқим чизиғининг устидагина ўзгармасдир. Бу шарт потенциалли оқимларни интеграллаш асосида келиб чиқади.

Бернулли интеграли амалий ва назарий жиҳатдан ҳам катта аҳамиятга эга. Аввало шуни айтиш керакки, Бернулли тенгламаси чизиқли бўлиб, геометрик кўринишда ёзилган.

z – берилган нуқтанинг геометрик баландлиги, $\dfrac{p}{\rho g}$ - гидродинамик босим билан ўлчанадиган катталик, $\dfrac{u^2}{2g}$ - бу катталикни гидравликада тезлик баландлиги ёки тезлик дами (напори) дейилади. Бернулли тенгламасига асосан бу уччала катталикларнинг йиғиндиси ўзгармасдир.



Расм 4.11.

Бернулли тенгламасининг энергетик маъносини кўрамиз. Гидростатикадагидек, яъни:

$$p = p_0 + \gamma h = p_0 + \rho g h$$

$$z + \frac{p}{\rho g} = H = const$$

ёки

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} + h$$

Гидростатиканинг асосий тенгламасини, яъни

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{p_0}{\rho g} + h \qquad h = z \ , \quad \frac{p_0}{\rho g} = H = const$$

деб белгиласак, Бернулли тенгламаси ёзилиши ва асосий маъноси, яъни энергетик маъноси жиҳатидан ҳам оғирлик бирлигига нисбатан потенциал энергиянинг босими ва ўрнини билдиради.

$$Э_{пот} = z + \frac{p}{\rho g}$$

Бернулли тенгламасига массанинг тезлигига боғланган учинчи ҳад ҳам киради, бу ҳадни, яъни - $\frac{u^2}{2g}$ ҳадни суюқликнинг оғирлик бирлигига нисбатан кинетик энергияси деб қараймиз ва қуйидагича ёзамиз:

$$Э_{кин} = \frac{u^2}{2g}.$$

У холда тенгламанинг ўнг томони қуйидагига тенг бўлади:

$$H = Э_{пот} + Э_{кин}.$$

Бу тенгликка элементар оқимнинг тўлиқ энергия запаси дейилади. Шунинг учун Бернулли тенгламасини энергия тенгламаси ҳам деб юритилади.

Бернулли тенгламасини 4.11 расмдаги икки кўндаланг кесим юзалари учун, яъни $1-1$, $2-2$ юзалар учун ёзамиз яъни:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}. \qquad (4.4.15)$$

Бирор кесимдаги юза учун (4.4.15) тенгламадаги учала, ва иккинчи кесимдаги юза учун эса, икки ҳад маълум бўлса, учинчиси хад номаълум сифатида топилади.

Мисол. Резервуардаги z_2 баландликда жойлашган туйнукдан суюқликнинг оқиб чиқиш тезлигини топиш.

z_1 ва z_2 берилган. Резервуарнинг $I-I$ ва $II-II$ кесимилари атмосферада бўлгани учун шу кесимлардаги босим атмосфера босимига тенгдир:

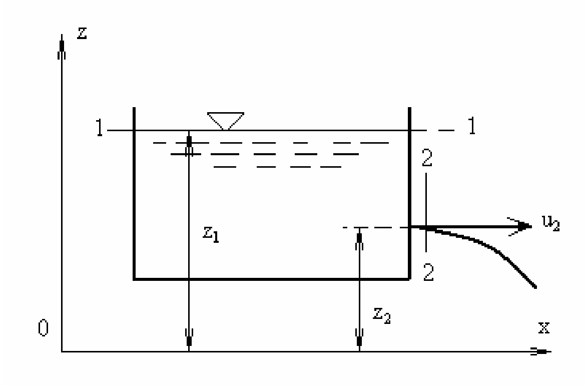
$$p_1 = p_2 = p_{ат}$$

(4.4.15) тенглик ўринли.(4.12 расм). u_1 - $I-I$ кесимдаги нуқталар тезлиги.

u_2 -Резервуардан суюқликнинг оқиб чиқиш тезлиги бўлиб:

$$u_2 = \sqrt{2g\left(z_1 - z_2 + \frac{u_1^2}{2g}\right)}$$

Идиш ҳажми ва ундаги суюқлик миқдори анча катта



Расм 4.12.

бўлгани ва туйнукдан оқиб чиқаётган суюқликнинг миқдори анча кичик бўлгани учун u_1- тезлик u_2 тезликка нисбатан чексиз кичик миқдор ҳисобланиб, оқиб чиқиш тезлиги учун ушбу муносабатни оламиз :

$$u_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)}$$

Кўндаланг кесими аниқ ўлчамларга эга оқимлар учун Бернулли тенгламаси. Аввало икки хил кўндаланг кесимли, яъни эркин ҳаракатланаётган суюқлик оқими ва текис ўзгарувчи суюқлик оқимлари учун босимларнинг кўндаланг кесимда тақсимланиши қонуниятини ўрганамиз.

Суюқликларниг эркин ҳаракати деб, ҳар бир заррачанинг ҳаракати фақат ташқи ҳажмий оғирлик кучи таъсиридагина бўладиган ҳаракатга айтилади, яъни:

$$X = \frac{\partial u_x}{\partial t}, Y = \frac{\partial u_y}{\partial t}, Z = \frac{\partial u_z}{\partial t} \qquad (4.4.16)$$

Эйлер тенгламалар системасида:

$$X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial t}$$

$$Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial t}$$

$$Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial t}$$

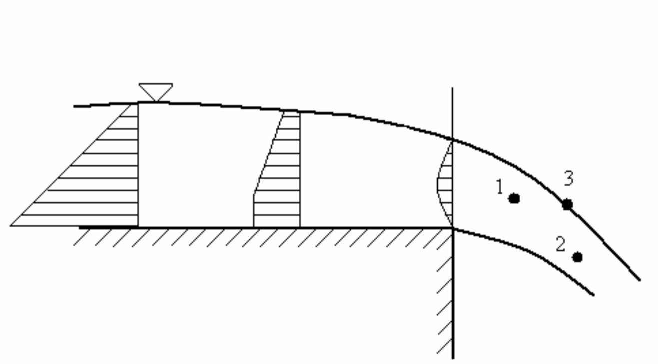
$\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z}$ ҳосилаларининг ҳар бири нолга тенг:

$$\frac{\partial p}{\partial x}=0, \frac{\partial p}{\partial y}=0, \frac{\partial p}{\partial z}=0 \qquad (4.4.17)$$

демак, гидродинамик босим p, x, y, z координатларга боғлиқ эмас ёки эркин ҳаракат қилаётган суюқлик оқимининг ҳамма нуқтасида гидродинамик босим p бир хил. Масалан, сув тушаётган шоввада 1,2,3 нуқталарида босим бир хил ва ўзаро тенг.

$$p_1 = p_2 = p_3$$

3 - нуқтада босим атмосфера босимидан иборат, демак барча оқимда босим атмосфера босимига тенг.



Расм 4.13.

Текис ўзгарувчан ҳаракат деб шундай ҳаракатга айтиладики, бу ҳаракатнинг оқим чизиқлари орасидаги бурчакнинг кичик қийматларида (шундай кичик қийматни) оқим тезликлари ва тезланишларининг умумий йўналишига нормал бўлган текисликка проекцияларини ва оқим чизиқларини тўғри чизиқ деб олиш мумкин бўлган оқимдир.

Демак умумий йўналиш Ox ўқига параллел бўлса, $u_y \approx u_z = 0$, бундан эса:

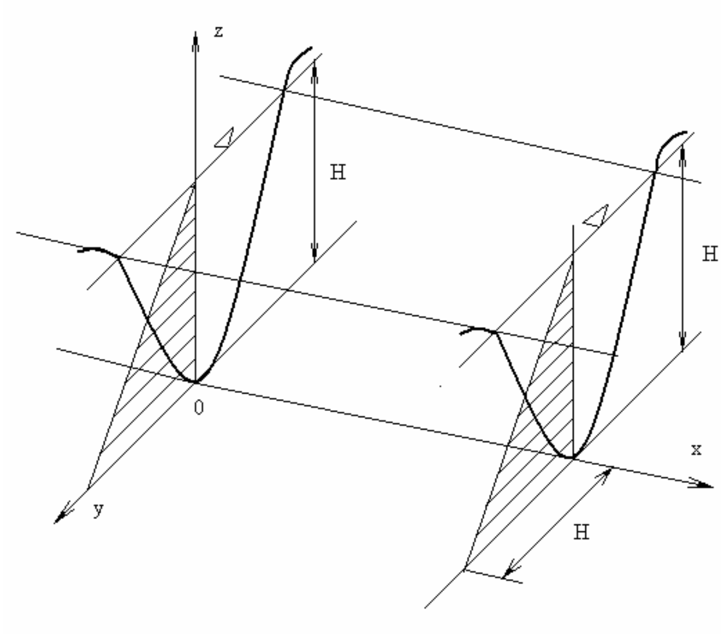
$$\frac{du_y}{dt}=\frac{du_z}{dt}=0.$$

У ҳолда Эйлер тенгламалари системаси қуйдагича ёзилади:

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}=\frac{du_x}{dt}$$

$$Y-\frac{1}{\rho}\frac{du}{dy}=0 \qquad (4.4.18)$$

$$Z-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz}=0$$



Расм 4.14

Маълумки, оқим йўналишига нормал бўлган zoy текисликда босим тарқалиш қонуни охирги икки тенглама орқали топилади, ва бу тенгламалар суюқлик мувозанати тенгламалари билан устма-уст тушади.

Демак, текис ўзгарувчан ҳаракатда оқим кўндаланг кесимида босимнинг тарқалиши гидростатик қонунига бўйсинади (4.14 расм).

Элементар оқим солиштирма энергияси. Суюқлик оқимининг бирлик оғирлигига мос келган солиштирма энергиясини топамиз.

$$E = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} \tag{4.4.19}$$

Бунинг учун элементар найчадаги оқимнинг оғирлик бўйича сарфи:

$$dQ_q = \rho g dQ = \rho g u d\omega$$

бўлса, унинг элементар энергияси эса қуйидагича ёзилади:

$$de = \left(z + \frac{p}{\rho y} + \frac{u^2}{2g} \right) \rho g u d\omega$$

Оқимнинг заҳирадаги тўла энергияси оқимлар энергияси йиғиндисига тенг, яъни:

$$e_n = \int_w \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} \right) \rho g u d\omega$$

Оқимнинг солиштирма энергияси эса:

$$E=\frac{e_n}{\rho gQ}=\frac{\int\limits_w\left(z+\frac{p}{\rho g}+\frac{u^2}{2g}\right)\rho gud\omega}{\rho gQ} \qquad (4.4.20)$$

Бу ерда

$$\rho gQ=Q_g$$

Касрнинг суратини ҳисоблаймиз:

$$e_m=\int\limits_w\left(z+\frac{p}{\rho g}+\frac{u^2}{2g}\right)\rho gud\omega=$$

$$=\int\limits_w(z+\frac{p}{\rho g})\rho gud\omega+\int\limits_w\frac{u^2}{2g}\rho gud\omega \qquad (4.4.21)$$

Ўнг томондаги биринчи интеграл:

$$\int\limits_w\left(z+\frac{p}{\rho g}\right)\rho gud\omega=\left(z+\frac{p}{\rho g}\right)\rho g\int\limits_w ud\omega=(z+\frac{p}{\rho g})\rho gQ$$

Гидростатиканинг қонун бўйича пьезометрик босим қуйидаги ифодага тенг:

$$\left(z+\frac{p}{\rho g}\right)=const$$

(4.4.21) тенгликнинг ўнг тарафидаги иккинчи интеграли ушбу кўринишда ёзилади:

$$\int\frac{u^2}{2g}\rho gud\omega=\frac{\rho g}{2g}\int u^3d\omega$$

Кўндаланг кесимда тезлик тарқалишини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$u=\upsilon+\varepsilon$$

Бу ерда υ - кесим бўйича ўртача тезлик, $\varepsilon=u-\upsilon\geq 0$ деб, ушбу интегрални ҳисоблаймиз:

$$\int\limits_\omega u^3d\omega=\int\limits_\omega(\upsilon^3+3\upsilon^2\varepsilon+3\upsilon\varepsilon^2+\varepsilon^3)d\omega=\upsilon^3\omega+3\upsilon\int\limits_\omega\varepsilon^2d\omega,$$

Маълумки,

$$\int\limits_w 3\upsilon^2\varepsilon d\upsilon=3\upsilon^2\int\limits_w\varepsilon d\omega=0,\varepsilon^3\approx 0 \qquad (4.4.22)$$

формуланинг иккинчи интеграли:

$$\frac{\rho g}{2g}\int_{w} u^{3}d\omega = \frac{\rho g}{2g}\left(\upsilon^{2}\omega + 3\upsilon\int \varepsilon^{2}d\omega\right) = \frac{\rho g}{2g}\upsilon^{3}\omega\left(1 + 3\frac{\int_{\omega}\varepsilon^{2}d\omega}{\upsilon^{2}\omega}\right)$$

Қавс ичидаги ифодани

$$\alpha = \left(1 + \frac{3\int \varepsilon^{2}d\omega}{\upsilon^{2}\omega}\right) \qquad (4.4.23)$$

деб белгиланиб, кинетик энергия коэффициенти ёки Кориолис коэффициенти дейилади.У ҳолда:

$$\frac{\rho g}{2g}\int_{w} u^{3}d\omega = \rho g\frac{\alpha\upsilon^{2}}{2g}\upsilon\omega = \frac{\alpha\upsilon^{2}}{2g}\rho gQ \qquad (4.4.24)$$

(4.4.23), (4.4.24) формулаларни (4.4.20) формулага қўйсак, тўла энергия запаси учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз.

$$e_{m} = \left(z + \frac{p}{\rho g}\right)\rho gQ + \frac{\alpha\upsilon^{2}}{2g}\rho gQ$$

ёки

$$e_{m} = \left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha\upsilon^{2}}{2g}\right)\rho gQ \qquad (4.4.25)$$

Оғирлик кучига нисбатан тўлиқ энергия:

$$E = \frac{e_{m}}{\rho gQ} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha\upsilon^{2}}{2g} \qquad (4.4.26)$$

Оқим учун олинган (4.4.26) Бернулли тенгламаси оқим найчаси учун олинган Бернулли тенгламасидан Кориолис коэффициенти α ни киритиш ва текис ўзгарувчан оқимлар кесимига қўлланиши билан фарқланади.

V БОБ

ЁПИШҚОҚ СУЮҚЛИКЛАРНИНГ АСОСИЙ ДИНАМИК ТЕНГЛАМАЛАРИ

5.1 Ёпишқоқ суюқликлар учун Навье-Стокс тенгламаси.

Реал суюқликлар ҳаракатида бир заррачанинг ҳаракатига бошқа заррача қаршилик кўрсатади. Суюқликнинг бир қатлами ҳаракатига иккинчи қатлами ҳаракати қаршилик қилади ва ҳоказо.

Суюқликлар ҳаракати қаршиликлари қаттиқ жисмдагидан фарқ қилиб, Кулон қонунига (қаттиқ жисмлар учун) тескари ифодаланади, аммо сурилиш қаршилиги қаршилик кўрсатувчи қатламлар юзасига боғлиқ,сурилувчи қатламнинг тезлигига боғлиқ. Бу қонун Ньютон қонуни бўлиб, у қуйидагича ёзилади:

$$F = \mu S \frac{du}{dn} \qquad (5.1.1)$$

F - қаршилик кучи, S -сурилиш юзаси, $\frac{du}{dn}$ - оқим йўналиши нормали бўйича йўналган тезлик градиенти. (5.1 расм). (5.1.1) ифодадан уринма бўйича кучланишни топамиз:

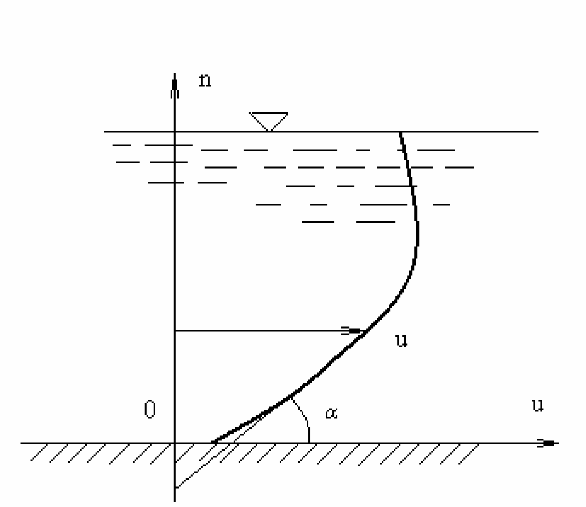
$$\tau = \mu \frac{du}{dn} \qquad (5.1.2)$$

Ньютон қонуни қаршилик кучини ҳисобга олувчи умумий дифференциал тенгламани тузишга имкон беради ва ёпишқоқлик кучини шартли равишда ҳажмий кучларга келтиришга ва бу кучларнинг тезланишини қуйидаги тенглик билан аниқлашга имкон беради:

$$F = \frac{R}{\rho d\omega}$$

Ёпишқоқлик кучлари проекциясини қуйидагича F_x, F_y, F_z белгилаймиз ва Эйлер тенгламасига киритамиз:

$$\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} - \frac{du_x}{dt} - F_x &= 0 \\ Y - \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dy} - \frac{du_y}{dt} - F_y &= 0 \\ Z - \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz} - \frac{du_z}{dt} - F_z &= 0 \end{aligned} \qquad (5.1.3)$$



Расм 5.1.

Фараз қилайлик бирор yoz текисликдаги $dydz$ юзага ёпишқоқлик кучи таъсир этмоқда - dF (5.2 расм). Бу кучни мос координата ўқларига проекциялаcак, яъни $dF\cos\alpha = dP_x$ $dydz$ текисликка нормал oy ўқ йўналишида $dydz$ юзага уринма бўлган ва oz координата ўқи йўналишида уринма куч dT_z - ни ҳосил қиламиз. Бу кучларни $dydz$ бўлиб, учта зўриқиш тенгламасини ҳосил қиламиз.

Ox ўқи бўйича нормал зўриқиш:

$$P_x = \frac{dP_x}{dydz}$$

Oy ўқи бўйича уринма зўриқиш:

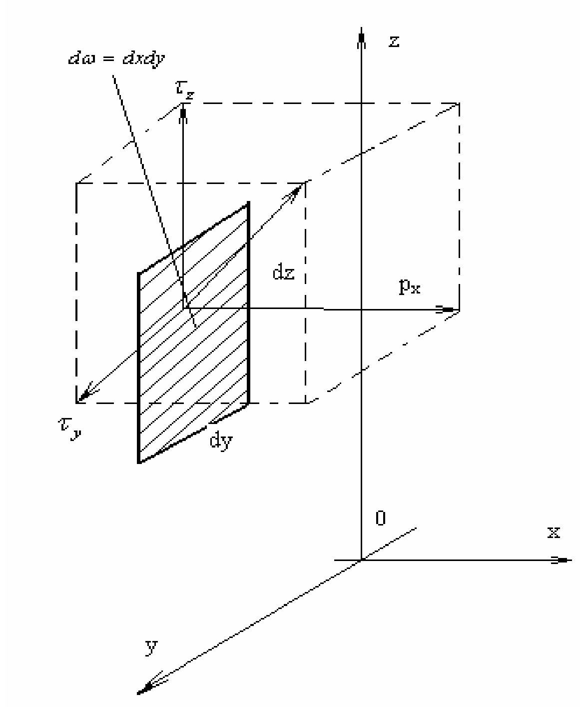
$$\tau_y = \frac{d\tau_y}{dydz}$$

Oz ўқи бўйича уринма зўриқиш:

$$\tau_z = \frac{d\tau_z}{dydz}$$

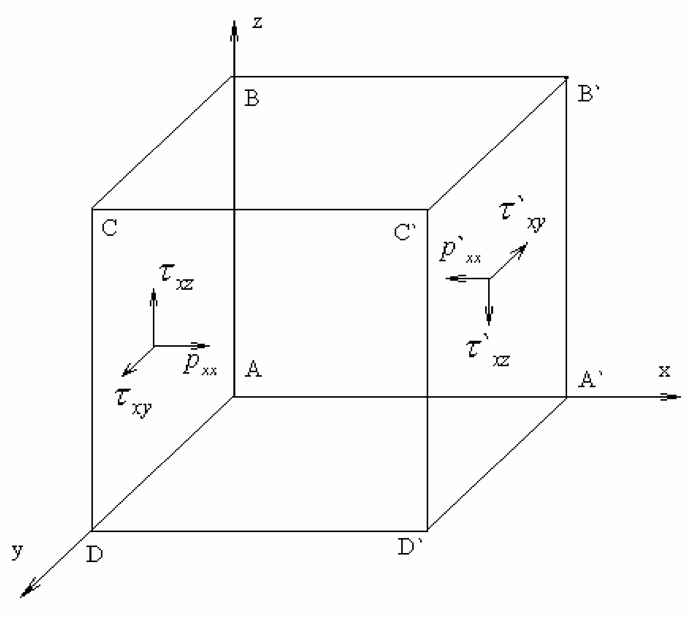
Ёпишқоқлик кучи ажратилган юза бўйича учта зўриқишни (кучланишни) ҳосил қилар экан, булар нормал (сиқиш ёки чўзиш) ва иккита ўринмазўриқиш. Бу зўриқишлар турли томон бўйлаб таъсир қилади.

Бирор координата ўқига зўриқишни проекцияласак, мавжуд зўриқишлар сонига уч зўриқишдан фақат биттасигина киради, қолган иккитаси эса, нуқтага проектланади.



Расм 5.2.

Тўғри бурчакли параллелипипед ёқларига таъсир этувчи зўриқишни қараб чиқамиз. Олти ёқли параллелипипеднинг A - учига уч ёқли учта, C' учига ҳам учта уч ёқли зўриқиш мос келади.



Расм 5.3.

Оқим параллелипипеднинг A учидан C' учига қараб йўналган бўлса, уччала ёққа бўлган зўриқишни топамиз. Қулайлик учун икки индекс билан белгилаймиз, Ox ўққа проекциясини $ABCD$ ёққа бўлган зўриқишни P_{xx} – нормал, C_{xy}, τ_{xz} - уринма зўриқишлар. Биринчи индекс x – зўриқиш тўғри келган ёқни билдирса, иккинчи индекс эса қайси ўқ йўналишида бу зўриқиш таъсир этишни кўрсатади.

Масалан P_{xx} - зўриқиш Ox – ўққа параллел бўлиб таъсир этади. τ_{xz} - эса Oz ўққа параллел бўлган ҳолда таъсир этади ва ҳоказо.

Худди шу белгилашлар асосида ёпишқоқлик кучларининг Ox - ўққа проекциясини ёзамиз:

$$P_{xx}dydz + \tau_{yx}dxdz + \tau_{zx}dxdy$$

Худди шу каби C' бурчак ёқларига бўлган ёпишқоқлик кучларининг йиғиндиси қуйидагига тенг бўлади:

$$P''_{xx}dydz + \tau'_{yx}dxdy + \tau'_{zx}dxdy$$

Бу кучлар оқим ҳаракатига тескари йўналган бўлиши билан бирга, умумий куч Ox координата ўқи йўналишида бўлади, яъни:

$$dF'_x = \left(p_{xx} - p'_{xx}\right)dydz + \left(\tau_{yx} - \tau'_{yx}\right)dxdz + \left(\tau_{zx} - \tau'_{zx}\right)dxdy$$

Энди $p'_{xx}, \tau'_{yx}, \tau'_{zx}$ - зўриқишларни аниқалаймиз:

Юқоридаги тенгламани Тейлор қаторига ёйиб, қуйидаги тенгликни ҳ0сил филамиз:

$$p'_{xx} = p_{xx} + \frac{\partial p_{xx}}{\partial x}dx; \tau'_{yx} = \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}dy; \tau'_{zx} = \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}dz$$

Бу алмаштиришларни юқоридаги тенгламага келтириб қўйиб ва $dxdydz$ умумий кўпайтмани қавсдан чиқариб, шундай ифодага келамиз:

$$dF'_x = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial dy} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right)dxdydz,$$

Кучлар проекциялари йиғиндисини $\rho dxdydz$ бирлик массага бўлиб юбориб, Ox координата ўқи йўналиши бўйича тезланиш кучи проекциясини топамиз:

$$F_x = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right) \qquad (5.1.4)$$

Энди Ньютон қонунидан фойдаланиб, уринма кучланишини топамиз:

$$\tau_{yx} = \mu\frac{\partial u_x}{\partial y}, \tau_{zx} = \mu\frac{\partial u_x}{\partial z}$$

Шу каби Ньютон қонунлари орқали нормал зўриқишларни топиш мумкин:

$$P_{xx} = \mu\frac{\partial u_x}{\partial x}$$

Агар $\frac{\partial u_x}{\partial x}\rangle 0, p_{xx} -$ чўзувчи зўриқиш мусбат бўлса, $\frac{du_x}{dx}\langle 0$ - сиқувчи зўриқиш манфий бўлади. (5.1.4) тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$F_x = -\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) \qquad (5.1.5)$$

$\frac{\mu}{\rho} = \nu$ -эканлигини эътиборга олиб, ҳаракат тенгламалар системасининг Ox ўқи бўйича тенгламасини қуйидагича ёзамиз:

$$X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial t} + \nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) = 0$$

Шу каби ифодаларни ҳаракат тенгламаларининг Oy, Oz координата ўқлари бўйича учун ҳам оламиз ва (5.1.3) ҳаракат тенгламалари системаси қуйидаги кўринишга келади:

$$\begin{gathered}
X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial t} + \nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) \\
Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial t} + \nu\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}\right) \qquad (5.1.6) \\
Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial t} + \nu\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right)
\end{gathered}$$

Бу тенглама – Навье-Стокс тенгламаси дейилади.

5.2 Реал суюқликлар учун Бернулли тенгламаси

Реал суюқликларнинг бир ёқли қирқимга эга бўлган модели учун Бернулли тенгламасини ёзиш мумкин. Бу ҳолда ҳам тенглама идеал суюкликлар учун ёзилган ифодадан фақат қаршилик кучи бажарган ишни ифодаловчи хаднинг қўшилиши, яъни қўшимча ҳад билан фарқланади ва бу хадни оқим қаршиликлари туфайли ҳосил бўлган ҳад дейилади. Юқорида келтирилган фикрларни хисобга олиб, реал суюқликлар оқими учун Бернулли тенгламасини қуйидагича ёзамиз:

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{u_0^2}{2g} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} + h_{w,0-n} \qquad (5.2.1)$$

Бутун оқим учун эса:

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha V_0^2}{2g} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha V^2}{2g} + h_{w,0-n} \qquad (5.2.2.)$$

Иккала ҳолда ҳам тенгламанинг чап томони бирор қирқим бўйича келтирилган тўла энергияни ифодалайди. Бу энергия эса бошланғич энергия деб қабул қилинади.

Иккала ҳолда ҳам ўнг томондаги $h_{w,0-n}$ қўшилувчи бошланғич энергиянинг гидравлик қаршиликларни енгиши учун сарф бўлган энергиясининг микдорини ифодалайди. 3.18 расмни 3.11. расм билан таққосласак, h_w - қаршиликнинг оқим бўйлаб ўсишини кўрамиз. Энергия чизиғи эса, узлуксиз пастга тушади, агар

$$\frac{dh_w}{ds} \rangle 0, \qquad (5.2.3)$$

агарда

$$\frac{dE}{ds} \langle 0$$

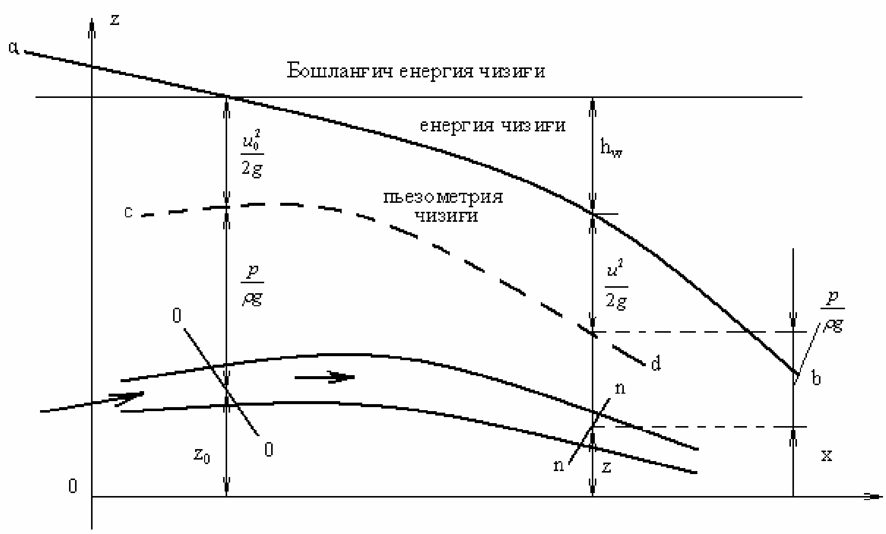
бўлса, энергия чизиғи юкорига кўтарилади.Демак қуйидаги шарт бажарилиши оқим пьезометрик чизигининг кўтарилиши ёки пасайишини белгилайди:

$$\frac{d\left(z + \frac{p}{\rho g}\right)}{ds} \succ, \prec 0 \qquad (5.2.4)$$

h_w - йўқотилган гидравлик напор, $\dfrac{dh_w}{ds}$ -эса гидравлик қиялик дейилади ва қуйидагича белгиланади:

$$i_f = \frac{dh_\omega}{ds} \qquad (5.2.5)$$

5.4 расмдаги $a-b$ чизиқ эса энергия чизиғи дейилади. $c-d$ - пьезометрик чизиқ дейилади.



Расм 5.4.

Реал суюқлик импульс тенгламаси. Кўпгина механика масалаларида импульслар тенгламаларидан ёки ҳаракат миқдори ўзгаришни ифодаловчи тенгламаларидан фойдаланилади.

Ихтиерий m массали материал нуқтанинг берилган ўққа проекцияси қуйидагича ёзилади:

$$(mu)_{t+dt} - (mu)_t = \Sigma R \cos \alpha dt$$

Бу ерда m ва u - материал нуқтанинг массаси ва тезлиги.

Материал нуқталар системаси учун эса, ҳаракат миқдори қуйидагича ёзилади:

$$\Sigma\Delta(mu) = \Sigma\Sigma R \cos \alpha dt \qquad (5.2.6)$$

$k = \int dm\vec{V}$ - ҳаракат миқдори киритилади ва қуйидагича ўқилади.

Берилган система ҳаракат миқдорининг dt вақт оралиғида ўзгариши шу система моддий нуқталарига таъсир этувчи куч импульслари йиғиндисига тенг.

Суюқлик ўзи ҳаракатланаетган фазони тўлиқ тўлдирувчи материал системаларга киради деб қаралади. Шунинг учун куч импульсининг интеграл формасини Ox -координата ўқига қуйидагича проекцияланади, яъни:

$$k(t+\Delta t) - k(t) = \int_0^t R_t dt \qquad (5.2.7)$$

Худди шу каби куч импульси интеграл формасининг Oy, Oz -координата ўқларидаги проекциялари ифодаларини ҳам олиш мумкин.

Импульслар тенгламасини масалалар ечишга тадбиқ этамиз.

Барқарор ҳаракат қилаётган оқим учун (водоводда) шовванинг $1-1$ ва $2-2$ кесими оралиғида оқиши давомида оқимга кўрсатиладиган реакция кучини топинг.

Бу масалани ечиш учун импульслар тенгламасини тузамиз ва dt -вақт оралиғида суюқлик массаси $1-1$ ва $2-2$ ораликдан оқиб ўтиб $1'-1'$, $2'-2'$ ораликни эгаллайди, $1-1, 2'-2'$ оралиғидаги 3 та соҳани, яъни a, b, c соҳаларни эгаллайди деб фараз қиламиз. m - массанинг ҳаракат миқдорини бошланғич t онда шартли равишда $(mu)_t$ $xм$ - ҳаракат миқдори деб белгилаймиз ва қуйидагича ёзамиз:

$$(mu)_t = \left(mu_a\right)_t + \left(mu_b\right)_t = xм(a)_t + xм(b)_t$$

$t + dt$ вақтда эса:

$$\left(mu\right)_{t+dt} = \left(mu_b\right)_{t+dt} + \left(mu_c\right)_{t+dt} = x.м.\left(в\right)_{t+dt} x.м.\left(c\right)_{t+dt}$$

Ҳаракат миқдорининг орттирмаса эса қуйидаги ифодага тенг бўлади:

$$d\left(mu\right) = \left[x.м.\left(в\right) + x.м.\left(c\right)\right]_{t+dt} - \left[\left[x.м.(a) + x.м.\left(в\right)\right]\right]_e$$

Ҳаракат барқарор ҳаракат бўлгани учун вақтга боғлиқ эмас, шунинг учун:

$$x.м.\left(в\right)_{t+dt} = x.м.\left(в\right)_t$$

бундан қуйидаги ифода келиб чикади:

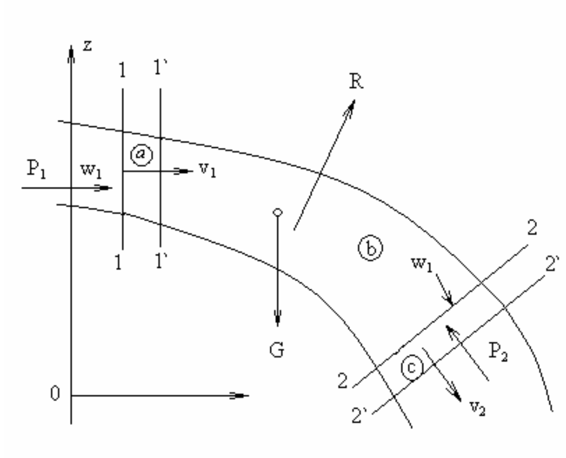
$$d\left(mu\right) = x.м.\left(c\right) - x.м.\left(a\right)$$

c - нуқтадаги ҳаракат миқдорини аниқласак, яъни олинган кесимда тезликлар тақсимоти бир хил эмас, шунинг учун c - нуқтадаги ҳаракат миқдори (mu_c) *х.м.(с)* қуйидагича топилади:

$$х.м.(c) = \int_\omega d(mu) = \int_\omega \rho W u = \int_\omega \rho d\omega u dt u = \rho dt \int_\omega u^2 d\omega \qquad (5.2.8)$$

Интегрални ҳисоблаш учун $u = \upsilon_2 + \varepsilon$ алмаштириш бажарамиз ва υ_2 - кесим бўйича ўртача тезлик деб қабул қиламиз ва қуйидагича ёзамиз $\varepsilon = u - \upsilon_2 \succ, \prec 0$. Бу ифодадан оқимнинг кўндаланг кесим юзаси ω бўйича интеграл олсак, тезликлар тақсимоти учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\int_\omega u^2 d\omega = \int_\omega (\upsilon_2 + \varepsilon)^2 d\omega = \int_\omega \left(\upsilon_2^2 + 2\upsilon_2\varepsilon + \varepsilon^2\right) d\omega = \upsilon_2^2\omega + \int_\omega \varepsilon^2 d\omega$$



Расм 5.5.

Маълумки,

$$\int_\omega 2\upsilon_2 \varepsilon d\omega = 2\upsilon_2 \int_\omega \varepsilon d\omega = 0$$

Шундай қилиб, c -нуқтадаги ҳаракат миқдори учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$\left(mu_c\right) = x.м.(c) = \rho dt\left(\upsilon_2^2\omega_2 + \int_{w2} \varepsilon^2 d\omega\right) = \rho dt \beta \upsilon_2^2\omega_2\left(1 + \frac{\int_w \varepsilon^2 d\omega}{\upsilon_2^2\omega_2}\right)$$

α_0 ҳаракат миқдори коэффициенти бўлиб, Буссинеск коэффициенти дейилади. деб белгилаймиз ва қуйидаги ифодани оламиз:

$$1 + \frac{\int_w \varepsilon^2 d\omega}{\upsilon_2^2\omega_2} = \alpha_0 \qquad (5.2.8)$$

Оқимнинг c нуқтасидаги ҳаракат миқдори қуйидагича ҳисобланади:

$$\left(mu_c\right) = x.м.(c) = \rho\alpha_{02} Qdt\ \upsilon_2$$

Ҳудди шу йўл билан a нуқтадаги ҳаракат миқдори қуйидаги ифода оркали ифодаланади:

$$\left(mu_a\right) = x.м.\left(a\right) = \rho\alpha_{o2} Qdt \cdot \left(\overline{\upsilon_2} - \overline{\upsilon_1}\right) \qquad (5.2.9)$$

Куч импульслари йиғиндиси эса қуйидагига тенг бўлади:

$$\sum \overline{R}\, dt = \left(\overline{P_1} + \overline{P_2} + \overline{G} + \overline{R}\right)dt \ ,$$

У ҳолда барча тенгламалар вектор кўринишида қуйидагича ёзилади:

$$\rho Q \alpha_0 dt\left(\overline{\upsilon_2} - \overline{\upsilon_1}\right) = \left(\overline{P_1} + \overline{P_2} + \overline{G} + \overline{R}\right)dt \qquad (5.2.10)$$

$\sum \overline{R}$ қўйилган куч кўп бурчакларининг тенг таъсир этувчиси бўлиб, $\overline{R}$ - векторни қўшиш натижасида ҳосил қилинади.

<u>Эслатма:</u> суюкликларнинг текис ҳаракатини солиштиришдан шундай хулоса чиқариш мумкинки: Кориолис коэффициенти (4.4.23), Буссинеск коэффициентидан (5.2.8) ҳаракат давомида катта бўлади, яъни $\alpha \succ \alpha_0$, бундан $\alpha_0 \cong \{1{,}03 \div 1{,}09\}$нинг ораликда ўзгариши билан, шунга мос равишда $\alpha \cong \{1{,}10 \div 1{,}15\}$нинг ораликда ўзгариши келиб чикади.

VI БОБ

СУЮҚЛИКЛАРНИНГ ТЕКИС ҲАРАКАТИ

6.1 Суюқликлар текис параллел ҳаракатнинг асосий тенгламалари системаси

Суюқлик заррачаларининг ҳаракат траекториялари бир текисликка параллел текисликда ётувчи чизиқлардан иборат бўлган ҳаракатга текис ҳаракат деб айтилади. Параллел текисликлардаги ҳаракатлар ҳар ҳил бўлиши ҳам мумкин.

Агар заррачаларнинг ҳаракат траекториялари фазовий эгри чизиқларни ташкил этса, тезликлари майдони қуйидаги тенгламалар системаси билан аниқланади:

$$\begin{aligned} u_x &= F_1(x, y, z, t) \\ u_y &= F_2(x, y, z, t) \\ u_z &= F_3(x, y, z, t) \end{aligned} \qquad (6.1.1)$$

Хусусий ҳолда суюқлик заррачаларининг ҳар бири бирор текисликка параллел бўлса, уларнинг тезлик майдонлари учинчи z координатага боғлиқ бўлмайди ва қуйидаги тенгламалар системаси орқали ифодаланади ва:

$$\begin{aligned} u_x &= F_1(x, y, t) \\ u_y &= F_2(x, y, t) \\ u_z &= 0 \end{aligned} \qquad (6.1.2)$$

бундай ҳаракат текис параллел ҳаракат дейилади ва суюқлик заррачалар текисликка нормал йўналиш бўйлаб ҳаракат қилмайди. Суюқликларнинг текис параллел ҳаракатини ўрганамиз (6.1 расм):

Умумий тенгликлар. Суюқлик xOy-текисликка параллел холда оқаётган бўлса,

$$u_z = 0$$

ва хусусий ҳосилалар

$$\frac{du_x}{dz} = \frac{du_y}{dz} = 0,$$

нолга тенг бўлади ва Эйлер тенгламаси қуйидаги кўринишни олади:

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial u_x}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}$$

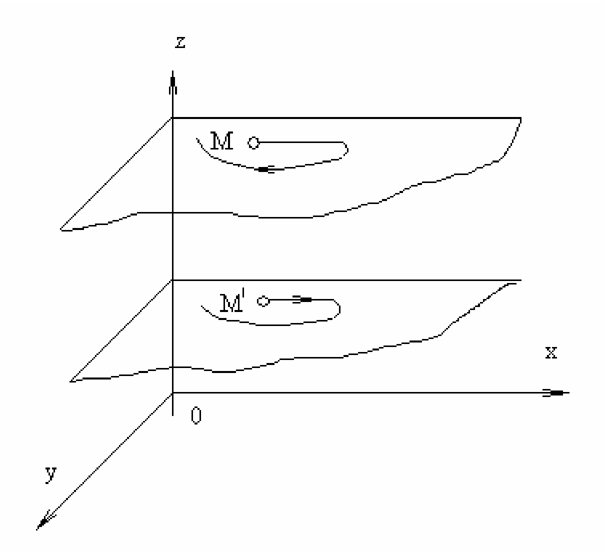
$$Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{\partial u_y}{\partial t}+u_x\frac{\partial u_y}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_y}{\partial y} \qquad (6.1.3)$$

Узлуксизлик тенгламасининг кўриниши қуйидаги содда ҳолга келиб қолади:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}=0 \qquad (6.1.4)$$

Ҳарактеристик тенгламаси эса ўзгаришсиз қолади, яъни:

$$\rho=\varphi(p,T) \qquad (6.1.5)$$



6.1. расм.

Потенциал ҳаракатнинг шартлари.

Потенциал ҳаракат уюрмасиз ҳаракат бўлгани учун, уюрманинг уччала компоненталари ҳам нолга тенг бўлиши керак. Лекин ҳаракат текис параллел ҳаракатлиги сабабли, уюрмали бўлса ҳам, иккита яъни ξ ва η компонентлари нолга тенг бўлади, ва қуйидаги тенгламалар орқали ифодаланади:

$$\xi = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}\right),$$

$$\eta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\right),$$

$$\zeta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right)$$

Юқоридаги каби бу ерда ҳам

$$u_z = 0, \frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{\partial u_y}{\partial z} = 0,$$

демак бу шартдан потенциалликнинг шарти қуйидаги тенгликлардан иборат бўлиши келиб чиқади:

$$\zeta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right) = 0, \qquad (6.1.6)$$

ёки

$$\frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial y} \qquad (6.1.6а)$$

Тезлик потенциали. IV -бобнинг 2- параграфда, яъни (4.2.6) формула орқали уюрмасиз ҳаракатлар учун тезлик потенциали киритилган бўлиб, тезлик векторининг координата ўқлари бўйича проекциялари қуйидаги формулалар орқали аниқланган эди:

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad \text{ва} \quad u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \qquad (6.1.7)$$

Бу ерда φ - тезлик потенциали. Барқарор ҳаракат учун ёки берилган вақтдаги ҳаракат учун тезлик потенциали x ва y координаталарнинг функцияси сифатида қуйидагича аниқланади:

$$\varphi = \varphi(x, y)$$

$\varphi(x, y) = const$ эса, эквипотенциал чизиқ дейилади ёки тенг потенциалли чизиқлар оиласи дейилади.Агар суюқлик оқими текис, сиқилмайдиган, потенциал бўлса, тезлик потенциали Лаплас тенгламасини қаноатлантиради:

$$\frac{\partial^2 \varphi(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x, y)}{\partial y^2} = 0 \qquad (6.1.7а)$$

(6.1.7) ифодани ҳисобга олиб, буларни юқоридаги (6.1.7а) тенгламага қўйсак,

қуйидаги узлуксизлик тенгламасини ҳосил қиламиз,яъни:

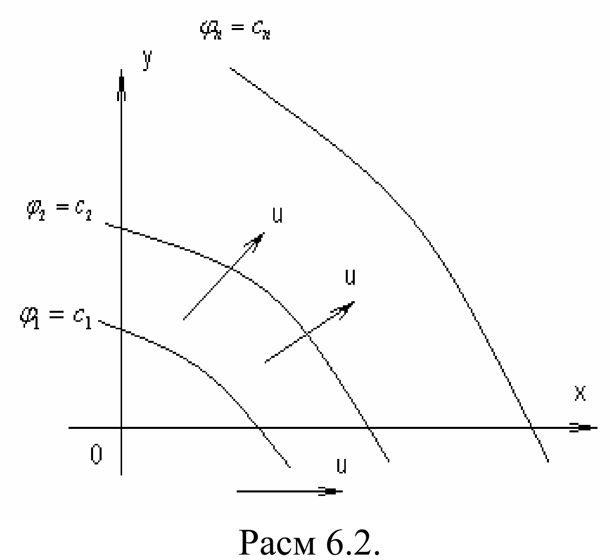
$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}=0$$

Шундай қилиб сиқилмайдиган идеал суюқликнинг текис параллел потенциал мўътадил ҳаракати масаласи тезлик потенциали учун Лаплас тенгламасини ечишга олиб келади. Олинган ечимдан тезлик векторининг компонентларини (6.1.7) тенглик орқали топамиз.

Лекин баъзи ҳолларда мураккаб масалаларни қарашга тўғри келади. Масалан суюқлик оқими эгаллаган ҳажм Σ- сирт билан чегараланган бўлиб, бир неча сиртлар йиғиндисидан иборат бўлсин, яъни:

$$\Sigma=\Sigma_1+\Sigma_2+\Sigma_3$$

бўлиб, $\Sigma_1 -$мутлақ қаттиқ жисм сирти, $\Sigma_2 -$эркин сирт, $\Sigma_3 -$икки оқимни ажратувчи сирт. Суюқликнинг Σ -сирт ичидаги ҳаракатини ўрганишда кўпинча Σ_1- сирт берилган бўлиб, $\Sigma_1, \Sigma_2 -$сиртларни масала ечиш давомида қўшимча шартлар орқали топишга тўғри келади. Шунинг учун ҳам қуйида суюқликнинг текисликка параллел оқими масаласини ўрганиш учун қўшимча ток функциясини киритамиз.



Расм 6.2.

Ток функцияси $\psi(x,y)$. Суюқлик сиқилмайдиган, яъни оқим давомида зичлиги ўзгармас $\rho = const$ ва бирор, масалан xOy текисликка параллел потенциал, мўътадил ҳаракатда бўлган ҳолни кўрамиз. Бундай масалаларни ечиш учун потенциал функциядан ташқари, яна бир муҳим функцияни, яъни -$\psi(x,y)$ ток функциясини киритамиз. Тезлик компонентлари бу функция орқали қуйидагича боғланишга эга бўлади:

$$u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \qquad (6.1.8)$$

Бу тенглик (6.1.4) узлуксизлик тенгламасини қаноатлантиришини осонгина кўриш мумкин,яъни:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(+\frac{\partial \psi}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(+\frac{\partial \psi}{\partial x}\right) = 0 .$$

Киритилган функция қаралаётган сирт бўйлаб ўзгармас, яъни $\psi(x, y) = c$ тенглик ўринли, бу функция учун тўла дифференциалнинг ифодасини ёзамиз:

$$d\psi(x,y) = \frac{\partial \psi}{\partial x}dx + \frac{\partial \psi(x,y)}{\partial y}dy = -vdx + udy$$

Бу сирт бўйлаб

$$\psi(x,y) = C$$

бўлгани учун

$$d\psi = 0,$$

демак:

$$d\psi = -u_y dx + u_x dy = 0$$

тенгликдан ток функцияси учун қуйидаги тенгламани оламиз:

$$-u_y dx + u_x dy = 0$$

Бу ифодадан эса қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} \qquad (6.1.9)$$

Ток функцияси $\psi(x,y) = c$ ток чизиқлари оиласини ташкил этади.
Бундан эса:

$$\frac{dy}{\frac{\partial \psi}{\partial x}} = \frac{dx}{\frac{\partial \psi}{\partial y}}$$

тенглик олинади ёки (6.1.8) тенгликдан (6.1.9) тенглик олинади демак,

$$d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j},$$

ва

$$\vec{u} = u_x\vec{i} + u_y\vec{j}$$

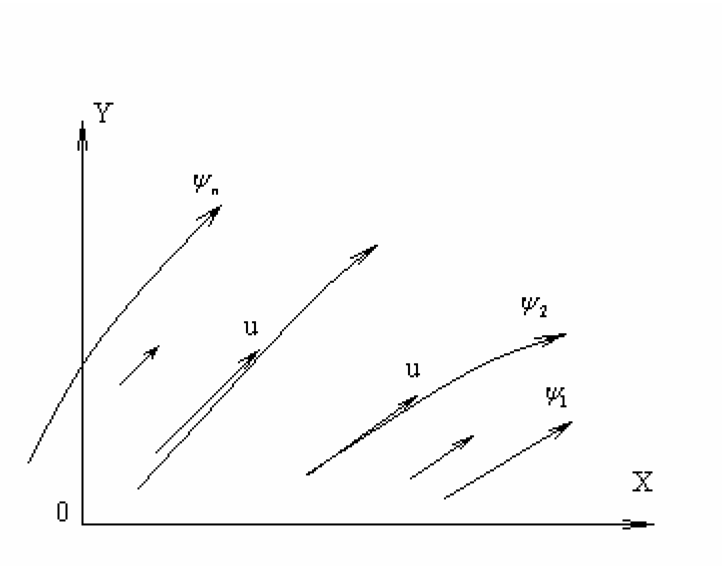
тенгликларга кўра (6.1.9) тенглик $\vec{u}$ ва $d\vec{r}$ векторларнинг параллел эканини кўрсатади. $\psi(x,y)$ -ток функцияси дейилиб, $\psi(x,y)=c$ чизиғи эса ток чизиғи деб аталади ва унинг ҳар бир нуқтасидаги тезлик вектори шу нуқтадаги уринмага параллел бўлади (6.3 расм). (6.1.7) ва (6.1.9) тенгликлардан қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{d^2\psi}{dy^2}=0 \qquad (6.1.10)$$

Шунинг учун:

$$\frac{\partial u_x}{\partial y}=\frac{d}{dy}\left(\frac{d\psi}{dy}\right)=\frac{d^2\psi}{dy^2}$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial x}=\frac{d}{dx}\left(-\frac{d\psi}{dx}\right)=-\frac{d^2\psi}{dx^2}$$



Расм 6.3

Шундай қилиб оқим потенциал, суюқлик сиқилмайдиган бир текисликка параллел бўлса тезлик потенциали - $\varphi(x,y)$ ва ток функциялари - $\psi(x,y)$ суюқлик ҳаракати соҳасида гармоник функциядир.

Ток функциясининг физик маъноси. Оқим чизиқлари системаси берилган бўлсин. Маълумки, икки оқим чизиғи орасидан маълум сарф оқиб ўтади, яъни ψ ва $\psi+\Delta\psi$ оқим чизиқлари орасида dQ сарф бўлсин. Қаралаётган соҳада ихтиёрий AB - чизиқни ўтказамиз. Бу чизиқ оқим чизиқларини 1 ва 2 нуқталарда кесиб ўтади ва $1,2,3$ учбурчак ҳосил бўлади.

Узлуксизлик теоремасига асосан, барча суюқлик миқдори $1-2$ томондан кирган, $1-3$ ва $2-3$ томондан худди шу миқдорда чиқиб кетади. Шунинг учун ушбу тенглик ўринли:

$$dQ = dQ_x + dQ_y$$

dQ_x ва dQ_y - ларни аниқлаймиз:

$$dQ = u_x dy \cdot 1 = u_x dy\ .$$

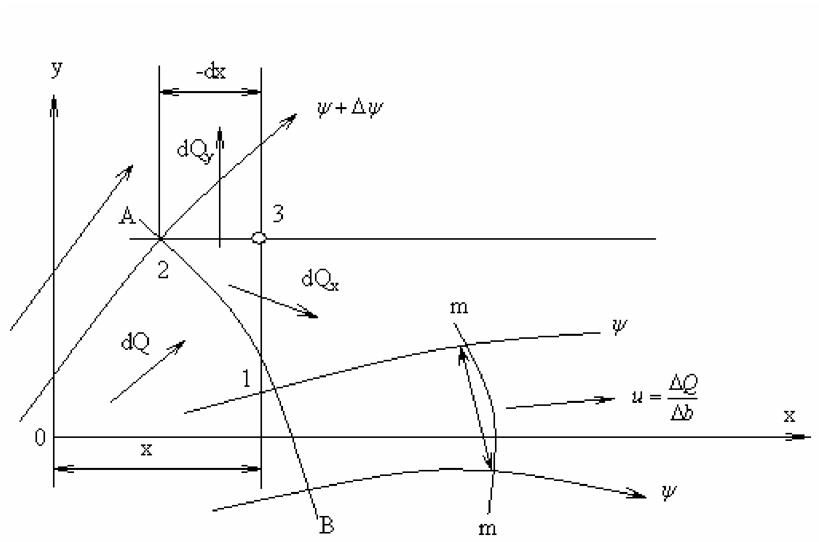
$$dy \cdot 1 = d\psi_x\ ,$$

худди шунингдек,

$$dQ_y = -u_y dx.$$

ψ - ва $\psi + \Delta\psi$ қўшни оқим чизиқлари орасидан ўтадиган оқим сарфи ўзаро тенг бўлади, яъни:

$$dQ = -u_y dx + u_x dy \qquad (6.1.11)$$



Расм 6.4

Тенгликнинг ўнг томони $d\psi$ га тенг. Демак: $d\psi = dQ$.Интегралласак,

$$Q = \int_{Q_1}^{Q_2} dQ = \int_{\Psi_1}^{\Psi_2} d\psi = \psi_2 - \psi_1 \qquad (6.1.12)$$

Шундай қилиб, берилган икки оқим чизиқлари орасидан ўтадиган суюқликнинг Q оқим сарфи бу оқим чизиқлари айирмасига тенгдир.

Икки оқим чизиқлари орасидаги ΔQ сарфни билгач, оқимнинг тезлигини билиш мумкин, яъни

$$u = \frac{\Delta Q}{\Delta b};$$

Δb-ички оқим чизиғи орасидаги масофа. Бир хил оқим чизиғи системалари орасидаги интервалнинг узунлиги ва оқим сарфи берилса, оқимнинг тезлигини билиш мумкин. Оқим чизиғини топиш тажрибада катта аҳамиятга эга.

Тезлик потенциали φ ва ток чизиғи ψ функциялари орасидаги боғланиш. Тезлик вектори компонентлари u_x, u_y тезликлар (6.1.7) ва (6.1.8) тенгликлар орқали аниқланиши мумкин. Тезлик вектори компонентлари u_x, u_y ларни тезлик потенциали орқали топамиз:

$$u_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}$$

$$u_y = \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x} \qquad (6.1.13)$$

Демак киритилган функциялар орасида ушбу муносабат олинди:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}. \qquad (6.1.14)$$

Агар бирор $\varphi -$ тезлик потенциали ёки ψ - ток функцияси маълум бўлса, бир функция орқали бошқа функцияни топиш мумкин, бу юқоридаги тенгликлардан маълум. Агар $\varphi -$функция маълум бўлса,яъни:

$$u_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x},$$

$$u_y = \frac{\partial\varphi}{\partial y},$$

$$d\psi = -u_y dx + u_y dy,$$

$\psi(x, y)$-ток функциясини топиш бу ифодани интеграллаш орқали бажарилади:

$$\psi = \int -\frac{\partial\varphi}{\partial y} dx + \frac{\partial\varphi}{\partial x} dy.$$

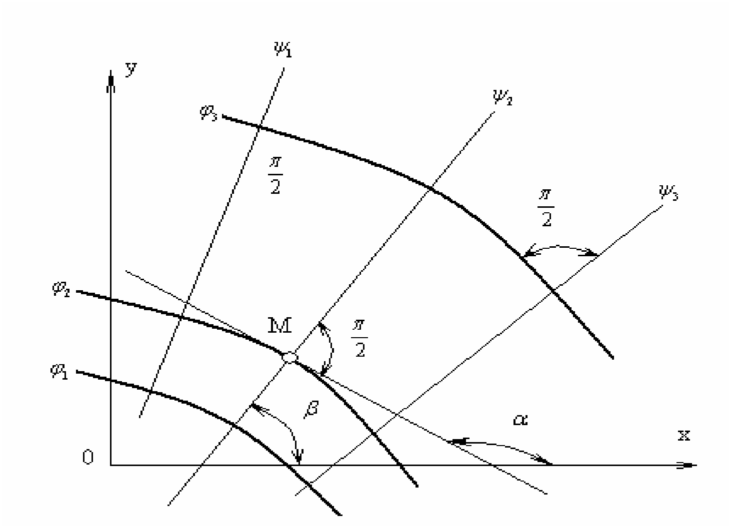
Геометрик боғланиш. Ток чизиқлари $\psi(x,y)=c$ ва тенг потенциалли чизиқлар $\varphi-$ орасидаги боғланишни кўрамиз. (6.5 расм) Бунинг учун тезлик потенциалнинг (6.1.8) тенгламасидан ушбу муносабатни қараймиз:

$$\frac{dx}{u_x}=-\frac{dy}{u_y}$$

Бундан қуйидаги муносабатни келтириб чиқариш мумкин:

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{u_y}{u_x}$$

Маълумки, $y(x)$ - оқим чизиғи тенгламаси бўлса, $\frac{dy}{dx}-$ ифода уринманинг Ox ўқи билан ҳосил қилган бурчагининг тангенсидир, бизнинг ҳолда эса, бу тенг потенциалли оқим чизиқларига ўтказилган уринманинг Ox – координата ўқи билан ҳосил қилган бурчагининг $tg\alpha$ - дир.



Расм 6.5

Демак қуйидаги тенглик ўринлидир:

$$u_x=u\cos\alpha$$

$$u_y=u\sin\alpha$$

бўлгани учун

$$\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}}=tg\alpha=-\frac{u_y}{u_x},$$

Ток функциясидан ҳам,

$$d\psi=\psi_x dx+\psi_y dy=0$$

Бундан эса, қуйидагиларни топамиз:

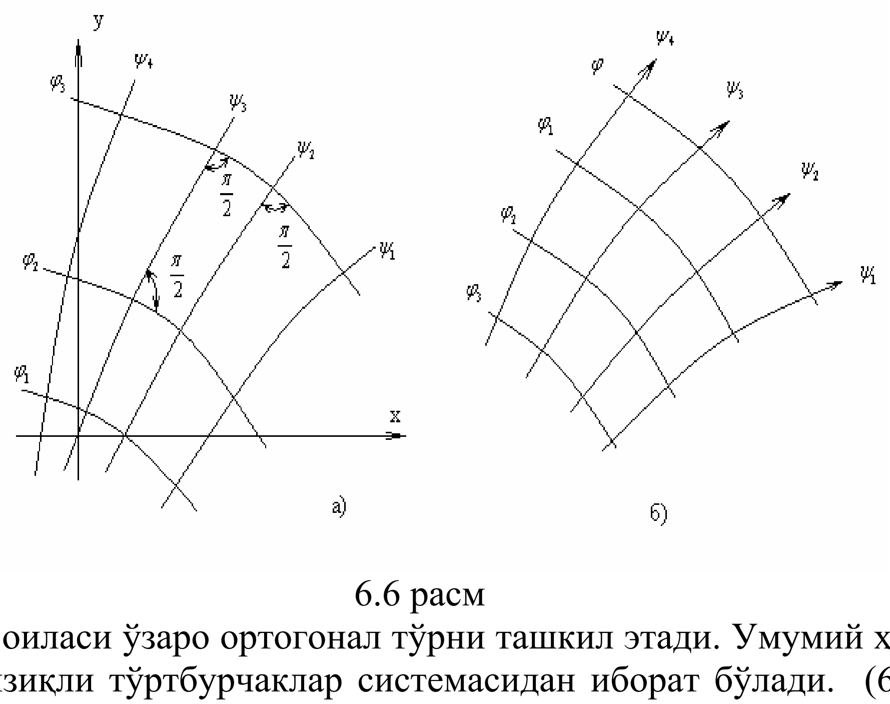
$$\frac{dy}{dx} = tg\beta = \frac{u_y}{u_x},$$

$$ty\alpha \cdot ty\beta = -\frac{u_x}{u_y} \cdot \frac{u_y}{u_x} = -1$$

ёки

$$1 + ty\alpha \cdot ty\beta = 0.$$

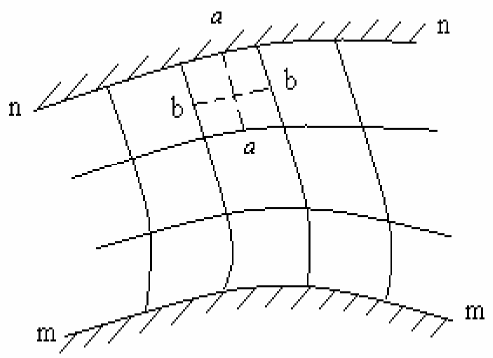
Бу тенглик олий математикада икки тўғри чизиқнинг ўзаро перпендикулярлик шартидир. Бизнинг ҳолда эса, бу φ -тезлик потенциали ва ψ - ток функциялари уринмаларининг ўзаро перпендикулярлигини билдиради. Ўзгармас бўлган $\varphi(x, y) = C_{\varphi}$ ва $\psi(x, y) = C_{\psi}$ чизиқлар кесишиш нуқтасидаги уринмалари $\vec{\tau}_{\varphi}$ ва $\vec{\tau}_{\psi}$ лар ўзаро перпендикуляр бўлади. Демак, ток чизиқлари , яъни оқим чизиқлари ва тенг потенциаллар



6.6 расм

чизиқлари оиласи ўзаро ортогонал тўрни ташкил этади. Умумий ҳолда бу тўр, эгри чизиқли тўртбурчаклар системасидан иборат бўлади. (6.6 расм а). Хусусий ҳолда $\Delta\varphi$ ва $\Delta\psi$ - тўрлар гидродинамик тўрлар ёки ҳаракат тўрлари дейилади.

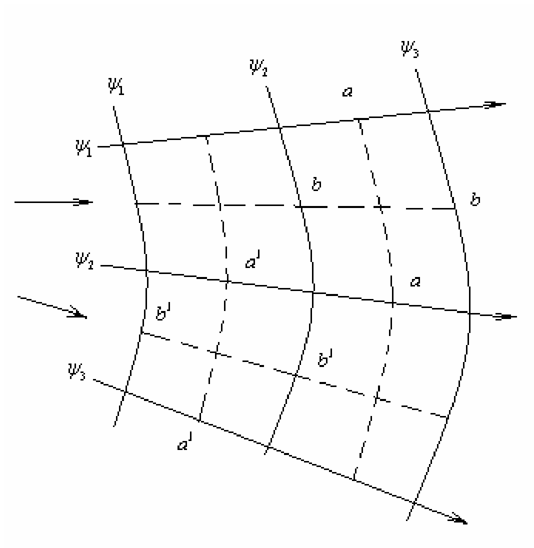
Гидродинамик тўр амалий аҳамиятга эга, функциянинг аналитик кўринишини билмай, фақат оқимнинг чегараси маълум бўлса хам, бу тўрларни тақрибий қўриш мумкин. Агар оқим тўри қурилса, оқим ҳаракати қонуниятини аниқловчи масала тўла ечилган ҳисобланади, чунки оқимнинг хар бир нуқтасидаги тезлигидан ташқари, унинг йўналишини ҳам оқим тўри орқали кўрсатиш мумкин, демак тезликлар майдонини аниқлаш мумкин.



6.7 расм

Гидродинамик тўрни қуришда каналнинг қаттиқ чегараси чегаравий ток функцияси сифатида олинади.(6.7 расм) $n-n$ ва $m-m$ чизиқлар эса, мос равишда ψ_0 ва ψ_n ток чизиқлари бўлиб, уларнинг орасидан $\psi_1, \psi_2 \cdots \psi_{n-1}$- оралиқ ток чизиқлари ўтади. Тенг потенциал чизиқлар, яъни $\varphi_1 \varphi_2 \cdots \varphi_m$ лар мос $\psi_1, \psi_2 \cdots \psi_{n-1}$ток чизиқларига перпендикуляр бўлиши ва тенг масофада жойлашиши , шунингдек, бутун канал сиртини эгаллаши лозим. Оқим тўрларининг тўғри қурилиши, ҳар бир квадратларининг ўрта чизиқлари ўзаро тенглигидан келиб чиқади.

6.8 расмда кўрсатилганидек, $a-a$ чизиқ, узунлиги бўйича $b-b$ чизиққа тенг бўлиб, у $ABCD$ квадратдаги $a^/ - a^/, b^/ - b^/$ чизиқларга мос келиб, бошқа квадратда жойлашган бўлиши керак.



6.8 расм

Потенциал оқимларни қўшиш. Маълумки, кўрилаётган идеал сиқилмайдиган потенциал суюқликларнинг оқими масаласида чизиқли тенгламалар системаси ҳар бир суюқлик заррачаси ҳаракатини ва бир қанча ҳаракатлар тўпламини ифода этади ва жисмнинг ҳақиқий тезлик ва тезланишлари бу тенгламалардаги мос тезлик ва тезланиш векторлари

йиғиндиси шаклида аниқланади. Оқимнинг барча заррачалари шу қонуниятга бўйсунади. Йиғинди ҳаракат эса, мураккаб ҳаракат ҳисобланиб, бу ҳаракат жараёнларини аниқловчи системалар ҳаракатларни қўшиш орқали амалга оширилади ва ҳаракатларни қўшиш дейилади. Потенциал ҳаракатларни қўшишдан ҳосил бўлган мураккаб ҳаракат ҳам потенциал бўлиб, бу ҳаракат тезликлари потенциали ҳар бир қўшилувчи ҳаракат тезликлари потенциали йиғиндисидан иборатдир. Агар $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$ -тезлик потенциаллари берилган бўлса, мос компонентлар φ -тезлик потенциалининг $\varphi = \sum_{k=1}^{n} \varphi_n$ мос хусусий ҳосилалари орқали аниқланади:

$$u_{x_1} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial x}, \quad u_{x_2} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial x}, \dots . u_{x_n} = \frac{\partial \varphi_n}{\partial x}$$

$$u_{y_1} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial y}, \quad u_{y_2} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial y}, \dots . u_{y_n} = \frac{\partial \varphi_n}{\partial y}$$

Тўла тезлик проекциялари эса, қўшилувчилар проекциялари йиғиндисидан иборат бўлади:

$$u_x = u_{x_1} + u_{x_2} + \ldots + u_{x_n};$$
$$u_y = u_{y_1} + u_{y_2} + \ldots + u_{y_n}.$$

Демак,

$$u_x = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial \varphi_k}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} + \ldots + \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} = \frac{\partial(\varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n)}{\partial x}.$$

$$u_y = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial \varphi_k}{\partial y} \quad \text{бўлади}$$

φ_1 ва φ_2 - функциялар йиғиндиси:

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n = \varphi(x, y)$$

Оқим мураккаб ҳаракати тўла тезлигининг Ox ўқидаги проекцияси

$$u_x = \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x},$$

Oy ўққа проекцияси

$$u_y = \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y}$$

Мураккаб ҳаракат тезлиги компонентлари x, y ўзгарувчига боғлиқ икки ўзгарувчили функция компонентлари каби топилиб, потенциал функцияси дейилади. Мураккаб функция φ - эса, тезлик потенциали, ҳаракат эса, потенциал ҳаракат дейилади.

Потенциалларни қўшиш методи, функциянинг топилган қиймати орқали тезлик потенциалини топишга, яъни $\varphi(x, y)$ ни топишга ва бу тезлик потенциали орқали бир неча янги ҳаракатларнинг потенциалини топишга имкон беради.

6.2 Текис потенциал оқимнинг содда масалалари

Текисликдаги параллел оқим. Суюқлик Ox –координата ўқига нисбатан параллел ҳаракатлансин ва унинг ҳар бир заррачаси ўзгармас

$u_0 = const$ тезликка эга бўлсин. Шу ҳаракат учун тезлик потенциали $\varphi(x, y)$ ва $\psi(x, y)$ ток (оқим) функциясини аниқлаймиз.

Маълумки,

$$d\varphi = u_x dx + u_y dy$$

Масаланинг шартига кўра, тўла тезликнинг координата ўқларига проекциялари:

$$u_x = u_0, \qquad u_y = 0$$

Демак,

$$d\varphi = u_0 dx$$

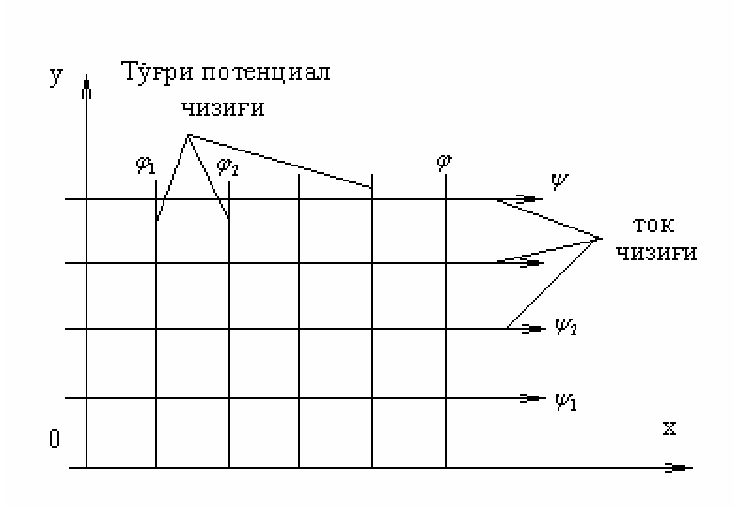
Интегралласак,

$$\varphi = \int d\varphi = \int u_x dx + u_y dy = \int u_0 dx = u_0 x + C$$

Интеграл ўзгармас миқдори $C = 0$ тенг деб қабул қилинса,

$$\varphi(x, y) = u_0 x$$

Бу эса, Oy ўққа параллел тўғри чизиқлар оиласига тегишли тўғри чизиқдир. Тезлик потенциали Лаплас тенгламасини қаноатлантирса $\varphi(x, y)$ - ҳақиқатда потенциал функция эканлиги исботланади.



6.9 расм

Қаралаётган соҳа учун ҳаракат тенгламаси $\varphi = u_0 x$ деб қараймиз ва ундан x ва y бўйича иккинчи тартибли хусусий ҳосилалар оламиз:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(u_0 x) = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial}{\partial x} u_0 x\right] = \frac{\partial u_0}{\partial x} = 0$$

бундан $u_0 = const$ эканлигини келиб чиқади ва иккинчи ҳосилани топамиз:

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}(u_0 x) = 0$$

Шундай қилиб, Лаплас тенгламасини қаноатлантиришини кўрсатамиз:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(u_0 x) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(u_0 x) = 0$$

φ -функция Лаплас тенгламасини қаноатлантирар экан.

Ток ψ функциясини топиш учун юқорида кўрсатилганидек, $u_x = u_0 x$ ва $u_y = 0$, демак:

$$d\psi = -u_y dx + u_x dy = u_x dy = u_0 dy$$

$$\psi = \int d\psi = \int u_0 dy = u_0 y + c$$

$\psi(x, y)$ - функция ҳам Лаплас тенгламасини қаноатлантиради ва

$$\psi(x, y) = u_0 y$$

чизиқлар Oy ўқига параллел тўғри чизиқлардир. Текис параллел ҳаракатлар учун φ тезлик потенциали ва ψ - ток функциялари топилди.

Манбалар ва қўйилувчи нуқталар. Манба деб, бирор текисликда жойлашган нуқтадан текисликка радиал йўналишда тарқатиладиган суюқликнинг чиқиш жойига айтилади (6.10 расм а).

Бирор текисликда жойлашган суюқликнинг радиал йўналишда йиғилиб қуйилувчи нуқтасига сток ёки қуйилиш нуқтаси дейилади. (6.10 расм б).

Текисликда қаралаётган масалаларда манба-нуқта манба тўғри чизиққа айланиб, ҳаракат текислигига перпендикуляр бўлади. Маълумки, бундай нуқталарнинг физик маъноси чегараланмаган соҳада мавжуд эмас, лекин улар тезликлар майдонини ҳосил қилади ва чегараланган соҳада ҳам мавжуд бўлиши мумкин. φ ва ψ функцияларни манба учун аниқлаймиз.

$$d\varphi = u_x dx + u_y dy$$

Тезликнинг u_x ва u_y - компонентларини аниқлаймиз. Бунинг учун айланада тезликнинг тарқалишини бир текис тарқалади деб қабул қиламиз ва қуйидагича ёзамиз:

$$Q = 2\pi r u_0 \qquad (6.2.1)$$

Q -манбанинг бирлик узунликдаги сарфи, xOy текисликка перпендикуляр бўлсин, u_0 -тўла радиал тезлик бўлиб, манбадан r – масофада ҳисобланган.

У ҳолда:

$$u_x = u_0 \cos\alpha = \frac{Q}{2\pi r}\cos\alpha \qquad (6.2.2)$$

$$u_y = u_0 \sin\alpha = \frac{Q}{2\pi r}\sin\alpha \qquad (6.2.3)$$

Координаталар текислигидаги расм 6.11 дан маълумки:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r},$$

$$\sin\alpha = \frac{y}{r},$$

$$u_x = \frac{Qx}{2\pi r^2},$$

$$u_y = \frac{Qy}{2\pi r^2}$$

$$d\varphi = u_x dx + u_y dy = \frac{Q}{2\pi r^2}(xdx + ydy) = 0 \qquad (6.2.4)$$

Демак

$$xdx + ydy = 0.$$

Бу тенгламанинг чап томони эса rdr га тенг. Хақиқатда OMm учбурчакдан (6.11 расм) маълумки:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Бу ифодани дифференциалласак,

$$xdx + ydy = rdr. \qquad (6.2.5)$$

Демак, (6.2.3) формулани қуйидагича ёзамиз:

$$d\varphi = \frac{Q}{2\pi}\frac{dr}{r} \qquad (6.2.6)$$

Интегралласак,

$$\varphi = \frac{Q}{2\pi}\ln r + C$$

Ва $C = 0$ деб олсак,

$$\varphi = \frac{Q}{2\pi}\ln r. \qquad (6.2.7)$$

ψ - ток функциясини топамиз:

$$d\psi = -u_y dx + u_x dy$$

u_x, u_y нинг қийматларини қўйсак,

$$d\varphi = -\frac{Q}{2\pi r}\frac{x}{r}dx + \frac{Q}{2\pi r}\frac{x}{r}dy = 0.$$

Бундан қуйидаги тенглик келиб чиқади:

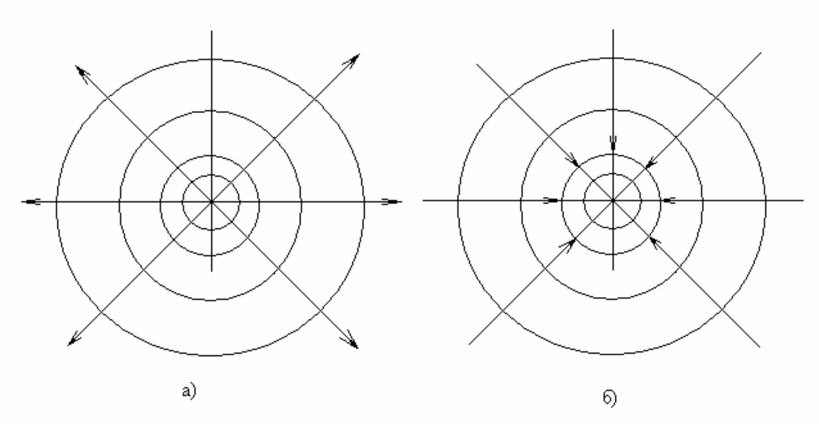
$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y}$$

ёки

$$\ln\frac{y}{x} = C, y = Cx. \qquad (6.2.8)$$

(6.2.8) тенглама координата бошидан ўтувчи тўғри чизиқлар оиласини ташкил этади. Демак, ток функцияси, яъни $\psi(x,y) = C$ функция радиал тўғри чизиқларни ташкил этади. $\psi(x,y) = C$ функция фақат координата бурчаги α -боғлиқ равишда ўзгаради. (6.11 расм) ва унга чизиқли боғлиқ. Демак,

$$\psi = C^/\alpha = C^/ arctg\frac{y}{x}$$



Расм. 6.10

$C^/$ ни аниқлаймиз: $\psi_2 - \psi_1 = Q$ эканлиги маълумлигидан:

$$\psi_1 = \psi_{\alpha=0} = c^{/} \cdot 0 = 0$$

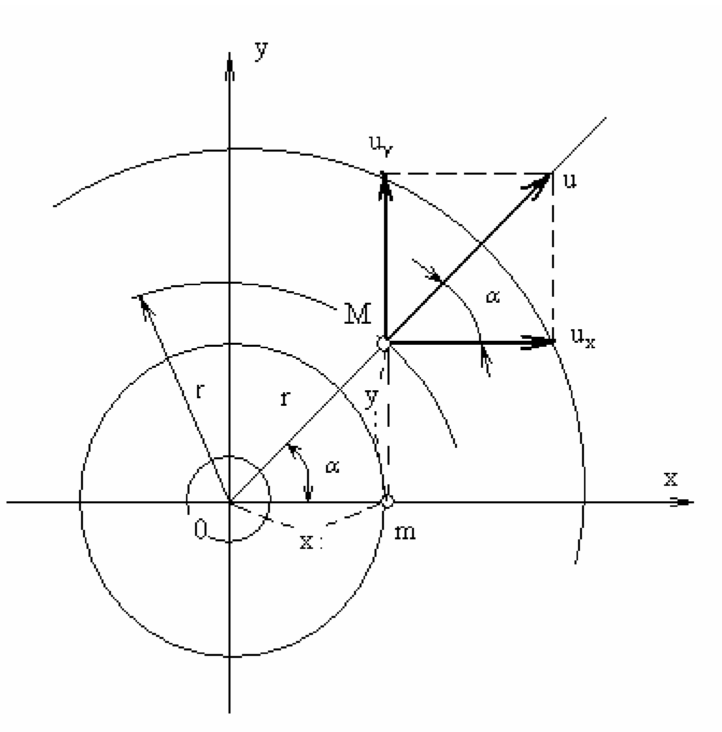
$$\psi_2 = \psi_{\alpha=2\pi} = c^{/} \cdot 2\pi$$

ψ_2 ва ψ_1 ларнинг айирмаси: икки ток чизиқлари орасидан ўтувчи суюқлик сарфига тенглиги аввалдан маълумлигидан қуйидагича ёзишга ҳақлимиз:

$$\psi_2 - \psi_1 = Q; \quad Q = C^{/} 2\pi$$

Бундан $C^{/} = \dfrac{Q}{2\pi}$. ψ - ток функциясининг x,y- координаталар билан боғланган қийматини топамиз:

$$\psi = \frac{Q}{2\pi} arctg \frac{y}{x} \qquad (6.2.9)$$



6.11 расм.

Суюқликларнинг текисликдаги айланма ҳаракати. Заррачалари концентрик айланалар бўйлаб ҳаракатланадиган суюқликларнинг ҳаракатини қараймиз. Маьлумки бундай айланалар ток чизиқларини ташкил этади, радиал чизиқлар эса тенг потенциалли тезликларни ифодалайди. $\varphi = C$.

φ ва ψ функцияларнинг тескари функцияларга эгалигидан фойдаланиб,

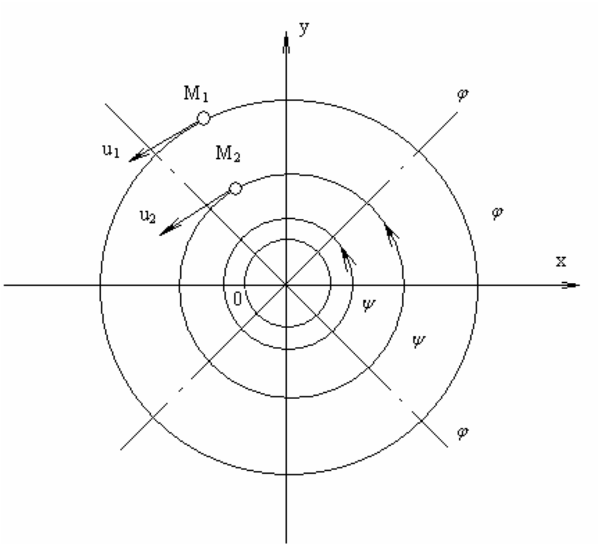
$$\varphi = c \cdot arctg\,\frac{y}{x}$$

эга бўламиз. Зеррачаларнинг айлана бўйлаб ҳаракати тезлигини топамиз:

$$u = \sqrt{u_x^{\ 2} + u_y^{\ 2}}\ .$$

$$u_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\cdot\left(c\cdot arctg\frac{y}{x}\right) = -c\cdot\frac{y}{x^2+y^2}$$

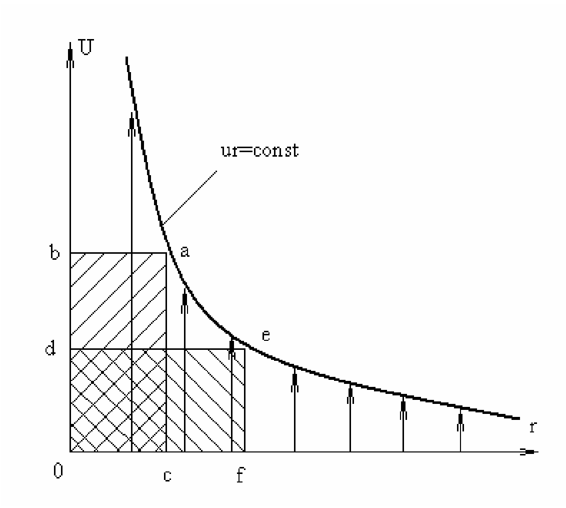
$$u_y = C\frac{x}{x^2+y^2}$$



Расм. 6.12

Юқоридаги u_x, u_y – тезлик проекцияларидан u–тўла тезликни топамиз:

$$u=\sqrt{u_x^{\ 2}+u_y^{\ 2}}=C\sqrt{\left(\frac{y}{x^2+y^2}\right)^2+\left(\frac{x}{x^2+y^2}\right)^2}=\frac{C}{\sqrt{x^2+y^2}}$$



6.13 расм

Агар $x^2+y^2=r^2$ деб олсак, бунда r - айлана радиуси бўлса,

$$u=\frac{c}{r};$$

$$u\cdot r=C=cons. \qquad (6.2.10)$$

бу эса гиперболик юзалар қонунидир (6.13 расм).

$$r\succ 0, u\to\infty, r\to\infty, u\to 0$$

6.3 Потенциалга эга бўлган оқимларни қўшиш

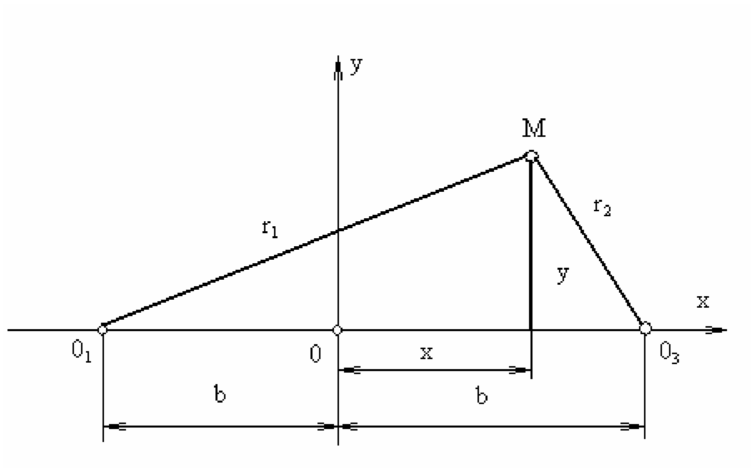
Текисликдаги ҳаракат. Оқим сарфлари тенг бўлган суюқлик манбалари қўшилишидаги ҳаракатини кўрамиз. Маълумки манбавий нуқтанинг потенциал тезликлари текисликда қуйидагича (6.2.7) формула кўринишда ёзилади:

$$\varphi=\frac{Q}{2\pi}\ln r$$

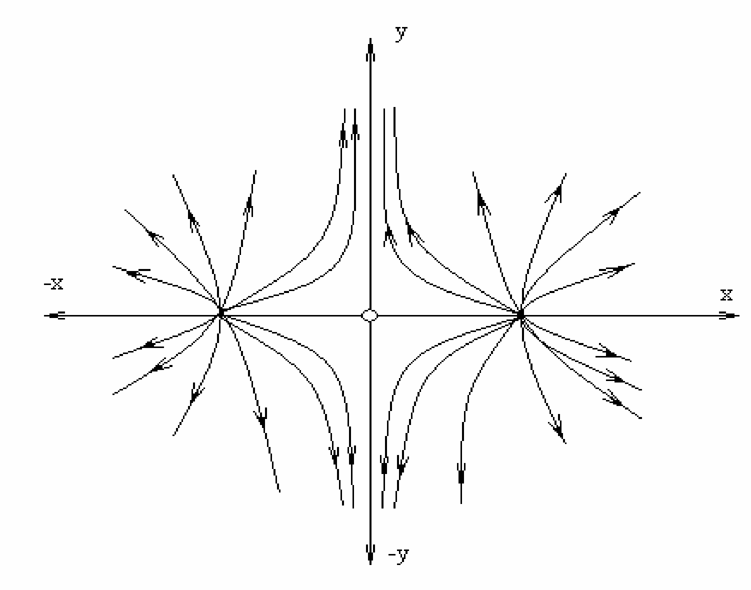
Фараз қилайлик икки Q_1 ва Q_1 сарфлаш манбаларга эгамиз:

Ҳар бирининг потенциал тезликлари мос равишда $\varphi_{1\,1}$ ва φ_2 бўлсин, у ҳолда (мураккаб) қўшма потенциал ҳаракат тезлиги учун потенциаллар қуйидагича ёзилади:

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2$$



Расм. 6.14



Расм. 6.15

xOy координаталар системасида $M(x, y)$ нуқта учун қуйидаги тезлик потенциалларини қараймиз:

$$\varphi_1 = \frac{Q}{2\pi}\ln r_1 = \frac{Q}{2\pi}\ln\sqrt{(b+x)^2 + y^2}$$

$$\varphi_2 = \frac{Q}{2\pi}\ln r_2 = \frac{Q}{2\pi}\ln\sqrt{(b+x)^2 + y^2}$$

У ҳолда умумий тезлик потенциали қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{Q}{2\pi}\ln(r_1 \cdot r_2)\,.$$

ёки

$$\varphi = \frac{Q}{2\pi}\ln\sqrt{[(b+x)^2+y^2][(b+x)^2+y^2]} \qquad (6.3.1)$$

$u = u(x, y)$, яъни u функция x, y ўзгарувчиларнинг функцияси бўлиб, қуйидагиларга тенг:

$$u_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = F_1(x, y) \ , \qquad u_y = \frac{\partial\varphi}{\partial y} = F_2(x, y) \ .$$

Ток чизиғи функциясидан (6.15 расм) фойдаланиб қуйидаги тенгликни хосил қиламиз:

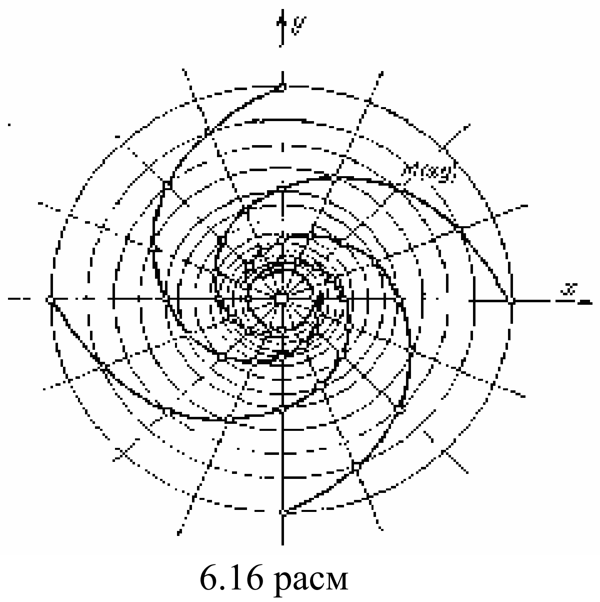
$$\frac{dx}{F_1(x, y)} = \frac{dy}{F_2(x, y)} \ .$$

Қуйилиш нуқтаси мавжудлигида айланма ҳаракатларни қўшиш.

Юқоридаги параграфда натижавий ҳаракат учун қуйидаги потенциал тезликни кўрсатдик:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

Фараз қилайлик М нуқтада қуйилувчи нуқта (сток) мавжуд бўлса, (6.16 расм) тезлик потенциалининг кўриниши қуйидагича бўлади, яъни:



6.16 расм

$$\varphi_1 = C\cdot\ln\sqrt{x^2+y^2} \ .$$

Айланма ҳаракат учун эса тезлик потенциалининг кўриниши қуйидагича бўлади, яъни:

$$\varphi_2 = C \cdot arctg\left(\frac{y}{x}\right).$$

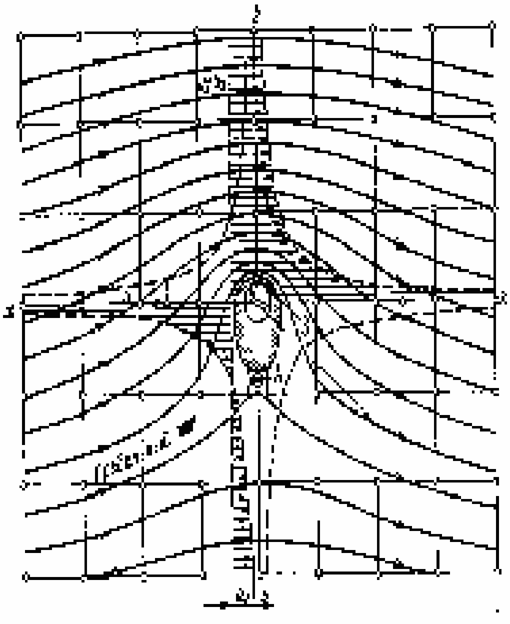
Мураккаб ҳаракат потенциали ҳаракатнинг тезлик потенциали ифодаси юқоридаги тезлик потенциаллари ифодалари йиғиндисига тенгдир:

$$\varphi(x, y) = C_1 \cdot \ln\sqrt{x^2 + y^2} + C_2 \cdot arctg\left(\frac{y}{x}\right) \qquad (6.3.2)$$

Кейинги мисоллар юқоридаги параграфда келтирилган схема бўйича ечилади. Ток чизиқлари эса, Архимед спираллари оиласини хосил қилишлигини кўрсатишимиз мумкин.(6.16 расм).

Илгариланма ва айланма ҳаракатларни қўшиш. Илгариланма ҳаракатларнинг тезлик потенциали. Илгариланма ҳаракатларнинг тезлик потенциали олдинги параграфда қуйидагича аниқланган эди.

$$\varphi_1 = u_0 \cdot x + c \quad .$$



6.17 расм

Ўтган параграфда айланма ҳаракат тенгламасидан тезлик потенциали қуйидагича аниқланган эди.

$$\varphi_2 = c \cdot arctg\left(\frac{y}{x}\right)$$

Йиғинди ҳаракат тезлик потенциаллари қуйидагича аниқланган эди.

$$\varphi(x, y) = C_1 \cdot \ln\sqrt{x^2 + y^2} + C_2 \cdot arctg\left(\frac{y}{x}\right) \qquad (6.3.3)$$

ҳосил бўладиган оқим схемаси 6.17 расмда келтирилган бўлиб, бу расмдаги штрихланган зона, суюқликнинг циркуляцияга эга бўлган қисмига тўғри келади. A нуқтадаги тезлик:

$$u_a = u_0 - u_x \ ,$$

B нуқтадаги тезлик:

$$u_{xB} = u_0 + u_x \ .$$

Шунинг учун A нуқтадаги босим p_A , B нуқтадаги босим p_B - дан катта бўлиб штрихланган соҳанинг массасига таъсир этувчи кучни ифодалайди ва бу куч таъсирида бу штрихланган соҳанинг массаси юқорига силжийди. Бу хусусиятни – Магнус эффекти дейилади.

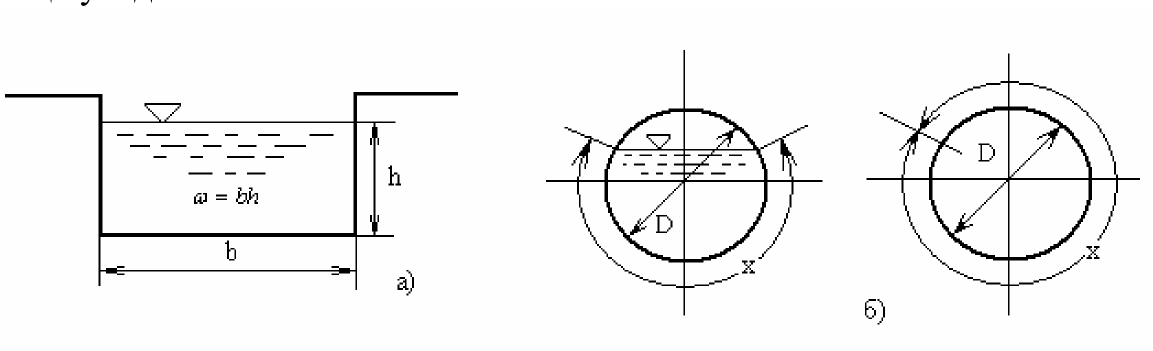
VII БОБ
ГИДРАВЛИК ҚАРШИЛИКЛАР НАЗАРИЯСИ

7.1 Гидравликанинг асосий масалалари

Гидравлик қаршиликлар учга бўлинади:

1. узунлик бўйича қаршиликлар;
2. маҳаллий қаршиликлар: бу қаршиликлар бирон тўсиқ, қувурнинг бурилган, букилган жойининг суюқлик оқимига каршилиги, задвижкаларнинг суюқлик оқимига қаршилиги, клапан ва решёткаларнинг оқимга қаршиликларидан иборат бўлади.
3. инерциал қаршилик: Бу қаршилик оқим ностационар бўлишидан ҳосил бўлган қаршиликдир.

Уччала ҳолда ҳам асосан оқимга қаршиликларни келтириб чиқарувчи сабаб сифатида ёпишқоқлик хусусияти олинади ва у суюқлик оқими тезлигига, суюқлик оқимининг кўндаланг кесим юзасига, оқимнинг геометрик параметрларига ва бошқа ўлчамларига ҳамда суюқликнинг хусусиятларига боғлиқ бўлади.



Расм. 7.1

Суюқлик оқимининг кўндаланг кесими асосий гидравлик характеристикаларидан бири бўлиб, унинг юзаси $-\omega$ деб олинади ва ҳаракатдаги кесим дейилади. Ҳаракатдаги кесимнинг суюқлик тегиб турган периметри – ҳўлланган периметр дейилади ва у - χ билан белгиланади. Кўндаланг кесим юзасининг ҳўлланган периметрга нисбати гидравлик радиус деб аталади ва у қуйидагича аниқланади [2,5,13]:

$$R = \frac{\omega}{\chi}$$

7.1а расмдаги тўғри бурчакли ўзан учун ҳўлланганлик переметри:

$$\chi = b + 2h\,,$$

кўндаланг кесим ёки ҳаракатдаги юзаси:

$$\omega = bh$$

гидравлик радиус эса қуйидагича аниқланади:

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{bh}{b + 2h} \; .$$

Бу ерда h ўзан оқими чуқурлиги бўлиб, b ўзан кенглиги ҳисобланади.

Кўндаланг кесими айланадан иборат ўзанларда суюқлик босим таъсири остида ҳаракатда бўлса, хўлланганлик периметри $\chi = \pi d$ тенг бўлиб, кўндаланг кесим юзаси $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$ га тенг бўлади ва гидравлик радиус қуйидагича аниқланади:

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = \frac{d}{4} \; .$$

Гидравлик радиус оқимнинг кўндаланг кесимини, ёки шаклини аниқламайди, фақат геометрик ўхшаш юзалар нисбатинигина аниқлайди.

Текис ҳаракатнинг асосий тенгламаси. Доиравий қувурда суюқликнинг текис ҳаракатини кўрамиз (7.2 расм). Қувурда олинган икки $1-1$ ва $2-2$ кесимлар орасидаги ҳаракатланаётган суюқлик массаси учун Даламбер принципига кўра ушбу динамик мувозанат тенгламасини тузамиз. Ҳаракат текис бўлгани учун тезланиши нолга тенг, демак инерция кучи нолга тенг. Os - ўққа проекцияси эса қуйидаги тенгликдан иборат бўлади [2,10,27]:

$$\left[\sum F_{акт}\right]_S = \left[\sum F_{каршилик}\right]_S \; .$$

$1-1$ ва $2-2$ кесимлар ораси l узунликдаги цилиндрик ҳажмни беради. Бу ҳажм ωl - га тенг бўлгани учун тенгламанинг чап томонидаги $F_{акт}$ актив кучлар ифодаси беради. Цилиндрнинг оғирлик кучи $G = \rho g \omega \cdot l$ га тенг бўлгани учун, бу оғирлик кучи векторининг $S-S$ ўққа проекцияси ушбу тенглик билан аниқланади:

$$G \sin\alpha = \rho g \omega \cdot l \sin\alpha = \rho g \omega (z_1 - z_2)$$

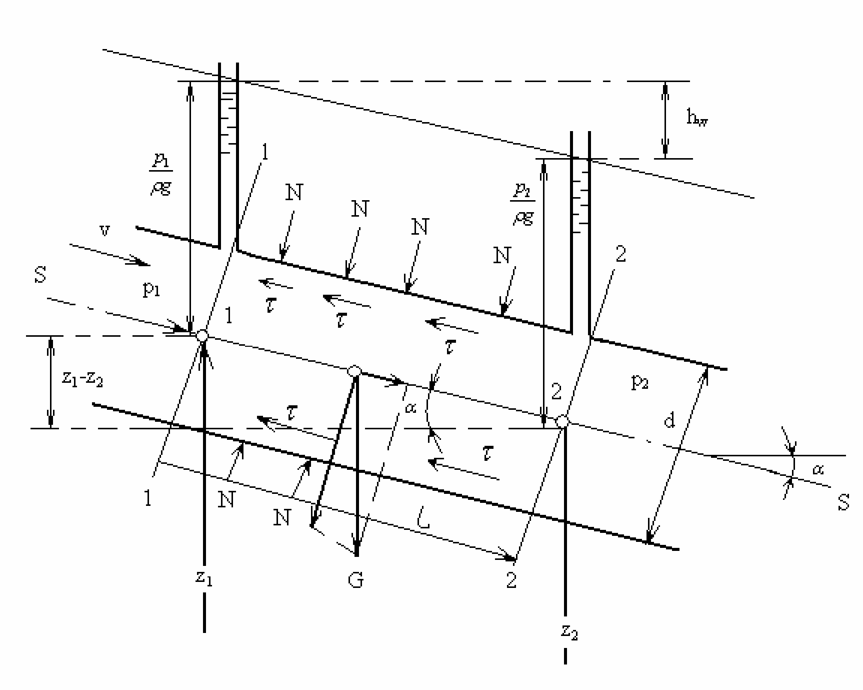
Чунки 7.2 расмга асосан:

$$l \sin\alpha = (z_1 - z_2)$$

2. Суюқликнинг қувур чекка кесимларига босими мос равишда P_1 ва P_2 га тенг бўлсин. Суюқлик тезлиги ўзгармас, яъни текис харакат қилгани учун босимнинг кўндаланг кесимда тарқалиши гидростатик қонунга бўйсинади, $1-1$ ва $2-2$ кесим юзаларига таъсир этувчи кучларни P_1 ва P_2 орқали белгилаб, қувур симметрия ўқига $S-S$ параллел холда бўлиб, ўзаро қарама қарши йўналган ва $P_1 = p_1\omega$ ва $P_2 = p_2\omega$ тенг бўлади, p_1 ва p_2

лар ω юзанинг оғирлик марказидаги босимлар. P_1 ва P_2 кучлар йиғиндисининг $S-S$ ўққа проекцияси эса 7.4 расмга асосан қуйидагича аниқланади.

$$\left[\sum P\right]_S = P_1 - P_2 = \omega(p_1 - p_2) \qquad (7.1.1)$$



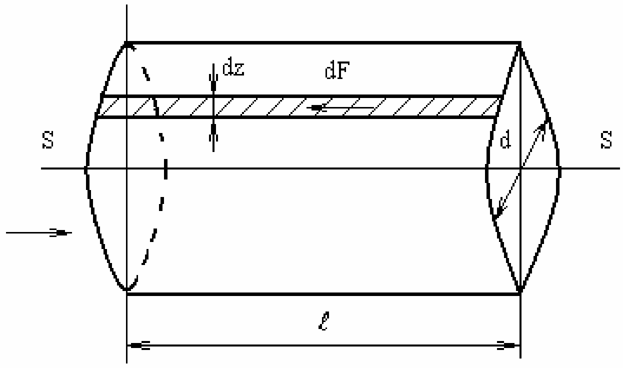
Расм. 7.2.

3.Ажратилган суюқлик массасига қувур деворининг босими проекцияларининг, яъни $N, N....N$ таъсири нолга тенг бўлади, чунки улар проекция ўқига перпендикулярдир. Юқоридаги мулоҳазалардан келиб чиқиб, (7.1.1) тенгламанинг чап томони қуйидагича ўзгаради:

$$\left[\sum F_{акт}\right] = \rho g \omega(z_1 - z_2) + \omega(p_1 - p_2)$$

Ўнг томонининг ифодасини тузамиз. Суюқлик оқими қувурда ҳаракатда бўлиб деворлари қўзғалмас бўлгани учун тормозланиш қаршилиги ҳосил бўлади. $F_{қаршилик} = F$ - қаршилик кучи девордаги уринма кучланиш орқали чиқарилади ва бу $S-S$ куч вектори йўналишга параллел бўлиб, оқимга қарши йўналган бўлади. (7.2 расм) Қаршилик кучини $dF-$ деб белгилаймиз ва бу қаршилик кучи эни $d\chi -$бўлган $-l-$узунликдаги элементар майдон юзасига тўғри келади. Бу деворга оқимнинг ишқаланиш кучланишини τ - деб олсак, қаршилик кучи миқдоран $d\chi$ намланган ёйнинг $-l$ узунликдаги элементар майдон юзасига бўлган уринма кучланиш τ -га кўпайтмасига тенг бўлади, яъни:

$$dF = \tau \cdot l \cdot d\chi$$



Расм. 7.3.

У ҳолда олинган суюқлик цилиндрик кесимнинг оқимига тўлиқ қаршилик кучи ушбу тенгликдан аниқланади [27]:

$$\left[\sum F_{кар}\right]_S = \int_\chi dF = \int_\chi \tau \cdot l \cdot d\chi \qquad (7.1.2)$$

Уринма кучланишнинг текис оқим учун қаралаётган майдончага уринма бўйлаб ўзгармас $\tau = \tau_0$ катталикда фақат ҳўлланган периметр бўйича ўзгариши мумкинлигини ҳисобга олиб, (7.12) тенгламани интеграллаб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\left[\sum F_{кар}\right]_S = \int_\chi \tau \cdot l d\chi + \tau_0 \cdot l \int_0^\chi d\chi = \tau_0 l \cdot \chi \qquad (7.1.3)$$

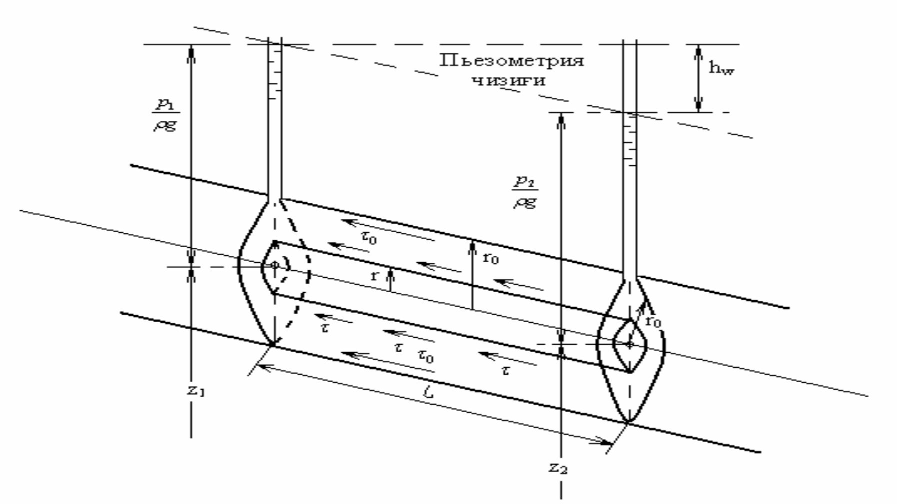
Бу ерда τ_0 - уринма кучланишнинг девордаги ўртача қиймати. Юқоридаги (7.1.2) ва (7.1.3) ифодаларни ҳисобга олиб, (7.1.1)тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$\rho \cdot g\omega(z_1 - z_2) + \omega(p_{1-} p_2) = \tau_0 \cdot l \cdot \chi$$

Олинган тенгликнинг ҳар иккала томонини $\rho \cdot g \cdot \omega$ га бўлиб, қуйидаги Бернулли тенгламасига келамиз:

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\vartheta_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\vartheta_2^2}{2g}\right) = h_\omega \qquad (7.1.4)$$

Ҳаракат текис бўлгани учун тезликлар ўзаро тенг ва $v_1 = v_2$ тенглик



Расм. 7.4.

ўринли, гидравлик йўқотишлар ифодаларини ҳамда (7.1.3) ва (7.1.4) ифодаларни тенглаштириб, йўқолган босимни ҳисоблаш формуласига келамиз:

$$h_\omega = \frac{\tau_0 l}{\rho g R} \qquad (7.1.5)$$

ёки

$$\frac{h_\omega}{l} = i$$

- гидравлик нишаблик эканлигидан:

$$\frac{\tau_0}{\rho g} = R\ i$$

ёки

$$\tau_0 = \rho g R i \qquad (7.1.6)$$

Бу тенглама Н.Н.Павловский томонидан олинган бўлиб текис **ҳаракатнинг асосий тенгламаси** дейилади.

Динамик мувозанат тенгламасини фақат ажратилган кесим массаси учунгина эмас, балки шу цилиндр билан бир ўққа эга бўлган ҳажмдаги суюқликнинг r – радиусли цилиндрдаги қисми учун ҳам ўринли эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.

Юқоридаги мулоҳазаларни шу ҳажмдаги массага тадбиқ қилсак $\tau_0 = \rho g R_i$ ўрнига ушбу тенгликларни оламиз:

$$\tau = \rho g R i$$

ва

$$h_{\omega} = \frac{\tau}{\rho g} \cdot \frac{l}{R} \qquad (7.1.7)$$

ни ҳосил қиламиз. Бу ерда $\tau -$ ажратилган элементар цилиндрнинг ён сиртига уринма кучланиши бўлиб, $R -$ $r-$радиусли ички цилиндрнинг гидравлик радиуси. (7.1.5) формулага мурожат қилсак, қуйидаги тенгликни ҳосил қилишимиз мумкин:

$$\frac{\tau_0}{\rho g} = \xi \frac{\vartheta^2}{2g} .$$

Бу ердаги $\xi -$ размерсиз коэффициент бўлиб, ўзгарувчи катталикдир. Юқоридаги ифодаларни (7.1.5) тенгламага қўйсак[27]

$$h_{\omega} = 4\xi \frac{l}{d} \frac{\vartheta^2}{2g}$$

Формулада $4\xi = \lambda$ деб белгиласак, Дарси-Вейбах формуласини ҳосил қиламиз.

$$h_{\omega} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\vartheta^2}{2g}$$

$\lambda, \xi -$ ўлчовсиз коэффициентлар, (7.1.6) формуладан:

$$\frac{\tau_0}{\rho g} = Ri$$

$$\frac{\tau_0}{\rho g} = \lambda \xi \frac{\vartheta^2}{2g} = \frac{\lambda}{4} \frac{\vartheta^2}{2g}$$

эканлигини ҳисобга олиб,

$$\vartheta = \sqrt{\frac{8g}{\lambda} Ri}$$

Бу тенгликда $C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$ деб белгилаб, оқим ўртача тезлиги учун ушбу Шези формуласини оламиз:

$$\vartheta = C\sqrt{Ri}$$

$C -$ Шези коэффициенти. Очиқ ўзанлардаги текис оқимлар ҳисобида бу формула кўп ишлатилади. (7.1.3) ва (7.1.4) ни ўзаро тенглаштириб гидравлик йўқотиш учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз

$$h_\omega = \frac{\tau_0 l}{\rho g R}; \qquad (7.1.8)$$

Ёки

$\frac{h_\omega}{l} = J$ (J –гидравлик нишаблик), у ҳолда:

$$\frac{\tau_0}{pgR} = RJ \quad ,$$

ёки

$$\tau_0 = pgRJ \qquad (7.1.9)$$

Бу тенглама ҳаракатнинг асосий тенгламаси дейилади. Агар динамик мувозанат тенгламасини $1-1$ ва $2-2$ кесим орасидаги масса учун эмас шу цилиндр ичида жойлашган ва шу цилиндр билан бир ўққа эга кесим массаси учун қарасак юқоридаги барча мулоҳазалардан кейин қуйидаги натижага келамиз:

$$\tau_0 = pg\,R'J$$

$$\tau_0 = pgRJ \qquad h_w = \frac{\tau_0 l}{pgR'} \qquad (7.1.10)$$

τ_0 - нинг ўрнига (яъни труба деворлари уринма зўриқиш) ўрнига τ –ички цилиндрнинг ён деворига бўлган уринма кучланиши ва R - гидравлик радиус ўрнига $\dot{R}$ - яъни ички цилиндрнинг радиусини қабул қиламиз. У ҳолда (7.1.9) тенглама қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\frac{\tau_0}{pg} = \xi \frac{\vartheta^2}{2g}$$

Бу тенгламани ҳар вақт ҳам ёза олишимиз мумкинлигини кўрамиз бу ерда ξ -ўлчовсиз катталик бўлиб, ўзгарувчидир. Бу қийматларни (7.1.9) формулага қуйсак гидравлик йўқотиш учун қуйидаги ифадани оламиз:

$$h_\omega = \xi \frac{l}{R} \cdot \frac{\vartheta^2}{2g}$$

Бу Дарси-Вейсбах формуласидир. Бу формулани қувурлардаги гидравлик йўқотишни ҳисоблашда гидравлик радиус учун

$R=\dfrac{d}{4}$, яъни қувур диаметрининг $\dfrac{1}{4}$ - қисми ишлатилади.

$$h_{\omega}=4\xi\frac{l}{d}\cdot\frac{\vartheta^{2}}{2g}.$$

4ξ=λ деб белгиласак гидравлик йўқотиш формуласини ҳосил қиламиз:

$$h_{\omega}=\lambda\frac{l}{d}\cdot\frac{\vartheta^{2}}{2g}$$

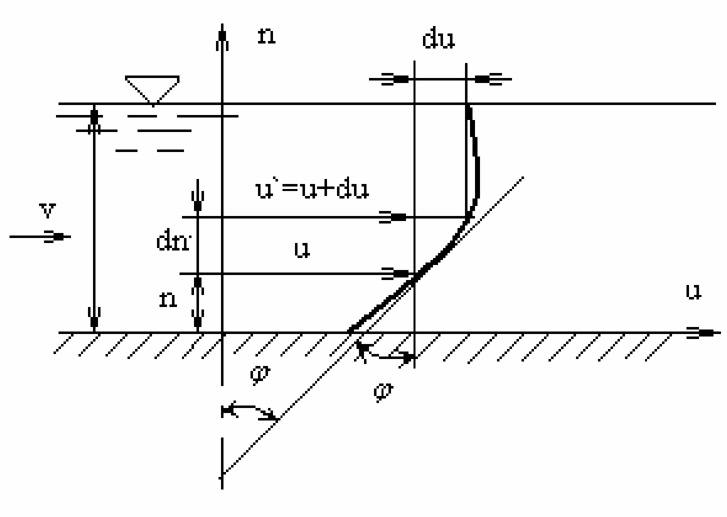
Ёпишқоқ қаршиликнинг асосий қонунияти. Ньютон гипотезасига асосан суюқ жисмнинг қаршилик қонунияти қаттиқ жисмларнинг қаршилиги қонунияти яъни Кулон қонунига зид бўлиб, суюқликларнинг ўзаро сирпанувчи қатламлари орасидаги қаршилик кучлари суюқликлар қатламларнинг юзаларидаги нисбий тезликларига ҳамда суюқликнинг ҳоссасига боғлиқ бўлиб, босимига боғлиқ эмас. Н.П.Петров Ньютон гипотезасини ривожлантириб, ишқаланиш қаршилик кучи қонунияти учун қуйидаги тенгликни олган.(7.5 расм)

$$F=\mu S\frac{du}{dn}.$$

Бу ерда F-қаршилик кучи, S- ўзаро сипанувчи (тегиб турувчи) суюқлик қатламларининг юзаси. $\dfrac{du}{dn}$ -тезлик градиенти, n - юзага (S) нормал йўналиш координатаси. μ - динамик ёпишқоқлик коэффициенти бўлиб, турли суюқликлар учун турлича бўлади. Тезлик градиенти $\dfrac{du}{dn}$ - оқим йўналишига нормал йўналиш бўйича ўзгаради, яъни:

$$\frac{du}{dn}=tg\varphi \qquad (7.1.11)$$

Ёпишқоқликнинг тезлик градиенти бирга тенг бўлгандаги қийматига зўриқиш сифатида қараш мумкин.7.5 расмдан кўринадики тезлик градиенти $\dfrac{du}{dn}$ - мусбат



Расм. 7.5.

ёки манфий бўлиши мумкин, тезлик максимумга эришган нуқтада тезлик градиенти нолга тенг бўлади. Ҳар қандай физик тенгламанинг бир жинслилик шартидан динамик қовушқоқликни топиш мумкин.

$$\tau = \frac{F}{S} = \mu \frac{du}{dn}. \qquad [\mu] = [\tau] : \left[\frac{du}{dn}\right]$$

Халкаро (СИ) бирликлар ситемасида динамик ёпишқоқликнинг ўлчов бирлиги:

$$[\mu] = \left[\frac{Hk}{M^2}\right] = [\Pi a \cdot k]$$

Ёпишқоқлик кинематик коэффициенти $\frac{\mu}{\rho}$ нисбатандан ҳам топиш мумкин:

$$[\nu] = [\mu / \rho] = \left[\frac{M^2}{c}\right]$$

7.2 Реал суюқликлар ҳаракати қонунлари

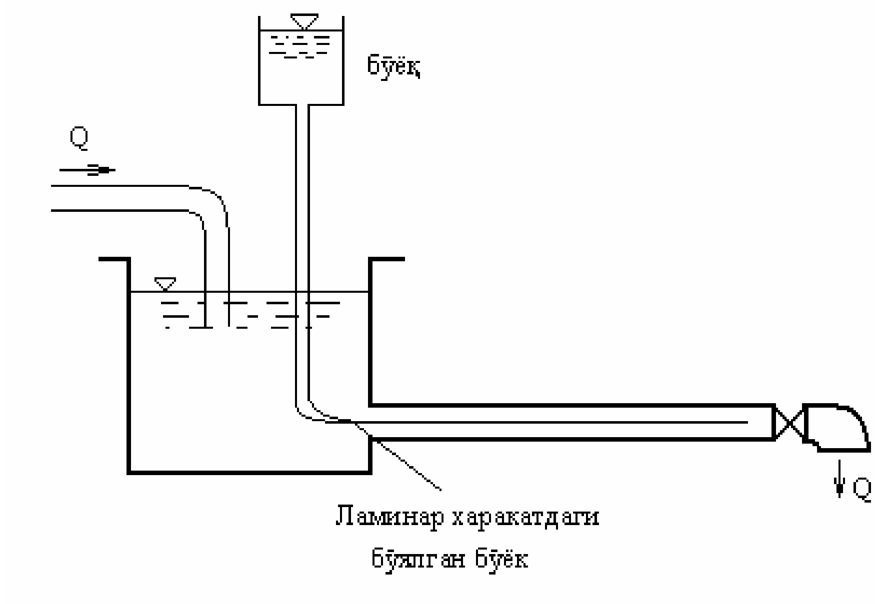
Ёпишқоқ суюқликлар оқими соҳасининг конфигурацияси, заррачаларнинг ҳаракат тезлиги ҳамда суюқликнинг динамик (кинематик) параметрларига нисбатан ҳаракат тарзининг турлича бўлишини биринчи марта Рейнольдс аниқлаган.

Суюқликларда ҳаракат тарзи икки хил кўринишида мавжуд бўлади. Ҳаракат тезлигининг кичик қийматларида суюқлик оқими қатламли оқим бўлиб бошланиб, суюқлик оқими тезлигининг ортиши натижасида эса, туташ массаси кичик уюрмали аралашмасининг ҳаракати вужудга келади.

Биринчи хил суюқлик ҳаракати ламинар, ҳаракат тезлиги ошгандаги ҳаракати эса турбулент ҳаракат дейилади. Бундай ҳаракат турлари XVIII ва XIX аср бошларида бўлган О.Рейнольдс томонидан белгиланган. 7,6-расмда оқим тарзини аниқловчи Рейнольдснинг экспериментал қурилмаси келтирилган.

Рейнольдснинг экспериментал қурилмасида (7,6-расм) ламинар оқимдаги бўёқ $\left(\vartheta \prec \vartheta_{кр}\right)$ ингичка ип сингари аралашмаган оқими бўйлаб чўзилади, турбулент ҳаракатда эса, яъни $\left(\vartheta \succ \vartheta_{кр}\right)$ бўлганда бўёқ бутун оқим бўйлаб ёйила бориб, оқимга текис аралашиб кетади. Оқимнинг бир оқим туридан иккинчи оқим турига ўтишидаги тезлиги, критик тезлик дейилади ва ушбу кўринишда аниқланади:

$$\vartheta_{кр} = \frac{\nu \operatorname{Re}_{кр}}{d} \qquad (7.2.1)$$



7.6. расм.

$\operatorname{Re}_{кр}$ - оқим ҳаракат тарзининг ламинар тарздан турбулент тарзга ўтишини белгиловчи критик сон бўлиб, Рейнолдс сони дейилади. Re - ўлчовсиз сон бўлиб, Rейнольдс тажрибалар бўйича $\operatorname{Re}_{кр} = 2000$ деб, кейинги изланишларда эса $\operatorname{Re}_{кр} = 2350$ тенг бўлган миқдор деб қабул қилинади.Бу шарт Рейнольдс критейрийси дейилади. Бу критерий назарий ва экспериментал изланишларда кенг қўлланилади. Очиқ ўзанларда эса, Рейнолдс сони қуйидагича аниқланади:

$$\mathrm{Re} = \frac{4\vartheta R}{\nu}.$$

А.П.Зегжда тажрибаларига кўра Рейнольдс сони 800 дан 900 гача ўзгаради. Оқимнинг ламинар ёки турбулент оқимлигини текшириш фақат тезликлар учун $\left(\vartheta \prec \vartheta_{кр}\right)$ шартдан эмас, балки Рейнольдс сони

$$\mathrm{Re} = \frac{\vartheta d}{V}$$

учун ёзилган $\mathrm{Re} \succ \mathrm{Re}_{кр}$ шартдан ҳам аниқланади. Тезлик критик тезлик $\vartheta_{кр}$ бўлгандаги Рейнольдс сони қуйидагича аниқланади:

$$\mathrm{Re} = \mathrm{Re}_{кр} = 2300$$

Бу қийматдаги тезликни Рейнольдснинг критик тезлик қиймати деб аталади ва ушбу тенгликдан аниқланади:

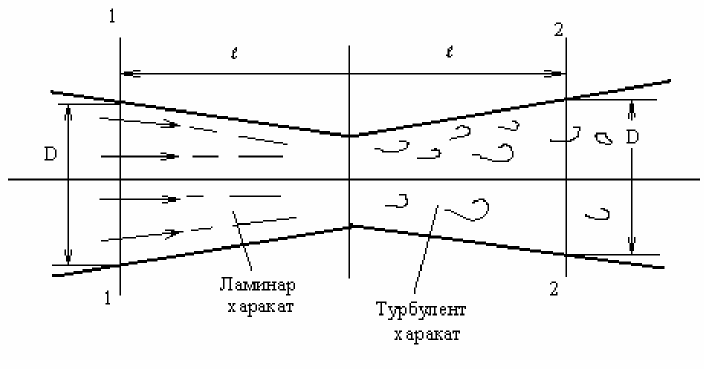
$$\vartheta_{кр} = \frac{\mathrm{Re}_{кр} \cdot \nu}{d}.$$

Агар суюқликларнинг очиқ ўзанлардаги ёки доиравий бўлмаган қувурлардаги ҳаракати кузатилса, қувуртруба диаметри учун $d = 4R$ (R - гидравлик радиус) олинади ва:

$$\mathrm{Re} = \frac{\vartheta d}{V} = \frac{4\vartheta R}{V}$$

деб ёзилади.

$$\mathrm{Re}' = \frac{\mathrm{Re}}{4} = \frac{\vartheta R}{4V}$$



Расм. 7.7.

Келтирилган ҳисоблашлар ва Re - сонлари текис ҳаракат учун берилди. Ҳаракат нотекис бўлган ҳолларда эса шарт тамоман ўзгаради. Ўзаннинг торайиши билан оқим турғунлашади. Тораюувчи қаттиқ деворлар турғунлаштирувчилик таъсир кўрсатади ва ламинар режим $\mathrm{Re}_{kp} \geq 2350$ катта бўлса ҳам сақланади. Баъзи кузатишлар $\mathrm{Re} = 40000$ гача ўзгарганда ҳам ламинар оқимнинг сақланишини кўрсатади.

Суюқликларнинг ламинар ҳаракати. Суюқликлар ламинар ҳаракатининг асосий белгиларидан бири оқим чизиқларининг ўзаро параллел бўлиши ва оқим массасининг ҳаракат давомида аралашиб кетмаслигидир.

Ламинар ҳаракатнинг кинематик структурасини ва бу ҳолатда ҳосил бўладиган гидравлик қаршиликларни қараймиз. Ҳаракат цилиндрлик қувурларнинг ичида текширилиб текис ва барқарор деб қаралади, қувур диаметри оқим бўйлаб ўзгармас.

Тезликларнинг қувур кундаланг кесим бўйлаб тарқалиши.

Суюқликда фараз қилиб ажратилган r - радиусли ички цилиндрсимон суюқликнинг текис ҳаракати учун асосий тенгламани ёзамиз:

$$\frac{\tau}{\rho g} = R'i = \frac{r}{2} \cdot \frac{h_w}{l} \qquad (7.2.2)$$

Ажратилган цилиндрнинг ён сиртига суюқлик томонидан бўладиган τ-уринма кучланишни Ньютон қонунига асосан суюқликлардаги ички қаршилик орқали қуйидагича аниқлаймиз:

$$\tau = \mu \frac{du}{dn} \qquad (7.2.3)$$

Координата ўқлари u ва n - ни қуйидагича йўналтирамиз,яъни u -труба ўқи бўйлаб йўналган бўлса, n -нормал ўқини эса тезлик йўналиши бўйича – r - радиус бўйлаб йўналтирамиз ва қуйидагича ёзамиз:

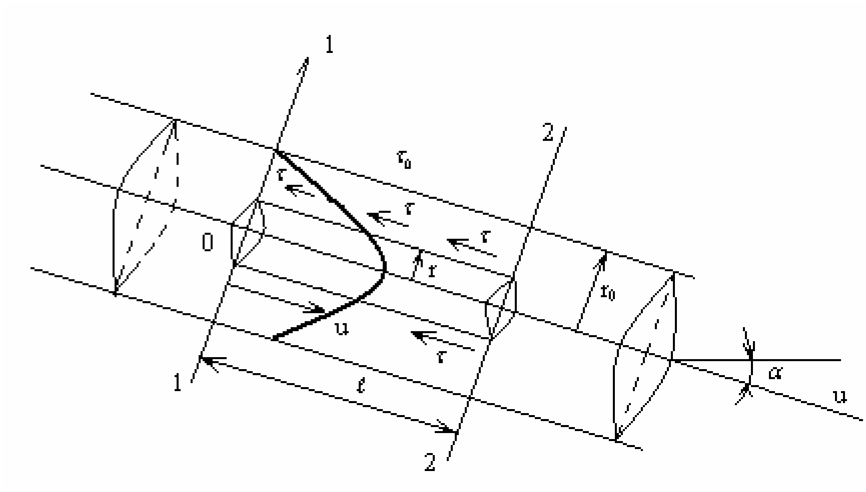
$$\tau = -\mu \frac{du}{dn} \qquad (7.2.4)$$

Минус ишораси $dr \succ 0$ бўлса , $du \prec 0$ бўлиши кўрсатади. (7.2.2) формулага бу қийматларни қўйиб, қуйидаги дифференциал тенгламага келамиз:

$$-\mu = \frac{du}{dn} = \rho g \frac{r}{2} \cdot \frac{h_\omega}{l}$$

ёки

$$-du = \frac{\rho g h_\omega}{2\mu l} r dr \qquad (7.2.5)$$



Расм. 7.8.

Интеграллаб қуйидаги ифодани топамиз:

$$-u = \frac{\rho g h_\omega}{2\mu l}\int r dr = \frac{\rho g h\ \omega}{4\mu l}\cdot r^2 + C \qquad (7.2.6)$$

Чегарадаги шартларга асосан, яъни $r = r_0$ труба деворида тезлик $u = 0$ бўлишлигидан интеграл ўзгармаси – C ни топамиз.

$$Q = \frac{\rho g h_\omega}{4\mu l}\cdot r^2 + C, \qquad C = -\frac{\rho g h_\omega}{4\mu l}\cdot r^2$$

Демак (7.2.6) тенглама қуйидаги кўринишига эга бўлади:

$$-u = \frac{pgh_\omega}{4\mu l}\cdot(r^2 - r_0^2)$$

ёки

$$u = \frac{pgh\ _\omega}{4\mu l}\cdot(r_0^2 - r^2) \qquad (7.2.7)$$

Маълумки трубанинг ўқида суюқликнинг тезлиги максимал бўлади яъни, r=0 да

$$u_{макс} = \frac{\rho g h_\omega}{4\mu l}\cdot r_0^2$$

Трубанинг кесими бўйича тезликнинг тарқалиши параболик қонуниятга бўйсинади ва изоклинлари концентрик айланаларни беради. Ўртача тезлиги:

$$\vartheta = \frac{Q}{\omega} = \frac{\int\limits_{w} ud\ \omega}{\omega} \qquad (7.2.8)$$

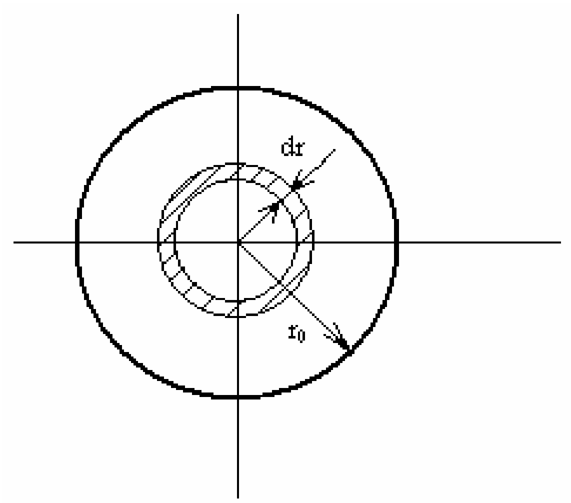
формула орқала аниқланади.

Тезликлари бир хил бўлган r-радиусли доирада, $d\omega$-юзачани dr-қалинликдаги ҳалқа шаклида оламиз ва унда ҳаракатланаётган оқим учун тезлик формуласини қуйидагича ёзамиз:

$$u_{макс} = \frac{pgh_{\omega}}{4\mu l} \cdot (r_0^2 - r^2)$$

Ҳалқанинг юзаси қуйидагича аниқланади.(7.9. расм)

$$d\omega = 2\pi r dr$$



7.9. расм.

Қувурдаги тўла сарфни топиш учун ω ҳаракатланувчи кесим бўйича интеграл оламиз:

$$Q = \int\limits_{w} ud\omega = \frac{\rho gh\ \omega}{4\mu l} \cdot 2\pi \int\limits_{0}^{r_0} (r_0^2 - r^2) r dr =$$

$$= \frac{\pi \rho gh\, \omega}{2\mu l} \left(\frac{r_0^4}{2} - \frac{r_0^4}{4}\right) = \frac{\rho gh\ \omega}{8\mu l} \pi r_0^4 .$$

(7.2.9) га асосан ўртача тезлик учун қуйидаги ифодани келтириб чиқарамиз:

$$\vartheta = \frac{\rho gh_{\omega}}{8\mu l} \cdot r_0^2 \qquad (7.2.9)$$

Ўртача тезлик максимал тезликнинг ярмига тенг экан.(7.2.9) формуладан йўқотилган напорни топишимиз мумкин:

$$h_{\omega} = \frac{8\mu l\vartheta}{\rho g r_0^2} = \frac{8\nu\ell r}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot g} :$$

Бу тенгликни ϑ ўртача тезликка бўлиб ва кўпайтириб қуйидаги ифодага келамиз:

$$h_{\omega} = \frac{8\nu l\upsilon}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 g}\frac{2\upsilon}{2\upsilon} = \frac{64\ell\upsilon^2}{\frac{\upsilon d}{\nu}\cdot d2g} : \qquad (7.2.10)$$

Бу ерда $\mathrm{Re} = \frac{vd}{\nu}$ - Рейнолдс сони ва $\frac{64}{\mathrm{Re}} = \lambda$ деб белгилаб қуйидаги Дарси –Вейсбах формуласини ҳосил қиламиз:

$$h_w = \lambda\frac{\ell}{d}\cdot\frac{\vartheta^2}{2g} \qquad (7.2.11)$$

λ -трубалардаги гидравлик қаршилик коэффициенти дейилади.

Маълумки суюқликларнинг ламинар ҳаракатида λ -коэффицент Рейнольдс сонининг функцияси бўлади ва у қуйидагича аниқланади.

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}} \qquad (7.2.12)$$

Қувурлардаги ламинар ҳаракат - уюрмали ҳаракат бўлади. Ҳақиқатдан ҳам уюрманинг бурчак тезлик вектори компонентлари қуйидагича аниқланади:

$$\left.\begin{aligned}
\omega_x &= \xi = \frac{1}{2}\left(\frac{du_z}{dy} - \frac{du_y}{dz}\right) : \\
\omega_y &= \eta = \frac{1}{2}\left(\frac{du_x}{dz} - \frac{du_z}{dx}\right) : \\
\omega_z &= \zeta = \frac{1}{2}\left(\frac{du_y}{dx} - \frac{du_x}{dy}\right) :
\end{aligned}\right\}$$

Маълумки суюқликнинг уюрмасиз ҳаракат (потенциал ҳаракат) шарти қуйидагича аниқланади:

$$\xi = \eta = \zeta = 0$$

Шу шартни текширамиз: Ламинар ҳаракатда қувурдаги оқим тезлиги (7.2.6) формула орқали ифодаланади. x, y, z - координаталар системасидаги тезликнинг ифодаси топамиз, бунинг учун суюқликда хаёлан ажратилган цилиндрнинг xOy- текислигидаги проекциясини $r^2 = x^2 + y^2$ текширамиз ва Ox – координата ўқини қувур ўқи бўйлаб йўналтириб, тезлик вектори компонентлари

$$u_y = u_z = 0,$$

эканлигини ҳисобга олиб, ўқ бўйлаб тезлик тақсимотининг қуйидагича ёзилишини топамиз:

$$u_x = \frac{pgh_w}{4\mu\ell}(r_0^2 - y^2 - z^2)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial y}, \quad \frac{\partial u_y}{\partial z}, \frac{\partial u_y}{\partial x}, \quad ва \quad \frac{\partial u_z}{\partial x}$$

ҳосилаларни ҳисоблаб, ушбу тенгликни оламиз:

$$\omega_x = \xi \neq 0,$$

$$\eta = \frac{pgh_\omega}{2\mu\ell} z \neq 0,$$

$$\xi = \frac{pgh_\omega}{2\mu\ell} y \neq 0$$

Шундай қилиб уюрманинг (вихрнинг) иккита компоненти, яъни ξ, η нолга тенг эмас, демак уюрма ω - нолга тенг эмас, қаралаётган ламинар ҳаракат ҳам уюрмали ҳаракат экан.

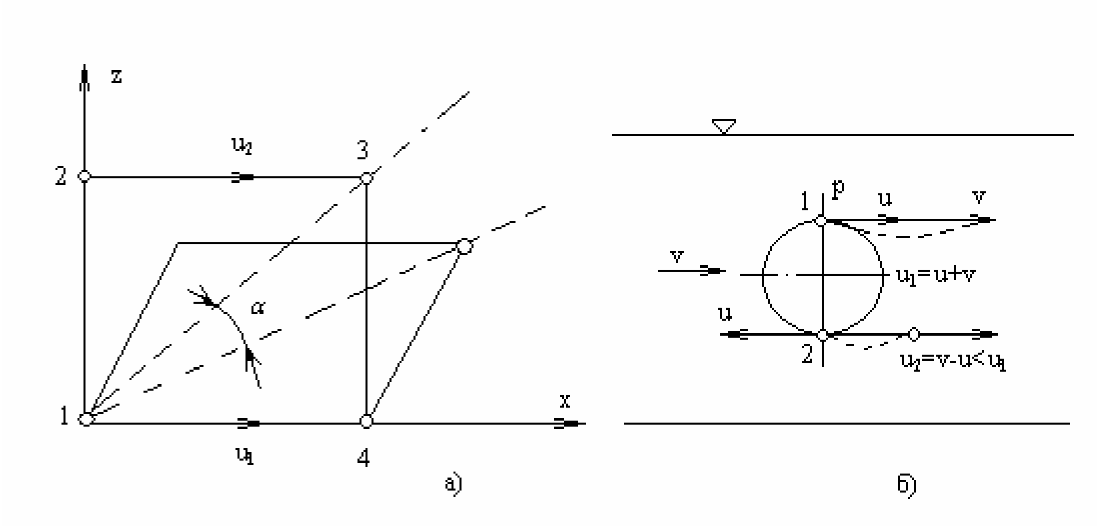
7.3 Турбулент ҳаракат

Ҳаракат миқдори кўчишининг назарий асоси. Суюқлик оқимининг турбулент ҳаракати майда заррачалари массаларининг узлуксиз равишда аралашиши ва майда уюрмаларнинг оқимда ва қувур деворлари олдида ҳосил бўлишдан иборат.

Уюрмалар суюқликнинг қовушқоқ бўлиши натижасида пайдо бўлади. Қаттиқ девор ва суюқлик молекулалари бирлашган сиртда уларнинг ўртасидаги ўзаро таъсир кучлари пайдо бўлиб, суюқликнинг девордаги заррачалари ушланиб қолади ва уларнинг тезликлари нолга тенг бўлади. Бу заррачаларга қўшни заррачалар эса ҳаракатга келади ва қувур деворидан узоқлашган сари тезлиги кўпая боради. Баъзи суюқлик заррачалари массаларининг айланма ҳаракати пайдо бўлади.

$1,2,3$ заррачаларнинг диагонали $1-3, 1-3'$ диоганал ҳолатига ўтади, яъни координата ўқларига нисбатан α –бурчакка бурилади (7.10 расм). Худди шу каби оқим ичидаги суюқликнинг бошқа заррачалари ҳам соат стрелкаси бўйича ҳаракат қилади. (7.10 расм, б) .

Икки, яъни айланма ва илгариланма ҳаракатларнинг йиғиндиси заррача массасига қуйилган ва оқимнинг кўндаланг ҳаракатланишига нормал бўлган кучни вужудга келтиради. Бу куч Магнус - эффекти дейилади. Бу куч 7.10 расмда девордан ташқи томонга йўналган ҳолда келтирилган.



Расм. 7.10.

Бу куч таъсирида суюқлик заррачаси оқим марказига қараб кўчади ва аралашиш жараёни бошланади. Деворнинг ғадир-будирлиги бу процессни тезлаштиради, ҳаттоки баъзи ҳолда аралашиш ва кўчишнинг асосий сабабчиси ҳам бўлади. Бу жараён тезлик катта бўлган ҳолларда вужудга келадиган ёпишқоқлик таъсирида оқим аралашув тезлигига қаршилик қилувчи кучнинг ортиши билан вужудга келади. Маълумки турбулент ҳаракат оқим тезлиги $\vartheta \succ \vartheta_{кр}$ критик $\vartheta_{кр}$ тезликдан катта бўлганда вужудга келади, масалан қувур учун $\mathrm{Re}_{kp} = 2300$.

Рейнольдс тадқиқотларида аниқланган турбулент тарздаги ҳаракат назариясини ривожлантиришда Прандтлнинг тадқиқот ишлари муҳим аҳамиятга эга. Турбулент ҳаракатни ўрганишда Прандтл нуқтаи назари асоси қилиб берилади.

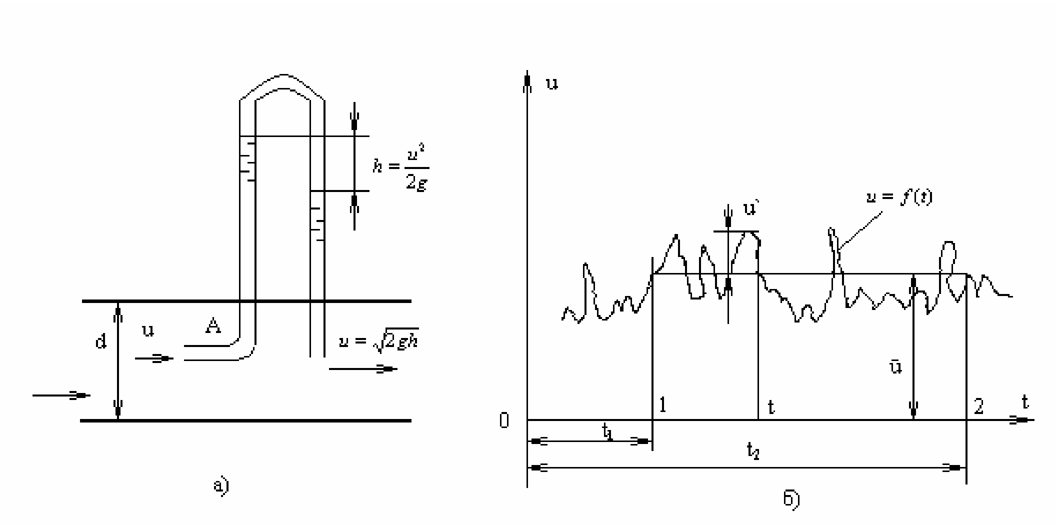
Аралашиш жараёни пульсацион тезликнинг пайдо бўлиши учун замин тайёрлайди, яъни аралашиш жараёнининг шундай катталиги вужудга келадики, шу нуқтадаги тезликнинг кўндаланг тезликлари икки қарама – қарши томонга ҳаракатланади. Демак қаралаётган фазонинг берилган нуқтасидан йўналиши ва катталиги жиҳатидан турлича тезликка эга бўлган суюқлик заррачалари ўтади. Одатда ихтиёрий нуқтасидаги кўндаланг тезлик пульсациясига катта аҳамият берилади ва кўндаланг кесимнинг ихтиёрий нуқтасидаги тезликнинг кўндаланг ташкил этувсининг пульсацияси Пито трубкаси орқали ўлчанади.

Илгариланма тезлик u – тўла тезликнинг оқим йўналиши бўйича проекцияси ҳисобланади ва

$$u_x = u\cos\alpha ,$$

деб ёзилади.

Тезликни ўлчаш учун мўлжалланган ПИТО трубкаси 7.11 расмда кўрсатилган.



Расм 7.11.

Шундай қилиб, берилган нуқтадаги тезлик вақтнинг функцияси ҳисобланиб, ва

$$u_x = f(t)$$

орқади ёзилади. 7.11 б – расм. Тезлик пульсациясининг мавжуд бўлиши орқали турбулент ҳаракат беқарор ҳаракат қаторига қўшилади ва вақтнинг ихтиёрий моментида тезлик майдони пайдо бўлиши ва йўқолиши мумкин, яъни оний тезлик майдони пайдо бўлади. Бундан ташқари бошқа кинематик параметрларнинг ҳам пайдо бўлишини вақтга боғлаш мумкин. Маълум вақт оралигида тезликнинг ўрта қиймати ҳақида гапириш мумкин. Тезликни ўрталаштириш вақти қанча кўп бўлса, тезликнинг ўртача қиймати шунча аниқроқ бўлади. Шу тариқа аниқланган тезлик берилган нуқтадаги ўрталаштирилган тезлик дейилади. Математик ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$u_x = \frac{\int_{t_1}^{t_2} u\,dt}{t_1 - t_2}$$

График ҳолда ўртача тезлик тўғри тўртбурчакнинг баландлиги сифатида аниқланади. Бу тўртбурчак юқоридан $u_x = f(t)$, пастдаги Ox ўқи ва ён томондан t_1, t_2 вақтнинг ординаталари билан чегараланган. 7.11 б – расм.

Оний ва ўрталанган тезликлар орасида қуйидагича боғлиқлик мавжуд:

$$u_x = \overline{u}_x + u'_x.$$

Бу ерда $u_x, \overline{u}_x, \overline{u}'_x$, - мос равишда оний, ўртача ва пульсацион тезликларидаги ташкил этувчилардир.

Пульсацион тезликнинг ўртача киймати нолга тенг, яъни

$$u_x = \frac{\int_{t_1}^{t_2}(u_x - \overline{u}_x)dt}{t_2 - t_1} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} u_x dt}{t_2 - t_1} - \frac{\int_{t_1}^{t_2} \overline{u}_x dt}{t_2 - t_1} = \overline{u}_x - \overline{u}_x \cdot \frac{\int_{t_1}^{t_2} dt}{t_2 - t_1} = \overline{u}_x - \overline{u}_x = 0,$$

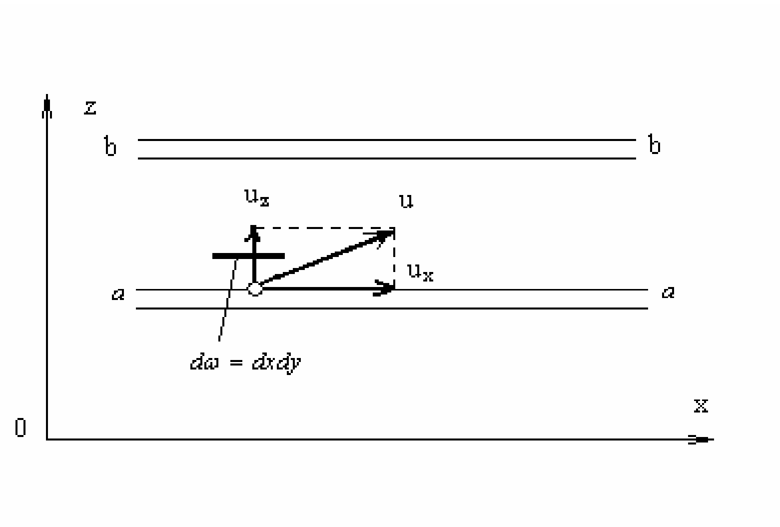
чунки

$$\frac{\int_{t_1}^{t_2} dt}{t_2 - t_1} = 0$$

Уринма кучланиш. Оқимнинг **а**лмашиниш процессидаги ҳаракат микдорининг ўзгариши, оқим тезлиги катта соҳадан оқим тезлиги кичик соҳага кўчишидан иборат бўлади. Кичик тезликка эга бўлган суюқлик массаси катта тезликли соҳага ўтганда у соҳадаги катта тезликли массанинг кўчишига тўсқинлик қилади, яъни ҳаракатга қарши куч пайдо бўлади. Бу инерция кучи бўлиб, турбулент қаршиликлар натижасида келиб чиқади. Демак турбулент қаршиликларнинг бу физик табиати инерция кучлари экан.

Катта тезликка эга бўлган суюқликнинг масса кучлари келиб қўшилгач, кичик тезликдаги массага таъсир қилади ва уларнинг ҳаракатини тезлатади, яъни энергия сарф этади. Тезланиш янги тезланиш инерциясини вужудга келтиради.

Уринма тезланишни аниқлаймиз. 7.12 расмдагидек суюқликнинг икки $a - a$ ва $b - b$ қатламларини қараймиз:



Расм. 7.12.

Ox қатлам u_x - тезлик билан ҳаракатланаётган бўлсин,

u_x - u - тўлиқ тезлик векторининг Ox ўқига проекцияси

$$u_x = u\cos\alpha$$

тенглик орқали ифодаланади.

$b-b$ қатламда эса $u_x + du_x$ тезлик билан ҳаракатланаётган бўлсин. У ҳолда dt вақт оралиғида $a-a$ қатламдан $d\omega = dxdy$ - xOy текислигига паралел юза орқали

$$dm = \rho dxdyu_x dt$$

массага эга суюқлик $b-b$ қатламга сингади ва у $u_x + du_x$ - тезликка эга бўлади. dm масса учун ҳаракат миқдори тенгламасини тузамиз:

$$dm\left[\left(u_x + du_x\right) - u_x\right] = dFdt. \qquad (7.3.1)$$

Бу ерда dF, dt вақт оралиғида dm массага таъсир этувчи куч бўлиб, суюқликнинг $a-a$ қатлами ташқарисидаги dm массага таъсир этиб унинг $b-b$ қатламга кўчишини таъминловчи куч.

$$dm = \rho dxdyu_x dt$$

дан:

$$dFdt = du_x \rho dxdyu_x dt.$$

ни ҳосил киламиз. F -куч Ox координата ўқига параллел бўлиб,

$$d\omega = dxdy$$

юзага тўғри келади. Шунинг учун $d\omega$ - га мос келган уринма кучланиш қуйидагича ифодаланади:

$$\tau = \frac{dF}{dxdy}$$

Юқоридаги келтирилган ифодаларни ҳисобга олиб уринма кучланиш учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$\tau = \rho u_z du_x. \qquad (7.3.2)$$

тезлик

$$u_z = \overline{u}_z + u_z^I$$

бўлиб, ўртача тезлик

$$u_z = 0.$$

Чунки оқим сарфи $Q = \omega \upsilon$ Ox координата ўқи бўйлаб йўналган, яъни қувур ўқи бўйлаб йўналган бўлиб, Oz ўқ бўйича

$$u_z = 0.$$

Шунинг учун

$$u_z = 0 + u_z^1,$$

ва

$$du_z \approx u_x^1$$

деб қабул қиламиз, чунки Ox ва $b-b$ қатламлар орасидаги масофа du_x. Шундай қилиб уринма кучланиш уни:

$$\tau = \rho u_x^1 u_z^1 \qquad (7.3.3)$$

деб қабул қиламиз. Бу ифода оний уринма кучланиш дейилади. Ўртача уринма кучланиш эса, маълум ўрта қиймат формуласидан топилади:

$$\overline{\tau} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \rho u_x^1 u_z^1 dt}{t_2 - t_1} = \rho = \frac{\int_{t_1}^{t_2} u_x^1 u_z^1 dt}{t_2 - t_1} \qquad (7.3.4)$$

интеграл остидаги u_x^1, u_z^1 ифодалар тезлик проекцияларининг ўртача қийматлари. Ўртача уринма кучланишнинг ифодаси эса қуйидагича бўлади:

$$\overline{\tau} = \overline{\rho u_x^1 u_z^1} \qquad (7.3.5)$$

Тезликларнинг тарқалиш қонуни. Прандтль қувурдаги суюқликлар оқими тезлигининг тарқалиш қонуниятини аниқлаш учун қуйидаги схемани таклиф этади:

Қувур деворларида суюқлик тарқалиш тезлиги нолга тенг бўлиб, қувур марказига томон кўпайиб боради ва қувур девори ёнида ламинар қатлам ҳосил бўлади. Бу қатламнинг қалинлиги қанчалик катта бўлса ҳам қувур марказий ўқи атрофида оқим тезлиги катта бўлади ва у ерда оқимнинг асосий қисми, турбулент ядро жойлашади.

Ламинар қатламдаги суюқлик кичик тезликлар билан ҳаркатланганлиги туфайли тезлиги тез ўзгаради, градиент тезлик юқори бўлиб ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин. Оқимнинг турбулент ядроси марказининг атрофида оқим тезлиги кам ўзгаради. 7.13 расм. Турбулент ядро марказидаги ўртача тезликнинг тарқалишини кузатамиз. Бунинг учун тезлик градиенти ва уринма кучланиш орасидаги боғланишни топиш керак, яъни

$$\bar{\tau} = f\left(\frac{du_x}{dz}\right)$$

Юқоридаги тенгламани интеграллаб, $u_x = f(x)$ ни топамиз. (7.3.5) формуладан фойдаланиб, бу формулага кирувчи u_x^1, u_z^1 тезлик пульсацияларининг ташкил этувчиларилари, табиатан тезлик градиенти $\frac{du_x}{dz}$ боғлиқ бўлиб, улар орасидаги боғланиш ҳозирча маълум эмас, шунинг учун қуйидаги гипотезани киратамиз [7,14,15,27]

$$u_x^1 = k_1\left(\frac{d\bar{u}_x}{dz}\right)$$

ва

$$u_z^1 = k_2\left(\frac{d\bar{u}_x}{dz}\right)$$

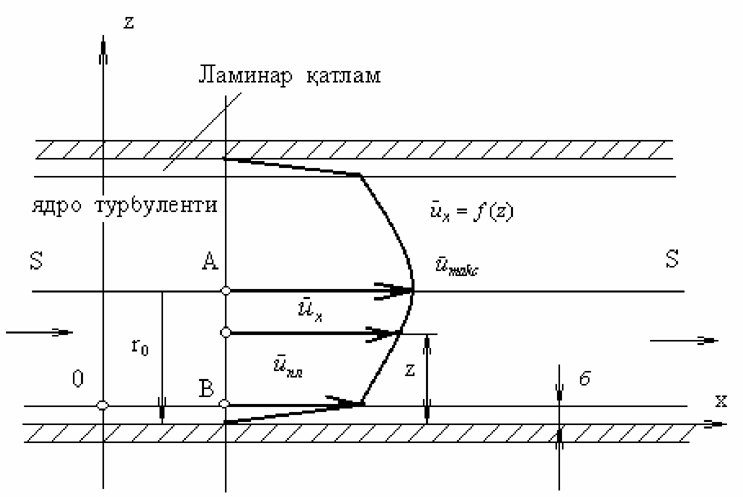
бу ерда k_1 ва k_2 лар чизиқли ўлчовга эга. У ҳолда (7.3.5) формула, баъзи алмаштиришдан кейин қуйидаги ҳолга келади:

$$\bar{\tau} = \rho k_1 k_2\left(\frac{d\bar{u}_x}{dz}\right)^2$$

$k_1 k_2$ - коэффицентлар кўпайтмасини битта кўпайтувчи билан алмаштирсак: $\ell^2 = k_1 k_2$., ℓ – ҳам k_1 ва k_2 каби чизиқли ўлчовга эга бўлади:

$$\bar{\tau} = \rho l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dz} \right)^2 \qquad (7.3.6)$$

Бу формула Прандтл формуласи ҳисобланади [14]. Киритилган ℓ – оқим аралашиш йўли узунлиги дейилади. Йўл узунлиги деганда бошланғич u_x - тезликка эга бўлган заррачанинг тезлиги - $u_x^{(z)}$, z - координатали қатламга батамом сингиб кетиш йўли узунлиги тушунилади.



Расм. 7.13

(7.3.6) формула билан аниқланадиган уринма кучланиш оқим аралашиш йўли узунлиги l га боғлиқ бўлиб, тезлик пульсациясининг тарқалиш узунлигига ҳам боғлиқ бўлади. Демак натижавий тўла уринма кучланиш қуйидаги формула орқали ёзилади:

$$\bar{\tau} = \tau_{ковуш} + \tau_{турб} = \mu \frac{d\bar{u}_x}{dz} + \rho \ell^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dz} \right)^2$$

ёки баъзи соддалаштиришлардан кейин қуйидаги кўринишни олади;

$$\tau = \left[\mu + \rho \ell^2 \left(\frac{du_x}{dz} \right) \right] \left(\frac{d\bar{u}_x}{dz} \right). \qquad (7.3.6)$$

Маълумки қуйидаги ифода:

$$\left[\mu + \rho \ell^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dz} \right) \right]$$

турбулент оқимнинг ёпишқоқлигини беради, бу эса ламинар оқим ёпишқоқлигига мос келади, ва

$$\rho\ell^2\left(\frac{d\bar{u}_x}{dz}\right)=\mu_{турб.}$$

деб белгиласак, юқоридаги формулани қуйидагича ёзиш мумкин бўлади:

$$\bar{\tau}=\left(\mu_{ковуш}+\mu_{турб}\right)\frac{d\bar{u}_x}{dz}=\mu'\left(\frac{d\bar{u}_x}{dz}\right) \qquad (7.3.7)$$

Юқоридаги (7.3.7) тенглама Буссинеск томонидан ўтган асрнинг 70 йилларида таклиф этилган. Таклиф этилишига асос килиб Ньютон

$$\tau=\mu\frac{du}{dn}$$

формуласининг анализи олинган, лекин назарий жиҳатдан исбот қилинмаган. Re-Рейнольдс сонининг катта қийматларида қувур девориданузоқроқда уринма кучланиш оқимнинг турбулент ҳолатига кўпроқ боғлиқ бўлади ва аксинча:

$$\left(\mu_{турб}\geq\mu_{ёпиш.}\right)$$

Уринма кучланишни ҳисобга олмаган ҳолда тезлик тақсимотини кўриб чиқамиз: Бунинг учун (7.3.6) формуладан $d\bar{u}_x$ - топамиз, яъни:

$$d\bar{u}_x=\sqrt{\frac{\bar{\tau}}{\rho}}\cdot\frac{1}{\ell}dz.$$

Бу ифодани интеграллаш учун Прандтль чегаравий (девор ёнидаги) ламинар қатламдан турбулент ядрогача бўлган қатламни интеграл чегараси қилиб олади ва интегрални шу чегарада ўзгартириб, $\bar{\tau}=\tau_0$ деб фараз қилиб,и ℓ - чизиқли боғланишни қуйидагича

$$\ell = ж\ z \qquad (7.3.8)$$

деб белгилайди. Бу ердаги æ - Карман коэффиценти бўлиб, универсал ўзгармас дейилади, τ_0 - эса девордаги уринма кучланиш дейилади ва (7.1.6) формула орқали аниқланади. Никурадзенинг тажрибаларида æ = 0.40 деб олинади. Юқоридаги формулага (7.3.7) ифодани қўйсак:

$$d\bar{u}_x=\sqrt{\left(\frac{\tau_0}{\rho}\right)}\frac{1}{жz}dz \qquad (7.3.9)$$

бу ерда

$$\frac{\sqrt{\left(\frac{\tau_0}{\rho}\right)}}{ж} = const$$

$$\bar{u}_x = \sqrt{\left(\frac{\tau_0}{\rho}\right)}\frac{1}{ж}\ln z + C \qquad (7.3.10)$$

$\bar{u}_x$ - тезлик қувур деворининг нормали йўналишида логарифмик қонун бўйича тарқалади. Маълумки $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ - миқдор $\frac{м}{с}$ лар билан ўлчанади, шунинг учун u^* - динамик тезлик деб белгиланади.

Халқаро бирликларда τ_0 - Паскаль билан ўлчаниб,

$$Па = 1 \, н/м^2 = 1 \, кг/м \cdot с$$

ρ - зичликнинг бирликлари $кг/м^3$, у холда $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ $м/с$ ларда ўлчанади. Демак

$$\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = u_* \qquad (7.3.11)$$

Адабиётларда u_* катталик динамик тезлик дейилиб, бу атама М.Н. Великановга тааллуқлидир [2, 27]. Текис ҳаракатнинг асосий тенгламаси (7.1.6) фойдаланиб, $(\tau_0 = \rho gRI)$ u_x ни қуйидагича топамиз:

$$u^* = \sqrt{gRI} \qquad (7.3.12)$$

Динамик тезлик ифодасидан фойдаланиб,

$$u_x = \frac{u_*}{ж}\ln z + C \qquad (7.3.13)$$

С– ўзгармаснинг қийматини чегаравий шартлардан топамиз. Маълумки турбулент ядро учун иккита чегара мавжуд, яъни биринчиси – ташқи чегара бўлиб, девор ёнидаги ламинар оқимнинг турбулент оқимга ўтиш сирти, ҳисобланади ва қувур ўқидан $r - \Delta r$ масофада жойлашади.

Иккинчиси – у ҳам ички цилиндрик сирт бўлиб, қувур марказига яқинлашган сари қувурнинг ўқ чизиғига айланади. Оқим максимал тезликка шу ўқ чизиқда эришади, - $\bar{u}_{макс}$, ламинар қатламда $\bar{u}_{л.к.}$ - тезлиги мавжуд бўлади. Юқоридагиларга асосан $z = r_0$ да $\bar{u}_x = \bar{u}_{макс.}$ ва келиб чиқади.

$$\bar{u}_{мин} = \frac{u_*}{ж} \ln r_0 + C.$$

Бу ифодадан C ни топиб, тезлик учун қуйидаги тенгламага келамиз.

$$\bar{u}_x = \bar{u}_{макс} - \frac{u_*}{ж} \ln \frac{r_0}{r} \qquad (7.3.14)$$

бу тенгламадан тезликлар эпюрасини қуриш учун z координатанинг қуйидаги интервалда ўзгаришига эътибор бериш керак:

$$\delta \prec z \prec r_0$$

δ - девор ёнидаги ламинар оқим қалинлиги ёки ламинар плёнканинг қалинлиги дейилади ва шу қалинликни топамиз:

Маълумки

$$\tau = \rho \nu \frac{du}{dn}$$

ёки

$$\frac{\tau}{\rho} = \nu \frac{d\bar{u}_x}{dz}$$

лекин

$$\frac{d\bar{u}_x}{dz} \approx \frac{u_{лам.катл.}}{\delta}$$

ва

$$\frac{\tau}{\rho} = u_x^2$$

шунинг учун

$$u_*^2 = \nu \frac{u_{лам.к.}}{\delta}$$

ёки

$$\frac{u_*\delta}{\nu} = \frac{u_{лам.к.}}{u_*}$$

Тажриба натижаларига кўра $\frac{u_*\delta}{\nu} = \mathrm{Re}$ – сони структурасига ўхшаш бўлиб, $11{,}6$ га тенг. Ламинар плёнканинг қалинлигини топадиган бўлсак:

$$\delta = \frac{11{,}6\nu}{u_*} = \frac{11{,}6\nu}{\sqrt{gRi}}, \mathrm{Re} = \frac{\upsilon d}{\nu} \qquad (7.3.15)$$

Демак

$$\frac{u_{лам.к.}}{u_*} = 11{,}6$$

(7.3.15) тенгламадан маълумки ламинар қатлам қалинлиги ёки гидравлик нишаблик Re – Рейнольдс сони ортиши билан камаяди.

Ўртача тезликни $\upsilon = Q/\omega$ формуладан топамиз: Оқим сарфи қуйидаги формула орқали топилади, яъни

$$Q = \int_\omega \bar{u}_x d\omega$$

Тезлик $\bar{u}_x$ (7.3.12) формула орқали топилади, чунки

$$z = r^0 - r;$$

$$\bar{u}_x = \bar{u}_{мак} - \frac{u_*}{ж}\ln\frac{r_0}{r_0 - r}$$

Қувурнинг элементар кесим юзаси $d\omega$:

$$d\omega = d\left(\pi r^2\right) = 2\pi r dr.$$

Сарф:

$$Q = \int_\omega \bar{u}_x d\omega = \int_0^r \left(\bar{u}_{макс} - \frac{u_*}{ж}\ln\frac{r_0}{r_0 - r}\right) 2\pi r dr.$$

Интеграллаб, сарф учун қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$Q = \left(\bar{u}_{макс} - \frac{3}{2}\frac{u_*}{ж}\right)\pi r_0^2$$

У ҳолда ўртача тезлик қуйидаги ифодага тенг бўлади:

$$\upsilon = \frac{Q}{\omega} = \frac{Q}{\pi к_0^2} = u_{макс} - \frac{3}{2}\frac{u_*}{ж}. \qquad (7.3.16)$$

$\frac{3}{2ж} = D$ орқали белгиласак: (7.3.16)дан ўртача тезлик учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\upsilon = u_{макс} - u_* D$$

ёки

$$D = \frac{u_{макс} - \upsilon}{u_*}$$

D– коэффицент динамик маъносига кўра ўртача тезликнинг максимал тезлик орасидаги камчилигини кўрсатади, шунинг учун ҳам D – коэффицент дефицит тезлик деб белгиланади. Тажрибаларнинг кўрсатишига дефицит тезлик кам ўзгарувчи катталик бўлиб, уни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин. D –дефицит тезлик фақатгина æ - Прандтль универсал ўзгармасига боғлиқ. Агар æ =0.40 деб белгиласак у ҳолда

$$D = \frac{3}{2 \cdot 0.4} \approx 3.75$$

Кўп тажрибаларнинг кўрсатишича æ 0.3< æ <0.45 орасида ўзгаради, у ҳолда D – дефицит тезлик эса $3.3 \prec D \prec 4$ орасида ўзгаради.

Маълумки йўқолган напор Дарси-Вейсбах формуласи орқали топилади, яъни:

$$h_\omega = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Бу формулага кирган қаршилик коэффиценти λ ламинар оқим ҳаракати учун $\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$ га тенг бўлиб, фақат Re – Рейнольдс сонига боғлиқ равишда ўзгаради. Оқимнинг ҳаракат тарзи турбулент ҳаракат бўлса, ҳаракат мураккаб бўлиб, оқимнинг кўп факторларига боғлиқ бўлади. Шу жумладан Рейнольдс сонига ҳам мураккаб боғланиш орқали боғлиқ бўлади.

Дарси – Вейсбах формуласидаги d – диаметрни – R гидравлик радиус билан алмаштирсак, яъни $R = \frac{d}{4}$ билан ва маълум $\frac{h_\omega}{\ell} = I$ - ифодани назарда тутсак, λ учун қуйидаги ифодани ёза оламиз:

$$\lambda = \frac{8gRI}{v^2}$$

маълумки,

$$gRI = u_*^2,$$

у ҳолда

$$\lambda = 8\left(\frac{u_*}{v}\right)^2$$

ёки

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{8}}\left(\frac{v}{u_*}\right).$$

(7.3.17) формулани ҳисобга олсак, юқоридаги формулани қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{8}}\left(\frac{\overline{u}_{макс}}{u_*} - D\right). \qquad (7.3.18)$$

(7.3.12) формуладан $\overline{u}_{макс}$ - тезликни топсак:

$$\overline{u}_{макс} = \overline{u}_* + \frac{u_*}{ж}\ln\frac{r_0}{z}$$

Агар $z = \delta$ деб олсак, $\overline{u}_* = u_{лам.к}$ - тенг бўлади ва юқоридаги ифодани u_* га бўлиб қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$\frac{\overline{u}_{макс}}{u_*} = \frac{\overline{u}_{лам.к}}{u_*} + \frac{1}{ж}\ln\frac{r_0}{\delta} \qquad (7.3.19)$$

маълумки $\frac{u_{макс}}{u_*} = 11.6$ га тенг, буни назарда тутиб, $\frac{r_0}{\delta}$ нисбатни топсак:

$$\frac{u_{макс}}{u_*} = 11.6 + \frac{1}{ж}\ln\frac{r_0}{\delta}$$

$\frac{r_0}{\delta}$ - нисбатни аниқлаймиз: маълумки (7.3.15)дан.

$$\frac{r_0}{\delta} = \frac{\frac{d}{2}}{\frac{11.6v}{u_*}} = \frac{d}{2}\cdot\frac{u_*}{11.6v},$$

Лекин

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{8}}\left(\frac{v}{u_*}\right)$$

Тенгликдан

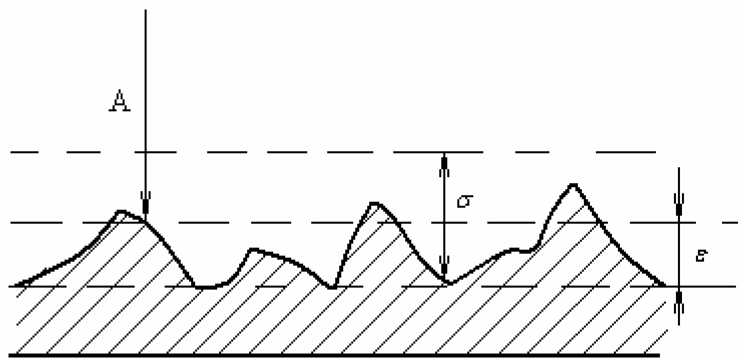
$$u_* = v\sqrt{\frac{\lambda}{8}}$$

га тенг, демак:

$$\frac{r_0}{\delta} = \frac{d}{2}\cdot\frac{v\sqrt{\lambda}}{11.6\nu\sqrt{8}} = \frac{vd}{\nu}\cdot\frac{\sqrt{\lambda}}{11.6\sqrt{8}} = \frac{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}{65.5}.$$

У ҳолда (7.3.19) формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{\bar{u}_{макс}}{u_*} = 11,6 + \frac{1}{ж}\ln\frac{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}{65,5} \qquad (7.3.20)$$



Расм. 7.14

(7.3.20) формула ёрдамида (7.3.18) формулани қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{8}}\left(11.6 + \frac{2.3}{ж}\lg\frac{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}{65.5} - D\right) \qquad (7.3.21)$$

ёки умумий ҳолда Прандьтл формуласини оламиз:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = A\lg\mathrm{Re}\sqrt{\lambda} - B.$$

A ва B коэффицентларнинг қиймати χ нинг қийматига боғлиқ равишда ўзгаради ва æ =0,4 бўлганда:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} 2\lg\mathrm{Re}\sqrt{\lambda} - 0.8 = -2\lg\frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} \qquad (7.3.22)$$

æ =0,45 қийматида эса :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1.8\lg\mathrm{Re}\sqrt{\lambda} - 0.4$$

тенг бўлади.

Тажрибалар асосида проф. Кананов қуйидаги формулани тавсия этади:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1.8\lg \mathrm{Re} - 1.5 \qquad (7.3.23)$$

Прандтль формуласи чегаравий ламинар қатламнинг қалинлиги - δ, ғадир – будирлик коэффиценти $\varepsilon\ (\Delta)$ дан катта бўлган $(\delta > \varepsilon)$ ҳол учун назарий исботдан келтириб чиқарилган. Чегаравий қатламлар ғадир- будирлик орқали оқимда ҳосил бўладиган уюрма ва воронкаларни камайтиради, натижада оқим турбулентлиги камаяди. Лекин кўп ҳолларда бу шарт бажарилмайди. Рейнольдс сони ортиши билан чегаравий қатламнинг қалинлиги камайиб боради ва сарф Q ортиши билан Re сони ортади. Бу эса $(\delta > \varepsilon)$ шартнинг бузилишига олиб келади. Ғадир – будирлик ўз таъсирини кучайтиради. Рейнольдс сонининг катта қатламларида ғадир – будирлик оқимда ҳал қилувчи роль ўйнайди.

7.4 Текис турбулент ҳаракатда босим сарфини аниқлаш усуллари

Қувурларда ишқаланиш туфайли йўқотилган босим сарфини ҳисоблаш учун асосий формула Дарси – Вейсбах формуласи ҳисобланади.

$$h_\omega = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Очиқ узанларда ҳисобларда Шези формуласидан фойдаланилади:

$$v = C\sqrt{RI}$$

Бу формуладан фойдаланиш учун λ ва C коэффицентларнинг қийматини билиш керак. Маълумки трубадаги ламинар оқимлар учун λ (7.2.12) формула орқали топилади, яъни

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}.}$$

Турбулент оқимда деворнинг ғадир – будирлиги оқим турбулентлиги юзага келишида асосий сабаб бўлган ҳолининг натижалари тажрибада кенг ишлатилади. 7.15 расмда келтирилган Никурадзенинг назарий ва экспериментал ишлар натижалари ва графиги катта аҳамията эга.

Никурадзе графиги логарифмик координаталар асосида тузилган бўлиб, яъни $\lg 100\lambda = \lg \mathrm{Re}$ мос равишда Ox ва Oy ўқларига жойлаштирилган. Тажрибалар ҳар хил қувурларда ўтказилган бўлиб, трубаларнинг бир жинсли ички ғадир – будирлиги қум заррачаларини бир текис ёпиштириш орқали олинган. Графикда иккита тўғри чизиқ келтирилган бўлиб, Ламинар ҳаракатдаги - λ учун 1 чизиқ, турбулент оқим учун Блазиус формуласи орқали λ - учун текис деворли труба учун *2* чизиқ олинган. 7.15 расм

$$\lambda = \frac{0.3164}{\mathrm{Re}^{0.25}} \qquad (7.4.1)$$

Графикда бу чизиқлардан ташқари тажриба нуқталари ҳам келтирилган бўлиб, бу нуқталар юқорида айтилган сунъий ғадир – будир трубада ўтказилган тажрибалар асосида берилган.

Графикни синчиклаб қарасак учта характерли соҳани кўрамиз.

1 – соҳа ламинар оқим қаршилиги соҳаси бўлиб, Re < 2300 ва $\lambda = f(\mathrm{Re})$

2 – соҳа $2300 \le \mathrm{Re} \le 10^5$ бўлиб, оралиқ соҳани ташкил этади ва

$$\lambda = f\left(\mathrm{Re}, k = \left(\frac{\varepsilon}{r_0}\right)\right), \quad \lambda = f(\mathrm{Re}, k) \qquad (7.4.2)$$

3– соҳа квадратик қаршиликлар соҳаси бўлиб, λ - коэффицент фақат нисбий ғадир – будирлик коэффицентининг функцияси бўлиб, Re – Рейнольдс сонига боғлиқ бўлмайди, яъни

$$\lambda = f(k) \qquad (7.4.3)$$

Оралиқ ва квадратик соҳалар учун жуда кўп эмперик формулалар олинган. Фақат проф. К.Ш.Латипов томонидан аналитик формула олинган бўлиб, бу формула учала соҳанинг ҳам графигини тўла – тўкис беради, яъни Никурадзе графигини тўлиқ ифодалайди. (7.15 расм, а)

$$\lambda = \frac{8}{\mathrm{Re}} \frac{ж I_0(ж)}{I_2(ж)}; \quad 0 \le \mathrm{Re} \le 10^6 \qquad (7.4.4)$$

бу ерда I_0, I_2 – мавҳум аргументли Бессель функцияларидир.

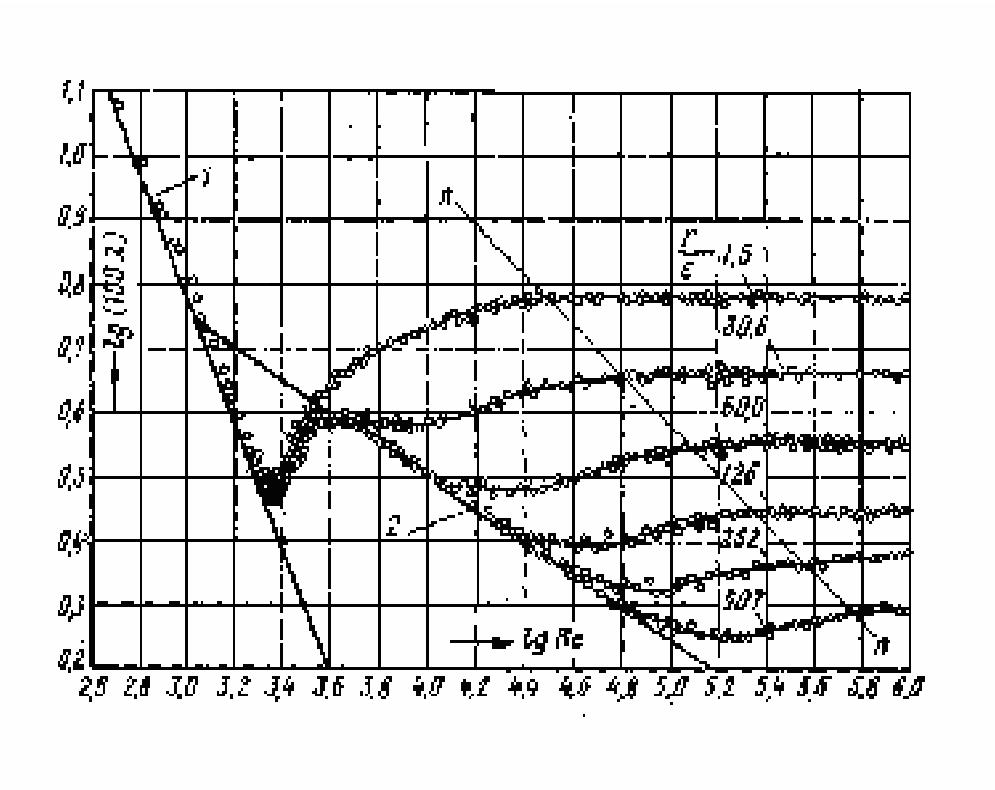
$$ж^2 = 0.0025 \frac{1 + b\,\mathrm{Re}}{1 + a\,\mathrm{Re}} \left[1 - \frac{1}{6\sqrt{2\pi}} - e^{-\frac{(y - y_0)^2}{2\tau_0}} \right]$$

$$a = 10^{-4}, b = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^{0.2974} \cdot 10^{-4}, \delta = 0{,}43,$$

$$y = \left(\frac{\mathrm{Re}}{a_n}\right)^n; \qquad y_0 = \left(\frac{\mathrm{Re}_{кр}}{a_n}\right)^n; \qquad a_n = 3500 / n = 3.$$

Олинган эмперик формулалар ичида кенг кўлланиладиганлари [2,27]:

1. Квадратик соҳалар учун Никурадзенинг формуласи $\mathrm{Re} \geq 10^6$ қийматида қуйидагича:



Расм. 7.15

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\lg\left(\frac{r_0}{\varepsilon}\right) + 1.74 = -2\lg 0.27\frac{\varepsilon}{d} \qquad (7.4.5)$$

2. Шифринсон Б.А. формуласи:

$$\lambda = 0.11\left(\frac{k_э}{d}\right)^{0.25} \qquad (7.4.6)$$

$k_э$ – эквивалент ғадир – будирлик бўлиб, маъноси шуки бир хил ғадир – будир ўзанларда λ - нинг қийматини топиш учун қаршилик коэффицентига мўлжаллаб танланади ва реал шароитларга мосланади. $k_э$ эквивалент ғадир – будирликнинг сонли қийматлари маълумотномаларда келтирилади. Ф.А.Шевелов, Н.З.Френкел, Л.А.Тепакс ва бошқа олимларнинг формулалари мавжуд. Проф. К.Ш.Латипов формуласи Никурадзе графигини тўлиқ ифодалайди. (7.15 расм, а) бошқа формулалар Никурадзе графигини тўла кўрсата олмайди [13].

Масалан Колбрук А.Д.Альтшул формулалари оралиқ зонани ифодалайди ва

$$\lambda = f\left(\mathrm{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right)$$

функция фақат шу оралиқларга тўғри келади. Бу иккала формула ҳам силлиқ ва ғадир – будир ўзанлар учун мос келади [27].

Колбрук-Прандтль формуласини силлиқ трубалар учун, Никурадзе формуласини ғадир – будир трубалар учун қўллаб оралиқ (зона) соҳа учун қуйидаги формулани келтириб чиқарди:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\lg\left(\frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + 0.27\frac{\varepsilon}{d}\right).$$

А.Д.Альтшулл Блазиус (7.4.1) формуласини силлиқ трубалар учун Б.Л.Шифринсон формуласини ғадир – будир турбалар учун қўллаб қуйидаги формулани таклиф этди [2]:

$$\lambda = 0.11\left(\frac{88}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + 0.27\frac{k_0}{d}\right) \qquad (7.4.7)$$

Re – сонининг жуда катта қийматларида (7.4.6) ва (7.4.7) формулаларнинг қавс ичидаги биринчи ҳадлар нолга интилади ва ғадир – будир трубалар учун Никурадзе ва Шифринсон формулаларини беради. Худди шунингдек силлиқ трубалар учун $\frac{\varepsilon}{d}$, $\frac{k_0}{d}$ ифодаларни ҳисобга олмасак, Колбрук формуласи Прандтль формуласига, Альтшул формуласи эса Блазиус формуласига ўтади. Тенг шартларда ҳар икки формула бир хил натижа беради.

Шези формуласи суюқликларнинг очиқ ўзандаги ҳаракати ҳисобларида назарий ва амалий аҳамиятга эга. Бу формула орқали C – ни топиш учун жуда кўп эмперик формулалар таклиф этилган.

Куйида квадратик қаршилик соҳаси учун топилган формулалардан баъзиларини келтирамиз [27]:

Маннинг (1890 й) формуласи:

$$C = \frac{1}{n}R^{1/6}, \qquad \frac{м^{0,5}}{с}. \qquad (7.4.8)$$

Форхгейлер (1923 й) формуласи:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/5}, \qquad \frac{м^{0,5}}{с}.$$

Академик Н.Н. Павловский формуласи:

$$C = \frac{1}{n} R^{y}, \qquad \frac{м^{0,5}}{с}.$$

бу ерда R – гидравлик радиус, n – ғадир – будирлик коэффиценти:

$$\frac{C}{м^{0,5-y}}.$$

n – нинг сонли қийматлари Гангиле – Куттер шкаласидан олинган бўлиб, маълумотномаларда келтирилади.

Н.Н.Павловский формуласидаги y даража кўрсатгичи n ва R ларнинг функцияси ҳисобланади ва $y = f(n, R)$ шаклида ёзилади.

C – коэффицентни ҳисоблашни осонлаштириш учун қўлланмаларда махсус таблицалар келтирилади, чунки:

$$C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$$

Маҳаллий қаршилик. Маҳаллий қаршиликларни енгиш учун кетган гидравлик йўқотиш қуйидаги формула билан аниқланади:

$$h_{\omega} = \xi \frac{\upsilon^2}{2g},$$

ξ -маҳаллий қаршилик коэффиценти бўлиб, фақатгина ёпишқоқлик ва тезликкагина боғлиқ бўлмай, балки оқим ўзанининг геометрик шакли ва қаршилигининг ўлчамларига ҳам боғлик.

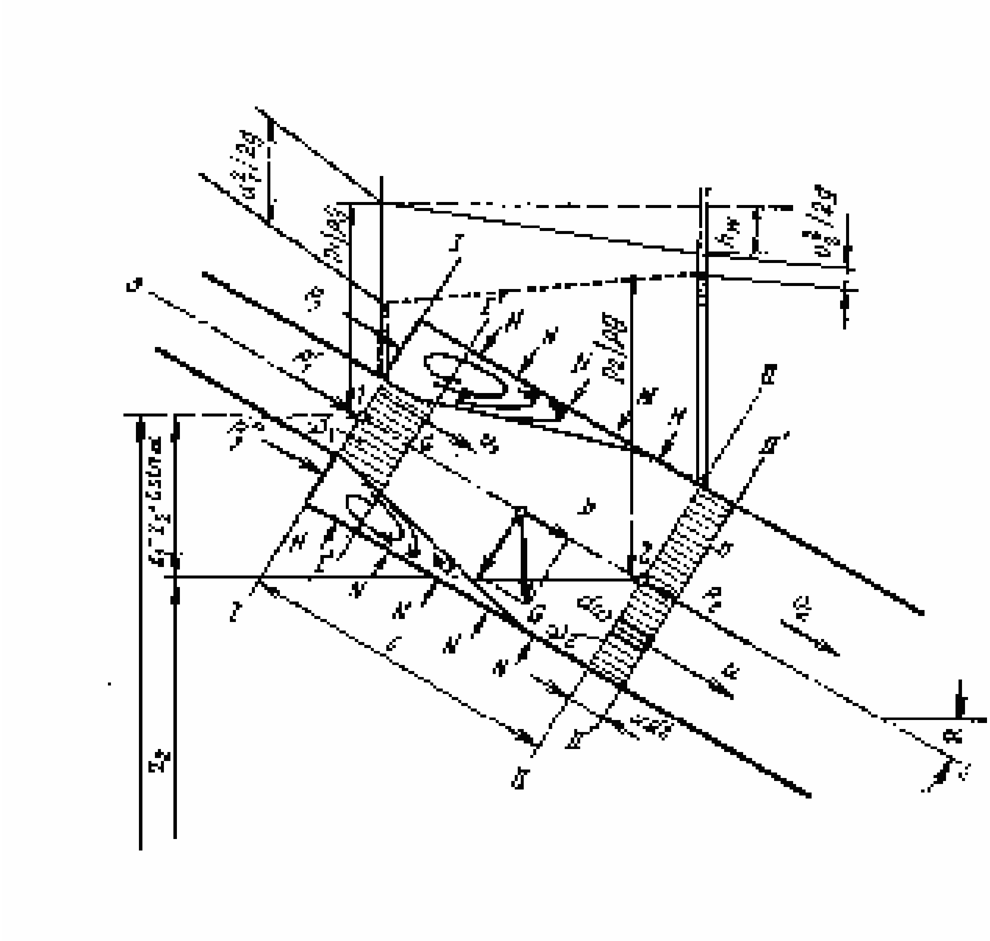
Назарий ечимлар фақат хусусий ҳоллар учун олинган бўлиб, трубанинг кескин кенгайиши учун Борд– Карно теоремаси, оқимининг силлиқ бурилишлар учун Милович А.Я. ишлари ҳисобга олинган.

Трубанинг кескин кенгайиши натижасида босимнинг йўқолиш масаласи қаралмоқда. Труба диаметрининг кескин ўзгаришини қараймиз (5.16 расм). Оқим кичик диаметрли трубадан айланиб катта диаметрли трубага кирганда секин кенгайиб, турбулент оқим катта диаметрли қисмини тўлдиради. Труба девори ва суюқлик оқими орасида айланма ҳаракат бўлади циркуляцион соҳаси ҳосил бўлиб, масса алмашиш процесси содир бўлади. Суюқлик заррачалари шу соҳага сингиб, айланма ҳаракат қилади ва яна қайтиб асосий оқимга сингиб кетади. Бу процесс қайта-қайта давом этади ва бу жараёнга энергия сарфланади.

Борда-Корно теоремаси. Трубанинг кескин кенгайиши натижасида йўқолган босим тезликнинг йўқолган босим квадратининг оғирлик кучи инерцияси тезланишига бўлинганига тенг, яъни:

$$h_{\omega} = \frac{(\upsilon_1 - \upsilon_2)^2}{2g} = \frac{\Delta\upsilon^2}{2g} \qquad (7.4.9)$$

$\Delta\upsilon = \upsilon_1 - \upsilon_2$ - йўқолган тезлик дейилади.



Расм. 7.16

Исбот. Трубанинг $(I - I)$ ва $(II - II)$ кесимлари билан чегараланган суюқлик массаси dt -вақт мобайнида кўчиб, ва $(I' - I')$ ва $(II' - II')$ кесимлар орасидаги ҳолатни эгаллайди. 7.16-расмда учта соҳа тасвирланган бўлиб, a ва c соҳалар штрихланган, b - эса ўртадаги соҳа. Ажратилган суюқлик массаси учун ҳаракат миқдорининг dt вақт ичида ўзгаришнинг тенгламасини тузамиз. Бунинг учун $d(m\vartheta)$ – катталикни аниқлаймиз:

$$d(m\upsilon) = \{х.м.(в) + х.м.(с)\}_{t+dt} - \{х.м.(а) + х.м.(в)\}_t$$

Индексларни тушириб ва Буссинеска коэффициентини $\alpha_0 = 1{,}0$ деб қабул қилиб, қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$d(m\upsilon) = x.м.(c) - x.м.(a) \qquad (7.4.10)$$

бу ерда:

$$x.м.(c) = \rho d\omega_c \upsilon_2 = \rho\omega_2\upsilon_2 dt\upsilon_2 = \rho dt\omega_{2.}\upsilon_2^2$$

ва

$$x.м.(a) = \rho dt\omega_{1.}\upsilon_1^2$$

(7.4.10) тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$d(m\upsilon) = \rho dt(\omega_2\upsilon_2^2 - \omega_1\upsilon_1^2) \qquad (7.4.11)$$

Таъсир қилувчи кучларнинг ҳаракат ўқига проекцияларининг куч импульсини қўйидагича ёзамиз:

$$\sum P\cos(P,l)dt$$

Сирт кучлари - трубанинг чекка ω_1, ω_2 кесимларига суюқлик босим кучлари: P_1, P_2 бўлиб,

$$P_1 = p_1\omega_1, P_2 = p_2\omega_2$$

Ажратилган суюқлик массасига труба деворларининг босим кучлари $N, N, ..., N$ … Бу кучларнинг труба ўқига проекциялари нолга тенг. P_3– кучнинг, янги труба деворининг 1 -кесими текислигига босим кучи эса қуйидагича аниқланади:

$$P_3 = p_1(\omega_2 - \omega_1) \quad)$$

$\omega_2 - \omega_1$ - ҳалқанинг юзаси. (7.16 расм).

Ҳажмий кучлар. Суюқликнинг (I-I), (II-II) кесимлари орасининг оғирлик кучи бўлиб, қуйидагича аниқланади:

$$G = \rho\omega_2 gl$$

унинг проекцияси эса:

$$G\sin\alpha = \rho g\omega_2 l\sin\alpha$$

Маълумки,

$$\sin\alpha = z_1 - z_2,$$

z_1, z_2 ω_1 ва ω_2, $1-1$ ва $2-2$ кесим юзалари оғирлик марказларининг координаталари. Шунинг учун уни қуйидагича ёзамиз:

$$G\sin\alpha = \rho g\omega_2 l\sin\alpha = \rho g\omega_2(z_1 - z_2)$$

Барча куч импульслари йиғиндилари ифодасини тузамиз:

$$G\sin\alpha = \rho g\omega_2 l\sin\alpha$$

$$\begin{aligned}
&\sum P\cos(P,l)dt = \left[P_1 - P_2 + G\sin\alpha\right]dt = \\
&= \left[p_1\omega_1 - p_2\omega_2 + p_1(\omega_2 - \omega_1) + \rho g\omega_2(z_1 - z_2)\right]dt = \\
&= \left[\omega_2(p_1 - p_2) + \rho g\omega_2(z_1 - z_2)\right]dt = \\
&= \rho g\omega_2\left[\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (z_1 - z_2)\right]
\end{aligned}$$

У ҳолда ҳаракат миқдори тенгламаси қуйидаги кўринишни олади:

$$\rho dt(\omega_2\upsilon_2^2 - \omega_1\upsilon_1^2) = \rho g\omega_2 dt\left[\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (z_1 - z_2)\right] \qquad (7.4.12)$$

$\rho g\omega_2 dt$ га бўлиб юборсак:

$$\frac{\omega_2\upsilon_2^2 - \omega_1\upsilon_1^2}{g\omega_2} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (z_1 - z_2) \qquad (7.4.13)$$

Узлуксизлик тенгламасидан маълумки, $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}$; демак,

$$\frac{\omega_2\upsilon_2^2 - \omega_1\upsilon_1^2}{g\omega_2} = \frac{\upsilon_2^2 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\upsilon_1^2}{g} = \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_2\upsilon_1}{g};$$

Сурат ва махражини 2 кўпайтирсак:

$$\frac{2\upsilon_2^2 - 2\upsilon_2\upsilon_1}{2g} = \frac{\upsilon_2^2 - 2\upsilon_2\upsilon_1 + \upsilon_1^2 - \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}{2g} =$$

$$= \frac{(\upsilon_1 - \upsilon_2)^2 - (\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2)}{2g}; \qquad (7.4.14)$$

(7.4.13) тенгламанинг чап томонини (7.4.14) ифода билан алмаштириб, қўйидагини топамиз:

$$\frac{(\upsilon_1 - \upsilon_2)^2}{2g} - \frac{\upsilon_1^2 - \upsilon_2^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (z_1 - z_2)$$

Ёки мос ҳадларини группаласак, қуйидаги Бернулли тенгламасига келамиз:

$$\frac{p_1}{\rho g}+z_1+\frac{\upsilon_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho g}+z_2+\frac{\upsilon_2^2}{2g}+\frac{(\upsilon_1-\upsilon_2)^2}{2g}; \qquad (7.4.15)$$

Бу тенглама Бернулли тенгламаси бўлиб, йўқотилган напор эса қўшимча ҳадга тенг:

$$h_\omega=\frac{(\upsilon_1-\upsilon_2)^2}{2g}; \qquad (7.4.16)$$

(7.4.16) - ифода (I-I) ва (II-II) кесим орасида трубанинг кескин кенгайиш натижасида шу оралиқдаги йўқолган босимни беради.

Икки оқим қўшилганда бехуда сарф бўлган босим

$n-n$ текисликда ω- кўндаланг кесимга эга бўлган қувурга бир вақтнинг ўзида ўзаро параллел бўлган икки оқим кирсин.

Биринчи оқим сарфи :

$$Q_1=\omega_1\upsilon_1$$

Иккинчи оқим сарфи:

$$Q_2=\omega_2\upsilon_2$$

$n-n$ текисликда бу оқимлар қўшилишиб, яъни Q Q –сарф билан ҳаракатланади :

$$Q=Q_1+Q_2\,,\; Q=\omega_1\upsilon_m\,,$$

$$\omega=\omega_1+\omega_2\,,\quad \upsilon_m=\frac{Q_1+Q_2}{\omega_1+\omega_2};$$

$n-n$ текисликда босимни ҳар иккала оқим учун ҳам бирдек p деб олсак, биринчи оқим учун солиштирма оғирлик E_1 ва иккинчи оқим учун E_2 бўлади, уларнинг фарқи эса:

$$\Delta E=E_1-E_2=\frac{\vartheta_1^{\,2}-\vartheta_2^{\,2}}{2g}\geq 0$$

$m-m$ - кесимдаги солиштирма оғирлик эса:

$$E_r=\frac{E_1Q_1+E_2Q_2-h_\omega(Q_1+Q_2)}{Q_1+Q_2}=\frac{E_1Q_1+E_2Q_2}{Q}-h_\omega=\frac{p_m}{\rho g}+\frac{v_m^2}{\rho g};$$

Агар иккинчи оқимнинг кесим бошланиши $n-n$ да кесимдаги солиштирма оғирлиги қуйидаги ифодага тенг бўлса,

$$E_r = \frac{p}{\rho g} + \frac{\upsilon_2^2}{2g} \langle E = \frac{p_m}{\rho g} + \frac{\upsilon_m^2}{2g};$$

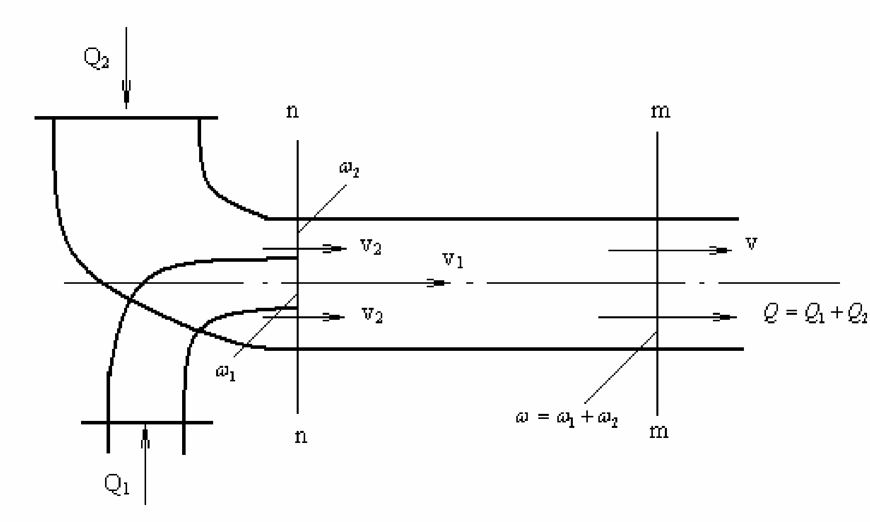
Энергияга эга бўлса, бу солиштирма энергия биринчи оқим билан қўшилганда ортади, биринчи оқим катта энергия запасига эга бўлиб,

$$E_1 \succ E_2$$

ўз

$$E_1 \rho g Q_1$$

энергиясини барча гидравлик қаршиликларни енгиш учун сарфлайди,



7.17. расм.

шунингдек икки оқим бирлашганда иккинчи оқим энергиясининг ошишига ҳам сарфланади. Шунинг учун йўқолган босим, биринчи оқимга нисбатан қўйидагига тенг бўлади:

$$h_{w_1} = \frac{(\upsilon_1 - \upsilon_m)^2}{2g} + \frac{Q_2}{Q_1}\frac{(\upsilon_2 - \upsilon_m)^2}{2g};$$

Қувурдаги суюқлик оқими уч қатламли ҳам бўлиши мумкин.

1. Қувур деворига яқин энсиз қатлам – ламинар оқим,

$$R_0 < r < R^*$$

2.қувур ядроси (симметрия ўқи) атрофида соф турбулент оқим,

$$(0 < r < r_0)$$

3.Юқоридаги икки оқим орасида ламинар – турбулент оқим

$$(r_0 < r < R^*)$$

бу соҳадаги оқимда пульсацион ҳаракатлар пайдо бўлиб, энергия кўпаяди. Бу уччала оқимни биргаликда ечиш қувурдаги суюқлик оқимини ўрганишга аниқлик киритади. Масалани бундай ўрганиш [32] ишда кўрилган ва ҳар бир оқим соҳаси чегаралари аниқланган.

VIII БОБ
СУЮҚЛИК ОҚИМИНИНГ ҚУВУРЛАРДАГИ БАРҚАРОР ҲАРАКАТИ

Суюқлик ўтказгич қувурлар одатда қисқа, узун, ҳамда оддий ва мураккаб қувурлар тушунчаси билан фарқ қилади.

Диаметри ва суюқлик сарфи қувурнинг берилган узунлиги бўйича ўзгармас бўлса, оддий қувур дейилади.

Қувурларнинг– очиқ ва ёпиқ қисмлари мавжуд бўлиб, бу қисмлари бошқариладиган резервуарлардан иборат бўлган қувурлар, мураккаб қувурлар дейилади.

Қувурлар қисқа ва узун қувурларга бўлинади:

- Техник шароитга кўра гидравлик ҳисоблашлар барча қаршиликларини, яъни узунлик ва маҳаллий қаршиликларни ҳисобга олган ҳолда фақат тезлик ва босим ҳисоблашга қаратилган бўлса, бундай қувурлар қисқа қувурлардир.
- Узун қувурлар деб, узунлик бўйича йўқолган босими энг катта бўлган қаршиликли қувурларга айтилади. Бунда маҳаллий қаршиликлар, тезлик бўйича йўқолган босим ҳисобга олинмайди, чунки улар нисбатан кам таъсир кўрсатувчи қаршиликлардир.

8.1 Қисқа қувурларда оқим гидравлик параметрларини ҳисоблаш

Қувурлардаги суюқликнинг барқарор оқимини таъминлашдаги инженерлик ҳисоб-китоб ишларида қўйидаги қонуниятлар ва формулалардан кўп фойдаланилади:

оддий ярим чексиз қувурларда ҳисоблар олиб борилганда асосан иккита ҳисоблаш усулидан фойдаланилади.

1. Суюқликнинг қувурдан ташқарига, яъни атмосферага оқиб чиқиши ва суюқликнинг бошқа суюқлик сатҳи остига оқиб киришини қуйидаги Бернулли тенгламаси орқали ҳисобланади:

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha \upsilon_0^2}{2g} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha \upsilon^2}{2g} + \sum h_w; \qquad (8.1.1)$$

Қувурда суюқлик сарфи тенгламаси эса қуйидаги узлуксизлик тенгламаси орқали ёзилади:

$$Q = \omega \upsilon = / const /_s; \qquad (8.1.2)$$

Қувурнинг узунлиги бўйича йўқолган босимни топиш учун Дарси формуласидан фойдаланилади:

$$h_w = \lambda \frac{l}{d} \frac{\upsilon^2}{2g} \qquad (8.1.3)$$

Бу ерда d, l - қувур диаметри ва ундаги узунлик, υ - ўртача оқим тезлиги.

Ўртача оқим тезлиги υ -Шези формуласи орқали топилади:

$$\upsilon = C\sqrt{Ri} \text{ ёки } Q = \omega C\sqrt{Ri} \qquad (8.1.4)$$

C - Шези коэфициенти, R - гидравлик радиус, ω - қувур кўндаланг кесим юзаси, i - гидравлик нишаблик. Гидравлик радиус ва гидравлик нишабликни топиш формуласи:

$$R = \frac{\omega}{\chi}, \qquad i = \frac{h_\omega}{l};$$

ёки

$$i = \frac{\upsilon^2}{C^2 R}, \quad i = \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}; \qquad (8.1.5)$$

χ - қувур кўндаланг кесимининг намланган периметри.

Бу формулалардан ташқари сарф характеристикаси тушунчаси ҳам кенг қўлланилади ва бу ҳолда Шези формуласини қуйидагича ёзиш мумкин бўлади:

$$Q = \omega C\sqrt{RJ}, \; Q = K\sqrt{i}. \qquad (8.1.6)$$

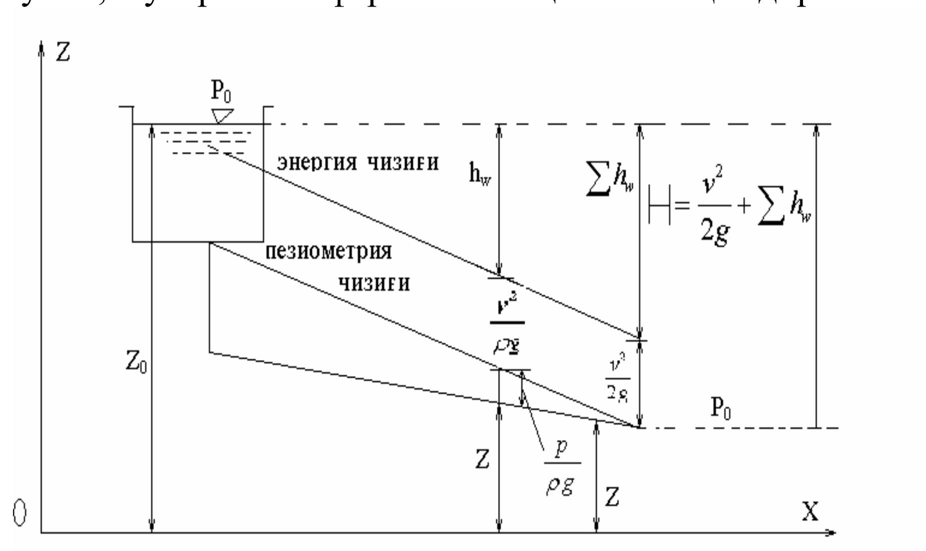
$K = \omega C\sqrt{R}$ - сарф характеристикаси дейилади. Сарф характеристикаси бирлиги оқим сарфи бирлигига мос келади, яъни $м^3/с$ лар орқали ёзилади.

Агар қувурнинг нишаблик коэффициенти $i = 1$ бўлса, сарф характеристикаси оқим сарф коэффициентига тенг бўлади: $K = Q$.

K – қувурнинг нишаблиги $i = 1$ бўлгандаги суюқлик сарфидир.

Суюқлик оқимининг атмосферага чиқиши ва ташқи суюқлик сатҳи остига оқиб кириши масаласини қараймиз.

Қисқа қувур ҳисобларида асосий ҳисобланган икки тур оқим схемаси мавжуд бўлиб, булар атмосферага ва сатҳ остига оқимдир.



8.1 расм

Суюқлик оқимининг атмосферага оқиб чиқиш 8.1 расмда кўрсатилган. Бу расмда бошланғич (дам) напор чизиғи, энергия чизиғи, пьезометрик чизиқлар келтирилган бўлиб, бу чизиқлар Бернулли тенгламаси ҳадларининг оқим бўйича ўзгаришларини кўрсатади.

Сатҳ остидаги оқим схемаси 8.2 расмда келтирилган бўлиб, бу схемада юқоридаги чизиқлар келтирилган. Бу ерда A – резервуардан суюқликнинг оқиб чиқиб, B – суюқлик резервуарга оқиб ўтиш схемаси келтирилган.

Расмдаги $1-1$ ва $2-2$ кесимлар учун Бернулли тенгламасини ёзамиз:

1. Суюқликнинг атмосферага оқиб чиқишини ифодалаш учун Бернулли тенгламасини ёзиб оламиз:

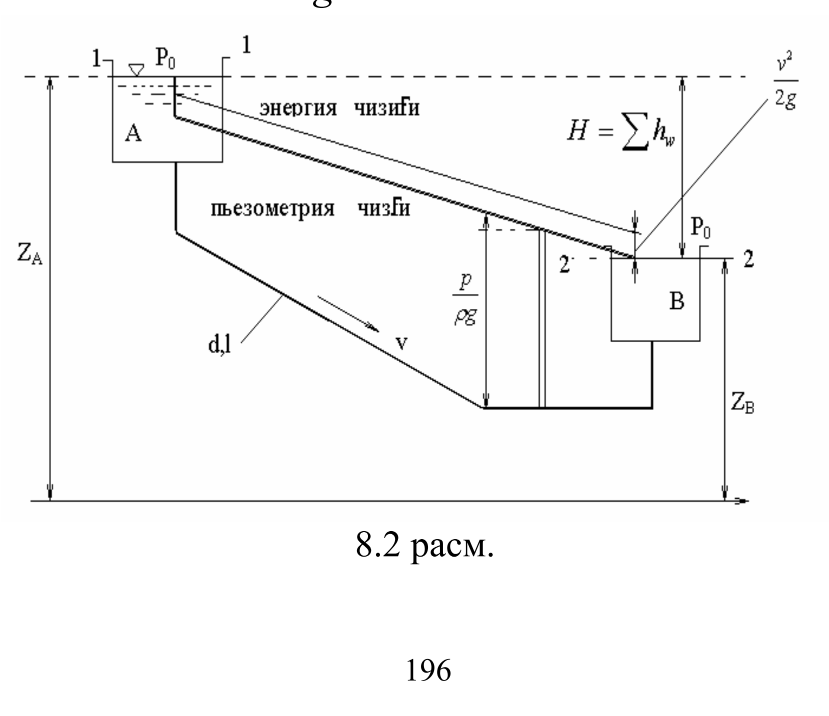
$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha \upsilon_0^2}{2g} = z + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha \upsilon^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d}\frac{\upsilon^2}{2g} + \sum \xi \frac{\upsilon^2}{2g}; \qquad (8.1.7)$$

Бу тенгламани $\frac{p_0}{\rho g}$ га қисқартириб, $z_0 - z = H$ деб белгилаймиз ва уни (8.1.7) тенгликка қўйсак, қуйидаги кўринишга келади, бу кўринишни H - босими тазйиқи дейилади ва қуйидагича белгиланади:

$$H = \frac{\alpha \upsilon^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d}\frac{\upsilon^2}{2g} + \sum \xi \frac{\upsilon^2}{2g}$$

$\alpha = 1$ десак, ξ - маҳаллий оқим напорини аниқловчи босим тазйиқи формуласига келамиз:

$$H = \frac{\upsilon^2}{2g}\left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \sum \xi\right) \qquad (8.1.8)$$



8.2 расм.

2. Сатҳ остидан оқиб чиқиш. Бернулли тенгламасидаги $\frac{p_0}{\rho g}$, $\frac{\alpha \upsilon_A^2}{2g}$ ва $\frac{\alpha \upsilon_B^2}{2g}$ хадлар кичик миқдор бўлгани учун ташлаб юборамиз ва тенгламани қўйидагича ёзамиз:

$$Z_B = Z_A + \lambda \frac{l}{d} \frac{\upsilon^2}{2g} + \sum \xi \frac{\upsilon^2}{2g} + \frac{(\upsilon - \upsilon_B)^2}{2g} \qquad (8.1.9)$$

Бу тенгламадаги охирги икки қўшилувчи маҳаллий қаршиликларни енгиш учун сарф бўлган энергияни ифодалайди, яъни охирги ифода қувурдан суюқликнинг оқиб чиқиши ва B резервуарга қуйилишигача йўқотилган энергия бўлиб, у Борд теоремасига кўра қўйидагича аниқланади:

$$h_w = \frac{(\upsilon - \upsilon_B)^2}{2g};$$

υ_B - резервуардаги ўртача тезлик.

Бу ерда тезлик $\vartheta_B \prec\prec \vartheta$ жуда кичик, ҳисобга олмаслик мумкин, у ҳолда $z_A - z_B = H$ билан белгиласак, (8.1.9) тенгламага кўра $H = \sum h_\omega$ ёки:

$$H = \frac{\upsilon^2}{2g}(\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi + 1) \qquad (8.1.10)$$

деб ёзиш мумкин.

(8.1.8) тенгламани (8.1.10) тенглама билан солиштирсак иккала тенгламанинг ҳам бир хил эканлиги маълум бўлади, демак ҳисоб методикаси ва ечиш таркиби бир хил экан деган хулосага келинади.

Бу икки тенгламанинг бир-биридан фарқи шуки, (8.1.8) тенгламадаги 1 сони суюқликнинг резервуардан чиқиш тезлик босимига тааллуқли бўлиб, қувурдан атмосферага чиқишни, яъни оқим олиб кетадиган кинетик энергияни ифодалайди, кейинчалик турбиналар масаласини қаралганда турбиналарни ҳаракатга келтиришда ишлатилиши мумкин.

(8.1.10) тенгламадаги 1 сони эса, B - резервуардаги суюқлик сатҳи остига кирувчи суюқликнинг потенциал энергиясини характерлаб, йўқолган босимни, яъни B - резервуарга кириб оқимнинг кескин кенгайиш натижасида йўқотган энергиясини ифодалайди.

$$H = \sum h_\omega \qquad (8.1.10^1)$$

Хулоса қилиб, шундай дейиш мумкин: сатҳ остига оқиб кирувчи суюқликка таъсир қилувчи босим қувур узунлиги бўйлаб йўқолган барча босимлар йиғиндисига тенг (8.1.10[1]).

Оқимнинг барча энергияси z_A –сатҳдан z_B сатҳга ўтишидаги қаршиликларни енгишга сарф бўлади.

Оддий қувур ҳисобининг уч асосий масаласини текшириш. Оддий қувур ҳисобининг уч асосий масаласини текшириш учун Бернулли тенгламасининг (8.1.8) кўринишидаги ифодасидан:

$$H = \frac{\upsilon^2}{2g}(1 + \lambda\frac{l}{d} + \sum\xi)$$

ҳамда

$$Q = \omega\upsilon = /\, const\, /_s\,;$$

сарф тенгламасидан фойдаланамиз, яъни:

$$\upsilon = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

Тезликнинг бу ифодасини Бернулли тенгламасига қўйиб, йўқолган босим учун асосий ҳисоблаш формуласини оламиз:

$$H = \frac{16Q^2}{2g\pi^2 d^4}(1 + \lambda\frac{l}{d} + \sum\xi) \qquad (8.1.11)$$

Қувурнинг узунлиги доим маълум ҳисобланганлигидан, қувурларнинг ўтказувчанлик қобилиятини ҳисоблаш ишларида учта асосий катталикни топишга тўғри келади. Бу катталиклар:

Q - сарф, H - босим, d - трубанинг диаметри.

Шуларга оид қатор масалаларни ечишни қараб чиқамиз:

Биринчи масала . l – узунликдаги , d – диаметрли, қувур Q ўтказиш сарфига эга бўлиши учун қувурга қандай H - босим бериш керак. Бу масала (8.1.11) тенгламадан тўғридан-тўғри топилади, λ ва ζ коэффициентлар эса, $\mathrm{Re} = \frac{\upsilon d}{\nu}$ Рейнольдс сони орқали топилади.

Ечиш: масаланинг ечими тўғридан-тўғри (8.1.11) формула орқали ёзилиши мумкин, лекин қаршилик коэффицентининг Рейнольдс сонига боғлиқ ҳолда ўзгаришини эътиборга олиш зарур. Агар Рейнольдс сони ҳам берилган бўлса, d ва Q коэффицентлар содда аниқланади.

Иккинчи масала. H, l, d лар берилган бўлса , Q – сарфни топиш керак.

Ечиш: Q сарфни (8.1.11) формуладан фойдаланиб топамиз, яъни:

$$H = \frac{16Q^2}{2\pi^2 g d^4}(1+\lambda\frac{l}{d}+\sum\zeta)$$

(8.1.12)

Оқим сарфини топиш учун қуйидаги ифода (8.1.12) ёзилади:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2gH}{1+\lambda\frac{l}{d}+\sum\zeta}}$$

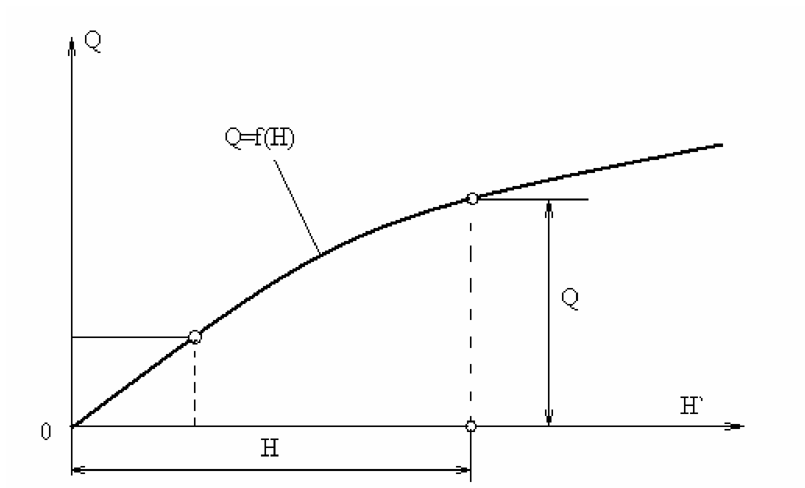
(8.1.13)

Лекин бу ҳисоблашни тўғридан-тўғри бажариб бўлмайди , чунки λ ва ζ қаршиликлар Re - сонига боғлиқ равишда ўзгариши мумкин. Re - сонини аниқлаш учун эса, тезлик ϑ - ва Q - сарфни билиш керак, маълумки, улар орасидаги боғланиш

$$\mathrm{Re} = \frac{d\vartheta}{\upsilon\gamma} = \frac{Qd}{\omega\gamma}$$

тенглик орқали ифодаланиши мумкин. Сарфни (8.1.13) формула орқали аниқлаш уринмалар методи ёки графо-аналитик усулда бажарилади. Графо-аналитик усулда ечиш учун (8.1.12) формуладан фойдаланилади ва функция учун график қурилади (8.3-расм). $Q_1, Q_2 ..., Q_n$ сарф қийматлари берилиб, $H_1, H_2, ..., H_n$ қийматлар (8.1.12) формула орқали топилади.

Учинчи масала. H_1, Q - лар берилган бўлса, қувурнинг диаметри d - топилсин.



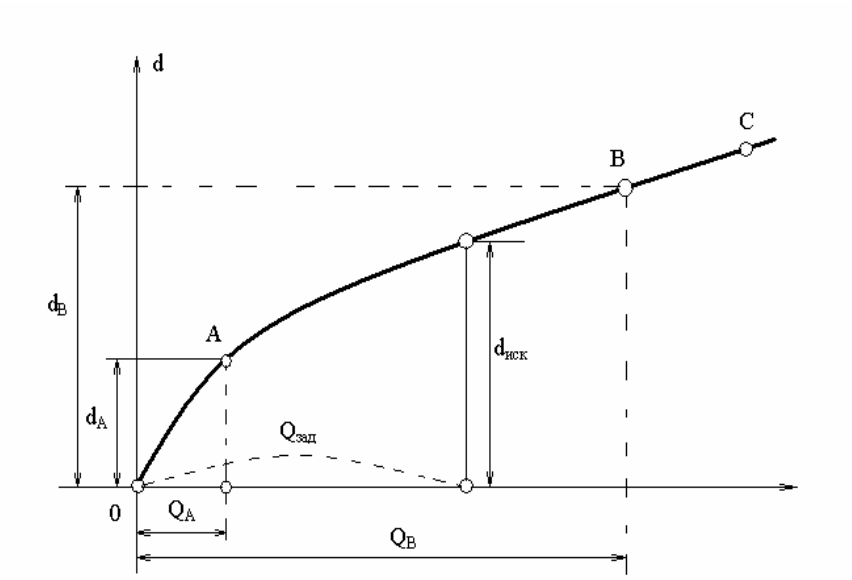
8.3 расм.

Ечиш: Маълумки H_1, l, Q миқдорлар берилган бўлса, қувур диаметри d -

ни топиш графо-аналитик усул орқали бажарилади, яъни $d = f(H)$ эгри чизиқни чизиб координата ўқларидан бирига H - ни иккинчисига d - қўйсак, иккинчи масаланинг ечими каби $d_1, d_2, ..., d_n$ ларнинг қийматларини берамиз ва уларга мос келган $H_1, H_2, ..., H_n$ ни топишамиз.

8.4 - расмда келтирилган графикдаги $H_1, H_2, ..., H_n$ нуқталарнинг ҳар бири ихтиёрий олиниши мумкин, (танлаб олиш шарт эмас) , чунки уларга мос келган $d_1, d_2, ..., d_n$ нуқталар Рейнолъдс формуласи орқали топилади.

$$\mathrm{Re} = \frac{Qd}{\omega V} \qquad (8.1.14)$$



8.4 расм

1. Эслатма 1. Узун қувурларда маҳаллий қаршиликларга бўлган сарфларни ҳисобга олмаслик мумкин шунинг учун ҳам уччала масаланинг ечими

$$H = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

формула орқали ҳисобланади. Масаланинг ечимини ҳисоблаш усулини сақлаган ҳолда олиб борилса, ечим осонлашади.

2.Эслатма2. Юқоридаги масалалар янада осонроқ ечилиши учун қувурлардаги оқим квадратик қаршиликлар соҳасига тегишли деб қаралса, яъни λ - қаршилик коэффиценти ва C – Шези коэффицентлари Re - Рейнолъдс сонига боғлиқ бўлмаса сарф характеристикаси коэффиценти тушунчасидан фойдаланиб оқимни ҳисоблаш учун Шези формуласини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$H = \lambda \frac{l}{d} \frac{\vartheta^2}{2g} = \lambda \frac{8Q^2 l}{g\pi^2 ds}$$

ёки

$$H = \frac{Q^2}{K^2} l \qquad (8.1.15)$$

Биринчи ва иккинчи масалалар учун, H - напор ва Q - сарфни топишда (8.1.15) формуладан фойдаланилса, оддий ҳисоблашлар орқали керакли параметрлар топилади . Сарф характеристикаси K эса d диаметрли қувурлар учун берилган жадваллардаги қийматларидан олинади.

Учинчи масаланинг ечими, яъни H, Q, l- берилганда қувур d диаметрини топиш масаласини ечишда эса, олдин керакли K – оқим характеристикасининг қиймати (8.1.15) формула орқали ҳисобланиб, жадвалдан K_1 ва K_2 оқим характеристикаларининг $K_1 \succ K \succ K_2$ шартни қаноатлантирувчи ўрта қиймати учун қувур d - диаметрнинг қиймати топилади .

8.2 Мураккаб қувур ҳисобининг асосий элементлари

Мураккаб қувурнинг асосий элементларига қуйидагилар киради:
- ҳар хил диаметрли қувурларнинг кетма – кет уланиши,
- параллел уланиши,
-узунлиги бўйича ўзгарувчан сарфли қувурлар,
- айланма қувурларнинг очиқ ва ёпиқ системалари.

Ҳар хил диаметрли қувурларнинг бир чизиқ бўйлаб, **кетма-кет уланиши** (8.5 расм). Қувурлар тизими n - та турли диаметрли ўтказувчан қувурдан иборат бўлимдардан ташкил топган, уларда йўқолган босимни ҳисоблаш учун қўйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$H = h_{\omega 1} + h_{\omega 2} + ... + h_{\omega n}$$

(8.2.1)

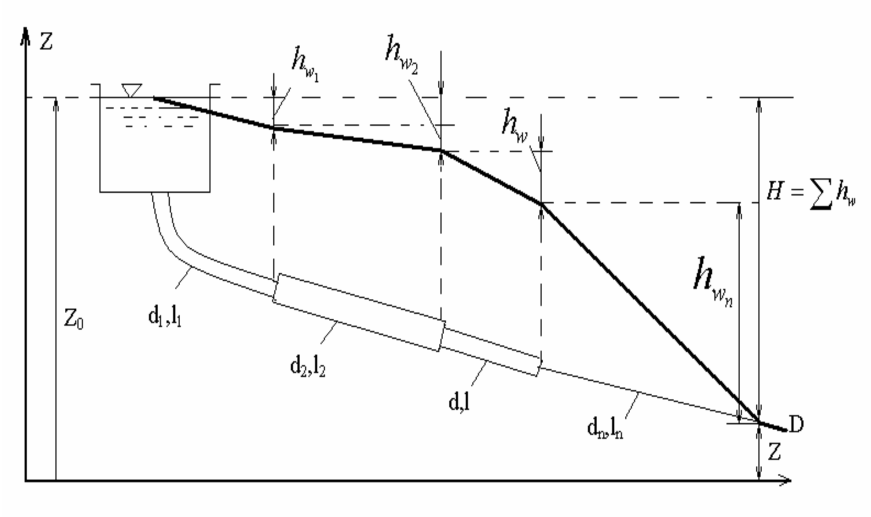
Бу ерда $h_{\omega_1}, h_{\omega_2}, ...h_{\omega_n}$, напорлар мос равишда $d_1, d_2, ..., d_n$ диаметрли қувурлардаги йўқотилган напорларни ифодалайди ва (8.1.15) формула орқали қуйидагича топилади

$$h_{\omega_i} = \frac{Q^2}{K_2^2} \cdot l_i$$

Сарф бир хил, лекин сарф характеристикалари $K_1, K_2, ..., K_n$, - лари ва ҳар бир қувур участкасининг узунликлари $l_1, l_2, ..., l_n$ - лар турли қийматларга эга бўлса (8.2.1) формулага (8.1.15)тенгликни қўйиб, қуйидаги ифодани оламиз:

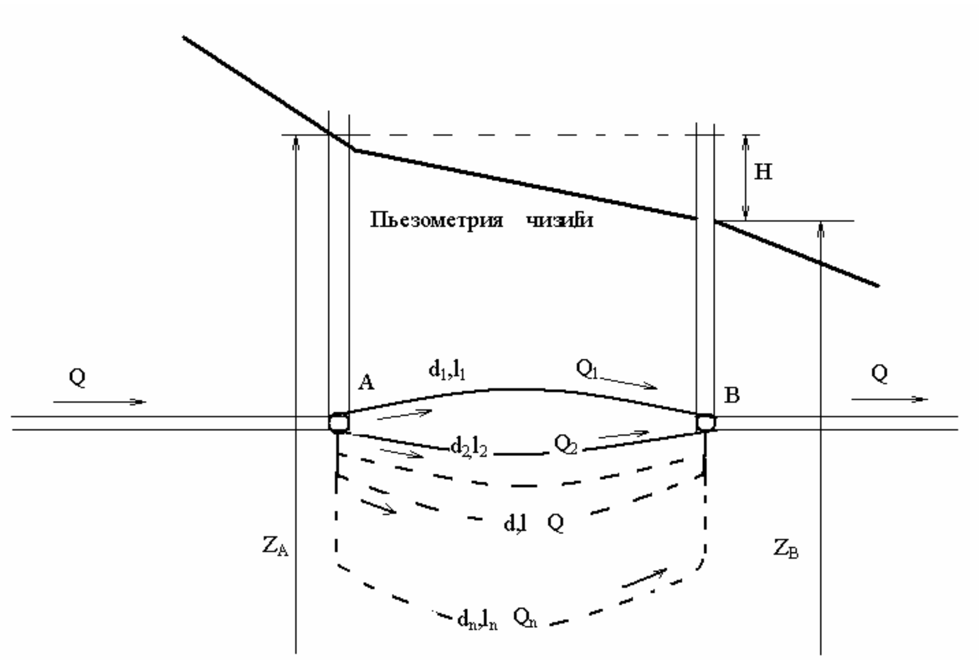
$$H = Q^2 \left(\frac{l_1}{K^2{}_1} + ... + \frac{l_n}{K_n^2}\right) \qquad (8.2.2)$$

Бундан кейинги муҳокамаларда қувурлар баёнини соддалаштириш мақсадида қаршиликларни ҳисобга олмаймиз, йўқотилган напорни (8.1.15) формула орқали топамиз. Бу тенгламадан маълумки, биринчи ва иккинчи масалада H - напор ва Q - сарфни аниқловчи тенглама тўғридан-тўғри ечилади, чунки H – напордан бошқа барча катталиклар маълум.



8.5 расм

Учинчи масалада Q – сарфли, H – напорли қувурнинг қисмлари узунликлари $l_1, l_2, ..., l_n$ лар берилган бўлиб, қувур қисмларининг $d_1, d_2, ...d_n$ диаметрлари ноъмалум, бу масаланинг ечимини олиш учун (8.2.2) формуладан фойдаланиб, n - та ноъмалум параметрга эга бўламиз. Масалани ечиш учун $K_1, K_2, ..., K_n$ сарф характеристикалари олинади ва (8.2.2) формула билан биргаликда ечилиши учун биргина қувур диаметри d_1 эмас, балки системани ташкил этувчи барча қувурлар диаметрлари маьлум бўлиши керак.



8.6 расм

Параллел улаш. Қувурларни параллел улаш 8.6-расмда кўрсатилган. Фараз қилайлик бош қувур Q – сарфга эга бўлсин ва A нуқта бош магистрал қувурнинг бир нечта қувурларга ажралиш нуқтаси бўлиб, шу нуқтада бош магистрал қувур турли $l_1, l_2, ..., l_n$ узунликлардаги ва турли $d_1, d_2, ...d_n$ – диаметрлардаги қувурларга ажралсин ,B - нуқтада эса яна бош магистрал қувурга бирлашиб, оқим давом этсин.

Асосий масала ҳар бир қўшилувчи қувурдаги сарф миқдорлари $Q_1, Q_2, ..., Q_n$ ни ва йўқолган $h_{\omega_1}, h_{\omega_2}, ...h_{\omega_n}$, напорларини аниқлаш.

Масаланинг берилиши бўйича A нуқтадаги H_A ва B нуқтадаги H_B босимлар магистрал ўзаннинг умумий босими бўлиб, ҳар бир қўшилувчи қувур учун ҳам бу напор умумийдир. Уларнинг фарқи эса ҳар бир қувур учун бир хил бўлиб, умумий йўқолган босимни беради, яъни (8.2.3) тенгламалар системасида n - та тенглама ва $n+1$ – ноъмалум қатнашиб, улардан n -таси $Q_1, Q_2, ..., Q_n$ - сарфлардан иборат бўлиб, битта номаълум эса ҳар бир қувур шахобчаси учун умумий бўлган ΔH - йўқолган босимдир, яъни:

$$\Delta H = H_A - H_B \quad , \quad H = \frac{Q^2 l}{K^2}$$

Демак,

$$\Delta H = \frac{Q_1^2 l_1}{K_1^2} = \frac{Q_2^2 l_2}{K_2^2} = \ldots = \frac{Q_n^2 l_n}{K_n^2} \qquad (8.2.3)$$

(8.2.3) тенгламалар системасини ечиш учун, яъни ягона ечимга келтириш учун қуйидаги тенгламани, яъни қувур тугун нуқталаридаги сарфлар йиғиндисининг асосий қувурдаги сарфга тенглигидан:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n \qquad (8.2.4)$$

фойдаланамиз ва шунда ҳар бир қўшилувчи трубадаги сарфларни ва умумий йўқолган напорни топиш ҳақидаги масалалар тўла ечилади.

Ечиш тартиби: (8.2.3) тенгламалар системасидан фойдаланиб ҳар бир қувурдаги сарфларни уларнинг биттаси орқали ёзиб оламиз:

$$Q_2 = Q_1 \frac{K_2}{K_1}\sqrt{\frac{l_1}{l_2}}\ ;\ Q_3 = Q_1 \frac{K_3}{K_1}\sqrt{\frac{l_1}{l_3}}\ ,...,\ Q_n = Q_1 = \frac{K_n}{K_1}\sqrt{\frac{l_1}{l_n}} \qquad (8.2.5)$$

Бу ифодани (8.2.4) тенгламага қўямиз:

$$Q = Q_1\left(1 + \frac{K_2}{K_1}\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} + \frac{K_3}{K_1}\sqrt{\frac{l_1}{l_3}} + \ldots + \frac{K_n}{K_1}\sqrt{\frac{l_1}{l_n}}\right) \qquad (8.2.6)$$

Q - сарф маълум бўлса, Q_1 - сарфни топамиз , қолган $Q_2 ....Q_n$ сарфларни эса (8.2.5) тенгламадан топамиз. Йўқолган ΔH – напор эса (8.2.3) тенгликларнинг бирортасидан топилади, масалан:

$$\Delta H = \frac{Q_1^2}{K_1^2} l_1$$

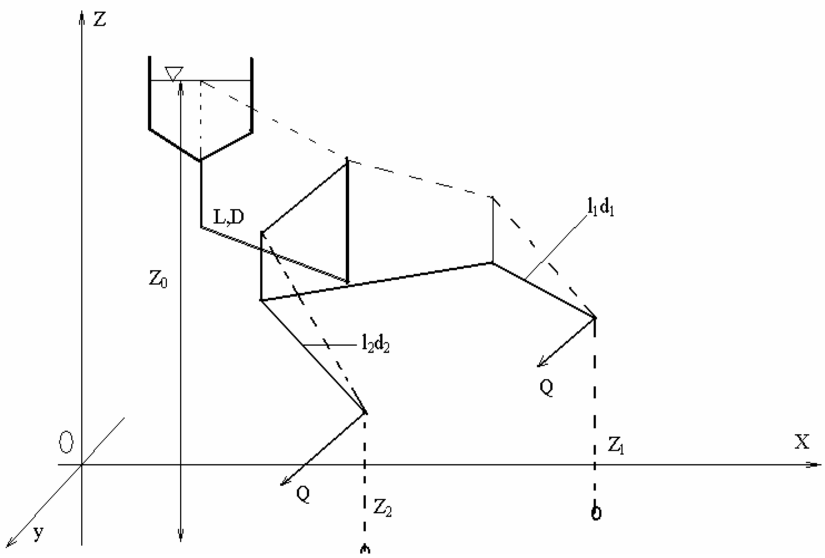
Эслатма: Юқоридаги масала қувурлар системасининг $l_1, l_2, ..., l_n$ узунликлари, $d_1, d_2, ..., d_n$ диаметрлар ва $\Delta H = H_A - H_B$ йўқолган напор берилса оддий водопровод масаласига айланади.

Қувурларнинг очиқ тизими. Очиқ тармоқли қувурлар тизимини ҳисоблашда қувурларнинг ўзаро боғланишидан ташқари тизим боши ва охиридаги оқим хусусиятларини ҳам эътиборга олиш керак бўлади.

Қувур икки шохчага ажратилган ҳолини қараймиз. Бу ҳолда z_0, z_1, z_2 – кординаталар мос равишда бош магистрал ва шохчаларининг горизонтал текисликка нисбатан олинган баландликларининг белгисидир.

Магистрал бош қувур ва қўшилувчи, ажралувчи қувурларнинг узунликлари маълум.

Асосий оқим сарфи Q, Q_1 ва Q_2 сарфларини топиш талаб этилади.



Расм. 8.7

Масалани ечиш 3 та тенглама тузиш орқали амалга оширилади ва бу тенгламалар ўзаро боғлиқ бўлмайди. Шулардан иккитаси

$$\Delta z_1 = z_0 - z_1 = h_{\omega_\mu} + h_{\omega_1}$$

ва

$$z_0 - z_2 = h_{\omega_\mu} + h_{\omega_2} = \Delta z_2$$

$h_{\omega_\varpi}, h_{\omega_1}, h_{\omega_2}$ - магистрал ва ажратилган трубалардаги йўқолган напорлар. Масаланинг шартига кўра бу параметрлар учун қуйидаги тенгликларни тузиш мумкин:

$$\Delta z_1 = \frac{Q^2}{K^2} L + \frac{Q_1^2}{K_1^2} l_1$$

ва

$$\Delta z_2 = \frac{Q^2}{K^2} L + \frac{Q_2^2}{K_2^2} l_2 \qquad (8.2.7)$$

Учинчи тенглама учун эса оқим сарфларининг ўзаро муносабатидан олинади.

$$Q = Q_1 + Q_2 \qquad (8.2.8)$$

(8.2.7) тенгламадан қуйидаги ифодани ажратиб олиш мумкин

$$\frac{Q^2}{K^2} L = \Delta z - \frac{Q_1^2}{K_1^2} l_1 = \Delta z_2 - \frac{Q_2^2}{K_2^2} l_2$$

$Q_2 -$ ни Q_1 орқали ифодаласак:

$$Q_2 = \frac{K_2}{\sqrt{l_2}} \sqrt{\Delta z_2 - \Delta z_1 + \frac{Q_1^2}{K_1^2} l_1} = f(Q) \qquad (8.2.9)$$

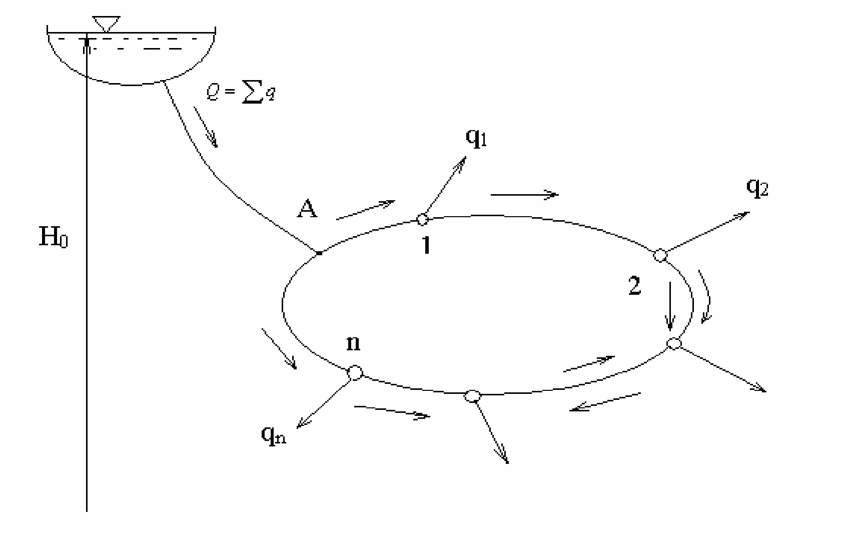
Ва $\Delta z_1 = \Delta z_2$ бўлса,

$$Q_2 = \frac{Q_1 \cdot K_2 \sqrt{l_1}}{K_1 \sqrt{l_2}} \qquad (8.2.10)$$

ҳосил бўлади. Бу ифодани ҳисобга олиб (8.2.7) тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$\Delta z_1 = \frac{\left[Q_1 + f(Q_1)\right]^2}{K^2} L + \frac{Q_1^2}{K_1^2} \cdot l_1 \qquad (8.2.11)$$

Бу тенгликдан биринчи қувурдаги Q_1 - сарфни топамиз (8.2.10) ифодадан эса иккинчи қувурдаги сарф Q_2 - ни топиш мумкин. Айланма сув ўтказгич магистрал қувурнинг сарфи A нуқтада биринчи ва иккинчи қувурлар сарфи Q_1 ва Q_2 сарфларга бўлиниб кетади. Ҳар бир тугун нуқталарда $q_1, q_2, \ldots, q_n$ сарфларга эга бўлиб, шу тугун нуқталардан биттасига сув ҳар иккала йўналишдан келади. 8.8 расмда 2 - тугун нуқта юқоридаги ҳар иккала йўналиш бўйича суюқлик келадиган нуқтадир. Бу нуқта қуйилиш нуқтаси дейилади ва бу нуқтада гидростатик босим (напор) минимал ҳисобланади. Йўқотилган напор эса айлана бўйлаб жойлашган ҳар бир нуқтада A нуқтадаги қийматга эга бўлади.
Қийматлар ҳар иккала йўналишда ҳам бир хил бўлади.



8.8 расм.

Айланма қувурларда қайси бир нуқта кириш нуқтаси бўлиши олдиндан ноъмалум бўлади.

Айланма сув ўтказгич магистралнинг оқим сарфи Q ,тугун нуқталардаги сув сарфлари $q_1, q_2, ..., q_n$ лар йиғиндисидан иборат бўлиб,

$$Q = q_1 + q_2 +,...,+ q_n$$

сув ўтказгич системасига кирувчи элементларнинг диаметрлари $d_1, d_2, ..., d_n$ ва узунликлари мос равишда $l_1, l_2, ..., l_n$ магистрал қувур узунлиги L диаметри D олдиндан берилган бўлади. Асосий масалалардан айлана участкаларидаги ёки тугун нуқталардаги умумий йўқолган напорни, яъни магистрал қувурдан то чиқиш нуқтасигача бўлган умумий напорни топиш ҳисобланади. Шу масалани содда ҳол учун қараб чиқамиз. Айланма ҳалқада 2 та тугун нуқтаси бўлиб, бу тугун нуқтадаги сарфлар Q_1 ва Q_2 бўлсин, у ҳолда чиқиш нуқтаси бўлиб 1 ёки 2 нуқтани кўрсатиши мумкин. Фараз қилайлик чиқиш нуқтаси 2 чи тугун нуқта бўлсин, у ҳолда йўқолган напор қуйидагича бўлади.

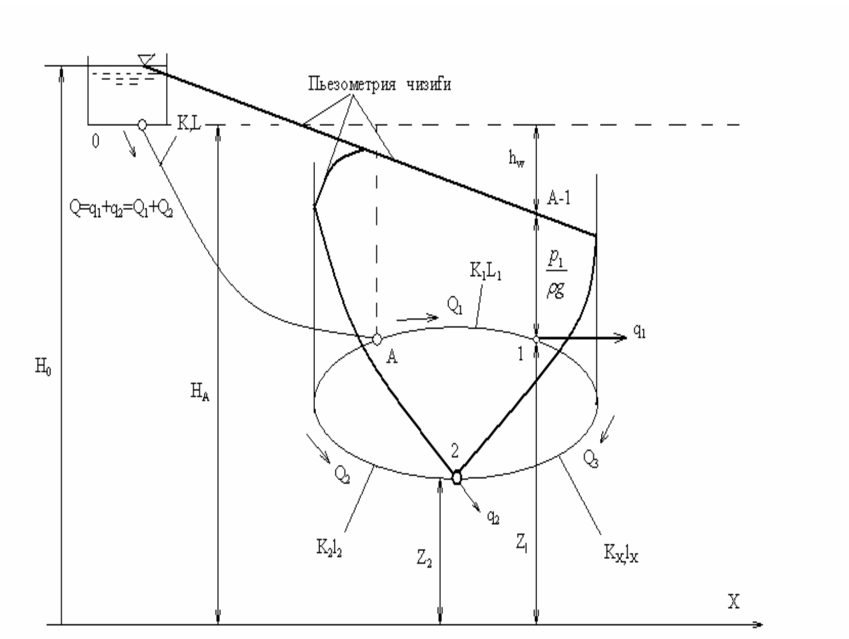
$$h_{A-1-2} = h_{A-2} \qquad (8.2.12)$$

l_3 – участкада сув сарфи Q_3 бўлиб 1- тугун нуқтадан, 2 - тугун нуқтага қараб йўналган бўлгани учун (8.2.12) тенгликни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{(q_1 + Q_3)^2}{K_1^2} l_1 + \frac{Q_3^2}{K_3^2} l_2 = \frac{(q_2 - Q_3)^2}{K_2^2} l_2 \qquad (8.2.13)$$

Агар 2 - нуқта чиқиш нуқтаси бўлса, у ҳолда:

$$\frac{(q_1 + Q_3)^2 l_1}{k_1^2} < \frac{(q_2 - Q_3)^2 l_2}{k_2^2}$$



8.9 расм

юқоридаги тенгламани янада кучайтирамиз: яъни Q_3 - сарфини кам деб тенгсизликнинг ҳар икки томонидан чиқариб юборсак қуйидаги тенгсизликка келамиз:

$$\frac{q_1^2 l_1}{K_1^2} < \frac{q_2^2 l_2}{K_2^2}$$

Бу тенгсизлик 2 -тугун нуқтанинг чиқиш нуқтаси бўлишини исботлайди. Агар тенгсизлик тескарисига ўзгарса, яъни:

$$\frac{q_1^2 l_1}{K_1^2} > \frac{q_2^2 l_2}{K_2^2}$$

У ҳолда, 1-тугун чиқиш нуқтаси ҳисобланади. Чиқиш нуқтасини аниқлангандан кейин, яъни 2 - тугун нуқтасидаги сарфни бермаса, Q_3 сарфни (8.2.13) тенгликдан аниқлаб A тугун нуқтасининг Q_1 ва Q_2 сарфларини қуйидагича топамиз:

$$Q_1 = q_1 + Q_3$$

ва

$$Q_2 = q_2 - Q_3$$

Шундай қилиб йўқолган напор учун қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\sum h_\omega = \frac{Q_1^2 l_1}{K_1^2} + \frac{Q_3^2 l_3}{K_3^2} + \frac{(Q_1 + Q_2)^2 L}{K_2}$$

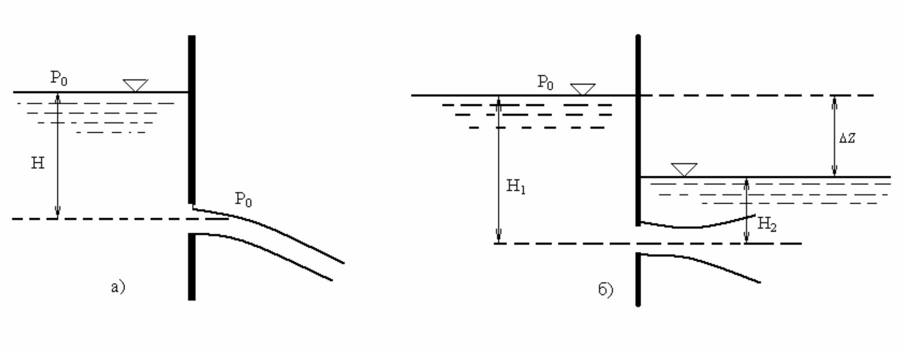
IX БОБ

СУЮҚЛИКЛАРНИНГ ТЕШИК ВА НАЙЧАЛАРИДАН ОҚИБ ЧИҚИШИ

Суюқликларнинг тирқишдан оқиб чиқишини текшириш муҳандислик амалиётида катта аҳамиятга эга. Гидротехник иншоотлар ҳисобида, шлюзларнинг тўлиши масалаларида, кемалар ҳаракатида тирқишдан оқиш масалаларидан кўп фойдаланилади. Суюқлик оқимининг тешик ва найчалардан оқишини текшириш масаласи кўҳна даврлардан бошланган. Г.Галилейнинг шогирдлари Торичелли ва Кастеллилар бу масалалар билан шуғулланишган ва тирқишдан оқаётган суюқликнинг ўртача тезлигини аниқлаш учун

$$\upsilon = \sqrt{2gH}$$

формулани таклиф этишган бўлиб, бу формула Торичелли формуласи дейилади.



Расм 9.1

Оқиб чиқиш шартлари турли хил, яъни ўзгармас ва ўзгарувчан босим остида атмосферага оқиб чиқиш ҳолларини, (расм 9.1а) ёки суюқлик тўлдирилган соҳага ёки суюқликдан суюқликка оқиб чиқиш ҳолларини кузатиш мумкин. (Расм 9.1б.) Катта ва кичик тешиклардан, юпқа деворли тешикдан, 9.2а расм, қалин деворли тешиклардан оқиб чиқиш холларини текшириш лозим.

Оқиб чиқиш шарти оқиб чиқиш тезлиги ва оқим сарфига катта таъсир кўрсатади.

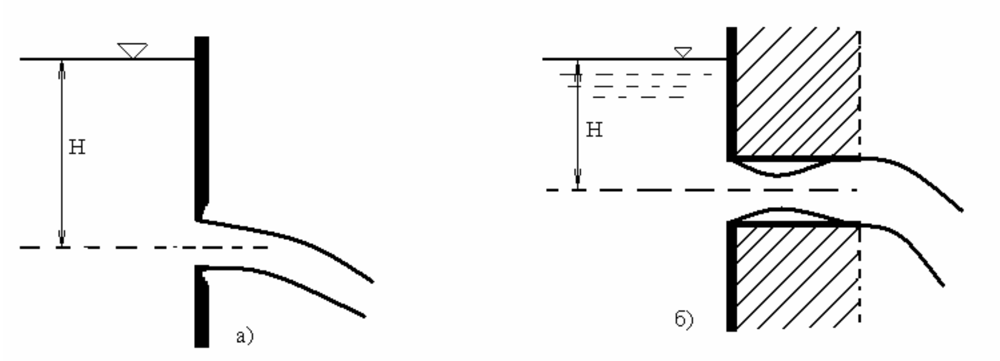
9.1 Юпқа девордаги кичик тешикдан ўзгармас босим остида атмосферага оқиш

Юпқа ва қалин девор тушунчаси: Агар девор суюқлик оқимчасининг шаклига таъсир қилмаса, яъни учли қиррага эга бўлиб бу қирра суюқликнинг оқиш шаклини ўзгартирмаса, юпқа тешикча дейилади (расм 9.2а), акс ҳолда, яъни оқимчанинг шаклига таъсир қилса бу девор қалин девор дейилади. Қалин деворда суюқлик қувурдагидек ҳаракатланади.

Катта ва кичик тешик тушунчаси. Агар суюқликнинг тешикдан оқиб чиқаётган оқимидаги сиқилган кўндаланг кесим юзаси нуқталарнинг тезликлари $u_1 = u_2 = ... = u_n = \upsilon$ ўзаро тенг бўлса, $u_1 = u_2$ ва Кориолис коэффициенти $\alpha = 1{,}0$, суюқлик оқаётган тешик кичик тешик дейилади. Акс ҳолда тешик катта тешик дейилади.

Кичик тешикдан ўзгармас босим таъсирида атмосферага оқиб чиқиш масаласи.

Тешикнинг айланма шакли диаметри $d \leq 0{,}1H$ шартни бажаришса бу тешик шартли равишда кичик тешик дейилади. Катта сиғимга эга бўлган резервуарнинг кичик ўткир қиррали айланма тешигидан ўзгармас босим остида оқиб чиқаётган суюқлик оқимини кузатамиз. (9.3. расм) Оқимнинг тешикдан оқиб ўтишида кўндаланг кесимнинг шакли ўзгаради ва кўндаланг кесим юзаси кичиклашади. Суюқлик тешикнинг ҳар томонидан оқиб ўтиши



Расм 9.2

натижасида кўндаланг кесим юзасининг кичиклашиши кузатилади. Бу ҳодисага оқимнинг сиқилиши, $n-n$ кўндаланг кесим юзасига эса, кесимнинг сиқилган юзаси дейилади ва ω_c – билан белгиланади. Сиқилган юза айланма тешикдан $0{,}5d$ узоьликдаги масофада жойлашади. Қуйидаги юзалар нисбатига:

$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega}$$

сиқилиш коэффициенти дейилади. Тажрибалардан маълумки, сиқилган оқим кесимининг диаметри:

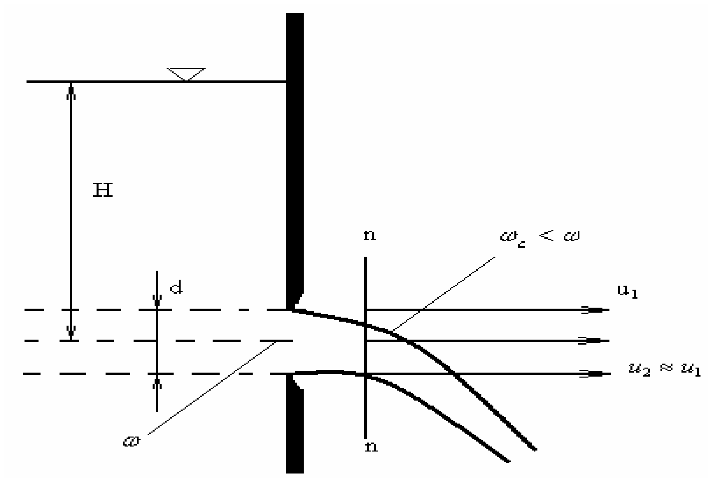
$$d_c = 0,8d$$

га тенг, шунинг учун сиқилиш коэффициенти қуйидаги ифода орқали ёзилади:

$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega} \approx \left(\frac{d_c}{d}\right)^2 = \left(\frac{0,8d}{d}\right)^2 = 0,64$$

Оқимнинг сиқилишдан ташқари, оқим инверсияси кузатилади. Инверсия деб, оқим

кўндаланг кесим юзасининг оқим узунлиги бўйлаб ўзгаришига айтилади. Масалан оқим кўндаланг кесим юзаси квадрат шаклида бўлса, оқим узунлиги бўйича бу шакл крест шаклини ёки бошқа шаклларни қабул қилиши мумкин. 9.4. расм.



Расм 9.3

Бу ҳодиса сирт таранглик кучи таъсирида оқимдаги заррачаларнинг резервуардан чиқиш тезлиги ҳар хил ва параллел бўлмаганлигидан келиб чиқади. Резервуардан суюқлик оқимининг оқиб чиқиш тезлиги сиқилган кесимдаги тезлик каби аниқланади, икки кесим (расм 9.3) $1-1$ ва $n-n$, яъни резервуар озод сирти текислиги ва сиқилиш текислиги кесими учун Бернулли тенгламасини ёзамиз:

$$Z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha \upsilon_0^2}{2g} = Z + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha \upsilon_0^2}{2g} + h_\omega \qquad (9.1.1)$$

Сиқилган кесимдаги босим атмосфера босимига тенг – p_0, чунки оқим

атмосферада эркин ҳаракатланади. Кориолис коэффициенти $\alpha = 1,0$ чунки сиқилган кесимнинг ҳар бир нуқтасида тезликлар параллел ва ўзаро тенгдир.

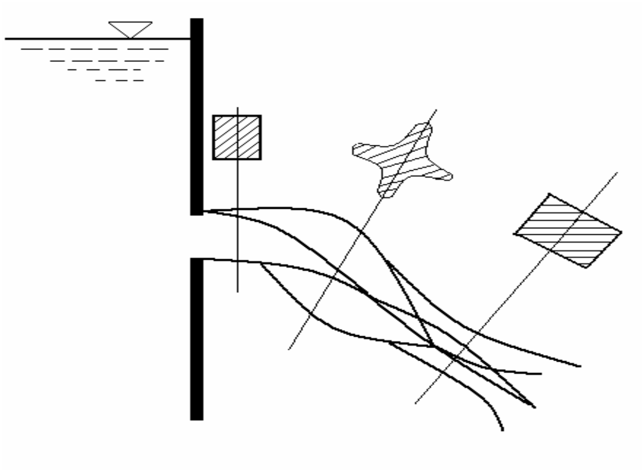
Йўқотилган дамни (напорни) $h_\omega = \zeta \dfrac{\vartheta^2}{2g}$ формула орқали ёзсак ва $\dfrac{\alpha \vartheta_0^{\ 2}}{2g}$ кичик

миқдор деб ташлаб юборсак (9.1.1) тенгламадан қуйидагини ифодани ҳосил қиламиз:

$$z_0 = z + \frac{\vartheta^2}{2g} + \zeta \frac{\vartheta^2}{2g}$$

ёки

$$z_0 - z = H = (1+\zeta)\frac{\vartheta^2}{2g}$$



Расм 9.4

H – тешикчанинг оғирлик маркази устидаги напор деб қабул қилинса, оқиб чиқиш тезлиги учун қуйидаги формулага келамиз:

$$\vartheta = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}}\sqrt{2gH} \qquad (9.1.2)$$

Бу ерда

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}} \qquad (9.1.3)$$

деб белгилаб олсак, тезлик учун қуйидаги ифодани топамиз:

$$\vartheta = \varphi\sqrt{2gH} \qquad (9.1.4)$$

φ –га тезлик коэффициенти дейилади, кичик айланма тешиклар учун *Re* – Рейнольдс сонининг катта қийматларида $\varphi = 0.95$ бўлиши тажрибадан маълум.

φ –тезлик коэффициенти берилган бўлса, қаршилик коэффициентини топиш мумкин, яъни:

$$\zeta = \frac{1}{\varphi^2} - 1$$

Юқорида келтирилган айланма тешиклар учун $\varphi = 0.97$, $\varsigma = 0.06$ бўлади. φ ва ς - коэффициентлар босим (напор) H-га боғлиқ, демак оқиб чиқиш тезлигига, суюқликнинг ёпишқоқлигига, тешикчанинг ўлчами ва шаклига, Re – Рейнольдс сонига боғлиқ, яъни $\varphi = f(\mathrm{Re})$.

Оқимчанинг сарфи. Оқим сарфи $Q = \omega\vartheta$ формула орқали топилади. Берилган ҳол учун сиқилган кесимдаги сарф:

$$Q = \omega_c \upsilon_c$$

Сиқилган кесим юзаси эса юқоридаги формулага асосан:

$$\omega_c = \varepsilon\omega.$$

ω – тешикнинг юзаси бўлиб, ўртача тезлик $\upsilon_{op} = \varphi\sqrt{2gH}$ га тенг. У ҳолда сарф учун:

$$Q = \omega_c \cdot \upsilon_c = \varepsilon\omega\varphi\sqrt{2gH} = \varepsilon\varphi\omega\sqrt{2gH}$$

$\varepsilon\varphi = \mu$ деб белгиласак, қуйидагича ёзамиз:

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH} \qquad (9.1.5)$$

μ – сарф коэффициенти дейилади ва $\varepsilon = 0{,}64$ да, $\varphi = 0.97$ га тенг бўлади.

$$\mu = \varepsilon\varphi = 0.64 \times 0.97 = 0.62 \qquad (9.1.6)$$

$\varepsilon, \varphi, \mu$ ларнинг қийматлари маълумотномаларда келтирилади.

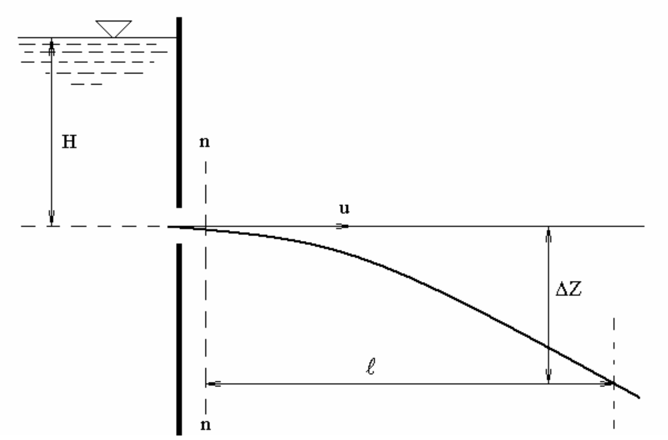
Оқиб чиқаётган суюқликнинг тушиш узоқлиги. Оқимнинг катта u - тезликда Δz – баландликдан оқиб тушишида оқимни ўраб олган ҳавонинг қаршилигини ҳисобга олмаган ҳолда унинг шаклини параболик шаклда ва оқимнинг тешикдан чиқишидаги тезлигини горизонтал йўналган деб фараз қилсак, қуйидаги ифодани оламиз:

$$l = \vartheta \cdot \Delta t = \varphi \sqrt{2gH \cdot \sqrt{\frac{2\Delta Z}{g}}}$$

ёки

$$\ell = 2\varphi\sqrt{H \cdot \Delta Z} \qquad (9.1.7)$$

бу ифодадан тезлик коэффициентини экспериментал йўл билан топишда фойдаланилади.



Расм 9.5

$$\varphi = \frac{\ell}{2\sqrt{H \cdot \Delta Z}} \qquad (9.1.8)$$

Оқим заррачаларининг учиш узунлигини– l, босимни– H ,оқимнинг пастлашишини эса, Δz деб белгиланади.

9.2 Оқимнинг катта тешикдан атмосферага оқиб чиқиши

Суюқликнинг катта тешикдан атмосферага оқиб чиқишида асосий масала сарфни топиш масаласи ҳисобланади. Бу масалани кичик тешиклар учун ечилгандек ечиш мураккабдир, чунки сиқилган кесимдаги тезликлар ўзаро тенг эмас. Тезликнинг тарқалиш қонунияти эса мураккаб қонунлар асосида содир бўлади.(9.6 расм) Масалани соддароқ кўринишда қуйидагича ечиш мақсадга мувофиқдир.

Берилган тешикдан оқиб ўтаётган суюқлик сарфи қандай шакл ва ўлчамлигидан қатъий назар, қуйидагича топилади:

$$Q = \omega_c \upsilon_c$$

ω_c – сиқилган кесим юзаси, υ_c – шу юзадан ўтувчи суюқликнинг ўртача тезлиги бўлиб, қуйидагича топилади:

$$\omega_c = \varepsilon\omega, \upsilon_{yp} = \varphi\sqrt{2gH}$$

H – тешик юзасининг оғирлиги марказидаги напор. У ҳолда:

$$Q = \varepsilon\varphi\omega\sqrt{2gH}$$

ёки $\varepsilon\varphi = m$ деб олсак, ҳар қандай тешикдан оқувчи суюқлик сарфини қуйидаги формула орқали топиш мумкин:

$$Q = m\omega\sqrt{2gH} \qquad (9.2.1)$$

m – сарф коэффициенти бўлиб, тешикка кириш шартига боғлиқ равишда $0{,}6 \le m \le 0{,}95$ оралиғида ўзгаради.

Сарфни қуйидаги интеграл ифода орқали ҳам топиш мумкин:

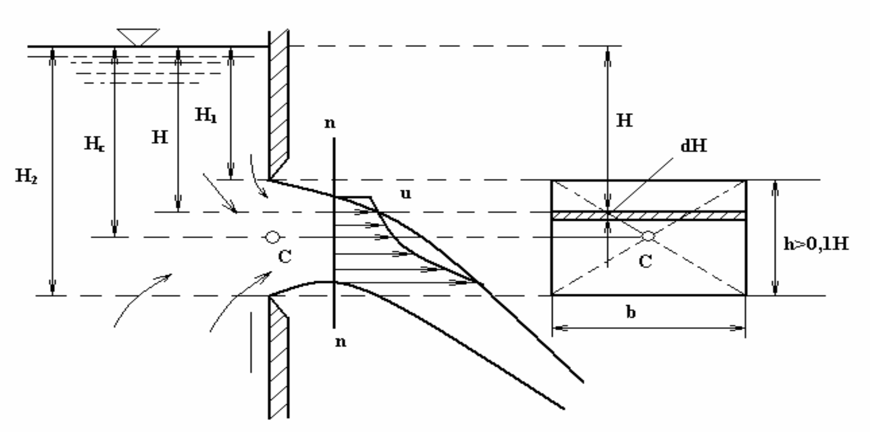
$$Q = \int_{\omega} \upsilon d\omega$$

Агар тешик тўғри бурчакли бўлиб, вертикал деворда жойлашган бўлса, элементар

юзачанинг $d\omega = bdH$ суюқлик сарфини қуйидаги кичик тешиклар формуласи орқали топиш мумкин:

$$dQ = \mu d\omega\sqrt{2gH} = \mu b\sqrt{2gH} \cdot dH$$

Бу ифодани тешикнинг пастки ва юқориги ўлчамлари орасида интегралласак,



Расм 9.6

тешикдан оқиб ўтадиган суюқлик сарфини топамиз, яъни:

$$Q = \int_{H_1}^{H_2} \mu b\sqrt{2gH \cdot dH} = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left(H_2^{3/2} - H_1^{3/2}\right)$$

ёки

$$Q = m^1 b\sqrt{2g}\left(H_2^{3/2} - H_1^{3/2}\right) \qquad (9.2.2)$$

Бу ечимни практикада қўллаш вақтида $\mu = 0{,}62$ деб олинади бу эса кичик доиравий тешиклар учун яроқли бўлиб, $m' = 0{,}41$ га тенг бўлади, умуман бу интегрални интеграллашда $m = const$ деб фараз қилинди, лекин m сарф коэффициенти бўлиб, ўзгарувчи сон ҳисобланади.

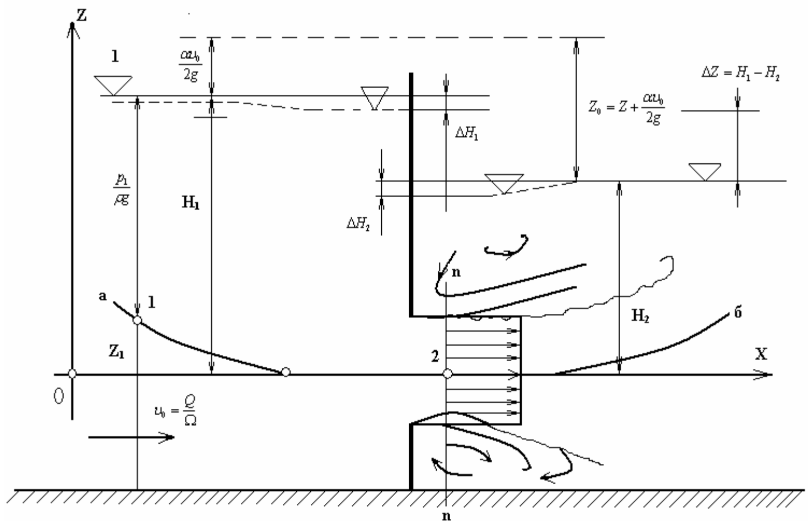
Катта тешикдан сирт остига оқиб чиқиши. Тажрибаларнинг кўрсатишича, кичик тешикнинг суюқлик билан бостирилиши натижасида тешик олдидаги ва тешикдан кейинги суюқликнинг озод сирти (сатҳи) пасайиши натижасида суюқликка ҳаво киради ва оқимнинг узлуксизлиги бузилиб, барқарорлиги йўқолади. 9.7. расм.

Бу масалада тешикнинг суюқликка маълум миқдорда кўпроқ ботганлигини кўрамиз, бунинг натижасида барқарор ҳаракат қарор топади деб фараз қилиб, тешикнинг олд ва орқа қисмида озод сиртнинг пасайишини эътибордан четда қолдирамиз ва сиқилган кесимдаги тезликни аниқлаймиз. Бунинг учун $l - l$ ва $n - n$ кесимларни қараб шу кесимларларидаги 9.7. расм $1{,}2$ нуқталар учун Бернулли тенгламасини ёзамиз:

$$H_1 + \frac{\alpha\vartheta_0^{\;2}}{2g} = H_2 + \frac{\alpha\vartheta^2}{2g} + \zeta\frac{\vartheta^2}{2g}$$

ϑ_0 – тешикка яқинлашувчи суюқликнинг ўртача тезлиги бўлиб, $\vartheta_0 = \dfrac{Q}{\Omega}$ тенглик орқали аниқланади, ϑ –сиқилган юзадаги қаралаётган заррачаларнинг ўртача тезлиги, Ω $1-1$кесим юзаси. α -Кориолис коэффициенти. Юқоридаги тенгламада $H_1 - H_2 = \Delta Z$ ва $\alpha = 1.0$ деб белгилаб, суюқликнинг оқиб чиқиш тезлигини аниқлаймиз:

$$\vartheta = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}}\sqrt{2g\left(\Delta Z - \frac{\alpha\vartheta_0^{\;2}}{2g}\right)}$$



9.7. расм

Агар $\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{1+\zeta}}$ деб олсак:

$$\vartheta = \varphi \sqrt{2\left(\Delta Z - \frac{\alpha \vartheta_0^{\,2}}{2n}\right)} \qquad (9.2.3)$$

Ҳосил бўлган ифода суюқликнинг атмосферага оқиб чиқиш тезлик формуласидир. Бостирилган тешикдан оқиб чиқувчи сарф эса қуйидаги формула орқали топилади:

$$Q = m\omega \sqrt{2g\left(\Delta Z + \frac{\alpha \vartheta_0^{\,2}}{2g}\right)}$$

Суюқликнинг насадкадан оқиб чиқиши. Насадка деб шундай қисқа қувурга айтиладики, бу қувур тешикка уланган бўлиб, идишдаги суюқлик шу труба орқали оқиб чиқади.

Насадкалар ички ва ташқиларга бўлиниб, ҳар хил формали насадкаларга ажратилади (9.8 расм).

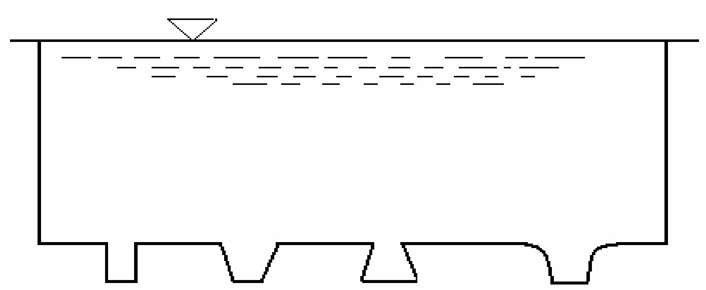
Суюқликлар оқими турли насадкаларда маълум ўхшашликларга эга. Шу ўхшашликларни Вентури насадкаси иш принципи орқали кўриб ўтамиз.

Ўткир кирувчи учга эга бўлганлиги сабабли оқимнинг сиқилиши руй беради ва сиқилиш кесими юзаси $\omega_c = \varepsilon\omega$ формула орқали аниқланиши ўтган параграфлардан маълум.

Сиқилиш коэффициентининг сон қиймати суюқликнинг тешикка кириш шартига боғлиқ бўлади, хусусий ҳолда айланма ўткир учли тешикнинг сиқилиш коэффициенти $\varepsilon = 0.64$.

Насослараро оқим кенгаяди ва кўндаланг кесим юзасини бутунлай тўлдиради. Оқим насадкадан чиқишда унинг кўндаланг кесим юзасини бутунлай тўлдиради ва $\varepsilon = 1{,}0$.

Насадкага киришдан то танланган ички кесимгача бўлган оралиқдан ички ён сиртигача бўлган масофада оқим мураккаб циркуляцион ҳаракат қилади, бу ҳаракат юқорида кўрилган қувурнинг кескин кенгайишидаги суюқлик ҳаракати жараёнига тўғри келади.



Расм 9.8.

Бу оралиқда гидродинамик босим атмосфера босимидан кичик бўлиши туфайли, насадкадан чиқишдаги тезлик атмосфера босимидаги тезликка қараганда катта бўлади.

Сиқилган кесимдан чиқишдаги ўртача тезликни топамиз: Оқим атмосфера босими остида бўлиши туфайли Бернулли тенгламасини *1-1* ва *2-2* кесимлар учун ёзамиз:

$$H + \frac{\alpha \vartheta_0^{\ 2}}{2g} = \frac{\alpha \vartheta_0^{\ 2}}{2g} + \lambda \frac{\Delta \ell}{d} \cdot \frac{\vartheta^2}{2g} + \sum \zeta \frac{\vartheta^2}{2g} \qquad (9.2.4)$$

Бу тенгламаларда $\frac{\alpha \vartheta_0^{\ 2}}{2g}$ ҳадни ва $\lambda \frac{\Delta \ell}{d} \frac{\vartheta^2}{2g}$ напор йўқолиши ҳадларини эътиборга олмаслик мумкин, чунки улар кичик қийматга эга бўлади. У ҳолда йўқолган напор насадкага киришдаги сиқилишгача бўлган $n - n$ кесимдаги йўқолган напордан иборат бўлади , яъни:

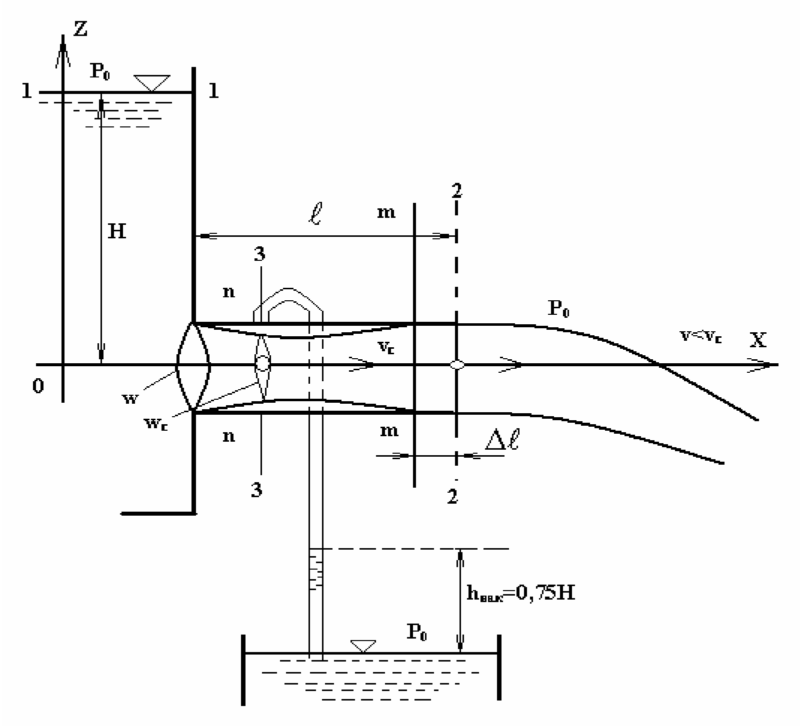
$$h_{кар} = \varsigma \frac{\vartheta c^2}{2g}$$

Ва Борд теоремасига асосан оқим кенгайиши учун йўқолган напордан, яъни:

$$h_{кенг} = \frac{(\vartheta_c - \vartheta)^2}{2g}$$

топилади. Бу напорларни ҳисобга олиб Бернулли тенгламасини қуйидагича ёзамиз:

$$H=\frac{\alpha\vartheta^2}{2g}+\zeta_{кар}\frac{\vartheta_c^{\ 2}}{2g}+\frac{(\vartheta_c-\vartheta)^2}{2g}$$



Расм 9.9.

$Q=\upsilon_c\omega_c=\omega\upsilon$ тенгликдан фойдаланиб υ_c – ни тушириб қолдирсак ва $\alpha=1.0$ десак қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$H=\frac{\vartheta^2}{2g}+\zeta\frac{\vartheta^2}{2g\varepsilon^2}+\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)^2\frac{\vartheta^2}{2g} \qquad (9.2.5)$$

Бу ифода орқали насадкадан чиқишдаги тезликни қуйидаги формула орқали топилади:

$$\vartheta=\sqrt{\frac{2gH}{1+\frac{\zeta}{\varepsilon^2}+\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)^2}}=\varphi\sqrt{2gH} \qquad (9.2.6)$$

тезлик коэффициенти φ ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\zeta}{\varepsilon^2}+\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta_{нас}}}$$

$\varsigma = 0{,}06$ да ва $\varepsilon = 0{,}64$ да $\varphi = 0.82$ бўлади. Насадка учун умумий қаршилик коэффициенти:

$$\zeta_{нас} = \frac{1}{\varphi^2} - 1 = \frac{1}{0{,}82^2} - 1 \approx 0{,}5 \qquad (9.2.7)$$

Оқим сарфини ҳисобласак

$$Q = \omega \cdot \vartheta = \omega \cdot \varphi \sqrt{2gH} \qquad (9.2.8)$$

ω – насадканинг кесим юзаси бўлиб, чиқишдаги кесим юзасида $\varepsilon = 1{,}0$, сарф коэффициенти:

$$\mu = \varepsilon\varphi = 1{,}0 * 0{,}82 = 0{,}82$$

тенг бўлади. Сиқилиш кесимидаги вакуумни ҳисоблаймиз. Маълумки,

$$h_{ван} = \frac{p_0 - p}{\rho g}$$

$p_{атм}$ ва p_0 – мос равишда қаралаётган нуқтадаги атмосфера ва абсолют босимлардир. $1-1$ ва сиқилган $n-n$ кесимлар учун Бернулли тенгламасини ёзамиз:

$$\frac{\rho_0}{\rho g} + H = \frac{\rho_c}{\rho g} + \frac{\vartheta_c^{\ 2}}{2g} + \zeta\frac{\vartheta^2{}_c}{2g} \qquad (9.2.9)$$

Бу ерда

$$h_{ван} = \frac{\rho_0 - \rho_c}{\rho g} = (1+\zeta)\frac{\vartheta^2{}_c}{2g} - H$$

Лекин $\vartheta_c = \dfrac{\vartheta}{\varepsilon}$. Бу ифодалардан фойдаланиб ушбу формулани оламиз:

$$h_{ван} = \left[\frac{\varphi^2}{\varepsilon^2}(1+\zeta) - 1\right] \cdot H \qquad (9.2.10)$$

Агар $\xi = 0{,}06$, $\varphi = 0{,}82$ ва $\varepsilon = 0{,}64$ деб олсак:

$$h_{вак} = 0.75H$$

Бу формуладан H – напорнинг чегаравий қийматини топамиз.

$h_{вак}$ – максимум қиймати $\dfrac{p_0}{\rho g}$ бўлганда напорнинг чегаравий қиймати қуйидагича аниқланади:

$$H_{чегаравий} = 1{,}3\frac{p_0}{\rho g}$$

Напорнинг чегаравий қийматидан катта қийматларида оқимнинг узлуксизлиги ва беқарорлиги бузилади.

Қуйида юпқа девордаги доиравий тешик ва Вентури насадкаси учун: φ, μ, ξ ва ε коэффициентларини таққослаш жадвали келтирилган:

	φ	μ	ξ	ε
Д Доиравий тешик	0,97	0,62	0,06	0,64
Вентури насадкаси	0,82	0,82	0,5	1,00

Бу жадвалдан сарф коэффициенти – μ ва сарф Q насадка орқали оқишда насадкасиз оқишдан кўра кўпроқ бўлишини кузатамиз. Бундан қарама-қарши фикр келиб чиқади, яъни қаршилик ортса насадкадаги сарф ортар экан. Бу қарама-қаршиликни қуйидагича тушуниш шарт: вакуум ҳосил бўлиши ҳисобига насадканинг сиқилган кесимидан чиқувчи оқим тезлиги, атмосферага чиқувчи тезликдан катта экан. Кўрсатилган коэффициентларнинг сонли қийматлари адабиётларда (маълумотномаларда) келтирилган.

9.3 Мураккаб қувурлардан ўзгарувчи босимли оқиб чиқиш

Ўзгарувчи напорли оқиб чиқиш. Q– сиғимга эга бўлган резервуарга кичик - q сарф билан суюқ қуйилса маълум вақтдан кейин, яъни $Q \succ q$ резервуар тўлади, ва $Q \prec q$ –суюқ чиқарилса, маълум вақтдан кейин резервуар бўшаб қолади. H – босим(напор) тешик устидан ҳисобланади. H - напорнинг ортиши билан сарф q ортади ва лимитда - Q сарфга интилади. Ўз навбатида, H - напор ўз лимити- $H_{лим}$ эришади. Унда :

$$q = Q = \mu\omega\sqrt{2gH_{лим}} \qquad (9.3.1)$$

Бу ифодадан $H_{лим}$ –чегаравий босимни топсак қуйидаги ифодага келамиз:

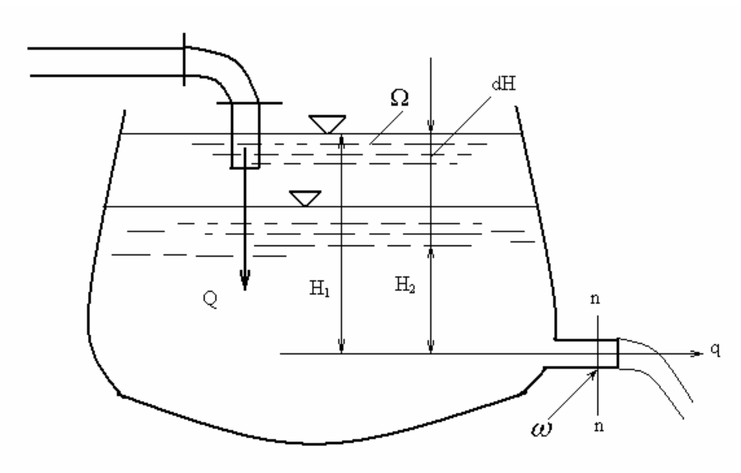
$$H_{лим} = \frac{Q^2}{(\mu\omega)^2 \cdot 2g} \cdot \qquad (9.3.2)$$

Суюқликнинг ўзгарувчан босим билан оқиб чиқишида босимнинг вақт орқали боғланиш қонуниятини топиш асосий масала ҳисобланади ва у қуйидаги кўринишда берилади.

$$H = f(t) \qquad \text{ёки} \quad q = F(t)$$

Резервуардан оқиб чиқиш турли бўлиши билан бирга ташқаридан қуйилаётган сарф – Q ўзгармас ёки ўзгарувчан, резервуарнинг шакли эса, содда призматик ёки мураккаб геометрияга эга бўлиши мумкин.

Оқиб чиқиш ҳам турли: ўзгармас ёки ўзгарувчи босим остида атмосферага, сатҳ остига оқиб чиқиш ва ниҳоят суюқлик оқиб чиқувчи тешикнинг юзаси ўзгармас ёки вақтга нисбатан ўзгарувчан, тешикнинг очилиш ёки тўлиш вақти ҳам турли бўлиши мумкин.



Расм 9.10

Суюқликнинг атмосферага ёки ўзгармас сатҳ остидан оқиб чиқишини суюқлик босими ўзгаришига, оқиб чиқиш вақтига боғловчи дифференциал тенгламани тузамиз, бунинг учун dt – вақт оралиғида резервуарга

$$d\omega_1 = Qdt$$

ҳажмли суюқлик киради деб фараз қиламиз. Шу вақт оралиғида ундан:

$$D\omega_2 = qdt = \mu\omega\sqrt{2gH}$$

ҳажмли суюқлик оқиб чиқиб кетиши натижасида, резервуардаги суюқлик ҳажмининг ўзгариши эса қуйидагича ҳисобланади:

$$dw = dw_1 - dw_2 = \left(Q - \mu\omega\sqrt{2gH}\right)dt \qquad (9.3.3)$$

Маълумки:

$$d\omega = \Omega dH$$

Ω – резервуардаги суюқлик озод сиртининг юзаси, dH –босим ортиши. У ҳолда (9.3.3) тенгламани қуйидагича ёзиб оламиз.

$$(Q - \mu w\sqrt{2gH})dt = \Omega dH$$

Бу тенглама вақт бирлигидаги босим ўзгаришининг дифференциал тенгламаси дейилади ва dt - ўзгаришига нисбатан ёзамиз:

$$dt = \frac{\Omega dH}{Q - \mu\omega\sqrt{2gH}} \qquad (9.3.4)$$

Баъзи бир характерли хусусий ҳолларни қараб чиқамиз. Бу масалаларни ечишда резервуар ҳажми катта ва озод сиртининг ўзгариши жуда кескин бўладики, оқимнинг беқарорлигини ҳисобга олмаслик мумкин у ҳолда оқиб чиқувчи оқим сарфини қуйидаги формула орқали ёзамиз:

$$q = \mu\omega\sqrt{2gH}$$

1. Атмосферага оқиб чиқиш ёки ўзгармас сатҳ остига оқиш.

$Q = const, \Omega = const, \omega = const$,

$Q = \mu\omega\sqrt{2gH_{лим}}$,

$\mu = \mu_{ур} = const$

шартларга асосан (9.3.4) формулани қуйидагича ёзамиз:

$$dt = \frac{\Omega dH}{\mu\omega\sqrt{2gH_{лим}} - \mu\omega\sqrt{2gH}}$$

$$dt = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}\left(\sqrt{H_{лим}} - \sqrt{H}\right)} \qquad (9.3.5)$$

Қуйидаги янги ўзгарувчини киритамиз:

$$z = \sqrt{H_{лим}} - \sqrt{H}$$

У ҳолда

$$dz = -\frac{dH}{2\sqrt{H}}$$

ва

$$dH = -2\sqrt{H dz} - \sqrt{H} = z - \sqrt{H_{лим}}$$

бундан

$$dH = 2(Z - \sqrt{H_{лим}})dZ$$

(9.3.5) формулага қўйилгандан кейин, қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$dt = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\frac{dH}{\sqrt{H_{лим}} - \sqrt{H}} = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\frac{2(z - \sqrt{H_{лим}})dz}{z} =$$

$$= \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}(dz - \sqrt{H_{лим}}\frac{dz}{z}) \quad .$$

Бу тенгликни t_1 дан t_2 вақт оралиғида ва z_1, дан z_2 гача интеграллаб қуйидаги ифодага келамиз:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\left(Z_1 - Z_2 - \sqrt{H_{лим}}\ln\frac{Z_2}{Z_1}\right)$$

Юқоридаги белгилашга асосан:

$$Z = \sqrt{H_{лим}} - \sqrt{H}$$

Шунинг учун:

$$\Delta t = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\left(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2} + \sqrt{Hl_{лим}}\ln\frac{\sqrt{H_{лим}} - \sqrt{H_1}}{\sqrt{H_{лим}} - \sqrt{H_2}}\right) \quad (9.3.6)$$

Бу ифодадан кўринадики, $\Delta t \to \infty$ H напор ўзининг H_1-бошланғич қийматидан H_2 қиймати орасида чегаравий қиймати $H_{лим}$ –эришади. Агар чегаравий қийматга H_2 да эришса $H_{лим} = H_2$ қабул қилинади ва ифоданинг қиймати қуйидагича бўлади:

$$\ln\frac{\sqrt{H_{лим}} - \sqrt{H_1}}{\sqrt{H_{лим}} - \sqrt{H_2}} = \ln\frac{\sqrt{H_{лим}} - \sqrt{H_1}}{\sqrt{H_{лим}} - \sqrt{H_{лим}}} = \infty$$

2. Резервуарнинг бўшаши. Резервуардаги суюқлик сарфи $Q = 0$ бўлса, қолган шартлар ўзгаришсиз қолади. У ҳолда (9.3.6) формуладаги ташқарида берилувчи сарф $Q = 0$ бўлишидан $H_{лим} = 0$ бўлади ва резервуар бўшаши учун кетган вақт қуйидагича топилади:

$$\Delta t = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\left(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}\right) \qquad (9.3.7)$$

Тўла бўшаш вақти, яъни $H_2 = 0$ бўлиш вақти эса:

$$\Delta t = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\sqrt{H_1} \qquad (9.3.8)$$

Бу формулани қуйидагича алмаштирамиз:

$$\Delta t = \frac{2\Omega\sqrt{H_1}\cdot\sqrt{H_1}}{\mu\omega\sqrt{2g}\cdot\sqrt{H_1}} = \frac{2\Omega H_1}{\mu\omega\sqrt{2gH_1}} \qquad (9.3.9)$$

Маълумки, $\Omega H_1 = W_0$ – суюқликнинг резервуардаги бошланғич ҳажми, $\mu\omega\sqrt{2gH} = q_0$ – эса тешик очилиш вақтидаги бошланғич сарф:

$$\Delta t = \frac{2W_0}{q_0} \qquad (9.3.10)$$

Резервуарнинг бўшаш вақти резервуар бошланғич ҳажмининг бошланғич сарфига нисбатининг икки баробарига тенг экан.

3. Мураккаб геометрик шаклга эга резервуарнинг бўшаши (*Q=o*)

Бу ҳолда суюқлик эркин сиртининг майдони босим ўзгаришига чизиқли боғлиқ равишда ўзгаради, ёки $\lambda = \Omega(H)$ ва (9.3.4) формула қуйидаги кўринишни олади:

$$dt = \frac{\Omega dH}{\mu\omega\sqrt{2gH}} = \frac{f(H)dH}{\mu\omega\sqrt{2gH}},$$

интеграллашдан сўнг бу ифода резервуар қуйи H_1 ва юқори напори H_2 оралиғида интегралланганидан сўнг, қуйидаги интегралга келамиз, яъни резервуарнинг тўла бўшаши учун вақт оралиғини топамиз:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = -\int_{H_1}^{H_2}\frac{f(H)dH}{\mu\omega\sqrt{2gH}} = -\frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}}\int_{H_1}^{H_2}\frac{f(h)}{\sqrt{H}}dH$$

Тенгламанинг ечими $f(H)$ – функциянинг характерига боғлиқ мураккаб функция бўлганидан тақрибий метод, яъни чекли айирмалар методи орқали ечилади.

4. Ўзгарувчи сатҳ остидан оқиб чиқиш. Ташқаридан қуйилиш бўлмай, фақатгина A резервуардаги суюқлик B резервуарга қуйилсин. (7.11.

расм) Бу ҳолда H_1 босим камайиб, H_2 босим ортади ва хар икки резервуардаги озод сиртлар сатҳлари ўзаро тенглашади,яъни:

$$h = H_1 - H_2 \to 0$$

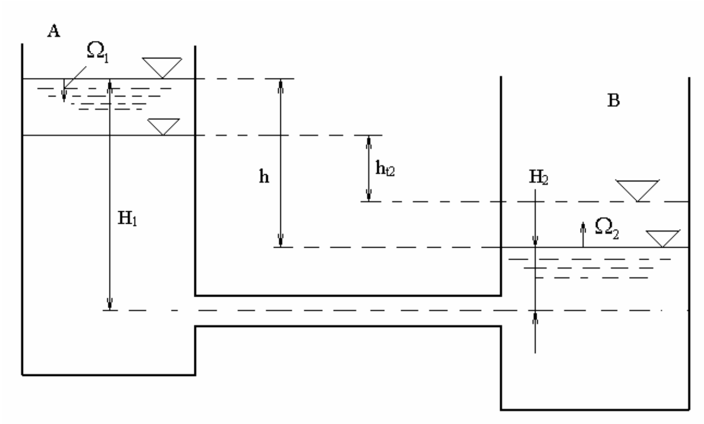
Буендан эса A ва B резервуардаги суюқликларнинг озод сиртлари сатҳларининг тенгланиш вақтини топамиз.

Фараз қилайлик бирор вақт оралиғида озод сатҳлар фарқи h- га тенг бўлсин. Dt - вақт оралиғида A резервуардан B резервуарга dW - ҳажмли суюқлик ўтсин:

$$dW = \mu\omega\sqrt{2gHdt}\,.$$

B - резервуар хажми dW -га ортади, яъни

$$dW = \Omega_2 dH_2$$



Расм. 9.11

У ҳолда

$$\mu\omega\sqrt{2gHdt} = \Omega_2 dH_2$$

Бундан ҳажм ортиш вақтини топсак қуйидаги ифодага келамиз:

$$dt = \frac{\Omega_2 dH_2}{\mu\omega\sqrt{2gh}} \qquad (9.3.11)$$

Бу тенгликни қуйидагига алмаштирамиз: A ва B резервуардаги суюқлик сатҳларининг фарқи h–га тенг эди, шу сатҳлар фарқи h– дан дифференциал оламиз:

$$dh = dH_1 - dH_2$$

Лекин,маълумки A -резервуардаги суюқлик сатҳи пасаяди,шунинг учун:

$$-\Omega_1 dH_1 = \Omega_2 dH_2$$

$$dH_1 = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} dH_2$$

$$dh = -\frac{\Omega_2}{\Omega_1} dH_2 - dH_2 = -\frac{\Omega_1 + \Omega_2}{\Omega_1} dH_2$$

ва

$$dH_2 = -\frac{\Omega_1 dh}{\Omega_1 + \Omega_2}$$

dH_2 ни (9.3.11) формулага қўйиб икки резервуардаги суюқлик сатҳлари тенглашиши вақтини топамиз:

$$dt = -\frac{\Omega_1 \cdot \Omega_2 dh}{\Omega_1 + \Omega_2 \mu\omega\sqrt{2gh}} \qquad (9.3.12)$$

Бу ифодани интеграллаймиз.

$$\Delta t = t_2 - t_1 =$$

$$= -\int_{h_1}^{h_2} \frac{\Omega_1 \cdot \Omega_2 dh}{(\Omega_1 + \Omega_2)\mu\omega\sqrt{2gh}} = \frac{2\Omega_1 \cdot \Omega_2}{(\Omega_1 + \Omega_2)\mu\omega\sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) \qquad (9.3.13)$$

ва икки сатҳнинг тенглашиши учун кетган вақтни топамиз.

$$\Delta t = \frac{2\Omega_1 \cdot \Omega_2}{(\Omega_1 + \Omega_2)\mu\omega\sqrt{2g}} = \frac{2\Omega_1 \cdot \Omega_2 H_1}{(\Omega_1 + \Omega_2)\mu\omega\sqrt{2gH_1}} \qquad (9.3.14)$$

Агар резервуарнинг икки сатҳ юзалари тенг бўлса, яъни $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$ шу сатҳларнинг тенглашиши учун кетган вақт қуйидаги ифода орқали топилади:

$$\Delta t = \frac{\Omega_1 H_1}{\mu\omega\sqrt{2gH_1}} = \frac{W_{ob}}{q_0} \qquad (9.3.15)$$

ΩH_1 – ҳажмли суюқликнинг юқори резервуардан чиқиш вақти ўзгармас бошланғич сарфга тенг:

$$q_0 = \mu\omega\sqrt{2gH_1}$$

Биз кўрган масала тешикнинг ўзгармас кўндаланг кесим юзасидан оқиб ўтган суюқлик миқдорини аниқлаш масаласидир, амалда тешикларни очиш секинлик билан рўй беради ва бу суюқ оқимнинг оқиб чиқиши жараёнига таъсир этади.

Суюқликнинг тешикдан чизиқли қонун бўйича оқиб чиқиши ва резервуарнинг бўшаши.

Резервуар тешигининг очилиши чизиқли $\omega = \frac{\omega_0}{T} t_0$ - қонунга бўйсунсин. ω_0 – тешикнинг тўла очиқ ҳолидаги юзаси, T – очилиш даври, t – очилишдан то кузатишгача ўтган вақт. Агар бошланғич вақтда,яъни резервуар ёпиқ ҳолда бўлганида тешикдан оқиб чиқувчи сарф $Q = 0$ бўлса, (9.3.4) тенгламанинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$dt = -\frac{\Omega dH}{\mu\omega\sqrt{2gH}} = -\frac{T\Omega dH}{\mu\omega_0 t\sqrt{2gH}} \qquad (9.3.16)$$

Ўзгарувчиларни алмаштиргандан сўнг:

$$tdt = -\frac{T\Omega}{\mu\omega_0\sqrt{2g}} \cdot \frac{dH}{\sqrt{H}}$$

У ҳолда

$$\frac{t_2^2 - t_1^2}{2} = -\int_{H_1}^{H_2} \frac{T\Omega dH}{\mu\omega_0\sqrt{2gH}} = \int_{H_2}^{H_1} \frac{\Omega T}{\mu\omega_2\sqrt{2g}} \cdot \frac{dH}{\sqrt{H}} = \frac{2T\Omega}{\mu\omega_0\sqrt{2g}}(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})$$

Затвор $t_1 = 0$ вақтда затвор очилсин. Затворнинг тўла очилиш вақти $t_2 = T$ да H_2 – ни қуйидагича топиш мумкин:

$$\sqrt{H_2} = \sqrt{H_1} - \frac{T\mu\omega_0\sqrt{2g}}{4\Omega} \qquad (9.3.17)$$

Бундан кейинги оқим тешикнинг тўла очилган вақтида, яъни $\omega = \omega_0$ - оқади. Резервуарнинг суюқлик оқувчи кесимининг юзаси $\omega = const$ ўзгармас бўлган вақтида резервуарнинг бўшаши учун кетадиган вақт (9.3.8) формула орқали қуйидагича берилади:

$$\Delta t = \frac{2\Omega H}{\mu\omega\sqrt{2gH}} \qquad (9.3.18)$$

Бу ҳолда аниқланиши керак бўлган босим қуйидаги ифода орқали берилади:

$$H = H_2 = (\sqrt{H_1} - \frac{T\mu\omega_0\sqrt{2gH_1}}{4\Omega})^2$$

$$\Delta t = \frac{2\Omega H_2}{\mu\omega_0\sqrt{2gH_2}}$$

Резервуарнинг тўла бўшаш вақти эса қуйидаги ифода орқали берилади:

$$t_{тўла} = T + \frac{2\Omega H_2}{\mu\omega_0\sqrt{2gH_2}} \qquad (9.3.19)$$

Юқорида келтирилган барча ҳисобларда $\mu = const$ деб олинди (μ – сарф коэффициенти).

$$\mu_y = (\mu_1 + \mu_2)/2 \ .$$

Ҳисобларни аниқлаштириш учун ҳисоблашлар ΔH – кўрсатилган интервалларда юқорида келтирилган формулалар орқали ҳисобланади. Сарф коэффициенти μ_y ,эса μ_1 ва μ_2 – чекка қийматлар сарф коэффициентининг ўртачаси ҳисобланади.

X БОБ

СУВ ЎТКАЗУВЧИ ИНШООТЛАР

Асосий тушунчалар. Сув оқиб ўтадиган ўзан ўтказгич дейилади. (10.1 расм). Ўз конструкциясига кўра ўзанлар турли хил бўлади. Ўзаннинг асосий элементлари:

Сув ўтувчи деворнинг баландлиги қуйи бъеф томондан p, юқори бъеф томонидан p^1 билан белгиланади

Ўзан остонаси узунлиги-l, ўзаннинг кенглиги b билан белгиланади.

Ўзан остонасидан суюқлик озод сирти сатҳигача бўлган масофа ёки ўзан остонаси ва озод сирти сатҳи орасидаги фарқ ёки айирма -H напор дейилади.

Ўзандаги босим фарқи юқори ва пастки бъефлар озод сиртлари орасидаги фарқ – Z координата орқали белгиланади.

Кўндаланг профили бўйича ўзанлар қуйидаги уч группага ажратилади:

- **Юпқа деворли ўзанлар ёки ўткир остонали ўзанлар**. (10.2 расм)

.

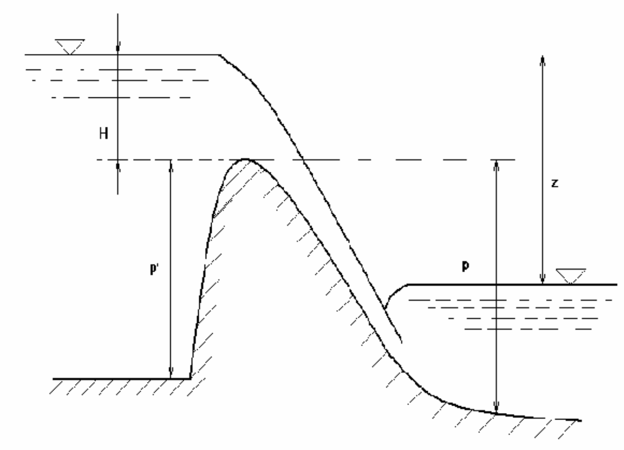
- Кенг остонали сув ўтказгич, горизонтал остонали $I = 0$ оқим бўйича йўналган катта остона. Одатда остона узунлиги l қуйидаги оралиқда ўзгариши мумкин:

-

$$(1.5-2.0)H \lhd l \lhd (10-12)H$$

Агар $(1.5-2.0)H$ га тенг бўлса, бундай сув ўтказгичнинг остонаси нишаблиги $I = 0$ тенг бўлган ўзандаги оқим сифатида қаралади.

Агар $I = 2H/3$- тенгсизликни қаноатлантирса, оқим остона қиррасидан тезлик билан эркин ҳаракат қилиб, «учади» дейилади. Бундай оқимни вужудга келтирадиган ўтказгич қирраси остонали ўтказгич тўсиғи дейилади.



10.1 расм

- **Амалий сув ўтказгичлар.** Бу сув ўтказгичлар типига барча сув тўсқичлар, жумладан: 10.1. расмдаги сув тўсқичлар киради.
Кўндаланг кесими чизмаси бўйича сув ўтказгичлар қуйидаги уч грухга бўлинади.

1. Юпқа деворли ёки ўткир остонали сув ўтказгичлар. $i = 0$
2. Кенг остонали сув ўтказгичлар: горизонтал остонали $I = 0$ ва оқим бўйича катта масофадаги сув ўтказгичлар бўлиб, остона узунлиги l қуйидагича жойлашиши мумкин.

$$(1.5 - 2.0)H \lhd l \lhd (10 - 12)H$$

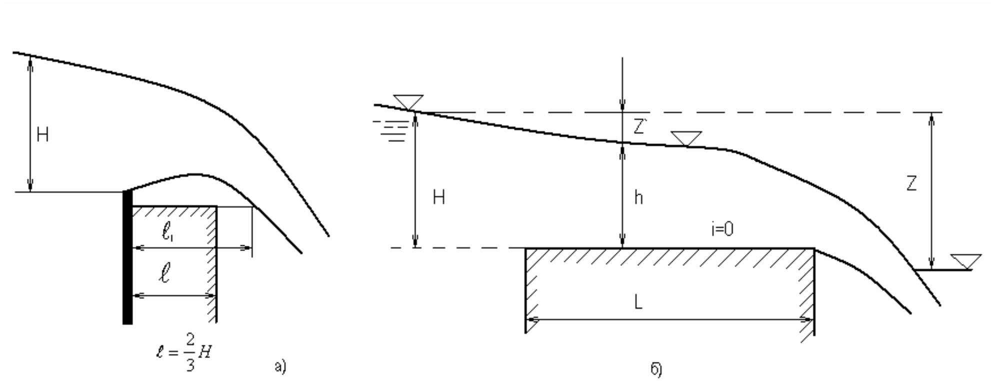
Агар *а)* $\ell \prec (1.5 - 2.0)H$ бўлса амалий сув ўтказгич дейилади,

в) $\ell \succ (1.5 - 2.0)H$ ва $I = 0$ бўлса бундай оқим остонадаги оқим нишаблиги нолга тенг каналдаги оқим каби харакатланади.

с*)* $l < \dfrac{2}{3}H$ бўлса, кириш остонасидан пастки бъефгача бўлган оқим озод оқимни ташкил этиб, эркин оқимга айланади, бундай сув ўтказгич ўткир остонали сув ўтказгич дейилади.

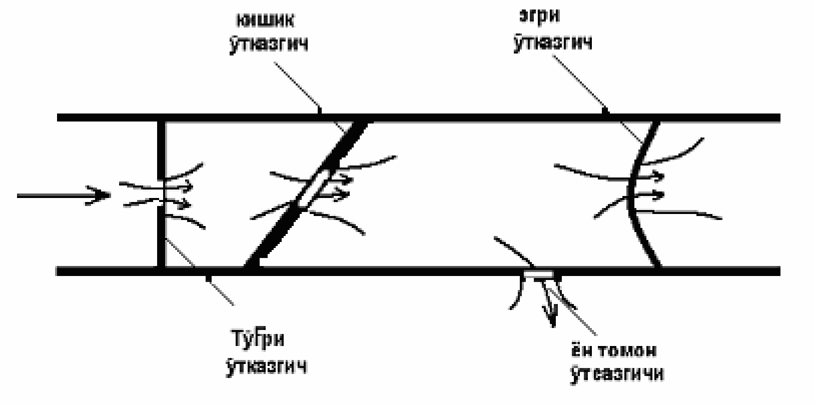
3. Амалий профилли сув ўтказгич: Бу сув ўтказгичлар турига барча сув ўтказгичлар киради (10.1 расм).
Қуйи бъефдаги озод сиртнинг баландлик бўйича жойлашишига қараб, сув ўтказгичлар кўмилган ёки озод сув ўтказгич типларга бўлинади.

Агар пастки бъефнинг озод сирти сув тутқич остонасидан юқорида жойлашган бўлса, бундай сув ўтказгич кўмилган сув ўтказгич дейилади. Бунда сув ўтказгич орқали ўтаётган суюқликнинг сарфига қуйи бъефдаги оқим ҳам таъсир кўрсатади. Акс ҳолда эса сув ўтказгич кўмилмаган сув ўтказгич дейилади.

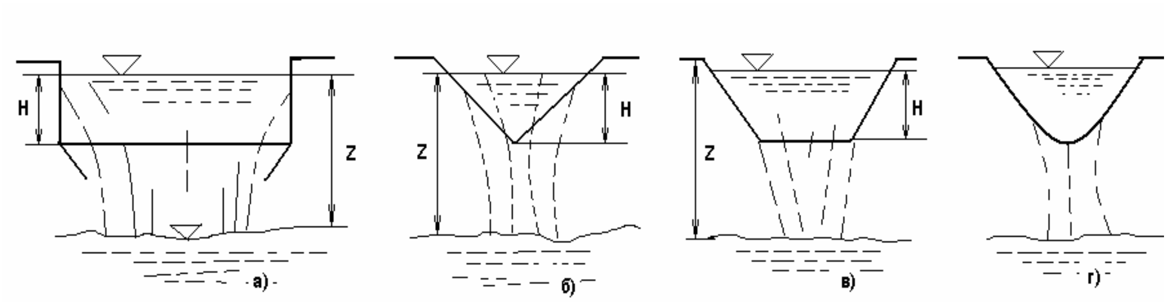


10.2 расм

Планда жойлашишига қараб сув тутқичлар тўғри, эгри ва ён томонли сув тутқичларга бўлинади.



10.3 расм



10.4 расм

Эгри чизиқли сув ўтказгич, хусусий ҳолда кўндаланг кесимига нисбатан доиравий, тўғри бурчакли, учбурчакли, трапециадал ва эгри чизиқли сув ўтказгичларга бўлинади.

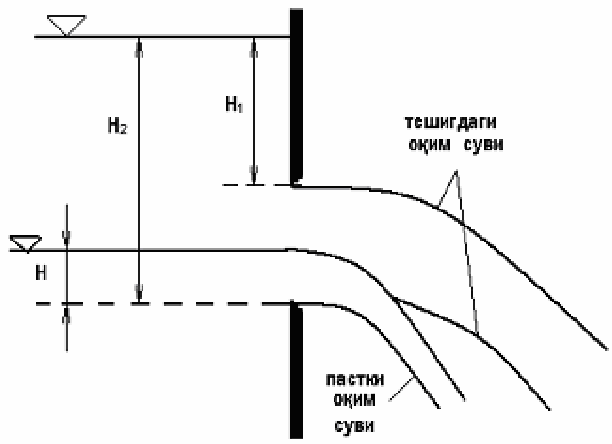
10.1 Сув ўтказгич иншоотларининг ҳисоби.

Сув ўтказгич оқим сарфининг асосий формуласи. Сув ўтказгич оқаётган суюқлик оқимини катта тешикдан оқаётган суюқлик оқими деб қарасак, сув сарфини яъни катта тешикдан оқаётган суюқлик оқимини ифодаловчи (9.2.2) формуладан топиш мумкин:

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left(H_2^{3/2} - H_1^{3/2}\right),$$

Бу ерда $H_1 = 0$ ва $H_2 = H$ деб қарасак, расм 8.5.

$$m = \frac{2}{3}\mu b \qquad\qquad Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}zH^{3/2}$$



10.5. расм

$m = \dfrac{2\mu}{3}$ деб белгилаймиз ва юқоридаги каби сарф коэффициенти деб атаймиз.

Сув ўтказгичнинг сув ўтказиш қобилиятини белгиловчи асосий сарф формуласини топамиз:

$$Q = m\text{в}\sqrt{2g}H^{3/2} \tag{10.1.1}$$

Бу формулани бошқача усул билан ҳам топса бўлади. Маълумки

$$[Q] = [\omega][v]$$

ω - оқим кўндаланг кесим юзаси ҳар вақт *в.H* купайтмага тўғри пропорционал яъни *в* сув ўтказгич остонаси кенглигининг напорга *H* купайтмасига. Оқимнинг тезлиги v - эса $\sqrt{2g\mu}$ кўпайтмага пропорционалдир. У ҳолда сув ўтказгич учун оқим сарфини қуйидагича ёзамиз.

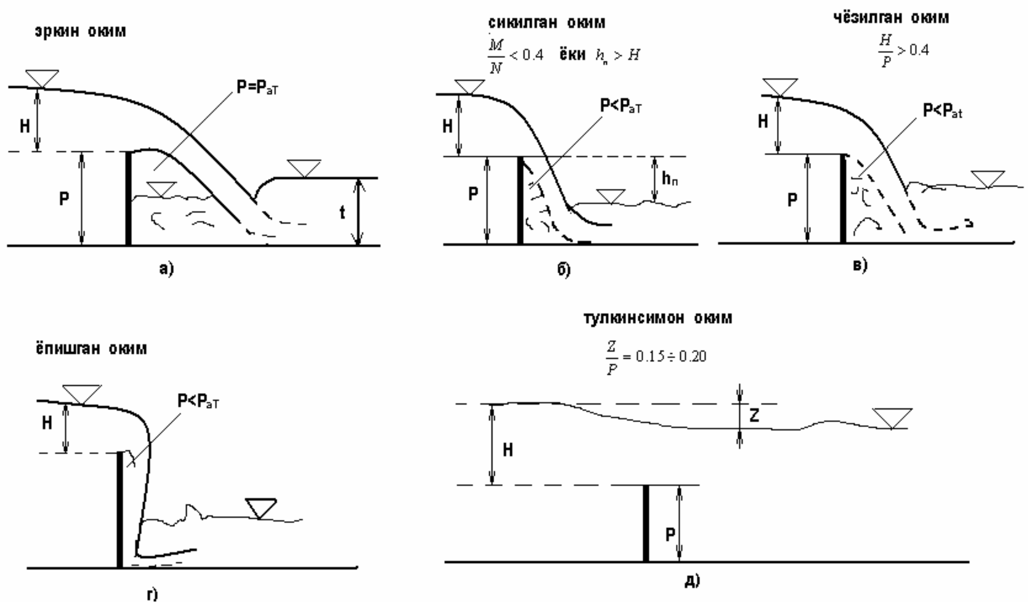
$$Q = \omega v$$

$\omega = kbH$ лигидан

$$v = k_1 \sqrt{2g} H$$

$k_1 k_2 = m$ деб белгиласак (10.1.1) формулага келамиз:

$$Q = m в \sqrt{2g} H^{3/2}$$



10.6. расм

Бу формула барча сув ўтказгичлар учун умумий бўлиб турли хил сув ўтказгичлар учун бир узунликдаги остона ва бир хил напор H берилган шароитда суюқлик сарфи, сарф коэффициенти ҳам ҳар хил бўлиши мумкин. Тажрибаларнинг кўрсатишгача сарф коэффициенти m $(0{,}3 \prec m \prec 0{,}6) -$ m (0,3<m<0,6) орасида ўзгаради.

Ўткир остонали сув ўтказгич, оқим шакли.

1.Фазодаги оқимнинг тубида атмосфера босими мавжуд бўлса, бундай оқим озод оқим дейилади.

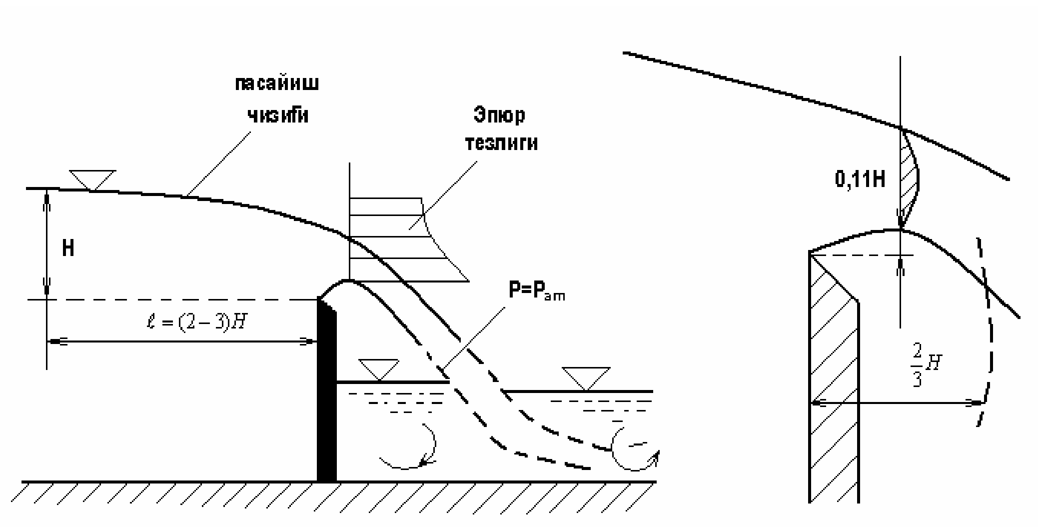
2. Оқим тубида вакуум пайдо бўлиши натижасида оқим сув тутқич деворига қараб оқса, сиқилган оқим дейилади ва бу оқим турғун бўлмаслиги мумкин, чунки девор ва оқим орасида ҳаво пайдо бўлиши билан оқим девордан узоқлашиб, яна ўзининг аввалги ҳолатини эгаллайди.

3.Пастдан бостирилган оқим деб, деворга ёпишган оқимнинг чегаравий (лимит) ҳолатига айтиладики, бу ҳолда оқим остидаги фазо сув билан тўлади. 10.6.в.-расм.

Деворга ёпишган оқим сарфи кам бўлган ҳолда босимнинг секин ортиши ҳосил бўлиб,. (расм 10.6.) оқим сиртқи таранглик кучлари ҳисобига ушланиб туради ва жуда кам турғунликка эга бўлади.

<u>Тўлқинли оқим</u>. Тўлқинли оқим бостирилган сув тутқичларда ҳосил бўлади. (10.6 расм).

Француз олими Базеннинг тажрибаларига асосан, сувнинг озод сирти сув тутқич остонасидан $l = 3H$ масофада пасайишни бошлайди.



10.7. расм

Тезлик ва босим эпюралари (10.7. расм) да кўрсатилган кўринишга эга бўлади.

Сув ўтказгичдаги гидравлик ҳисобнинг асосий масаласи

Ихтиёрий турдаги сув ўтказгичлар ҳисоби учта асосий масалага келади. Бу масалалар сарфнинг асосий формуласи (10.1.1) дан келиб чиқади, яъни:

$$Q = m\text{в}\sqrt{2gH}^{3/2} \qquad (10.1.2)$$

Бу формула Q - сарф, , b -кенглик, H -напор каби учта ўзгарувчини ўз ичига олади.

Масала 1. Берилган сув ўтказгич сарфи Q - ни топиш.

Масала 2. Сув тутқич кенглиги- l ёки сув тутқич остонасининг узунлигини l - ни топиш.

Масала 3. H - сув ўтказгичдаги напор ёки босимни топиш.

Бу масалаларни ечиш унча қийинчилик туғдирмайди лекин сарфни топишда баъзи бир қийинчиликлар мавжуд бўлиши мумкин.

Сарф коэффициентини топиш. Сарф коэффициентини топишда асосий амал бўлиб суюқликнинг кириш тезлиги, ён томондан бўладиган сиқилиш ва бостирилган оқимлар хизмат қилади.

Сарф коэффициенти Базен формуласи бўйича қуйидагича топилади:

$$m = m_0 = 0{,}405 + \frac{0{,}003}{H}. \qquad (10.1.3)$$

ва бу формула дамнинг (напорнинг) $H \geq 0{,}05$ м ли қийматларига мос келади.

Яқинлашиш тезлигини ҳисобга олиш. Яқинлашиш тезлиги деб ўзан иншооти олдидаги ўртача тезликка айтилади у қуйидаги ифода орқали топилади:

$$V_0 = \frac{Q}{\Omega} \qquad (10.1.4)$$

Бу ерда Q - оқим сарфи, Ω - иншоот олдидаги оқимнинг кўндаланг кесим юзаси.

Яқинлашиши тезлиги бошқа тенг шартлар қўйилганда сув ўтказгич сарфини оширади.

$$m = m_0 m_1$$

m_0 - (10.1.3) формула орқали аниқланади ва сарф коэффиценти $m = 1.0$ да озод оқим учун турли эмперик формулалар, масалан Базен формуласи орқали аниқланади:

$$m_1 = \left[1 + 0{,}55\left(\frac{H}{H + p}\right)^2\right] \qquad (10.1.5)$$

Сарфнинг ҳисоб коэффициенти қуйидаги формула орқали берилади.

$$m = m_0\left[1 + 0{,}55\left(\frac{H}{H + p}\right)^2\right] \qquad (10.1.6)$$

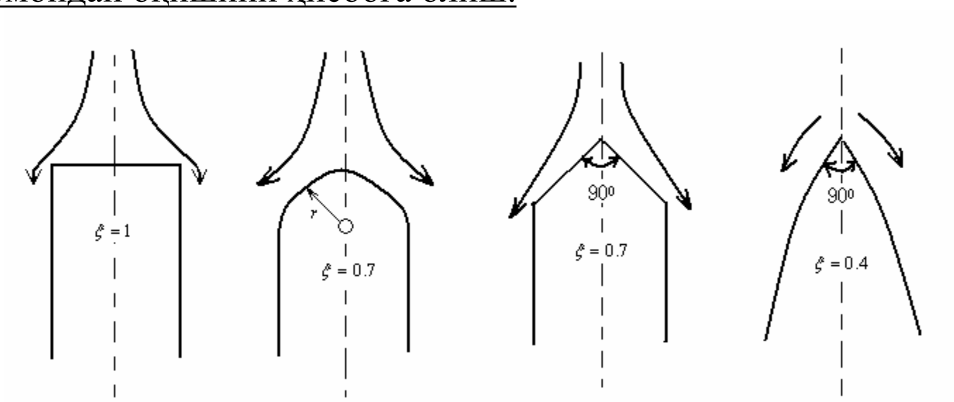
Юқоридаги формулаларнинг тўғрилигини қуйидаги назарий формулалар орқали тўлдириш мумкин. Сарф коэффициенти – m - озод оқим учун олинган H - напорини (10.1.1) формуладаги, $H_0 = H + \frac{\vartheta^2}{2g}$ напор билан алмаштирсак, сарф формуласини қуйидаги формула орқали топиш имкониятига эга бўламиз:

$$Q = m_0 в\sqrt{2g}H_0^{3/2} \qquad (10.1.7)$$

(10.1.7) формула амалий кенг остонали сув ўтказгич ҳисоб-китоб ишларида кўп ишлатилади.

Ўткир остонали сув ўтказгичларнинг сарф коэффициентини ҳисоблаш учун (10.1.6) формула ишлатилади.

<u>Ён томондан оқишини ҳисобга олиш.</u>



10.8. расм

Сиқиш ҳодисаси сув ўтказгичдан оқиб ўтган суюқлик кўндаланг кесимининг сув ўтказгич тешиги кўндаланг кесимига нисбатан камайишига олиб келади. Бунда худди суюқликнинг тешикдан оқиб чиқишдаги физик процесс кузатилади, яъни элементар оқимчаларнинг сув тутқичга кириши олдидан параллел бўлмаслиги кузатилади. Бундан келиб чиқиб қуйидагини ёзишимиз мумкин:

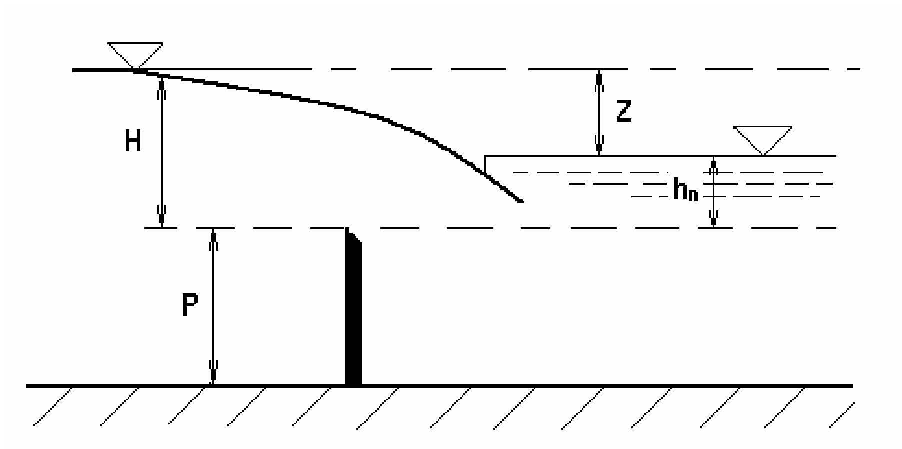
$$b_c = \varepsilon b \qquad (10.1.8)$$

$b_э = \varepsilon b$ - мос равишда оқим кенглиги, сиқилиш коэффициенти ва сув ўтказгич тешигининг кенглиги: бу геометрик параметрларни ҳисобга олиб сарф формуласини қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$Q = m\varepsilon b\sqrt{2g}H_0^{3/2}. \qquad (10.1.9)$$

Агар $в_э = \varepsilon в$ ($в_э$ - сут тутқичнинг эффектив кенглиги)

$$Q = m в_э \sqrt{2g}H_0^{3/2}$$



10.9 расм

Бир неча оралиқ тиргавичлардан ташкил топган сув ўтказгич иншоотнинг эффектив кенглиги Фрексиса формуласи орқали топилади:

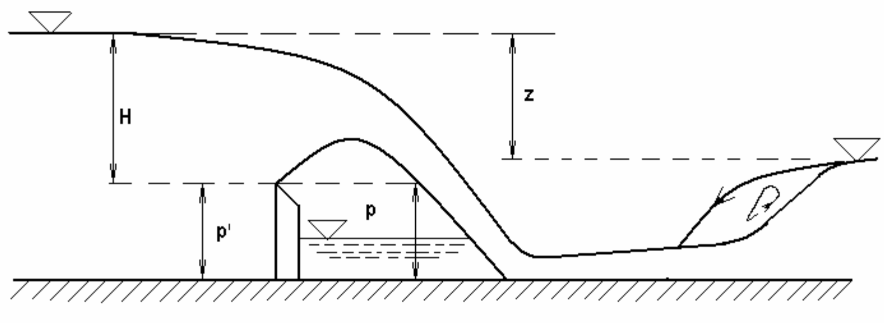
$$b_0 = b - 0.1n\xi H \qquad (10.1.10)$$

Агар яқинлашиш тезлигини ҳисобга олсак:

$$B_{\text{ш}} = B - 0.1n\xi H_0$$

бу формулалардаги *n* - ён сиқилиш сони, ξ - суюқликнинг оқиб ўтиш коэффициенти (расм-10.8).

Суюқлик билан бостирилган сув ўтказгич ҳисоби ва критерийси. Сув ўтказгич суюқлик билан бостирилган бўлиши учун юқори ва қуйи фарқи - $z - H$ - напор орасидаги $z \succ H$, муносабат бажарилиши ёки бостирилган суюқлик чуқурлиги $h \succ 0$ (расм 10.9.). Критик чуқурликдан кичик бўлиши керак.



10.10 расм

Бу шартлар бажарилиши билан гидравлик сакраш узоққа ҳайдалган бўлиши мумкин (расм 10.10).

Гидравлик сакрашнинг юз бермаслигининг иккинчи шарти Базеннинг текширишларида қуйидагича аниқланади:
Сув ўтказгич бостирилган сув ўтказгич бўлиши учун қуйидаги муносабатни бажариш керак:

$$\left(\frac{Z}{p}\right) < \left(\frac{Z}{p}\right)_{kp}$$

Бостирилган сув ўтказгич сарф қиймати

$$Q = m\sigma_n b_7 \sqrt{2g} H^{3/2} \qquad (10.1.11)$$

Бостирилиш коэффициенти - σ_n - бўлиб унинг сон қийматлари маьлумотномаларда келтирилади.

10.2 Кенг остонали сув ўтказгич

Кенг остонали сув ўтказгичнинг асосий схемасига кўра оқим остонаси давомига ўзгармас чуқурликка эга $h \prec H$ оқим ҳосил қилувчи остона ўрнатилади, натижада икки хил босим фарқи вужудга келади: Z - юқори ва пастки бъефлар озод сиртлари фарқи ва Z^1 - сув ўтказгич остонасидан юқори ва пастки бъефлар озод сиртларигача бўлган масофалар фарқи. (расм 10.11).

Бу ерда икки асосий масалани қараш керак бўлиб, h - остонадаги суюқлик чуқурлигини ҳамда сарф коэффициентини топиш.

Кенг остонали сув ўтказгич назарияси XIX асрнинг биринчи ярмида Беланже томонидан яратилган, бўлиб у сув ўтказгич олдидаги ихтиерий h чуқурликка ва H - напорли эга бўлган остонадан энг катта сарф ўтади деган гипотезадан келиб чиқади. Бу гипотеза орқали сув тутқич остонасида h - чуқурликдаги сувга боғлиқ масаланинг ечишни осонлаштиради.

$Q = f(h)$ тенгламани $\dfrac{dQ}{dh} = 0$ тенглама билан алмаштириб (10.11 расм), сарфни қуйидагича топамиз:

$$Q = \varphi \textit{в} h\sqrt{2g(H_0 - h)} = f(h) \qquad (10.2.1)$$

у ҳолда

$$\frac{dQ}{dh} = \frac{d}{dh}\left(\varphi \textit{в} h\sqrt{2g(H - h)}\right) =$$

$$= \varphi \textit{в}\sqrt{2g}\left[\sqrt{H - h} - \frac{h}{2\sqrt{H - h}}\right] = 0 \qquad (10.2.2)$$

Бу тенгликдан:

$$\sqrt{H - h} = \frac{h}{2\sqrt{H - h}}, \qquad \text{h} = \frac{2}{3}H \qquad (10.2.3)$$

Беланже назариясига асосан $\frac{h}{H_0} const = \frac{2}{3}$. Тажрибаларнинг кўрсатишича суюқликнинг остонадаги чуқурлиги тахминан $h = \frac{2}{3}H$ га тенг, лекин кўп ҳолларда бу кўрасткичдан четга чиқиш ҳам кузатилади.

$h = \frac{2}{3}H$ деб фараз қилиб сув ўтказгичнинг оқим сарфини қуйидагича ёзамиз.

$$Q = \varphi \textit{в}\frac{2}{3}H_0\sqrt{2g\left(H_0 - \frac{2}{3}H_0\right)} = \varphi\frac{2}{3\sqrt{3}}\textit{в}H_0\sqrt{2gH_0} \qquad (10.2.4)$$

ёки

$$Q = mb\sqrt{2g}H_0^{3/2} \qquad (10.2.5)$$

Бу ерда сарф коэффициентининг тахлилий ечимини топамиз:

$$m = \varphi\frac{2}{3\sqrt{3}} = 0{,}385\varphi \qquad (10.2.6)$$

Бехметов назариясига қуйидагича аниқлик киритилади.

Бу аниқлик энг кичик солиштирма энергия гипотезасига асосланган бўлиб тортиш майдонида ҳар қандай система ўзининг энг кичик энергия запасига интилиши ҳолатига асосланади.

Худди шу каби оқим ҳам материал система сифатида сув ўтказгич остонасида ҳаракатланиб бошқа ҳаракатга, яъни озод оқим ҳаракатига ўтади ва энергияси энг кичик қийматга эга бўлади.

Шу принципга асосан остонадаги суюқлик чуқурлиги шундай чуқурликка мос келадики, бу чуқурликда оқим энг кичик энергияга эга бўлиши учун бу чуқурликни критик чуқурлик дейилади.

Сув тутқич остонасидан оқаётган суюқликнинг солиштирма энергияси ифодасини, яъни

$$E = z + h + \frac{\alpha v^2}{2g} = z + h + \frac{\alpha Q^2}{2gb^2h^2} \qquad (10.2.7)$$

дифференциаллаб,

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2}{g\text{в}^2 h^2} = 0 \qquad (10.2.8)$$

дан критик чуқурликни топамиз:

$$h_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g\text{в}^2}} \qquad (10.2.9)$$

Бахметов назариясига асосан бу чуқурлик сув ўтказгич остонасидаги суюқликнинг критик чуқурлиги бўлиб $(q-1)м$ кенгликдаги сув ўтказгичдаги оқим сарфини беради ва $\frac{Q}{\text{в}} = q$ - солиштирма сарф деб белгиланади.

$$h_{кр} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}$$

ва $q = h_{kp} \cdot \vartheta_{kp}$ эканлигини ҳисобга олсак:

$$h_{кр} = \frac{\alpha \vartheta_{кр}^2}{g} \qquad (10.2.10)$$

$h_{кр}$- критик чуқурлик ва H_0-босим орасидаги боғланишни топамиз, бунинг учун Бернулли тенгламасини I ва II кесим учун ёзиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$H + \frac{\alpha \vartheta_0^2}{2g} = h_{кр} + \frac{\vartheta_{кр}^2}{2g} + \xi \frac{\vartheta_{кр}^2}{2g} \qquad (10.2.11)$$

(10.2.10) тенглик ва $\xi = \dfrac{1}{\varphi^2} - 1$ тенгликдан фойдалансак Бернулли тенгламаси қуйидаги кўринишга келади:

$$H + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = \frac{1 + 2\varphi^2}{2\varphi^2} h_{кр}.$$

$H + \dfrac{\alpha v_0^2}{2g} = H_0$ деб белгиласак, юқоридаги тенгликдан қуйидаги ифодани оламиз:

$$h_{кр} = \frac{2\varphi^2}{1 + 2\varphi^2} H_0 \qquad (10.2.12)$$

Агар оқимга узунлик ва маҳаллий қаршилик таъсир қилмаса $\varphi = 1.0$ ва $h_{критик} = 2H_0 / 3$ га тенг бўлиб, Беланже ва Бехметов натижалари устма-уст тушади ва реал шароитни ҳисобга олиш мумкин бўлади.
Сарф учун ифода чиқарамиз, бунинг учун Бехметов белгиларини киритамиз:

$$H_{критик} = kH_0$$

К- Бехметов коэффиценти бўлиб, тезлик коэффицентлари орқали қуйидагича ёзилади:

$$k = \frac{2\varphi^2}{1 + 2\varphi^2}$$

Бу коэффициентни ҳисобга олиб сарф тенгламасини ёзамиз:

$$Q = \omega v = bh_{кр}\varphi\sqrt{2gH_0 - h_{кр}} \qquad (10.2.13)$$

ёки

$$Q = bkH_0\varphi\sqrt{2g\left(H_0 - kH_0\right)} = \varphi k\sqrt{1-k} \cdot в\sqrt{2g}H_0^{3/2}$$

У ҳолда сарф коэффициенти Бехметов коэффициенти орқали қуйидагича топилади:

$$m = \varphi k\sqrt{1 + k} \qquad (10.2.14)$$

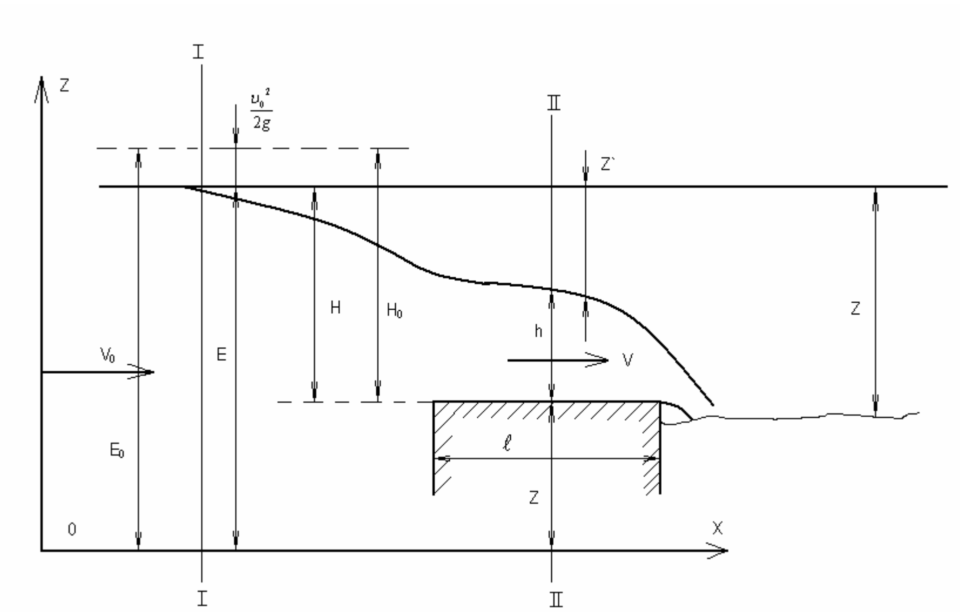
Агар *φ=1.0* бўлса, *m=0.385* бўлади ва кенг остонали сув ўтказгич сарф коэффициентининг энг катта қиймати ҳисобланади. Одатда *m=0,32÷0,35* орасида ўзгаради. Проф.М.Д.Чертоусов, проф.В.В.Смисловларнинг назарий ишлари сарф коэффициентига аниқлик киритди ва Бахметов назариясининг тўғрилигини кўрсатди. Шунинг учун ҳам бу назария шу вақтгача ўз қийматини йўқотгани йўқ.

Кенг остонали бостирилган сув ўтказгич.

Бахметовнинг ҳисоблашлари бўйича кенг остонали сув ўтказгич бостирилган бўлиши учун, пастки бъефдаги оқим озод сирти, остонадаги оқим озод сиртига тенг бўлиши, яъни бостириш чуқурлиги h_0 критик чуқурликка тенг ёки катта бўлиши шарт $h_б \geq h_{кр}$.

Лекин амалдаги тажрибаларнинг кўрсатишича бостирилган оқим қуйидаги шарт бажарилиши билан бошланади:

$$h_б > nH_0 \qquad (10.2.15)$$

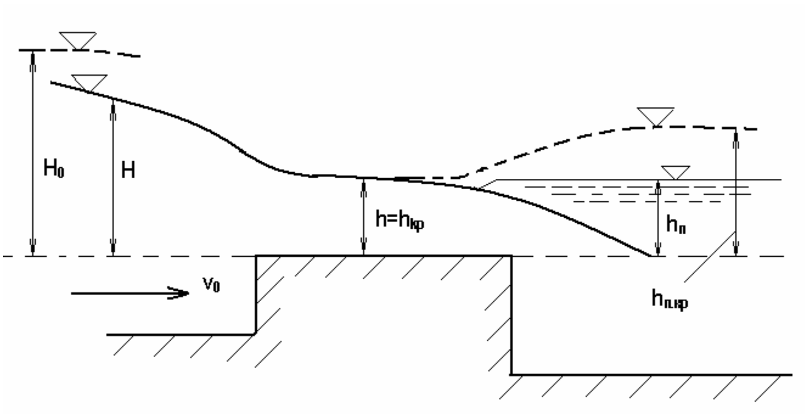


10.11 расм

Яъни, *n≥0,8*   *n* – коэффициентнинг *n≥0,8* қийматида бошланади.

Бостирилган оқим чуқурлигини ҳисоблаш учун қуйидаги шартни олиш тавсия этилади:

$$h_б = 1.25 h_{kp} \qquad (10.2.16)$$



10.12 расм

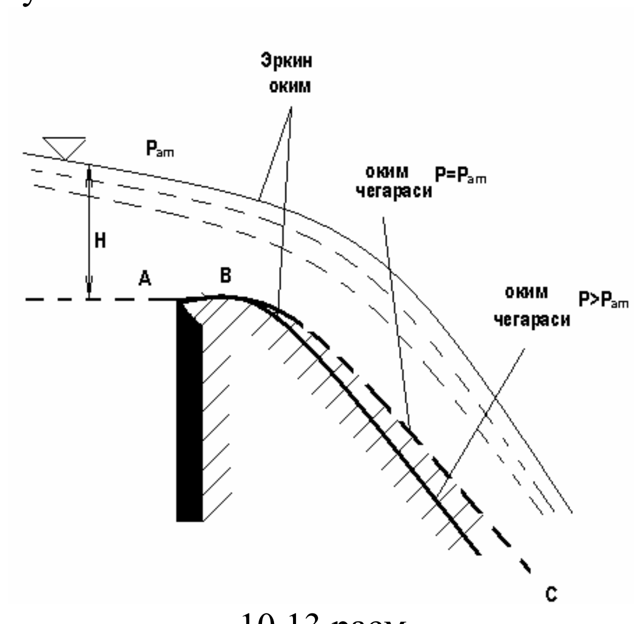
Агар $h_б>1,25\ h_{kp}$ сув ўтказгичнинг бостирилган қийматлари, дейилади. Бу формула текисликдаги оқимлар учун назарий ҳисоблашлардан келтириб чиқарилган.

Оқим тезлиги ва сарфи бу ҳолда қуйидаги формулалар орқали ҳисобланади:

$$v=\varphi\sqrt{2g\left(H_0-h\right)} \qquad (10.2.17)$$

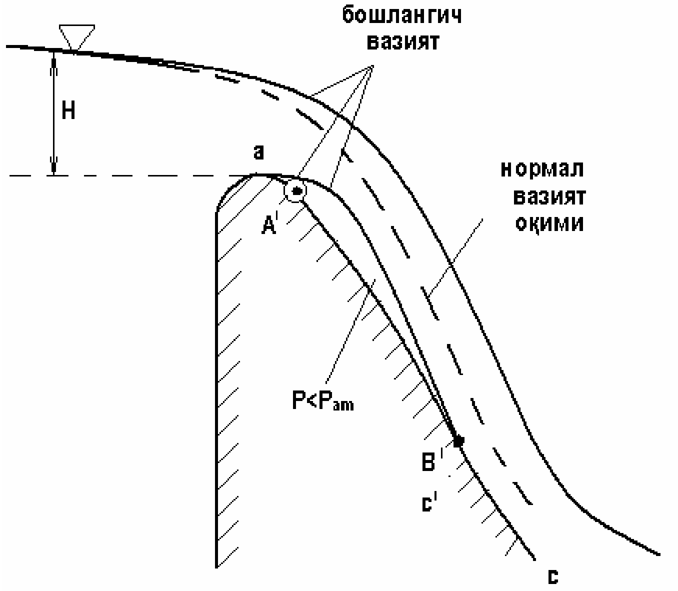
$$Q=\varphi в h_n\sqrt{2g\left(H_0-h_0\right)} \qquad (10.2.18)$$

Амалий профилли сув ўтказгичлар. Амалий сув ўтказгичлар турли профилда ва турли кўндаланг кесимда бўлиши, яъни полигонли, эгри чизиқли бўлиши мумкин.



10.13 расм

Амалиёт катта аҳамият касб этган сув ўтказгичлар шакли эгри чизиқли ёки вакуумли, ва вакуумсиз профиллардир. Вакуумсиз профил ҳосил бўлиши учун сув ўтказгичлар ўткир остонали, яъни қуйи сув тутиш қисми суюқлик оқими озод сиртининг пастки қисми шаклида бўлиши керак.



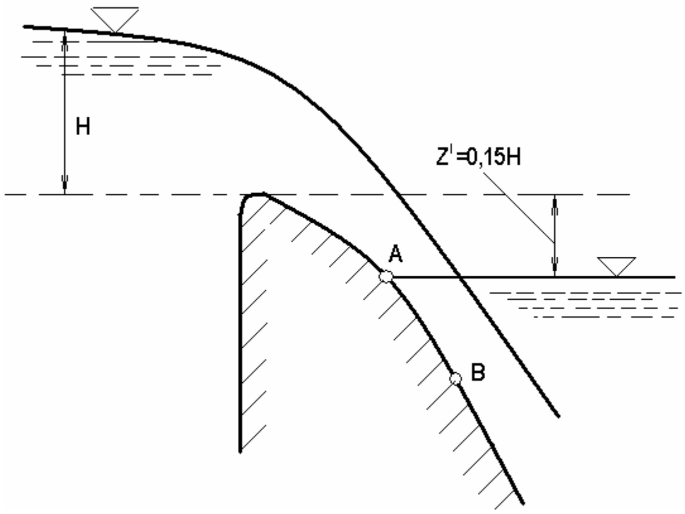
Расм 10.14

Амалда сув ўтказгич деворидаги оқимнинг эркин чегараси ундан бироз четланиб, 10.13 расмдаги *ABC* пунктир чизиқ каби қурилади.

Тажрибалардан маълумки вакуумсиз профил учун сарф коэффициенти m=0,49 бўлади. ABC профилнинг коэффициентилари (расм 10.15) справочникларда келтирилади ва Офицеров бўйича коэффициентлар дейилади.

Сув ўтказгичнинг вакуумли профили суюқликнинг озод оқими профил шаклида эмас (ABC чизиқ 10.13) балки қисқартирилган шаклда яъни $A'B'C'$ шаклда 10.14 расм қурилади. Бу ҳолда оқим ости ва сув ўтказгич девори орасидаги ҳаво аста-секин сўрилиши натижасида вакуум ҳосил бўлади. Оқим тўлиш қиррасига етишиб олади ва оқимнинг остида, яъни тўлиш қиррасида босим камайиб кетади, яъни $p \prec p_{am}$.

Бу профил вакуумсиз профилга қараганда катта коэффициентга эга бўлади. $m_{вак} > m_{без.вак.}$ яъни вакуумли оқимнинг оқиш тезлиги, вакуумсиз профилдаги оқимнинг тезлигигидан катта бўлади. Тажрибанинг кўрсатилишга сарф коэффициенти энг катта қийматга эга бўлади. $m_{вак} \geq 0,55$.



Расм 10.15

Сарфнинг умумий формуласи практик профилли сув ўтказгичлар учун ҳам ўзгармайди. Лекин ҳисоблашларда ён томондан сиқилиш, келиш тезлигини ва бостирилиш коэффициентларини ҳисобга олиш зарур. Юқорида келтирилган факторлардан биринчи иккитаси ўткир остонали сув ўтказгичларда ҳам ҳисобга олинади. Бостириш вакуумли профилларда, вакуумсиз профилга қараганда бир мунча эртароқ бошланади.

Вакуумли профилларда бостирилиш пастки оқимнинг озод сирти бирор А нуқтадан ёки юқорироғида жойлашган момент вақтида содир бўлади расм (10.15) ва вакуум камайиб кетади ва йўқолади. Бу ҳолда оқим тезлиги ҳам камаяди ва сарф камайишига олиб келади.

М.П.Розанов кузатишларидан маълумки $z^1 \leq 0{,}15H_0$ бўлганда бостирилиш бошланиши кузатилади. Амалда эса сув ўтказгич бостирилмаган дейилади агар:

Агар

$$z^1 \lhd 0{,}15H_0 \qquad (10.2.19)$$

да эса бостирилган сув ўтказгич дейилади.

м - коэффициент сув ўтказгич шаклига ва босим боғлиқ равишда ўзгаради.

Босим –*H* қанча кам бўлса ва сув ўтказгич кенг остонали сув ўтказгичга яқинлашса, ва сарф коэффициенти *m* - кичиклашиб боради.

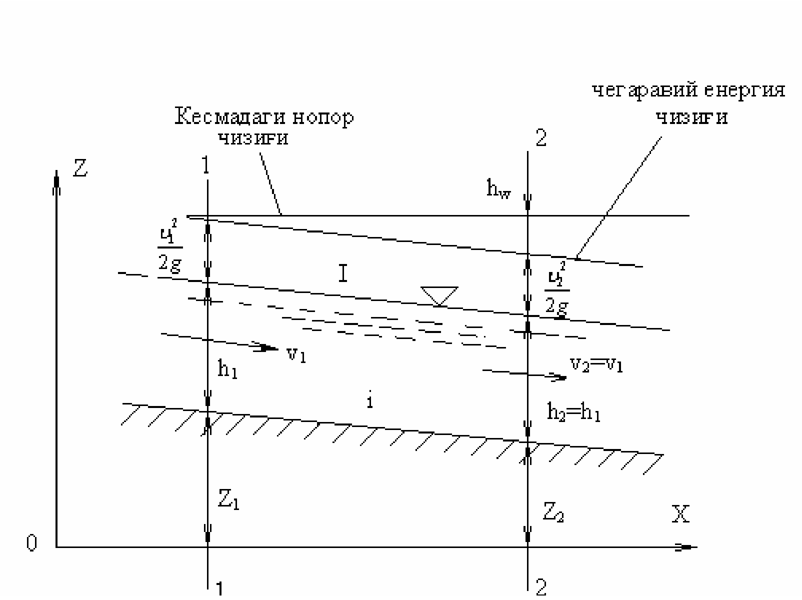
Напор ортиши билан ҳар қандай сув ўтказгич, шу жумладан эгри чизиқли вакуумсиз профилли сув ўтказгичлар ҳам вакуумли сув ўтказгичга ўтиши мумкин.

XI БОБ

ОЧИҚ ЎЗАНЛАРДА СУЮҚЛИКЛАРНИНГ ТЕКИС ҲАРАКАТИ

Асосий тушунчалар

Текис ҳаракат деб, ўзаро қўшни бўлган икки кўндаланг кесим юзаси заррачаларининг ўртача тезликлари тенг бўлган оқимларга айтилади. Суюқликларнинг текис ҳаракатида ҳаракатининг барча параметрлари, оқимнинг барча геометрик характеристикалари, яъни оқим чуқурлиги- h , -ҳаракатдаги кесим юзаси - ω ва ўртача тезлиги - ϑ оқим бўйлаб ўзгармас ҳисобланади (11.1 -расм).



Расм 11.1.

Яъни:

$$\frac{\partial f}{\partial s} = 0$$

Бу ерда f – юқорида келтирилган параметрлардан бири.(1) тенгликдан оқим тубининг қиялиги, эркин сирти ва солиштирма энергия чизиқларининг ўзаро параллеллиги келиб чиқади:

$$i_m = J = J_0$$

i_m - канал тубининг горизонтал таққослаш текислиги билан ҳосил қилган бурчакнинг тангенси.

J - эркин сиртга ўтказилган урунманинг горизонтал таққослаш текислиги билан ҳосил қилган бурчакнинг тангенси.

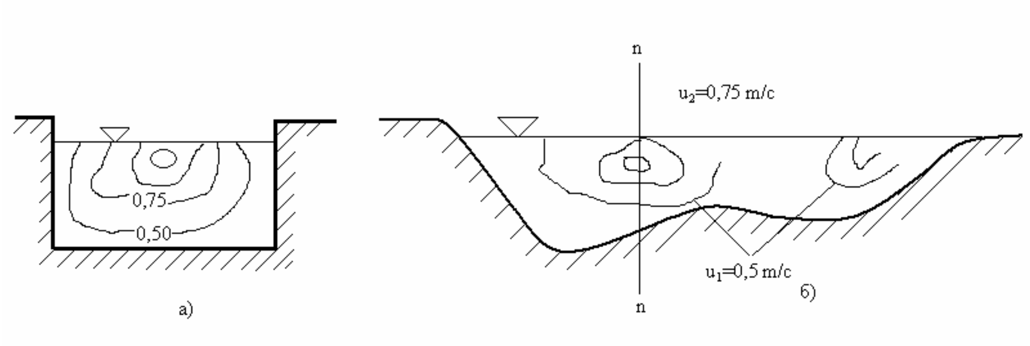
J_0 - солиштирма энергия чизигининг горизонтал таққослаш текислиги билан ҳосил қилган бурчакнинг тангенси.

Демак суюкликларнинг текис ҳаракати давомида бу учта чизиқнинг ўзаро параллеллиги келиб чиқади. Юқорида келтирилган шартларга амал қилувчи оқимлар табиатда мавжуд эмас.

Лекин назарий ҳисоблашларда ва табиий масалаларни ечишда шундай фаразлардан фойдаланилади.

11.1 Оқим текис ҳаракатида тезликлар тақсимоти

Очиқ ўзанлардаги оқимларнинг тезлик тақсимоти ёпиқ напорли қувурлардагига қараганда бирмунча мураккаброқ. Очиқ ўзан кўндаланг кесим юзасининг шакли, озод сиртнинг мавжудлиги унга ташқи муҳит таъсир этишига сабаб бўлади.Бу таъсир эса тезлик тақсимотининг ўзгаришига олиб келади.



Расм 11.2

Тенг тезликлар чизиғини қуриш орқали тезликлар тақсимотининг турличалигини кўриш мумкин:

11.2а расмда кўндаланг кесим юзаси тўртбурчакдан иборат бўлган тўғри бурчакли профил кўрсатилган. Кўндаланг кесим юзасининг кўпгина вертикал профилларида оқимнинг максимал тезлиги эркин сиртига эмас, профил ичидаги бирор, яъни маълум чуқурликдаги нуқтасига мос келади.

Бу фикримизнинг исботи сифатида 11.3 расмга мурожат қилсак, *n-n* кесимдаги максимал тезликнинг эркин сиртдан маълум Z_1 – масофада рўй беришини кузатамиз, бошқа вертикаллар бўйича тезлик тақсимотининг ўзгариши турлича бўлишини кўрамиз.

Прандтлнинг цилиндрик қувурлар учун олган назарий ечимлари ягона назарий аниқ ечим ҳисобланиб, мураккаб геометрияли каналлар учун бундай назарий ечим ҳозирча мавжуд эмас. Аммо Базен томонидан мураккаб геометрик формага эга каналлар учун тезлик тақсимоти қуйидагича берилади:

$$u_x = u_{\max} - \frac{k}{R}\sqrt{Ri}(z - z_1)^2$$

(11.1.1)

z ва z_1 лар мос равишда $u_{\max}$ ва $u -$ тезликларга эга нуқталарнинг координаталари.

Тўғри бурчакли эни B бўлган $(B \succ h)$ ўзандаги ўртача тезликлар тақсимоти Прандтл томонидан таклиф қилинган логарифмик қонуният орқали берилиб, у қуйидаги кўринишга эга бўлади.

$$u_x = u_* \frac{1}{\chi_0} \ln z + C$$

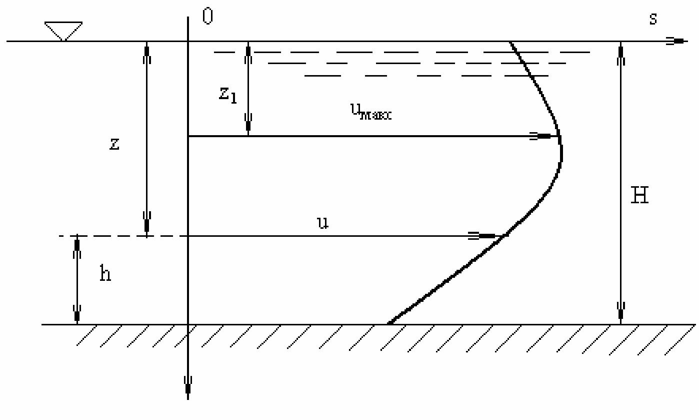
Бу ерда χ_0 - Карман коэффициенти. C - ўзгармасни оқим чегаравий шартларидан топамиз:

$$Z = H\ ,\ \bar{u}_x = u_{макс}$$

Бундан:

$$C = u_{макс} - \frac{u_\bullet}{\chi_0} \ln H$$

эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.



Расм 11.3

У ҳолда

$$\vec{u}_x = \vec{u}_{макс} - \frac{u_\bullet}{\chi_0} \ln \frac{r_0}{r}$$

(11.1.2)

$$\vec{u}_x = \vec{u}_{макс} - \frac{u_\bullet}{\chi_0} \ln \frac{H}{z} .$$

Ҳосил қиламиз ва амалий ҳисоблашлар учун

$$u_{пов} \geq 20\sqrt{Ri} \qquad u_{орт} = u_{пов}$$

кўпинча қуйидаги формулани оламиз:

$$u = u_{орт} - 20\sqrt{Ri}\left(\frac{H-h}{H}\right)^2$$

(11.1.3)

$u - h$ - чуқурликдаги тезлик.

Ўзан кўндаланг кесимининг геометрик элементлари. Асосий ҳисоблаш формулалари. Тўғри бурчакли, трапеционал ва эгри чизиқли кўндаланг кесимларга эга бўлган ўзанлар табиатда жуда кўп тарқалган ўзанларга мисол бўлади.

Бу ўзанларнинг асосий геометрик элементлари эса, $\omega -$ тирик кесим юзаси, (яъни кўндаланг кесим юзаси) $\chi -$ намлик периметри ва гидравлик радиуси R ҳисобланади, h - сув сатҳи баландлиги.

I) Кўндаланг кесим юзаси тўғри бурчакдан иборат ўзанларнинг геометрик элементлари қуйидаги формулалар орқали топилади:

1. Кўндаланг кесим юзаси:

$$\omega = bh$$

2. Ҳўлланган периметри:

$$\chi = b + 2h$$

3. Гидравлик радиуси:

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{bh}{b+2h}$$

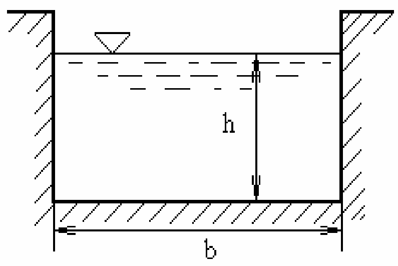
(11.1.4)

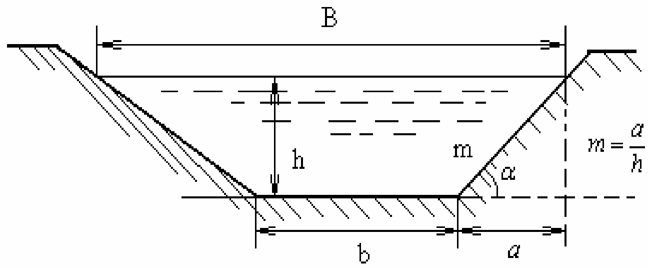
Жуда кенг ўзанлар учун $b \geq h$ бўлиб, $R \approx h$ деб қабул қилиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, маълумки,

$$R = \lim_{b\to\infty} \frac{bh}{b+2h} = \lim_{b\to\infty} \frac{h}{1+2h/b} = h$$

Кўндаланг кесим юзаси

II. Трапециадал кесимли очиқ ўзанлар учун геометрик элементлар қуйидагича топилади.





Расм 11.4 Расм 11.5

Кўндаланг кесим юзаси:

$$\omega = (b + mh)h \qquad (11.1.5)$$

$$m = \frac{a}{h} = ctg\alpha$$

бўлиб, нишаблик коэффициенти дейилади.

2. Намлик периметри:

$$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2} \qquad (11.1.6)$$

3.Гидравлик радиуси:

Жуда кенг каналлар учун ушбу тенгсизлик $b \geq h$ ўринли бўлади

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{b(1+\frac{mh}{b})h}{b(1+\frac{2h}{b}\sqrt{1+m^2}} = \frac{(1+\frac{mh}{в})h}{1+2\frac{h}{b}\sqrt{1+\frac{a^2}{h^2}}}$$

$$\lambda = в\left[1+\frac{2h}{b}\right]\sqrt{1+m^2};$$

$$B = b\left[1 + 2ь\frac{h}{b}\right]$$

Бу тенгликлардан қуйидаги лимитлар олинади:

$$\frac{mh}{b} \to 0 \quad \text{ва} \quad \frac{2h}{b}\sqrt{1+m^2} \to 0$$

ва бу ҳолда гидравлик радиус, хўлланган периметр ва ўзан юқори эни учун қуйидаги тенгликларни оламиз:

$$B \approx b$$

$$\lambda \approx b$$

$$R \approx h_{ўрт}$$

Юқоридаги келтирилган формулалардан шуни аниқлаш мумкинки, $b \geq h$ бўлса, кенг каналлар хўлланган периметри $\chi = B$ каналнинг юқори энига, гидравлик радиуси эса оқим ўртача чуқурлигига тенг бўлади.

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{\omega}{B} = h_{ўр}$$

Очиқ ўзан параметрларини ҳисоблашнинг асосий тартиби ва формулалари

Очиқ ўзаннинг гидравлик параметрларини ҳисоблашнинг асосий формуласи.

1. Сарф тенгламаси:

$$Q = \omega \upsilon$$

2. Ўртача тезлик учун Шези формуласи:

$$\upsilon = C\sqrt{Ri}$$

3. Оқим сарфи учун Шези формуласи:

$$Q = \omega C\sqrt{Ri}$$

4. Шези коэффициенти учун Н.Н. Павловский формуласи:

$$C = \frac{1}{n}R^{7}$$

бу ерда n - канал тубининг ғадир-будурлиги.

5. Шези коэффициентии учун Маннинннинг тақрибий формуласи:

$$C = \frac{1}{n}R^{1/6}$$

Ихтиёрий кўндаланг кесим юзали каналларнинг ҳисоби учун сарф характеристикаси – K- ҳисоб формуласидан фойдаланиш қулай, яъни:

$$K = \omega C\sqrt{R}$$

(11.1.7)

У ҳолда оқим сарфи учун ушбу формула ишлатилади:

$$Q = K\sqrt{i}$$

11.2 Очиқ ўзанлардаги оқимга оид асосий масалалар

Ихтиёрий кесимли ўзанларнинг турли формалари учун масалалар ечиш методикаси бир хил бўлиб, бу методикани кўп тарқалган характерли масалалардан бири бўлган трапециодал кесимга эга бўлган каналларга қўлланишини кўриб чиқамиз.

Очиқ ўзанлар учун гидравлик ҳисобнинг асосий масаласи қуйидаги параметрларни топиш ҳисобланади.

Масала 1. Оқим сарфи Q ни топиш.

Масала 2. Ўзаннинг қиялигини топиш.

Масала 3. Ўзан ўлчамлари – h - чуқурлиги, $в$ - энини топиш.

1 ва 2 масалалар тўғридан тўғри Шези формуласи орқали топилади, яъни:

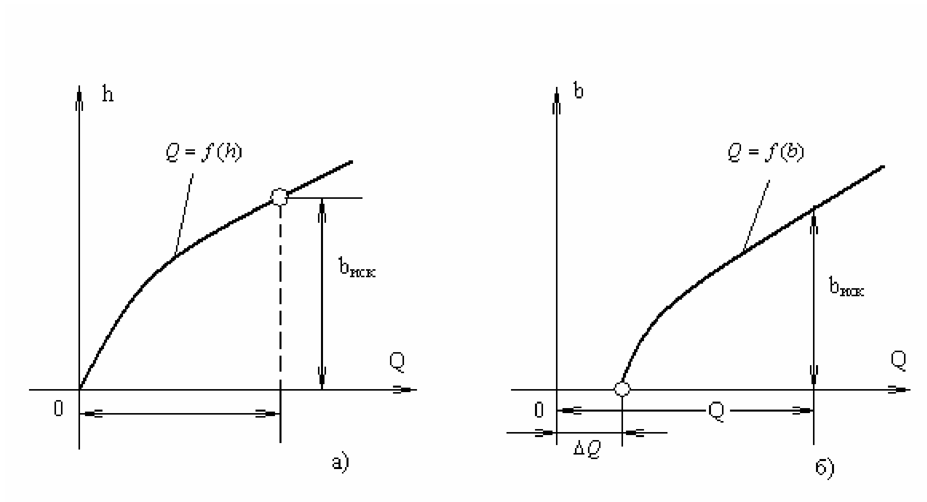
$$Q = \omega c\sqrt{Ri} \qquad \text{ва} \qquad i = \frac{Q^2}{\omega^2 c^2 R}$$

(11.2.1)

Оқимнинг қолган параметрлари берилган ёки олдиндан маълум бўлади. Трапециодал ўзанлар учун 1 масалада h, b, i - ва иккинчи масалада h, b ва Q қиялик коэффициенти – m, ғадир-будурлик коэффициенти – n лар қурилиш ва конструкторлик шартлари орқали топилади ва гидравлик ҳисобларда маълум катталиклар деб қаралади.

Учинчи масаланинг қийинлиги шундаки, ечиш учун бир қанча формулаларни ишлатишга тўғри келади: аввало каналнинг ўлчамлари, масалан трапециодал ўзанлар учун h, b топилиб, сўнгра бу параметрлар оқали сарф-Q ва нишаблик – i топилади. Шунинг учун бу масалани ечишда биргина Шези тенгламаси масалани тўла тўкис ифодалай олмайди, яъни:

$$Q = \omega C\sqrt{Ri} = F(b, h.i) \qquad (11.2.2)$$



Расм 11.6

Q ва i берилганда икки ноъмалумли битта тенгламага эга бўламиз.

Маълумки масалани ечиш учун кўпинча шартлар киритишга тўғри келади. Бу шартлар канал эни – b бўлса, h - ўзан чуқурлиги ноъмалум бўлиб, топилиши керак бўлган параметр ҳисобланади. Агар $\beta = b/h$ ифода ҳам берилса иккита тенгламага эга бўламиз. Бу тенгламаларнинг ечимидан канал чуқурлиги h ва эни b топилади.

Бу масаланинг аналитик ечими қийинчилик туғдирмайди, лекин h берилганда b ни топиш ёки тескариси b берилганда h ни топиш масаласи графо-аналитик усулда ечилса анча қулай ҳисобланади.

Расмда кўринишича биринчи ҳолда $Q = f(h)$ иккинчи ҳолда эса $Q = f(b)$. $Q = f(h)$ эгри чизиқ координата бошидан ўтади, $Q = f(b)$ эгри чизиқ эса $b = 0$ да 0-Q ўқини А нуқтада кесиб ўтади ва ўзаннинг эни 0 гача қисқарганда трапеция шаклидаги кўндаланг кесим юзаси учбурчакка айланади. $O-Q$ ўқини $O-a$ кесма учбурчак профилли, h чуқурликка эга ўзаннинг оқим сарфини беради.

Учинчи масалада қўшимча шарт сифатида $\beta = b/h$ нисбат берилади ва масала логарифмик кўринишга келтирилади.

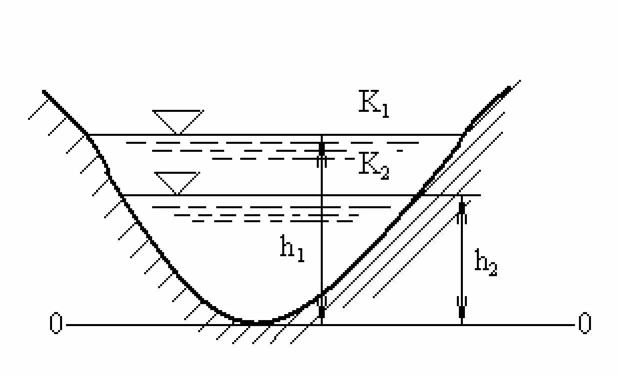
$$Q = Ah^{2,5-y} \tag{11.2.3}$$

Бу ердан h чуқурлик топилиб, сўнгра $b = \beta h$ формуладан b ўзаннинг эни топилади.

Ўзан параметрларини ҳисоблашнинг баъзи амалий усуллари. Сарф характеристика усули Шези формуласини қуйидаги шаклда қўллашга асосланади. K - сарф характеристикаси бўлиб. $K = \omega C\sqrt{R}$ формула орқали аниқланади.

Сарф – Q ; нишаблик i - ни топишдаги биринчи асосий икки масала олдинги параграфда батафсил кўрсатилди.

$$Q = K\sqrt{i} \tag{11.2.4}$$



Расм 11.7.

Бу ерда берилган h, b, m ва n параметрлар орқали аввало сарф характеристикаси $-K$, сўнгра сарф $-Q$ ва нишаблик i - лар топилади.

Худди шу усулда учинчи масала ҳам ечилади, лекин бу ерда Q сарф ва i - нишаблик берилган бўлиб, (11.2.3) формула орқали сарф характеристикаси ҳисобланади, сўнгра $K = f(h)$, $K = f(b)$ эгри чизиқлар қурилиб, бу эгри чизиқлар орқали ўзаннинг чуқурлик $h-$ва $b-$ эни аниқланади.

Ўзаннинг хисобининг гидравлик кўрсаткич усули. Ўзаннинг ҳар қандай кўндаланг кесими ва шу кесимлардаги ихтиёрий чуқурликлар h_1 ва h_2 лар ва оқим сарфлари учун қуйидаги тенгликни ёзиш мумкин

$$\left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^2 = \left(\frac{k_1\sqrt{i}}{k_2\sqrt{i}}\right)^2 = \left(\frac{k_1}{k_2}\right)^2 \tag{11.2.5}$$

Б.А.Бехметов очиқ ўзанларда сарф характеристикаси- K оқим чуқурлиги $h-$ нинг монотон ўсувчи функцияси бўлган ҳоли учун қуйидаги функцияни таклиф қилади:

$$K = f(h) = ah^p \tag{11.2.6}$$

У ҳолда (11.2.5) тенглик қуйидаги кўринишни олади:

$$\left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^2 = \left(\frac{K_1}{K_2}\right)^2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{2p}$$

Агар $2p = x$ деб белгилаш киритсак

$$\left(\frac{K_1}{K_2}\right)^2 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^x \tag{11.2.7}$$

Ўзаннинг ҳар қандай кўндаланг кесими учун Бахметов даража кўрсаткичини тақрибий доимий сон деб қарашни таклиф этади, бу тақрибий доимий сонни Н.Н.Павловскийнинг таклифига кўра ўзаннинг гидравлик кўрсаткичи деб қабул қилинади. Кўрсаткичнинг сонли қийматлари (11.2.7) формуладан топилади ва

$$\chi = \frac{2\lg(K_1 / K_2)}{\lg(h_1 / h_2)} \tag{11.2.8}$$

деб ёзилади.

Аниқ ўзан учун h_1 ва h_2 чуқурликлар берилганда $K_1, K_2 -$ сарф характеристикалари топилади. (11.2.7) ифода текис харакатланаётган суюқликларнинг $h-$чуқурлигини аниқлаш аҳамиятга эга бўлиб, Б.А.Бахметовнинг кўрсаткичлар қонуни дейилади. Кейинги ҳисоблашларда бу чуқурликни нормал чуқурлик деб қабул қиламиз ва $h_0 -$ орқали белгилаймиз. Ихтиёрий шаклдаги каналлар учун $h_0 -$ ни аниқлашни мисолда кўрамиз: (11.7 расм).

<u>Мисол</u>. Ўзаннинг берилган сарф $-Q$ ва $i-$ нишаблигида $-h_0-$нормал чуқурлигини топиш талаб этилган.

<u>Ечиш</u>. Аввало ўзаннинг керакли сарф характеристикасини аниқлаймиз. Бунинг учун (11.2.4) формуладан фойдаланамиз:

$$K_0 = \frac{Q}{\sqrt{i}}$$

(11.2.8) формула орқали ўзаннинг гидравлик кўрсаткичини аниқлаймиз

$$x = \frac{2\lg(K_1 / K_2)}{\lg(h_1 / h_2)}$$

(11.2.8) формуладан

$$\left(\frac{K_0}{K_1}\right)^2 = \left(\frac{h_0}{h_1}\right)^x$$

эканлигини топамиз. Демак нормал чуқурлик қуйидаги формула орқали топилади, яъни:

$$h_0 = h_1\left(\frac{K_0}{K_1}\right)^{2/x} = h_1\sqrt[x]{\left(\frac{K_0}{K_1}\right)^2}\ .$$

Бу тенгликнинг ўнг томонидаги барча катталиклар маълум.

Ўзаннинг баъзи бир кесими шакллари учун гидравлик кўрсаткичнинг қийматлари маълум, яъни:

а) Тўғри бурчакли кесими учун $b \geq h$ бўлса $x = 3{,}0$

б) Параболик типидаги ўзанлар учун $x = 4{,}0$

в) Учбурчак типидаги кесим юзасига эга бўлган ўзанлар учун $x = 5{,}5$

Ўзанлар хисобининг бошқа усуллари ҳам мавжуд бўлиб, булар жумласига И.И.Агроскиннинг абстракт модел усули, Н.Н.Павловский, В.Д.Журин, П.Г.Киселевларнинг график усуллари ва бошқалар киради.

Энг қулай гидравлик кесимларга эга бўлган ўзанлар.

Бир хил кўндаланг кесим юзасида, нишабликда ва ғадир-будурлик коэффициентида энг катта ўтказиш қобилиятига эга бўлган ўзанларга энг қулай гидравлик кесимга эга ўзанлар дейилади.

Энг қулай гидравлик кесимга эга бўлган ўзанлар иқтисодий қулай бўлмасликлари мумкин.

Шези формуласидан маълумки,

$$Q = \omega C\sqrt{Ri} = \omega\frac{\sqrt{i}}{n}R^{0,5+y} = FR^{0,5+y}\ .$$

Бу формуладан $Q_{\max}$ − бўлиши учун − $R_{\max}$ − бўлиши кўринади.

Маълумки гидравлик радиус $R = \omega / \chi$ тенг, шунинг учун $Q_{\max}$ – эришиш учун берилган кесим юзада $-\chi-$ ҳўлланган периметр энг кичик қийматга эга бўлиши керак. Маълумки трапециадал кесим юзасининг ҳўлланган периметри юқоридаги (11.1.6) формула орқали ҳисобланади, ундан ушбу тенглик олинади:

$$\chi = \frac{\omega}{h} = mh + 2h\sqrt{1+m^2}$$

Бу ерда $R \approx h,\quad b = mh$ эканлигини ҳисобга олсак ва оқим бўйлаб ҳаракатдаги кесим юзаси ўзгармас $\omega = const,$ яъни текис ҳаракат деб олсак: $\chi -$ ҳўлланган периметрининг ўзан чуқурлиги $-h$ нинг функцияси эканлигини топамиз, яъни ўуйидагича ёзиш имкониятига эга бўламиз:

$$\chi = f(h),$$

Маълумки $\chi > 0,$ ўзан чуқурлиги $0 < h < \infty$ оралиқда ўзгаради, $h \to \infty$ да $f(h) \to \infty$ $\chi -$ҳўлланган периметрининг энг кичик қийматини топиш учун, берувчи $h-$ни $\chi-$дан h бўйича биринчи тартибли ҳосила олиб, нолга тенглаймиз:

$$\frac{d\chi}{dh} = \frac{d}{dh}(\frac{\omega}{h}) = 0$$

Трапециадал кесим учун

$$\omega = (b + mh)h$$

Ва уни қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{\omega}{h^2} = \frac{(b+mh)h}{h^2} = \frac{b}{h} + m$$

Буни юқоридаги тенгликка қўйсак:

$$\frac{d\chi}{dh} = -\frac{b}{n} - m = m + 2\sqrt{1+m^2} = -\frac{b}{n} - 2m - 2\sqrt{1+m^2} = 0$$

$\frac{b}{h} = \beta$ эканлигини назарда тутиб,

$$\frac{d\chi}{dh} = -\beta - 2m - 2\sqrt{1+m^2} = 0$$

Бу ердан $m = ctg\theta$ бўлганда:

$$\beta = 2[\sqrt{1+m^2 - m}]$$

демак,

$$b = 2htg\frac{\theta}{2}\ , \ \beta = 2tg\frac{\theta}{2}$$

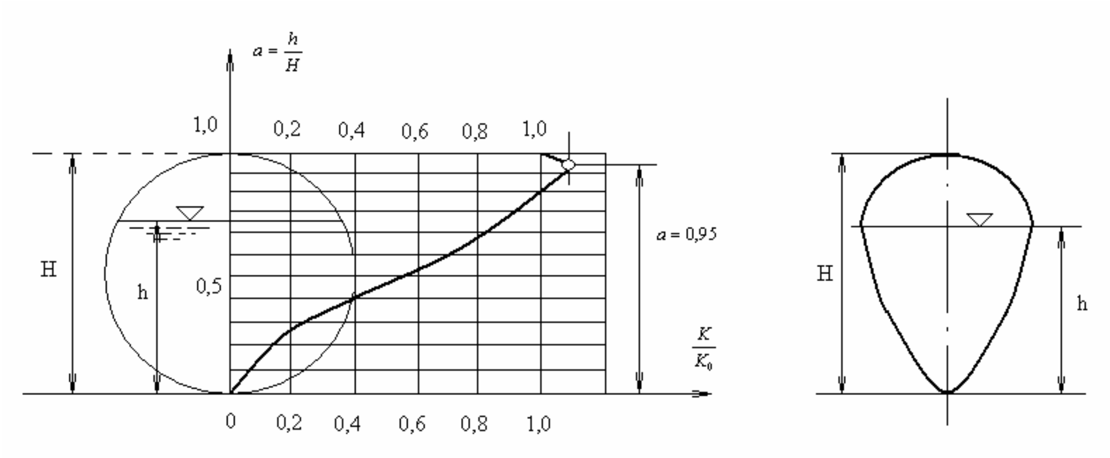
эканлигини ҳосил қиламиз.

Тўғри бурчакли кесимга эга бўлган ўзанлар учун, $m = 0$ $\beta = 2$ ёки $b = 2h$ экан. Иккала ҳолда ҳам гидравлик радиус

$$R = h/2\,.$$

Кўндаланг кесими мураккаб бўлган ўзанлар. Мураккаб кўндаланг кесим юзасига эга бўлган ўзанларнинг гидравлик ҳисоби баъзи махсусликларга эга.

Ўзанлар турли формага ва шаклларга эга бўлиши мумкин кўп ҳолларда ёпиқ профилли бўлиб (расм 11.8.) сувнинг чуқурлиги чегараланган бўлади. Маълумки каналнинг энг катта чуқурлиги қурилиш профили баландлиги тенг бўлади.



Расм 11.8

$(h_{\max} = H)$. Маълумки каналнинг сарфи ва чуқурлигининг ортиши муносабати билан $h = H$ тенг бўлади ва напорли оқимлар вужудга келади.

Доиравий кесимга эга бўлган ўзанлар учун гидравлик ҳисоблаш усулини кўриб чиқамиз(расм 11.8).

Қуйидаги муносабатни қараймиз:

$$\frac{K}{K_0} = f\left(\frac{h}{H}\right)$$

$k, k_0 - h < D$ ва $H = D -$ чуқурликларга мос сарф характеристикалари.

Доиравий кесимли ўзанлар ўзаро ўхшаш бўлганлигидан (11.2.9) ифода $D-$ диаметрга нисбатан инвариантдир.

$$C=\frac{1}{n}R^{y}$$

формуладаги $y=const$ бўлса шу муносабат билан $a=h/H$ ва k/k_0 координаталарда универсал ҳисоб графигини қуриш мумкин.(расм 11.8.)

Бу график орқали юқоридаги масалалар осон ечилади.

$$\frac{k}{k_0}=f\left(\frac{h}{H}\right)$$

функция графиги $h=0{,}95$ максимум қийматга эга бўлиб, кесимнинг тўла тўлдирилган қийматида энг катта сарф $h=0{,}95$ нуқтага мос келади. Эгри чизиқли ёпиқ профилли ўзанларда сарф характеристикасининг максимум қиймати $-k \quad h<h_{\max}$ эришилади, бу нуқтада ҳосила нулга тенг бўлади, яъни

$$\frac{dk}{dh}=o$$

Амалда кўпинча сарф характеристикасининг қийматлар жадвали ҳар хил диаметрли трубалар учун берилади.

Юқорида келтирилган ҳисоб турли ёпиқ ўзанлар учун ҳам таъллуқлидир.

Мураккаб эгри чизиқли профилли ўзанлар. Кўп ўзанлар ичидан расм 11.9 да келтирилган формага эга кесимли ўзан профилини қараб чиқамиз. Бу профилни берувчи $k=f(h)$ функция монотон ўсувчи функция бўлмай, $h>h_n$ яқин чуқурликда узилишга эга.

Узилиш нуқтаси эътиборга олинмаган нуқтада Шези формуласини қўлласак нотўғри натижага келишимиз мумкин.

Буни исботлаш учун Q/Q_2 сарфлар нисбати ифодасини ёзамиз ва бу ифодани $h=h_n$, $h=h_n+\Delta h$ чуқурликлар учун ёзсак,

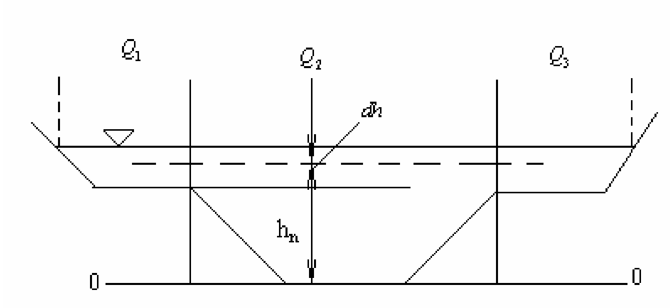
$$\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{\omega_1}{\omega_2}\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{0,5+7}=\frac{\omega_1^{\;1,5+y}}{(\omega_1+\Delta\omega)^{1,5+y}}\left(\frac{\chi_2}{\chi_1}\right)^{0,5+y}$$

Ва $\Delta\omega\to 0$ ҳисобга олиб $\Delta\omega-$ ни тушириб қолдирсак;

$$\left(\frac{Q_1}{Q_2}\right) \approx \left(\frac{\chi_2}{\chi_1}\right)^{0,5+y},$$

бу ерда $Q_1 > Q_2$

Бу сарфлар муносабати ҳақиқатга мос келмайди, чунки кўрсатилган профили очиқ ўзанларда чуқурлик ортиши билан сарф ортиб боради.



Расм 11.9.

Ҳақиқий ёки тақрибий натижа олиш учун қаралаётган ўзаннинг кўндаланг кесимини бир неча қисмга бўлиш, ҳар бир бўлимда қаралаётган $k = f(h)$ функциянинг узлуксизлиги ва ўсувчилик хоссаси бузилмаслигини бажариш шарт. (11.9 расм) У ҳолда сарф қуйидаги:

$$Q \approx Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

$$Q_1 = Q_3$$

формула орқали топилади. Ўзанларни ҳисоблашда мавжуд ўзаннинг ҳақиқий ўлчамларидан фойдаланиб сарф учун қуйидаги ,

$$Q = f(h)$$

формулани ҳосил қилиш керак.

Ўзанлардаги критик нуқтани топиш учун эса, сарф функциясидан ҳосила олиб уни нолга тенглаштириш орқали топилади:

$$\frac{df}{dh} = 0 \rightarrow h_0$$

Бу формула орқали эса, юқорида келтирилган параметрларни ҳам топиш мумкин.

XII БОБ

Суюқликларнинг очиқ ўзанлардаги бекарор нотекис ҳаракати

12.1 Нотекис ҳаракатнинг асосий дифференциал тенгламаси

Суюқликларнинг нотекис ҳаракати давомида чуқурлик – h, I - эркин сиртнинг нишаблиги оқим бўйлаб ўзгариб боради. Гидравлик нишаблик, эркин сиртнинг нишаблиги, оқим туби нишабликлари ўзаро тенг бўлмаган оқим нотекис оқим дейилади ва улар қуйидаги формулалар билан ифодаланади:

Гидравлик сатҳ нишаблиги:

$$i_f = \frac{dh_\omega}{ds} . \qquad (12.1.1)$$

Оқим туби нишаблиги:

$$i = -\frac{dz}{ds} , \qquad (12.1.2)$$

Эркин сирт нишаблиги:

$$I = -\frac{dH}{ds} . \qquad (12.1.3)$$

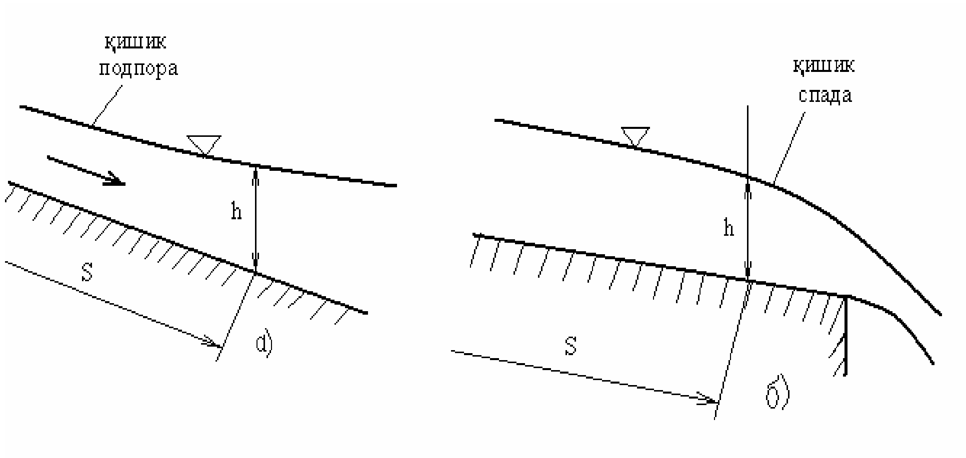
Бу ерда: $H = z + h$.

Агар h - канал чуқурлиги оқим пастга ортиб борса, яъни $\frac{dh}{ds} \succ 0$, эркин сирт чизиғи оқим таги эгри чизиқли ташкил этувчи ва ҳаракат секинлашувчи ҳаракат дейилади.(Расм 12.1а)

Агар h - канал чуқурлиги оқим бўйлаб камайиб борса, эркин сирт чизиғи пасаювчи эгри чизиғини ташкил этади ва ҳаракат тезланувчан ҳаракат дейилади. (Расм 12.1б).

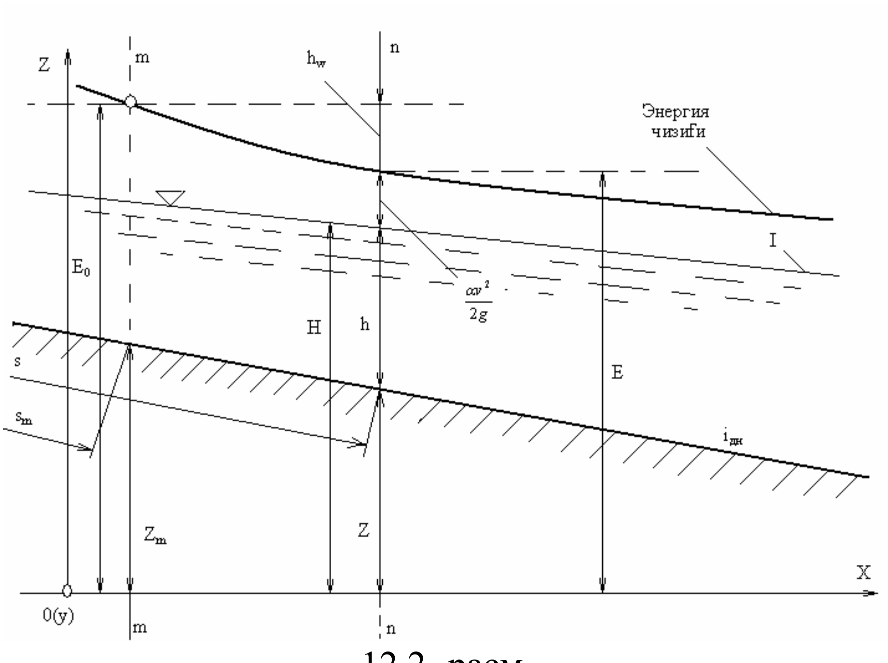
$$\left.\begin{aligned} \frac{dh}{ds} \succ 0 \\ \frac{dh}{ds} \prec 0 \end{aligned}\right\}$$

Оқимнинг нотекис ҳаракатини ҳисоблашда эркин сирт эгри чизиғининг шакли муҳим ўрин тутади. Нотекис ҳаракат масаласининг ечими оқимининг барча кинематик ва геометрик параметрларини топишга имкон беради.



12.1- расм.

Табиий сув оқими шакли (формаси) мураккаб бўлгани учун бу масалаларни ечиш бироз мураккаброқ (қийинроқдир) кечиши мумкин.



12.2- расм.

Шунинг учун бу ерда бироз соддароқ ўзанларни қараймизки, улардаги сарф характеристикаси учун ушбу тенглик $K = \omega c VR$ ўринли бўлиши билан бир қаторда , бу тенглик h - чуқурликнинг узлуксиз функцияси ҳисоблансин ва қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлсин:

$$\frac{\partial K}{\partial h} \succ 0$$

Юқорида келтирилган шартни қаноатлантирувчи ўзанларни қараб, призматик ва нопризматик ўзанларни алоҳида фарқлаймиз. Агар қаралаётган призматик ўзаннинг шакли ва эни бутун оқим ҳаракати давомида ўзгармас бўлса ва S - оқим узунлиги бўлиб, тўғри чизиқдан иборат бўлса, у ҳолда бундай ўзанлар учун ω –кўндаланг кесим юзаси ўзан чуқурлигининг функцияси ҳисобланади ва қуйидаги куринишга эга бўлади:

$$\omega = f(h)$$

Призматик бўлмаган ўзанларнинг кўндаланг кесим юзаси бутун оқим бўйлаб ўзгариб боради. Демак ω - функция икки ўзгарувчи h чуқурликнинг ва ўзан узунлиги s узлуксиз функцияси ҳисобланиб, қуйидагича ёзилади:

$$\omega = f(h, s)$$

S - ҳисоблаш бошидан то кузатилаётган нуқтагача бўлган масофа.
Юқорида келтирилган мулохазаларни ҳисобга олиб, $m-m$ ва $n-n$ кесимлар учун Бернулли тенгламасини ёзамиз. Ҳаракатни бундан буён текис ўзгарувчан деб қараймиз, яъни:

$$z_m + h_m + \frac{\alpha_m v^2}{2g} = z + h + \frac{\alpha v^2}{2g} + h_\omega = cons$$

$H = z + h$ деб белгилаш киритиб, юқоридаги тенгламани дифференциаллаб қуйидаги ифодани оламиз:

$$dH + d(\frac{\alpha v^2}{2g}) + dh_\omega = 0$$

бу тенгламани ds – га бўлиб юбориб, ушбу тенгликни оламиз:

$$\frac{dH}{ds} + \frac{d}{ds}(\frac{\alpha v^2}{2g}) + \frac{dh_\omega}{ds} = 0$$

ёки

$$-\frac{dH}{ds}=\frac{d}{ds}(\frac{\alpha v^2}{2g})+\frac{dh_\omega}{ds}$$

(12.1.4)

dh - эркин сиртнинг нишаблиги, $\frac{dh_\omega}{ds}=i_f$ эса, $n-n$ кесимдаги гидравлик нишаблик бўлиб, бу гидравлик нишаблик Шези формуласи орқали қуйидагича ёзилади:

$$i_f=\frac{v^2}{cR^2}$$

орқали аниқланади. Текис бўлмаган ҳаракат давомида нишаблик i_f - оқим бўйлаб ўзгариб боради.

Келтирилган белгилашларни ҳисобга олсак (12.1.4) тенгламани қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин.

$$I=\frac{d}{ds}(\frac{\alpha v^2}{2g})+\frac{v^2}{cR^2}$$

(12.1.5)

Бу тенглама нотекис ҳаракатнинг биринчи асосий тенгламаси дейилади. Бу тенгламадаги $v, C, R-$ параметрлар ҳақиқий h - чуқурликка эга бўлган оқимнинг берилган кўндаланг кесимига мос келувчи параметрлар бўлиб, текис оқим чуқурлигини ифодаловчи – h_0 мос келмайди.

(12.1.4) тенгламанинг чап томонини қуйидагича ўзгартирамиз, яъни $H=z+h$, $dH=dz+dh$ деб, ds бўламиз:

$$-\frac{dH}{ds}=-\frac{dz}{ds}-\frac{dh}{ds}$$

Лекин $-\frac{dH}{ds}=I$ нишаблик, яъни эркин сиртнинг нишаблиги, $\frac{dz}{ds}-$ оқим туби нишаблигидир. Бу алмаштиришларни қўйсак:

$$I=i-\frac{dh}{ds}$$

(12.1.6)

ҳосил қиламиз. Тенглама (12.1.4) нинг ўнг томонини қуйидагича ўзгартирамиз, яъни

$$\frac{d}{ds}(\frac{\alpha v^2}{2g}) = \frac{d}{ds}(\frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}) = \frac{\alpha Q^2}{2g}\frac{d}{ds}(\frac{1}{\omega^2})$$

Умумий ҳолда нопризматик ўзанлар учун тенглик

$$\omega = f(h,s)$$

Ўринли бўлиб, оқимнинг ҳарактланувчи кўндаланг кесим юзаси ҳисобланувчи ω- функциянинг тўлиқ дифференциали қуйидагига тенг:

$$d\omega = \frac{\partial\omega}{\partial s}ds + \frac{\partial\omega}{\partial h}dh$$

Оқимнинг ҳарактланувчи кўндаланг кесим юзаси ҳисобланувчи ω- функциянинг тўлиқ дифференциали қуйидагига алмаштириш мумкин, яъни:

$$d(\frac{1}{\omega^2}) = -\frac{2}{\omega^3}d\omega = -\frac{2}{\omega^3}(\frac{\partial\omega}{\partial s}ds + \frac{\partial\omega}{\partial h}dh)$$

Бу ердан:

$$\frac{d}{ds}(\frac{1}{\omega^2}) = -\frac{2}{\omega^3}(\frac{\partial\omega}{\partial s} + \frac{\partial\omega}{\partial h}\frac{dh}{ds})$$

Маълумки $\frac{\partial\omega}{\partial h}$ - қиймати ўзаннинг -b юқори кенглигига тенглигини ҳисобга олиб,

$$\frac{\partial\omega}{\partial h} = B \qquad (12.1.6^1)$$

деб алмаштириш бажарсак юқоридаги тенгламанинг кўриниши қуйидагича ўзгаради:

$$\frac{d}{ds}(\frac{\alpha\upsilon^2}{2g}) = -\frac{\alpha Q^2}{g\omega^3}(\frac{\partial\omega}{\partial s} + B\frac{dh}{ds}) \qquad (12.1.7)$$

(12.1.5) тенгламадаги иккинчи ифодани қуйидагича ўзгартирамиз.

$$\frac{\upsilon^2}{c^2R} = \frac{Q^2}{\omega^2c^2R} \qquad (12.1.8)$$

Шунингдек (12.1.5) тенгламада қуйидаги алмаштиришни қиламиз:

$$i-\frac{dh}{ds}=-\frac{\alpha Q^2}{g\omega^2}\left(\frac{\partial\omega}{\partial s}+B\frac{dh}{ds}\right)+\frac{Q^2}{\omega^2c^2R}$$

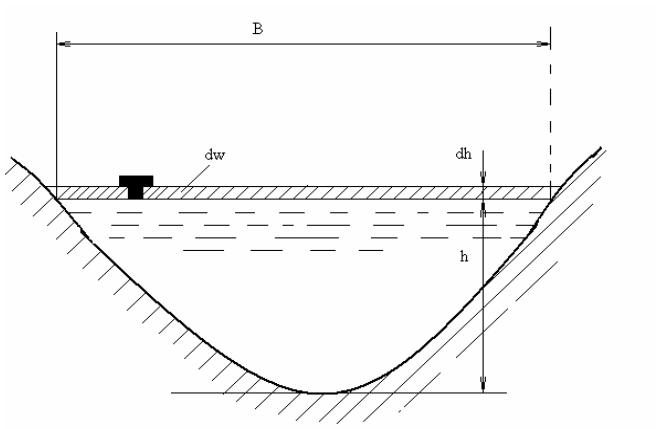
Ҳосил бўлган тенглама $\frac{dh}{ds}$ - га нисбатан ечилади ва қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{dh}{ds}=\frac{i+\frac{\alpha Q^2}{g\omega^2}\frac{\partial\omega}{\partial s}-\frac{Q^2}{\omega^2c^2R}}{1-\frac{\alpha Q^2}{g\omega^2}B} \qquad (12.1.9)$$

Бу тенглама очиқ ўзанда текис бўлмаган ҳаракатнинг иккинчи асосий тенгламаси дейилади.

Текис ҳаракат учун эса, маълумки $\frac{\partial\omega}{\partial s}=0$, иккинчи асосий тенглама қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{dh}{ds}=\frac{i-\frac{Q^2}{\omega^2c^2R}}{1-\frac{\alpha Q^2}{g\omega^2}B} \qquad (12.1.10)$$



12.3- расм.

Нишаблиги $i=0$ бўлган ўзанлар учун бу тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{\dfrac{Q^2}{\omega^2 c^2 R}}{\dfrac{\alpha Q}{g\omega^2} B - 1}$$

(12.1.11)

Нишаблик манфий бўлган $i < 0$ каналлар учун тескари нишаблик тушунчасини киритамиз ва $-i = i^1$ деб белгилаймиз ва (12.1.10) формуладан оқим чуқурлигининг оқим бўйлаб ўзгариши қонуниятини ифодаловчи қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i^1 + \dfrac{Q^2}{\omega^2 c^2 R}}{\dfrac{\alpha Q}{g\omega^2} B - 1}$$

(12.1.12)

Нотекис ҳаракат назариясининг асосий масаласи ҳар қандай аниқ очиқ ўзан ёки каналлар учун турли шартларда эркин сирт чизиғини қуришдан иборат бўлиб, бу эгри сирт чизиғи

$$h = f(s)$$

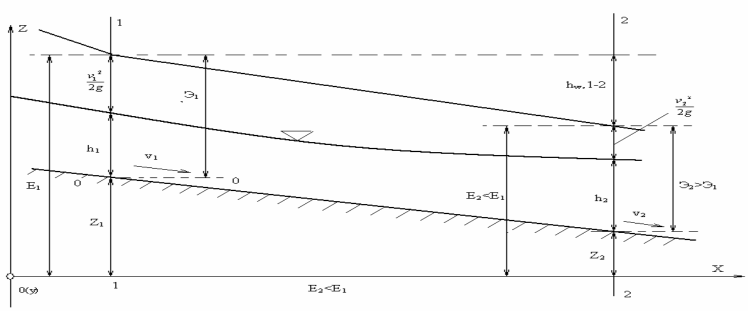
(12.1.13)

функционал боғланишни топишдан иборатдир.

12.2 Оқим ва оқим кесимининг солиштирма энергияси. Критик чуқурлик

Оқимнинг солиштирма энергияси деб, Бернулли тенгламаси орқали аниқланиб, бирор xoy текисликка нисбатан ёзилган тўла солиштирма энергияга айтилади.

Кўрсатилган текислик бутун оқим бўйлаб ўзгармай қолади. *1-1* - кесим бўйича энергия



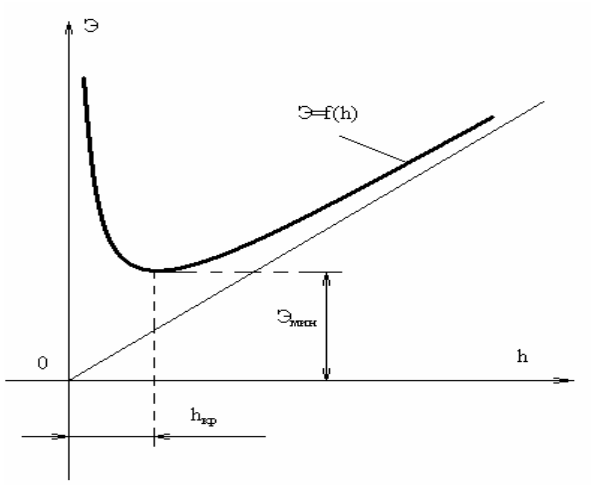
12.4 расм

$$E_1 = E_2 + h_{\omega 1-2} \qquad (12.2.1)$$

$h_{\omega 1-2}$ - йўқолган напор оқим бўйлаб ортиб боради, E_2 - солиштирма энергия эса узлуксиз камайиб боради.
Оқим кесимининг солиштирма энергияси ҳам Бернулли тенгламаси 12.4- расм. орқали ёзилади, лекин солиштирма оқим энергиясидан фарқи шуки, ихтиёрий xoy текисликка нисбатан эмас, балки ҳар бир кесим юзасининг энг пастки нуқтасидан ўтувчи горизонтал текисликка нисбатан аниқланади.
Демак бир кесимдан иккинчи кесимга ўтганда оқим ўз ҳолатини ўзгартиради.

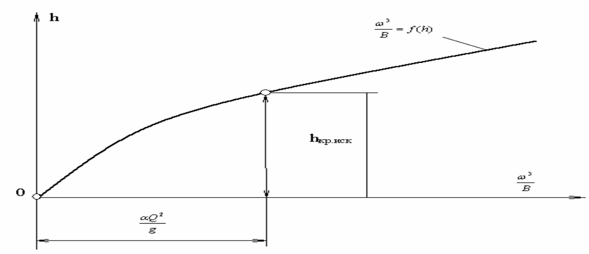
Кесимнинг солиштирма энергияси ташқи p_0 босимни (атмосфера босимини) ҳисобга олмаганда қуйидагича аниқланади:

$$Э = h + \frac{\alpha \upsilon^2}{2g} \qquad (12.2.2)$$



12.5- расм.

Солиштирма оқим энергияси оқим бўйлаб камайиши ёки ортиши мумкин. Текис ҳаракатда бу энергия ўзгармаслиги мумкин чунки $h_1 = h_2$ ва $v_1 = v_2$. Берилган Q - сарфда солиштирма кесим энергияси – $Э$ фақат чуқурлик – h нинг функцияси бўлиб, $Э(h) \succ 0$ бўлади.



12.6- расм.

Солиштирма кесим энергияси графиги. Маълумки, оқим кесими энергияси учун кесимнинг солиштирма энергиясини ифодаловчи ушбу тенглик ўринли бўлиб қуйидагича ифодаланади:

$$Э = h + \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2} = Э(h),$$

Чунки ўртача тезлик, узлуксизлик тенгламаси $\upsilon = \frac{Q}{\omega}$ орқали ифодаланганлиги учун қуйидаги ҳулосалар ўринлидир.

Агар ва $h \to 0, \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2} \to \infty$ ва $Э(h) \to \infty$.

1. Агар , оқим чуқурлиги $h \to \infty$ бўлса, ҳаракатдаги кўндаланг кесим юзаси $\omega \to \infty$, ва энергия ошиб боради $Э(h) \to \infty$, бу ҳолда $Э(h)$ - ни $Э$ ва h координаталар системаси орқали ифодалаймиз.

а) Агар оқим чуқурлиги $h \to \infty$ интилса, $\frac{\alpha Q^2}{2g\omega} \to \infty$ интилиб, солиштирма кинетик энергияни ифодаловчи -$Э(h)$ эгри чизиқ ордината ўқи $Э$ -га асимптотик яқинлашади.

б) Агар оқим чуқурлиги $h \to \infty$ интилса, энергияни ифодаловчи эгри чизиқ биссектриса ўқига асимптотик яқинлашади.

Демак $h \to \infty$, $\omega \to \infty,$ ва $\dfrac{\alpha Q^2}{2g\omega} \to o$ интилиб, тенглама ўз лимитида $h \to Э$ тенгламага интилади, бу тенглама эса координата бурчагининг биссектрисаси тенгламаси ҳисобланади.

Шундай қилиб, солиштирма кесим энергия функцияси $Э(h)$ +∞ дан -∞ ўзгариши оралиғидаги барча бутун қийматларни қабул қилади. Энергия функцияси узлуксиз функция бўлгани учун албатта минимум қийматга эга бўлади.

Солиштирма кесим энергияси функциясига минимум қиймат берувчи –чуқурликнинг қиймати – h га тенг бўлиб, критик чуқурлик дейилади ва у h_{kp} деб белгиланади ва $Э(h)$ - солиштирма кесим энергияси функциядан – дан h бўйича ҳосила олиниб, бу ҳосила *0* га тенгланиб топилади, яъни :

$$\frac{dЭ}{dh} = f(h) = 0 \tag{12.2.3}$$

У ҳолда :

$$\frac{dЭ}{dh} = \frac{d}{dh}\left(h + \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}\right) = 1 - \frac{\alpha Q^2}{2g\omega}\frac{d\omega}{dh} = 0$$

Математикадан маълумки B - канал кўндаланг кесимининг эни қуйидагиифода орқали топилади:

$$\frac{d\omega}{dh} = B \, .$$

Бу ифодани юқоридаги тенгликка қўйиб, қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$1 - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^3} B = 0$$

Бу ифодадан эса, қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\frac{\omega^2}{B} = \frac{\alpha Q^2}{g}$$

(12.2.4)

Бу тенгламанинг ечими қўйилган масаланинг жавоби бўлади.

$$\frac{\omega^3}{B} = g(h)$$

тенгламанинг графигини қурамиз (12.6 расм)

Тўғри бурчакли ўзан учун $\omega = bh$ бўлиб, оқим критик чуқурлигини топиш учун (12.2.4) формуладаги $bh_{kp} = \omega$ алмаштирсак,

$$\frac{b^3 h_{kp}{}^3}{B} = \frac{\alpha Q^2}{g}$$

Агар канал кўндаланг кесим учун қуйидаги ифодани

$$b = B$$

ўринли деб қарасак, критик чуқурликни топиш учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$h_{kp} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gB^2}} \qquad \text{ёки}$$

q - ўзаннинг 1м энига мос келувчи солиштирма сарфни билдириб, $м^3 / сек$ бирлик орқали ифодаланади ва $q = \frac{Q}{B}$ ўринлилигини ҳисобга олсак критик чуқурликни топиш учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^3}{g}},$$

Критик чуқурлик, суюқлик оқимини икки гурухга ажратишимизга имкон беради, яъни :

1. Критик чуқурликлардан катта чуқурликка эга бўлган оқим қирқилган оқим дейилади.
2. Чуқурлиги критик чуқурликлардан кичик бўлган оқимга шиддатли ёки жадал оқими дейилади.

Шиддатли оқим оқими туб сиртидан оқиб ўтиб, нотурғин тўлқинли сиртларни вужудга келтиради.

Критик нишаблик i_{kp} –деб ўзаннинг шундай нишаблигига айтиладики, бу нишабликда оқим текис харакатланиб, оқим чуқурлиги критик чуқурликка тенг бўлади.

Критик чуқурликдаги оқим кўндаланг кесим юзасини- ω_{kp} деб белгиласак, Шези коэффицентини $-C_{кр}$, ва гидравлик радиусини –

R_{kp} деб белгиласак, критик нисбийлик учун қуйидаги формула хосил қиламиз:

$$i_{кр} = \frac{Q^2}{\omega_{kp}{}^2 c_{kp}{}^2 R_{kp}{}^2} \qquad (12.2.5)$$

Шунингдек критик нисбийлик учун бу ифодадан ўзгача ифодаларни хосил қилиши мумкин:

$$\frac{\omega_{kp}{}^2}{B} = \frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{\alpha \omega_{kp}{}^2 c_{kp}{}^2 R_{kp}{}^2 i_{kp}{}^2}{g}$$

бу ифодани критик чуқурликка нисбаиан ёзсак:

$$i_{kp} = \frac{g}{\alpha c_{kp}{}^2} \frac{\chi_{kp}}{B_{kp}} \qquad (12.2.6)$$

Жуда кенг ўзанлар учун $B \approx \chi_{kp}$ деб фараз қилсак критик чуқурлик ифодаси куйидаги кўринишга келади:

$$i_{kp} = \frac{g}{\alpha C_{kp}{}^2} \qquad (12.2.7)$$

Призматик ўзанлардаги нотекис ҳаракат эркин сиртининг шакли. Призматик ўзанлардаги оқимнинг нишаблиги қуйидаги формула орқали топилади, яъни:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \dfrac{Q^2}{(\omega c\sqrt{R})^2}}{1 - \dfrac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}} \qquad (12.2.8)$$

Бу формулани кейинги таҳлиллар учун қулай шаклга келтирамиз: маълумки оқим сарфи қуйидаги формула орқали топилади:

$$Q = K_0\sqrt{i}$$

Бу ерда $K_0 - h_0 -$ нормал чуқурликдаги сарф характеристикаси. Бундан келиб чиқиб, юқоридаги ифодани қуйидагича ёзишимиз мумкин:

$$Q^2 = K_0{}^2 i$$

Лекин $\omega c\sqrt{R} = K$ - бўлиб , K – эса оқимнинг қаралаётган ҳақиқий чуқурлик – h даги кўндаланг кесимнинг сарф характеристикасидир. Шунинг учун (12.2.8) формуланинг ўнг томонидаги суратни қуйидагича ёзамиз:

$$i - \frac{Q^2}{(\omega c\sqrt{R})^2} = i\left[1 - (\frac{K_0}{K})^2\right].$$

Махраждаги иккинчи қўшилувчини эса, қуйидагича ўзгартирамиз:

$$\frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3} = \frac{\alpha Q^2 / g}{\omega^3 / B} \qquad (12.2.9)$$

ва $\frac{\alpha Q^2}{g} = N_{kp}, \frac{\omega^3}{B} = N$ деб белгилаймиз , N - В.Д.Журин бўйича назорат сонининг критик қиймати десак, махраж қуйидаги кўринишни олади:

$$1 - \frac{N_{kp}}{N}$$

Юқоридаги формуланинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\frac{dh}{ds} = i\frac{1 - (\frac{K_0}{K})^2}{1 - \frac{N_{kp}}{N}} \qquad (12.2.10)$$

Маълумки:

$$1 - \frac{\alpha Q^2}{g\omega^2} = 1 - F_r,$$

Бу ерда $F_r = \frac{\alpha V^2}{gB}$.- Фруд сони.

деб ёзиш мумкин. Бу тенгламалардан оқимнинг турли шартларда оқим эркин сирти турли кўринишли эгри чизиқлар шаклида бўлишини кўриш мумкин. Бу ифодалар, яъни:

$$N = \omega^3 / B = f_1(h), K = \omega c\sqrt{R} = f_2(h)$$

ёрдамида ёрдамчи графикларни қурамиз ва эркин сиртнинг шаклини аниқлаймиз, 12.7 расм.

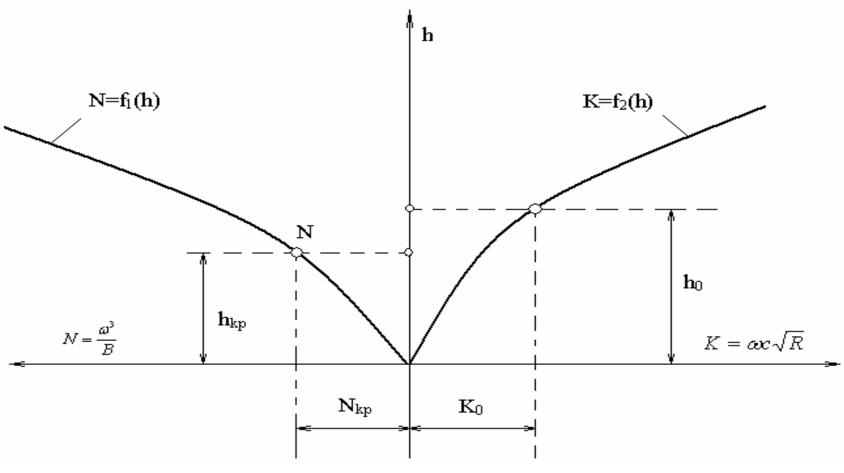
<u>Тўғри нишабли ўзан туби.</u> $(i > 0)$ бундай ўзанларда уч ҳол бўлиши мумкин, яъни

1) $i < i_{kp}$ 2) $i = i_{kp}$ 3) $i > i_{kp}$

<u>1. ҳол.</u> яъни $i < i_{kp}$, маълумки бу ҳолда номаълум чуқурлик – h_0. Критик чуқурликдан катта, яъни $h_0 > h_{kp}$. Оқим қирқимининг кўндаланг профилида икки чизиқ яъни h_0 – нормал чуқурлик чизиғи $(n - n)$ ва h_{kp} критик чизиқлари орқали кўрсатамиз $(k - k)$ чизиқ . Бу чизиқлар оқим тубига нисбатан параллел чизиқлардир.

Бутун оқим фазоси, яъни оқим туби чизиғининг юқори қисми, h_0 - нормал оқим чизиғи $(n - n)$ орқали учта соҳага ёки зонага бўлинади, яъни:

1. A – соҳа - нормал оқим чуқурлиги h_0- чизиғи $(n - n)$ нинг юқори қисми.
2. B – соҳа - нормал оқим чуқурлиги h_0 чизиғи $(n - n)$ ва критик оқим чуқурлиги h_{kp} чизиғи $(k - k)$ оралиғи. 12.7- расм



Расм. 12.7

3. C - критик оқим чуқурлиги чизиғи $(k - k)$ ва оқим туби чизиғи орасидаги соҳа.

Оқимнинг эркин сирти шу соҳаларнинг ҳар бирида жойлашиши мумкин.

A - зона. Бу соҳада ҳақиқий чуқурлик нормал чуқурликдан катта, яъни $h > h_0$, демак оқим сарфи характеристикаси K, нормал оқим характеристикаси K_0 дан катта ($K > K_0$). (Расм 12.7), назорат сон N, критик назорат N_{kp} сонидан катта, яъни $(N > N_{kp})$.

$\frac{dh}{ds}$ - нишабликнинг ишорасини топамиз. Маълумки нишаблик қуйидаги формула орқали ёзилади:

$$\frac{dh}{ds} = i\frac{1-(K_0/K)^2}{1-N_{kp}/N} \qquad (12.2.11)$$

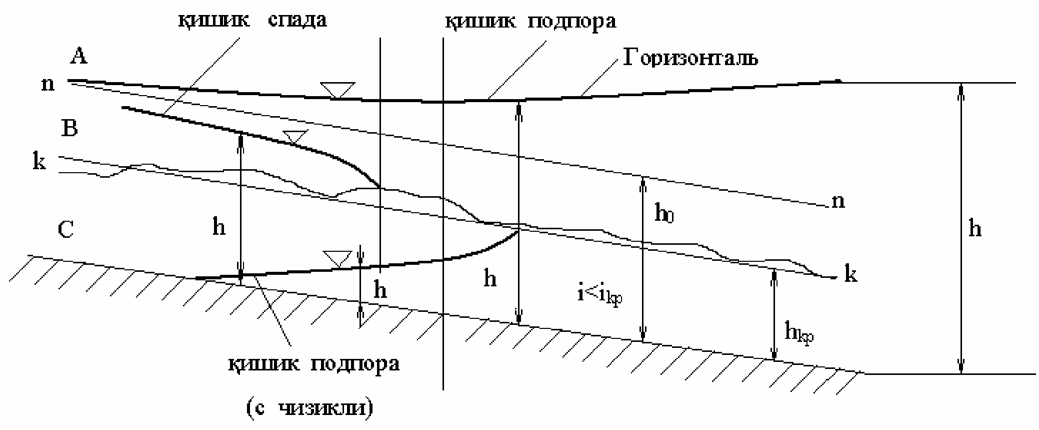
формула орқали ёзилади. Бу ифодада $K > K_0$ бўлса ифоданинг сурати $1-(K_0 K)^2 > 0$ бўлади ва $N > N_{kp}$ да махраж $1-N_{kp}/N > 0$ бўлиши орқали, каср ҳам мусбат бўлади, демак: $\frac{dh}{ds} > 0$, яъни оқим чуқурлиги оқим бўйлаб ортиб боради, эркин сиртнинг эгри чизиғи ўсувчи (димланиш) чизиқдан иборат бўлади.

Эркин сирт чизиғининг лимит шартларини қараб чиқамиз.

Оқим бўйлаб пастга қараб h - чуқурлик ортиб, лимитда ∞ чексизга интилсин, у ҳолда $K \to \infty, N \to \infty$, Шунинг учун (12.2.10) тенгликдадан лимитга ўтиб,ушбу миқдорга келамиз:

$$\frac{dh}{ds} \to i \qquad \text{ёки} \qquad dh = ids$$

Бу тенгликда эркин сирт горизонтал сирт ҳолатига интилиши кўринади, чунки чуқурликнинг dh - ортиши, оқим туби чизиғининг ids тушишини белгилайди. Бунда маълумки кўтарилиш эгри чизиғи (димланиш) оқим бўйлаб асимптотик тўғри чизиққа интилади.



12.8- расм.

Оқим йўналиши бўйлаб юқорига оқим чуқурлиги камайиб боради ва A зонада чуқурлик $(h \rightarrow h_0)$ h_0 - нормал чуқурликка интилади. У ҳолда оқим характеристикаси $K \rightarrow K_0, N \rightarrow N_0$ интилади.

Бу шартларда (12.2.11) ифоданинг сурати нол, махражи эса мусбат эканлиги кўринади ва

$$\frac{dh}{ds} = 0$$

Агар $\frac{dh}{ds}$ камайиб нолга интилса, юқорига оқим бўйлаб димланиш чизиғи асимптотик равишда чуқурликнинг нормал чизиғига интилади.

B - зона. Бу ерда ҳақиқий чуқурлик $h < h_0$, лекин $h > h_{kp}$ демак $K < K_0, N_0 > N > N_{kp}$. Шунинг учун $K_0 / K > 1.0, N_k / N < 1.0$ ва $\frac{dh}{ds} < 0$

Демак оқимнинг эркин сирти B зонада жойлашади, яъни нормал ва критик чуқурликлари орасида $\frac{dh}{ds} < 0$ ва h - оқим чуқурлиги пастга қараб оқим бўйлаб камаяди ва юқорига эса ортади, бу эгри чизиқ оқим пасайиш чизиғи бўлади.

Эркин сирт эгри чизиғини текширишда давом этсак, B зонадаги h - ҳақиқий чуқурлик $h - h_{kp}$ критик чуқурликдан катта бўлса

$(h > h_k)$, оқим бўйлаб пастга томон камайиб боради ва $h \to h_{kp}$,

у ҳолда $K \to K_{kp}$ ва $K_0 / K \to K_0 / K_{kp} > 1.0$ бўлади, (чунки махраждаги айирманинг иккинчи ҳади, яъни айрилувчи ҳад ортса, махраж камаяди) ва

$$N_{kp} / N \to N_{kp} / N_{kp} \to 1.0$$

бу ерда(12.2.10) тенгликка кўра чуқурлик ўзгариши учун қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$\frac{dh}{ds} = i\frac{(-)}{0} \to -\infty$$

шунинг учун оқим эркин сиртига ўтказилган уринма вертикал шаклни олади. (расм 10.8).

Оқим бўйлаб юқорига чуқурлик h - ортиб боради ва h_0 интилади, яъни $h \to h_0$ у ҳолда $K \to K_0$ ва $N \to N_0 > N_{kp}$,

Шунинг учун

$$\frac{dh}{ds} = i\frac{1-(K_0 / K)^2}{1-N_{kp} / N} = i\frac{(0)}{(+)} \to 0$$

демак пасловчи эгри чизиқ оқим бўйлаб асимптотик равишда нормал чуқурлик чизиғи $(n-n)$ интилади.

C - зона. Оқимнинг ҳақиқий чуқурлиги $h < h_{kp}$, шунинг учун $K < K_{kp} < K_0$.

Демак оқим чуқурлиги оқим бўйлаб пастга ортиб боради ва эркин сирт чизиғи ўсувчи - димланиш чизиғи кўринишини олади. Лимитда оқим бўйлаб пастга $h \to h_{kp}$ ва :

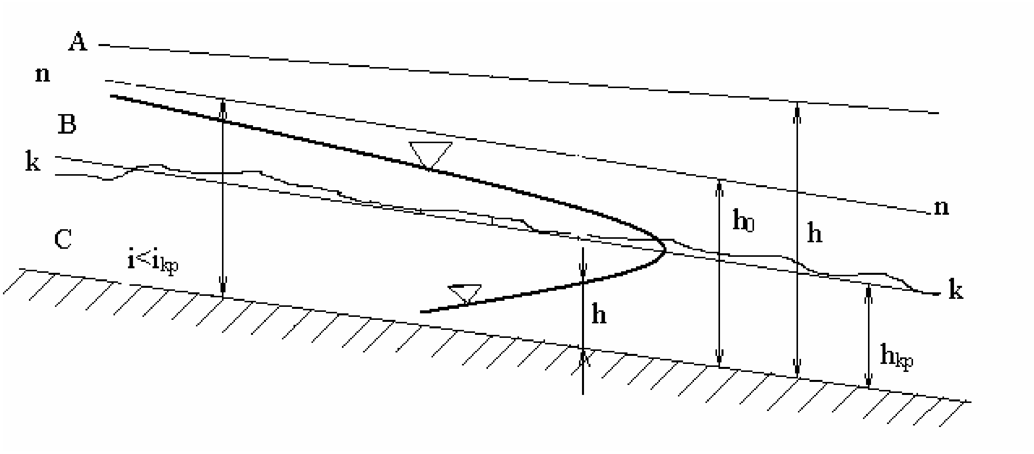
$$\frac{dh}{ds} = i\frac{(-)}{(-0)} \to +\infty$$

Эркин сирт чизиғи кескин юқорига кўтарилади ва вертикал текисликка ўринли шаклини олади.

Лимитда юқорига қараган ҳақиқий чуқурлик $h \to 0$, яъни физик маъносини йўқотади.(Чунки $h = 0$, деганi бу $Q = 0$ деганидир.)

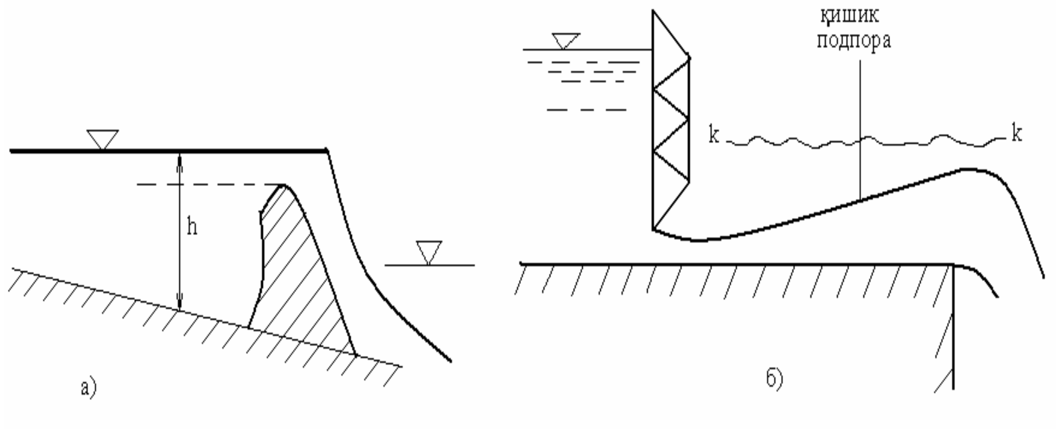
Хулоса: Шундай қилиб мусбат $(i > 0)$ нишабли ўзанларнинг эркин сирти учун юқоридаги 12.8 расмда келтирилган учта схемадан бири мавжуд бўлиши мумкин.

Мусбат нишабли ўзанлар эркин сиртининг мавжуд бўлган вариантлари 12.9 расмда келтирилган.



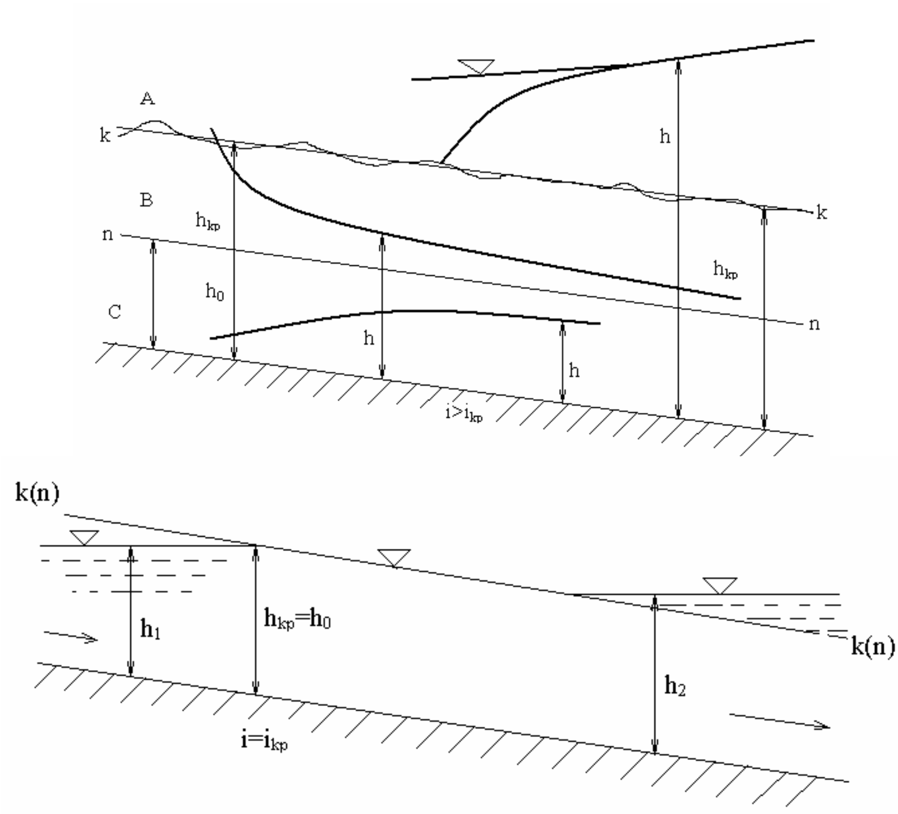
12.9- расм.

Бу оқим эркин сиртларининг ҳосил бўлиш шарт-шароитлари турлича бўлиб, 12.10а расмдан туб(димланиш) эгри чизиғи платина тўсиғи туфайли ҳосил бўлса, 12.10б расмдаги димланиш эгри чизиғи оқимнинг тўсиқ остидан оқиб чиқиши ҳисобидан ҳосил бўлади.



12.10 - расм.

2 чи ва 3 чи ҳоллар $(i > i_{kp}$ ва $i = i_{kp})$ учун 12.11 расмдаги натижавий схемаларда яъни оқим эркин сиртининг қабул қиладиган шакллари берилади:



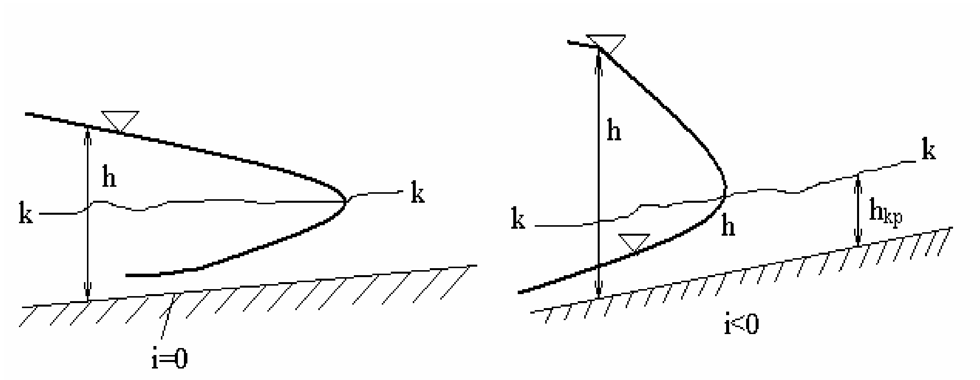
12.11 - Расм.

Туб нишаблиги $i=0$ ва $i<0$ бўлган ўзанлар.

Расм 12.12 эркин сирти қабул қилиши мумкин бўлган ҳоллар келтирилган 1чи ҳол учун расм 12.12

<u>Хулоса 1.</u> Таҳлилларнинг кўрсатишича расмда кўрсатилгандан бошқа эркин сиртни шакли мавжуд эмас.

<u>Хулоса 2.</u> Ўзан нишаблиги ўзгармас бўлса, ҳеч бир эркин сиртнинг эгри чизиғи нормал чуқурлик чизиғини ҳам, критик чуқурлик чизиғини ҳам ва бир зонадан иккинчи зонага ўта олмайди.



12.12 - расм.

Хулоса 3. Критик чуқурликка яқин чукурликларда (12.2.10) формуланинг оқим эркин сиртини характерлаш аниқлиги камаяди, чунки бу соҳада оқим ҳаракатининг текис ўзгариш шарти ўзгаради.

12.3 Нотекис ҳаракат асосий дифференциал тенгламасини интеграллаш

Нотекис ҳаракат дифференциал тенгламасини интеграллаш муаммоси билан узоқ вақтлардан бери олимлар шуғулланиб келишмокда. Айниқса Дюпюн (1848), Рюльман (1880) методи кенг тарқалган методлардан бўлса, Бресса методи тўғри бурчакли профилли кенг энли ўзанлар учун, Толклит методи эса параболик профилли ўзанлар учун яратилди.

XX асрда проф Б.А.Бехметов (1914) томонидан таклиф этилган метод- юқорида келтирилган методлар учун оммавийлиги билан ажралиб туриши учун шу давргача ўз қийматини йўқотиши йўқ. Кейинчалик эса бир қатор олимлар томонидан яъни проф. Н.Н.Павловский, проф. И.И.Агроскин ва бошқалар томонидан бир қанча янги ечимлар таклиф этилган.

Шуни қайд этиш лозимки, (12.1.18) формула орқали ёзилган дифференциал тенглама ноппризматик ўзанлар учун ечимга эга эмас, умумий ҳолда $\omega = f(s)$ номаълум, демак $\dfrac{\partial \omega}{\partial s}$ - ҳосила ҳам номаълум. Шунинг учун Бехметов ва бошқаларнинг ечимлари фақат призматик ўзанлар учун таъллуқли бўлади.

Оқим туби нишаблиги $i > 0$ бўлганда тенгламани интеграллаш. Дифференциал тенгламани Бехметов методи орқали интеграллаш. Қуйидаги тенгламани қараймиз:

$$\frac{dh}{ds} = i\frac{1-(K_0/K)^2}{1-\dfrac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}}$$

(12.3.1)

Бу ерда $K, B,$ ва W - катталиклар оқим h - чуқурлигининг функцияларидир, қолган катталиклар ўзгармас катталиклар, шунинг учун (12.3.1) тенгламанинг ўнг томони бирор $F(h)$ - оқим чуқурлиги h - нинг функциясини беради, демак бу тенглама оддий дифференциал тенглама бўлиб, ўзгарувчилари ажраладиган дифференциал тенгламадир.

Тенгламанинг ўнг томонини қуйидагича ўзгартирамиз, бунинг учун Б.А. Бехметовнинг кўрсаткичли қонунини қуйидагича ёзиб оламиз:

$$\left(\frac{K_0}{K}\right)^2=\left(\frac{h_0}{h}\right)^x$$

Бу ерда x - ўзаннинг гидравлик кўрсаткичи. Касрнинг суратини қуйидагича ёзиб оламиз, махраждаги иккинчи қўшилувчини эса қуйидагича ўзгартирамиз:

$$\frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}=\frac{\alpha i K_0{}^2 B}{g\omega^2\omega}=\frac{\alpha i K_0{}^2 B}{g\omega^2\omega}\frac{C^2}{C^2}\frac{\chi}{\chi}=\frac{\alpha c^2 i}{g}\frac{B}{\chi}\frac{K_0{}^2}{\omega^2 C^2(\omega/\chi)}$$

Маълумки $\omega/\chi=R,\ \ R$ - гидравлик радиус. Махраждаги (12.3.1) ифодани қуйидагича ёзиб оламиз, ўтган параграфлардан маълумки: $\omega^2 C^2 R^2=K^2$

$$1-\frac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}=1-\frac{\alpha C^2 iB}{g\chi}\left(\frac{K_0}{K}\right)$$

(11.2.8) ифодани назарда тутиб (12.3.1) формулани қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{dh}{ds}=i\frac{1-(K_0/K)^2}{1-\dfrac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3}}=i\frac{1-(h_0/h)^x}{1-\dfrac{\alpha C^2 i}{g}\dfrac{B}{\chi}(h_0/h)^x}$$

Келтирилган ифодаларнинг кўринишини соддалаштириш мақсадида қуйидагича белгилашни киритамиз, яъни:

$$\frac{\alpha c^2}{g}\frac{B}{\chi}=j$$

У ҳолда юқоридаги ифоданинг суръат ва махражини (h_0/h) ифодага бўлиб, (12.3.1) тенгламани қуйидаги кўринишга келтирамиз.

$$\frac{dh}{ds}=i\frac{(h/h_0)^x-1}{(h/h_0)^x-j}$$

(12.3.2)

Бу тенгликка, яъни (12.3.2) ифодга янги ўзгарувчини киритамиз: $\eta=h/h_0$ ва $d\eta=dh/h_0$ эканлигини ҳисобга олиб $dh=h_0 d\eta$ ни топамиз ва:

$$\frac{h_0 d\eta}{ds} = \frac{\eta^x - 1}{\eta^x - j}$$

(12.3.3)

формулани ҳосил қиламиз ва ифодада ўзгарувчиларини ажратиб, қуйидаги дифференциаль тенгламага келамиз:

$$\frac{ids}{h_0} = \frac{\eta^x - j}{\eta^x - 1} d\eta = d\eta + (1 - j)\frac{d\eta}{\eta^x - 1}$$

дифференциаль тенгламани интеграллаб қуйидаги тенгликка келамиз.

$$\frac{i(s_2 - s_1)}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 - \int_{\eta_1}^{\eta_2} (1 - j)\frac{d\eta}{1 - \eta^x}$$

Юқорида киритилган белгилашнинг ўртачасини $j_{ур}$ -деб, интегрални эса, $\int \frac{d\eta}{1-\eta^x} = \varphi(\eta) + C$ деб белгилаб, қуйидаги ифодага келамиз:

$$\frac{i(s_2 - s_1)}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j_{ур})(\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1))$$

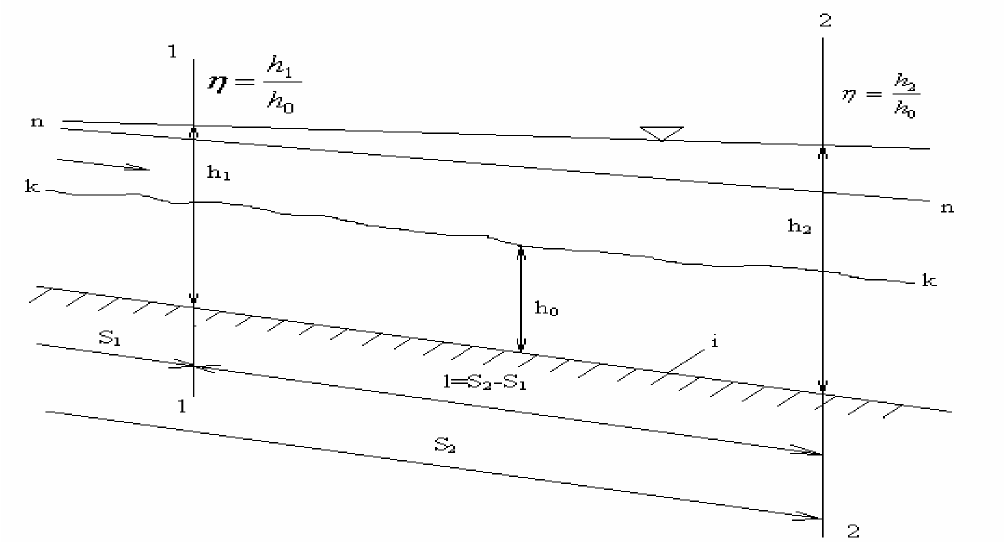
Бу ерда $s_2 - s_1 = l$ бўлиб ўзаннинг икки кесими оралиғидаги масофадир(10.13 расм), η_2 ва η_1 мос равишда $\frac{h_2}{h_0}, \frac{h_1}{h_0}$ нисбатларни билдириб, $j_{ур} = \frac{\alpha C^2 i}{g}\frac{B}{\chi}$ ифода билан бир қаторда эса шу юқорида кўрсатилган ораликқа мос келади. $\varphi(\eta_2), \varphi(\eta_1)$ ифодалар эса мос равишда $\eta_2 = h_2 / h_0, \eta_1 = h_1 / h_0$ нисбатларга мос келиб, оралиқнинг чекка кесимлари учун берилади.

$$\varphi(\eta) = \int \frac{d\eta}{1 - \eta^x} + C \qquad (12.3.4)$$

Интеграл қиймати интегрални ечиш орқали эмас, жадвал бўйича x ҳар хил қийматларини интегралга қўйиб ҳисобланади.Бу ерда x - ўзаннинг гидравлик кўрсаткичи ҳисобланади.

Проектлаш практикасида Н.Н.Павловскийнинг $x = 2.0$ дан $x = 5.5$ бўлган қийматларида $\Delta x = 0.25$ қадам орқали тузилган жадвалидан фойдаланилиб, (12.3.4) тенглама орқали икки асосий масала ечилади.

1-масала. h_1 ва h_2 берилган бўлса оқимнинг параметрлари ва ўзаннинг шакли олдиндан маълум бўлади. У ҳолда изланаётган масофа тенгламани тўғридан тўғри ҳисоблаш орқали амалга оширилади, яъни:



12.13-расм.

Оқимнинг Q, h_0, i, n - параметрлари ва ўзаннинг шакли олдиндан маълум бўлса, икки створ оралиғидаги h_1 ва оқимдан пастроқ жойлашган h_2 чуқурликлар орасидаги $l = s_2 - s_1$, изланаётган масофани топиш қуйидаги тенгламани тўғридан тўғри ҳисоблаш орқали амалга оширилади, яъни:

$$l = \frac{h_0}{l}\left\{\frac{h_2}{h_0} - \frac{h_1}{h_0} - (1 - j_{ур})\left[\varphi(\frac{h_2}{h_1}) - \varphi(\frac{h_1}{h_0})\right]\right\} \qquad (12.3.5)$$

створ(дарвоза) $j_{ўр}$ – қиймати эса

$$j_{ўр} = \frac{j_1 + j_2}{2}$$

ёки

$$j_{ўр} = \frac{\alpha C^2{}_{ур} i B_{ур}}{g \chi_{ур}}$$

бу ердаги $C_{ўр}, B_{ўр}$, ва $\chi_{ўр}$ гидравлик параметрлар - ўртача

$$h_{ўр} = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

чуқурликка мос келиб, $\varphi(\eta_2)$ ва $\varphi(\eta_1)$ функциялар эса мос жадваллардан топилиб, ўзан гидравлик x-кўрсаткичини ифодаловчи

$$\chi = \frac{2\lg(K_1 / K_2)}{\lg(h_1 / h_2)}$$

формула орқали ҳисоблашга келтирилади. Қолган барча ҳисоблаш катталиклари берилган тенглама орқали амалга оширилади.

<u>2-масала.</u> h_2 – чуқурлик маълум бўлганда ўзан (створидан) дарвозасидан l – масофада масофада жойлашган h_1 – чуқурликни топиш масаласи бўлиб, бу ерда ҳам биринчи масала каби ўзаннинг ва оқимнинг қолган ҳамма параметрлари маълум ҳисобланади.

Бу масаланинг ечими бироз мураккаброқ, чунки h_1 – чуқурликни қуйидаги шарт орқали топамиз:

$$h_1 = h_0 \eta_1$$

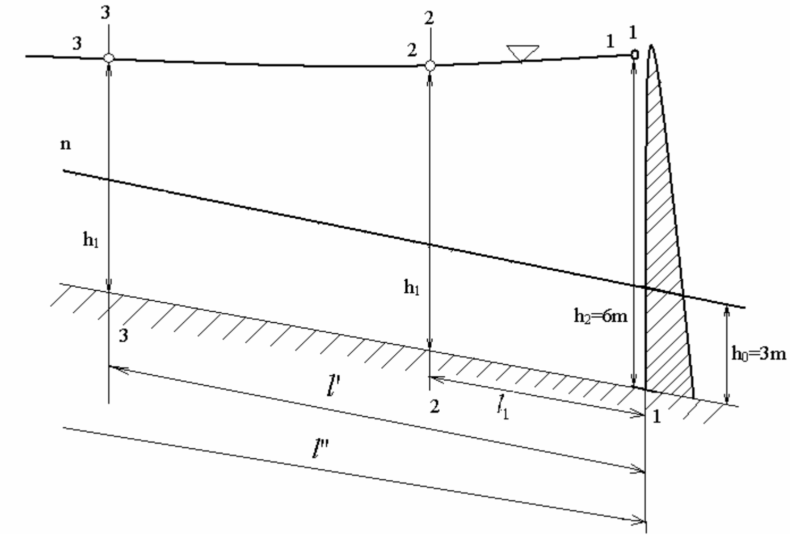
Мос равишда оқимдаги $h_1, h_1^{'}, h_1^{''}$ чуқурликлар берилган бўлса, η_1 – катталикни эса (12.3.2) тенгламани кетма-кет яқинлашиш методи орқали ечиб топиш мумкин бўлади, ва бу параметрлар орқали $l_1, l_1^{'}, l_1^{''} \ldots$масофалар топилади ва масофа $l = f(h_1)$ графиги қурилади.

Биринчи масаланинг ечими иккинчи масаланинг ечимига қараганда бироз осонроқ шунинг учун амалий ҳисоблашларда, масалан димланиш ёки спад (тушиш) чизиқларини қуришда шу масаладан фойдаланиш афзалроқ ҳисобланади.

12.14 расмдаги профилнинг димланиш чизиғини қуриш учун тўғон (плотина) олдидаги h_2 – чуқурликка асосланиб $l_1, l_2, l_3 \ldots$ масофаларни топиш учун h_1 ва $h_1^{'} = h_1 + \Delta h_1$ чуқурликлари берилади. Бу ерда Δh_1 - берилган интервалдир.

Ўзан нишаблиги $i = 0$ бўлганда тенгламани интеграллаш. Ўзан нишаблиги $i = 0$ бўлганда нотекис ҳаракатнинг асосий дифференциал тенгламасини қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{\dfrac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}}{\dfrac{\alpha Q^2 B}{g\omega^3} - 1}$$



12.14 - расм.

Тенгламадаги Q- сарфни чиқариб юбориш учун қуйидаги шартлардан фойдаланиш мумкин:

$$Q = K_1\sqrt{i_1} = K_2\sqrt{i_2} = ... = K_{kp}\sqrt{i_{kp}}$$

У ҳолда юқоридаги тенгламанинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\frac{dh}{ds} = i_{kp}\,\frac{(K_{kp}/K)^2}{\dfrac{\alpha i_{kp} K_{kp}^2 B}{g\omega^3} - 1}$$

Ўтган параграфдаги каби, яъни ўзан нишаблиги $i > 0$ бўлган ҳол учун чиқарилганидек махражнинг биринчи ҳадини ўзгартирамиз.

$$\frac{\alpha C^2 i_{kp} B \chi K^2{}_{kp}}{g\omega^2 \omega C^2 \chi} - 1 = \frac{\alpha C^2 i_{kp}}{g}\frac{B}{\chi}\frac{K_{kp}^2}{K^2} - 1$$

Ва қуйидаги тенгликларни ҳосил қиламиз:

$$K = \omega C\sqrt{R}, K^2 = \omega^2 C^2 R$$

тенгликларни юқоридаги дифференциаль тенгламага қўйиб, тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{dh}{ds} = i_{kp} \frac{(K_{kp} / K)^2}{\frac{\alpha C^2 i_{kp}}{g} \frac{B}{\chi} (\frac{K_{kp}}{K})^2 - 1} \qquad (12.3.6)$$

бу тенгламадаги ифодани

$$\frac{\alpha C^2 i_{kp}}{g} \frac{B}{\chi} = j_{kp}$$

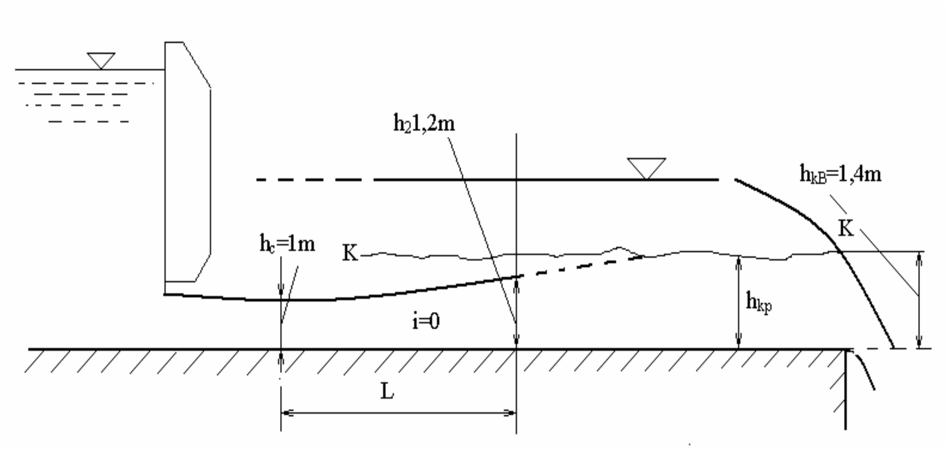
деб белгилаб ва суръат ва махражини $(K_{kp} / K)^2$ бўлиб,

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i_{kp}}{j_{kp} - (K / K_{kp})^2} = \frac{i_{kp}}{j_{kp} - (h / h_{kp})}$$

дифференциаль тенгламани ҳосил қиламиз ва

$$\xi = h / h_{kp}$$

янги ўзгарувчини киритамиз.



12.15 - расм.

бу ўзгарувчидан фойдаланиб, қуйидаги дифференциаль тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\frac{h_{kp} d\xi}{ds} = \frac{i_{kp}}{j_{kp} - \xi^x}$$

ёки

$$\frac{i_{kp}ds}{h_{kp}} = (j_{kp} - \xi^x)d\xi \qquad (12.3.7)$$

тенгламага келамиз ва бу тенгламани интеграллаймиз:

$$\frac{i_{kp}(s_2 - s_1)}{h_{kp}} = j_{kp}(\xi_2 - \xi_1) - \frac{\xi_2^{x+1} - \xi_1^{x+1}}{x+1}$$

Кўпгина ҳолларда $j_{kp} \approx 1.0$ деб олиш мумкин, бу ҳолда содда ва амалий ҳисобда қулай бўлган ушбу формулани ҳосил қиламиз.

$$\frac{i_{kp}l}{h_{kp}} = \xi_2 - \xi_1 - \frac{\xi_2^{x+1} - \xi_1^{x+1}}{x+1} \qquad (12.38)$$

Кенг ва тўғри бурчакли ўзанларнинг гидравлик кўрсаткичи $x = 3$ эканлигини эътиборга олсак, юқоридаги ифода янада соддароқ кўринишга келади, яъни:

$$\frac{i_{kp}l}{h_{kp}} = \xi_2 - \xi_1 - 0{,}25(\xi_2^4 - \xi_1^4)$$

12.15 -расмдан маълумки $l-$масофани топиш ёки ξ_1, ξ_2 -параметрларни топиш маълум катталиклар берилганда, қийинчиликсиз амалга оширилади.

Нишаблик $i < 0$ бўлганда тенгламани интеграллаш. Натижавий тенгламани келтирамиз, маълумки $i < 0$ бўлганда $i > 0$ бўлгандагининг тескари ҳолати олиниб, қуйидаги тенгламага келамиз:

$$\frac{i^{'}l}{h_0^{'}} = -\varsigma_2 + \varsigma_1 + (1 + j_{kp})\left[\varphi(\xi_2) - \varphi(\xi_1)\right] \qquad (12.3.9)$$

бу ерда $\varsigma_1 = h_1 / h_0^1$ ва $\varsigma_2 = h_2 / h_0^1$;

$$j_{kp} = \frac{\alpha c^2 i_{kp}}{g} \frac{B}{\chi}$$

(12.3.10)

ва

$$\varphi(\xi) = \int \frac{d\xi}{1+\varsigma^x} + c$$

Худди (12.3.4) тенгламанинг интеграли каби бу интеграл ҳам жадваллаштирилган ва амалда чекли айирмалар методига асосланган методлар орқали ечилади.(12.1.9) тенгламанинг ўнг томони $F(h)$ функция орқали белгиланиб $\frac{dh}{ds} = F(h)$ деб ёзиш мумкин, у ҳолда чекли айирмалар орқали қуйидагича ёзилади:

$$\Delta s = \Phi(h)\Delta h$$

Бу кўринишдаги мисолларни интеграллаш Эйлер, трапеция ва бошқа тақрибий усуллар орқали ечилади.

$\Phi(h)$ - тенгламани

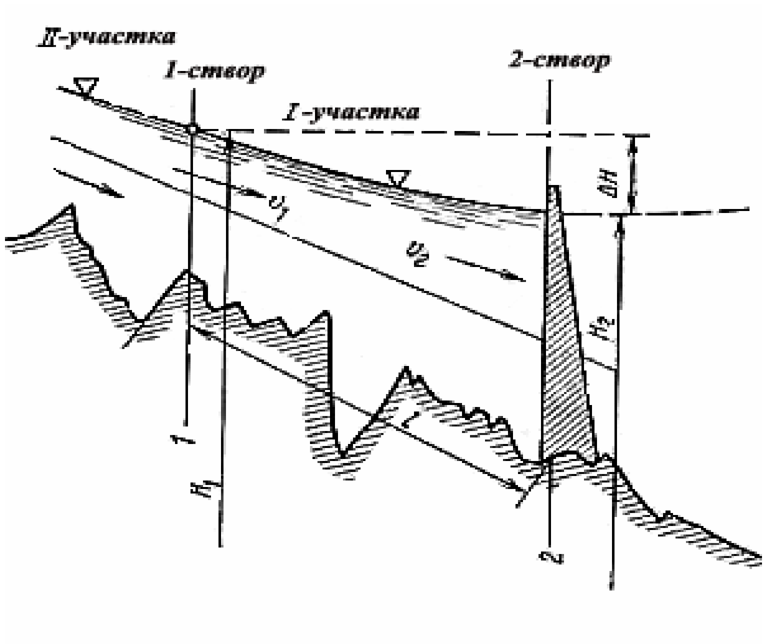
$$h = h_{kp} = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

кўринишдаги алмаштириш орқали ечиш мумкин, бу ерда юқоридаги формулани

$$l = \sum \Phi(h)\Delta h$$

Кўринишда ёзилади ва чекли айирмалар методи қўлланилади.

Табиий ўзанларда эркин сирт чизиғини чизиш. Оқим давомида ўзан геометрик шаклининг ўзгариши, оқим эркин сиртнинг бир жинсли эмаслиги, ўзан нишаблигининг ва оқим йўналишининг ўзгариб турганлиги сабабли табиий ўзанлар мураккаб ўзанлар ҳисобланади.



12.16 - расм.

Шунинг учун юқорида ўрнатилган оқим параметрлари орасидаги функционал боғланиш баъзи бир ўзгартиришлар билан қўлланиши мумкин.

Тушувчи ва кўтарилувчи эгри чизиқларни қуриш учун бир қатор усуллар мавжуд.

Шу усуллардан бири бўлган усул: Бернулли тенгламасидан фойдаланиб, эркин оқим эгри чизиғини қуриш усули билан танишамиз.

Баъзи бир ўхшаш характеристикаларини ҳисобга олган ҳолда каналлар ўзани бир неча ҳисоб участкаларига бўлинади, бунда асосий характеристика сифатида эркин сиртининг нишаблиги олинади.
Бу участкаларнинг узунликлари бир ўзан учун 0,5 км дан бир неча ўн километргача бўлиши мумкин. Сўнгра дала қидирув ишлари ҳисоблари орқали ҳар бир ҳисоб юритилаётган (створ) дарвоза учун $\omega = f_1(H)$ ва $R = f_2(H)$ функционал боғланишлар аниқланади. Бу ерда H - эркин сиртни белгиловчи параметр бўлиб, айнан шу кўндаланг қирқимли дарвозани билдиради.

Бернулли тенгламасини икки $1-1$ ва $2-2$ кесимлар учун ёзамиз.

Соддалаштириш мақсадида иккинчи кесимни проектлаштирилаётган тўғоннинг (платинанинг) ёнидан оламиз ва Бернулли тенгламасини қуйидагича ёзамиз:

$$H_1 + \frac{\alpha_1 \upsilon_1^2}{2g} = H_2 + \frac{\alpha_2 \upsilon_2^2}{2g} + h_\omega$$

Биринчи ва иккинчи створ(дарвоза) орасида йўқолган напорни Шези формуласи орқали топамиз:

$$h_{\omega 1-2} = il = \frac{Q^2}{(\omega C\sqrt{R})^2{}_{ур}} l = \frac{Q^2}{K^2_{ур}} l$$

$K_{ур}$ – биринчи оқим боши H_1 нинг оқим характеристикаси K_1 ва иккинчи H_2 – створ(дарвоза)лардаги K_2 сарф характеристикасининг ўрта арифметик қиймати сифатида қуйидагича аниқланади:(расм 12.16)

$$K_{ур} = \frac{K_1 + K_2}{2}$$

Бу алмаштиришларни Бернулли тенгламасига қўйиб, 1- участка учун қуйидаги тенгламага келамиз:

$$\Delta H = H_1 - H_2 = \frac{\alpha_2 \upsilon_2^2 - \alpha_1 \upsilon_1^2}{2g} + \frac{Q^2}{\frac{(K_1 + K_2)^2}{4}} l \qquad (12.3.11)$$

Бу тенгламадан кетма-кет яқинлашиш методи орқали ΔH_1 ёки H_1 – топилади.

Амалда $\frac{\alpha_2 \upsilon_2^2 - \alpha_1 \upsilon_1^2}{2g}$ ифода $h_{\omega 1-2}$ – йўқолган напорга нисбатан жуда кичик бўлгани учун тушуриб қолдирилади, у ҳолда (12.3.11) тенгламанинг кўриниши соддалашиб, қуйдаги кўринишга келади

$$\Delta H_1 \frac{4Q^2}{(K_1 + K_2)^2} l \qquad (12.3.12)$$

ΔH_1 – ҳисоблаб, яъни эркин сиртнинг H_1 нуқтасини топгандан сўнг, иккинчи, яъни биринчи участкадан юқорирокда жойлашган участка учун H_2 (12.3.11) ёки (12.3.12) формулалардан фойдаланиб, худди шу усулда топилади ва бошқа участкалардаги босимлар фарқи худди шу усулда топилади, яъни пастки участкадан қўшни юқори участкага ўтиб барча дарвоза(створ)лар учун эркин сиртдаги белги (отметка) нуқталарианиқланиб, номаълум эркин сиртнинг бу нуқталарни туташтириш орқали бутун оқим учун димланиш (подпор) кўтарилиш ёки тушиш эгри чизиғи қурилади.

Нотекис ҳаракат қилаётган оқимларнинг очиқ ўзанлари учун кинематик ва бошқа параметрларни топишда натижаларнинг аниқлиги қайсидир маънода турли факторларнинг, яъни гидравлик қаршилик, ғадир-будурлик, ўзаннинг шакли ва бошқа параметрлар ҳақида маълумотга эга бўлишни тақазо этади ва кузатувларнинг маълумотларини йиғиш аниқ ҳисоблар учун муҳим аҳамият касб этади.

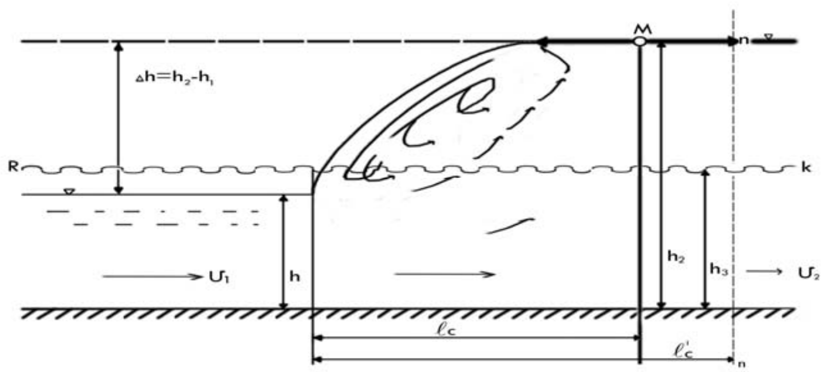
XIII БОБ
ГИДРАВЛИК САКРАШ

13.1 Очиқ ўзанлардаги гидравлик сакраш

Гидравлик сакраш деб, суюқлик оқимининг критик чуқурлик орқали кичик чуқурликдан катта чуқурликка кескин ўтишига содир бўладиган пўртанали жараёнга айтилади. Гидравлик сакраш жараёнида оқим сиртида пўртана бўлмаган ҳол ҳам бўлиши мумкин. Бу ҳолда оқим сирти сўнувчан тўлқинли бўлади.Оқимнинг бундай ҳолатини мукаммалашган гидравлик сакраш дейилади.

Суюқлик оқими $h_1 < h_{кр}$ чуқурликдан $h_2 > h_1$ чуқурликка кескин ўтиши натижасида критик нуқтагача узлуксиз, критик нуқта атрофида оқим тирик кесимини сиқувчи инерцион кучи J_o пайдо бўлиб, суюқликнинг бу сиқилиш деформациясигача қаршилик қилувчи қобилиятини белгиловчи - $J_к$ инерцион кучи пайдо бўлади. $J_o \geq J_k$ бўлганда суюқликнинг ҳаракатдаги кесим юзаси камайиб бориб, $J_o \leq J_k$ бўлганда эса суюқликнинг сатҳ юзаси ортади. Натижада гидравлик сакраш ҳосил бўлади. Оқим чуқурлигида гидравлик сакраш мукаммалланган ёки мукаммалланмаган бўлиши оқимнинг гидравлик параметрлари, оқим конфигурацияси, оқим тубининг деформацияланувчан ёки деформацияланмаганлиги, ҳамда суюқлик оқимининг чизиклилик даражасига боғлиқ бўлади.

Гидравлик сакрашнинг асосий параметрлари; гидравлик сакраш баландлиги $\Delta h = h_2 - h_1$ тенглик билан аниқланади;



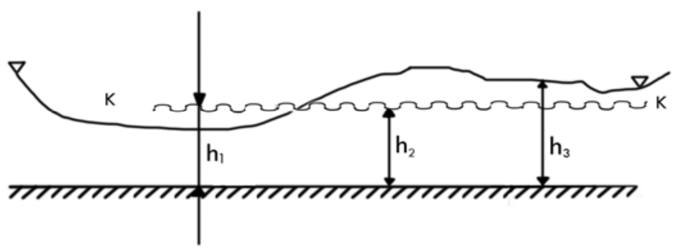
Расм 13.1.

M – нуқтага эса сакрашнинг бўлиниш нуқтаси дейилади. Баъзи ҳолларда сакраш узунлиги сифатида l_c – эмас, балки ундан кичирок бўлган $l_c \prec l'_c$ узунликлар олинади, чунки у сакраш бошланишидан то тезлик эпюраларининг тарқалиш баландлиги тугайдиган $n-n$ кесимгача (створ) бўлган масофа бўлиб, пастки бъефдаги тезлик катталиклари орқали аниқланади.

Гидравлик сакрашнинг рўй бериши. *Сакраш жараёнида оқим энергиясининг бир қисми сакрашни амалга ошириш учун сарф бўлади. Одатда оқимнинг* $h_1 < h_{кр}$ *чуқурликдан* $h_2 > h_{кр}$ *чуқурликка ўтиши текис рўй бермасдан, балки оқим димланиши натижасидаги оқим эгри чизиғининг кўтарилиши (подпор) орқали содир бўлади. (Расм 13.2.).*

Мукаммаллашган гидравлик сакраш жараёнида оқим сиртини ифодаловчи сирт тенгламаси $y=f(x)$ бўлиб, критик $N(x = x_n, y = y_n)$ нуқтада иккинчи тур узулишга эга бўлади ва икки эгри чизиққа ажралиб маълум масофада ўрама пайдо қилиб- M нуқтада яна бирлашади.

Призматик ўзандаги гидравлик сакрашнинг асосий тенгламаси
Гидравлик сакраш назариясининг асосий масаласи туташ чуқурликлар орасида боғланиш ўрнатиш билан боғлиқ.



Расм 13.2.

Бу боғланишни ўрнатиш учун импкльслар тенгламасидан фойдаланамиз. Одатдагидек $1-1$ ва $2-2$ кесимлар орасидаги суюқлик массасини ажратиб олиб, унга импульслар тенгламасини қўллаймиз.

dt - вақт оралиғида суюқлик массаси янги $1'-1'$ ва $2'-2'$ кесимлар орасига оқиб ўтиши туфайли, ажратилган суюқлик массаси ҳаракат миқдорининг орттирмаси қуйидаги ифода орқали ёзилади:

$$\Delta m\bar{u} = \left[m.u_{в} + mu_{c}\right]_{t+\Delta t} - \left[mu_{a} + mu_{в}\right]_{t}$$

Маълумки, барқарор ҳаракат вақтга боғлиқ эмас, шунинг учун қуйидаги тенгликни ёзишимиз мумкин:

$$(mu_b)_{t+\Delta t} = (mu)_t$$

Қаралаётган суюқлик массасининг ҳаракат миқдори орттирмаси a ва c - кесимлардаги ҳаракат миқдорлари айирмасига тенг бўлиб қуйидагича ёзилади, яъни:

$$\Delta\left(m\bar{u}\right) = mu_{c} - mu_{a}$$

c - соҳадаги ҳаракат миқдорини аниқлаймиз:

$$mu_{c} = \rho\alpha_{o}\omega_{2}v_{2}dt \cdot v_{2} = \rho\alpha_{o}dt\,\omega_{2}\cdot v_{2}^{2}$$

Худди шу каби a - соҳадаги ҳаракат миқдорини ёзамиз:

$$mu_{a} = \rho\alpha_{o}\omega_{1}v_{1}dt \cdot v_{1} = \rho\alpha_{o}dt\,\omega_{1}\cdot v_{1}^{2}$$

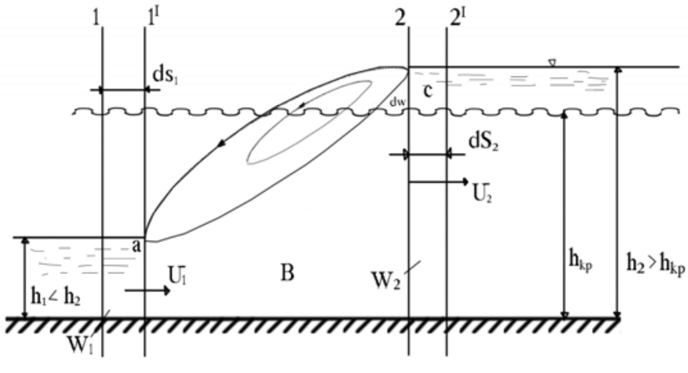
m - массанинг ҳаракат миқдори орттирмаси эса қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\Delta(mu) = \rho\alpha_{o}dt\left(\omega_{2}v_{2}^{2} - \omega_{1}\cdot v_{1}^{2}\right)$$

Бу ерда

$$\alpha_{o1} \approx \alpha_{o2} \approx \alpha_{o}$$

(13.1.1)



Расм 13.3

Оқимга таъсир қилувчи куч турлари: оқимнинг мос равишда $1-1$ ва $2-2$ чекка кесимларга P_1 ва P_2 босим кучлари таъсир қилади, G - қаралаётган суюқлик массасининг оғирлик кучи ва F - қўзғалмас ўзаннинг реакция кучи бўлиб ўзаннинг қаршилик кучи деб юритамиз ва тескари ишора билан олинади.

Бу кучларни ҳаракат ўқига проекциясини, ёки ўзаннинг нишаблиги $i=0$ деб, горизонтал ўққа проекциясини қараймиз ва импульсларнинг қуйидаги йиғиндисини оламиз:

$$\sum P\cos\alpha dt=\left(P_1-P_2-F\right)dt \qquad (13.1.2)$$

Одатда ўзан қаршилиги F, P_1, P_2 - кучларга қараганда анча кичик бўлгани учун уни эътиборга олинмайди, у ҳолда импульслар тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\rho\alpha_o dt\left(\omega_2 u_2^2-\omega_1 u_1^2\right)=\left(P_1-P_2\right)dt \qquad (13.1.3)$$

Бу ерда ω_1, ω_2 - I ва II ҳаракат кесими юзалари, u_1, u_2 - эса шу юзалардаги ўртача тезликлардир. оқим сарфларининг оқим йўналиши бўйлаб ўзгармаслиги узлуксизлик тенгламаси орқали қуйидаги тенглик орқали ифодаланади:

$$Q=\omega_1 u_1=\omega_2 u_2$$

гидростатик қонунларига асосан $\mathrm{P}_1=\rho g\omega_1 y_1$ ва $\mathrm{P}_2=\rho g\omega_2 y_2$ тенг бўлиб y_1, y_2 - лар мос равишда ω_1, ω_2 - кўндаланг кесим юзалари оғирлик марказларидан эркин сиртгача бўлган чуқурлиги эканлигини назарда тутсак , (13.1.3) тенгламанинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\rho\alpha_o Q^2\left(\frac{1}{\omega_2}-\frac{1}{\omega_1}\right)=\rho g\left(\omega_1 y_1-\omega_2 y_2\right)$$

Бу тенгликни ρg - ҳадга бўлиб қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\frac{\alpha_o Q^2}{g\omega_1}+y_1\omega_1=\frac{\alpha_o Q^2}{g\omega_2}+y_2\omega_2 \qquad (13.1.4)$$

Бу тенглама гидравлик сакрашнинг асосий тенгламаси дейилади. Маълумки ω ва y - лар чуқурликнинг функциялари ҳисобланиб, яъни $\omega=\omega(h)$, $y=y(h)$, қолган катталиклар эса ўзгармасдир.

Шуни инобатга олиб, (13.1.4) тенгликни қуйидагича ёзиш мумкин, яъни:

$$\frac{\alpha_o Q^2}{g\omega} + y\omega = \Pi(h) \tag{13.1.5}$$

$\Pi(h)$ - функцияга сакраш функцияси дейилади ва гидравлик сакрашнинг асосий тенгламаси (13.1.4) ни $\Pi(h)$ - функция орқали қуйидагича ифодаланади:

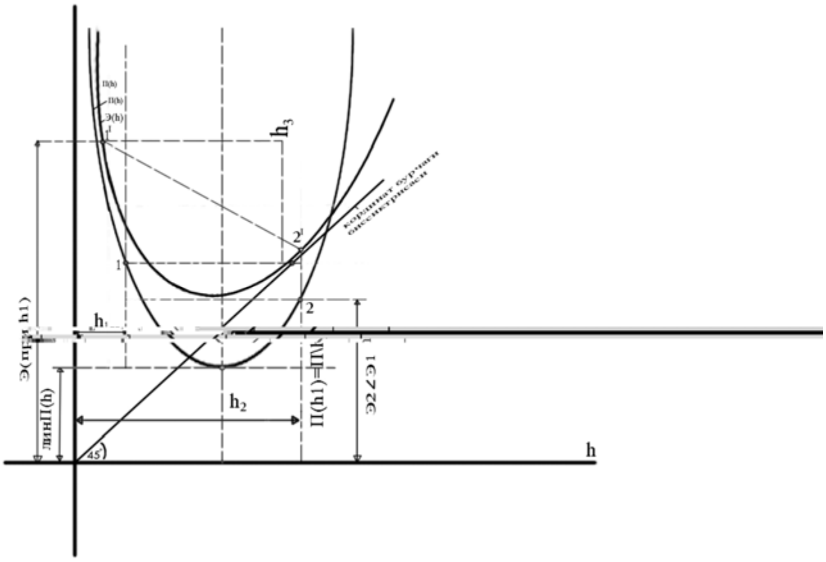
$$\Pi(h_1) = \Pi(h_2) \tag{13.1.6}$$

Бу тенгликдан гидравлик сакрашнинг хоссасини аниқлаш мумкин, яъни ўзаро туташ чуқурликларнинг сакраш функциялари бир-бирига тенгдир.

Иккин туташ чуқурликлар h_1 ва h_2 –берилган бўлса (13.1.4) формула орқали $\Pi(h_1)$ - ҳисоблаб, қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\frac{\alpha_o Q^2}{g w_2} + y_2 w_2 = \Pi(h_1)$$

бу функциядан эса h_2 чуқурлик топилади. Ёки сакраш функцияси $\Pi(h)$ графиги қурилиб, бу графикдан h_2 – ни топамиз.



Расм 13.4.

$\Pi(h)$ – сакраш функцияси нолдан катта, яъни мусбат бўлган ҳолда бу функция $-\infty$ дан $+\infty$ гача ўзгарувчи силлиқ функция бўлиб, $h \to 0$, $\Pi(h) \to \infty$, $h \to \infty$, $\Pi(h) \to \infty$ (13.4 расм). Демак, сакраш функциясининг критик нуқтаси қуйидагича, яъни сакраш функциясининг чуқурлик бўйича ўзгариши (ҳосиласи) нолга тенгланиб топилади:

$$\frac{d\Pi}{dh} = O,$$

Бу тенгликдан эса, сакраш функцияси минимум қийматга $h = h_{кр}$ да эришиши натижада кесим солиштирма энергияси ҳам шу нуқтада минимал қийматга эга бўлиши келиб чиқади:

$$Э(h) = h + \frac{\alpha v^2}{2g}$$

Тўғри бурчакли ўзанлар учун туташ чуқурлик h_2- ни топиш учун h_1- (13.1.4) формула орқали аниқланади ва олдинги параграфларда келтирилган ифодалардан (12.1.6[1]) $\omega = Bh$, $y = h/2$ эканлиги маълум бу формулаларни (13.1.4) га қўйиб қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\frac{\alpha_o Q^2}{gBh_1} + \frac{h_1}{2} Bh_1 = \frac{\alpha_o Q^2}{gBh_2} + \frac{h_2}{2} Bh_2$$

B - га бўлиб юбориб туташ чуқурликларнинг орасидаги қуйидаги муносабатга келамиз:

$$2\frac{\alpha_o Q^2}{gB^2}\left(\frac{h_2 - h_1}{h_1 h_2}\right) = (h_2 - h_1)(h_2 + h_1)$$

$\Delta h = (h_2 - h_1)$ - га қисқартирсак критик чуқурликнинг оқим сарфи ўзан кўндаланг кесими орасидаги қонуниятни ва:

$$\frac{\alpha_o Q^2}{gB^2} \approx h_{кр}^3,$$

(13.1.7[1])

эканлигини ҳисобга олсак (α_o нинг ўрнига 1 олингани учун тақрибий тенглик белгиси қўйилди) квадрат тенгламага келамиз:

$$h_1 \cdot h_2^2 + h_1^2 \cdot h_2 - 2h_{кр}^3 = 0$$

(13.1.7)

бу тенгламанинг ечими симметрик бўлгани учун қуйидаги ечимларни ёзамиз:

$$h_2 = \frac{h_1}{2}\left[\sqrt{1+8\left(\frac{h_{кр}}{h_1}\right)^3} - 1\right]$$

(13.1.8)

ва

$$h_1 = \frac{h_2}{2}\left[\sqrt{1+8\left(\frac{h_{кр}}{h_2}\right)^3} - 1\right]$$

(13.1.9)

13.2 Босим йўқолиши. Сакраш узунлиги

Тўғри бурчакли ўзанларда гидравлик сакраш жараёнида йўқолган напорни топишнинг кўп усуллари мавжуд. Шулардан икки усулни, яъни Бернулли ва сакраш тенгламаларидан фойдаланиб чиқариладиган усулларни келтирамиз.

а) Йўқолган напорни топиш учун Бернулли усули. Бу усулни қўллаш учун Бернулли тенгламасини қуйидагича ўзгартирамиз:

$$h_1 + \frac{\alpha Q^2}{gB^2 2h_1^2} = h_2 + \frac{\alpha Q^2}{gB^2 2h_2^2} + h_\omega \qquad \textbf{(13.2.1)}$$

(13.1.7[1]) формулага асосан $\left(\alpha Q^2\right)/\left(gB^2\right) = h_{кр}^3$ **эканлигини ҳисобга олсак, (13.2.1) формула қуйидагича ўзгаради:**

$$h_\omega = \frac{h_{кр}^3}{2h_1^2} - \frac{h_{кр}^3}{2h_2^2} - \left(h_2 - h_1\right)$$

(13.1.7[1]) формуладан $h_{кр}^3$ **- ни аниқлаб (13.2.1) формулага олиб бориб қўямиз ва қўшма чуқурликлар нисбати учун қуйидаги тенгликка келамиз:**

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{1 + 8\left(\frac{h_{кр}}{h_1}\right)^3} - 1\right]$$

бу ифодани (13.2.1) формулага қўйсак, йўқолган напорни топиш учун қуйидаги формулани оламиз:

$$h_\omega = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1h_2} \qquad \textbf{(13.2.2)}$$

б) Сакраш узунлиги одатда М.Д.Чертоусов, Н.Н.Павловскийлар томонидан таклиф этилган эмперик формулалар орқали топилади. О.М.Айвазян томонидан яратилган назарий сакраш формуласи қуйидаги гипотезага асосланади [10,24];

Сакраш узунлигининг қиймати шу узунликда йўқолган напорнинг қийматига тенг ва у қуйидаги формула орқали топилади.

$$\ell = k\frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1h_2} \qquad (13.2.3)$$

бу ерда $k = 8\dfrac{10 + \sqrt{F_r}}{F_r}$ га тенг бўлиб, тажрибалар натижасида эмперик йўл орқали топилган.

XIV БОБ
ТУТАШ БЪЕФЛАР

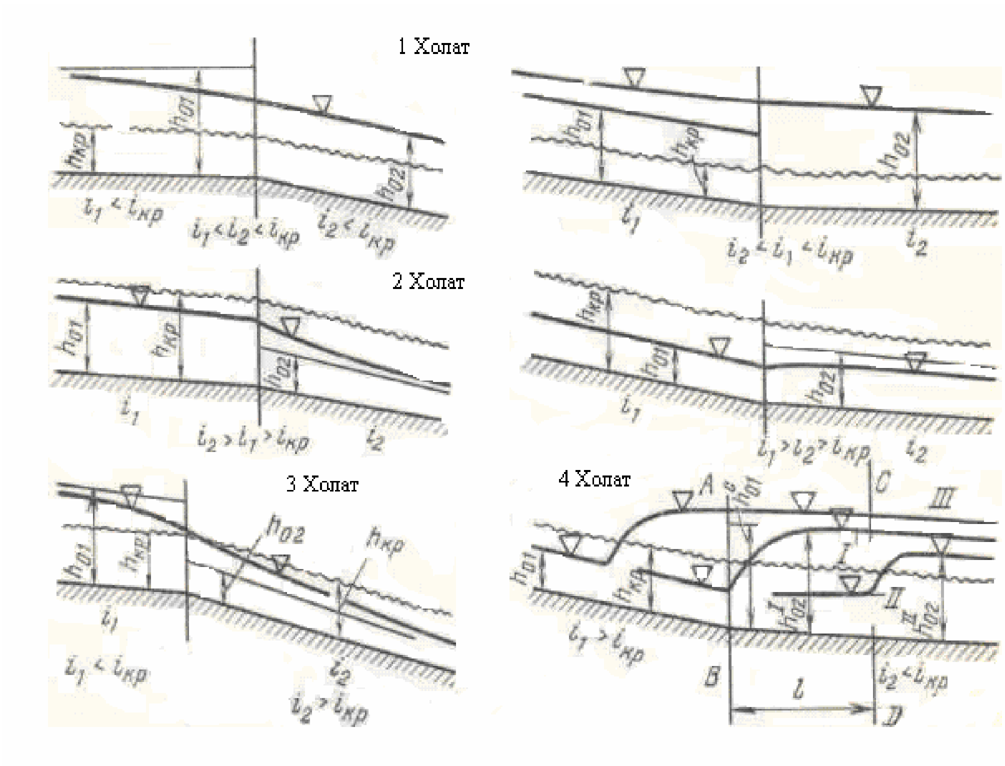
Ўзанларнинг кўтарувчи иншооти уларни икки, юқори ва пастки бъефларга бўлади. Оқимнинг юқори бъефдан пастки бъефларга ўтиш ҳолатида ҳосил бўлган оқим туташ бъеф дейилади.

Баъзи ҳолларда туташ бъеф деб, юқори бъефдаги оқимни қуйи бъефга ўтказишда қўлланувчи техник тадбирлар йиғиндисига ҳам айтилади.

Амалда икки хил оқимнинг қўшилиши ҳисобига нишаблик ва кўтарилиш бўйича туташ бъефлар ҳосил бўлади.

14.1 Нишаблик ўзгариши бўйича ҳосил бўладиган туташ бъефлар

Маълумки оқим тубининг нишаблиги турли бўлса нормал оқим чуқурлиги $-h$ ҳам турлича бўлади, яъни нишаблик қанча кам бўлса, нормал чуқурлик шунча кўп бўлади. Нишаблик ўзгариши бўйича ҳосил бўладиган туташ бъефлар 3 хил холатда намоён бўлади.



Расм 14.1.

Оқимнинг қуйи бъефдаги нишаблиги юқори бъефдагидан катта бўлса, эркин сирт тировчи эгри чизиқ сифатида намоён бўлади, акс ҳолда эса тушувчи эркин сирт ҳосил бўлади. 14.1 расмда оқимнинг юқори бъефдаги нишаблиги $i < i_{kp}$ критик нишабликдан кичик ҳолати (1 ва 2 ҳолат) ва қуйи бъеф нишаблиги критик нишабликдан катта ($i > i_{kp}$) ҳолати билан алмашгандаги туташ бъефлар кўрсатилган (3-ҳолат).

Туташ оқимларнинг мураккаброқ ҳолларини, нишаблик критик ҳолатдан ўтиш ҳолатини кўриб чиқамиз, яъни $i > i_{kp}$ нишабликдан $i < i_{kp}$ нишабликка ўтган ҳол. Бу ҳолда оқим шиддатли оқимдан тинч оқимга ўтади ва оқимда гидравлик сакраш ҳосил бўлади. 14.1 расмнинг 4-ҳолатида сакрашнинг турли ҳоллари кўрсатилган бўлиб, у уч ҳолга ажратилган, яъни $-I-$ ҳайдалган сакраш, $II-$ критик ҳолатдаги сакраш, $III-$ чўзилган сакраш. (Расм 14.2)

Сакрашнинг оқимдаги ўрнини ва баландлигини аниқлаймиз. Фараз қилайлик сакраш ажралган кесим (створ) олдида пайдо бўлсин, у ҳолда пастки бъефнинг ишчи чуқурлиги юқори бъеф ишчи чуқурлиги билан туташ бўлиб, сиқилган кесим чуқурлигига тенг бўлади. Сиқилган кесим чуқурлиги билан туташ бўлган чуқурликни ажралган чуқурлик деб белгилаймиз ва у қуйидаги формула орқали ифодаланади:

$$h_{ажралган} = \frac{h_c}{2}\left[\sqrt{1+8\left(\frac{h_{kp}}{h_c}\right)^3}-1\right] \qquad (14.1.1)$$

Демак ишчи чуқурлик ажралган чуқурликка тенг, агар пастки бъеф чуқурлиги ажралган чуқурликдан $h_{01} < h_{ажр}$ кичик бўлса, сакраш оқим бўйлаб пастга кўчади ва ҳайдалган сакраш ҳосил бўлади. Аксинча, агар сакраш юқори бъефга сурилса $h_{02} > h_{ажралган}$. Шундай қилиб, сакрашнинг жойлашган ўрнини топиш учун қуйидаги критерийни ҳосил қиламиз:

$$h_{ажралган} \geq h_6$$

Бу ерда $h_б$-гидравлик сакрашдан аввалги тўғондаги оқим чуқурлиги бўлиб, қуйидагича ҳаракатланади: агар $h_{ажр} > h_6 -$ сакраш оқимга қўшилиб пастга ҳаракатланади, агар $h_{ажр} < h_6 -$ сакраш оқимга қўшилиб юқорига ҳаракатланади.

Тўсувчи иншоотдаги туташ бъефлар. Сув тутқич ортидаги туташ бъефларни қараймиз. Юқорида айтганимиздек, бу ерда туташ бъефнинг уч критерийси мавжуд бўлиши мумкин:

1-критерий: ҳайдалган сакраш ҳоли.

2-критерий: сакраш критик ҳолатда жойлашган ҳоли.

3-критерий: бостирилган сакраш ҳоли.

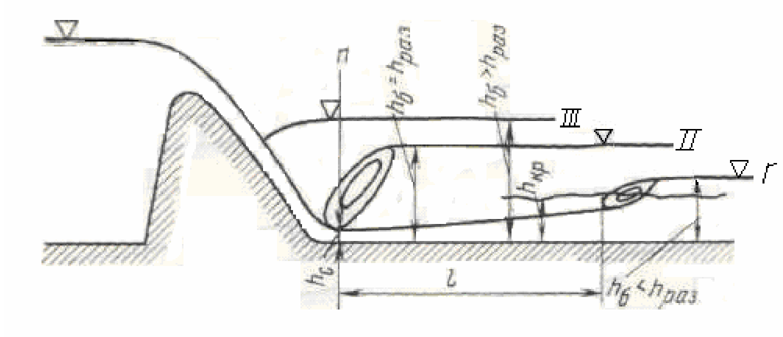
Бу уч критерийнинг бажарилиш шартлари қуйидаги тенгсизлик орқали ифодаланади :

$$h_6 \ge h_{хай}$$

1. $h_6 < h_{хай} -$ ҳайдалган сакраш ҳолатига тўғри келиб, пастки бъефда вужудга келади.

2. $h_6 = h_{хай} -$ критик сакраш ҳолатига мос келиб, тўғон остонасида вужудга келади.

3. $h_6 > h_{хай} -$ бостирилган сакраш ҳолатига мос келиб, пастки бъефда вужудга келади.



Расм 14.2.

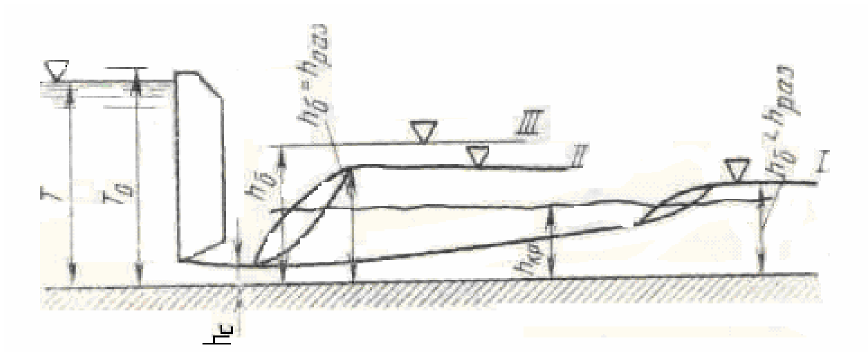
Бу келтирилган критерийлар тўсиқ остидан оқиб чиқувчи суюқликлар учун ҳам ўринлидир. 14.3. расм.

Иккала ҳолда ҳам ҳисоблар сиқилган кесим юзасини ва ажралган чуқурликни ҳисоблашга келтирилади.

Оқимнинг солиштирма сарфи q , оқимнинг тўғонга кўрсатадиган босими эса қуйидагига тенг:

$$T_0 = T + \frac{\alpha v_0^2}{2g},$$

ϑ_0 - оқимнинг тўғонга яқинлашишдаги тезлиги бўлиб, сиқилган оқим кесимининг тўғондан ўтишдаги чуқурлигини шу тезлик орқали топамиз.



Расм. 14.3.

Бунинг учун сиқилган кесим чуқурлиги $h_c -$ учун солиштирма сарф тенгламасини қуйидагича ёзамиз:

$$q = h_c v_c = h_c \varphi \sqrt{2\varphi\left(T_0 - h_c\right)} \qquad (14.1.2)$$

Бу тенглама h_c - га нисбатан учинчи тартибли алгебраик тенглама бўлиб, бу тенгламанинг ечими Кардан формуласи орқали берилиши маълум. Одатда бундай тенгламаларни графо-аналитик усулда ҳам ечилади. Шунингдек тақрибийусуллар, яъни итерация усули орқали ҳам ечиш мумкин. Юқорида келтириб ўтилган усул орқали ечиш учун (14.1.2) тенгламадан $h_c -$ чуқурликни топсак у қуйидагига тенг бўлади:

$$h_c = \frac{q}{\varphi\sqrt{2g(T_0 - h_c)}} \qquad (14.1.3)$$

Тенгликнинг ўнг томондаги махражда жойлашган чуқурликнинг ифодаси $h_c, T_0 -$ га нисбатан кичик, яъни бирга $h_c \to 1$ яқинлашиб боради деб фараз қилиб, сиқилган кесим чуқурлиги $h_c -$ учун биринчи яқинлашишни қуйидагича ёзамиз:

$$h_c = \frac{q}{\varphi\sqrt{2gT_0}} \qquad (1.4.1.4)$$

Биринчи яқинлашишдаги $-h'$ сиқилган кесим чуқурлиги $h_c -$ нинг ўрнига қўйиб, иккинчи яқинлашишда сиқилган кесимдаги чуқурликни топамиз:

$$h''_c = \frac{q}{\varphi\sqrt{2g(T_0 - h'_c)}} \qquad (14.1.5)$$

Одатда баланд тўғонларни ҳисоблашда учинчи яқинлашишни ҳисобга олинмайди.

Сиқилган кесимдаги чуқурлик топилгач, қўшимча сифатида ажратилган чуқурлик қуйидаги формуладан топилади:

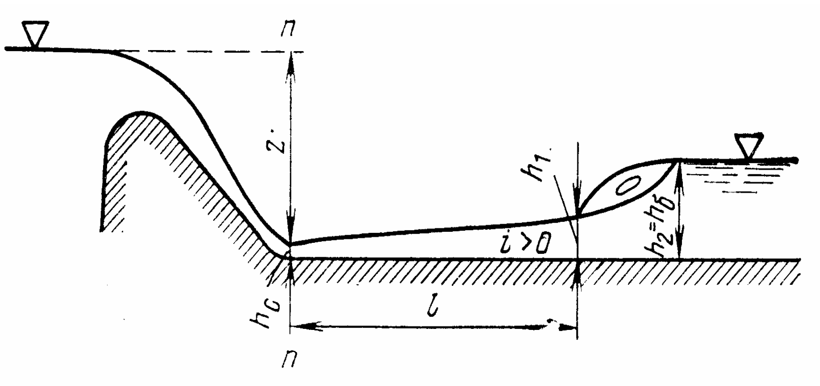
$$h_{хайд} = \frac{h_c}{2}\left[\sqrt{1+8\left(\frac{h_{kp}}{h_c}\right)^3} - 1\right]$$

Агар $h_c < h_{хайд} -$ ҳайдалган сакраш пайдо бўлиб, ҳайдалиш узоқлигини қуйидаги умумий формуладан топамиз:

$$\frac{il}{h_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j_c)[\varphi(\eta_2) - \varphi(\eta_1)]$$

Бу формулани қўллашда қуйидаги белгилашларни эсда тутиш лозим, яъни $\eta_2 = \frac{h_2}{h_o}, \eta_1 = \frac{h_1}{h_o}, h_o -$ нормал чуқурлик, $h_1 = h_2 -$ сиқилган кесим чуқурлиги, $h_2 -$ эса ишчи чуқурликка туташ чуқурлик. 14.4 -расм дагидек $i = 0$ деб юқоридаги формулани соддалаштириш мумкин,у ҳолда ҳайдалган сакраш узоқлиги қуйидагича ўзгаради:

$$l = \frac{h_{kp}}{h_0}\left[\xi_2 - \xi_1 - \frac{\xi_2^{\,x+1} - \xi_1^{\,x+1}}{x+1}\right] \qquad (14.1.6)$$



14.4. расм

Агар оқим шит тагидан оқиб чиқиб юқори бъефдан пастки бъефга ўтса, туташ бъефлар масаласи худди кўрсатилгандек берилади.

Сув урилиш қудуғи ва сув урилиш девори. Одатда сакрашнинг сурилиши ўзаннинг ювилишига олиб келади, шунинг учун сакраш сурилишининг ёки ҳайдалишининг олдини олувчи урилиш қудуғи ёки сув урилиш деворлари қурилади. Одаида оқим энергиясини сўндирувчи қудуқ ёки сув урилиш қудуғи дейилади.

Оқим энергиясини сўндирувчи қудуқ ёки сув урилиш қудуғи етарли чуқурликда ва етарли узунликда қурилган бўлса, оқим схемаси 14.4. расмдаги схемага асосланади. Бу ҳолда гидравлик сакраш асосан сўндирувчи қудуқдан ташқарига чиқмаган ҳолда жойлашади ва пастки бъефнинг ишчи чуқурлиги қудуқнинг чуқурлигига тенг бўлгандагина оқим қудуқдан оқиб чиқа бошлайди. Сўндирувчи қудуқ чуқурлиги етарлича бўлмаса шиддатли оқим қудуқдан отилиб чиқиб, ўзан мустаҳкамлигига катта зарар етказади.

Сув урилиш қудуғининг ҳисоби асосан, қудуқнинг етарлича чуқурлиги $-d$ ва узунлигини $-l$ ни аниқлашдан иборат бўлади. Оқим энергиясини сўндирувчи қудуқнинг ёки сув урилиш қудуғининг нормал ишлаши қудуқдаги сувнинг чуқурлиги ажратилган чуқурликдан кам бўлмаслигини тақазо қилади. Қудуқ туби чуқурлиги эса қуйидаги шарт орқали топилади:

$$h_{туби} \geq \frac{h_c}{2}\left[\sqrt{1+8\left(\frac{h_{kp}}{h_c}\right)^3}-1\right]$$

Бу шарт бажарилиши билан бир қаторда қудуқ тубигача бўлган чуқурлик қуйидагича аниқланади:

$$h_{туби} = d + h_6 + \Delta z$$

Ва бу ифодани k - запаслик коэффициенти киритилгач қуйидагича ёзиш мумкин бўлади [24], яъни:

$$h_{туби} \approx kh_{ажр} = d + h_6 + \Delta Z$$

Олимлар k - запаслик коэффициенти учун тажрибага таянган ҳолда турли қийматларни олишади, масалан Четоусов бўйича k - запаслик коэффициенти $(k = 1{,}05 \div 1{,}10)$ ораликда олинади.

Сўндирувчи қудуқнинг етарли чуқурлиги учун қуйидаги формулага эга бўламиз:

$$d = 6\left\{\frac{h_c}{2}\sqrt{1+8\left(\frac{h_{kp}}{h_c}\right)^3}-1\right\} - h_6 - \Delta Z$$

(14.1.7)

Сиқилган кесим чуқурлиги $h_c -$ (14.1.3) формулага мос равишда қуйидагича аниқланади яъни:

$$h_c = \frac{q}{\varphi\sqrt{2g(T_0 + d - h_c)}}$$

$\Delta z -$ эса каналга киришдаги фарқ сифатида олинади ва қуйидаги формула орқали ёзилади:

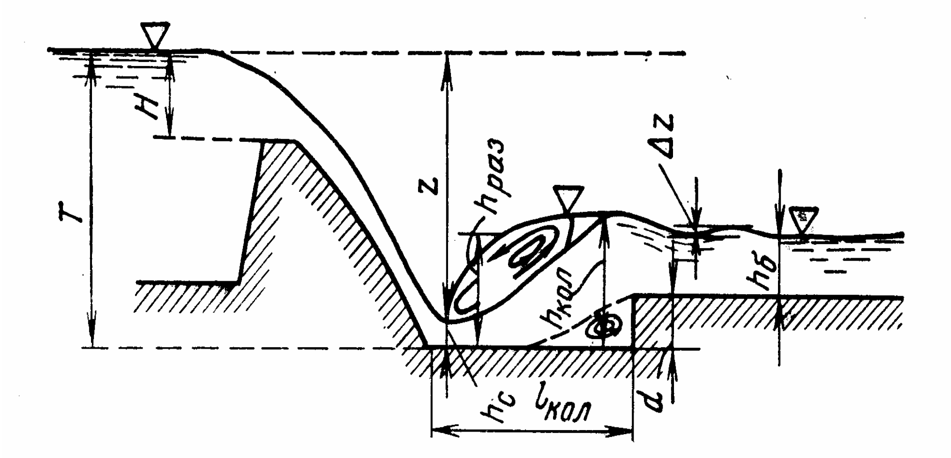
$$\Delta z = \frac{\upsilon_б^2}{\varphi^2 2g} - \frac{\upsilon_{кудук}^2}{2g} = \frac{q^2}{\varphi^2 2g h_б^2} - \frac{q^2}{2qh^2{}_{куд}}$$

$d -$ чуқурлик қийматлари кетма-кет яқинлашиш методи, ёки графо-аналитик усуллар орқали топилади. Лекин мазкур метод бу китобда қаралмайди.

Қудуқ узунлиги гидравлик сакраш шартларига ва сакрашнинг қудуқда жойлашиши шартларига асосан топилиб, қуйидагига тенг:

$$l_{кудук} = l_{cak} + l_{планлаш}$$

Шуни айтиш керакки, амалдаги қурилишларда, сўндирувчи қудуқнинг узунлиги камроқ бўлиши мумкин.

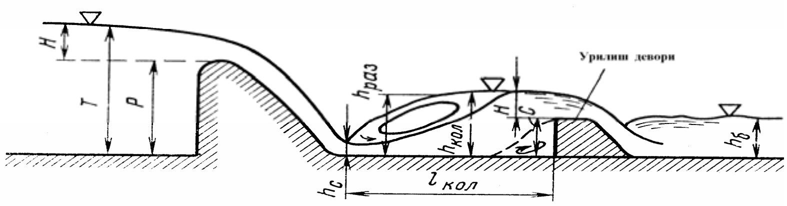


14.5.-расм.

Н.Н. Павловскийнинг тавсияси бўйича қудуқ узунлигини қуйидаги тенглик орқали ҳам аниқланиши мумкин, яъни:

$$l_{куд} = 0{,}8 l_{cak}$$

Сўндирувчи девор ҳисоблари , оқим энергиясини сўндирувчи қудуқ ҳисоблари каби сўндирувчи қудуқ девори баландлиги ва девор ўрнатилиши масофасини аниқлаш шартлари билан чегараланиши мумкин.



14.6. расм.

Бу ерда ҳисоб-китоб ишлари бироз соддароқ бўлиб, урилиш девори орасидаги сув ҳавзаси чуқурлиги ажратилган чуқурлик каби, қуйидаги формула орқали ҳисобланади:

$$h_{кудук} = h_{ажрат} = \frac{h_c}{2}\left[\sqrt{1+8\left(\frac{h_{kp}}{h_c}\right)^2}-1\right] \qquad (14.1.8)$$

Сиқилган кесим чуқурлиги эса юқоридаги, яъни (14.1.3) формула орқали топилади ва қуйидаги формула орқали ҳисобланади:

$$h_c = \frac{q}{\varphi\sqrt{2g(T_0 - h_c)}}$$

Маълумки $h_{куд} = 6h_{ажр}$ деворнинг узунлиги $-c$ ни берилган сарф $-q$ дан топсак, сиқилган кесим чуқурлигини сув тутқичдан оқиб чиқувчи сарфдек топиш мумкин[24]:

$$6h_{ажр} = H + c$$

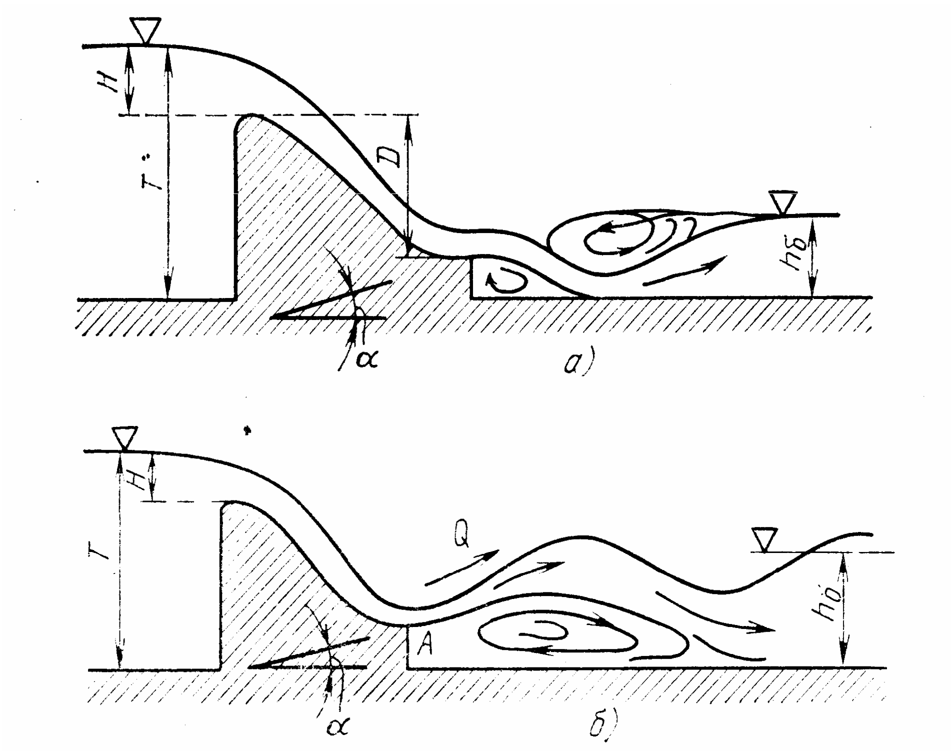
Ва бу ифодадан эса:

$$c = 6h_{ажр} - H$$

Бу ерда $H -$ сув ўтказгичдаги босим бўлиб, қуйидаги формуладан аниқланади:

$$q = m\sqrt{2g'}H^{3/2}$$

Тўкилиш тарафига қараган сув тутгич тўғони. Тўғоннинг сув тўкиш сарфи $-Q$ га тенг бўлса, пастки бъефдаги оқимнинг схемаси қуйидагича бўлиши кузатилган:



14.7. расм

<u>Схема I</u>: $Q-$ сарфга эга бўлган асосий оқим сув тутқич тубида тўпланиб пўртана (валец) билан қопланади, яъни мукаммаллашган сакраш пайдо бўлади. (14.7а. расм)

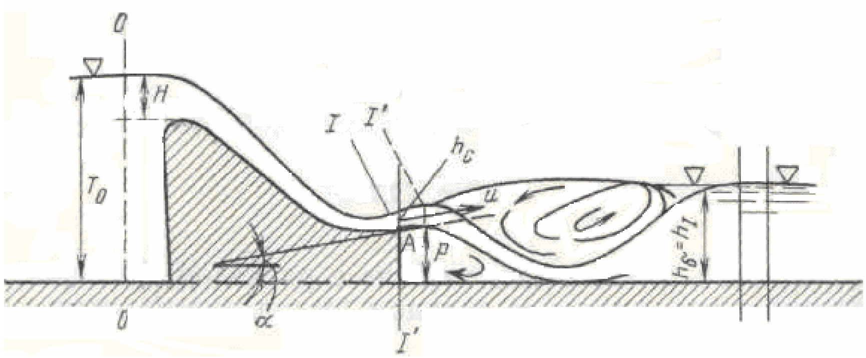
<u>Схема II :</u> Асосий оқим сирт текислигида тўпланган бўлиб, унинг тубида, яъни эса сув тутқич тубида пўртана содир бўлади.

Бу икки характерли оқимлар пастки бъефда туб ва сирт режимлари оқимлар деб номланади.

Амалда эса бу ҳодисаларга йўлдош ҳодисалар ҳам кузатилади. Масалан, сирт пўртанали режимида бўлса, оқим бўйлаб пастда ва сирт юзасида ҳам пўртанали оқимлар пайдо бўлиши мумкин.

Бундай оқим режимлари қуйидаги тартибда содир бўлади. Фараз қилайлик суюқликнинг маълум сарфида ва пастки бъефнинг маълум чуқурлигида $h_б$ бостирилган гидравлик сакраш ҳодисаси рўй берсин, яъни оқимнинг туб режимида (расм 14.7а). $h_б$ - бостирилган гидравлик сакраш чуқурлигининг ортиши сақланиб туриб, шу чуқурликнинг $h_б$ маълум қийматларида туб режими сирт режимига ўтади. Оқимнинг бу $h_б$ чуқурликдаги ҳолати 1-критик ҳолат дейилади, чуқурликни эса биринчи критик чуқурлик дейилади ва h_{kp} − деб белгиланади.

Расм. 14.8.



Расм 14.9.

Пастки бъеф чуқурлигининг кейинги ўзгаришида, яъни ортишида сирт режими сақланиб туради ва чуқурлик II -критик чуқурликка етгач, эркин сиртдаги тўлқин энг катта баландликка эга бўлади ва оқимга қарши тўлқин сув тўкиш чегарасида сиртқи тўлқинни ҳосил қилади. Оқимнинг бу ҳоли иккинчи критик режим дейилади.

Оқим сирти режими биринчи ва иккинчи критик ҳолатлар орасида сақланиб, биринчи ва иккинчи критик чуқурликлар билан чегараланади.

Оқим туби режимнинг оқими сирти режимига ўтиши сабабларини кўриб чиқамиз.

Оқим туби режимида оқим тубидаги A нуқтанинг босими (расм 14.9) атмосфера босимига қараганда камроқ бўлади, чунки оқим остида вакуум бўлиши кузатилади. Шунинг учун сув узатгич учидаги оқим тўғоннинг (плотинанинг) тубига қараб ҳаракат қилади.

Ишчи чуқурликнинг ортиши билан вакуум камайиб боради, маълум чуқурликдан сўнг вакуум батамом йўқолади. Шундан кейинги $h_\upsilon -$ортиши билан оқим остида босим ортиб бориб, тўғон учидан тушаётган оқимни юқорига кўтаради ва оқим сиртқи режимини ҳосил қилади. Бу режимларни текшириш учун биринчи марта А.А.Сабанов томонидан тажриба ўтказилган бўлиб, ГОЭЛРО нинг биринчи проекти бўлган Волхов ГЭСини лойиҳалаштириш ишларида қаралган. Кейинчалик бу масалалар билан проф. М.Д.Чертоусов шуғулланган бўлиб, бу муаммоларнинг назарий ва экспериментал ечимларини проф. С.М.Слиский ишларидан олган. [22,24].

Бу ерда биз проф. А.А.Сабановнинг содда ечимларини қараб чиқамиз.

Проф. А.А.Сабановнинг ишларида туб оқими режимидан сиртки оқим режимига ўтиш масаласининг содда ечими келтирилган бўлиб у қуйидагича олиб борилади: Агар оқим сарфи $-Q$, юқори бъеф чуқурлиги $-T$ ва бунга мос бостирилган оқимнинг қуйи бъеф чуқурлиги $-h_б$ берилса, оқим туби режимидан оқим сирти режимига ўтиш тўсиғининг баландлиги $-p$ ва бурчаги $\alpha-$ га боғлиқ бўлади. Ишчи (бытовая) чуқурлик биринчи критик чуқурлик бўлиб, $h_б = h_{kp}$ бостирилган оқим чуқурлиги критик чуқурликка тенг бўлади, бу шартлар орқали p ва $\alpha-$ ни топиш талаб этилади.

Масалани ечиш учун ҳаракат миқдорининг ўзгариш қонунидан, яъни импульслар тенгламасидан фойдаланамиз:

$$\Delta(m\upsilon) = \sum R\cos\beta\Delta t \qquad (14.1.9)$$

Икки, яъни $I-I$ ва $II-II$ кесимлар орасидаги суюқлик массасини ажратамиз (расм 14.9) ва шу массага нисбатан (14.1.9) тенгламани ёзамиз.

$\Delta t-$ вақт ичида ажралган суюқлик массаси маълум масофага кўчиб, $I'-I'$ ва $II'-II'$ кесимлар орасидаги ҳолатни эгаллайди. Бунда барқарор ҳаракат қилаётган ажратилган суюқлик массаси учун ҳаракат миқдорининг ўзгариш тенгламаси қуйдагига тенг бўлади:

$$\Delta(m\upsilon) = \rho h\upsilon\Delta t\upsilon - \rho h_c u\Delta t u\cos\alpha$$

Ёки

$$h\upsilon = h_c u = q$$

эканини ҳисобга олсак суюқлик массаси учун ҳаракат миқдорининг ўзгариш тенгламаси қуйдагига тенг бўлади:

$$\Delta(m\upsilon) = \rho\Delta t g(\upsilon - u\cos\alpha) \qquad (14.1.10)$$

$q-$ солиштирма сарф бўлиб, ўзаннинг бирлик энига мос келган сарф.

$\Delta t-$ вақт ичидаги ташқи кучлар импульслари йиғиндиси.

$$\sum R\cos\beta\Delta t-(P_1-P_2)\Delta t=\left[\rho g\frac{(h_c\cos\alpha+p)^2}{2}-\rho g\frac{h^2}{2}\right]\Delta t=$$

$$=\frac{\rho g\Delta t}{2}\left[(h_c\cos\alpha+p)^2-h^2\right] \qquad (14.1.11)$$

Барча (14.1.9) тенгламани тўлиғича ёзсак:

$$\rho\Delta tq(\upsilon-u\cos\alpha)=\frac{\rho g\Delta t}{2}\left[(h_c\cos\alpha+p)^2-h^2\right]$$

Бу тенгликни $\rho g\Delta t/2$ бўлиб ва $\upsilon=\dfrac{q}{h},\quad u=\dfrac{q}{h_c}$ алмаштиришларни олсак:

$$\frac{2q^2}{g}\left[\frac{1}{h}-\frac{1}{h_c}\cos\alpha\right]=\left(h_c\cos\alpha+p\right)^2-h^2 \qquad (14.1.12)$$

тенгламага келамиз.

Агар $\alpha-$ бурчакни параметр сифатида қарайдиган бўлсак, иккита ρ ва h_c $-$ номаълумлар қолади холос.

Бу ҳолда тенглама (14.1.12) ни ечиш учун яна битта тенглама тузиш шарти қолади. Бу тенглама сифатида $O-O$ ва $1-1$ кесимлар учун ёзилган Бернулли тенгламасини оламиз. 14.9 расм.

$$T_0=p+h_c\cos\alpha+\frac{u^2}{2g}+\xi\frac{u^2}{2g}$$

ёки $u=\dfrac{q}{h_c}$ деб белгиласак:

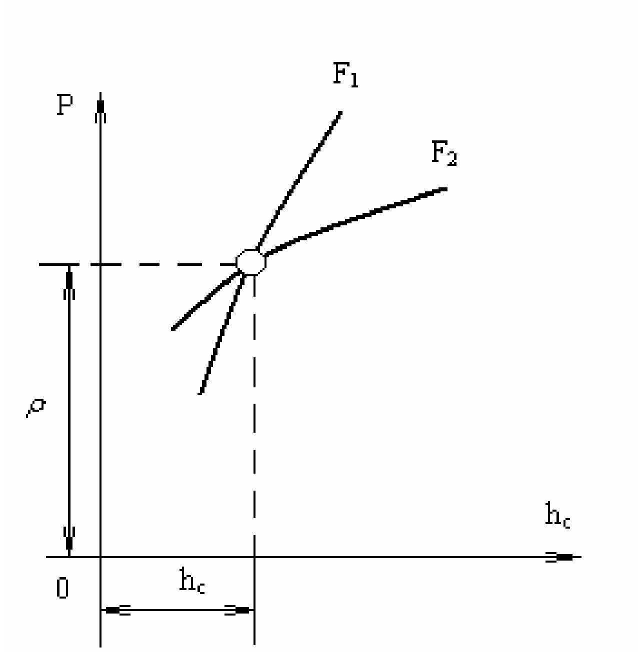
$$p=T_0-h\cos\alpha-(1+\xi)\frac{q^2}{2gh_c^2} \qquad (14.1.13)$$

Шундай қилиб ρ ва h_c номаълумларни аниқлаш учун тенглама системасини топдик, яъни у қуйидагидан иборат:

$$\begin{aligned}F_1(p,h_c)&=0\\F_2(p,h_c)&=0\end{aligned} \qquad (14.1.14)$$

Биринчи тенглама $\rho-$га нисбатан квадрат тенглама бўлиб, М.Д.Чертоусовнинг таклифига кўра бу система графо-аналитик усул билан содда ечилади[24].

Графо-аналитик усул 14.10 расмда келтирилган. Бунда (14.1.14) даги F_1 ва F_2 функциялар графиги чизилиб уларнинг кесишган нуқтаси (14.1.14) тенгламанинг ечими бўлади ва у ечим h_c га тенг бўлади.14.10 расм.



14.10 расм

h_{kII} − иккинчи критик чуқурликни топиш масаласи мураккаброқдир. Бу чуқурликни h_{kII} − топиш учун Т.У.Астафьеванинг эмперик формуласини келтирамиз.

$$h_{IIkp} \approx 122p + 2{,}5\frac{D-p}{D}h_{kp}$$

Бу ерда

$$D = T_0 - H - P$$

Бу формула орқали мўлжалланган ечимларни олиш мумкин.

Лекин гидротехник иншоотлар қурилиши практикасида мураккаб схемалар мавжуд. Масалан содда ва кўп зинали оқим ўзанлари ва бошқалар.

Бу ва бошқа ўзанлар ҳақида махсус адабиётларда кўплаб ҳисоблаш усуллари ва ишлари келтирилган[21,22].

XV БОБ

СИЗОТ СУВЛАР НАЗАРИЯСИ АСОСЛАРИ

15.1 Сизот сувлар ҳаракати

Тупроқ табиатий ҳолатда мураккаб бир жинсли бўлмаган ғовак муҳитни ташкил қилади. Бу муҳитнинг структураси вақт мобайнида турли ташқи факторлар (масалан географик факторлар) таъсирида ўзгариб туради. Тупроқни майда заррачаларининг шартли диаметрлар орқали характерлаймиз.

Масалан: лойли тупроқнинг шартли диаметри $0{,}005\,мм$, қумнинг шартли диаметри эса, $0{,}01\,мм$ дан то $2\,мм$ майда тошли (гравий) грунт тупроқнинг шартли диаметрлари $2\,мм$ дан $20\,мм$ бўлади. Грунтнинг (тупроқнинг) ғоваклик коэффиценти:

$$p = \frac{W_{гов}}{W}$$

ифода билан характерланади.

$W_{гов}$ – ғоваклик ҳажми, W – ғовакликлар ҳисобга олингандаги грунт (тупроқ) ҳажми. Тупроқ зарралари қанча кичик бўлса, ғоваклекнинг коэффиценти шунча катта бўлади. Масалан диаметри $1{,}0\,мм$ қум учун $p = 0{,}3$, лой учун эса $p = 0{,}5$.

Тупроқнинг ғовакликлари орасида сизиб оқувчи сув турли хилда бўлиши мумкин, яъни парсимон сув, пленкасимон сув, капилляр сув ва гравитацион сув кўринишларида ҳам бўлиши мумкин.

Парсимон сувлар – сув билан ҳаво аралашмаси бўлиб, ғовакликни тўлдирадиб турувчи масса:

Тупроқ ғовакларидаги гигроскопик сув – тупроқ заррачасини юпқа қатлам билан ўраб оладиган сув. У ҳарорат 105^0 С гача исиганда бошқа кўринишга ўтади.

Капилляр сув – тупроқнинг ингичка ғовакларига жойлашади ва у асосан сирт таранглиги ва оғирлик кучи таъсирида ҳаракат қилади.

Плёнкали сув – тупроқдан капилляр ва гравитацияли сувни ажратгандан сўнг тупроқда қолади ва у молекуляр кучлар таъсирида бўлади.

Гравитацион ёки тупроқ суви – бу эркин сув бўлиб, тупроқ ғовакларининг асосий ҳажмини эгаллайди, унинг жуда кам қисмида бошқа сувлар жойлашган бўлади ва у оғирлик кучи таъсирида ғоваклар орасида сизиб оқади ва тупроқ суви сизилган сув оқимини ташкил қилади.

Суюқликнинг тупроқ ғоваклари орасидаги ҳаракати ва тупроқдаги физик жараённинг мураккаблиги туфайли бу жараённи реал оқимнинг назарий модели деб шундай муҳит билан моделлаштириладики, бундаги ҳажм грунт фазалари бўлиб, заррачалар орасида ғовакликлар мавжуд бўлади ва грунтнинг қаттиқ заррачалари фазасини ўз ичига олади. Бошқача сўз билан айтганда бу фазо модели деформацияланувчи туташ муҳит бўлиб, унинг ғовакларида суюқлик жойлашган бўлади, тупроқ заррачаси эса ρ-зичликка ва μ-ёпишқоқликка эга суюқлик фазоси ва сизот сув модели ҳисобланади.

Фильтрация тезлиги – сизот сувининг ўртача тезлигидир. Агар грунтнинг кўндаланг кесим юзаси ω - бўлса, (яъни, $\omega = \omega_{гов} + \omega_{туп,доначаси}$) фильтрация тезлиги

$$\upsilon = \frac{Q}{\omega} \qquad (15.1.1)$$

Q – сизот суви оқимининг ҳақиқий сарфи бўлиб, ω- сизот суви найчасининг кўндаланг(тирик) кесим юзаси.

Сизот сувнинг ҳақиқий ўртача тезлиги деб, ғовакликлардан сизиб ўтувчи, умумий сизиб оқиш тезлигидан юқори бўлган тезликка айтилади.

$$\upsilon_{хакикий} = \frac{Q}{\omega_{говакли}}$$

Агар ғоваклик коэффиценти:

$$p = \frac{W_{гов}}{W} \approx \frac{\omega_{гов}}{\omega}$$

бўлса,

$$\omega_{гов} = p\omega$$

бу ерда

$$W = W_{гов} + W_{туп}$$

(W - ҳажм, $W_{гов}$ - ғоваклик ҳажми, $W_{туп}$ - тупроқ ҳажми)

бўлади, у ҳолда

$$\upsilon_{xak} = \frac{Q}{\omega_{говвак}} = \frac{Q}{p\omega} = \frac{\upsilon}{p} \qquad (15.1.2)$$

ёки фильтрация тезлиги

$$\upsilon = \rho\upsilon_{xak} \qquad (p \prec 1{,}0)$$

фильтрация сарфи Q - эса, одатдагидек аниқланади, яъни:

$$Q = \omega \cdot \upsilon \qquad (15.1.3)$$

Фильтрациянинг асосий қонуни – Дарси қонуни. Фильтрация тезлиги ва ғовакларлардаги суюқликнинг ҳақиқий тезлиги жуда кичик бўлади, шунинг учун ҳам ғовaклардаги оқим ламинар ҳисобланиб, фильтрация тезлиги биринчи тартибли гидравлик нишабликка пропорционал бўлади, яъни:

$$\upsilon = k_{\varphi} LI \qquad (15.1.4)$$

бу формулага Дарси қонуни дейилади. k_{φ} – фильтрация коэффиценти, I – гидравлик (пьезометрик) қиялик бўлиб ўлчамсиз катталикдир.

Демак, фильтрация коэффицентининг k_{φ} – ўлчов бирлиги $\dfrac{м}{сек}$.

Дарси формуласи фильтрация сарфини қуйидагича ёзишга имкон беради:

$$Q = k_{\varphi} \omega I \qquad (15.1.5)$$

Бу формулани ҳам Дарси формуласи дейилади.

k_{φ} – фильтрация коэффицентини назарий баҳолаш мураккаб бўлгани учун уни эмперик формулалар ёки лаборатория шароитида тупроқ турлари устида ва махсус дала изланишлари ёрдамида аниқланади.

k_{φ} – ни лаборатория шароитида грунт (тупроқ) турларига кўра аниқлаш қуйидагича амалга оширилади: грунт тури цилиндрга жойлаштирилиб, ундан маълум Q –сув сарфи ўтказилади. $\Delta H = H_1 - H_2$ босим фарқи ва Q – сув сарфи ўлчаниб, фильтрация коэффиценти қуйидаги формула орқали топилади:

$$k_{\varphi} = \frac{Ql}{\omega (H_1 - H_2)}$$

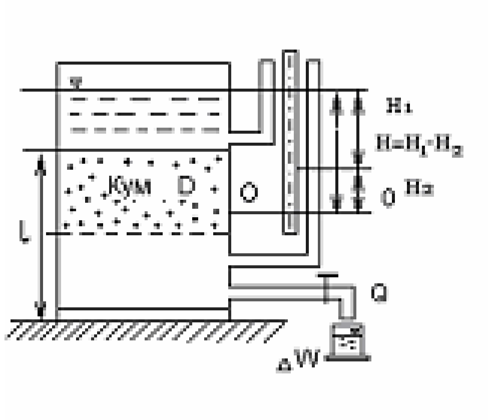
l – цилиндрдаги грунт (тупроқ) қалинлиги.

Тупроқнинг ҳолати ўзгарганда ўз (структурасини) таркибини ўзгартириши, йўқотиши мумкин. Шу туфайли натижанинг аниқлиги камаяди. Шунинг учун ҳам аниқ натижаларни дала шароити кузатувларида амалга оширилади.

Фильтрация коэффицентини Хазеннинг эмперик формуласи орқали топиш мумкин[24]:

$$k_{\varphi} = 0.75 k_o (0.70 + 0.03 t^0) \qquad (15.1.6)$$

бу ерда $d -$ тупроқ заррачаси диаметри.



Расм 15.1

Гидротехник қурилиш амалиётида фильтрация жараёнида муҳитини грунт (тупроқ) эмас сунъий тўкилувчи материаллар билан алмаштирилади ва бу материалларнинг ғоваклиги катта бўлиши ва сизиб оқиш тезлиги ошиши мумкин сизиб ўтаётган суюқлик ламинар ҳаракат қилмаслиги кам бўлаганлигидан сизиб оқиш тезлиги паст бўлади, чунки бу. Дарси қонуни бу материаллар учун тўғри келмайди. Н.Н. Павловский томонидан Дарси қонунининг қўлланиш критерийси таклиф қилинган бўлиб, тезлик критерийсини аниқлайди [24].

$$\upsilon_{kp} = (0.75p + 0.23)\frac{\nu N}{d} \qquad (15.1.7)$$

Бу ерда p, ν, d – мос равишда ғоваклик, кинематик ёпишқоқлик ва тупроқ донаси диаметри.

Кўп тажрибаларга кўра Дарси қонунини қўллаш чегараси мавжуд бўлиб, Сизот сув ҳаракатини тезлик критерийси дейилади ва у бир жинсли тупроқ учун Павловский формуласига кўра:

$$\mathrm{Re} = \frac{vd}{\nu} < A$$

аниқланади.

Коэффициент фильтрациясини ғоваклик ва тупроқни бошқа механик ҳусусиятлари орқали ифодаси (Козски формуласи) мавжуд:

$$k = \beta\frac{d^2}{\mu}\frac{\sigma^2}{(1-\sigma)^2}$$

Тупроқдаги сувлар ҳаракати бошқа суюқликлар ҳаракати сингари напорли ва напорсиз, текис ва нотекис, барқарор ва беқарор ҳаракат бўлиши мумкин.

Текис фильтрацион ҳаракат. Текис ҳаракати ҳақидаги масалалар Дарси формуласи орқали ечилади:

$$Q = k_{\varphi}\omega I$$

бу формулани солиштирма сарф $q = \frac{Q}{B}$ орқали ёзсак:

$$q = k_{\varphi} h_0 I \tag{15.1.8}$$

Бу ерда тўрт турдаги масалаларни кўриш мумкин.

Текис бўлмаган фильтрацион ҳаракат. Бундай ҳаракатнинг асосий дифференциал тенгламаси. 15.3 расмга асосан $n-n$ кесим учун қуйидаги тенгламани ёзамиз:

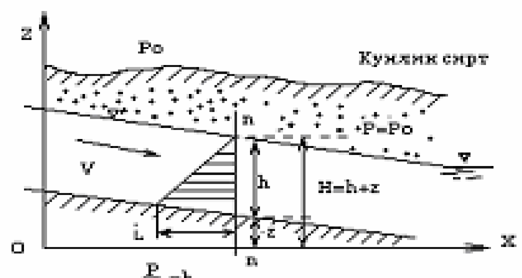
$$Z + h + \frac{\upsilon^2}{2g} = H \tag{15.1.9}$$

Грунт оқимининг кинетик энергияси жуда кичик, яъни $\frac{\upsilon^2}{2g}$ кичик бўлишини назарга олсак, $k_{\varphi} = 0{,}05 \frac{см}{сек}, I = 0{,}5$ ва фильтрация тезлиги $v = k_{\varphi} I = 0{,}025 \frac{см}{сек}$ бўлгани учун $\frac{\upsilon^2}{2g}$ миқдор $z + h$ миқдордан миллион марта кичик.

У ҳолда тупроқ оқимининг нисбий тўлиқ энергияси(пьезометрик напор) қуйидаги формула орқали ёзилади:

$$H = z + h$$

Бу формулани дифференциаллаб ва ds га бўлиб, қуйидаги



Расм.15.2

дифференциал тенгламага келамиз:

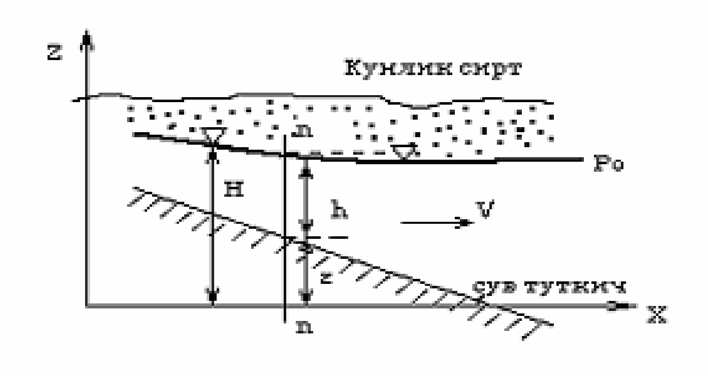
$$-\frac{dH}{ds} = -\frac{dz}{ds} - \frac{dh}{ds}$$

Маълумки $-\dfrac{dH}{ds} = I -$ эркин сиртнинг нишаблиги бўлса, $-\dfrac{dz}{ds} = i -$ эса оқим туби нишаблиги эканлигини ҳисобга олиб, нишабликни қуйидагича ёзамиз:

$$I = i - \frac{dh}{ds}$$

Бу ифодани сарф тенгламасига қўйсак, оқим сарфини ҳосил қиламиз:

$$Q = k_\varphi \omega (i - \frac{dh}{ds})$$



Расм. 15.3

ёки

$$q = k_\varphi h (i - \frac{dh}{ds}) \qquad (15.1.10)$$

Бу дифференциал тенгламага грунтли оқим ҳаракатининг асосий тенгламасининг биринчи формаси дейилади.

Бу тенгламага бошқачароқ қараш ҳам мумкин, яъни (15.1.8) формулага асосан солиштирма сарфини қуйидагича ёзиш мумкин.

$$q = k_\varphi h_0 i \qquad (15.1.11)$$

h_0 – текис ҳаракат вақтидаги чуқурлик i – эса оқим тури туби нишаблиги эканлигини ҳисобга олиб, тенгликнинг ўнг томонини қуйидагича ўзгартирамиз:

$$k_\varphi h_0 i = k_\varphi h (i - \frac{dh}{ds})$$

k_φ – га қисқартириб, дифференциал тенгламага келамиз:

$$\frac{dh}{ds} = i\,\frac{h - h_0}{h} \qquad (15.1.12)$$

бу дифференциал тенгламага грунтли оқим дифференциал тенгламасининг иккинчи формаси дейилади.

Бу тенгламага фильтрация коэффиценти кирмаганлиги туфайли депрессия эгри чизиқ ёки эркин сирт чизиғи фақат чегаравий шартларга боғлиқ бўлиб қолади.

<u>Эркин сирт чизиғи</u>. Эркин сирт чизиғи нишаблигининг уч хил шаклини қараймиз.

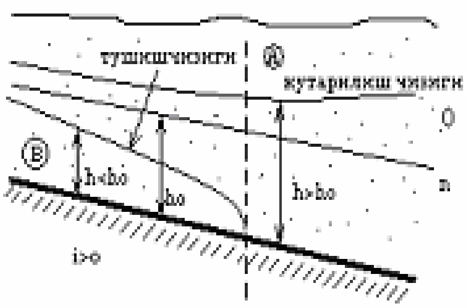
1. Нишаблик $i \succ 0$ (тўғри нишаблик).

Расм 15.4 да ёрдамчи чизиқ, *n-n* нормал чуқурлик чизиғи кўрсатилган. Бу чизиқ икки соҳани яъни *A* ва *B* соҳаларни бир-биридан ажратиб туради. Грунтли оқимларда С соҳа мавжуд бўлмайди, чунки критик чуқурлик чизиғи оқим туби чизиғи билан устма-уст тушади.

Критик чуқурлик

$$h_{kp} = \frac{\upsilon^2}{g}$$

ҳам $\dfrac{\upsilon^2}{2g}$ - каби жуда кичик миқдор.



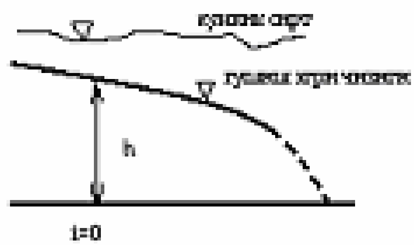
Расм. 15.4

A – зонада h – чуқурлик нормал чуқурликдан катта, яъни $h \succ h_0$, у ҳолда (13.11) тенгламадан $\dfrac{dh}{ds} \succ 0$ эканлиги маълум, бу эса эркин сиртнинг кўтарилувчи сирт эканлигини кўрсатади.

B – зонада h – чуқурлик нормал чуқурликдан кичик, (15.1.12) тенгламага асосан $\frac{dh}{ds} \prec 0$ бўлади ва эркин сирт эгри чизиғининг камаювчи эканлигини кўрамиз.

Ҳар иккала камаювчи ва ўсувчи эгри чизиқларнинг лимит ҳолати очиқ оқимлар учун ўхшаш, буни расм 15.4 дан яққол кўриш мумкин.

2. Нишаб $i = 0$ бўлган ҳол. Бу ҳол учун (15.1.10) тенгламадан фойдаланамиз, чунки (15.1.12) тенглама $0 \times \infty$ типидаги аниқмасликка олиб келади. Бу, яъни (15.1.10) тенгламани $0 \times \infty$ типидаги аниқмаслик ҳолатидан $0 \times \frac{1}{0}$ типидаги аниқмаслик ҳолатига келтирилиб қаралади ва сўнгра лимитга ўтилади.



Расм.15.5

$$q = k_{\varphi} h (i - \frac{dh}{ds})$$

бу тенгликда $i = 0$ десак:

$$q = -k_{\varphi} h \frac{dh}{ds} \quad \text{ва} \quad \frac{dh}{ds} < 0$$

яъни фақат тушиш эгри чизиғини ҳосил қиламиз. (15.5 расм). Маълумки $i = 0$ бўлганда нормал чуқурлик $h_0 \to \infty$ ва A зона чексизга кетиши муносабати билан фақат битта зона B – зона қолади.

3. Нишаблик $i \prec 0$ бўлса, маълумки,

$$\frac{dh}{ds} = i - \frac{q}{k} < 0$$

ва пастлашувчи эгри чизиқни ҳосил қиламиз.

Асосий дифференциал тенгламани интеграллаш.

Нишаблик $i = 0$ бўлган ҳол. Бу ҳолда (15.1.12) тенглама орқали қуйидагиларга эга бўламиз:

$$ids = \frac{hdh}{h-h_0} = \frac{h-h_0+h_0}{h-h_0}dh = dh + h_0\frac{dh}{h-h_0} \qquad (15.1.13)$$

Бу тенгликни интеграллаш;

$$i(s_2-s_1) = h_2-h_1+h_0\ln\frac{h_2-h_0}{h_1-h_0} \qquad (15.1.14)$$

Агар $i=0$ бўлса, бу тенгликдан

$$\frac{dh}{ds} = -\frac{q}{k_\varphi h}$$

Бу ердан

$$\frac{dh}{ds} = -\frac{q}{k_\varphi h}$$

Бу тенгликдан эса, ds – топамиз, яъни:

$$ds = -\frac{k_\varphi}{q}hdh$$

Интеграллаб эса

$$S_2-S_1 = -\frac{k_\varphi({h^2}_2-{h^2}_1)}{2q}.$$

ни ҳосил қиламиз ва $i \prec 0$ бўлган ҳолни қарамай қолдирамиз.

Мисол: Грунтли қуруққа тушувчи сув. Қудуқдан узлуксиз сув тортилиши муносабати билан, қудуққа тушувчи сувнинг шундай стационар ҳолати вужудга келганки, бунда h_0 – чуқурлик – нормал чуқурлик ҳолати сақланиб қолади.

H – қудуқнинг умумий чуқурлиги R – қудуқдан маълум масофадаги H чуқурлик бўлса, оқиб турувчи Q – сарфни аниқланг.

Агар оқим радиал қудуқнинг марказига йўналган бўлса, қудуқнинг кўндаланг кесими - w доиравий цилиндрнинг ён сиртини ташкил этади ва бу цилиндрнинг ўқи қудуқ ўқи билан устма-уст тушиб радиуси $r=x$ бўлади. Демак,

$$\omega = 2\pi rh$$

Сарфи эса:

$$Q = \omega k_{\varphi} I = \pi x h k_{\varphi} \frac{dh}{dx} .$$

Бу ердан: $$\frac{dx}{x} = \frac{2\pi k_{\varphi}}{Q} hdh$$

ва интеграл олгандан кейин эса:

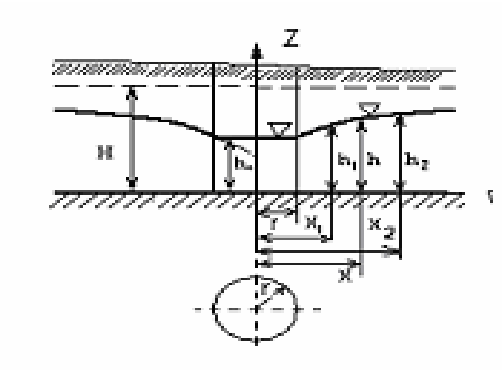
$$\ln \frac{x_2}{x_1} = \frac{\pi k_{\varphi}}{Q} = (h_2{}^2 - h_1{}^2)$$

кўринишга эга булади. Демак қудуққа оқувчи оқим сарфи қуйидаги ифода орқали ёзилади.

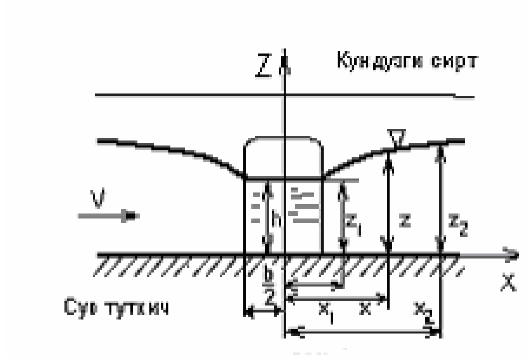
$$Q = k_{\varphi} \pi \frac{h_2{}^2 - h_2{}^2}{\ln(x_2 - x_1)} .$$

Бу фурмуладан фойдаланиб дала шароитида k_{φ} – фильтрация коэффицентини, Q – қудуқдан ҳайдалган суюқлик сарфини, $h_1 - h_2$ - махсус қазилган скважинанинг x_2-x_1 масофасидаги чуқурликлари берилган бўлса, фильтрация коэффиценти қуйидагига тенг бўлади:

$$K_{\varphi} = \frac{Q \ln \frac{x_2}{x_1}}{\pi (h^2{}_2 - h_2{}^2)}$$



Расм.15.6



Расм.15.7

Мисол. <u>Сув ташлунувчи галерия</u>. Сув ташланувчи галерияга бўлган сарф турли тўйинган грунтлардан юқоридаги сув йиғувчи қудуққа ташланган сув сарфи каби ҳисобланади. Бу ердаги фильтрация сарфи икки ёқлама қаралса, сарфни қуйидаги формулалар орқали топиш мумкин:

$$Q = 2lk_{\varphi}h\frac{dh}{dx}.$$

Бу ифодани интеграллаб:

$$Q = \frac{k_{\varphi}l(h_2^{\,2} - h_1^{\,2})}{x_2 - x_1}$$

эканлигини топамиз:

15.2 Гидроиншоот асосидаги фильтрация

Грунт сувларининг гидроиншоотлар асосидаги сизиб оқиш ҳаракати мураккаб бўлиб, напорли ва геометрик мураккаб чегараларни ҳосил қилади.

Асосий масалалардан бири фильтрацион оқимнинг кинематик ва динамик майдонлари характеристикаларини топиш масаласи ҳисобланади.

15.8. расмда келтирилган схема.

Грунт оқими ҳаракатининг умумий дифференциал тенгламаси. Гидроиншоот сифатида бетонли тўғон бўлиб, бу тўғон сув ўтказувчи асосга ўрнатилган ва сув ўтказмайдиган породали горизонтал сирт билан чегараланади.

Грунт оқими харакатининг умумий дифференциал тенгламасини чиқариш учун Эйлер тенгламалари системасини ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{du_x}{dt} \\ Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{du_y}{dt} \\ Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{du_z}{dt} \end{aligned}\right\} \qquad (15.2.1)$$

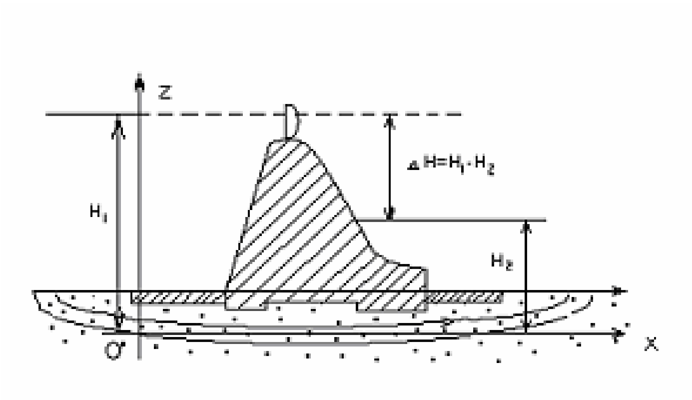
Фильтрацион оқимлар тезланишлар камлиги туфайли

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{du_y}{dt} = \frac{du_z}{dt} = 0$$

деб қараймиз ва Эйлер тенгламаси қуйидаги кўринишни олади:

$$\left.\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (15.2.2)$$

Бу тенгламалар системасидаги ҳажмий кучлар ифодалари, X, Y, Z – ларни топамиз:



Расм.15.8

Ҳажмий кучлар қаторига ернинг тортиш кучини, ҳамда шартли равишда қаршилик кучини киритамиз, бу кучлар фильтрацион оқим ҳаракати соҳасида координаталарнинг узлуксиз функциялари ҳисобланади.

Маълумки Эйлер тенгламасида барча кучлар бирлик массага нисбатан олинган бўлиб, ернинг тортиш кучи g – тезланиш проекциялари орқали ёзилган, яъни g_x, g_y, g_z – координата ўқларидаги проекциялари қуйидагига тенг бўлади:

$$\left.\begin{aligned} X = g_x - F_x \\ Y = g_y - F_y \\ Z = g_z - F_z \end{aligned}\right\} \qquad (15.2.3)$$

Бу ерда $\vec{F}$ – массавий қаршилик кучи.

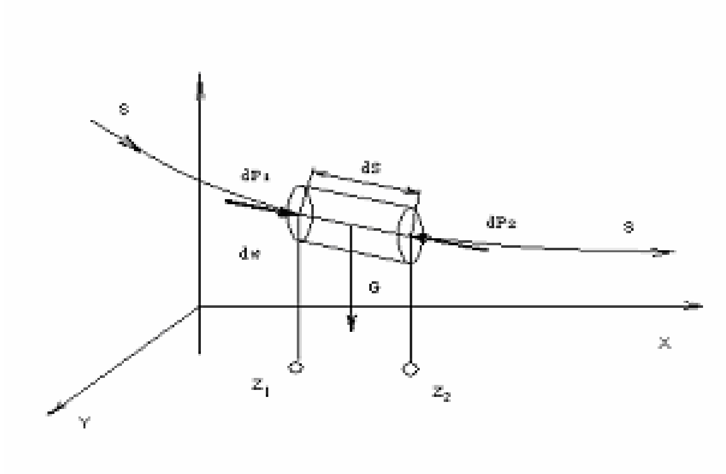
Бу тенгламалар системасида g_x, g_y нолга тенг деб олинган $g_z = -g$ чунки Oz ўқи вертикал қилиб танланган, Ox, Oy лар эса горизонтал.

F_x, F_y ва F_z – куч проекцияларини қуйидагича аниқлаймиз. Бунинг учун суюқликнинг маълум массасига мос келувчи қаршилик кучи dR ни аниқлаймиз. dw элементар ҳажм массаси

$$dm = \rho\, dw$$

бўлиб унга мос келувчи F куч эса қуйидагича аниқланади:

$$F = \frac{dR}{\rho dw}$$



Расм.15.9

Бу кучнинг координата ўқларидаги проекциялари эса,

$$F_x = F \cos \alpha$$
$$F_y = F \cos \beta$$
$$F_z = F \cos \gamma$$

Суюқликнинг маълум массасига мос келувчи dR – кучни топамиз; бунинг учун кучларнинг динамик мувозанатини қараймиз, яъни суюқлик элементи таъсир этувчи кучни қараймиз. 15.9. расм. Бу элемент цилиндр шаклида қаралган бўлиб, цилиндрнинг ўқи ток чизиғи йўналиши билан устма – уст тушсин. Бу ток чизиғи бир вақтда элемент траекторияси бўлиб ҳам хизмат қилади, чунки барқарор ҳаракат қаралмоқда.

dR – қаршилик кучи ҳаракат йўналиши бўйича йўналтирилган. Шунинг учун динамик мувозанат тенгламасини ҳаракат ўқига проекция сифатида ёзамиз. У ҳолда қуйидагига эга бўламиз:

$$-dR + dP_1 - dP_2 + \rho g d\omega ds \sin\alpha = 0$$

Бу ерда

$$dP_1 = p_1 d\omega \quad dP_2 = p_2 d\omega$$

лекин

$$ds Sin\alpha = (z_1 - z_2) \ .$$

бўлгани учун

бу ифодаларни тенгликка қўйиб қаршилик кучини оламиз:

$$dR = (p_1 - p_2)d\omega + \rho g d\omega(z_1 - z_2)$$

ва бу тенгликни бирлик массага нисбатан ёзилишини:

$$\rho dW = \rho d\omega ds$$

бўлиб, массавий қаршилик куч F учун ушбу тенгликни оламиз:

$$\frac{dR}{\rho dw} = \frac{p_{1-}p_2}{\rho ds} + \frac{g}{ds}(z_1 - z_2)$$

Маълумки

$$\frac{dR}{\rho dw} = F$$

бўлганлиги сабабли,

$$F = \frac{g}{ds}[\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (z_1 - z_2)] = g\frac{dh_\omega}{ds} = gI$$

Бу ерда

$$\left[\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (z_1 - z_2)\right] = dh_\omega$$

ифода ds – масофада йўқолган напорни билдиради ва у dh_ω - га тенг деб олинади. Демак бирлик массага нисбатан қаршилик кучи:

$$F = gI$$

Маълумки Дарси формуласига асосан фильтрация тезлиги қуйидагича тезлигини ҳисобга олсак:

$$\upsilon = k_\varphi I$$

ҳисобга олсак

$$F = \frac{g}{k_\varphi} V$$

F - кучнинг F_x, F_y, F_z - яъни Ox, Oy, Oz – координата ўқларидаги проекцияларини топамиз. Маълумки:

$$F_x = F\cos\alpha = \frac{g}{k_\varphi} v \cos\alpha = \frac{g}{k_\varphi} u_x$$

$$F_y = F\cos\beta = \frac{g}{k_\varphi} v \cos\beta = \frac{g}{k_\varphi} u_y$$

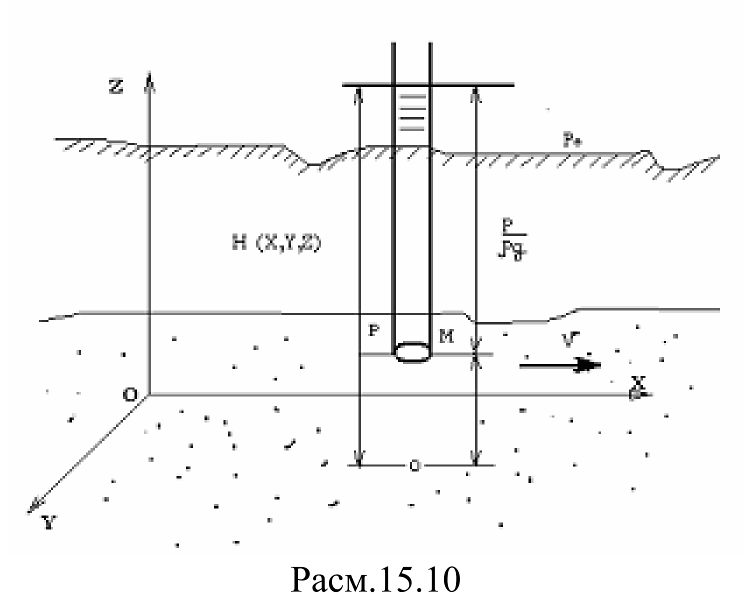
$$F_z = F\cos\gamma = \frac{g}{k_\varphi} v \cos\gamma = \frac{g}{k_\varphi} u_z$$

Бу ифодаларни (15.2.3) формулага қўйсак, Эйлер тенгламасидаги ҳажмий кучлар тезланишини қуйидаги ифода орқали ёзиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} X &= -\frac{g}{k_\varphi} u_x \\ Y &= -\frac{g}{k_\varphi} u_y \\ Z &= -g - \frac{g}{k_\varphi} u_z \end{aligned}\right\} \qquad (15.2.4)$$

Энди қуйидаги хусусий ҳосилаларни текширамиз:

$$\frac{\partial p}{\partial x}, \ \frac{\partial p}{\partial y}, \ \frac{\partial p}{\partial z} \ .$$



Расм.15.10

15.10 расмдан маълумки Бернулли тенгламасидан ушбу тенгликни оламиз:

$$H = z + \frac{P}{\rho g} \quad \text{ва} \quad P = \rho g (H - z)$$

Бу тенгликдан дифференциал олсак:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial H}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho g \frac{\partial H}{\partial y}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial z} - 1 \right)$$

Бу ифодаларни Эйлернинг тенгламасига қўямиз ва қуйидаги тенгламалар системасига келамиз:

$$\begin{aligned}
&X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{g}{k_\varphi}u_x - g\frac{\partial H}{\partial x} = 0 \\
&Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{g}{k_\varphi}u_y - g\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \\
&Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = -g - \frac{g}{k_\varphi}u_z - g\left(\frac{\partial H}{\partial z} - 1\right) = -\frac{g}{k_\varphi}U_z - g\frac{\partial H}{\partial z} = 0
\end{aligned} \qquad (15.2.5)$$

Бу тенгламани тезлик компонентларига нисбатан ёзсак, Павловский тенгламасига келамиз.

$$\begin{aligned}
u_x &= \frac{\partial (k_\varphi H)}{\partial x} = \frac{\partial (-k_\varphi H)}{\partial x} \\
u_u &= \frac{\partial (k_\varphi H)}{\partial y} = \frac{\partial (-k_\varphi H)}{\partial y} \\
u_z &= \frac{\partial (k_\varphi H)}{\partial z} = \frac{\partial (-k_\varphi H)}{\partial z}
\end{aligned} \qquad (15.2.6)$$

Бу тенгламалар системасидан, тезликнинг координата ўқларидаги проекциялари $[-k_\varphi H(x, y, z)]$ функциянинг мос координаталар бўйига хусусий ҳосилаларига тенг бўлиши олинади.

Ўтган параргрфлардан маълумки, суюқликни потенциал оқими учун ушбу тенгликлар ўринли:

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \qquad u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \qquad u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

φ – тезлик потенциали бўлиб, $[-k_\varphi \varphi(x,y,z)]$ демак, $(-k_\varphi H)$ – ифода ҳам тезлик потенциали экан.Суюқликни грунтдаги сизиб оқиши, яъни гидротехник иншоот тубидаги грунтли оқим – потенциал оқим экан.

Тезлик потенциали $\varphi(x,y,z)$ Лаплас тенгламасини қаноатлантиргандек, $(-k_\varphi H)$ –функция ҳам шу тенгламани қаноатлантиради, яъни:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \qquad (15.2.7)$$

Шундай қилиб грунтли оқим ҳаракати масаласини ечиш Лаплас тенгламасини берилган чегаравий шартлар асосида ечишга келтирилади. Бу тенгламани тўғридан-тўғри аналитик йўл билан ечиш бироз мураккаб бўлгани учун амалиётда турли тақрибий ечиш усуллари қўлланилади.

15.3 Гидродинамик тўрлар усули

Сизот сув оқим потенциал ҳаракатда деб қаралиши туфайли бундай оқим масаласининг тўлиқ ечилиши гидродинамик тўрлар методи орқали кўрамиз.

Гидродинамик тўр орқали оқим соҳасидаги ҳар қандай ихтиёрий нуқта учун фильтрация тезлиги – V, ва гидродинамик босим – P ни топиш мумкин.

M - нуқтадаги фильтрация тезлиги Дарси формуласи орқали яъни $V = k_\varphi I$ - аниқланади. Фильтрация коэффиценти k_φ – ни маълум деб ҳисоблаб гидравлик нишаблик I – топилади.

Маълумки:

$$I = \frac{\Delta h_\omega}{\Delta S} \qquad (15.3.1)$$

Йўқолган напор Δh_ω - ни икки қўшни тенг напорли чизиқлардаги ΔH – напорлар H – ларнинг айирмаси сифатида қуйидагича қараймиз.

Иншоотдаги напорлар айирмасини яъни $\Delta H = H_1 - H_2$ маълум деб қараймиз, расм 15.11. Фильтрация полосалари сони $n - n$ қурилган гидродинамик тўрдан маълум бўлади.

15.11. расмдаги иншоот учун уларнинг сони $n = 12$.У ҳолда:

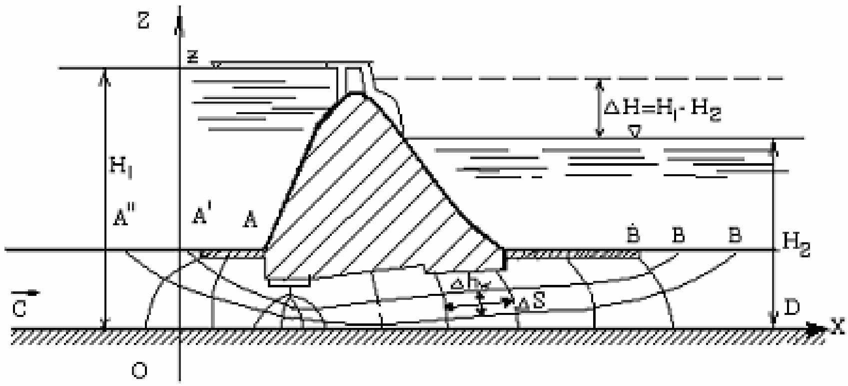
$$\Delta H_{\omega}^{m} = \frac{\Delta H}{n} = \frac{H_1 - H_2}{n}$$

Шундай қилиб

$$\Delta h_{\omega} = \frac{\Delta H}{n} = \frac{H_1 - H_2}{n}$$

ΔS – аниқлаб, яъни чизмадан ўлчаб гидравлик нишабликни топамиз.

$$I = \frac{\Delta h_{\omega}}{\Delta S} = \frac{H_1 - H_2}{n \Delta S}$$



Расм.15.11

Бу ифода орқали фильтрация тезлигини топса бўлади:

$$\upsilon = k_{\varphi} \frac{H_1 - H_2}{n \Delta S} \qquad (15.3.2)$$

M нуқтадаги гидродинамик босим. Ортиқча босим учун ёзилган маълум боғланишдан

$$P = \rho g (H - z)$$

15.11 расм учун ҳам ёзиш мумкин. M - нуқта учун H - қатор функциясини бошланғич H_1 - қийматидан M - нуқтагача бўлган йўқолган напорни айириш орқали топамиз, яъни:

$$H = H_1 - \frac{\Delta H}{n} (n^1 + \frac{1}{2})$$

n – фильтрация полосалари сони бўлиб 15.11. расмда улар сони $n = 12$. $n' - M$ нуқтагача бўлган полосалар сони бўлиб 15.11. расмда улар, яъни $n^1=8$

$$P_m = \rho g\left[H_1 - \frac{\Delta H}{n}(n^1 + \frac{1}{2}) - z\right]$$

Иншоот остидаги солиштирма фильтрацион сарф.

Ток чизиғи фильтрацион фазони m – полюсларга (қутбларга) бўлади. Расм 15.11 да $m = 3$. Бир кутбнинг оқим сарфини ΔQ деб белгилаб, умумий оқим сарфини қуйидагича ёзамиз:

$$Q = \Sigma\Delta Q = m\Delta Q$$

Гидродинамик тўр қуриш шартига асосан, ҳар бир қутбнинг филтрацион сарфлари ўзаро тенг. Шунинг учун бир қутбнинг сарфини топсак, умумий сарфни топиш учун қутблар(полюслар) сонига кўпайтирамиз.

Бир қутб сарфи эса:

$$\Delta Q = \Delta\omega\upsilon = \Delta b 1 k_\varphi \frac{H_1 - H_2}{n\Delta S} = k_\varphi \frac{H_1 - H_2}{n}$$

Гидродинамик тўр қуришда $\Delta S = \Delta b$ деб олинди.

Демак, умумий фильтрация сарфи қуйидагича топилади:

$$Q = m\Delta Q = k_\varphi(H_1 - H_2)\frac{m}{n} \qquad (15.3.3)$$

<u>**ЭГДУ методи.**</u> Электрогидродинамик ўхшашликлар методи академик М.Н.Павловский томонидан таклиф этилиб, бутун жаҳонга машҳур бўлди.

Электр майдонини характерловчи дифференциал тенгламаларнинг гидромеханик тенгламаларига ўхшашлик назарий асос бўлиб яратилди.

Тезликлар потенциал электр майдони кучланганлигига ток функцияси эса ток кучига мос келади.

Ток кучи тарқалиши чегараси текисликдаги потенциал суюқлик ҳаракатининг чегарасига тенг кучланишлар чизиғи ва ток кучи эса, геометрик жиҳатдан тезликларнинг тенг потенциали чизиқларига ва ток чизиқларига мос келади.

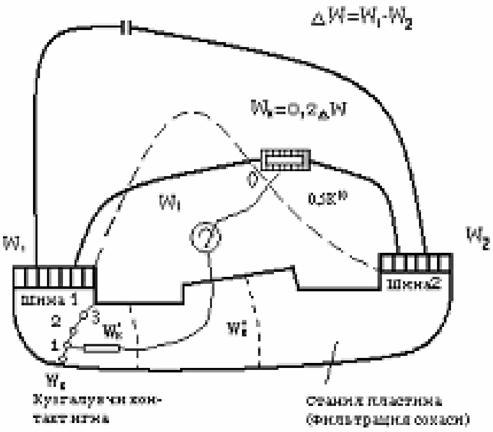
Шунинг учун ҳам ток ўтказувчи пластинкада бир хил кучланишли нуқталарни топиб, шу орқали бир потенциалли тезликлар чизиғини топиш ва улар орқали ток чизиқларини қуриш мумкин.

Изланишлар электрогидродинамик ўхшашликлар қоидалари асосида олиб борилади. Бу аппарат схемаси 15.12 расмда кўрсатилган.

Манбадан пластинка орқали W_1 ва W_2 кучланиш берилади ва шу тариқа бу аппаратда электр ток оқими хосил қилинади.

Тенг кучланишнинг нуқталарини қидирувчи қўзғалувчи игна, гальвонометр ва махсус резистор орқали олиб борилади. Бу резистор Уитстон схемаси бўйича монтаж қилинган.

ЭГДУ асбоби ёрдамида юқори аниқликда гидродинамик тўр тасвирини олиш мумкин. Бу тўр ёрдамида гидроиншоот тагидаги фильтрация оқим масаласини аниқ ечиш мумкин.



Расм.15.12

<u>Конформ аксантиришлар методи.</u> Конформ акслантириш усули комплекс ўзгарувчининг функциялари назариясига асосланган.

Маълумки, комплекс катталик $Z=x+iy$ текисликдаги бирор $M(x,y)$ нуқтани аниқлайди. Шу $M(x,y)$ нуқтадан $y=f(x)$ эгри чизиғини ўтказамиз, у ҳолда бу эгри чизиқ Z - комлекс ўзгарувчининг мос қонунини ифодалайди. Z - ўзгарувчи ўзгарадиган текислик $Z=x+iy$ текислик деб аталади.

Ихтиёрий функцияни қараймиз:

$$W = \varphi(z)$$

Маълумки ω ҳам комплекс функция бўлиб, қуйидаги кўринишга эга:

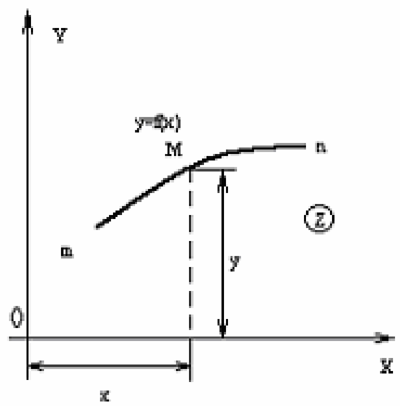
$$\omega = p(x,y) + iQ(x,y)$$

P ва Q координаталар текислигидаги нуқтани билдиради.

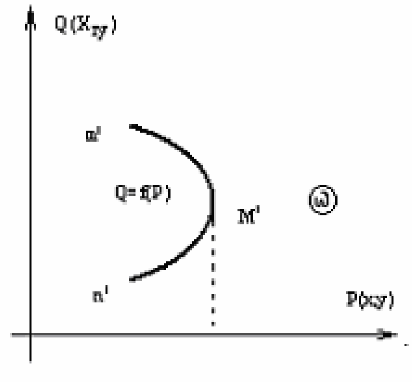
Комплекс ўзгарувчи ω - ўзгарадиган текислигини ω - комплекс текислиги деб атаймиз. Расм (15.14)

Z - текисликдаги ихтиёрий $M(x,y)$ нуқтага ω -текисликда ягона $M^1(Q,P)$ нуқта мос келади ва худди шунингдек Z текисликдаги ихтиёрий эгри m-n чизиққа W -текисликда ягона m^1-n^1-эгри чизиқ мос келади, демак, ω текисликдаги m^1-n^1 чизиқ Z текисликдаги m-n чизиққа аксланади. $\omega = f(z)$- функция акслантирувчи функция дейилади. Аксланувчи шаклнинг фигуранинг геометрик акслантирувчи функциянинг характерига боғлиқ бўлиб, турлича бўлиши, яъни олдинги шаклига ўхшаш бўлмаслиги хам мумкин.

Мумкин бўлган кўпгина акслантиришлар орасида конформ акслантириш алоҳида ўрин тутади, яъни аксланаётган жуда кичик майдончаларигача геометрик ўхшаш фигураларга ўтказади.



Расм. 15.13



Расм. 15.14

Бу ҳолда Z текисликдаги бир нуқтадан чиқувчи ўзаро α - бурчакни ташкил этувчи икки чизиқ W - текисликни худди шундай мос равишда α - бурчакни ташкил этувчи бир нуқтадан чиқувчи мос чизиқларга аксланади ва бу чизиқларнинг мос қисмлари ўзаро пропорционал бўлади.

Конформ акслантиршнинг бу хоссаларидан ва Z - текисликда берилган шартларидан фойдаланиб, ω -текисликда шу шартларга мос гидродинамик тўрлар қуриш мумкин.

Мос тўрлар қуриш учун акслантирувчи функция ихтиёрий жамланмайди, шундай жамланиш керак-ки, Z -текисликдаги ортогонал тўрлар аксланувчи W-текисликни ҳам ортогонал бўлиб ўтиши шарт. Бундай шартга бўйсунувчи акслантириш функцияси Коши-Риман шартини тўла тўкис бажарувчи

$$\omega(z) = p(x, y) + iQ(x, y)$$

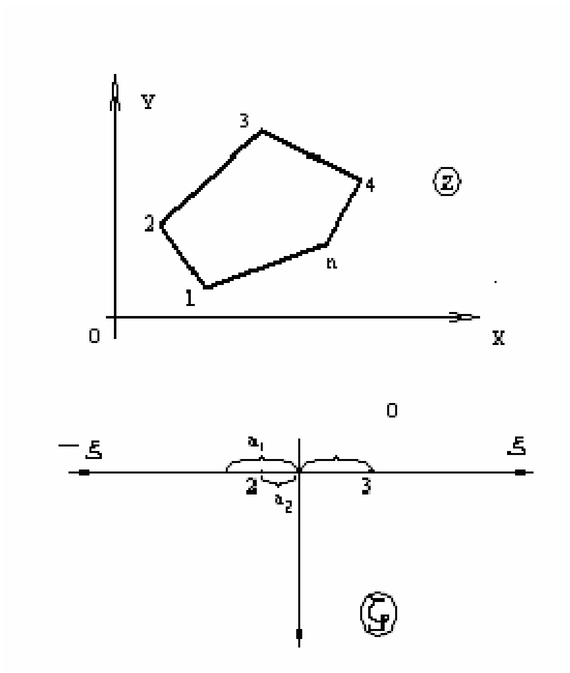
функция учун

$$\frac{\partial p(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial Q(x, y)}{\partial y}$$

ва

$$\frac{\partial p(x, y)}{\partial y} = -\frac{\partial Q(x, y)}{\partial x}$$

Шартлар Z текисликнинг ω текисликка конформ акслантириши шартнинг маълум бир қисмини беради. Бу шартнинг иккинчи қисми эса бундай акслантирувчи функция $\omega = \omega(z)$ кўп бўлиб шулардан ягона аниқ чегаравий шартларни қаноатлантириладиганлигини олинади.



Расм.15.15

Бу шартларни қаноатлантирувчи акслантирувчи функция сифатида Кристофелл-Шварц интеграли формуласидан фойдаланилади.

Бу интеграл орқали z - текисликдаги ҳар қандай ёпиқ синиқ чизиқ билан чегараланган кўп бурчак соҳани G - юқори ярим текисликка G - конформ акслантириш мумкин. Кўрсатилган кўпбурчак соҳанинг $a_{1,}a_{2,}...a_n$ - координаталарига юқори ярим текисликнинг ҳақиқий ўқида $1,2,...,n$ нуқталарини мос келтиради. Кристофелл-Шварц интеграли қуйидаги кўринишга эга:

$$z=f(\varsigma)=A\int(\varsigma-a_1)^{\alpha_1-1}(\varsigma-a_2)^{\alpha_2-1}...(\varsigma-a_n)^{\alpha_n-1}d\varsigma+B \qquad (15.3.4)$$

Бу ерда Z - комплекс катталик, комплекс текислиги бўлиб, ёпиқ кўп бурчак берилади, α_1, α_2 - берилган кўпбурчакнинг учидан бурчакларини аниқловчи ва π - сони орқали олинган катталиклар $a_1, a_2, ..., a_n$ - ξ текисликнинг ҳақиқий ўқи 0ξ нинг координаталари A ва B ўзгармас коэффициентлар бўлиб, ξ_1, ξ_2 ва z_1 z_2 - ларга мос келувчи қийматлари орқали топилади.

Юқоридаги шартлар асосида Кристофелл-Шварц интегралини интеграллаганимиздан кейин қуйидаги функцияга эга бўламиз.

$$z = \varphi(\varsigma, A, B)$$

Сўнгра икки нуқта учун қуйидаги икки тенглама системасини ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= \varphi(\varsigma_1, A, B) \\ z_2 &= \varphi(\varsigma_2, A, B) \end{aligned}\right\} \qquad (15.3.5)$$

Бу тенгламалар системасини ечиб A, B - ўзгармасларнинг сон қийматини топамиз ва

$$\left.\begin{aligned} z &= f(\varsigma) \\ \varsigma &= \varphi(z) \end{aligned}\right\} \qquad (15.3.6)$$

Функцияларни ҳосил қиламиз.

Мисол:

Фильтрацияли оқимнинг напор функцияси $\Delta H = H_1 - H_2$ бўлган ҳоли учун гидродинамик тўрни кўринг. (расм13.16).

Ечиш: ёрдамчи текислик учун W - текисликни оламиз ва бу текисликда:

$$\omega = \phi(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y) \qquad (15.3.7)$$

Функцияни киритамиз.

φ - тезлик потенциали, ψ - ток функцияси. Бу текисликнинг $O\psi$ - ўқи бўйича чексизликка кетувчи тўғри бурчак қурамиз ва уни $h = \infty$, яъни баландлик ∞ кетган учбурчак деб қараймиз. Ёпиқ контурнинг учинчи нуқтаси чексизликка кетган деб қараймиз. (расм 15.17). Бу тўғри бурчакни тўғон остидаги фильтрацияни ўз ичига олган - z текисликка акслантирамиз.

У ҳолда:

$$W = \phi(z) = c\int (z - a_1)^{\alpha_1 - 1}(z - a_2)^{\alpha_2 - 1} dz + C \qquad (15.3.8)$$

Интегрални ҳосил қиламиз. Бу интеграл остида икки кўпайтма бўлиб, учинчи кўпайтма учбурчакнинг чексиздаги учига мос келади.

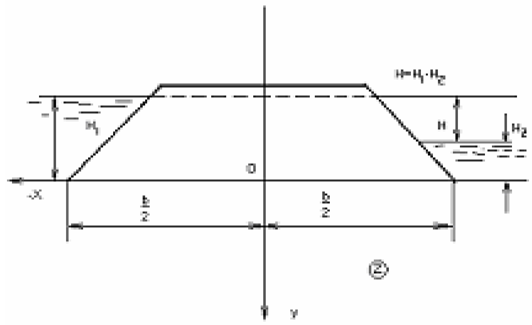
Чегаравий шартлардан маълумки, $1'$ нуқтага $a_1 = -b/2$ мос келиб, келтирилган бирликларда $k\varphi = 1$ ва $H = 1$ тезлик потенциал $\varphi = k_\varphi H$, $\varphi = -1$ қийматга эга бўлади ва бу нуқтага W - текисликда $\varphi = -1$ нуқта мос келади.

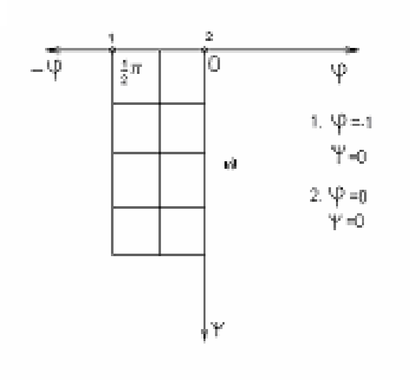
$2'$ нуқтага эса, $a_2 = \frac{b}{2}$ ва $\varphi = 0$ мос келиши учун бу нуқтага координата босим билан устма-уст тушади.

Тўғри бурчак учлари бурчаклари $+\frac{\pi}{2}$ га тенг, коэффициентлари шунга мос равишда $\alpha_1 = \alpha_2 = -\frac{1}{2}$

Кристофелл-Шварц интеграли қуйидаги кўринишни олади:

$$\omega = \phi(z) = c\int (z+\frac{b}{2})^{-0.5}(z-\frac{b}{2})^{-0.5}dz + c_1 \qquad (15.3.9)$$





Расм.15.16 Расм.15.17

Маълумки

$$\frac{d\omega}{dz} = \overline{V} = u - iv$$

(15.3.9) формула интеграллангандан сўнг қуйидаги функцияни топамиз.

$$\omega = f(z, c_1, c_2) \qquad (15.3.10)$$

Бундан $u = \mathrm{Re}\frac{df}{dz}, \quad \vartheta = -\mathrm{Im}\frac{df}{dz} -$ сизиб оқиш тезликлари аниқланади.

Энди c_1, c_2 - ўзгармас коэффициентларини аниқлаймиз, бунинг учун қуйидаги тенгламалар системасини ечамиз.

$$\left.\begin{aligned} \omega_1 &= f(z_1, c_1, c_2) \\ \omega_2 &= f(z_2, c_1, c_2) \end{aligned}\right\} \qquad (15.3.11)$$

Ҳисоб учун қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$\omega = f(z),\ Z = \Phi(\omega)$$

Лекин

$$z = x + iy, \omega = \varphi + i\psi \quad ,$$

эди, бундан:

$$x + iy = \Phi(\omega) = F(\varphi + i\psi) = \Phi_1(\varphi,\psi) + i\Phi_2(\varphi,\psi)$$

Шунинг учун, яъни мавҳум ва ҳақиқий қисмларини тенглаб:

$$\left.\begin{aligned} x &= \Phi_1(\varphi,\psi) \\ y &= \Phi_2(\varphi,\psi) \end{aligned}\right\} \qquad (15.3.12)$$

Тенгламалар системасини ҳосил қиламиз.

Бу тенгликдан φ - ни чиқариб:

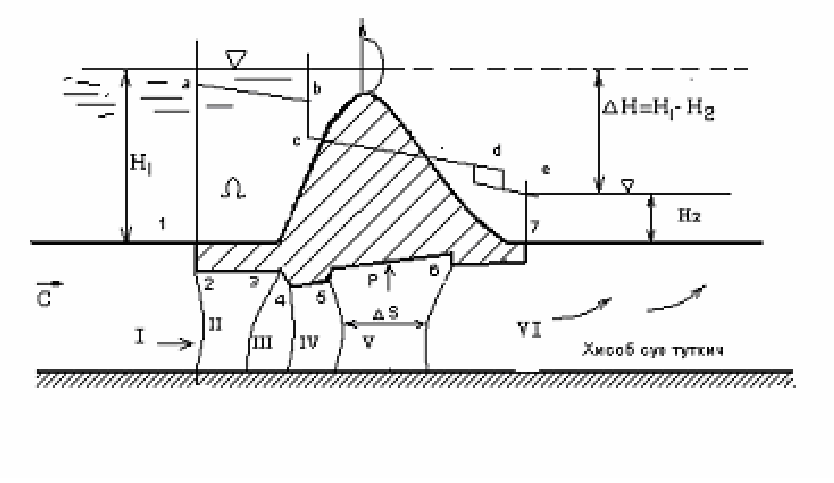
$$y = \Phi(x,\varphi)$$

ҳосил қиламиз ва $\varphi = C_1, \varphi = C_2$ - тенг потенциалли чизиқларни қурамиз.

Худди шу каби φ – ток функцияси ҳам топилади.

Қаршилик коэффицентлари усули. Бу усул проф Р.Р.Чугаев томонидан таклиф этилган. Грунт сувларининг гидротехник иншоот остидаги ҳаракатининг асосий масаласи ҳисоби сифатида қуйидаги параметрларни ҳисоблаш масаласи ҳисоблари

1. Фильтрация сарфини ҳисоблаш - Q.
2. Оқимнинг турли нуқталаридаги фильтрация тезлигини ҳисоблаш.
3. Иншоот ер ости контурига бўладиган вертикал P – босимни ҳисоблаш.



Расм. 15.18

Юқорида келтирилган масалаларни расм 15.18 келтирилган схема бўйича ечамиз.

Ер ости контурини 1,2,3,4,5,6,7 нуқталар билан 6 та участкага ажратамиз ва бу нуқталардан тенг потенциалли оқимларни кесиб ўтувчи чизиқларни ўтказамиз. Бир вақтда бу чизиқлар бир хил напорлар $H_1, H_2, \ldots, H_n$ - чизиқлари ҳам бўлади. 1,2,3 нуқталарни танлаш шундай асосда бўладики, бу нуқталардан чиқувчи чизиқлар барча фильтрация соҳасини геометрик характеристикаларига кўра бир неча фрагментларга бўлади. Расм 15.18 шундай фрагментлардан I, II, III, IV, V, VI кўрсатилган.

Бу фрагментлардан маълумки, напорнинг умумий йўқолиши $\Delta H = H_1 - H_2$ бўлиб, бир неча қисмлардан яъни:

$$h_{\omega_1}, h_{\omega_2}, ..., h_{\omega_n}$$

иборат.

$$\Delta H = h_{\omega_1} + h_{\omega_2} + ... + h_{\omega_n} = \sum h_{\omega} \qquad (15.3.13)$$

Гидроиншоот остидаги соҳанинг ихтиёрий қисми бўйича сарфини қуйидаги Дарси формуласи бўйича ҳисоблаш мумкин:

$$Q = k_{\varphi} \omega \frac{h_w}{\omega} \qquad (15.3.14)$$

Бу ерда k_{φ} ва h_w мос равишда фильтрация коэффиценти ва йўқолган напорлардир. W – фильтрацияли оқим кўндаланг кесими юзаси, L – берилган қисм бўйича ток чизиғининг узунлиги.

(15.3.14) формуладан:

$$h_{\omega} = \frac{Q}{k_{\varphi}} \frac{L}{\omega}$$

$\frac{L}{\omega} = \xi$ деб белгиласак:

$$h_{\omega} = \xi \frac{Q}{k_{\varphi}} \qquad (15.3.15)$$

Бу формуладаги коэффиценти ξ – қаршилик коэффиценти дейилади ва сонли қийматлари проф Р.Р.Чугаевнинг махсус формуласи орқали ҳисобланади[25].

Биз кейинги муҳокамаларда бу коэффицентни маълум деб қараймиз. Гидроиншоот остига бўладиган фильтрациянинг асосий масалаларини қуйидаги формулалар орқали ечилади.

1. Умумий фильтрация сарфи ёки тўғон тўсиғининг бирлик узунлигига мос келувчи ёки солиштирма фильтрация сарфи учун (15.3.13) ва (15.3.15) формулалар ёрдамида қуйидаги напор йўқолишини топамиз:

$$\Delta H = \sum h_{\omega} = \sum \xi \frac{Q}{k_{\varphi}} = \frac{Q}{k_{\varphi}} \sum \xi$$

Бундан оқим сарфини аниқлаймиз

$$Q = \frac{k_{\varphi} \Delta h}{\sum \xi} \qquad (15.3.16)$$

2. Берилган нуқтадаги фильтрация тезлиги:

$$\upsilon_{хак} = \frac{Q}{W_{говвак}} = \frac{Q}{p\,\omega} = \frac{\upsilon}{p}$$

бу ерда h_{ω} - (15.3.15) формула орқали аниқланади, ΔS 15.18 расмдаги схема бўйича ўлчанади.

3. Иншоотга фильтрацияли оқими томонидан бўладиган вертикал босими P – ни топиш учун фильтрацияли оқим соҳасини ҳар бир қисми учун $h\omega$ – аниқлаймиз $(a,b,c,...,)$ n изометрик чизиқни кўрамиз, у ҳолда

$$p = \rho g \Omega$$

Ω – юза 13.18 расмдаги схемадан енгил топилади.

XVI БОБ

Суюқликларнинг беқарор ҳаракати

Суюқликларнинг ҳаракати давомида унинг гидравлик параметрлари вақтга боғлиқ равишда ўзгариб борса, суюқликларнинг бундай ҳаракатига беқарор ҳаракат дейилади. Бу ҳаракатнинг механик маъноси шуки, суюқликнинг гидравлик параметрлари вақтнинг функцияси бўлиб ҳисобланади ва қуйидаги шартларни қаноатлантиради:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \neq 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} \neq 0 .$$

Оқим сарфи ва оқим тезликлари вақтга ошкор равишда боғлиқ бўлади. Беқарор ҳаракатга қувурлардаги напорли, очиқ ўзанлардаги, резервуарнинг тўлиши ёки камайишидаги суюқликлар ҳаракатлари ва қувурлардаги гидравлик зарбалар мисол бўлади.

Бу бўлимда биз суюқликларни беқарор ҳаракатнинг қувурлардаги, очиқ ўзанлардаги ва гидравлик зарбалардаги ҳолларини ўрганамиз.

16.1 Элементар оқим учун беқарор ҳаракатнинг асосий тенгламаси

Олий математика курсидан маълумки $F(x, y, z, t)$ дан олинган тўла дифференциал ҳар бир ўзгарувчидан алоҳида олинган хусусий хосилани шу ўзгарувчининг дифференциалига кўпайтмалари йиғиндисига тенг бўлиб қуйиагича ёзилади:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial y}dy + \frac{\partial F}{\partial z}dz + \frac{\partial F}{\partial t}dt$$

беқарор ҳаракат тарифига кўра эса гидравлик жараённи тасвирловчи параметрнинг вақт бўйича ҳосиласи нолга тенг эмас, яъни қуйдагича ёзилади:

$$\frac{\partial F}{\partial t} \neq 0$$

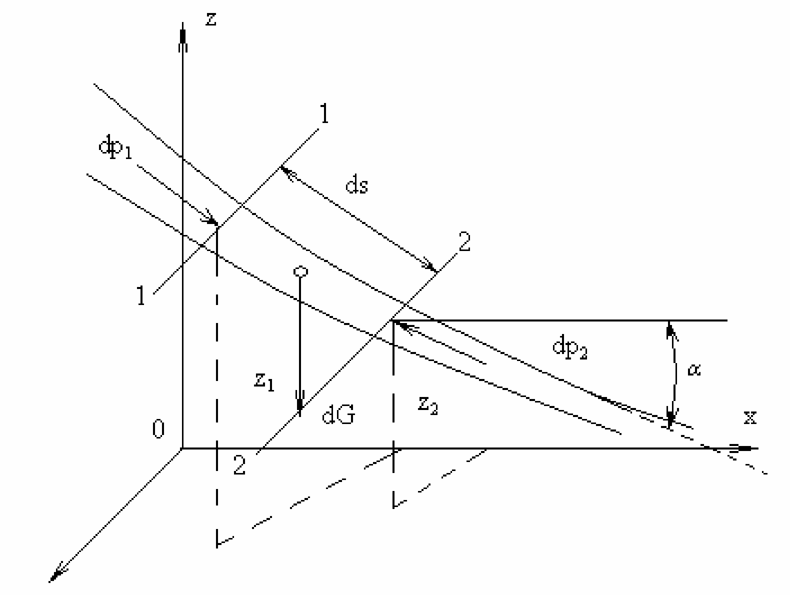
Тезликнинг Ox, Oy, Oz координата ўқларидаги ташкил этувчилари таърифига кўра тезликнинг ташкил этувчиларини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{dx}{dt} = u, \frac{dy}{dt} = \vartheta, \frac{dz}{dt} = w$$

Юқоридаги ифодаларни ҳисобга олган ҳолда тўла дифференциаль учун Қуйидаги ифодани ёки инерцион ҳадлар йиғиндисини ёзиш мумкин:

$$\frac{dF}{dt} = u\frac{\partial F}{\partial x} + \vartheta\frac{\partial F}{\partial y} + w\frac{\partial F}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial t}$$

Қаралаётган элементар оқим элементнинг $1-1$ ва $2-2$ ажратилган кесими учун динамик мувозанат тенгламасини ёзишда олдин (расм 16.1.). бу элементга таъсир этувчи кучларни келтирамиз:



Расм 16.1.

1. Элементар оқим элементининг икки ён чеккаларига таъсир этувчи кучлар:

$$dP_1 = pd\omega \quad \text{ва} \quad dP_2 = (p + \frac{\partial p}{\partial s}ds)d\omega)$$

2. Элементар оқимнинг ажратилган $1-1$ ва $2-2$ кесими оралиғидаги элементнинг оғирлиги:

$$dG = \rho g d\omega ds$$

Элементар оқим массасини ўраб турувчи ён сиртига таъсир қилувчи қаршилик кучи

$$dF = \tau(d\chi ds)$$

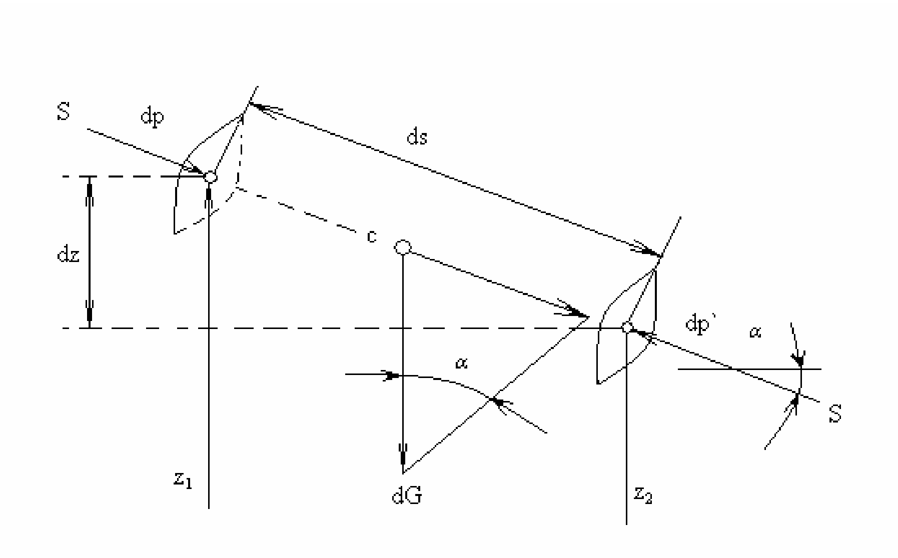
бу ерда τ, $d\chi$ ва ds – мос равишда элементар оқим ён сиртига бўлган уринма зўриқиш, элементар оқим ён сиртининг кўндаланг кесими периметри, элементар оқим ён сиртининг намланиши ва элементар оқим элемент узунлиги.

$d\chi, ds$ – ажратилган элементар оқим элементининг ён сирти.

3. Элементар оқимча тезлиги u вақтда ўзгаради. Элементар оқимча инерция кучи қуйидаги ифодага тенг бўлади:

$$dF_{инерция} = dm\frac{du}{dt} = \rho d\omega ds\frac{du}{dt}$$

Бу ерда dm - элементар масса; $dm = \rho d\omega ds$, $\dfrac{du}{dt}$ - тўлиқ тезланиш, ω - элементар найча тирик кесим юзаси, ρ - суюқлик зичлиги.



Расм 16.2.

Юқорида келтирилган барча кучлар йиғиндисини элементар найча ҳаракат йўналиш чизиғи $S-S$ га проекциялаб, қуйидаги динамик мувозанат тенгламасини оламиз:

$$dP_1 - dP_2 + dG\sin\alpha - \tau d\chi ds - \rho d\omega ds\frac{du}{dt} = 0 \qquad (16.1.1)$$

Бу тенгламага баъзи бир ўзгаришлар киритамиз. Учинчи қўшилувчи, оғирлик кучининг ҳаракат йўналиш чизиғи $S-S$ га проекциясини беради, яъни:

$$dG\sin\alpha = \rho g d\omega ds\sin\alpha,$$

ва

$$ds\sin\alpha = z_1 - z_2$$

(расм 16.1.2) бўлгани учун, уни қуйидагича ёзамиз:

$$dG\sin\alpha = \rho g d\omega(z_1 - z_2)$$

Заррача ҳаракати тезлиги икки аргументнинг t - вақт ва s - йўлнинг функцияси,яъни $u = f(s,t)$ шунинг учун унинг тўлиқ диффенциали қуйидаги ифодага тенг:

$$du = \frac{\partial u}{\partial t}dt + \frac{\partial u}{\partial s}ds$$

У ҳолда элементар найчадаги суюқлик заррачаси тезланиши учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial s}\frac{ds}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{2\partial s}.$$

Бу ўзгаришларни (16.1.1) тенгламага қўйиб ва кучларнинг ўз ифодасини ёзиб қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$pd\omega - (p + \frac{\partial p}{\partial s}ds)d\omega + \rho g d\omega(z_1 - z_2) -$$

$$- \tau d\chi ds - \rho d\omega ds[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}(\frac{u^2}{2}) = 0 \qquad (16.1.1a)$$

Ҳосил бўлган тенгламани $\rho d\omega ds$ га бўлиб ва

$$z_1 - z_2 = z - (z + dz) = -dz$$

тенгликни ҳисобга олиб, (16.1.1а) тенгламани қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$-\frac{1}{\rho g}\frac{\partial p}{\partial s} - \frac{dz}{ds} - \frac{\tau}{\rho g} - \frac{d\chi}{d\omega} - \frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial s}(\frac{u^2}{2g}) = 0 \qquad (16.1.2)$$

Бу тенглама сиқилмайдиган ёпишқоқ суюқликлар беқарор ҳаракатининг асосий тенгламаси дейилади. Бу тенгламани бироз бошқачароқ, қулайроқ кўринишда ҳам ёзиш мумкин, яъни:

$$\frac{\partial}{\partial s}(\frac{p}{\rho g} + z + \frac{u^2}{2g}) + \frac{\tau}{\rho g}\frac{d\chi}{d\omega} + \frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

ds - га кўпайтириб ва s_1 дан s_2 чегарада интеграллаб, аниқ формула оламиз:

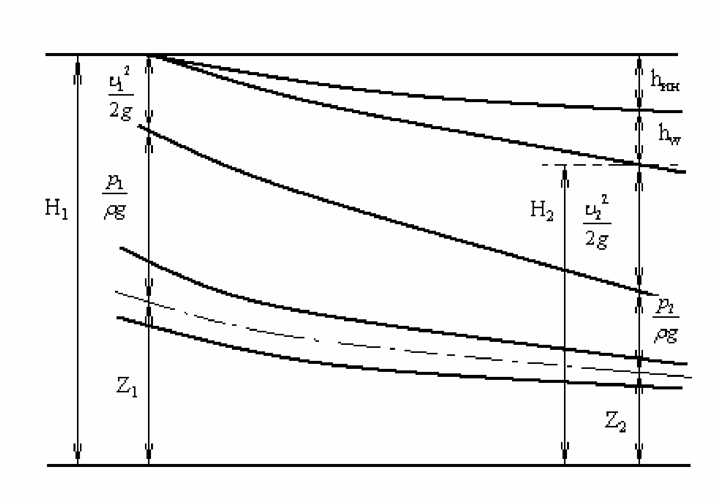
$$z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}) - (z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g}) + \int_{S_1}^{S_2} \frac{\tau}{\rho g}\frac{d\chi}{d\omega}ds + \int_{S_1}^{S_2}\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}ds = 0$$

(16.1.3)

ёки

$$\frac{p_1}{\rho g}+z_1+\frac{u_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho g}+z_2+\frac{u_2^2}{2g}+\int_{S_1}^{S_2}\frac{\tau}{\rho g}\frac{d\chi}{d\omega}ds+\int_{S_1}^{S_2}\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}ds \qquad (16.1.4)$$

(16.1.4) тенглама суюқликлар беқарор ҳаракатининг аниқ кўринишидаги асосий тенгламаси дейилади. Шундай қилиб, суюқликлар беқарор ҳаракати учун Бернулли тенгламаси олинди.



Расм. 16.3

Бу тенгламадаги йиғиндиларнинг икки охирги ҳади чизиқли ўлчамликка эга бўлиб, улардан биринчиси S_1 -биринчи участкадан ва S_2- иккинчи участкагача бўлган масофада ишқаланиш туфайли йўқолган напорни ифодалайди ва қуйидагича аниқланади:

$$h_\omega=\int_{S_1}^{S_2}\frac{\tau}{\rho g}\frac{d\chi}{d\omega}ds$$

иккинчиси эса шу оралиққа мос келадиган инерцион напор дейилади ва у қуйидагича аниқланади:

$$h_{ин}=\int_{S_1}^{S_2}\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}ds$$

Юқоридаги тенгламада келтирилган солиштирма тўлиқ энерциянинг масса бирлигига мос келган тўлиқ энергиясини қуйидагича белгиласак:

$$H=\frac{p}{\rho g}+z+\frac{u^2}{2g},$$

(16.1.4) тенгламани қисқа ва аниқ кўринишда қуйидагича ёзиш мумкин:

$$H_1 = H_2 + h_\omega + h_{инерция} \qquad (16.1.5)$$

бу тенгламани график орқали (16.3-расм) кўрсатиш ҳам мумкин бўлиб, суюқлик ҳаракатининг бирор вақт оралиғидаги интерпретацияси ҳисобланади, вақт ўзгариши билан ўзгариб боради.

Цилиндрсимон қувурлардаги суюқликлар беқарор ҳаракатининг асосий тенгламаси.

Суюқликларнинг қувурлардаги беқарор ҳаракатини қараймиз. Қувурнинг ички диаметри бутун узунлиги давомида ўзгармас бўлсин. Бу ҳолда, текис ҳаракат учун ушбу тенглик ўринлидир:

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \quad \text{ва} \quad \frac{\upsilon_1^2}{2g} = \frac{\upsilon_2^2}{2g} \qquad (16.1.6)$$

Йўқолган напор эса Дарси формуласи бўйича ҳисобланади:

$$h_\omega = \lambda \frac{l}{d} \frac{\upsilon^2}{2g}$$

Инерцион напорни u - тезликни υ - ўртача тезлик билан алмаштириб қуйидагича ёзамиз:

$$h_{инер} = \int_{S_1}^{S_2} \frac{1}{g} \frac{\partial \upsilon}{\partial t} ds \qquad (16.1.7)$$

Маълумки, қувурнинг диаметри ўзгармас бўлса, унинг ўртача тезлиги - υ, s - га, яъни қувур узунлигига боғлиқ эмас, демак хусусий ҳосила $\frac{\partial \upsilon}{\partial t}$ - тўлиқ ҳосилага тенг, яъни қуйидаги тенглик ўринли:

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial t} = \frac{du}{dt}$$

у ҳолда инерцион напор учун ёзилган тенгликни қуйидагича ўзгартирамиз:

$$h_{инер} = \int_{S_1}^{S_2} \frac{1}{g} \frac{dv}{dt} ds = \frac{1}{g} \frac{dv}{dt} \int_{S_1}^{S_2} ds = \frac{S_2 - S_1}{g} \frac{dv}{dt} = \frac{l}{g} \frac{dv}{dt}$$

$S_1 - S_2 = l$ қувурнинг қаралаётган оралиқдаги узунлиги

$$h_{инер} = \frac{l}{g} \frac{dv}{dt} \qquad (16.1.8)$$

(16.1.6) ва (16.1.8) формулаларга асосан цилиндрик қувурдаги беқарор оқим учун асосий тенгламани ёзамиз:

$$\frac{p_1}{\rho g}+z_1=\frac{p_2}{\rho g}+z_2+\lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}+\frac{l}{g}\frac{dv}{dt} \qquad (16.1.9)$$

Гидростатик напорни – H орқали белгилаб, $H_1-H_2=\Delta H$ деб олсак, ($H_1=\frac{p_1}{\rho g}+z_1$, $H_2=z_2+\frac{p_2}{\rho g}$) напорлар фарқи қисқача қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\Delta H=\lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}+\frac{l}{g}\frac{dv}{dt} \ . \qquad (16.1.10)$$

16.2 Оқим ҳаракатида ўтиш жараёнлари

Ўтиш жараёни деб, суюқликлар беқарор ҳаракатининг бир стационар ҳолатдан иккинчи стационар ҳолатга ўтишига айтилади. Бундай ўтиш жараёни асосан гидроэнергетик қурилмаларда кузатилади.

Катта сиғимли резервуардан суюқлик оқиб чиқишида кузатиладиган ўтиш жараёнини қараймиз. Резервуардаги суюқликни ўзгармас босим остида оқиб чиқади деб оламиз. Суюқлик билан тўлдирилган қувурнинг крани

t_0 -моментда бирдан очилиб, қувурдаги суюқликнинг оқиши бошланган. Кран очилгач босимлар фарқи таъсирида сув чиқиши бошланади, сув чиқиш тезлиги 0 дан то максимал қийматгача ўзгаради, максимал қийматдаги тезлиги эса стационар ҳолатдаги тезлигига тенг бўлади. Резервуардан чиқувчи тезлик кўндаланг кесим бўйича олинган ўрта тезликка тенг деб фараз қиламиз, яъни:

$$\upsilon=\sqrt{\frac{2H}{1+\lambda\frac{l}{d}+\sum\xi}}=\varphi\sqrt{2gH} \qquad (16.2.1)$$

Бу ифода максимал тезлик ҳисобланади. Резервуардаги чиқувчи тезлик 0 дан то максимал тезликкача ўзгариши учун кетган вақт -Δt орқали белгиланади ва ўтиш вақтининг узунлигини ифодалайди. Бу вақтни асосий тенглама (16.1.5) орқали қуйидагича аниқлаймиз:

$$\frac{p_1}{\rho g}+z_1+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho g}+z_2+\frac{v_2^2}{2g}+\lambda\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}+\frac{l}{g}\frac{dv}{dt} \qquad (16.2.2)$$

Бу тенгламани резервуардан қувурга кириш кесими $0-0$ ва охирги $n-n$ кесим учун ёзамиз.

Маълумки резервуарда $\frac{\upsilon^2{}_o}{2g}$ - кичик қийматга эга бўлади ва Резервуардан чиқувчи суюқлик босими атмосфера босимига тенг бўлади:

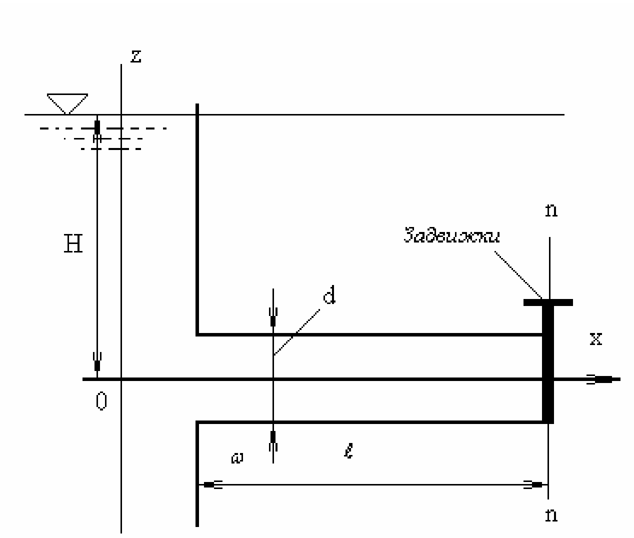
$$p_1 = p_2 = p_{атм}\,.$$

асосий тенглама қуйидагича аниқланади:

$$z_1 - z_2 = \Delta H = \frac{\upsilon^2}{2g} + \lambda\frac{l}{d}\frac{\upsilon^2}{2g} + \xi_{кир}\frac{\upsilon^2}{2g} + \frac{l}{2g}\frac{d\upsilon}{dt}$$

ёки

$$\Delta H = (1 + \lambda\frac{l}{d} + \xi)\frac{\upsilon^2}{2g} + \frac{l}{2g}\frac{d\upsilon}{dt}$$



Расм 16.4.

Бу тенгламани бошқача шаклда ёзамиз, яъни:

$$\frac{2g\Delta H}{2l} - (1 + \xi_{сист})\frac{\upsilon^2}{2l} = \frac{d\upsilon}{dt}$$

Бу тенгликдан эса ўтиш вақтининг узунлигини топамиз:

$$dt = \frac{2ld\upsilon}{2g\Delta H - (1 + \xi_{сист})\upsilon^2} \qquad (16.2.3)$$

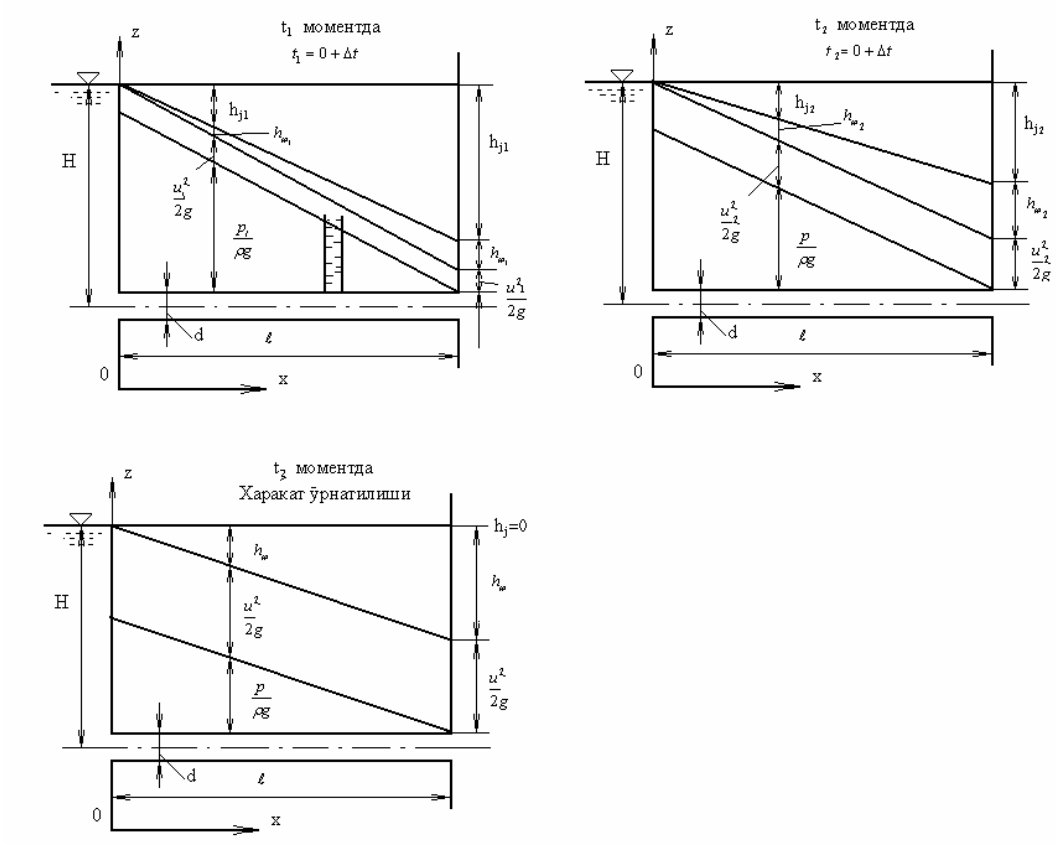
ёки

$$dt = \frac{2l}{1+\xi_{сист}} \cdot \frac{d\upsilon}{\dfrac{2g\Delta H}{1+\xi_{сист}} - \upsilon^2} \qquad (16.2.4)$$

Маълумки

$$\frac{2g\Delta H}{1+\xi_{сист}} = \upsilon_{ст}^2$$

Бу ерда $\upsilon_{ст}$ - барқарор ҳаракатдаги тезлик бўлиб максимал тезликдир.



Расм 16.5

Соддалик учун қуйидагича белгилаш киритамиз:

$$\frac{2l}{1+\xi_{сист}} = a$$

У ҳолда (16.2.3) тенглама қуйидагича содда кўринишни олади:

$$dt = a\frac{d\nu}{\upsilon_{ст}^2 - \upsilon^2} \qquad (16.2.5)$$

Биз қараётган масаладаги ўтиш процессини ифодаловчи тенгламани (16.2.5) тенгламани интеграллаш орқали ёздик ва ўтиш жараёнининг узунлиги учун қуйидаги ифодани топдик:

$$\Delta t = \frac{a}{2\upsilon_{cm}} \ln \frac{\upsilon_{cm} + \upsilon}{\upsilon_{cm} - \upsilon} \qquad (16.2.6)$$

Ўтиш жараёнида тезлик 0 дан узлуксиз равишда $\upsilon = \upsilon_{cm}$ га ўзгариб боради. (16.2.6) тенгламадан кўринадики бу жараёнда $\Delta t \to \infty$, демак барқарор ҳаракат бўлиши мумкин эмас.

Амалда эса суюқлик ҳаракатини барқарор деб қабул қилиш мумкин, мисол учун $\upsilon = p\upsilon_{cm}$, $p = 0{,}95$ бўлган ҳолни қараймиз, у ҳолда:

$$\ln\frac{\upsilon_{cm}+\upsilon}{\upsilon_{cm}-\upsilon} \approx \ln\frac{\upsilon_{cm}(1+0{,}95)}{\upsilon_{cm}(1-0{,}95)} \approx \ln 39 \approx 3{,}66$$

Бу шарт ўтиш жараёнининг ишчи вақтини аниқлаш имконини беради.

Бу киритилган шартни ва $a = \dfrac{2l}{1+\xi_{cucm}}$ - белгилашни ҳисобга олиб (16.2.6) тенгламани, ўтиш жараёнининг ишчи вақтини қуйидагича ёзамиз.

$$\Delta t = \frac{l}{(1+\xi_{cucm})\upsilon_{cm}} \ln \frac{\upsilon_{cm} + \upsilon}{\upsilon_{cm} - \upsilon} \qquad (16.2.7)$$

Амалий ҳисоблар учун ўтиш жараёнининг ишчи вақтини қуйидаги тақрибий формулаорқали ҳисоблаш мумкин:

$$\Delta t = \frac{3{,}66 l}{\sqrt{(1+\xi_{cucm})2g\Delta H}}$$

<u>Мисол 1.</u> Берилган: $l = 100 м$ қувур узунлиги бўлиб, напор фарқи $\Delta H = 100 м$, қувур диаметри $d = 1{,}0 м$ бўлса ва $\lambda = 0{,}002$, $\xi_{кир} = 0{,}5$. Ўтиш жараёни вақтини аниқланг:

<u>Ечиш:</u>

$$\Delta t = \frac{3{,}66 l}{\sqrt{(1+\lambda\dfrac{l}{d}+\xi_{кир})2g\Delta H}} = \frac{3{,}66 \cdot 100}{\sqrt{(1+2+0{,}5)\cdot 2g \cdot 25}} \approx 9 сек$$

<u>Мисол 2.</u> Берилган $l = 10 м, \Delta H = 100 м, d = 0{,}1 м, \Delta t = 0{,}45 сек$

<u>Ечиш:</u> Бу масаланинг ечими, яъни ўтиш жараёнининг ривожланиш процесси график усулда 16.5 расмда келтирилган.

16.3 Очиқ ўзанлардаги суюқликлар беқарор ҳаракатининг асосий тенгламаси

Ҳаракат тенгламаси. Бир ўлчамли беқарор ҳаракатнинг умумий (16.1.2) дифференциал тенгламасининг кўринишини қуйидагича кўринишда ёзиб фойдаланамиз, яъни:

$$-\frac{d}{ds}\left(\frac{p}{\rho g}\right)-\frac{dz}{ds}-\frac{d}{ds}\left(\frac{v^2}{2g}\right)-\frac{dh_\omega}{ds}-\frac{1}{g}\frac{d\upsilon}{dt}=0 \qquad (16.3.1)$$

z - ни оқим туби координатасига тенг қилиб оламиз, у ҳолда $\frac{p}{\rho g}=h$ (h - оқим чуқурлиги) ва (16.3.1) тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$-\frac{\partial z}{\partial s}-\frac{\partial}{\partial s}\left(h+\frac{\upsilon^2}{2g}\right)=\frac{\partial h_\omega}{\partial s}+\frac{1}{g}\frac{\partial \upsilon}{\partial t} \qquad (16.3.2\ )$$

Бу ерда $\frac{\partial z}{\partial s}$ - ўзан туби нишаблиги, $h+\frac{\upsilon^2}{2g}=Э$ эса, кесимнинг солиштирма энергияси, $\frac{\partial h_\omega}{\partial S}$ - гидравлик нишаблик. Бу ифодаларни (16.3.2) тенгламага қўйиб қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$i-\frac{\partial Э}{\partial s}=i_f+\frac{1}{g}\frac{\partial \upsilon}{\partial t}$$

ёки

$$i-i_f=\frac{\partial Э}{\partial s}+\frac{1}{g}\frac{\partial \upsilon}{\partial t} \qquad (16.3.3)$$

Гидравлик нишабликни Шези формуласи орқали ёзишиб, бу тенгламани қуйидагича ёзамиз:

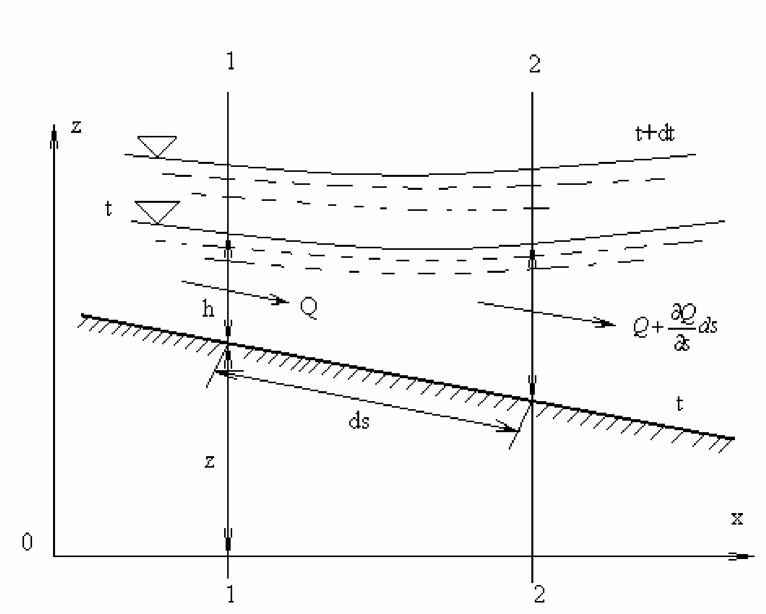
$$i-\frac{\upsilon^2}{C^2R}=\frac{\partial Э}{\partial S}+\frac{1}{g}\frac{\partial \upsilon}{\partial t} \qquad (16.3.4)$$

Бу тенглама очиқ ўзандаги суюқликлар беқарор ҳаракатининг асосий дифференциал тенгламаси дейилади.

Узлуксизлик тегламаси. Қувурдаги барқарор ҳаракат учун узлуксизлик тенгламаси

$$Q=\omega v=const \quad \text{ёки} \quad \frac{\partial Q}{\partial s}=0$$

кўринишида ёзилган эди. Очиқ ўзанлардаги беқарор ҳаракат учун бу тенгламанинг кўриниши мураккаброқ кўринишга эга бўлади, чунки очиқ ўзанлардаги сарфнинг ҳар қандай ўзгариши ўзан чуқурлиги ўзгаришига ва ўзанда тўлқинли процесснинг ўзгаришига олиб келади.



Расм. 16.6

Оқим сарфининг бу ўзгариши оқим бўйлаб бир онда тарқалмайди, қандайдир вакт оралигида ўзгарувчан тезлик билан тарқалади. Шунинг учун оқим чуқурлиги ва оқим сарфи вақт орасида ўзгариб туради.

Оқимнинг $1-1$ ва $2-2$ кесимлари орасида маълум суюқлик массасини ажратамиз ва бу масса шу кесим оралиғида бўлиб, бир-биридан ds - масофада жойлашади. Биринчи кесимдан dt - вақт оралиғида суюқлик:

$$dW_1 = Q_1 dt$$

Ҳажмдаги массаси оқиб кириб, иккинчи кесимдан

$$dW_2 = Q_2 dt = (Q_1 + \frac{\partial Q_1}{\partial s} ds)dt$$

ҳажмдаги массаси оқиб чиқиб кетади. Шундай қилиб, икки кесим орасидаги соҳада суюқлик массасининг ҳажми dW - катталикка ўзгаради ва бу катталик кирувчи ва чиқувчи суюқлик массалари ҳажмлари айирмаси орқали қуйидагича ёзилади:

$$dW = dW_1 - dW_2$$

Сарфларни индексиз ёзамиз:

$$dW = Q\ dt - (Q + \frac{\partial Q}{\partial s} ds)dt = -\frac{\partial Q}{\partial s} dsdt \qquad (16.3.5)$$

Бу ифода суюқлик оқимнинг қўшимча ҳажми бўлиб, суюқликнинг сиқилмаслик хоссаси оқимнинг чуқурлигини орттиради ва бу орттириш икки кесим ораси ds - да содир бўлади, шу вақт оралиғида табиийки чуқурлик ортиши билан кўндаланг кесим юзаси, яъни ҳаракатдаги кесим юзаси $d\omega$ - ҳам ортади.

$$d\omega = \frac{\partial \omega}{\partial t} dt + \frac{\partial \omega}{\partial s} ds$$

Яъни:

$$d\omega = \frac{\partial \omega}{\partial t} dt$$

бўлади.Призматик қувурлар учун $ds = 0$

Маълумки $dV = dW$ эканлигидан, dt - вақт оралигидаги чуқурлик ўзгариши dh - dV - ҳажмнинг ўзгариши эса ҳисобига бўлишидан фойдаланиб, қуйидаги тенгликни ёзамиз:

$$dV = d\omega ds = \frac{\partial \omega}{\partial t} dtds\ .$$

Бу ердан қуйидаги дифференциал тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = 0$$

ёки

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial s} \cdot \omega + \frac{\partial \omega}{\partial s} \cdot v = 0\ .$$

Бу дифференциал тенглама оқимнинг узлуксизлигини ифодалайди ва узлуксизлик тенгламаси дейилади. Тўғри бурчакли призма шаклидаги ўзанлар учун $\omega = B \cdot h$ бўлиб, $B = const$ эди, шунинг учун:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(Bh) = B\frac{\partial h}{\partial t}$$

Ёки:

$$\frac{\partial Q}{\partial s}=\frac{\partial(Bh\nu)}{\partial s}=B(\frac{\partial h}{\partial s}\cdot\nu+\frac{\partial\nu}{\partial s}\cdot h)=B(\frac{\partial h}{\partial t}\cdot\frac{\partial t}{\partial s}\cdot\nu+\frac{\partial(\nu h)}{\partial s})=$$
$$=B(\frac{\partial h}{\partial t}\cdot\frac{1}{\nu}\cdot\nu+\frac{\partial(\nu h)}{\partial s})=0$$

Қуйидаги дифференциал тенгламага келамиз:

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial(\nu h)}{\partial s}=0 \qquad (16.3.6)$$

Бу тенгламадаги $\nu h=q$ - солиштирма сарфни беради. У ҳолда юқоридаги тенгламани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial s}=0 \qquad (16.3.7)$$

Қувурларда гидравлик зарба. Қувурлардаги гидравлик зарба деб суюқлик ҳаракати тезлигининг бир онда камайиши натижасида босимнинг жуда тез ошиш жараёнига айтилади. Қувурларда краннинг жуда тез ёпилиши натижасида гидравлик зарба вужудга келади.

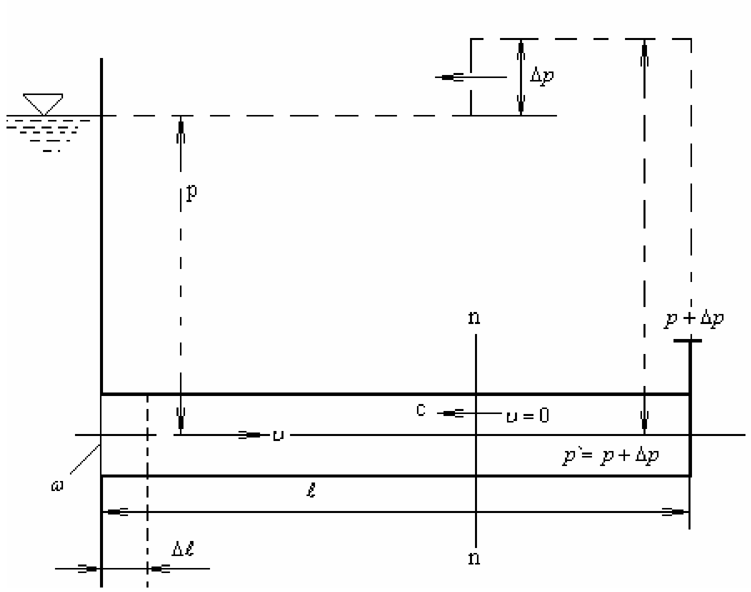
Гидравлик зарба масаласи физик ҳодиса сифатида жуда қадимдан ўрганилган. Фақат XIX аср бошларида Н.Е. Жуковский томонидан зарба назарияси ишлаб чиқилган.Шундан сўнг италян олими Альеви ўзининг Жуковский назариясига ўхшаш назариясини ишлаб чиқди.

Биз кейинги изланишларимизда гидравлик зарбанинг асосий физик жараёни Жуковский назарияси бўйича, (расм 16.7) яъни, суюқликни ёпишқоқлик, сиқилувчан ва Гук қонунига бўйсунувчан ва қувур эса абсолют қаттиқ деб қараймиз.

Биринчи фаза. Қувур охиридаги кран ёпилган онда қувурдаги суюқлик оқими ҳаракатдан тўхташ керак. Лекин, реал суюқлик қаттиқ бўлгани сабабли бир онда эмас, аста-секин, қатламдан қатламга сиқилиб бориб тўхтайди ва унинг босими ортиб боради ва зарба босими - Δp ҳосил бўлади.

Суюқлик деформацияланиши, сиқилиши ва босимининг ортиши оқим бўйлаб юқорига тарқалади ва T вақт давомида қувурнинг охирига етиб келади. Бу вақт оралиғида бўшаган Δl - масофадаги орқалиққа резервуардан суюқлик тўлади. Шу онда гидравлик зарбанинг биринчи фазаси тугайди ва суюқлик қувурда ҳаракатсиз ҳолатни $\upsilon=0$ эгаллайди. Бу ҳолат сиқилиш ҳолати бўлиб, босимнинг Δp -орттирилиши орқали вужудга келади. Суюқлик зичлиги эса $p^1 = p + \Delta p$ гача ортади. Маълумки, қайишқоқлик деформациясининг, яъни гидравлик зарбанинг тарқалиш тезлиги:

$$c = \frac{l}{T}$$



Расм 16.7.

Формула орқали ҳисобланади.Бу ерда l ва T мос равишда қувур узунлиги ва биринчи фазанинг узоқ давом этиш вақти ҳисобланади.

Иккинчи фаза. (Кенгайиш фазаси) Биринчи фазанинг охирида қувурдаги суюқлик $p^1 = p + \Delta p$ босим остида бўлганлигидан резервуардаги p -босим билан мувозанатлаша олмайди ва суюқлик кенгайиб, заррачалари резервуар томонга қараб υ - тезликда ҳаракатлана бошлайди. Бу вақт ичида гидравлик зарба босими p - босимга, яъни бошланғич босимга камайиб боради.

Иккинчи фаза охирида трубадаги барча суюқлик резервуар томонга қараб υ - тезликда ҳаракатлана бошлайди.

Учинчи фаза. (Чўзилиш ва ҳаракатнинг тўхташ фазаси) Бошланғич моментда барча суюқлик заррачалари тескарига ҳаракат қилади ва ёпқичдан ажралишга ҳаракат қилади. Агар ажралиш рўй бермаса суюқликнинг чўзилиши кузатилади ва босим $p'' = p - \Delta p$ гача камайиб боради.

Учинчи фаза охирида барча суюқлик ҳаракати тўхтайди ва паст босим остида бўлади. Суюқликнинг бу ҳолатида мувозанат ҳам турғун бўлмайди, чунки резервуардаги босим p бўлиб, трубадаги босим эса $\rho'' = \rho - \Delta\rho$.

Тўртинчи фаза. (Кран ёпилишгача бўлаган ҳаракатни тиклаш фазаси). Резервуардаги суюқлик заррачалари кран томонга қараб $\Delta p = p - p''$ босим фарқи таъсирида ҳаракатланади ва суюқлик қатламлари орасидаги босим кўтарила бошлаб, p - бошланғич босимга тенглаша бошлайди. Шу муносабат билан суюқлик тезлиги ҳам кран томонга қараб ортиб боради ва υ - чегаравий тезликка етади.

Тўртинчи фаза охирида қувурдаги суюқлик кран ёпилмасдан олдинги ҳолатга қайтади.

Маълумки, кран ёпиқ, тўртинчи фаза охирида суюқлик ҳаракати олдинги кран ёпилиши олдидан бўлган ҳаракатига мос келди, демак тўртинчи фаза охирида яна гидравлик зарба ҳодиса қайтарилади ва бу жараён чекланмаган марта давом этади.

Реал шароитларда гидравлик қаршилик ва қаттиқ қувур деформацияси таъсирларида гидравлик зарба жараёни мураккаброқ рўй беради ва мураккаб сўнувчи жараёнлар содир бўла бошлайди. Бу жараённи мисолда қараб чиқамиз.

Фараз қилайлик, l - узунликдаги горизонтал қувур чексиз катта сиғимли резервуарга уланган. Қувур ичида суюқлик υ - тезлик билан ҳаракатланаяпти. Агар резервуарга уланган қувурдаги кранини бир онда ёпсак, гидравлик зарба ҳодисаси рўй беради ва биринчи фаза охирига бориб суюқлик массасининг ҳаракати тўхтайди.

Масаланинг математик ифодасини келтириш учун l - узунликдаги горизонтал қувурда ҳаракатланаётган суюқлик массаси ҳаракатини импульслар тенгламаси орқали ёзамизз ва бу тенгламанинг ҳаракат ўқидаги проекциясини қуйидагича оламиз:

$$m(\upsilon_{охир} - \upsilon_{бошл})\ \ P \cdot \Delta t$$

Шартлар қуйидагича бўлади: $m = \rho\omega l$ -суюқлик массаси, $\upsilon_{охир} = 0$ охирги тезлик, $\upsilon_{бошл} = \upsilon$ бошланғич тезик бўлса, натижавий зарба кучи қуйидагича ифодаланади:

$$P = P_1 - P_2 = p\omega - (p + \Delta p)\omega = -\omega\Delta p$$

Биринчи фаза вақти:

$$\Delta t = \frac{l}{c}$$

c - гидравликнинг зарба тарқалиш тезлиги, l - қаралаётган қувурнинг узунлиги бўлса, қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$-\rho\omega l\upsilon = -\omega\Delta p\frac{l}{c}$$

Бу ердан эса Н.Е. Жуковскийнинг асосий формуласини ҳосил қиламиз:

$$\Delta p = \rho\upsilon c \qquad (16.3.8)$$

Бу формуладан амалда фойдаланиш учун c- тезликни билиш керак. Бу тезликни аввал қувур девори қайишқоқ эмас абсолют қаттиқ деб аниқлаймиз (деформацияланмайди). У ҳолда кинетик энергия тенгламасидан фойдаланимиз:

$$\frac{m(\upsilon_{охир}^2 - \upsilon^2)}{2} = \int_o^{\Delta l} Pdl \qquad (16.3.9)$$

Тенгликнинг ўнг томони қуйидагича аниқланади:

$$\frac{m(\upsilon_{охири}{}^2 - \upsilon^2)}{2} = \frac{\rho\omega l(o - \upsilon^2)}{2} = -\rho\omega l\frac{\upsilon^2}{2} \qquad (16.3.10)$$

Ўнг томонидаги $\int_o^{\Delta l} Pdl$ - интеграл m- массага таъсир этувчи ташқи кучлар бажарган ишниифодалайди. Курилаётган ҳолда икки куч мавжуд:

1. Қулфак (задвишка) томонидан кўрсатилаётган босим кучи P_1 ва у кучнинг $dl -$ масофада бажарган иши $A_1 = 0$ тенг, чунки $dl = 0$, яъни кучнинг кўчиш майдончаси йўқ.
2. Суюқликнинг резервуардан қувурга киришдаги кўндаланг кесим ω- юзасига бўладиган босим кучи - P_2. Бу куч 0 дан $\Delta p\omega$ гача ўзгаради ва унинг бажарган иши:

$$A_2 = \frac{\Delta p\omega\Delta l}{2},$$

га тенг. Шундай қилиб, суюқлик цилиндрик массасининг сиқилиш йўли Δl -бўлиб, бу йўлда суюқликнинг бажарган иши қуйидагича топилади:

$$\int_o^{\Delta l} Pdl = \frac{\Delta p\,\omega\,\Delta l}{2}$$

Натижавий энергия тенгламаси эса қуйидагига тенг:

$$-\frac{\rho\omega l\upsilon^2}{2} = \frac{\Delta p\omega\cdot\Delta l}{2}$$

Бу тенгликдан:

$$\Delta p = -\rho\upsilon^2 \frac{l}{\Delta l} = \frac{\rho\upsilon^2}{-\frac{\Delta l}{l}} \qquad (16.3.11)$$

$\frac{\Delta l}{l}$ - суюқликнинг нисбий сиқилиши. Гук қонунига асосан сиқилиш қуйидаги тенглик орқали топилади:

$$-\frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta p}{K}$$

K - қайишқоқлик модули (суюқликнинг қайишқоқлик модули). Юқоридаги ифодаларни (16.3.11) тенгламага қўйсак:

$$\Delta p = \frac{\rho\upsilon^2}{-\Delta l/l} = \frac{\rho\upsilon^2}{\Delta p/K} = \frac{\rho\upsilon^2 K}{\Delta p}$$

Бу ердан:

$$\Delta p^2 = \rho\upsilon^2 K \quad \text{ёки} \quad \Delta p = \upsilon\sqrt{\rho K} \qquad (16.3.12)$$

Эканлиги эътиборга олиб, (16.3.10) ва (16.3.12) формулаларни тенглаштирсак яна Н.Е. Жуковскийнинг асосий формуласини ҳосил қиламиз:

$$\rho\upsilon c = \upsilon\sqrt{\rho K}$$

бундан гидравлик зарба тезлигини, гидравлик тўлқин тарқалиш тезлигини топамиз:

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \qquad (16.3.13)$$

Товуш тарқалиш тезлиги ҳам шунга ўхшаш формула орқали аниқланади, яъни:

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

Демак, зарба тўлқини тарқалиш тезлиги товуш тарқалиш тезлигига тенг экан дегаг хулосага келамиз.

Сув учун қайишқоқлик модули $K = 19{,}62 * 10^8\,Па$, зичлиги $\rho = 100\,кг/м^3$

Шунинг учун сувда зарба тарқалиш тезлиги қуйидагига тенг:

$$C = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{19{,}62 \cdot 10^8}{1000}} = 1400\,м/сек$$

(16.3.9) формула орқали Δp - босимни топамиз:

$$\Delta p = \rho \upsilon c = \rho \upsilon \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

Ифодани ρg - га бўлиб юбориб натижани метрда ҳисоблаймиз:

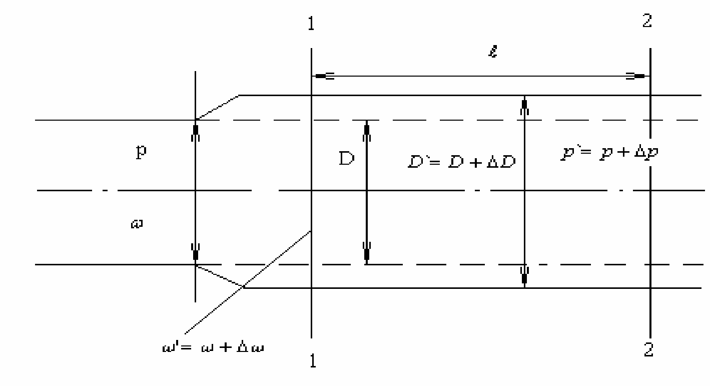
$$\frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{\upsilon c}{g}$$

Сув учун $\rho = 1000 \, {}^{кг}\!/_{м^3}$ ва $c = 1400 \, {}^{м}\!/_{с}$ у ҳолда $\Delta p = \upsilon \cdot 1{,}4 \cdot 10^6 \, Па$.

Агар қувур деворларининг қайишқоқлилигини ҳисобга олсак, зарба тўлқинининг тарқалиш тезлиги нисбатан кам бўлади. Қувур ичидаги босим ортиши билан қувур девори чўзилади ва кўндаланг кесим юзаси $\Delta \omega$ га ортади. Шунинг учун зарба вақтида l - узунликдаги участкада қувурнинг ички ҳажми

$$\Delta W = \Delta \omega \cdot l$$

га ортади ва бу оралиқ суюқлик билан тўлади, сиқилиш қиймати



Расм 16.8

ортади, қайишқоқлик модули - K эса камаяди. Зарба тўлқинининг тезлиги

$$c = \sqrt{\frac{K_o}{\rho}} \qquad (16.3.14)$$

гача камаяди.

K_0 - фараз этиладиган (туюладиган) қайишқоқлик модули.

Фараз қилинадиган (туюладиган) қайишқоқлик модулини ҳисоблаш учун Кортевега формуласидан фойдаланамиз:

$$\frac{1}{K_o} = \frac{1}{K} + \frac{D}{\delta\varepsilon} \qquad (16.3.15)$$

K - берилган суюқликнинг қайишқоқлик модули, D, ε, δ - мос равишда қувур диаметри, қувур девори материали қайишқоқлик модули, қувур девори қалинлиги. (16.3.15) формуладан K_0 ни топиб,

$$K_O = \frac{K}{1 + (\frac{K}{\varepsilon})(\frac{D}{\delta})}$$

(16.3.14) формулада алмаштириш бажариб, гидравлик зарба тарқалиш формуласини ёзамиз:

$$C = \sqrt{\frac{K}{\rho(1 + \frac{K}{\varepsilon}\frac{D}{\delta})}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}}\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{K}{\varepsilon}\frac{D}{\delta}}} \qquad (16.3.16)$$

ёки

$$\sqrt{\frac{K}{\rho}} = 1400\ \frac{м}{сек} \quad , \quad c = \frac{1400}{\sqrt{1 + \frac{K}{E}\frac{D}{\delta}}}\ .$$

Зарба босими Δp учун қуйидаги формулани хосил қиламиз:

$$\Delta p = \rho\upsilon c = \frac{1400\rho\upsilon}{\sqrt{1 + \frac{K}{\varepsilon}\frac{D}{\delta}}} \qquad (16.3.17)$$

Мисол: Пўлат материалдан ясалган ўтказувчи қувурлар учун $D/\delta = 100$ деб қабул қиламиз ва $K/\varepsilon = 0{,}01$. У ҳолда:

$$\Delta p = \frac{1400\rho\upsilon}{\sqrt{1 + 0{,}01 \cdot 100}} \approx 1000\rho v$$

Хусусий ҳолда $\upsilon = 2\,м/с$ ва $\rho = 1000\,кг/м^3$ бўлса, зарба тўлқини тезлиги $c = 1000\,м/с$, зарба босими эса $\Delta p = 2 \cdot 10^6\ Па$ бўлади.

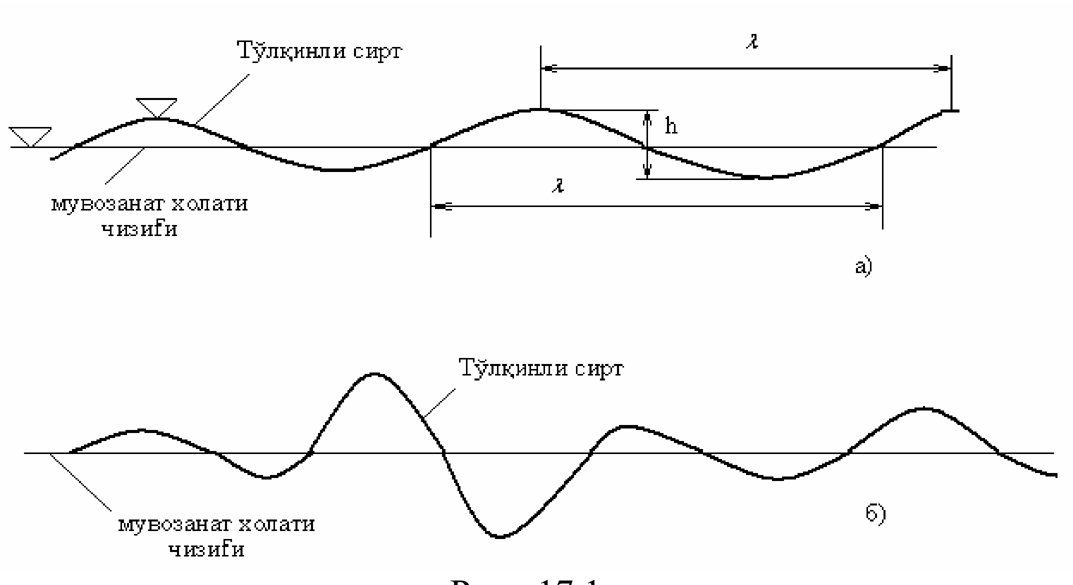
XVII БОБ

Тўлқинлар назарияси элементлари

Шамол тўлқинлари назарияси кўп йиллик тарихига эга бўлиб бу назариянинг биринчи асосларидан бири Леонардо Да Винчи (1452-1519) ҳисобланади. Леонардо Да Винчи сирт тўлқинлари ва суюқлик массасининг ҳаракатлари орасида фарқ борлигини биринчилардан бўлиб кўрсатган олим.

Тўлқинлар назарияси билан Ньютон, Лагранж, Стокслар шуғулланишган бўлиб, уюрмасиз ҳаракатдаги суюқликларда тўлқин тарқалиш назариясига асос солишган. 1802 йил Грестнер трохоидал тўлқинлар назариясини эълон қилди. Собиқ Совет иттифоқида тўлқинлар назарияси билан А.Некрасов, Л.Н.Сретенский, Н.Е.Кочин, А.Н.Крылов, В.В.Шулейкин, М.Н.Кожевниковлар шуғулланиб келишган.

Денгиз, кўл ёки дарё сиртидаги шамолли тўлқинлар ҳаракатини суюқлик массаси ҳаракати деб тушунмаслик керак, суюқлик массаси қўзғолмас бир ҳолатда қолиб, суюқлик заррачалари эркин сиртда баландлик бўйича мураккаб тебранишларни вужудга келтиради ва бу мураккаб тебранишлар суюқлик массаси заррачалари жойланиш чуқурлигининг ортиши биланоқ тезда сўнади. (расм 17.1).



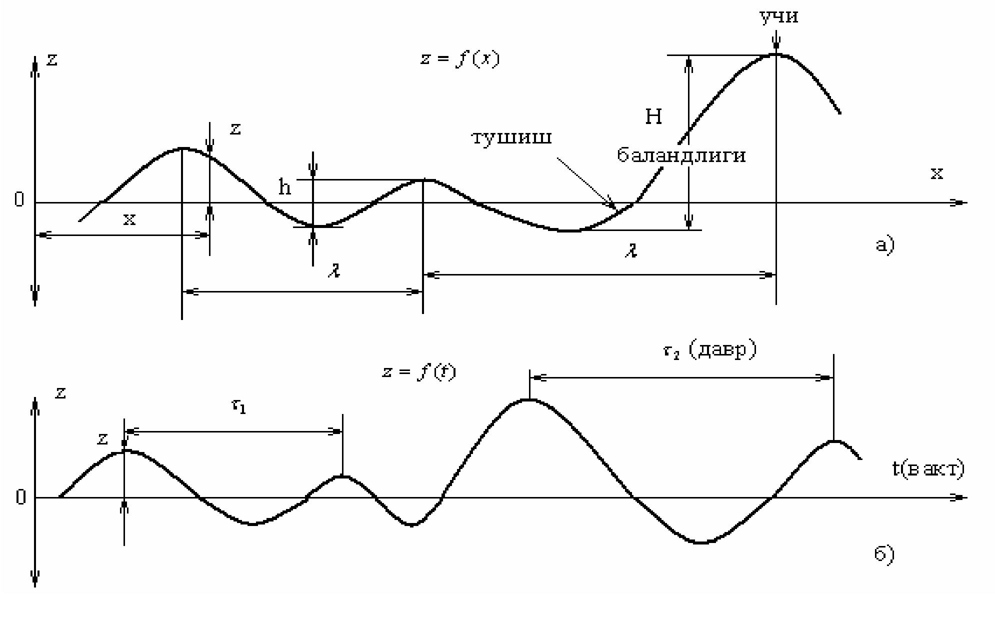
Расм 17.1

17.1 Шамол тўлқин элементлари назарияси

Тўлқинлар шамолнинг узлуксиз таъсири остида бўлса ва ривожланса бундай тўлқинлар мажбурий тўлқинлардир. Эркин тўлқин эса шамол таъсири йўқолгандан кейинги тўлқинлардир (ёки зиб тўлқин)

Шамолли тўлқинлар турғун тўлқин ва прогрессив тўлқинларга бўлинади. Турғун тўлқинлар сув сиртида қўзғалмас бўлган тўлқинлардир.Регуляр тўлқинлар эса бир хил шакл ва ўлчамга эга бўлган тўлқинлар бўлиб, тўлқинларнинг вертикал деворга яқинлашишидан хосил бўлади. Регуляр бўлмаган тўлқинлар эса ҳар хил шакл ва ҳар хил ўлчамга эга бўлган тўлқинлардир.Вақт давомида ташқи куч таъсирида қсиб борувчи тқлқинларга прогрессив тўлқинлар дейилади.Прогрессив тўлқинларнинг пайдо бўлиши шароитга боғлиқ бўлиб, улар мажбурий, эркин ва аралаш тўлқинларга бўлинади. Мажбурий тўлқин шамол таъсирида ташкил топади ва тарқалади, эркин тўлқинлар (ёки зиб тўлқин) мажбурий тўлқин холатидан чиқишда (шамол таъсири йўқолганда) хосил бўлади.[5] Тўлқинларнинг икки тури мовжуд бўлиб, бири кўл тўлқинлари, яъни $H \succ 0.5\lambda$ катта чуқурликка эга бўлган сув сақлагичларда пайдо бўлса, иккинчиси кичик $H \prec 0.5\lambda$ чуқурликдаги сув сақлагичларнинг тўлқинларидир. Бу ерда H - сув тутқич чуқурлиги , $\lambda -$ тўлқин узунлиги .

Тўлқинларни асосий геометрик ва кинематик характеристикалари. $\lambda -$ тўлқин узунлиги бўлиб, икки ёнма-ён қўшни тўлқинлар учлари орасидаги масофа ҳисобланади.



Расм 17.2

h - тўлқин баландлиги бўлиб, тўлқин тубидан қиррасигача бўлган масофа (расм 17.2).

c - тўлқин тарқалиш тезлиги.

τ - тўлқин тебраниш вақти, яъни бир тўлиқ тебраниш цикли бажарилиши учун кетган вақт . $n = \frac{1}{\tau}$ - тебраниш частотаси, бирлик вақт ичидаги тебранишлар сони бўлиб, у тебраниш даврига тескари катталикдир.

Тўлқин жараёнининг график характеристикаси .

Тўлқин профили : $z = f(x)$ (расм 17.2 а)

Тўлқин графиги : $z = f(t)$ (расм 17.2 б)

Тўлқинларнинг ўлчами ва кўчиш тезликлари жуда катта бўлиши мумкин. Ҳинд океанида рўй берадиган тўлқинларнинг тўлқин узунлиги $\lambda = 400м$, баландлиги эса $h = 13м$, тезлиги $c = 20\frac{м}{сек}$ га етиши кузатилган.

Шамол тўлқинларининг асосий дифференциал тенгламаси. Ташқи кучлар импулсининг тинч ҳолатдаги сиқилмайдиган ва ёпишқоқ бўлмаган суюқлик массасига чексиз кичик ондаги таъсири натижасида юзага келадиган эркин тўлқинларни қараймиз. Куч импулси таъсирида ҳосил бўлган ҳаракат бошланғич ҳолатда кичик бўлиб, инерция кучлари таъсири остида бўлади. Бундай таъсирдан ҳосил бўлган кичик ҳаракат потенциал ҳаракат бўлиши исботланган [12,20]. Бу тебранишлар сўнувчи тебранишлардир. (Қаршилик кучи мовжуд эмас.)

Тўлқин ҳаракати – потенциал ҳаракатдир, яъни уюрмасиз ҳаракатдир.

Импульслар тенгламасини элементар массалар учун ёзамиз, яъни:

$$dmd\ \vec{\vartheta} = \Sigma R \cos\ n\,\alpha\, dt \qquad (17.1.1)$$

ϑ-тезликнинг йўналиш бўйича проекцияси.

Аввало бу тенгламанинг $ox-$ координата ўқидаги проекциясини ёзамиз.

$$dm = \rho\, dxdydz$$

Бунинг учун, сиртқи кучлар проекцияси dP_x ва ҳажми кучлар проекцияси dF_x ларнинг йиғиндиси ёки тенг таъсир этувчиси бўлган, яъни ташқи кучларнинг тенг таъсир этувчиси R_x нинг Ox - ўқига проекциясини ыараймиз:

$$R_x = dP_x + dF_x$$

Юыоридаги йиғиндига кирувчи, сиртқи кучларнинг тенг таъсир этувчисининг Ox ўқидаги проекцияси dP_x -гидродинамик босим кучлари проекцияси бўлиб қуйидагича аниқланади:

$$dP_x = -\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz$$

Ҳажмий кучларнинг Ox ўқидаги проекцияси эса:

$$dF_x = \rho dWX = \rho Xdxdydz$$

Ҳар иккала кучлар йиғиндисининг Ox ўқидаги проекциясилари:

$$R_x = dP_x + dF_x = -\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz + \rho Xdxdydz$$

Бу ерда p, ρ, X - мос равишда нуқтадаги гидростатик босим, суюқлик зичлиги, хажмий куч проекциясининг Ox координата ўқига проекцияси. $dx, dy, dz -$ эса параллелепипед қирралари.

Импульслар тенгламасининг Ox - ўқига проекцияси қуйидаги кўринишга эга:

$$dmdu = R_x dt$$

ёки

$$\rho dxdydzdu = \left\{-\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz + \rho Xdxdydz\right\}dt \qquad (17.1.2)$$

$\rho dxdydz$ га қисқартириб, тенгламани бирлик массага нисбатан олсак, қуйидаги дифференциал тенгламани ҳосил қиламиз:

$$du = (-\frac{1}{p}\frac{dp}{dx} + X)dt = -\frac{1}{p}\frac{dp}{dx}dt + Xdt.$$

Бу тенгламани вақт бўйича интеграллаймиз:

$$\int_o^u du = \int_o^\tau -\frac{1}{p}\frac{dp}{dx}dt + \int_o^\tau Xdt,$$

τ - импульснинг қисқа таъсир вақти.

Маълумки

$$\int_{o}^{u} du = u - o = u$$

$$\int_{o}^{\tau} -\frac{1}{p}\frac{dp}{dx}dt = -\frac{1}{p}\frac{d}{dx}\int_{o}^{\tau} pdx$$

$p(x, y, z, t)$ -яъни нуқтадаги босим координаталар ва вақтнинг функцияси эканлигини ҳисобга олсак:

$$\frac{d}{dx}\int_{o}^{\tau} -\frac{p}{\rho}dt = \frac{dF(x, y, z, t)}{dx} \quad \text{ва} \quad X = const$$

Бу ерда босим куч импульсини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$F(x, y, z, t) = -\int_{o}^{\tau} \frac{p}{\rho}dt$$

$$\int_{o}^{\tau} Xdt = X\tau \approx 0$$

Чунки $\tau \approx 0$, Яъни куч импульсининг таъсир вақт оралиғи жуда кичик. Буларни юқоридаги тенгламага қўйсак, юқоридаги тенглама қуйидаги кўринишга келади:

$$u = \frac{dF}{dx} + X\tau \approx \frac{dF}{dx}$$

Худди шу усулда тенгламаларнинг мос координата oy, oz ўқларидаги проекцияларини топиш мумкин.

Энди барча системани ёзамиз, яъни:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{dF}{dx}. \\ \upsilon &= \frac{dF}{dy}; \\ w &= \frac{dF}{dz}. \end{aligned}\right\} \qquad (17.1.3)$$

(17.1.3) тенгламалар системасидан маълумки, тўлқин жараёнида суюқлик заррачаларининг проекцияси қандайдир таъсир кучи импульсининг $F(x, y, z, t)$ функцияси бўлиб, унинг координата ўқларидаги проекциялари хусусий ҳосилалари каби аниқланар экан, яъни

$$F(x,y,z,t)=\int_{o}^{\tau}-\frac{p}{\rho}dt$$

Маълумки потенциал ҳаракатда, яъни вихрсиз ҳаракатда, тезликнинг Ox, Oy, Oz координата ўқларидаги проекциялари u, v, w тезлик $\varphi(x,y,z,t)$ потенциалининг хусусий ҳосилалари каби қаралади, яъни:

$$u=\frac{d\varphi}{dx};\upsilon=\frac{d\varphi}{dy};\omega=\frac{d\varphi}{dz}.$$

Демак, $F(x,y,z,t)$ - функция тўлқин ҳаракати тезлигининг потенциалини беради:

$$\varphi=\int_{o}^{\tau}\frac{pdt}{\rho} \qquad (17.1.4)$$

Бу тенгликдан маълумки, тўлқин ҳаракати потенциал ҳаракат экан. Тезлик потенциали Лаплас тенгламасини қаноатлантиради, демак кўрсатилган $F(x,y,z,t)$ функция ҳам тўлқин ҳаракати потенциали бўлиб, қуйидаги тенгламадан аниқланади:

$$\frac{d^2F(x,y,z,t)}{dx^2}+\frac{d^2F(x,y,z,t)}{dy^2}+\frac{d^2F(x,y,z,t)}{dz^2}=0.$$

Асосий тенглама. Юқорида кўрсатганимиздек тўлқин ҳаракати вихрсиз ҳаракат, яъни потенциал ҳаракат, демак Лагранж интегралидан фойдаланишимиз мумкин, яъни:

$$U(x,y,z,t)-\int\frac{dp}{\rho}-\frac{\upsilon^2}{2}-\frac{d\varphi}{dt}=F(t)+C. \qquad (17.1.5)$$

Бу ерда $U(x,y,z,)-$ куч функцияси, p,ρ ва φ лар мос равишда нуқтадаги гидродинамик босим, тезлик, тезлик потенциали $F(t)$ ва $C-$лар мос равишда ихтиёрий вақт функцияси (координаталарга боғлиқ бўлмаган) ва интеграл ўзгармаси. (17.1.5) тенгламанинг қўшилувчиларини қараймиз.

Биринчи қўшилувчи $U(x,z,y,)-$куч функцияси. Ернинг тортиш кучи таъсирида ва координата ўқлари оддий жойлашишда, яъни

$oz-$ ўқи юқорига йўналган ҳолатда $U(x,y,z,)-$ куч функциясини қуйидаги тенгламадан топамиз:

$$U(x,y,z,)=\int\frac{dU}{dx}dx+\frac{dU}{dy}dy+\frac{dU}{dz}dz=\int Xdx+Ydy+Zdz.$$

Координата ўқларининг кўрсатилган тартибда жойлашишда (17.3 расм).

$$X=g_x=0, Y=g_y=0, Z=g_z=-g$$

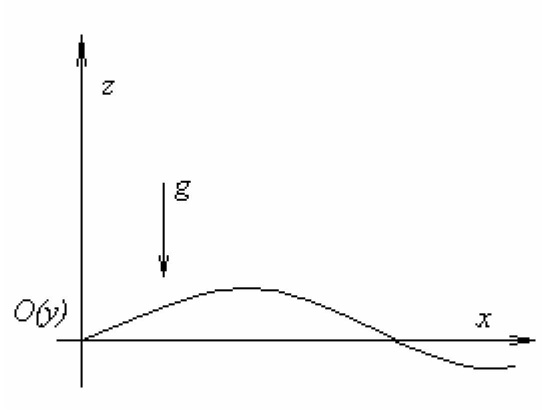
бўлади. Юқорида келтирилган тенглама

$$U(x,y,z,)=\int-gdt=-dz+C. \qquad (17.1.6)$$

кўринишини олади. Сиқилмайдиган суюқликлар учун (17.1.5) тенгламанинг иккинчи қўшилувчи $(\rho=const)$

$$\int\frac{dp}{\rho}=\frac{1}{\rho}\int dp=\frac{p}{\rho}+c. \qquad (17.1.7)$$

(17.1.5) тенгламанинг учинчи қўшилувчи $-\frac{\upsilon^2}{2}$ кичик сон, тўлқин жараёнида суюқлик заррачаларнинг силжиб кўчиш тезлиги, тўлқинларнинг бошқа параметрларига масалан тўлқин кўчиш тезлигига қараганда жуда кичик.



Расм. 17.3

Қўшилувчи $\frac{\sigma^2}{2}=0.$ (17.1.5) тенгламаларнинг қолган учала қўшилувчиларнинг йиғиндисини ушбу ифодадан қараймиз:

$$\frac{d\varphi}{dt}+F(t)+C$$

Бу ифодадаги $\frac{d\varphi}{dt}-$ тезлик потенциали $\varphi(x,y,z,t)$ дан вақт бўйича олинган ҳосиласи x,y,z,t ўзгарувчиларнинг функцияси, $F(t)-$ фақат $-t$ аргумент вақтнинг функциясидир. $C-$ ўзгармас катталик, шунинг учун

$$F(t)=\frac{df(t)}{dt} \quad \text{ва} \quad C=\frac{df_1(t)}{dt}$$

деб фараз қилсак , тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$\begin{aligned}&\frac{d\varphi}{dt}+F(t)+C=\frac{d\varphi}{dt}+\frac{df(t)}{dt}+\frac{df_1(t)}{dt}=\\&=\frac{d\left[\varphi+f(t)+f_1(t)\right]}{dt}=\frac{d\varphi'}{dt}.\end{aligned} \qquad (17.1.8)$$

Киритилган φ' - функцияни тезлик потециали $\varphi-$ функцияси орқали қаралаётган ҳаракатнинг тезлик потенциали деб қараймиз, у ҳолда φ ва φ' - функцияларнинг хоссалари мос равишда $x,y,z,$ координаталар бўйича ўзаро тенг.

$$\frac{d\varphi'}{dx}=\frac{d(\varphi+f(t)+C)}{dx}=\frac{d\varphi}{dx}+0+0=\frac{d\varphi}{dx}=u$$

Худди шунингдек:

$$\frac{\partial\varphi'}{\partial y}=\frac{\partial\varphi}{\partial y}=v \quad \text{ва} \quad \frac{\partial\varphi'}{\partial z}=\frac{\partial\varphi}{\partial z}=w\,.$$

Шунинг учун кейинги изланишларда φ' нинг ўрнига φ ёзамиз ва φ тўлқин ҳаракати тезлиги потенциали деб тушунамиз. Келтирилган натижаларни ҳисобга олиб Лагранж интегралини, яъни (17.1.5) формулани қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$-gz-\frac{p}{\rho}-\frac{\partial\varphi}{\partial t}=0. \qquad (17.1.9)$$

(17.1.9) формулага $\frac{p_0}{\rho}$ ифодани ҳам айириб, ҳам қўшиб қуйидагича алмаштирамиз: (p_0 - атмосфера босими).

$$-gz-\frac{\overline{P}}{\rho}-\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{\overline{\overline{p}}_0}{\rho}-\frac{\overline{P_0}}{\rho}=0$$

ёки

$$\frac{p - p_o}{\rho} = -gz - \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{p_o}{\rho}$$

Маълумки,

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{p_0}{\rho} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{p_o}{\rho}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\varphi + \frac{p_o}{\rho} t\right),$$

ёки $\left(\varphi + \frac{p_o}{\rho} t\right) = \varphi''(x, y, z, t)$ деб белгилаб, қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{p_o}{\rho} = -\frac{\partial \varphi''}{\partial t}.$$

(17.1.8) тенгламадаги φ' функция ҳақидаги фикрларга асосан φ''-функцияни ҳам ўша ҳаракатнинг тезлик потенциали деб қабул қиламиз ва индексни тушириб, қуйидаги тенгламага эга бўламиз:

$$\frac{p - p_o}{\rho} = -gz - \frac{\partial \varphi}{\partial t} \qquad (17.1.10)$$

(15.10) тенгламани шамол тўлқинларининг асосий тенгламаси дейиш мумкин, чунки бу тенглама ёрдамида тезлик потенциали $\varphi(x, y, z, t)$ ни билган ҳолда тўлқинлар назариясининг бир қанча масаласини ечиш мумкин.

Худди шу каби тўлқин профили тенгламасини олиш мумкин, маълумки, эркин сирт нуқталарида босим $p = p_o$ ўзгармас бўлгани учун (17.1.10) тенгламадан:

$$z = -\frac{1}{g}\frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

z -ни эркин сирт ординатаси деб, $z = z_o$ да $\varphi(x, y, z, t)$ тезлик потенциалини ҳисобласак, тўлқин чуқурлиги буйича гидродинамик босим тарқалиши тенгламасини ҳосил қиламиз. Маълумки, $p_{opt} = p - p_o$ тенг бўлганидан

$$p_{opt} = \rho(-gz - \frac{\partial \varphi}{\partial t}) \qquad (17.1.11)$$

Бу тенгламаларни тўлқинлар назариясида ишлатиш учун тезлик потенциали $\varphi(x, y, z, t)$ ни топиш керак бўлади, бу тезлик потенциали эса Лаплас тенгламасининг бошланғич ва чегаравий шартларини қанаотлантирувчи ечимдир.

Чегаравий шартлар. Озод сирти чексиз катта бўлган сув ҳавзасидаги тўлқинларларни қараймиз. Бунда қирғоқ чизиғи чексизликка кетган деб фараз қиламиз. Бундай сув ҳавзасининг чегараси иккита бўлади, бунда қўзғалмас чегара - сув ҳавзаси туби ва қўзғалувчи - очиқ эркин тўлқин сирти бўлиб, бу ерда атмосфера босими ўзгармас $-p_o$ га тенг дейилади.

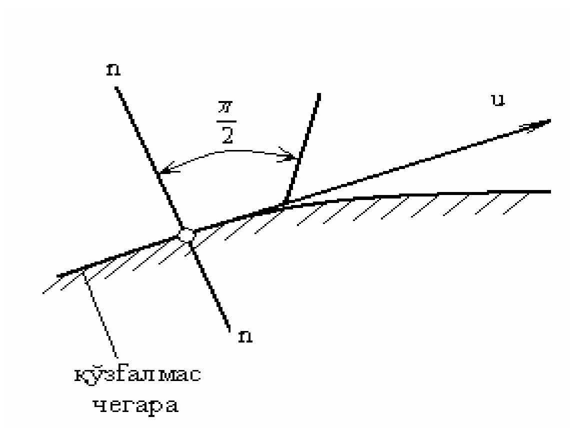
1. **Қуйи қўзғалмас чегарада тезлик потенциали $\varphi(x, y, z, t)$ қандай шартларни қаноатлантириш кераклигини қараб чиқамиз**.

Маълумки қаттиқ қўзғалмас чегарани суюқлик тўла ва узлуксиз оқиб ўтиши учун суюқликнинг тўлиқ тезлиги шу қўзғалмас сиртга уринма орқали йўналган бўлиши керак ёки тўлиқ тезликнинг сирт нормалига проекцияси $\sigma_n = 0$ нолга тенг бўлиши керак, яъни:

$$\sigma_n = \sigma \cos \alpha = 0$$

Уюрмасиз ҳаракатда ихтиёрий йўналиш бўйича тўлиқ тезлик проекцияси шу йўналиш бўйича тезлик потенциалининг хусусий ҳосиласи каби аниқланади. Демак қўзғалмас чегарада чегаравий шарт бўлиб қуйидаги ифода ишлатилади, яъни:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0.$$



Расм 17.4

2. **Қўзғалувчи тўлқинли эркин сиртдаги шартни қараб чиқамиз**. Бунинг учун асосий (17.1.11) тенгламага қараймиз. Эркин сиртда босим атмофера босимига тенг, $p = p_o$. Шунинг учун:

$$Z_o = -\frac{1}{g}\frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t}$$

Бу ерда $z -$ тўлқинли эркин сиртнинг координатаси, $\varphi(x, y, z, t)$ эса $z = z_o$ нуқтада аниқланган тезлик потенциали. Бу тенгламани вақт бўйича дифференциаллаб, қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{\partial z_o}{\partial t} = -\frac{1}{g}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \qquad (17.1.12)$$

Маълумки $\frac{\partial z_o}{\partial t} = w$ бўлиб, бу тезликнинг oz ўқидаги проекциясидир. Иккинчи томондан $w -$ тезликни тезлик потенциалини z бўйича дифференциаллаб топиш мумкин, яъни:

$$\frac{\partial z_o}{\partial t} = w = \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

(17.1.12) тенгликка бу тенгликни қўйсак, қуйидаги дифференциал тенгламага келамиз:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{1}{g}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \qquad (17.1.13)$$

Бу тенглама қўзғалувчи чегарадаги тезлик потенциалига қўйиладиган шартни аниқлайди.

Бошланғич шартлар. Бошланғич шартлар ҳам, чегаравий шартлар каби φ - тезлик потенциалига қўйилади. Демак бу $\varphi -$функциянинг математик ифодасини топишимиз керак. Потенциал тўлқинлар назариясида бу масалани икки ечими бор.

1. Агар тезлик потенциали учун (17.1.15) ифодани, [20] яъни

$$\varphi = \int_o^{\tau} \frac{pdt}{\rho}$$

ишлатсак ва $\tau = \tau_o$ моментдаги бошланғич қиймат учун $-\varphi_o -$ тезлик потенциалини олсак

$$\varphi_o = \int_p^{\tau_o} -\frac{pdt}{\rho}$$

деб ёзишимиз мумкин.

2. Иккинчи йўл қулайроқ ҳисобланади. Бу усулда регуляр тўлқинларнинг даврийлигини ҳисобга олиб, тезлик потенциали φ - учун умумий ифодани тузамиз, яъни:

$$\varphi(x, y, z, t) = \cos \sigma t F(x, y, z,). \qquad (17.1.14)$$

Бу ерда $t-$вақт, $c,\sigma,\theta-$бурчак ўзгариш тезлигини кўрсатувчи параметр бўлиб, $\theta=\sigma t$ деб аниқланади. Маълумки $\sigma-$ўлчов бирлиги $c^{-1}(\ \frac{1}{сек}\ )\sigma-$ параметрик бурчак тезликни билдиради. Баъзан уни бурчак частотаси ҳам дейилади. Тебранишнинг тўлиқ цикли $\theta=2\pi$ бурчак орқали аниқланади. Бу цикл амалга ошиш учун кетган вақтга - давр дейилади. Шундай қилиб $\theta=2\pi$,моментдан $\theta=\sigma t$ эканлигини ҳисобга олиб, маълум $t=\tau$ вақтда, $2\pi=\sigma\tau$ бўлишлигидан қуйидаги тенгликни топамиз:

$$\sigma=\frac{2\pi}{\tau}.$$

Тезлик потенциалининг бошланғич қийматини қуйидаги шаклда ёзиш мумкин:

$$\varphi_o=\cos\sigma t_0 F(x,y,z).$$

t_o- вақтни ихтиёрий олиш мумкин.

$F(x,y,z)-$функцияни қараймиз. (17.1.14) тенгламада $F(x,y,z,)$ функция фазо координаталари функцияси бўлиб, вақт $-t$ га боғлиқ эмас, шунинг учун у бошланғич шартларга боғлиқ эмас, шу билан бир қаторда ихтиёрий деб ҳам олиш мумкин эмас. Ҳақиқатан ҳам тезлик потециали $-\varphi-$га (17.1.12) ва (17.1.13) чегаравий шартлар қўйилади, лекин $\cos=\sigma t$ чегаравий шартларга боғлиқ эмас, чунки параметр $\sigma=const$ бўлиб, $t-x,y,z$ координата ўқларига боғлиқ эмас.

Демак чегаравий шартларга фақат $F(x,y,z)-$функциягина жавоб беради. Чегаравий шартлар иккита

а) Қўзғалмас чегарадаги шарт:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n}=o.$$

б) Қўзғалувчи чегарадаги шарт:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z}=-\frac{1}{g}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}.$$

ушбу шартларни $F(x,y,z)$ функция қаноатлантириши керак.

1. Бу масалани қўзғалмас чегарада кўрамиз, яъни:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n}=\frac{\partial}{\partial n}\left[\cos\sigma t F(x,y,z)\right]=\cos\sigma t\cdot\frac{\partial F(x,y,z)}{\partial n}=0$$

Бу тенгликдан маълумки қўзғалмас чегарада қуйидаги шарт бажарилиши керак:

$$\frac{dF(x,y,z)}{dn}=0. \qquad (17.1.15)$$

2. Қўзғалувчи чегарада (17.1.13) формулага асосан қуйидаги тенглик мавжуд бўлиш керак:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z}=-\frac{1}{g}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}.$$

Тенгламани чап томонидан $\frac{\partial\varphi}{\partial z}-$ ҳосилани аниқлаймиз:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z}=\frac{d}{dz}\left[\cos\sigma t F(x,y,z)\right]=\cos\sigma t\,\frac{\partial F(x,y,z)}{\partial z}.$$

Ўнг томондаги $\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-$ иккинчи ҳосилани аниқлаймиз:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\cos\sigma t F(x,y,z)\right]=F(x,y,z)\frac{\partial^2\cos\sigma t}{\partial t^2}=-\sigma^2F(x,y,z)\cos\sigma t$$

Маълумки:

$$\frac{\partial^2\cos\sigma t}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial}{\partial t}\cos\sigma t\right]=\frac{\partial(-\sigma\sin\sigma t)}{\partial t}=-\sigma^2\cos\sigma t$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z}=-\sigma^2\varphi$$

Алмаштиришлардан кейин:

$$\cos\sigma t\,\frac{\partial F(x,y,z)}{\partial z}=\frac{F(x,y,z)\sigma^2\cos\sigma t}{g}$$

$\cos\sigma t-$ қисқартирсак:

$$\frac{\partial F(x,y,z)}{\partial z}=\frac{\sigma^2}{g}F(x,y,z) \qquad (17.1.16)$$

(17.1.15) ва (17.1.16) формулалар $F(x,y,z)$ функция учун чегаравий шартларни аниқлайди.

17.2 Текис потенциал тўлқинлар

Текисликка параллел тўлқинларни кўрамиз ва бу тўлқинлар zox-текисликка параллел бўлган текисликларнинг барчасида ўхшаш бўлади. ox - координата ўқини горизонтал текисликка жойлаштириб, oz - ўқини эса вертикал юқорига қаратсак, (расм 17.3). (17.1.14) формулага мос равишда тезлик потенциали қуйидагича ифодаланади:

$$\varphi(x,z,t) = \cos\sigma t F(x,z) \qquad (17.2.1)$$

Бу формуладаги фойдалантш учун $F(x,z)$ функциянинг структурасини аниқлаш лозим, чунки қабул қиладиган шартлар шуни тақозо қилади. Бу шартлар φ тезлик потенциали қабул қиладиган шартлар билан боғланган.

Маълумки $\varphi(x,z)$ - функция икки чегаравий шартни ва Лаплас тенгламасини қаноатлантириши шарт. $F(x,z)$ функция $\varphi(x,z,t)-$ функциядан фақат $\cos\sigma t$ кўпайтувчиси билангина фарқ қилади, шунинг учун $F(x,z)-$ функция ҳам Лаплас тенгламасини қаноатлантириши шарт.

$$\frac{\partial^2 F(x,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x,z)}{\partial z^2} = 0 \qquad (17.2.2)$$

тезлик потенциали эса қуйидаги чегаравий шартларни қаноатлантириши шарт.

Қўзғалувчи чегарада $\frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0,$ шунинг учун $F(x,z)-$ функцияга сув ҳавзасининг туби горизонтал деб қуйидаги тенгликни оламиз:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n}\left[\cos\sigma t F(x,z)\right] = \cos\sigma t \frac{\partial F(x,z)}{\partial n} = 0.$$

Ёки (17.1.15) тенгламага мос равишда

$$\frac{\partial F(x,z)}{\partial n} = 0 \qquad (17.2.3)$$

Қўзғалувчи чегарада, яъни эркин сиртда, тезлик потенциали -φ учун қуйидаги тезликка эга бўламиз:

$$\frac{\partial\varphi(x,z,t)}{\partial z} = -\frac{1}{g}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} \qquad (17.2.4)$$

тезлик потенцали φ - нинг $\frac{d\varphi}{dz}$ ва $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ ҳосилаларни аниқлаб ва (17.2.4) формулани ҳисобга олиб *F(x,z)* функция учун қўзғалувчи чегарада қуйидаги шартни оламиз:

$$\frac{\partial F(x,z)}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} F(x,z), \qquad (17.2.5)$$

Бу шарт (17.1.16) шартига мос келади.

Функция $F(x,z)$ - x, z координаталар билан даврий боғлиқликка эга эканлигини ҳисобга олиб, бу функция учун қуйидаги структурани оламиз:

$$F(x,z) = P(z)\sin kx \qquad (17.2.6)$$

Бу функция учун Лаплас тенгламасини ёзамиз:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \left[P(z)\sin kx\right]}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \left[P(z)\sin kx\right]}{\partial z^2} = 0.$$

Бу тенгламага кирувчи ҳосилаларни ҳисоблаймиз:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[P(z)\sin kx\right] = -P(z)k^2 \sin kx;$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left[P(z)\sin kx\right] = \sin kx \frac{d^2 P(z)}{dz^2}.$$

У ҳолда Лаплас тенгламаси қуйидаги кўринишга эга булади:

$$-P(z)k^2 \sin kx + \sin kx \frac{d^2 P(z)}{dz^2} = 0.$$

$\sin kx$ ни қисқартириб, қуйидаги оддий дифференциал тенгламага келамиз:

$$\frac{d^2 P(z)}{dz^2} - k^2 P(z) = 0 \qquad (17.2.7)$$

Маълумки бу иккинчи тартибли бир жинсли ўзгармас коэффицентли дифференциал тенгламадир. Бундай тенгламалар характеристик тенгламалар орқали ечилади. Бу тенглама (17.2.7) учун характеристика тенглама:

$$r^2 - k^2 = 0$$

Бу тенгламанинг илдизлари эса:

$$r_1 = +k, r_2 = -k.$$

Икки илдиз ҳам рационал ва ўзаро тенг эмас, шунинг учун (17.2.7) тенгламанинг ечими қуйидаги кўринишда бўлади:

$$P(z) = C_1 e^{kz} + C_2 e^{-kz}.$$

Чуқурлиги катта бўлган сув ҳавзалари учун $(h \to \infty)$ ўнг томондаги иккинчи қўшилувчи чексизга интилади ва нотўғри жавобга олиб келади. Масаланинг физик моҳиятига кўра $C_2 = 0$ деб қабул килиб, $C_2 e^{-rz} = 0$ деб олиш керак , у ҳолда ечим учун:

$$P(z) = Ce^{kz},$$

функцияни қабул қиламиз, бу ечим эса $F(x,z)$ функцияни

$$F(x,z) = Ce^{kz} \sin kx$$

ва тезлик потенциали $\varphi(x,z,t)$ аниқлашга имкон беради:

$$\varphi(x,z,t,) = Ce^{kz} \cos \sigma t \sin kx. \qquad (17.2.8)$$

(17.2.8) тенгламага ўзаро функционал боғланган икки параметр $-\sigma-$ бурчак тезлик ва $k-$тўлқин сони киради. Бу боғланишни (17.2.5) тенглама орқали қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{\partial F(x,z)}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} F(x,z).$$

Бу тенгликнинг чап томонидаги ҳосилани топамиз, яъни:

$$\frac{\partial F(x,z)}{\partial z} = kCe^{kz} \sin kx$$

У ҳолда:

$$kCe^{kz} \sin kx == \frac{\sigma^2}{g} Ce^{rz} \sin kx$$

Бу тенгликнинг иккала томонини қисқартириб юборсак

$$k = \frac{\sigma^2}{g}, \sigma = \sqrt{gk.}$$

Тезлик потенциалининг ифодасидан маьлумки, бу тўлқинлар маълум вақтгача турувчи тўлқинларни ташкил этади, бу тўлқинларнинг прогрессив тўлқинлардан фарқи шундаки уларнинг ёйилиши эркин сирт билан аралашмайди. Энди бу тўлқинларнинг асосий характеристикалари билан танишамиз.

Текис потенциал тўлқинларнинг тўлқин профилини топиш учун (17.1.10) тенгламадан фойдаланамиз:

$$z = -\frac{1}{g}\frac{\partial\varphi}{\partial t}.$$

Бу ерда $z -$ эркин сирт нуқталари координатаси. Юқоридаги тенгликдан тезлик потенциалининг $\frac{\partial\varphi}{\partial t}$ - ҳосиласини топамиз:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left[Ce^{kz}\cos\sigma tkx\right] = -C\sigma e^{kx}\sin\sigma t\sin kx.$$

Эркин сирт координталари учун z - кичик миқдор бўлса, $e^{kz} \approx 1{,}0$ деб қабул қилиш мумкин ва бу миқдорни (17.1.10) тенгламага қўйиб, тўлқин профили тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$z = \frac{C\sigma}{g}\sin\sigma t\sin kx. \qquad (17.2.9)$$

Тўлқин профилини шундай t - вақт моментида қараймизки, $\sin\sigma t = 1{,}0$ бўлсин. $z -$ шу ондаги эркин сиртнинг координатаси бўлиб, қуйидагича аниқланади:

$$z = \frac{C\sigma}{g}\sin kx \qquad (17.2.10)$$

Бу ерда $C\sigma / g = \cos nt.$ (17.2.10) тенглама орқали аниқланадиган озод сирт чизиғи синусоидани ташкил этар экан. Синусоида Ox ўқини $z = 0$ нуқтада кесиб ўтади, бу эса $\sin kx = 0$ қийматга эга бўлади, яъни $0 = kx, 0 = 0; \pi, 2\pi, ...n\pi, n -$ бутун сонлар бўлиб, синусоиданинг ox ўқини кесиб ўтган нуқталари бўйлаб тарқалувчи тугун нуқталари дейилади.

Тугун нуқталарнинг ox ўқи буйича тақалиш нуқталари $x_1, x_2, ...x_n$ координаталар орқали аниқланиб, $kx = \theta,$ яъни $x = \frac{\theta}{k}\cdot$ шартлардан топилади.

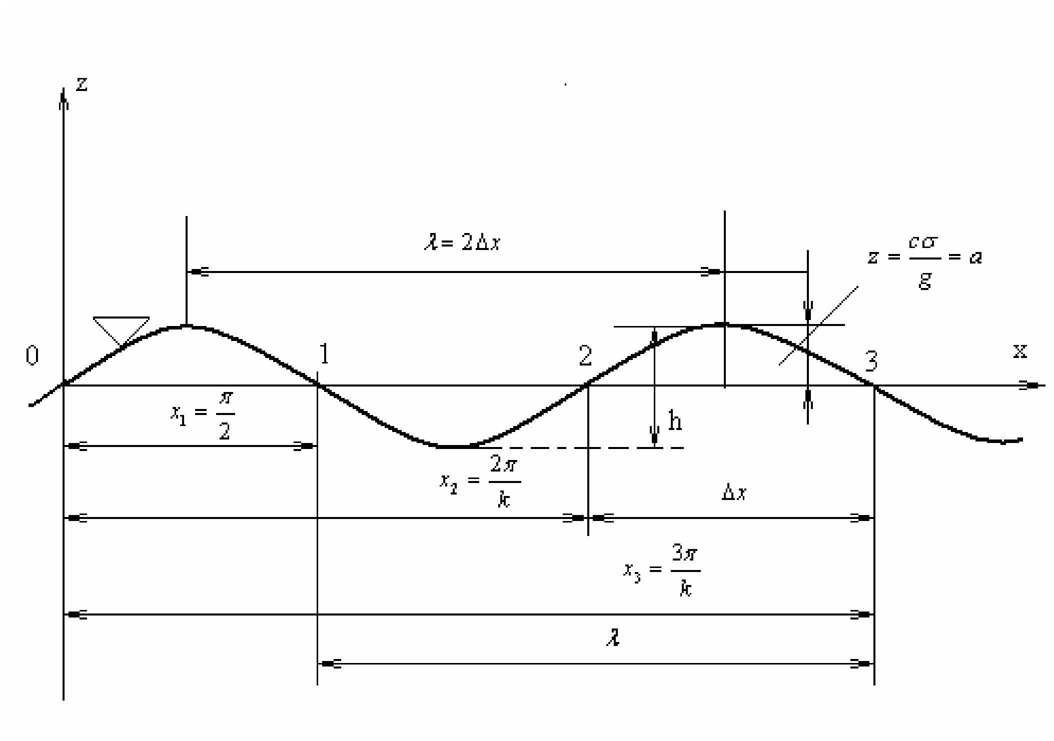
$$\sin kx = \sin 0$$

тенгликни қаноатлантирувчи $\theta -$ бурчакнинг қийматларини қўйиб , вақтга боғлиқ бўлмаган ҳолда тугун нуқталарининг қуйидаги қатор қийматларини топамиз:

$$x = 0; \frac{\pi}{k}; \frac{2\pi}{k}; \frac{3\pi}{k}; ...., \frac{n\pi}{k}$$

Тугун нуқталарнинг жойлашиши вақтга боғлиқ эмас, яъни тугун нуқталар вақт ўзгариши билан ўз ўрнини ўзгартирмайди, бу эса эркин сирт чизиғинининг тебраниш фақат баландлик бўйича рўй беришининг, яъни тўлқин профили OX ўқи бўйича силжимаслигини билдиради. Шунинг учун бундай тўлқинлар турувчи тулқинлар дейилади. Тугун нуқталари орасидаги масофа:

$$\Delta x = x_{n+1} - x_n = \frac{(n+1)\pi}{k} - \frac{n\pi}{k} = \frac{\pi}{k}$$



Расм 17.5

Ва бу масофанинг OX бўйича тарқалувчи барча тўлқинлар учун бир хил эканлигини 15.5 расмдан кўриш мумкин. Тўлқин узунлиги тугунлар орасидаги масофанинг иккиланган қийматига тенг:

$$\lambda = 2\Delta x = \frac{2\pi}{k} \qquad (17.2.11)$$

17.5 расмдан яна шу маълумки тўлқин баландлиги иккиланган амплитудага тенг, яъни: $h = 2a.$

Турли баландликли тўлқинларнинг OX ўқи бўйича тебраниш амплитудаси OX ўқи нуқталари ўртасида жойлашган бўлиб, OX ўқига нормал бўлган вертикал текисликларда эса 0 дан максимум қиймат $a = C\sigma / g$ гача ўзгаради ва

$$\sin\sigma t \sin kx = 1.0$$

тенг бўлади.

Тўлқин заррачалари траекторияси. Тўлқин моддий нуқталари заррачаларининг траекторияси қуйидаги тенгламалар билан аниқланади:

$$x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t)$$

Элементар заррачанинг текислик бўйлаб кўчишини эса қуйидаги дефференциал тенглама орқали ёзамиз, яьни:

$$dx = udt, dz = wdt$$

$dx, dz -$ элементар кўчиш проекциялари. Тулқинларнинг $u, w -$ чизиқли ва айланма тезликларни аниқлаймиз:

$$u = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left[Ce^{kz}\cos\sigma t\sin kx\right] = Ce^{kz}\cos\sigma tk\cos kx$$

$$w = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{d}{dz}\left[Ce^{kz}\cos\sigma t\sin kx\right] = kCe^{kz}\cos\sigma t\sin kx$$

У ҳолда тўлқин заррачаларининг кўчиши қуйидагича аниқланади.

$$dx = udt = kCe^{kz}\cos\sigma t\cos kxdt$$
$$dz = wdt = kCe^{kz}\cos\sigma t\sin kxdt$$

Ox ва Oz ўқи бўйича тўлқинларнинг кўчиши $\frac{dz}{dx} -$ нисбатдан топилиб:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\sin kx}{\cos kx} = tgkx, dz = tgkx = tgkx\frac{dkx}{k}.$$

Бу ифодани интеграллаб Oz - ўққа нисбатан тўлқин профилини оламиз:

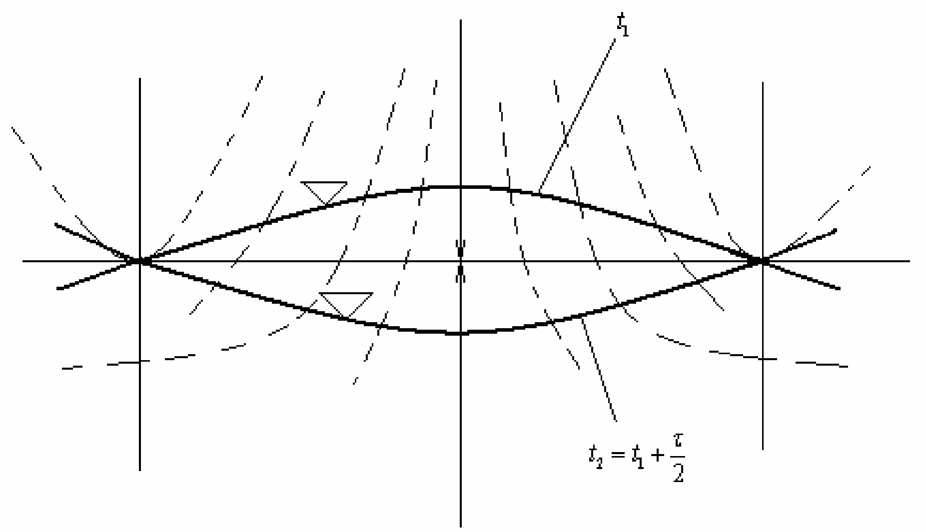
$$z = -\frac{\ln\cos kx}{k} + C, kz + \ln\cos kx = C$$

Ёки

$$\ln e^{kz} + \ln\cos kx = \ln C$$

бундан:

$$\ln e^{kz}\cdot\cos kx = \ln C.$$
$$e^{kz}\cos kz = C. \qquad (17.2.12)$$



Расм. 17.6

Шундай қилиб тўлқин процессида заррачаларнинг кўчиши фазода ўз ўрнини ўзгартирмайдиган чизиқлар устида содир бўлишини аниқлаймиз.

$C_1 C_2 ...,$ ва ҳоказо қийматлар бериб бир қанча заррачаларнинг треакторияларини топамиз (17.2.12) тенглама орқали тузилган чизиқлар оиласи 17.6 расмда келтирилган.

Гидродинамик босимнинг тарқалиши. Суюқлик билан эгалланган фазодаги тўлқин таъсирида босимнинг тарқалиши вақт давомида узлуксиз ўзгариб туради ва ихтиёрий онда (17.1.10) умумий тенглама орқали аниқланади

$$\frac{p - p_o}{p} = -gz - \frac{\partial \varphi}{\partial t}.$$

Агар тезлик потенциали φ (17.2.8) тенглама орқали ифодаланса, турувчи тўлқинлар учун қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{p - p_o}{p} = -gz + C\sigma^{kz} \sin \sigma t \sin kx, \qquad (17.2.13)$$

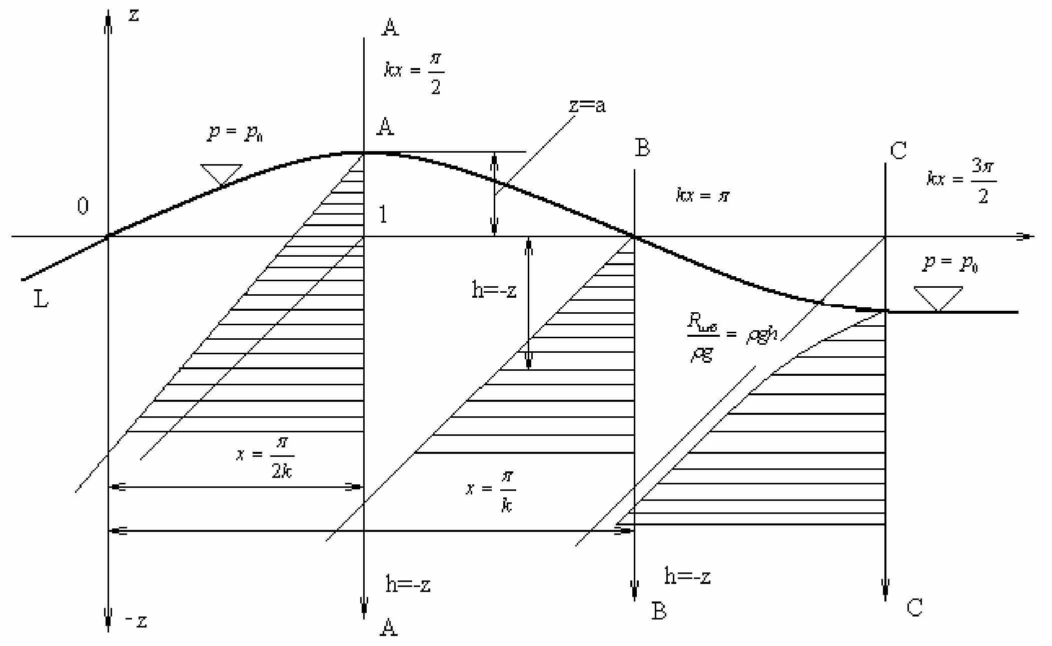
бу тенгликни $g-$ га бўлиб, бу тенгламадан турувчи тўлқинларга босимнинг тарқалиши учун асосий тенгламани келтириб чиқарамиз, яьни:

$$\frac{p}{\rho g} = \frac{p_o}{\rho g} - z + \frac{C\sigma}{g} e^{kz} \sin \sigma t \sin kx, \qquad (17.2.14)$$

Ёки $p - p_o = p_{opt}$ бўлганидан:

$$\frac{p_{ort}}{\rho g} = -z + \frac{C\sigma}{g} e^{kz} \sin \sigma t \sin kx.$$

$\sin\sigma t = 1.0$ бўлган t - моментда уч вертикал бўйлаб $\dfrac{p_0}{\rho g} -$ гидродинамик босимнинг тарқалишини кўриб чиқамиз:



Расм. 17.7

$B - B$ - вертикал бўйича (расм 17.7). Бу ерда $\sin kx = 0$, у ҳолда

$$\frac{p_{орт}}{\rho g} = -z,$$

бўлиб график равишда $B - б$ кўринишда бурилади, яъни босим тарқалиши учбурчак қонуни асосида содир бўлади.

$A - A$ - вертикал бўйича, бу ерда $\sin kx = 1$, $C\sigma / g = a;\ e^{kz} = 1{,}0$ ва у ҳолда

$$\frac{p_{орт}}{\rho g} = -z + a$$

$A -$ нуқтада, яьни $z = a$, у ҳолда:

$$\frac{p_{орт}}{\rho g} = -a + a = 0$$

1 нуқтада $z = 0$, $e^{kz} \to 1.0$ у ҳолда:

$$\frac{p_{opm}}{\rho g} = -0 + a = a$$

Катта чукурликка эга бўлган нуқталарда: $ae^{kz} \to 0$, чунки $z \to -\infty$ ва,

$$\frac{p_{opm}}{\rho g} = -z$$

17.7-расмда $\frac{p_{opm}}{\rho g}$ - ортқча гидродинамик босим учун эпюра формуласи келтирилган, ортиқча босимнинг тарқалиш эпюраси кўрсатилиб, $C - C$ вертикал бўйича ҳам ортиқча босимнинг тарқалиши келтирилган.

17.3 Прогрессив тўлқинлар

Реал шароитда кўпроқ учрайдиган тўлқинлар прогрессив тўлқинлардир. Прогрессив тўлқинлар деб горизонтал йўналиш бўйича аралашиб борувчи тўлқинларга айтилади.

Тўлқин профилининг Ox - ўқи билан кесишувчи нуқталари, яьни тугун нуқта координаталари Ox - ўқи бўйича аралашиб боради. Бундай тўлқинлар вақтнинг функцияси ҳисобланиб, тезлик потенциали тригонометрик функцияга боғлиқ бўлади, ёки тезлик потенциалига тригонометрик функция кириб, узлуксиз ўзгарувчи бурчакнинг вақт ва координаталари ўзаро боғланади. Шуни аниқлаш мақсадида икки тўлиқ φ_1 ва φ_2 потенциалларини ўзаро қўшамиз

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= Ce^{kz} Cos\ \sigma t Sinkx\ . \\ \varphi_2 &= Ce^{kz} CosxtSin\ \ \sigma t, \end{aligned}\right\} \qquad (17.3.1)$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi = Ce^{kz} Sin(\sigma t + kx)$$

Маълумки $\varphi -$ прогрессив тўлқинларнинг тезлик потенциали чунки тугун нуқта координаталари

$$\theta = \sigma t + kx, x = \frac{\theta - \sigma t}{k} = f(t)$$

вақтнинг функцияси ҳисобланади

Тўлқин профили мавжуд бўлганда тўлқинли профилнинг асосий тенгламасини (17.1.10) дан аниқлаймиз, яьни:

$$z = -\frac{1}{g}\frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

Бу тенгламадан

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = C\sigma e^{kz} Cos(\sigma t + kz)$$

топиб, асосий тенгламага қўямиз ва тўлқин профил тенгламасини ёзамиз

$$z = \frac{C\sigma}{g} Cos\ (\sigma t + kx)$$

Бу ерда аввал келтирганимиздек $e^{kz} \approx 1.0$ деб оламиз.

Тўлқинли профил тугун нуқталарини эса шу тенгламани нолга тенглаб топамиз

$$Cos\,(\sigma t + kx) = 0$$

бурчак $\theta = \sigma t + kx$ қуйидаги нуқталарда маънога эга

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, ..., \frac{(2n-1)\pi}{2}$$

Бу ерда n-сони тоқ сон экани кўриниб турибди. Бундан тугун кординаталари учун ушбу ифодани оламиз:

$$X = \frac{\theta - \sigma t}{k} = \frac{\frac{\pi n}{2} - \sigma t}{k} = \frac{\pi n}{2k} - \frac{\sigma t}{k},$$

n- бутун тоқ сон. Тугун нуқталар орасидаги масофани топсак. $n = 2n^1 - 1$

$$\Delta x = \left[\frac{(n+2)\pi}{2k} - \frac{\sigma t}{k}\right] - \left[\frac{\pi n}{2k} - \frac{\sigma t}{k}\right] = \frac{\pi}{k}$$

Тўлқин узунлиги эса:

$$\lambda = 2\Delta x = \frac{2\pi}{k}$$

тенг бўлиб, турувчи тўлқиннинг узунлигига тенг. Тебраниш даври:

$$\tau = \frac{2\pi}{\sigma}$$

га тенг бўлиб, аралашувчи тўлқин узунлигига тенг масофани босиб ўтиши учун кетган вақтга тенг бўлади.

Тўлқин тезлиги:

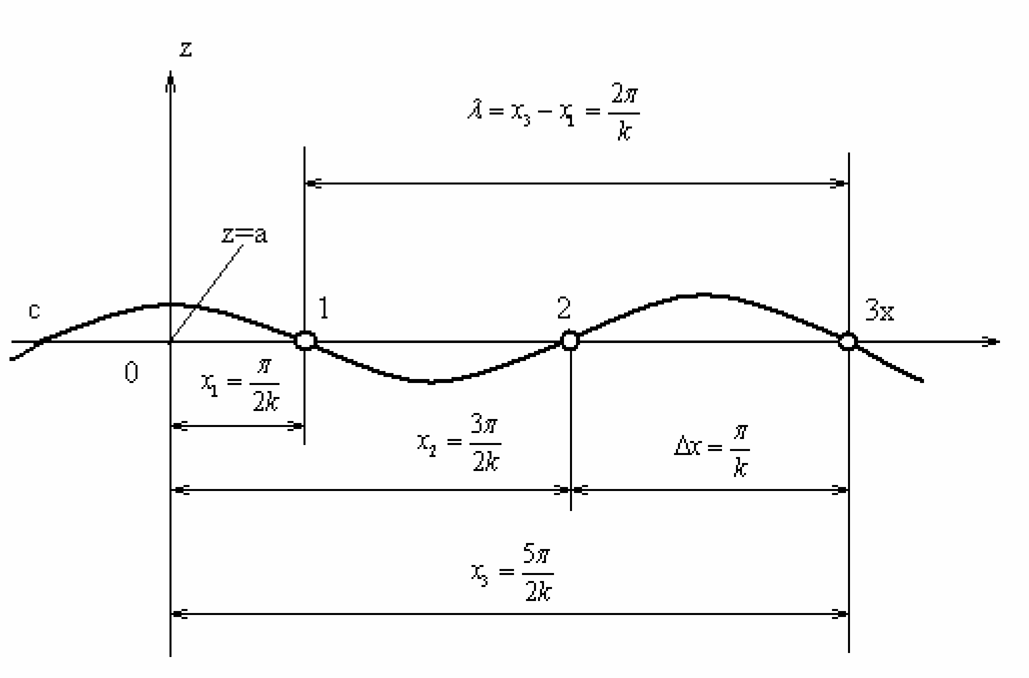
$$c = \frac{\lambda}{\tau} \qquad (17.3.2)$$

Тўлқин тезлиги учун бошқа кўпгина ифодаларни ёзиш мумкин, чунки тўлқин узунлиги:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}, \tau = \frac{2\pi}{\sigma}$$

га тенг, бу ифодадан фойдаланиб тўлқин тезлигини топамиз:

$$C = \frac{\lambda}{\tau} = \frac{2\pi}{k}\frac{\sigma}{2\pi} = \frac{\sigma}{k}$$



Расм. 17.8

$\sigma = \sqrt{gk}$ тенг эди,

$$c = \frac{\sqrt{gk}}{k} = \sqrt{\frac{g}{k}},$$

маълумки $k = 2\pi / \lambda$ га тенг бўлса, тўлқин тезлиги учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

$g = 9{,}8\frac{м}{сек^2}$, $\pi = 3.14$ деб олиб тўлқин тезлигини аниқлаш учун қуйидаги тақрибий формулани ҳосил қиламиз:

$$c \approx 1.25\sqrt{\lambda}$$

бу ерда λ сони метрда ўлчанади. Масалан, тўлқин узунлиги $\lambda = 100m$ бўлсин. У ҳолда

$$c = 1.25\sqrt{100} = 12.5\frac{м}{с}$$

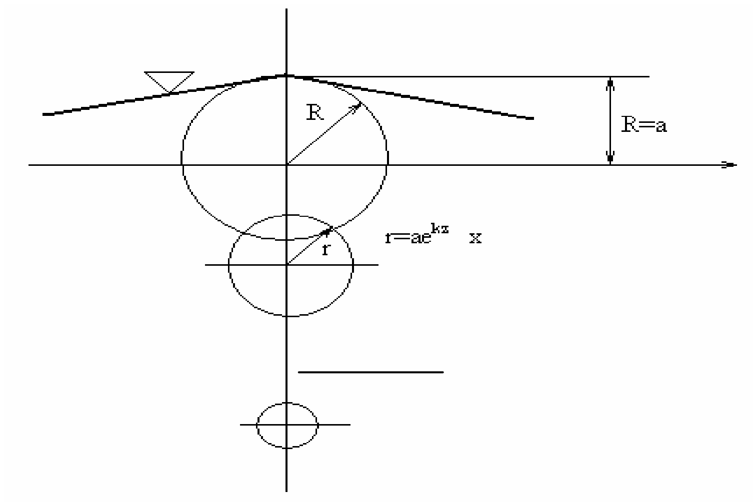
Суюқликнинг тўлқинли заррачаси траекторияси. Тўлқин заррачалари тенгламасини - турувчи тўлқинлар тенгламасини каби каби тузамиз. Бунинг учун Ox, Oz ўқлари бўйича қисқа масофани оламиз:

$$dx = udt = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dt$$

Ёки:

$$dz = wdt = \frac{\partial \varphi}{\partial z} dt$$

ва бу тенгликлардан тезликлар u ва w ни топамиз.



Расм. 17.9

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left[Ce^{kz} Sin(\sigma t + kz)\right] = Ce^{kz} kCos(\sigma t + kx)$$

$$w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial t}\left[Ce^{kz} Sin(\sigma t + kz)\right] = Ce^{kz} kSin(\sigma t + kx)$$

Бу қийматларни юқоридаги тенгламаларга қўйиб, сўнгра интеграллаб x, z -координаталарнинг ифодасини топамиз:

$$x = \int Ce^{kz} kCos(\sigma t + kz)dt = -\frac{Ck}{\sigma} e^{kz} Sin(\sigma t + kz) + C_1$$

$$z = \int Ce^{kz} kSin(\sigma t + kz)dt = -\frac{Ck}{\sigma} e^{kz} Cos(\sigma t + kz) + C_2$$

$C_1 = 0, C_2 = 0$ деб фараз қиламиз ва x, z -координаталар квадратлари йиғиндисининг ифодасини топамиз:

$$x^2 + z^2 = \left(\frac{Ck}{\sigma} e^{kz} \right)^2 \left[Sin^2(\sigma t + kx) + Cos^2(\sigma t + kx) \right]$$

Зарралар ҳаракати траекторияси тенгламасини оламиз, яъни

$$x^2 + z^2 = R^2, \qquad R^2 = \left(\frac{Ck}{\sigma} e^{kz} \right)^2,$$

Бу тенглик xOz текислигидаги $R^2 = \frac{Ck}{\sigma} e^{kz}$ - радиусли айлана тенгламасидир. Айлана R - радиуси ўрнига $k = \sigma^2 / g$ орқали ёзилган қийматини қўйсак қуйидаги ифодага келамиз:

$$R = \frac{C\sigma}{g} e^{kz} = ae^{kz}$$

Бу ерда a - тебраниш амплитудасидир. Демак прогрессив тўлқинлардаги суюқлик заррачаси траекторияси айланадан иборат экан (17.9 расм)

Заррачанинг айланиш чуқурлиги ортиши билан айлана радиуси тез камайиб кетади.

Гидродинамик босимнинг тарқалишини текшириш учун турувчи тўлқинлари каби (17.1.10) асосий тенгламадан фойдаланамиз:

$$\frac{p - p_0}{\rho} = -gz - \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

Прогрессив тўлқинлар учун тезлик потенциали қуйидаги кўринишда бўлади

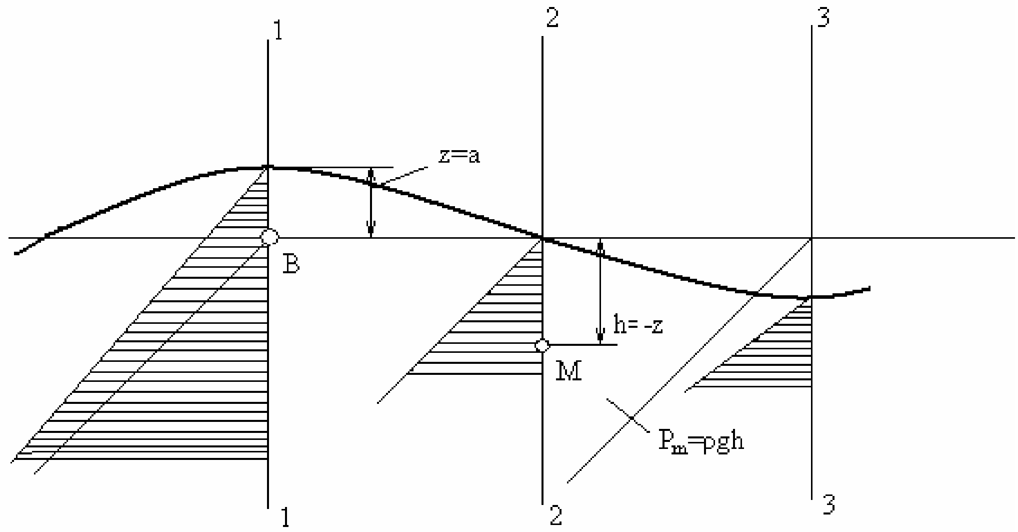
$$\varphi = Ce^{kz} Sin(\sigma t + kx)$$

Прогрессив тўлқинлар учун босим тарқалишининг асосий тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\frac{p - p_0}{\rho} = -gz - C\sigma e^{kz} Cos(\sigma t + kx)$$

Ёки

$$\frac{p_{орт}}{\rho g} = -z - \frac{C\sigma}{g} e^{kz} Cos(\sigma t + kx) = -z - ae^{kz} Cos\,\theta \quad (17.3.3)$$



Расм.17.10

Босим тарқалиш графиги 17.10 расмда кўрсатилган.

Трохоидал тўлқинлар. Трохоидал тўлқинлар назарияси Герстнер томонидан 1802-йилда нашр қилинган бўлиб, Герстнер томонидан ўрганилган тўлқинлар трохоидал тўлқинлар деб номланган, чунки уларнинг тўлқин профили трохоида шаклида бўлиши ўрганилган(17.11 расм).

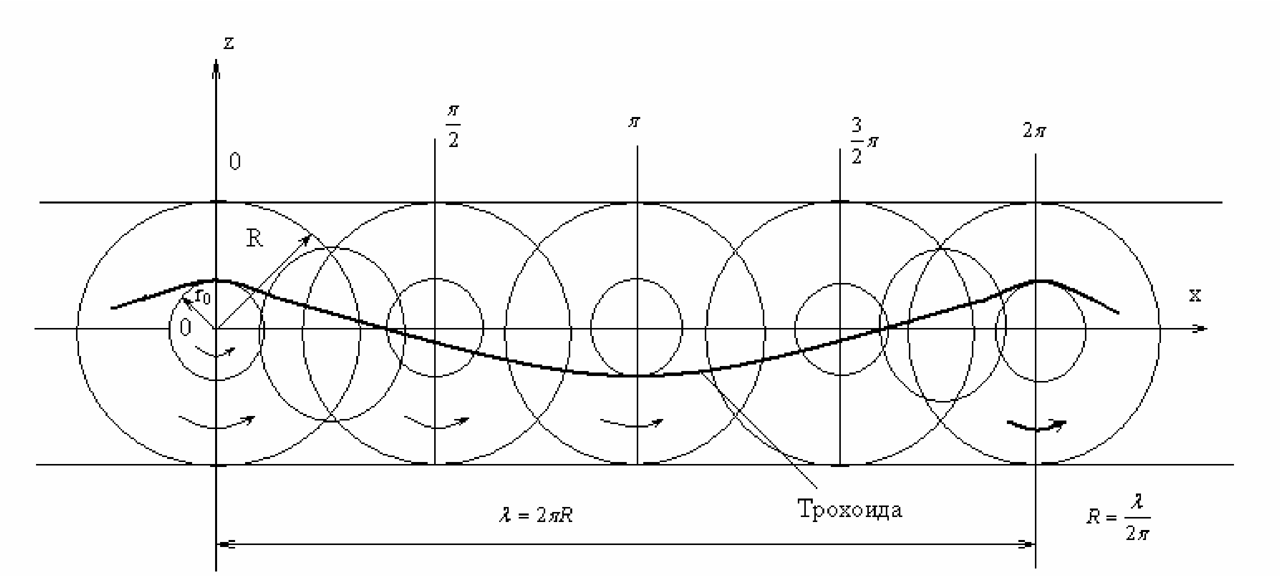
Герстнер назарияси суюқлик зарраларининг айланма ҳаракати траекторияси радиусининг камайиши, тўлқин чуқурлиги билан биргаликда камайишини кўрсатувчи гипотезага асосаланган. Бу гипотезага кўра суюқликнинг барча заррачалари ҳаракатланувчи ва суюқлик сиқилмайди ва ёпишқоқ эмас деб фараз қилинади.

Трохоидал тўлқинлар ҳаракат ифодаси гидравликанинг асосий тенгламалари бўлган узлуксизлик тенгламасини ва ҳаракат тенгламасини қаноатлантиради.

Трохоидал тўлқин назариясини xOz - текисликларидаги масала деб қисқа шаклда қараб чиқамиз. Бунинг учун ҳаракат тенгламасининг координаталарини тенгламалар системаси сифатида қараймиз.

$$\left.\begin{aligned} x &= f_1(a,c,t) \\ z &= f_2(a,c,t) \end{aligned}\right\} \qquad (17.3.4)$$

Бу ерда a ва c – қаралаётган нуқтанинг бошланғич координаталари. Қаралаётган мисолда ҳаракатдаги M нуқтанинг координаталари сифатида мувозанатлик ҳолатини белгиловчи, O- айлана марказининг координаталари олинади, чунки шу айлана бўйича суюқлик зарралари ҳаракатланади. Юқорида айтилган фикрларга асосан қуйидаги тенгламалар системасига эга бўламиз:



Расм. 17.11

$$\begin{aligned} x &= a + rSin\ \theta \\ z &= c - rCos\ \theta \end{aligned} \qquad (17.3.5)$$

Бу ерда радиус - r чуқурлик билан бирга камайиб борувчи радиус вектор, яъни $r = f(c)$, $\theta -$бурчак эса

$$\theta = ka - \sigma t = f(a,t)$$

га тенг бўлиб, $\theta -$нинг бу ифодаси прогрессив тўлқинларга мос келади. k ва σ параметрларнинг маъноси юқорида келтирилган эди, яъни $\sigma-$бурчак тезлик, k - тўлқин сони.

Узлуксизлик тенгламаси Лагранж координаталарида қуйдагича ёзилади:

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial a} & \dfrac{\partial z}{\partial a} \\ \dfrac{\partial x}{\partial c} & \dfrac{\partial z}{\partial c} \end{vmatrix} = 0$$

Ёки

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial x}{\partial a} \cdot \frac{\partial z}{\partial c} - \frac{\partial x}{\partial c} \cdot \frac{\partial z}{\partial a} \right) = 0 \qquad (17.3.6)$$

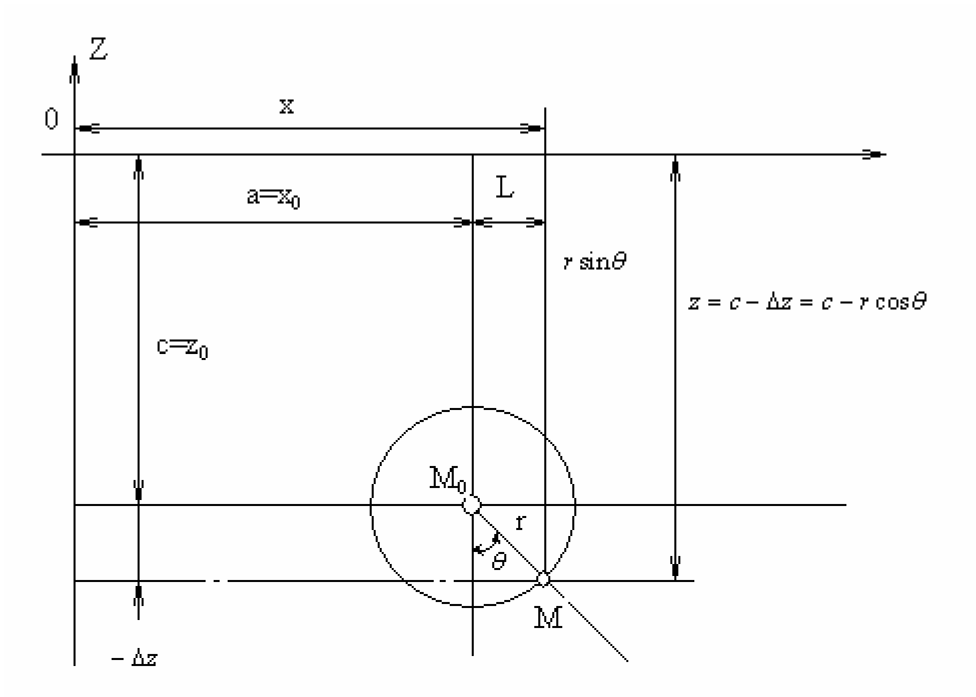
Узилмаслик тенгламасини қаноатлантрувчи шартларни кўриб чиқамиз, бунинг учун (17.3.6) тенгламанинг қуйидаги хусусий ҳосилаларини кўрамиз.

$$\frac{\partial x}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a}\left[a + rSin(ka - \sigma t)\right] = 1 + rkCos(ka - \sigma t)$$

$$\frac{\partial x}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}\left[a + rSin(ka - \sigma t)\right] = \frac{dr}{dc}Sin(ka - \sigma t)$$

$$\frac{\partial z}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a}\left[c - rCos(ka - \sigma t)\right] = rkSin(ka - \sigma t)$$

$$\frac{\partial z}{\partial c} = \frac{\partial}{\partial c}\left[c - rCos(ka - \sigma t)\right] = 1 - \frac{dr}{dc}Cos(ka - \sigma t)$$



Расм. 17.12

Ва (17.3.6) тенгламанинг $\frac{\partial x}{\partial a} \cdot \frac{\partial z}{\partial c}$ ва $\frac{\partial x}{\partial c} \cdot \frac{\partial z}{\partial a}$ ифодалари учун қуйидаги қийматларни топамиз.

$$\frac{\partial x}{\partial a}\cdot\frac{\partial z}{\partial c}=1-\left(\frac{dr}{dc}-rk\right)Cos(ka-\sigma t)-\frac{dr}{dc}rkCos^2(ka-\sigma t)$$

$$\frac{\partial x}{\partial c}\cdot\frac{\partial t}{\partial a}=\frac{dr}{dc}Sin(ka-\sigma t)rkSin(ka-\sigma t)=\frac{dr}{dc}rkSin^2(ka-\sigma t)$$

(17.3.6) тенгламанинг қавс ичидаги ифодаси учун қуйидагини ҳосилани ҳисоблаймиз:

$$1-\left(\frac{dr}{dc}-rk\right)Cos(ka-\sigma t)-\frac{dr}{dc}rkCos^2(ka-\sigma t)-\frac{dr}{dc}rkSin^2(ka-\sigma t)=$$

$$=1-\left(\frac{dr}{dc}-rk\right)Cos(ka-\sigma t)-\frac{dr}{dc}rk\left[Cos^2(ka-\sigma t)+Sin^2(ka-\sigma t)\right],$$

Баъзи ўзгартиришлардан кейин қуйидаги тенгламага келамиз:

$$\frac{\partial x}{\partial ca}\cdot\frac{\partial z}{\partial c}-\frac{\partial x}{\partial c}\cdot\frac{\partial z}{\partial a}=1-\left(\frac{dr}{dc}-rk\right)Cos(ka-\sigma t)-\frac{dr}{dc}rk.$$

Узилмаслик шартига кўра бу ифоданинг вақт бўйича ҳосиласи нолга тенг бўлиши шарт, лекин 1 ва $\frac{dr}{dc}rk$ ифодалар вақтга боғлиқ эмас. Узилмаслик шартига кўра:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\left(\frac{dr}{dc}-rk\right)Cos(ka-\sigma t)\right]=0 \qquad (17.3.7)$$

Бу ерда

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[Cos(ka-\sigma t)\right]\neq 0$$

Биринчи кўпайтувчини нолга тенглаб,қуйидаги дифференциал тенгламани топамиз:

$$\left(\frac{dr}{dc}-rk\right)=0,\frac{dr}{dc}=rk \qquad (17.3.8)$$

Бу дифференциал тенгламанинг ечими қуйидаги ифодага тенг:

$$\ln r=kC+C$$

Ёки:

$$\ln r=\ln e^{kz}+C$$

потнцирлаб,

$$\ln \frac{r}{e^{kz}} = \ln C, r = Ce^{kc} \qquad (17.3.9)$$

эканлигини топамиз. Мувозанат шароитида жойлашган суюқлик зарралари учун $C = 0$ бўлиш шарти z - координатанинг бошланғич шартларини билдиради, шунинг учун интеграл ўзгармаси C, r - радиуснинг максимал қийматига, яъни R га тенг, у ҳолда $r = \mathrm{Re}^{kc}$ бўлади. Чуқурлик жуда катта бўлганда, яъни $c = -\infty, (c \prec 0)$, ҳолда $r = 0$ бўлади. Суюқликлик заррачалари ҳаракати системаси узлуксизлик тенгламасини қаноатлантиради ва $r = Ce^{kc}$ шарт бажарилади.

Юқоридаги шартлар ва тенгликлар орқали суюқлик зарралари ҳаракати тенгламаларини ифодаловчи (17.3.5) тенгламалар системаси гидродинамиканинг асосий тенгламасини қаноатлантиришини кўрамиз.

Лагранж координаталари системасида тезлик масалалари учун ташқи масса кучлари сифатида ернинг тортиш кучи олинади.

Гидравликанинг асосий тенгламаси қуйдаги кўринишда ёзилади

$$\begin{aligned} &\frac{d^2x}{dt^2} \cdot \frac{\partial x}{\partial a} + \left(g + \frac{d^2z}{dt^2} \right) \frac{\partial z}{\partial a} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial a} \\ &\frac{d^2z}{dt^2} \cdot \frac{\partial x}{\partial c} + \left(g + \frac{d^2z}{dt^2} \right) \frac{\partial t}{\partial c} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial c} \end{aligned} \qquad (17.3.10)$$

Ҳаракат тезланишлари проекцияларини, яъни:

$$\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2}$$

иккинчи татибли ҳосилани ҳисоблаймиз, бунинг учун тенгламалар системасининг чап томонидаги кўшилувчиларни (17.3.5) тенгламадан фойдаланиб ҳисоблаймиз ва бир неча алмаштиришларни бажарганимиздан сўнг, тўлқин ҳаракати учун гидродинамиканинг асосий тенгламалари системасини ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} &(gk - \sigma^2) rSin(ka - \sigma t) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial a}; \\ &(gk - kr^2\sigma^2) - (gk - \sigma^2) rCos(ka - \sigma t) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial c}. \end{aligned} \qquad (17.3.11)$$

Системанинг биринчи тенгламасини da га, иккинчи тенгламасини эса dc га кўпайтириб ҳар иккала тенгламаларни қўшамиз ва қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$(gk-\sigma^2)rSin(ka-\sigma\ t)da+(g-kr^2\sigma^2)dc+$$
$$\left[(\sigma^2-gk)rCos(ka-\sigma t)\right]dc=-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial a}da+\frac{\partial p}{\partial c}dc\right)=-\frac{dp}{\rho}.$$

Бу ифодани интеграллаб:

$$-(gk-\sigma^2)\frac{r}{k}Cos(ka-\sigma t)+gc-kR^2\frac{e^{2kc}}{2k}\sigma^2+$$
$$+(\sigma^2-gk)Cos(ka-\sigma t)\frac{\mathrm{Re}^{kc}}{k}+c=-\frac{p}{\rho}$$
$$-(gk-\sigma^2)=\sigma^2-gk\ .$$

деб , $\mathrm{Re}^{kc}=r$ - алмаштириш бажариб ва ўхшаш ҳадларни қисқартириб, қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\frac{p}{\rho}=-gc+\frac{\sigma^2r^2}{2}-2(\sigma^2-gk)\frac{r}{k}Cos(ka-\sigma t)+C \qquad (17.3.12)$$

Интеграллаш ўзгармасини эркин сирт учун бериладиган шартлар орқали топамиз, яъни эркин сиртдаги p_0-босим ўзгармас атмосфера босимига тенглигидан $c=0$ тенг бўлади ва суюқлик заррачалари ҳосил қилган айлана радиусининг ифодаси қуйидагича топилади:

$$r=\mathrm{Re}^{kc}=R$$

Демак, юқорида келтирилган (17.3.12) тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{p_0}{\rho}-\frac{\sigma^2R^2}{k}+2(\sigma^2-gk)\frac{R}{k}Cos(ka-\sigma t)=C=const$$

Бу тенгликнинг чап томонидаги барча қўшилувчилар ўзгармас катталикларга тенг шу қатори учинчи ҳади ҳам, яъни

$$2(\sigma^2-gk)\frac{R}{k}Cos(ka-\sigma t)=const$$

Демак, вақт бўйича ҳосила нолга тенг, яъни:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{2(\sigma^2-gk)\frac{R}{k}Cos(ka-\sigma t)\right\}=0\ ,$$

бўлиши учун, қуйидаги шарт бажарилиши керак:

$$\sigma^2-gk=0$$

бу шартдан эса

$$\sigma^2=gk\ .$$

σ ва k орасидаги бу боғланиш трохоидал тўлқинлар учун ҳам сақланади, шундай қилиб интеграл ўзгармаси $-C$ сони қуйидагича аниқланади:

$$C = \frac{P^0}{\rho} - \frac{\sigma^2 R^2}{2}$$

(17.3.12) тенгламага C нинг қийматини қўйсак ва $\sigma^2 - gk = 0$ тенгликни эътиборга олсак:

$$\frac{p}{\rho} = -gc + \frac{\sigma^2 r^2}{2} + \frac{P_0}{\rho} - \frac{\sigma^2 R^2}{2}$$

Бу ердан:

$$\frac{P}{\rho} = -gc + \frac{\sigma^2}{2}(r^2 - R^2)$$

Маълумки $r = \mathrm{Re}^{kc}$, шунинг учун

$$\frac{p - p_0}{\rho} = -gc + \frac{\sigma^2 R^2}{2}(e^{2kc} - 1)$$

$$\frac{p - p_0}{\rho} = -gc - \frac{\sigma^2 R^2}{2}(1 - e^{2kc})$$

$$\frac{p - p_0}{\rho} = c - \frac{(\sigma R)^2}{2g}(1 - e^{2kc}) \qquad (17.3.13)$$

Прогрессив тўлқинлар билан трохоидал тўлқинлар орасидаги баъзи ўхшашликларни кўриб чиқамиз. Иккала ҳолда ҳам

$$r = \mathrm{Re}^{kc}, (r = \mathrm{Re}^{kz}); \sigma^2 = gk$$

бўлиб, тўлқинларнинг узунликлари

$$\lambda = \frac{2\pi}{k},$$

тўлқин тезликлари эса

$$C = \frac{\lambda}{\tau} = \frac{\sigma}{k} = \sqrt{\frac{g}{k}}$$

га тенг бўлади. Герстнер бўйича тўлқин профили трохоидадан иборат бўлади. Потенциал прогрессив тўлқинларнинг профиллари эса ўзаро кесишган бўлади. Суюқлик зарраларининг айланма ҳаракат қилишидан ва айланма ҳаракат тенгламалари асосида тўлқин профилининг тенгламасини топамиз.

Герстнер бўйича тўлқин профили трохоидадан, потенциал прогрессив тўлқинларнинг профиллари эса косинусоидадан иборат бўлади. Суюқлик зарраларининг доиравий ҳаракат қилишидан келиб чиқиб, тўлқин профили тенгламасини тузамиз:

$$\left.\begin{aligned} x &= a + r\sin\theta \\ z &= c - r\cos\theta \end{aligned}\right\} \qquad (17.3.14)$$

Эркин сиртда ётувчи суюқлик заррачаларининг айланиш маркази, яьни бу заррачалар айланиш траекториялари маркази, эркин сирт сатҳида жойлашади ва бу ҳолат суюқликнинг мувозанат ҳолатига мос келиб,

$$c = 0$$

бўлади. $\theta -$бурчак эса олдин қабул қилинганидек

$$\theta = \kappa a - \sigma t.$$

тенг,бу ердан

$$a = \frac{\theta + \sigma t}{k}$$

ёки

$$a = \frac{\lambda(\theta + \sigma t)}{2\pi}$$

$t = 0$ момент учун:

$$a = \frac{\lambda\theta}{2\pi}$$

$$\lambda = 2\pi R_{mp}$$

деб олсак (расм 17.11):

$$a = R_{mp}\theta.$$

Бу ҳолда (17.3.14) тенгламада тўлқин профили учун қуйидаги тенгламалар системасини оламиз:

$$\left.\begin{aligned} x &= R_{mp}\theta + R\sin\theta \\ z &= -R\cos\theta \end{aligned}\right\} \qquad (17.3.15)$$

Бу система трохоидалар тенгламасини беради.

17.4 Тўлқин сирти тенгламалари

Тўлқинлар группаси тезлиги. Табиатда мунтазам тўлқинлар камдан кам ҳоллардагина учрайди. Кўпинча тўлқин сирти мураккаб шаклга эга бўлиб, унинг шакли бир неча турли параметрли тўлқинлар шаклларининг қўшилишидан ҳосил бўлади.

Бундай мураккаб тўлқин ҳаракатларини ўрганиш учун реал жараённи ифодаловчи назарий модель танлаш керак бўлади.

Кузатувларнинг кўрсатишига кўра, денгиз тўлқинлари катта чуқурликка ва қирғоқдан узоқликда жойлашишига қараб турли узунлик ва баландликка эга тўлқинлар қўшилишидан ҳосил бўлган тўлқинлардан ташкил топади. Бундай тўлқинларни текисликда ўрганиш назарий ва амалий жиҳатдан катта аҳамиятга эга.

Икки прогрессив тўлқинларнинг қўшилишидан ҳосил бўладиган жараённинг содда ҳоли натижасини текисликда қуйидаги тенгламалар орқали кўриб чиқамиз.

$$z = \frac{c_1\sigma_1}{g}\cos(\sigma_1 t + k_1 x)$$
$$z = \frac{c_2\sigma_2}{g}\cos(\sigma_2 t + k_2 x) \qquad (17.4.1)$$

Қаралаётган тўлқинлар потенциал тўлқинлар группасига тегишли бўлиб уларнинг йиғиндисидан ҳосил бўлган, тўлқин ҳам потенциал тўлқинлар группасига киради ва қуйидаги тўлқин профилини ҳосил қилади.(17.13 расм).

Фараз қилайлик вақтнинг бирор моментида қўшилувчи тўлқинларнинг тугун нуқталари бирор O нуқтада, яъни координата бошида устма-уст тушсин.

У ҳолда иккита турли фазали косинусоида эгри чизиқлари ўзаро қўшилиб, қаралаётган гурух тўлқин профилларини вужудга келтиради. Бу тўлқинларнинг баландлиги ва узунликлари турли бўлади.

Бу ерда турли тўлқинларнинг, яъни бир-бирини алмаштирувчи тўлқинларнинг ҳосил бўлиш процессини кўриш мумкин. Ҳар бир группада алоҳида баландлик ва формага эга бўлган тўлқинлар қаралади.(17.13 расм).

Тўлқин профили. (17.4.1) тенгламалар системасидаги тўлқинларни қўшиш натижасида қўшилувчи тўлқинлар профили тенгламасини ҳосил қилиш мумкин, бунда $c_1 = c_2$ деб қараймиз:

$$z = \frac{c}{g}\left[\sigma_1\cos(\sigma_1 t + k_1 x) + \sigma_2\cos(\sigma_2 t + k_2 x)\right] \qquad (17.4.2)$$

Бу тенгламани $(\cos\alpha + \cos\beta) = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ формуладан фойдаланиб ва

$$\frac{c_1\sigma_1}{g} = \frac{c_2\sigma_2}{g} = \frac{c\sigma}{g}$$

деб фараз қилиб, қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$z = 2\frac{c\sigma}{g}\cos\left(\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}l + \frac{k_1+k_2}{2}x\right)\cos\left(\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}t + \frac{k_1-k_2}{2}x\right) \quad (17.4.3)$$

k_1 ва k_2 параметрлар, яъни тўлқин сонлари бир-биридан жуда кам фарқ қиладиган ҳолни қараймиз, бу ҳолда σ_1 ва σ_2 лар ҳам бир бирига яқин бўлади ва:

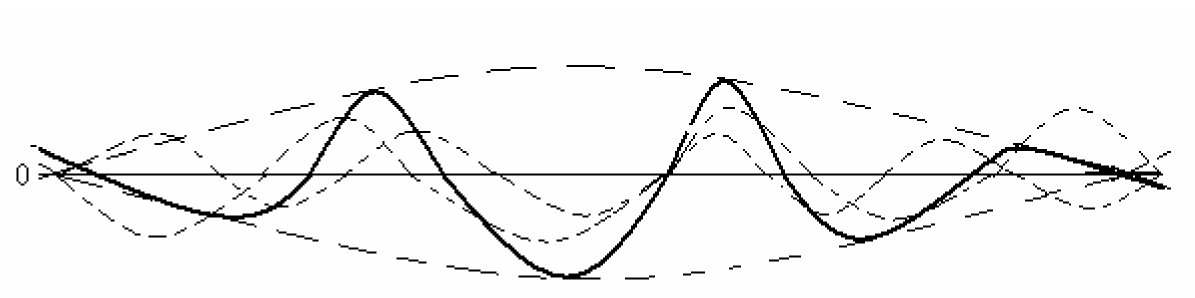
$$\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{g(\sqrt{k_1} - \sqrt{k_2})} \qquad k_1 \to k_2,\ \Delta\sigma \to 0\,.$$

Бу ҳолда θ_1:

$$\theta_1 = \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}t + \frac{k_1-k_2}{2}x$$

$\Delta x-$ узунликда кам ўзгаради. Мисол учун $k_1 = 0{,}0314, k_2 = 0{,}0294$ қийматларда $\Delta\theta-$ бурчакнинг ўзгариши:

$$\Delta\theta = \theta_1^{''} - \theta_1^{'} = 0{,}10\pi$$



Расм. 17.13

га тенг бўлиб, қуйидаги

$$\Delta x = \frac{0{,}10\pi}{\frac{k_1-k_2}{2}} = \frac{2\cdot 0{,}1\pi}{0{,}002} = 314\text{м}$$

масофани ташкил этади. У ҳолда $\cos\theta_1$ кичик бурчакка ўзгаради ва бу ўзгаришни ўзгармас деб қабул қилинади, яъни:

$$\cos(\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}t+\frac{k_1-k_2}{2}x)=const\,.$$

Юқорида кўрсатилган $\Delta x\approx 300м$ участкадаги $\cos\theta_1$ нинг ўзгариши қуйидаги ифода орқали ҳисобланади:

$$\cos\theta_1-\cos(\theta+0{,}1\pi)\approx 1{,}00-0{,}98=0{,}02$$

яъни *2%* ни ташкил этади ва шу туфайли:

$$2\frac{C\sigma}{g}\cos(\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}t+\frac{k_1-k_2}{2}x)=const=A \qquad (17.4.4)$$

Бу ифодадан Δx участка учун **тўлқинли профил тенгламасини ҳосил қиламиз:**

$$z=A\cos\left(\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}t+\frac{k_1+k_2}{2}x\right)=A\cos\theta_2 \qquad (17.4.5)$$

A - катталик $\Delta x-$ участканинг баъзи бир тўлқинлари учун энг катта амплитудаси сифатида аниқланади. Лекин $\cos\theta_1$ 0 дан то $1{,}0$ гача ўзгаргани учун, шу группадаги тўлқинлар амплитудаси 0 дан A қийматгача ўзгаради.

Шу группага кирувчи A- амплитудадаги тўлқинларнинг тўлқин узунликларини қараймиз, бунда тўлқиннинг биринчи тугун нуқтаси $\theta_2=0$ бўлганда қуйидаги координаталарга эга бўлади:

$$z_1=0 \text{ ва } x_1=\frac{\theta-(\sigma_1+\sigma_2)t}{k_1+k_2}$$

Иккинчи тугун нуқтаси эса $\theta_2=\pi$ бўлса, қуйидаги координаталарга эга бўлади, яъни:

$$z_2=0 \text{ ва } x_2=\frac{2\pi-(\sigma_1+\sigma_2)t}{k_1+k_2}$$

Шундай қилиб ярим тўлқин узунлиги:

$$\frac{\lambda}{2}=x_2-x_1=\frac{2\pi}{k_1+k_2}\,.$$

Тўлқин узунлиги $\lambda=2\Delta x$, яъни:

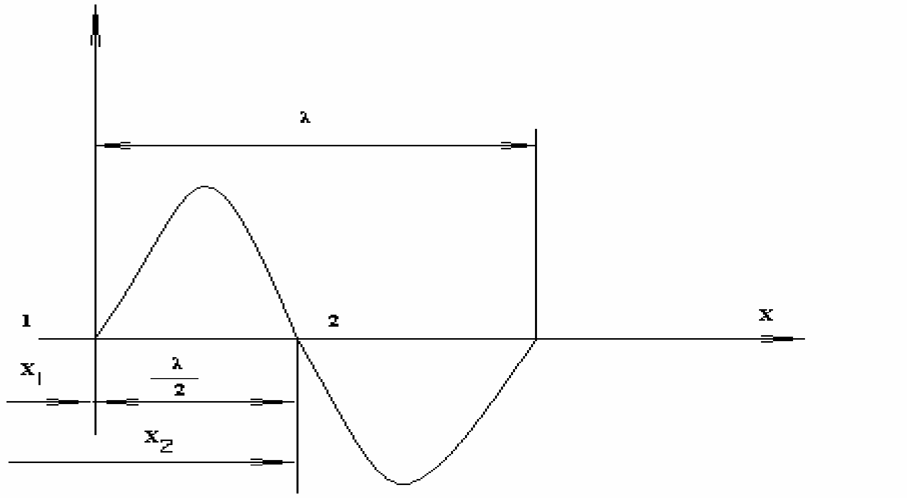
$$\lambda = \frac{4\pi}{k_1 + k_2} = \frac{2\pi}{\frac{k_1 + k_2}{2}} . \qquad (17.4.6)$$

Ҳар бир тўлқиннинг тезлиги:

$$c = \frac{\lambda}{\tau}$$

τ – тўлқиннинг даври $\qquad \tau = \dfrac{2\pi}{\sigma}$.

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \qquad (17.4.7)$$



Расм 17.14

Алоҳида группа тўлқинлар узунлигини қуйидагича топамиз. Бунинг учун тўлқин профили тенгламасини қараймиз:

$$z = A\cos\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} t + \frac{k_1 + k_2}{2} x\right) = A\cos\theta_2 \qquad (17.4.8)$$

Юқорида айтилганидан A - амплитуда қуйидаги ифода орқали аниқланади, яъни:

$$A = 2\frac{C\sigma}{g}\cos\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} t + \frac{k_1 - k_2}{2} x\right) = 2a\cos\theta_1 \qquad (17.4.9)$$

Бу ифода Ox - ўқи бўйича бўлган йўналишда жуда кам ўзгаради, яъни:

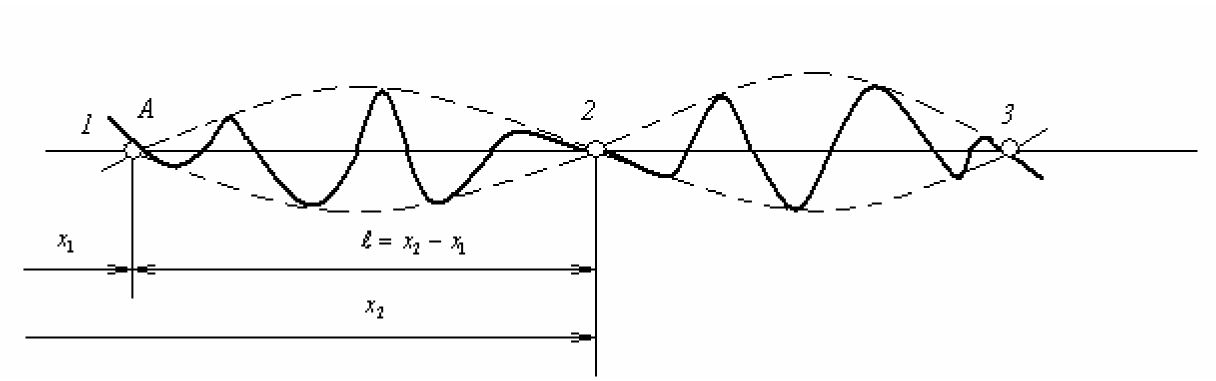
$$\frac{dA}{dx} \approx 0,$$

лекин бир группа тўлқинлар учун $A\cos\theta_1 = 0$ 1 - дан, $\theta = \dfrac{n\pi}{2}$ бўлганда 0 - гача ўзгариб, $\theta = 0$ да эса, $\theta_1 = \dfrac{(n+2)\pi}{2}$ ($n-$ тоқ сон) ўз максимум қиймати $A = 2a$ $\cos\theta_1 = 1$ бўлганда ўтади. (17.15 расм).

Шу группа тўлқинларига тегишли $2a\cos\theta_1 -$ косинусоида A - амплитуданинг алоҳида максимал қийматлари чегарасини чизади. Косинусоиданинг икки тугун нуқтаси орасидаги қиймати косинусоиданинг узунлиги $l-$ дейилади ва шу группадаги тўлқинларнинг узунлигини ифодалайди. $l = x_2 - x_1$ ни аниқлаймиз.

$$\cos\theta_1 = \cos\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}t + \frac{k_1 - k_2}{2}x\right)$$

Биринчи тугун нуқта учун $z = 0,\ \ \theta = \dfrac{\pi}{2}$ (расм 17.15).



Расм. 17.15

Бу ҳолда тенгламадан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}t + \frac{k_1 - k_2}{2}x_1 = \frac{\pi}{2}.$$

Бу ерда $x_1 -$ топсак:

$$x_1 = \frac{\pi}{k_1 - k_2} - \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)t}{k_1 - k_2}$$

Иккинчи тугун нуқтада эса 17.15 расмдан $z=0$ да $\theta_1 = \frac{3\pi}{2}$ бўлишини аниқлаймиз ва шу нуқтанинг қуйидаги координатасини топамиз:

$$x_2 = \frac{3\pi - (\sigma_1 - \sigma_2)t}{k_1 - k_2}$$

Шундай қилиб бир группа тўлқинларнинг тўлқин узунлиги қуйидаги ифодага тенг бўлади:

$$l_{гр} = x_2 - x_1 = \frac{3\pi - (\sigma_1 - \sigma_2)t}{k_1 - k_2} - \frac{\pi - (\sigma_1 - \sigma_2)t}{k_1 - k_2} = \frac{2\pi}{k_1 - k_2} \qquad (17.4.10)$$

Қаралаётган тўлқинлар группасининг бир позициядан иккинчи позицияга ўтиш тезлигини аниқлаймиз ва бу тезликни группавий тезлик деб атаймиз. Маълумки группа тўлқинлари ҳар бир тугун нуқтадан ўтганда шу группа тўлқин узунлигига тенг масофани босиб ўтади, яъни $l_{гр}$ ва бу ўтиш ярим даврга тенг вақт орасида содир бўлади, яъни:

$$\frac{\tau}{2} = \frac{1}{2} - \frac{2\pi}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

Демак тўлқинлар группасининг тезлигини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$c_{гр} = \frac{l_{гр}}{\frac{\tau}{2}} = \frac{2l_{гр}}{\tau}$$

Бу ерда $\tau = 2\pi/(\sigma_1 - \sigma_2) -$ тўлқинлар группасининг тебраниш даври, $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$ - катталик эса берилган тўлқинлар группасининг бурчак тезлиги дейилади ва $\sigma -$ параметри орқали ифодаланиб, бу катталиклар қуйидаги ифодалар орқали топилишини аниқлаймиз.

$$l_{гр} = \frac{2\pi}{k_1 - k_2}; \qquad \tau = \frac{2\pi}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

Демак тезлик $c_{гр}$ қуйидагига тенг:

$$c_{гр} = \frac{2\pi}{k_1 - k_2} : \frac{2\pi}{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta k}$$

Бу ерда

$$c = \frac{d\sigma}{dk}$$

Деб олиш мумкин, маълумки $\sigma = f(k) = \sqrt{gk},$ шунинг учун:

$$c_{гр} = \frac{d}{dk}\left(\sqrt{gk}\right) = \frac{g}{2\sqrt{gk}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k}} \qquad (17.4.11)$$

$\sqrt{\frac{g}{k}}$ – группадаги бир тўлқиннинг тўлқин узунлигини ифодалайди, яъни $\sqrt{\frac{g}{k}} = c,$ бу ифодадан маълумки, тўлқинлар группасининг тезлиги шу группага кирувчи бир тўлқин тезлигининг ярмига тенг.

17.5 Саёз сув ҳавзаларидаги тўлқин

Чуқурлиги суюқлик тўлқин узунлигининг ярмидан кам сув ҳавзалари - чуқурлиги саёз сув ҳавзалари дейилади. Чуқурлиги саёз сув ҳавзаларининг параметрлари, чуқур сув ҳавзаларининг параметрларидан фарқ қилади. Айниқса бу фарқ тўлқинларнинг қирғоқ бўйига чиқишида катта бўлади.

Тўлқинлар характеристикаларини аниқловчи муносабатларни кўриб чиқамиз. Катта ва кичик сув ҳавзаларидаги тўлқин характеристикаларини ифодаловчи тўлқин ҳаракати дифференциал тенгламалари чуқур ва чуқур бўлмаган сув ҳавзалари учун умумийдир. Шу айтилган фикрга мос равишда кам чуқурликдаги сув ҳавзаларининг тўлқин ҳаракатлари ҳам потенциал ҳаракат ҳисобланиб, саёз ҳавзаларнинг тезлик потенциали қуйидаги формула орқали ифодаланади:

$$\varphi = \cos\sigma t F(x,z) \qquad (17.5.1)$$

Бу ердаги функция $F(x,z)$ - қуйидаги тенглама орқали аниқланади:

$$F(x,z) = (C_1 e^{kz} + C_2 e^{-kz})\sin kx \qquad (17.5.2)$$

Тезлик потенциалини эса, қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\varphi = (C_1 e^{kz} + C_2 e^{-kz})\cos(\sigma t)\sin(kx)$$

Олдиндан айтилгани бўйича, сув ҳавзасининг чуқурлиги чексиз катта бўлса, $t \to \infty$, Ce^{-kz} – қўшилувчи жуда катта қийматга эга бўлиб, ноаниқ натижаларга олиб келади, шунинг олдини олиш учун $C_2 = 0$ деб қабул қилинган эди.

Бу ҳолда эса $z = -h_x$ бўлиб, $h-$ чекли катталик ва $C_2 \neq 0.$ $C_1, C_2 -$ ўзгармасларининг қўзғалмас чегарадаги қийматларини топиш учун эса, сув ҳавзасининг тубини горизонтал деб қабул қиламиз. Бу ҳолда қуйидаги шартга келамиз:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$$

(17.5.1) тенглигидан фойдаланиб, $\dfrac{\partial \varphi}{\partial z} -$ ҳосилани аниқлаймиз:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = (kC_1 e^{kz} + kC_2 e^{-kz})\cos\sigma t \sin kx = 0$$

бу тенгламадан эса:

$$C_1 e^{kz} - C_2 e^{-kz} = 0$$

топамиз ва бу тенгламани $z = -h$ да текширамиз:

$$C_1 e^{-kh} = C_2 e^{-kh} = const = \frac{C}{2}$$

Бу ифодалардан C_1 ва $C_2 -$ ўзгармасларнинг қийматларини топамиз:

$$C_1 = \frac{C}{2e^{-kh}} = \frac{Ce^{kh}}{2}$$

Худди шундай:

$$C_2 = \frac{C}{2e^{kh}} = \frac{Ce^{-kh}}{2}.$$

Юқоридаги тенгламада алмаштириш бажариш натижасида тезлик потенциали учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$\varphi = C\left(\frac{e^{kh}e^{kz}}{2} + \frac{e^{-kh}e^{-kz}}{2}\right)\cos\sigma t \cdot \sin kx$$

ёки

$$\varphi = C\frac{e^{k(t+h)} + e^{-k(z+h)}}{2}\cos\sigma t \cdot \sin kx = \\ = Cchk(t+h)\cos\sigma t \sin kx \qquad \textbf{(17.5.3)}$$

Бу ерда

$$chx = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Формуладан фойдаландик. σ ва $k -$ параметрлар орасидаги боғлиқликни қўзғалувчи чегара – эркин сиртдаги шартлардан фойдаланиб топамиз. Маълумки эркин сиртда, яъни қўзғалувчи чегарада қуйидаги шартга эга бўламиз, яъни:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{1}{g}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$$

$\frac{\partial \varphi}{\partial t} -$ нинг қийматини топамиз:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = Ckchk(t+h)\cos\sigma t \sin kx$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\sigma^2 Cchk(t+h)\cos\sigma t \sin kx$$

Қўзғалувчи чегарада мос алмаштиришлар бажариб, ўхшаш ҳадларни қисқартириб, қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$kchk(t+h) = \frac{\sigma^2}{g} chk(z+h)$$

Бу тенгликда $z \approx 0$ деб қабул қиламиз, чунки эркин сиртнинг қалинлиги сув ҳавзасининг чуқурлигига нисбатан (солиштирганда) кичик миқдорни ташкил этади, бу шарт эса юқоридаги тенгликни қуйидагича ёзиш имкониятини беради:

$$kshkh = \frac{\sigma^2}{g} chkh$$

Бу тенгликдан эса,

$$\sigma^2 = gkthkh, \quad \sigma = \sqrt{gkthkh} \qquad (17.5.4)$$

Тўлқин профили. Тўлқин профили учун асосий тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$z = -\frac{1}{g}\frac{\partial \varphi}{\partial t} \qquad (17.5.5)$$

$\frac{\partial \varphi}{\partial t} -$ ҳосилани ҳисоблаймиз, бу ҳисоблашда $\varphi -$ учун эркин сирт координатасини кичик деб, яъни $z \approx 0$ ва $\varphi = Cchkh\cos\sigma t \sin kx$ деб оламиз. Алмаштиришлар бажарилгандан кейин қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$z = \frac{c\sigma}{g} chkh \sin\sigma t \sin kx \qquad (17.5.6)$$

Бу ифодани белгилаш киритиш натижасида қуйидагича ёзишимиз мумкин, яъни:

$$A = \frac{C\sigma}{g} chkh = const \tag{17.5.7}$$

У ҳолда

$$z = A \sin \sigma t \quad \sin kx$$

Бу эса турувчи тўлқинлар профили учун чиқарилган дифференциал тенгламага (17.2.9), (17.5.7) формула тезлик потенциали тенгламасини (17.5.3) кўринишида ёзиш имкониятини беради. (17.5.7) тенгламадаги ўзгармас коэффициент C - нинг қийматини топамиз:

$$C = \frac{Ag}{\sigma chkh}$$

Бу қийматни (17.5.3) тенгламага келтириб қўйсак, тезлик потенциали учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$\varphi(x,z,t) = \frac{gAchk(t+h)}{chkh} \cos\sigma t \sin kx \tag{17.5.8}$$

Маълумки тезлик потенциали тенгламасини билгач, σ ва k параметрлар орасидаги боғланишни ва тўлқин ҳаракатининг бошқа характеристикаларини ҳам топиш мумкин, ҳатто тезликлар майдонини топиш мумкин бўлиб, яъни:

$$u = \frac{\partial\varphi}{\partial x} \quad \text{ва} \quad \omega = \frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

тенглама орқали берилади.

Прогрессив тўлқинлар. Прогрессив тўлқинлар учун тезлик потенциалини катта чуқурликка эга сув ҳавзалари учун чиқарилган усул билан чиқарамиз.

Икки тезлик потенциали учун φ_1 ва φ_2 − ифодаларни қуйидагича ёзамиз:

$$\varphi_1 = \frac{gA}{\sigma} \frac{chk(t+h)}{chkh} \cos\sigma t \sin kx;$$

$$\varphi_2 = \frac{gA}{\sigma} \frac{chk(t+h)}{chkh} \cos\sigma t \sin kx;$$

Бу икки потенциални ўзаро қўшиб, натижавий тезлик потенциалини ҳосил қиламиз: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$

$$\varphi = \frac{gA}{\sigma} \frac{chk(t+h)}{chkh} \sin(\sigma t + kx) \tag{17.5.9}$$

Бу эса прогрессив тўлқинлар тезлиги потенциалидир.

$$A = \frac{c\sigma}{g} chkh$$

ифодани назарда тутиб, юқоридаги тенгламани бошқача ёзиш мумкин, яъни:

$$\varphi = Cchk(t+h)\sin(\sigma t + kx) \qquad (17.5.10)$$

σ ва k параметрлар орасидаги боғланиш турувчи тўлқинлар учун қандай ёзилган бўлса, шундай қолади. Бу боғланишни топиш учун қўзғалувчи чегарадаги шартдан фойдаланамиз, яъни:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = -\frac{1}{g}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} \qquad (17.5.11)$$

$\frac{\partial\varphi}{\partial z}$ ва $\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}-$ ҳосилаларни ҳисоблаб ва $\varphi-$ натижавий тезлик потенциалини (17.5.9) формула асосида қабул қилиб, $z=0$ даги қийматини қўйиб, қуйидаги ифодаларни ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = ckshk(t+h)\sin(\sigma t + kx)$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = -\sigma^2 Cchk(t+h)\sin(\sigma t + kx)$$

$z=0$ деб ва баъзи бир қисқартиришлардан сўнг:

$$kshkh = \frac{\sigma^2}{g} chkh$$

$$\sigma = \sqrt{gkthkh}$$

Ҳосил қиламиз, бу ифода турувчи тўлқинлар учун ҳам худди шундай қийматга эга эди.

Тўлқин профили . Тўлқин профили учун асосий ифодани келтирамиз:

$$z = -\frac{1}{g}\frac{\partial\varphi}{\partial t}$$

$\frac{\partial\varphi}{\partial t}-$ олдингидек, $z=0$ яъни эркин сирт учун бўлгани каби ёзамиз, шунинг учун

$$Chk\,(z+h) \approx chkh$$

Деб оламиз, ва

$$\varphi = Cchkh\sin(\tau t + kx)$$

бу ифодадан:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = C\sigma chkh\cos(\sigma t + kx)$$

ни топамиз. У ҳолда:

$$z = -\frac{C\sigma}{g}chkh\cos(\sigma t + kx) \qquad (17.5.12)$$

Бу тенглама прогрессив тўлқинларнинг тўлқин профили учун чиқарилган тенгламага ўхшаш бўлиб, $h \to \infty$ интилганда, тўлқин тезлиги

$$c = \frac{\lambda}{\tau} = \frac{\sigma}{k}$$

формула орқали топилади. $\sigma = \sqrt{gkthkh}$ деб фараз қилиб, тўлқин тезлиги учун қуйидаги ифодани топамиз:

$$c = \sqrt{\frac{g}{k}thkh} \qquad (17.5.13)$$

Кичик чуқурликка эга бўлган сув ҳавзалари учун $kh-$кичик сон бўлади, $thkh \to 1{,}0$ у ҳолда тўлқин тарқалиши тезлиги $(thx \to x, \quad x \to o)$ қуйидаги ифодага келади:

$$c = \sqrt{\frac{g}{k}kh} = \sqrt{gh} \qquad (17.5.14)$$

Бу тўлқин тезлиги учун Лагранж формуласи дейилади ва кичик чуқурликдаги сув ҳавзалари учун чегаравий тўлқин тезлигидир. Саёз сув ҳавзаларидаги прогрессив тўлқинларнинг бошқа параметрлари ҳам тезлик потенциали орқали ва маълум σ ва k боғланишлар орқали аниқланади.

XVIII БОБ
ГИДРАВЛИК ЖАРАЁНЛАРНИ МОДЕЛЛАШТИРИШ

Суюқликлар ҳаракати мураккаблиги туфайли у ёки бу гидравлик жараёнларни дифференциал тенгламалар орқали аниқ ифодалаш қийин бўлади, хатто умуман ифодалаб бўлмайди ва гидравлик жараённинг ифодасини аналитик ечим кўринишида бериш мураккаб. Шундай бўлса ҳам назарий ечимини олиш зарурияти мавжуд.Суюқлик ва газларни турли шароитда ҳаракатини назарий тахлил қилиш заруратидан келиб чиқиб, кўпинча бундай қийинчиликни ечиш учун шу жараённи экспրиментал ўрганишга мажбур бўламиз. Табиатдаги турли гидравлик жараённи моделлаштириш масаласининг зарурлиги келиб чиқади.

18.1 Гидравлик моделлаштириш

Моделлаштириш бу кўрсатилган объектни моделлари орқали аниқ тушуниб олиш бўлиб, бу тушунча чуқур маънони англатади. Агар модел ва моделлаштирилаётган объект бир хил физик хоссаларга ва табиатга эга бўлса, бу моделлаштириш физик моделлаштириш дейилади. Фильтрацияли оқимни худди шундай, лекин кичик ўлчовли фильтрацияли оқимлар орқали моделлаштириш - физик моделлаштиришга мисол бўлади, чунки гидравлик ҳодисани бошқа физик табиатни ифодаловчи турли моделлар орқали ҳам моделлаштириш мумкин, лекин бундай модел ва натура ҳар хил тенгламалар орқали ифодаланиб, бир хил дифференциал ёки бошқа турдаги тенгламаларга келади. Бундай моделлаштириш суюқлик оқимларини моделлаштиришда муҳим аҳамиятга эга.

Гидравлик жараённи худди шундай лекин, бошқачарок физик табиатга эга ҳодисалар орқали яъни, лаборатория шароитларига яхши мослашган ва илгари номаълум бўлган катталикларни топиш ва аниқлаш имкониятини берадиган модел орқали ифодалаш мумкин бўлади. Бундай моделлаштириш ўхшаш яъни аналитик моделлаштириш дейилади. Бунга мисол қилиб, фильтрацияли оқимни (натурани) электр токининг ўтказичдаги оқими орқали моделлаштириш, яъни аналогли моделлаштриш келтириш мумкин.

Бундай моделлаштиришга ЭГДА методи мисол бўлади унинг ечими параграф 15.3 да берилган. Агар суюқлик ҳаракатини ифодаловчи тенгламалар жуда ишончли ёки коррект бўлиб, бу тенгламаларни ечиш мураккаб бўлса, у ҳолда тенгламлар тақрибий усуллар орқали ечилиб аналогли ҳисоблаш машиналарига программа тузилади ва математик моделлаштириш методлари орқали ечилади. Физик моделлаштиришдан мақсад: экспрементал тажрибадан олинган материалларни натурага ўтказишдан иборат. Бу методларни қўллаш натура билан модел орасида ўхшашлик ҳодисасини таъминлаш орқали амалга оширилади. Тажрибадан олинган натижаларни модел ва натура орасидаги масштабга кўпайтириб қабул қилинади.

Гидравлик ўхшашликлар ҳақида маълумотлар. Икки суюқлик оқимининг ўзаро мос нуқталардаги ҳаракатини характерловчи барча қўшни параметрлари пропроционал бўлса, улар ўзаро ўхшаш гидродинамик оқимлар дейилади.

Гидродинамик ўхшашлик мавжуд бўлиши учун геометрик, кинематик ва динамик ўхшашликлар мавжуд бўлиб ҳар иккала оқим, яъни натура ва модел ўртасида пропорционаллик шарти бажарилиши керак.

Геометрик ўхшашлик бўлиши учун икки оқимнинг барча конфигурациялари ўхшаш чизиқлар бўлиб, уларнинг элементларининг мос кесмалар нисбатлари ўзаро тенг бўлиши керак, яъни:

$$\frac{l_1}{l_2} = \lambda_l = idem$$

L_1 билан L_2 - натура ва моделнинг мос ўхшаш элементлари узунлиги бўлиб, чизиқли масштабдир. Ўхшаш юзалар билан ҳажмлар ҳам бир нисбат, узунлик бирликлари орқали ифодаланиб топилади:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \lambda_\omega = \lambda_1^2 = idem$$

ва

$$\frac{W_1}{W_2} = \lambda_w = \lambda_1^3 = idem$$

Модел ва натурада бир хил йўналишларга эга бўлган бурчаклар ўзаро тенгдир.

Кинематик ўхшашлик. Натура билан моделнинг ўхшаш нуқталаридаги барча кинематик параметрларининг нисбатлари бир хил бўлиб, вектор катталиклар натура ва моделда бир хил йўналишда бўлади. Барча қўшни нуқталарнинг чизиқли тезликларининг нисбатлари эса ўзгармас катталикка тенг:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \lambda_\upsilon = idem$$

Чизиқли тезланиш нисбатлари ҳам юқоридаги шартни бажаради, яъни:

$$\frac{a_1}{a_2} = \lambda_a = idem$$

Ўхшаш заррачаларнинг ўтган масофалари учун кетган вақтлар нисбати ҳам бир хил нисбатга эга бўлади:

$$\frac{t_1}{t_2} = \lambda_1 = idem$$

Бошқа кинематик параметрларнинг нисбати каби, мос бурчак тезликларининг нисбатлари ҳам бир хил сонга тенг бўлади. Бу шароитлар масштаб коэффицентлари орасидаги боғлиқлик шартини келтириб чиқаради. Масалан масштаб шарти учун қуйидаги ифодани келтириш мумкин:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right) \times \left(\frac{t_2}{t_1}\right) = \lambda_l \times \lambda_t^{-1},$$

Тезланиш масштабининг коэффициентини учун эса қуйидаги ифодани оламиз:

$$\lambda_l = \frac{\lambda_1}{\lambda_t^2} = \lambda_l \times \lambda_t^{-2}$$

Динамик ўхшашлик таъсир қилувчи кучлар нисбати билан характерланади, яъни:

$$\frac{F_1}{F_2} = \lambda_F = idem.$$

Бу ерда λ_F –кучнинг масштаб коэффициенти. Бу коэффициентнинг бошқа коэффициентлар билан боғлиқлигини келтириб чиқариш ҳам мумкин. Маълумки куч масса ва тезланиш кўпайтмасига тенг бўлгани учун уларнинг натура ва амалдаги миқдорлар нисбати ўзгармас миқдор бўлади:

$$F = m \times a, m = \rho w,$$

Бу кучлар нисбати пропорционаллик коэффициенти яъни юқорида келтирилган геометрик ва кинематик ўхшашлик шартларидан ҳам олиш мумкин:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\rho_1 w_1 a_1}{\rho_2 w_2 a_2} = \lambda_\rho \times \lambda_w \times \lambda_f$$

Лекин

$$\lambda_w = \lambda_l^3 va\ \lambda_l = \lambda_l \times \lambda_t^{-2},$$

$$\lambda_F = \lambda_\rho \times \lambda_l^4 \times \lambda_t^{-2}.$$

18.2 Ўхшашлик критериялари

Амалда натура ва модел орасида тўлиқ динамак ўхшашликни ўрнатиш қийин кечади, чунки бир вақтда ҳар икки жисмга, яъни модел ва натурага таъсир этувчи ташқи кучларнинг физик табиати турли бўлиши мумкин. Мисол учун эркин тушиш тезланиши ёпишқоқлик коэффиценти, ташқи босим кучи ва бошқа кучларнинг катталиги жиҳатдан ҳар хил бўлган жисмларга таъсири турлича бўлади. Бундай қийинчиликдан қутулиш учун бу кучларнинг орасидан ўз табиати билан устун турадиган, яъни асосий қилувчи кучни ажратиб олиш, қолган кучларнинг бу кучга нисбатан таъсири даражаси аниқланади ва физик жараёнга таъсир этувчи кучлардан фаолларини ажратиб олинади. Масалан инерция кучини ишқаланиш кучига нисбати Рейнольд сони бўлиб у катта бўлса ишқаланиш кучини оқимга анча кам таъсир этишини кўрсата олмайди.

Бу ҳолда хусусий ўхшашликка эга бўламиз ва ўхшашлик критерияларини қараб чиқамиз:

Ньютон ўхшашлик критерияси асосий критерий бўлиб, тўлиқ динамик ўхшашликни аниқловчи Ньютон қонунига мос келади:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1 a_1}{m_2 a_2} = \lambda_F = idem$$

Бу тенгликни бироз бошқачароқ кўринишда ёзамиз, яъни

$$\frac{a_1}{a_2} = \lambda_a = \frac{\lambda_l}{\lambda_t^2}.$$

Ва λ_1 – га кўпайтириб ва бўлиб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\lambda_l \times \lambda_l}{\lambda_t^2 \times \lambda_l} = \left(\frac{\lambda_l}{\lambda t}\right)^2 \times \frac{1}{\lambda_l},$$

Маълумки $\dfrac{\lambda_l}{\lambda_t} = \lambda_\upsilon$ бу ифодани юқоридаги ифодага қўйсак,

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1 a_1}{m_2 a_2} = \frac{m_1}{m_2}\left(\frac{\lambda_l}{\lambda_t}\right) \times \frac{1}{\lambda_l} = idem,$$

Маълумки

$$\frac{\lambda_l}{\lambda_t} = \lambda_\upsilon = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} \quad \text{ва} \quad \upsilon_l = \frac{l_1}{l_2}$$

у ҳолда

$$\frac{F_1}{F_2}\frac{m_1}{m_2}\left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 \times \frac{l_2}{l_1} = idem \ .$$

Бу ердан, эса қуйидаги нисбатни ҳосил қиламиз:

$$\frac{F_1}{F_2} \times \frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1 \upsilon_1}{m_2 \upsilon_2} = idem$$

Ёки

$$\frac{m_1 \upsilon_1^2}{F_1 l_1} = \frac{m_2 \upsilon_2^2}{F_2 l_2} = Ne = idem \; .$$

Шундай қилиб тўлиқ ўхшашлик критериясини оламиз:

$$\frac{m \upsilon^2}{Fl} = Ne = idem$$

Ҳаракатни ўрганишда асосий куч сифатида инерция кучи олинади ваш у кучлар билан бошқа кучларни таққослаш натижасида ўхшашлик критерийлари олинади.

Ne – сони Ньютон бўлиб, уни Ньютон критерияси дейилади. Бу ерда - Ньютон критерийсида инерция кучи ва ташқи кучни бажарган иши нисбати олинган.

Фруд критерияси. Фараз қилайлик асосий кучлардан бири ернинг тортиш кучидир, бошқа барча кучларни эса нисбатан кичик деб ҳисобга олмаймиз (чунки сувнинг шоввадан пастга оқишини кузатаяпмиз) У ҳолда Ньютон критериясининг кўриниши қуйидагича бўлади.

$$\frac{m \upsilon^2}{Fl} = \frac{m \upsilon^2}{mg \times l} = \frac{\upsilon^2}{gl} = idem$$

Шундай қилиб суюқликка таъсир қилаётган кучлар орасидан инерция кучи ва ернинг тортиши кучини асосий кучлар деб олинса ўхшашлик критерияси $\frac{\upsilon^2}{gl}$ – бўлиб ва бу сонни Фруд сони ёки Фруд критерияси дейилади. Фруд критериясида инерция кучи ва оғирлик кучи таққосланади:

$$F_r = \frac{\upsilon^2}{gl} = idem$$

Рейнольдс критерийси. Суюқликка таъсир қилаётган кучлар орасида ҳаракатдаги суюқликлар оқимида ишқалиш мавжуд бўлгани учун ишқалиш кучи сифатида ёпишқоқлик кучини кўрамиз, бу кучлар қуйидаги формула орқали ёзилади:

$$F = \mu S \frac{du}{dn} \quad \text{ва} \quad F = \rho \nu S \frac{du}{dn}.$$

Ньютон критериясида инерция ва ишқалиш кучлари таққосланади. Ньютон критериясига $F-$ кучнинг қийматини қўямиз:

$$\frac{m\upsilon^2}{Fl} = \frac{\rho w \upsilon^2}{\left(\rho \nu S \frac{du}{dn}\right) l} = \frac{w v^2 dn}{\nu S l du}$$

$\frac{dn}{du}-$ чекли айирмалар орқали ифодалаб, яъни:

$$\frac{dn}{du} = \frac{\Delta n}{\Delta u} = k \frac{1}{\upsilon}$$

$S \times l-$ кўпайтмани эса ҳажм деб қараймиз, $S \times l = W$ у ҳолда қуйидаги ифодага келамиз:

$$\frac{m\upsilon^2}{Fl} = \frac{W \upsilon^2 K l}{\nu M \upsilon} = \frac{\upsilon l}{\nu} k = idem$$

$k-$коэффициентни тушириб қолдирамиз.

$$\frac{m\upsilon^2}{Fl} = \frac{\upsilon l}{\nu} = idem$$

Бу эса Рейнольдс коэффициентидир. Демак, қаралаётган ҳодисада ёпишқоқлик кучи доминантлик қилса, бундай ўхшашлик критерияси Рейнольдс сони бўлади:

Рейнольдс сони эса инерция кучини ишқаланиш кучига таъсири олинади.

$$\mathrm{Re} = \frac{\upsilon l}{\nu} = idem$$

Худди шу усулда бошқа критерийларни хам келтирамиз:

Эйлер критерияси - доминант куч сифатида босим кучи олинади. Маълумки суюқлик ҳаракатидаги асосий сабаблардан бири сиртқи кучлар бўлади. Масалан суюқлик ҳаракати босимлар фарқига боғлиқ бўлади. Шунинг учун бу ерда босим кучи билан инерция кучини таққослаймиз:

$$Eu = \frac{\rho \upsilon^2}{p} = idem$$

$\rho-$зичлик, $p-$ сиқилиш кучланиши, $\upsilon-$тезлик

Вебер критерияси – Сиртқи кучлар сифатида сирт таранглиги бўлиб пленка ҳосил бўлиш, парчаланиш масалалар тадқиқотида сирт таранглиги кучи катта аҳамиятга эга. Шунинг учун ҳам бу критерийда доминант куч сирт таранглик кучи ҳисобланиб, қуйидагича ёзилади:

$$We = \frac{\rho \upsilon^2 l}{\sigma} = idem$$

$\sigma -$ сирт таранглик кучи бўлиб, бир бирлик энга таъсир этувчи куч.
Ҳаракат беқарор бўлганда вақт ўзгариши ҳам катта аҳамиятга эга.
Струхал критерияси_– даврий таъсир этувчи куч доминант куч деб қаралади. Бунда даврий жараён узунлиги ва реал узунликлар нисбати олинади:

$$St = \frac{\ln}{\upsilon t} = idem \quad ,$$

$n -$ ҳодисанинг қайтарилиш частотаси.
Юқорида келтирилган критерийлардан бошқа критерийлар ҳам мавжуд бўлиб бу критерийлар махсус китобларда келтирилади.(Масалан иссиқлик оқими, диффузион масса алмашиш, пондомотор ва инерция кучларни таққослаш ва ҳоказо.)
Хусусий ўхшашлик критерийлари шартида мос кинематик параметрларнинг нисбатларини қараб чиқамиз. Икки ўзаро ўхшаш оқимлар тезликлари нисбатларини Фруд критерийси орқали ифодалаймиз[19],[20]:

$$\frac{\upsilon_1^2}{gl_1} = \frac{\upsilon_1^2}{gl_2}$$

Бу ифодадан биринчи оқим тезлигини топиш мумкин:

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \upsilon_2 \sqrt{\lambda_l}$$

$\lambda_l -$ узунликнинг маштаб коэффициенти:

$$\lambda_l = \frac{l_2}{l_2}.$$

Худди шу тезликлар нисбатини Рейнольдс ўхшашлик критерийси шарти орқали қараймиз:

$$\frac{\upsilon_1 l_1}{\nu_1} = \frac{\upsilon_2 l_2}{\nu_2},$$

Суюқлик ҳар иккала оқимда ҳам бир хил бўлиши учун

$$\upsilon_1 = \upsilon_2$$

у ҳолда:

$$\upsilon_1 l_1 = \upsilon_2 l_2$$

бу ердан биринчи оқим учун тезликни топиш мумкин:

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \frac{l_2}{l_1} = \frac{\upsilon_2}{\lambda_1} = \upsilon_2 \times \lambda_l^{-1}$$

$\lambda_l -$узунликнинг маштаб коэффитциенти.

Шундай қилиб бир узунлик масштаб коэффициентида тезликлар нисбати Фруд ва Рейнольдс ўхшашлик критерийлари орқали турли хил параметрлар билан ифодаланар экан. Реал шароитдаги суюқликлар оқимларини қараганимизда бир вақтда ёпишқоқлик кучи ва ернинг тортиш кучи таъсир қилади, агар ҳар икки оқимда ҳар хил суюқлик ҳаракат қилса, бу оқимлар орасида тўлиқ ўхшашлик мавжуд бўлмайди, чунки ёпишқоқлик коэффитциенти ва оғирлик кучининг таъсири турли суюқликларда турличадир.

Юқорида келтирилган критерийларни Навье-Стокс, яьни ёпишқоқ суюқликлар ҳаракати дифференциал тенгламалари системасининг биринчи тенгламасига қўллаймиз:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial u} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) + g\cos a_x$$

Бу ерда $g - \cos a_x$ масса бирлигига таъсир этувчи оғирлик кучининг OX- ўқидаги проекцияси. Бу тенгламага келтирилган ўхшашлик доимийлари ёки коэффициентларини киритсак:

$$\frac{\lambda_\upsilon}{\lambda_t}\frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\lambda_\upsilon^2}{\lambda_l}\left(u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) =$$

$$= -\frac{\lambda_\rho}{\lambda_\rho \lambda_1}\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\lambda_y \lambda_\upsilon}{\lambda_l^2}\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) + \lambda_g g\cos a_x$$

Тенгламанинг ҳар икки томони $\frac{\lambda_\upsilon^2}{\lambda_l}$ га бўлиб юборсак, у қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{\lambda_l}{\lambda_\upsilon \lambda_t}\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = -\frac{\lambda_\rho}{\lambda_\rho \lambda_\rho^2} \cdot \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x} +$$

$$+ \frac{\lambda_\upsilon}{\lambda_\upsilon \lambda_t} \times v\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right) + \frac{\lambda_g \lambda_l}{\lambda_\upsilon^2} g\cos a_x$$

Икки ҳодиса ўхшаш бўлса уларни ифодаловчи тенгламалар ҳам бир хил бўлади. Икки ҳодиса ўхшашлигидан тенгламаларнинг бир хиллиги келиб чиқади ва бу қуйидаги муносабатларнинг ўрнатилишига асос бўлади:

$$1)\ \frac{\lambda_l}{\lambda_\upsilon \lambda_t}=1 \quad 2)\ \frac{\lambda_\rho}{\lambda_\rho \lambda_\upsilon^2}=1 \quad 3)\ \frac{\lambda_\upsilon}{\lambda_\upsilon \lambda_t}=1 \quad 4)\ \frac{\lambda_g \lambda_l}{\lambda_\upsilon^2}=1$$

Биринчи комбинациядаги ўхшашлик коэффицентларини ўрнига қўйсак:

$$\frac{\dfrac{l_1}{l_2}}{\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\times\dfrac{t_1}{t_2}}=1, \qquad \frac{l_1}{\upsilon_1 t_1}=\frac{l_2}{\upsilon_2 t_2},$$

$$sh=\frac{l}{\upsilon t}=idem\ .$$

Ҳар икки жараён учун ҳам струхал критерияси бир хил бўлиши келиб чиқади.

Иккинчи комбинациясида эса:

$$\frac{\dfrac{\rho_1}{\rho_2}}{\dfrac{\rho_1}{\rho_2}\times\dfrac{\upsilon_1^2}{\upsilon_2^2}}=1, \qquad \frac{\rho_1}{\rho_1\upsilon_1^2}=\frac{\rho_2}{\rho_2\upsilon_2^2},$$

$$Eu=\frac{\rho}{\rho\upsilon}=idem$$

Эйлер критерийсининг бир хил бўлиши келиб чиқади. Учинчи комбинациядан эса:

$$\frac{\dfrac{v_1}{v_2}}{\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\times\dfrac{l_1}{l_2}}=1, \quad \frac{\upsilon_1 l_1}{v_1}=\frac{\upsilon_2 l_2}{v_2}, \quad \mathrm{Re}=\frac{\upsilon l}{v}=idem$$

Рейнольдс критерийси бир хил бўлиши келиб чиқади.

Аниқловчи ва ноаниқловчи критерийлар. Умумий ҳолда суюқликлар оқими ёпиқ тенгламалар системасининг чегаравий ва бошланғич шартларини қаноатлантирувчи ечимлар орқали аниқланади. Ҳаракат тўлиқ аниқланиши учун бу шартлар бир қийматли бўлиши керак. Бир қийматли шартларига оқим геометрияси ва асосий физик характеристикаларига мос келган бошланғич ва чегаравий шартлар киради.

Бу шартлар бир қийматли шартлар бўлиб берилган тенгламалар системаси учун ташқи шартлар ҳисобланади ва системага боғлиқ бўлмаган ҳолда суюқлик оқимининг ҳаракатини аниқлайди.
Бир қийматлилик шартидан тузилган ўлчовсиз критерийлар аниқловчи критерийлар дейилади.

Масалан: доиравий ўтказгич қувур узунлиги бўйича йўқолган напор $h_1 -$ оқим ҳаракати режимига, кинематик ёпишқоқлик $v-$коэффицентига, Δ- ғадир-будурлик коэффицентига, d- қувур диаметрига, ϑ - оқим тезлигига ва трубоправод узунлиги $l-$ га боғлиқ.

Ўлчовсиз критерийлар $\mathrm{Re}, \frac{\Delta}{d}, \frac{l}{d} -$лар аниқловчи критерийларга киради.

Напор йўқолишининг $h_1 = \frac{\Delta p}{\rho g}$ - Эйлер ва Фруд критериясига ҳам киради,

$$\frac{\Delta p}{\rho g h_1} = \frac{Fr}{Eu}$$

$$Eu = \frac{\rho v^2}{\Delta p_2}; \quad Fr = \frac{\rho v^2}{\rho g h_1}$$

лекин Эйлер критерияси ноаниқловчи критерий бўлиб, аниқловчи критерияларга $Eu = f\langle \mathrm{Re}; \frac{\Delta}{d}; \frac{l}{d} \rangle$ - функционал боғлиқ бўлади ва қаралаётган ўтказгич қувурдаги оқим масаласининг барча мумкин бўлган ечимларини беради. Бу ерда $\frac{\Delta}{d}$ (ғадир-будурлик), $\frac{l}{d}$ - лар геометрик параметрлар.

Пи-теорема. Гидравлик жараёнларни моделлаштириш ўрганилаётган муаммони чуқур таҳлил этиш, физик ва механик моҳиятини аниқлашни тақозо этади. Бундай таҳлил ва текширишда ўлчамлилик назарияси катта аҳамиятга эга. Ҳар бир муаммони таҳлил этишда суюқлик оқимларини аниқловчи ўзгарувчилар сонини мумкин қадар камайтиришга ва шу билан бирга ўлчамсиз комплексларга келиштиришга ҳаракат қилинади.

Маълумки бирор (процессни) жараённи ифодаловчи тенгламаларнинг ҳар бир ҳади бир хил ўлчамликда бўлиши қўйилган масалани ечишни соддалаштиради. Қўйилган масалани π -теоремани татбиқ этиб соддагина ечиш мумкин. Бирор физик процессни ифодаловчи қандайдир n - ўзгарувчига эга бўлган тенгламани қараймиз:

$$\varphi(a_1, a_2 ...., a_n) = 0 \qquad (18.2.1)$$

Агар бу ўзгарувчилар асосий m - ўлчов бирликлари орқали ифодаланган бўлса у ҳолда уларни π - теорема орқали $n-m$ ўлчовсиз ҳадлар орқали группалаш мумкин:

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, ...\pi_{n-m}) = 0 \qquad (18.2.2)$$

π - нинг ҳар бир янги ҳади $a_1, a_2, ...a_n$ катталиклар ичидаги $m+1$ - кўпайтувчилардан иборат бўлиб, биринчи $m-$ қўшилувчининг $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ - ўлчов бирликлари турли номаълум коэффициентлар орқали изланаётган даражага кўтарилади ва охирги ҳад биринчи даражага эга бўлиб, комплексдан –комплексга ўзгариб боради.

Механик процесслар учун халқаро бирликлар системасида $m=3$ га тенг бўлиб, учта (M, L, T) катталик олинади. У ҳолда айтилганларни ҳисобга олиб π-соннинг структурасини қуйидагича ёзамиз:

$$\pi_1 = a_1^{\alpha_1} a_2^{\beta_1} a_3^{\gamma_1} a_4$$

$$\pi_2 = a_1^{\alpha_2} a_2^{\beta_2} a_3^{\gamma_2} a_5$$

$$\pi_{n-m} = a_1^{\alpha\, n-m} a_2^{\beta\, n-m} a_3^{\gamma\, n-m} a_n$$

α, β, γ - даража кўрсаткичлар бўлиб, π - сонининг комплекслари ўлчамсиз бўлиши шартидан топилади.

Мисол. Сувнинг ўзандан оқиб ўтиш масаласини қараймиз. Маълумки ўзандаги сарф - Q ўзандаги напор - H га, ўзан кенглиги - b, g - эркин тушиш тезлиги ва суюқликнинг зичлиги - ρ га боғлиқ. Шунинг учун $Q = f(b, \rho, g, H)$ ёки:

$$\varphi(Q, b, p, g, H) = 0$$

(18.2.3)

Бу тенгламада 5-та ўзаро боғлиқ бўлган физик катталиклар иштирок этади. π - теоремадан фойдаланиб, (18.2.3) тенглама учун *n-m=5-3=2* та ўлчамсиз комплексларга эга бўламиз:

$$\varphi(\pi_1, \pi_2) = 0$$

(18.2.4)

π_1, π_2 - ларни аниқлаймиз.

$$\pi_1 = Q^{\alpha_1} b^{\beta_2} p^{\gamma_2} g$$

$$\pi_2 = Q^{\alpha_2} b^{\beta_2} p^{\gamma_2} H$$

Келтирилган катталикларнинг ўлчамлилигини аниқлаймиз:

$$Q = L^3 T^{-1}, [b] = L, [p] = ML^{-3}; [g] = LT^{-2} [H] = L$$

π_1 - учун қуйидагига эга бўламиз:

$$\pi_1 = [Q]^{\alpha_1} [b]^{\beta_1} [p]^{\gamma_1} [g] \qquad (18.2.5)$$

π_1 - комплекснинг ўлчамсиз бўлиши учун ҳар бир ўлчам катталикларининг даража кўрсаткичлари йиғиндиси *0* - тенг бўлиши керак, яъни:

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + 1 = 0$$

Узунлик, вақт ва масса ўлчамликларига мос тенгламалар системасини тузамиз :

Узунлик – L - учун $3\alpha_1 + \beta_1 - 3\gamma_1 + 1 = 0$.

Вақт –T - учун $-\alpha_1 - 2 = 0$.

Масса – M - учун $\gamma_1 = 0$.

Уч номалумли уч тенгламалар системасини ҳосил қилдик :

$$\gamma_1 = 0, \alpha_1 = -2, \beta_1 = 5$$

π_1 - комплексни топамиз :

$$\pi_1 = Q^{-2} b^5 p^0 g = \frac{b^5 g}{Q^2}$$

Худди шу каби иккинчи π_2 комплексни ёзамиз ва учта номаълумли уч тенглама системасига келамиз, яъни:

$$\pi_2 = Q^{\alpha_2} b^{\beta_2} \rho^{\gamma_2} H \qquad (18.2.6)$$

$$L: 3\alpha_2 + \beta_2 + 3\gamma_2 + 1 = 0$$

$$T: \alpha_2 + 0\beta_2 + 0\gamma_2 = 0$$

$$M: 0l_2 + o\beta_2 + \gamma_2 = 0$$

Бу ердан :

$$\alpha_2 = 0,\ \beta_2 = -1,\ \gamma_2 = 0:$$

$$\pi_2 = b^{-1} H = \frac{b}{H}$$

(18.2.4) тенгламани ёзамиз:

$$\varphi(\pi_1 \pi_2) = 0 \qquad \varphi(\frac{b^5 g}{Q_2}, \frac{b}{H}) = 0$$

Ўзаро тескари функциялар қоидасига асосан π_1 - нинг функциясини қуйидагича ўзгартирамиз:

$$\pi = \frac{1}{\pi_1} = \frac{Q^2}{b^5 g} = \frac{\upsilon^2 \omega^2}{b^5 g} = \frac{\upsilon^2 b^2 H^2}{b^5 g} = \frac{\upsilon^2}{gb}\frac{H^2}{b^2}$$

(18.2.7)

$\frac{\upsilon^2}{gb}$ - ифода Фруд сонини ифодалайди, шунинг учун қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\varphi(Fr, \frac{H}{b}) = 0$$

Бу ифода ўзандан оқиб тушаётган суюқлик оқимининг Фруд сонига боғлиқ жараён эканлигини характерлайди. Худди шу каби бошқа ҳолларда жараённинг Рейнольдс сонига ёки бошқа критерийларга боғлиқ бўлишини келтириб чиқариш мумкин.

Бу мисоллардан келиб чиқиб π - теореманинг қўлланиш соҳасининг кенглигини кўриш мумкин. Бу теоремадан фойдаланиб, берилган суюқлик ҳаракатини ифодаловчи формулаларнинг структурасини билиш ва бу формулалар орқали эксперимент ишларининг тўғрилик даражасини аниқлаш имкониятига эга бўламиз.

Бу дегани барча жараёнлар хам маълум критерий асосида содир булиши мумкин, лекин π - теоремани қўлланиш хама вакт хам масалани содда куринишга олиб келади деган хулоса эмас.

XIX БОБ

КЎП ФАЗАЛИ СУЮҚЛИКЛАР АРАЛАШМАСИНИНГ ХАРАКАТ ДИНАМИКАСИ

19.1 Суюқликлар аралашмасиниг беқарор харакати учун Бернулли тенгламаси

Мавжуд гидродинамик изланишларда асосан бир фазали суюкликлар назариясига асосланган структурадан фойдаланилади. Суюқлик аралашмалари оқимида эса оқим жараёни мураккаб бўлиб, унда суюқлик қатламлари ва фазалари орасида масса алмашув ва иссиклик алмашув жараёнлари кечади.

Маълумки, суюқликлар аралашмаси харакатидаги бундай хусусиятларни бир фазали муҳит моделида аниқлашнинг иложи йўқ.

Гидравликанинг кўпгина масалаларида аралашма оқимларининг ўзаро аралашиши натижасида кўп фазали оқимлар ҳаракати қонунларини ўрганиш муаммоси пайдо бўлади, чунки бундай оқимлар ҳаракати ўзаро таъсирлашиш, бир қатлам оким заррачаларининг бошқа қатлам оқим заррачаларига сингиб бориши каби жараёнларининг қонуниятларини ўрганиш муаммоси пайдо бўлади. Бундай муаммолар айниқса кўп фазали ва кўп компонентли муҳитлар ҳаракатини ўрганиш жараёнида пайдо бўлади.

Мазкур параграфда кўп фазали идеаль суюқликлар ҳаракати қонунларини ифодаловчи Коши-Лагранж тенгламасини келтирамиз ва кўп фазали, кўп компонентли ўзаро таъсирланувчан ва ўзаро киришувчан суюқликлар ва газлар ҳаракати учун академик Х.А.Рахматулин [17] назариясидан фойдаланиб, проф.А.А.Хамидов томонидан таклиф этилган тенгламани ўрганамиз [29,28].

Бунинг учун идеал суюқликлар аралашмаси оқими учун ҳаракат микдори:

$$\rho_n \frac{d^{(n)}V_n}{dt} = -\frac{\rho_n}{\rho_{ni}} gradp - \rho_n F_n + K\sum_{S=1}^{m}(\bar{V}_S - \bar{V}_n), \quad (19.1.1)$$

ва узлуксизлик тенгламаларини қуйидаги кўринишда ёзамиз [17]::

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + div\vec{V}_n = \sum_{S=1}^{m} I_{Sn}, \qquad S \neq n(S, n = 1, m), \quad (19.1.2)$$

$$\sum_{n=1}^{m} \rho_n = 1 \qquad (19.1.3)$$

Бу ерда K - ўзаро таъсирланиш коэффициенти; I_{Sn} - фазовий алмашиниш миқдори. ρ_n - келтирилган зичлик; ρ_{ni} -ҳақиқиқий зичлик; $\vec{V}_n$ - суюқлик аралашмаси n-чи фазасининг тезлик вектори. Бу вектордан вақт бўйича олинган тўлиқ ҳосила қуйидагича аниқланади:

$$\frac{d^{(n)}\vec{V}_n}{dt} = \frac{\partial \vec{V}_n}{\partial t} + (\vec{V}_n, \vec{\nabla})\vec{V}_n .$$

Аралашмаларда фазалар алмашиш жараёни содир бўлмайди деб фараз қилсак

$$I_{Sn} = 0 ,$$

(19.1.2) тенгламанинг кўриниши қуйидагича ёзилади:

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} = -div(\rho_n \vec{V}_n) . \qquad (19.1.4)$$

тенгламадаги ҳадларни n - бўйича йиғсак, аралашма учун қуйидаги узлуксизлик тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\left(\vec{V} . \rho\right) = 0,$$

Бу ерда $\vec{V}, \rho$ лар аралашма тезлик вектори ва зичлиги бўлиб улар учун ушбу тенгликлар ўринли:

$$\rho = \sum_{n=1}^{m} \rho_n , \quad \rho V = \sum_{n=1}^{m} \rho_n V_n \quad \text{ва} \quad \rho_n = f_n \rho_{ni}$$

ρ_n, ρ_{ni}, f_n лар- мос равишда аралашма n- чи фазасининг келтирилган, хақиқий зичликлари ва ҳажмий концентрацияси.

Ҳаракат миқдори ўзгариш тенгламаларини (19.1.1) n - бўйича йиғамиз ва қуйидаги тенгламалар системасини ҳосил қиламиз [3]:

$$\sum_{n-1}^{m} \rho_n \frac{d^{(n)}\vec{V}_n}{dt} = -gradp + \sum_{n-1}^{m} \rho_n \vec{F}_n .$$

Формула $\rho F = \sum_{n=1}^{m} \rho_n F_n$ орқали ҳисобланадиган, масса бўйича ўрталанган $\vec{F}$ - кучни киритамиз ва уни қуйидагича ёзамиз:

$$\sum_{n=1}^{m} \rho_n \frac{d^{(n)}\vec{V}_n}{dt} = -gradp + \rho \vec{F} . \qquad (19.1.5)$$

Аралашманинг бирлиги ҳажмига тенг келадиган ҳаракат микдорининг

$$\vec{K} \quad = \quad \rho \ \vec{V}$$

аниқлаймиз ҳар бир фаза учун $K_n = \rho_n \vec{V}_n$ - ҳаракат миқдорининг ўзгариши қуйидагича аниқланади.

$$\frac{d^{(n)}(\rho_n \vec{V}_n)}{dt} = \rho_n \frac{d^{(n)}\vec{V}_n}{dt} + \vec{V}_n \frac{d^{(n)}\rho_n}{dt},$$

Бу ердан эса:

$$\frac{d(\rho\vec{V})}{dt} = \sum_{n=1}^{m} \vec{V}_n \frac{d^{(n)}\rho_n}{dt} + \sum_{n=1}^{m} \rho_n \frac{d^{(n)}\vec{V}_n}{dt}.$$

Узлуксизлик тенгламаси ҳамда (19.1.2) ва (19.1.5) тенгликлар орқали қуйидаги ифодага келамиз:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \rho\vec{F} + \sum_{n=1}^{m} \vec{V}_n \frac{d^{(n)}\rho_n}{dt} - gradp = \rho\vec{F} - gradp - \sum_{n=1}^{m} \vec{V}_n \rho_n div\vec{V}_n \quad .$$

бу ерда $\vec{V}$ -аралашма тезлик вектори бўлиб, юқоридаги тенглик билан аниқланади. Аралашманинг n - компонентли фазасининг тарқалишининг нисбий тезлигини киритамиз,яъни:

$$\vec{V}_n^* = \vec{V} - \vec{V}_n,$$

бу тенгликдан $\overline{V}_n = \overline{V} - \overline{V}_n^*$ ни ҳосил киламиз , ρ - аралашма зичлигига кўпайтириб ва кўпайтмаларни йиғиб, қуйидаги ифодани топамиз:

$$\sum_{n=1}^{m} \rho_n \vec{V}_n = \sum_{n=1}^{m} \rho_n \vec{V} - \sum_{n=1}^{m} \rho_n \vec{V}_n^* \quad ,$$

Бу тенгликдан

$$\rho\vec{V} = \rho\vec{V} - \sum_{n=1}^{m} \rho_n \vec{V}_n^*,$$

ва

$$\sum_{n=1}^{m} \rho_n \overline{V}_n^* = 0, \qquad (19.1.6)$$

$$\sum_{n=1}^{m} \frac{d^{(m)}\rho_n^k}{dt} + \sum_{n=1}^{m} \rho_n div\overline{V}_n = 0$$

ёки

$$\frac{d\rho}{dt} + \sum_{n=1}^{m} \rho_n div(\overline{V} - \overline{V}_n^*) = 0.$$

Натижада

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho div\overline{V} - \sum_{n=1}^{m} \rho_n div\overline{V}_n^* = 0.$$

(19.1.4) тенгликни эътиборга олсак, яъни:

$$\sum_{n=1}^{m} \rho_n div\overline{V}_n^* = 0. \qquad (19.1.7)$$

Қуйидаги ифодага келамиз:

$$\sum_{n=1}^{m} \overline{V}_n \frac{d^{(n)}\rho_n}{dt} = -\sum_{n=1}^{m} \rho_n \overline{V}_n = -\sum_{n=1}^{m} \rho_n (\overline{V} - \overline{V}_n^*) div(\overline{V} - \overline{V}_n^*) =$$

$$= -\sum \rho_n \overline{V} div\overline{V} + \sum \rho_n \overline{V} div\overline{V}_n^* + \sum \rho_n \overline{V}_n div\overline{V} - \sum_{n=1}^{m} \rho_n \overline{V}_n^* div\overline{V}_n^* =$$

Бу ифодада (19.1.6) ва (19.1.7) тенгликларни эътиборга олиб:

$$\sum_{n=1}^{m} \overline{V}_n \frac{d^{(n)}\rho_n}{dt} = -\rho\overline{V} div\overline{V} - \sum_{n=1}^{m} \rho_n \overline{V}_n^* div\overline{V}_n^* \qquad (19.1.8)$$

Аралашманинг тезлиги, зичлиги ва таъсир этувчи кучларини ҳамда (19.1.8) тенгликни эътиборга олиб, аралашма ҳаракати тенгламасини қуйидагича ёзамиз [29]:

$$\rho \frac{d\overline{V}}{dt} = \rho\overline{F} - gradp + div\left[\sum_{n=1}^{m} \rho_n \overline{V}_n^* \overline{V}_n^*\right],$$

Бу ерда

$$div(\sum_{n=1}^{m} \rho_n \overline{V}^* \overline{V}_n^*) = \sum_{n=1}^{m} \rho_n \overline{V}_n^* div\overline{V}_n^*.$$

$\sum_{n=1}^{m} \rho_n \overline{V}_n^* \overline{V}^*$ - катталик ҳисоблаймиз:

$$\sum_{n=1}^{m} \rho_n \overline{V}^{*2} = \sum_{n=1}^{m} \rho_n \left(\overline{V}_n - \overline{V}\right)^2 = \frac{\rho}{2} \sum_{s,n=1}^{m} c_s c_n \overline{V}_{Sn}^2.$$

Бу ерда $\overline{V}_{Sn} = \overline{V}_S - \overline{V}_n,\ c_S = \dfrac{\rho_S}{\rho}$ - аралашманинг S фазасининг $n-$ фазага нисбатан тезлиги. (19.1.9) тенгликдан қуйидагига тенг бўлади:

$$div\sum_{n=1}^{m}\rho_n\overline{V}_n^*\overline{V}^* = grad\sum_{n=1}^{m}\rho_n\overline{V}_n^{*2} = grad\left[\frac{\rho}{2}\sum_{n,S=1}^{m}c_S c_n V_{Sn}^2\right],$$

Аралашма ҳаракати тенгламаси қуйидаги кўринишга келади:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} + grad\frac{V^2}{2} + 2\left[\overline{\omega}, \overline{V}\right] = -\frac{1}{\rho}gradp + \vec{F} - \frac{1}{\rho}grad(\rho D). \quad (19.1.9)$$

Бу ерда:

$$D = \frac{1}{2}\sum_{S,n=1}^{m}c_S c_n V_{Sn}^2 .$$

Агар аралашма сиқилмайдиган, яъни $\rho = const$ (ρ_n- ўзгарувчан бўлмаслиги ҳам мумкин), оқим уюрмасиз аралашма оқими бўлиб, ташқи кучлар потенциали ва баротропик оқим шартлари мавжуд бўлишидан юқоридаги тенглама Лагранж-Коши интегралига келади:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} + U + D = c(t) .$$

Келтирилган зичликнинг ҳақиқий зичлик билан боғланиши қуйидаги формула орқали ёзилиши маълум, яъни:

$$\rho_n = \overset{\circ}{\rho}_{ni} \cdot f_n ,$$

бу ерда

$$\rho = \sum_{n=1}^{m}\rho_n ,\quad \sum_{n=1}^{m}c_k = 1, \quad \sum_{k=1}^{m}f_k = 1 ,$$

эканлигини ҳисобга олсак:

$$c_k = \frac{\rho_k \cdot f_k}{\sum_{n=1}^{m}f_n\rho_{ni}} .$$

Лагранж-Коши интегралини аралашма учун қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{V^2}{2}+\frac{P}{\rho}+U+\frac{1}{2}\sum_{S,n=1}^{m}\frac{\overset{\circ}{\rho}_{Si}\overset{\circ}{\rho}_{ni}f_S f_n}{\sum\limits_{n=1}^{m}(\overset{\circ}{\rho}_{ni}f_n)^2}(V_S-V_n)^2=c(t)\,. \quad (19.1.10)$$

Лагранж-Коши интегралини келтириб чикаришда келтирилган зичликларнинг ва аралашма концентрациясининг ўзгарувчанлигини ҳам ҳисобга олиш мумкин, лекин бу ҳолда оқимни барқарор деб фараз қилиш талаб этилади ва (19.1.10) тенгламадан Бернулли интеграли келиб чиқади:

$$\frac{V^2}{2}+\frac{P}{\rho}+U+\frac{1}{2}\sum_{S,n=1}^{m}\frac{\overset{\circ}{\rho}_{Si}\overset{\circ}{\rho}_{ni}f_S f_n}{\sum\limits_{n=1}^{m}(\overset{\circ}{\rho}_{ni}f_n)^2}(V_S-V_n)^2=const\,.$$

Агар аралашма ҳаракати барқарор бўлса, (19.1.10) тенгламанинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$grad\left[\frac{V^2}{2}+\frac{P}{\rho}+U\right]+\frac{1}{\rho}gradD+2\left[\overline{\omega},\overline{V}\right]=0\,.$$

Бу тенгламани $\overline{\omega}$, $\overline{V}$ - векторларга скаляр кўпайтириб, кетма-кет қуйидаги тенгламалар системасини ҳосил қиламиз:

$$\left(grad\left[\frac{V^2}{2}+\frac{P}{\rho}+U+D^*\right],\overline{V}\right)=0\,,$$

$$\left(grad\left[\frac{V^2}{2}+\frac{P}{\rho}+U+D^*\right],\overline{\omega}\right)=0\,.$$

Шундай қилиб барқарор аралашмалар оқими учун баротропия шарти бажарилса ташқи кучлар потенциалининг ток чизиғи ва уюрмалар чизиғи L_v, L_ω мавжуд бўлишидан Бернулли интегралини ҳосил қилиш мумкин:

$$\frac{V^2}{2}+\frac{P}{\rho}+U+D^*=C_1$$

Бу ерда

$$D^*=\int\frac{d(\rho D)}{\rho}\,,$$

L_v ва L_w - ток ва уюрма чизиги.

Фараз қилайлик аралашманинг келтирилган зичлиги ва концентрацияси ўзгармас - $\rho_n = const$ и $f_{ni} = const$, у ҳолда (19.1.1) тенглама ва узилмаслик тенгламаси (19.1.3) қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\rho_n \frac{d^{(n)}\overline{V}^*{}_n}{dt} + \rho_n grad \frac{V_n^2}{2} + 2\rho_n \left[\overline{\omega}_n \cdot \overline{V}_n\right] =$$

$$= -\frac{\rho_n}{\rho_{ni}} gradp + \rho_n \overline{F}_n + K\left(\overline{V}_S - \overline{V}_n\right) \qquad (19.1.11)$$

Охирги тенглама қуйидаги кўринишга келади:

$$div\, \overline{V}_n = 0 \; .$$

Текис ($k = 0$) ва ўққа нисбатан симметрик ($k = 1$) оқимларни қараймиз, бундай аралашмалар оқими учун узлуксизлик $\rho_n = const$ бўлганида идеал аралашма оқими каби қуйидагича ёзилади:

$$\frac{\partial\left(r^k \overline{u}_n\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(r^k \overline{v}_n\right)}{\partial r} = 0 \; .$$

x – симметрия ўқи; u_n, v_n мос равишда – n фаза суюқлик заррачаларининг илгариланма ва радиал тезликларидир. Агар аралашманинг потенциал оқимини қарайдиган бўлсак, потенциал тезлик $\varphi_n(x, r)$ мавжуд бўлади ва қуйидагига тенг бўлади:

$$\overline{V}_n = grad\varphi_n \, ,$$

Бундан эса:

$$u_n = \frac{\partial\varphi_n}{\partial x}, \quad V_n = \frac{\partial\varphi_n}{\partial r} \, . \qquad (19.1.12)$$

$\psi_n(x, r)$ - ток функциясини қуйидагича киритамиз:

$$u_n = \frac{1}{f_n r^k} \cdot \frac{\partial\psi_n}{\partial r}, \; V_n = \frac{-1}{f_n r^k} \cdot \frac{\partial\psi_n}{\partial x} \, . \qquad (19.1.13)$$

(19.1.13) ифода узлуксизлик тенгламаси (19.1.11) ва оқимнинг потенциаллик шартини (19.1.12) қаноатлантиради.

(19.1.12) ва (19.1.13) тенгламалардан $\varphi_n(x,r)$ ва $\psi_n(x,r)$ функцияларнинг ўзаро қуйидагича аналитик боғлиқлиги келиб чиқади:

$$\frac{\partial\varphi_n}{\partial x}=\frac{1}{P_n^*}\cdot\frac{\partial\psi_n}{\partial r},\quad \frac{\partial\varphi_n}{\partial r}=-\frac{1}{P_n^*}\cdot\frac{\partial\psi_n}{\partial x},$$

Бу ерда

$$p^*=r^k f_n(x,r).$$

Агар

$$W_n(z,\bar{z})=\varphi_n(x,r)+i\psi_n(x,r)$$

комплекс функцияни ва комплекс ўзгарувчи аргумент $z=x+ir$ ни киритсак, $W(z,\bar{z})$ - функция G_z -оқим соҳасида p_n^* - аналитик функция ҳисобланади ва оқим соҳасида аналитиклик хоссаларини бажаради.

19.2 Идеал суюқликлар аралашмаси учун тўлиқ энергия тенгламаси

Юқорида келтирилган методлар орқали дисперс аралашманинг Громеко-Лямбдаги ҳаракат тенгламаси:

$$\rho_n\frac{\partial\vec{V}_n}{\partial t}+\rho_n grad\frac{V_n^{\ 2}}{2}+2\rho_n\left[\vec{\omega}_n,\vec{V}_n\right]=$$
$$=f_n\mu_n\nabla^2\vec{V}_n+\rho_n\vec{F}_n-f_n grad\,\rho+\sum_{n=1}^{N-1}K_{nj}\left(\vec{V}_i-\vec{V}_n\right) \qquad (19.2.1)$$

ва узлуксизлик тенгламасининг қуйидаги кўринишини ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial\rho_n}{\partial t}+div\left(\rho_n\vec{V}_n\right)=0 \qquad (19.2.2)$$

$$\sum_{n=1}^{N}f_n=1 \qquad (19.2.3)$$

Бу ерда, $\vec{V}_n$ - n -фазадаги аралашманинг вектор тезлиги; ρ_n - n фазанинг келтирилган зичлиги бўлиб ҳақиқий зичлик орқали қуйидагича топилади:

$$\rho_n=f_n\cdot\rho_{ni} \qquad (19.2.4)$$

ρ_{ni} - аралашма n -фазасининг зичлиги, μ_n-шу фазанинг динамик қовушқоқлик коэффиценти, $\vec{F}_n$ - бирлик массага нисбатан ташқи куч.

$$K^* = \sum_{i,j=1}^{N-1} K_{ij},$$

K_{ij} - i ва j -фазалар тасир кучлари коэффициенти.

Икки фазали ва уч фазали аралашмаларни кўриб чиқамиз:

Икки фазали муҳит сифатида сув ва нанон ёки тузни олиш мумкин.

$$\vec{K}_1 = K\left(\vec{V}_p - \vec{V}_n\right);$$

Уч фазали суюқликлар учун фазалар концентрацияси қуйидагича ёзилади:

$$\vec{K}_1 = K_{12}\left(\vec{V}_2 - \vec{V}_1\right) + K_{13}\left(\vec{V}_1 - \vec{V}_3\right)$$

Ташқи кучлар консерватив деб фараз қиламиз:

$$\vec{F}_n = -gradU_n ,$$

Ҳар бир фаза учун аралашма ҳаракати жараёни баротропик, яъни босим ҳақиқий зичлик функциясидир. [17]

$$p = p(\rho_{ni}) .$$

Ўзаро тасир коэффициенти K^* - ўзгармас. У ҳолда (19.2.1) тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\rho_{ni}\frac{\partial \vec{V}_n}{\partial t} + \rho_{ni} grad\frac{V_n^2}{2} + 2\rho_{ni}\left[\vec{\omega}_n, \vec{V}_n\right] =$$

$$= -gradp + \mu_n \nabla^2 \vec{V}_n - \rho_{ni} gradU_n + \frac{K^*}{f_n}\left(\vec{V}_p - \vec{V}_n\right)$$

Бу тенгламани Декарт координаталаридаги проекциялари орқали ёзамиз:

$$\rho_n\frac{\partial u_n}{\partial t} + \rho_n\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{V_n^2}{2}\right) + 2\rho_n\left[\vec{\omega}_n, \vec{V}_n\right]_x = -f_n\frac{\partial p}{\partial x} + f_n\mu_n\nabla^2 u_n - \rho_n\frac{\partial \overline{U}_n}{\partial x} + K^*\left(\overline{V}_p - \overline{V}_n\right)$$

$$\rho_n\frac{\partial V_n}{\partial t} + \rho_n\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{V_n^2}{2}\right) + 2\rho_n\left[\vec{\omega}_n, \vec{V}_n\right]_y = -f_n\frac{\partial p}{\partial y} + \rho_n\frac{\partial U_n}{\partial y} + f_n\mu_n\nabla^2 v_n - \rho_n\frac{\partial u_n}{\partial y}$$

$$\rho_n \frac{\partial W_n}{\partial t} + \rho_n \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{V_n{}^2}{2}\right) + 2\rho_n \left[\vec{\omega}_n, \vec{V}_n\right]_y = -f_n \frac{\partial p}{\partial z} - \rho_n \frac{\partial U_n}{\partial z} + f_n \mu_n \nabla^2 w_n - \rho_n \frac{\partial u_n}{\partial z}$$

Олинган тенгламаларнинг ҳар бирини мос равишда dx, dy, dz орттирмаларга кўпайтириб, ва уларни қўшиб, қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\rho_n d\frac{\partial u_n}{\partial t}dx + \rho_n \frac{\partial v_n}{\partial t}dy + \rho_n \frac{\partial W_n}{\partial t}dz + \rho_n d\left[\frac{V_n^2}{2} + \Pi_n + \mathrm{P}_n\right] =$$

$$f_n\mu_n\left(\nabla^2 u_n dx + \nabla^2 v_n dy + \nabla^2 w_n dz\right) - 2\rho_n\left[\left[\vec{\omega}_n, \vec{V}_n\right]_x dx + \left[\vec{\omega}_n, \vec{V}_n\right]_y dy +\right.$$

$$\left.\left[\vec{\omega}_n, \vec{V}_n\right]_z dz - \rho_n\left[\frac{\partial u_n}{\partial t}dx + \frac{\partial v_n}{\partial t}dy + \frac{\partial w_n}{\partial t}dz\right] + K\left[\left(u_p - u_n\right)dx + \left(v_p - v_n\right)dy + \left(w_p - w_n\right)dz\right]\right]$$

Бу ерда:

$\mathrm{P}_n = \int \frac{dp}{\rho_{ni}}$ - n -фаза босимининг функцияси.

Ток ва вихр чизиқлари устида қуйидаги шартлар ўринли бўлади:

$$\left[\vec{\omega}_n, \vec{V}_n\right]_x dx + \left[\vec{\omega}_n, \vec{V}_n\right]_y dy + \left[\vec{\omega}_n, \vec{V}_n\right]_z dz \equiv 0$$

У ҳолда тенглама (19.2.4) қуйидаги кўринишини олади:

$$\begin{aligned}
&\rho_n \frac{\partial u_n}{\partial t} + \rho_n \frac{\partial v_n}{\partial t} + \rho_n \frac{\partial W_n}{\partial t} + \rho_n d\left[\frac{V_n^2}{2} + \Pi_n + \frac{\mathrm{P}_n}{\rho_{ni}}\right] = \\
&f_n\mu_n\left[\nabla^2 u_n \cdot dx + \nabla^2 v_n \cdot dy + \nabla^2 w_n \cdot dz\right] + \\
&+K\left[\left(u_p - u_n\right)dx + \left(v_p - v_n\right)dy + \left(w_p - w_n\right)dz\right]
\end{aligned} \qquad (19.2.5)$$

[29] ишда $\rho_{1i} \cdot H_1 = \rho_{2i} \cdot H_2$ - шарт бажарилса идеал суюқликлар аралашмаси учун Бернулли тенгламаси мавжудлиги кўрсатилган эди.

$$\sum_{n=1}^{N} \rho_n H_n = const .$$

Шунингдек кўп фазали муҳитнинг вақтга боғлиқли ҳаракати учун Коши-Лагранж ва барқарор ҳаракатлар учун Бернулли тенгламаларининг ифодаси олинган. Бу ерда

$$H_n = \frac{V_n^{\ 2}}{2} + \Pi_n + \frac{\mathrm{P}_n}{\rho_{ni}}$$

- масса бирлиги оқим энергияси. (19.2.5) тенгламани қуйида кўринишда ёзиш мумкин:

$$d\left[\rho_n \frac{V_n^2}{2} + \rho_n \Pi_n + \mathrm{P}_n f_n\right] = f_n \mu_n \left[\nabla^2 u_n dx_n + \nabla^2 v_n dy_n + \nabla^2 w_n dz_n\right] +$$

$$+ K\left[\left(u_p - u_n\right)dx_n + \left(v_p - v_n\right)dy_n + \left(w_p - w_n\right)dz_n\right] + \rho_n\left(\frac{\partial u_n}{\partial t}dx_n + \frac{\partial v_n}{\partial t}dy_n + \frac{\partial w_n}{\partial t}dz_n\right)$$

Ҳосил бўлган тенгликни интеграллаб, оқим кўндаланг кесими учун қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$\left[H_n \rho_n\right]_2 - \left[H_n \rho_n\right]_1 = -A_2 - A_1 + A_{K_2} - A_{K_1} + T_{n_2} - T_{n_1}$$

$$A_2 = f_n \mu_n \left(\nabla^2 u_n dx_n + \nabla^2 v_n dy_n + \nabla^2 w_n dz_n\right)_2 \ ,$$

$$A_1 = f_n \mu_n \left(\nabla^2 u_n dx_n + \nabla^2 v_n dy_n + \nabla^2 w_n dz_n\right)_1 \qquad (19.2.6)$$

$$H_n \rho_n = \left[\rho_n \frac{V_n^{\ 2}}{2} + \rho_n \Pi_n + \mathrm{P}_n \cdot f_n\right]$$

$$A_{K_2} = K\left\{\left[\left(u_p - u_n\right)dx + \left(v_p - v_n\right)dy + \left(w_p - w_n\right)dz\right]\right\}_2 .$$

$$A_{K_1} = K\left\{\left[\left(u_p - u_n\right)dx + \left(v_p - v_n\right)dy + \left(w_p - w_n\right)dz\right]\right\}_1$$

A_1, A_2 - оқим бирлик массасининг ток ва уюрма чизиғи бўйлаб кўчишида қовушқоқликни енгиш учун бажарилган иш. Суюқлик аралашмасининг A_{K_n} - фазалар ўзаро таъсирида ток ва уюрма чизиғида бажарилган иш.

$$\mathrm{T}_n = \frac{\partial u_n}{\partial t}dx_n + \frac{\partial v_n}{\partial t}dy_n + \frac{\partial w_n}{\partial t}dz_n = \left(\frac{\partial \vec{V}_n}{\partial t} \cdot d\vec{z}_n\right)$$

Бу ерда:

$$d\vec{z}_n = \vec{i}\,dx_n + \vec{j}\,dy_n + \vec{k}\,dz_n .$$

инерцион кучлар бажарган иш:

$$\mathrm{T}_n = \frac{\partial \vec{V}_n}{\partial t} d\vec{z} \text{ -.}$$

(19.2.6) тенгламани дисперс аралашма учун қараймиз. Бунинг учун (19.2.6) тенгламани n бўйича йиғамиз, шунда ички фазалараро таъсир кучлар йўқолади ва қуйидаги тенглик ҳосил бўлади:

$$\left[\rho_n H_n\right]_2 - \left[H_n \rho_n\right]_1 + A_2 - A_1 = -\mathrm{T}_{n_2} + \mathrm{T}_{n_1}$$

Бу ерда аралашма оқимининг ҳар бир кесими учун:

$$\rho_1 H_1 + A_1 + \mathrm{T}_1 = \rho_2 H_2 + A_2 + \mathrm{T}_2$$

ёки

$$\left[\rho_1 \frac{V_1^2}{2} + \rho_2 V_2^2\right]_I + \rho_I \Pi_I + \mathrm{P}_I = \left[\rho_2 \frac{V_1^2}{2} + \rho_2 \frac{V_2^2}{2}\right]_{II} +$$

$$+ \Pi_2 \cdot \rho_2 + \mathrm{P}_2 \cdot f_2 + \Delta h_\ell + \Delta h_{ин}$$

бу ерда

$$\Delta h_\ell = A_2 - A_1 \ , \ \Delta h_{ин} = \mathrm{T}_2 - \mathrm{T}_1$$

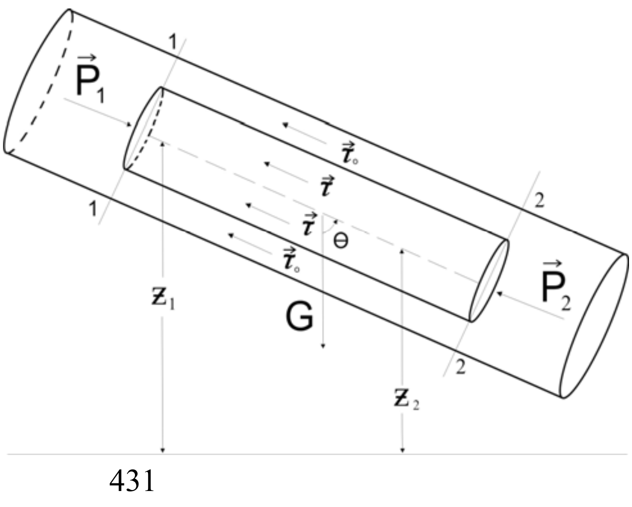
Шундай қилиб қуйидаги Бернулли тенгламасини оламиз:

$$\left[\alpha(\rho_1 \frac{V_1^2}{2} + \rho_2 V_2^2)\right]_I + \rho_I \Pi_I + \mathrm{P}_I =$$

$$= \left[\alpha(\rho_2 \frac{V_1^2}{2} + \rho_2 \frac{V_2^2}{2})\right]_{II} + \rho_{II} \Pi_{II} + \mathrm{P}_{II} + \Delta h_\ell + \Delta h_{ин} \qquad (19.2.7)$$

Бу ерда Δh_ℓ - узунлик бўйича босим йўқолиши, $\Delta h_{ин}$ - аралашманинг инерцион йўқолган напори.

19.3 Цилиндрик қувурдаги дисперс аралашманинг гидравлик параметрларини аниқлаш



Замонавий технологик жараёнларини ўрганишда кўп фазали муҳитлар ҳаракатини назарий ўрганиш амалиётда катта аҳамиятга эгадир. Кўп фазали муҳитларнинг ўзаро аралашиб, ўзаро таъсирланган ҳаракатларни ўрганишда аралашма структураси ва аралашма фазаларининг физик хоссаларини ўрганиш янги параметрлар киритиш билан узвий боғлиқдир. Бунда фазалараро ўзаро таъсирлар анча мураккаб ўтади. Дисперс аралашмаларга суспензиялар (суюқлик билан қаттиқ жисм заррачалари), эмульсия (суюқликнинг бошқа суюқлик томчилари аралашмаси), газовзвеслар (газ билан қаттиқ жисм заррачалар аралашмаси), пуфакчали муҳитлар (суюқликнинг газ шарчалари билан аралашмаси) аралашмалари киради.

Оқоваларни суюқлик оқимидаги ҳаракатини ўрганишда гидравлик йирикликни ишлатиш, кўпинча аниқ ечим олиш имкониятига эга эмас. Бунга сабаб етакчи фаза (суюқлик) ва унда ҳаракатланувчи фаза (оқавалар) билан суюқлик заррачалари орасидаги ўзаро фазалараро куч таъсири етарлича катта эканлиги бўлиб, уларнинг физико-механик параметрлари оқим аралашма оқими гидравлик параметрларига таъсири катта бўлади. Шунинг учун ҳам икки фазали дисперс аралашмалар модели олинади. Шунинг учун ҳам асосан дисперс аралашмалар учун Х.А. Рахматулин кўп фазали ўзаро таъсирчан муҳитлар аралашмалари модели қабул қилинади. Унда ҳар бир фаза заррачалари ҳақиқий ва келтирилган зичлик ρ_{ni} концентрацияси (f_n)га эга деб ҳисобланади; ҳамда аралашманинг ҳар бир фазаси турли тезликларга эга деб олинади.

Горизонтга 0 бурчакда оғган доиравий цилиндрик қувур (радиуси а, тирик кесим юзаси ω ва намланган периметри χ)ичида сув концентрацияси f_1 ,хақиқий зичлиги f_{1i} бўлган сув билан f_2 концентрацияли, ҳақиқий зичлиги ρ_{ni} бўлган майда қаттиқ жисм тазйиқли (напорли) стационар ҳаракатда бўлган масалани кўрамиз. Дисперс аралашма ҳақиқий зичликлари сиқилмайдиган, ҳаракат ўққа симметрик бўлсин. У ҳолда (19.2.2) узлуксизлик тенгламаларини қўшиб

$$f_1 + f_2 = 1$$

тенгликдан фойдаланиб

$$f_1\vec{V}_1 + f_2\vec{V}_2 = f_1 \overset{0}{\vec{V}_1} + f_2 \overset{0}{\vec{V}_2}$$

ва аралашма тезлиги $\vec{V}$ формуласидан

$$\rho\vec{V}_a = \rho_1\vec{V}_1 + \rho_2\vec{V}_2$$

тенгликлардан фойдаланиб ҳар иккала фаза тезлигини аниқлаймиз:

$$\overline{V}_1 = \frac{\sigma\overline{V}^*_{см} - \left(f_1 + \sigma f_2\right)\vec{V}_{см}}{\sigma - 1};$$

$$\overline{V}_2 = \frac{\bar{\rho}\overline{V}^*{}_{см} - \left(f_1 + \bar{\rho} f_2\right)\vec{V}_{см}}{f_2(\bar{\rho} - 1)}; \qquad (19.3.1)$$

Бу ерда

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_{2i}}{\rho_{1i}} \qquad \vec{V}^*_{см} = \vec{V}_{см/\bar{\rho}=1}$$

Напорли қувурда 1-1 ва 2-2 текисликлар билан қувурни кўндаланг кесиб узунлиги ℓ, радиуси dr бўлган цилиндрик қувурларни оламиз ва ундаги аралашма оғирлиги қуйидагича аниқланади:

$$G = \rho g \omega \ell \cos\theta, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2 \qquad (19.3.2)$$

Тазйиқли қувурда I-I ва II-II кесимларни белгилаб, цилиндрик ҳажм ажратиб оламиз. Кесимлар орасидаги масофа l бўлса, ажратиб олинган цилиндрик кесим ажратиб олинган дисперс аралашма массаси юза бирлигига қуйидаги кучлар таъсир этади.Босим кучлари тенг таъсир этувчиси эса куйидаги кўринишга эга:

$$\mathrm{P} = \left[f_1\mathrm{P}_1 + f_2\mathrm{P}_2\right]_{\mathrm{I}} - \left[f_1\mathrm{P}_1 + f_2\mathrm{P}_2\right]_{II} \qquad (19.3.3)$$

$P = P_1 - P_{II}$ тенгликни белгилаб оламиз.Юза бирлигига мос келган инерцион кучлар эса куйидаги кўринишга эга:

$$\mathrm{I} = \left[\rho_1\frac{V_1^2}{2} + \rho_2\frac{V_2^2}{2}\right]_{\mathrm{I}} - \left[\rho_1\frac{V_1^2}{2} + \rho_2\frac{V_2^2}{2}\right]_{\mathrm{II}} \qquad (19.3.4)$$

Ишқаланиш кучи тенг таъсир этувчи

$$\mathrm{T} = \tau_0 \chi \ell. \qquad (19.3.5)$$

Бу ерда қувур деворларига таъсир қилувчи уринма кучланиши $\tau_0 = \tau_{см}$.

Цилиндрик қувурлар учун

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega$$

шунингдек

$$z_1 - z_2 = \ell\cos\theta.$$

Уринма кучланиши учун

$$\tau_0 = \tau_{см}(r = a) = \left[\tau_1 + \tau_2\right]\Big|_{r=a}.$$

Кучлар учбурчагидан фойдаланиб, қуйидаги тенгликни оламиз:

$$\left(\mathrm{P}_1 - \mathrm{P}_2\right)\omega - \tau_0 x\ell + \rho g\omega\left(z_1 - z_2\right) + \mathrm{I} = 0.$$

Шундай қилиб цилиндрик қувурдаги суюкликка таъсир этувчи кучлар учун ушбу тенгликни оламиз:

$$z_1 - z_2 + \frac{\mathrm{P}_1 - \mathrm{P}_2}{\gamma} + \left[\frac{\rho_1 V_1^2}{2\gamma} + \frac{\rho_2 V_2^2}{2\gamma}\right]_{\mathrm{I}} - \left[\frac{\rho_1 V_1^2}{2\gamma} + \frac{\rho_2 V_2^2}{2\gamma}\right]_{\mathrm{II}} = \frac{\tau_0 \chi \ell}{\gamma \omega} \quad (19.3.6)$$

Қувурда аралашма равон ҳаракатда бўлса $[V_n]_{\mathrm{I}} = [V_n]_{\mathrm{II}}$ (19.3.6.) ушбу кўринишни олади:

$$\left(z + \frac{\mathrm{P}}{\rho g}\right)_{\mathrm{I}} - \left(z + \frac{\mathrm{P}}{\rho g}\right)_{\mathrm{II}} = \frac{\tau_0 \ell \chi}{\rho g \omega} \quad (19.3.7)$$

Узунлик бўйлаб напор йўқотилишидан фойдаланиб ушбу тенгликни олади:

$$\left[z + \frac{\mathrm{P}}{\rho g}\right]_{\mathrm{I}} - \left(z + \frac{\mathrm{P}}{\rho g}\right)_{\mathrm{II}} = h_{дл} \quad (19.3.8)$$

Напорни узунлик бўйлаб йўқотилиши учун (19.3.7) ва (19.3.8) тенгликларда

$$\tau_0 = \rho g \frac{\omega}{\chi} \cdot \frac{h_{дл}}{\ell}$$

Гидравлик оғиш $\mathfrak{I} = \dfrac{h_{дл}}{\ell}$ бўлгани учун қуйидаги тенгликни оламиз:

$$\tau_0 = \rho g \frac{a}{2} \mathfrak{I} \quad (19.3.9)$$

Ажратилган элементга таъсир этувчи уринма кучланиш қуйидагича олинади :

$$\tau = \rho g \mathfrak{I} \frac{r}{2} \quad (19.3.10)$$

(19.2.9) ва (19.2.10) тенгликларда қуйидаги тенгликни олсак

$$\tau = \tau_0 \cdot \frac{r}{a} \quad (19.3.11)$$

Шундай қилиб, дисперс аралашма оқими равон бўлганда ҳамда концентрациялар ўзгармас бўлган ҳолда уринма кучланиши узунлик бўйлаб ўзгармас бўлади, радиус йўламида эса чизиқли қонуниятда боғланган. Қувурдаги оқим ламинар ва турбулент (икки қатламли) оқим ҳосил бўлади ва улар қуйидагича аниқланади:

$$\tau = \mu \frac{dV_{см}}{dz} + \rho \ell^2 \left(\frac{dV_{см}}{dz}\right)^2 \quad (19.3.12)$$

(19.2.11) тенгликни этиборга олсак, ушбу тенглик ўринли бўлади:

$$-\mu\frac{dV_{см}}{dr}+\rho_{см}\ell^2\left(\frac{dV_{см}}{dr}\right)^2=\rho_{см}g\Im\cdot\frac{r}{2} \qquad (19.3.13)$$

Бу ерда ℓ-аралашиш узунлиги бўлиб, унинг учун ушбу Саткевич тенглигини оламиз:

$$\ell=\wp(a-r)\sqrt{\frac{r}{a}}$$

Бу ерда $\wp$ - Карман ўзгармаси.

Олинган тенгламаларга исмсиз миқдорлар қуйидагича киритилган: $r=a\cdot\xi$ $V_{см}=\overset{0}{V}_{см}\cdot\tilde{V}$. Натижада доиравий цилиндрик қувурлардаги аралашманинг тезлиги учун ушбу тенгламани оламиз:

$$\wp^2\xi(1-\xi)\left(\frac{d\tilde{V}}{d\xi}\right)^2-\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{d\overset{a}{V}}{d\xi}=\frac{\Im}{4Fr}r \qquad (19.3.14)$$

Бу ерда

$$\mathrm{Re}=\frac{a\overset{o}{V}_{см}}{\nu_{см}},\quad Fr=\frac{\overset{o}{V}{}^2_{см}}{2ga}$$

$$\overset{o}{V}_{см}=\overset{o}{V}_1\left[\frac{1+\tilde{\rho}\dfrac{f_2}{f_1}\dfrac{\overset{o}{V}_2}{\overset{o}{V}_1}}{1+\dfrac{f_2}{f_1}\rho}\right],\qquad \nu_{см}=\nu_1\frac{1+\tilde{\rho}\dfrac{f_2}{f_1}\dfrac{\nu_2}{\nu_1}}{1+\tilde{\rho}\dfrac{f_2}{f_1}},\qquad \tilde{\rho}=\frac{\rho_{нi}}{\rho_{вi}}.$$

Ламинар ҳаракатли қатламда ҳаракат тўғри чизиқли бўлгани учун, суюклик заррачалари ўзаро аралашмайди ва қатламда аралашиш оралиғининг узунлиги $l=0$ бўлиб, (19.3.14) тенгламадан бу яъни ламинар соҳасидаги аралашма тезлиги учун қуйидаги тенгламани оламиз:

$$\frac{d\tilde{V}}{d\xi}=-\frac{J}{4}\frac{\mathrm{Re}}{F_r}\cdot\xi.$$

Бу тенгламани $\tilde{V}(1)=0$ шартдан фойдаланиб интегралласак, аралашма заррачаларининг ламинар ҳаракатдаги тезликлари учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$V_{(€)} = \frac{J}{8}\frac{\mathrm{Re}}{F_r}\left(1-€^2\right) \qquad (19.3.15)$$

Турбулент тарздаги ҳаракат тезлик тақсимоти қуйидагича аниқланади:

$$V_{см}(r) = V_{см}(€_0) + \frac{I_0}{2\,\mathrm{Re}\,k}\ln\left[\frac{€}{r_0}\left(\frac{1-€_0}{1-€}\right)\right] \qquad (19.3.16)$$

Бу ерда I_0 - Бессел функцияси.

Олинган натижалардан фойдаланиб дисперс аралашма оқим сарфи, напорни йўқотилиши ва доиравий қувур учун Дарси коэффициенти аниқланади:

$$Q_{см} = \frac{\pi a^2}{32}\frac{\mathrm{Re}}{F_r}\overset{o}{V}_{см}J\,; \quad Q_{СМ} = Q_1 + Q_2\,,$$

$$h_{дл} = \lambda\frac{\ell}{a}\frac{\overset{o}{V}_{см}}{2g} \qquad \lambda = \frac{64F_rQ_{cm}g}{Ree\,\overset{0}{V}{}^3_{см}}\,; \qquad (19.3.17)$$

Қувурдаги ҳаракат уч хил тарздаги ҳаракатлардан иборат бўлиши мумкин: Қувур девори атрофида ламинар тарздаги ҳаракат $r^* < € < 1$ бу қатламдан сўнг ламинар турбулент ҳаракат қатлами ($€_0 < € < €^*$) ва қувур симметрия ўқи атрофида, оқим марказида турбулент тарздаги ҳаракат ($0 < r < €_0$) кўпинча $\left(0 < € < \frac{2}{3}\right)$ деб олинади. Оқимлар қатламлари қалинлиги, шу қатламларни чегараларидаги кинематик ва динамик шартлар ёрдамида аниқланади.

19.4 Бир жинсли бўлмаган қатламли сиртдаги тўлқин ҳаракатининг ўзгариш қонунлари

Табиий шароитда суюқлик, газ ва уларнинг аралашмасига тўсатдан берилган кичик қўзғолишлар, турли оқимларнинг ўзаро таъсирлари уларнинг сиртида даврий такрорланадиган ҳаракат тарзи ҳосил бўлиб, у суюқлик сирти бўйлаб тарқалади ва тўлқинли ҳаракат ҳосил бўлади. Одатда тўлқин сирти анча мураккаб бўлиб унинг ҳосил бўлишига турли сабаблар бўлиб, баъзан бу сабаблар бир қанча бўлса тўлқинлар системаси биргаликда (интерференция) тўлқин сиртини ҳосил қилади. Бундай ҳаракатларни ўрганиш учун бир ва кўп фазали, кўп муҳитли аралашмалар назарияси асосида назарий моделлар яратилади. Оқим ҳаракати учун яратилган моделларда параметрларни тўпламини тўғри танлаш катта аҳамиятга эга бўлади. Қуйида шундай тўлқинлардан энг

соддасини кўрамиз. G **соҳасидаги икки қатламли оқимларда тўлқинли ҳаракат масаласини кўрамиз. Қалинлиги мос** h **ва** H **бўлган (равишда)ҳар иккала қатлам** G_I, G_{II} **кўп фазали диперс аралашмалар ҳаракатида бўлсин.** G_I **қатлам қуйи қатлам бўлиб, унинг устида** G_{II} **қатлам ҳаракатда бўлсин ва** L_{12} **шу икки қатламни чегараловчи сирт бўлиб, унда тўлқинли ҳаракат мавжуд бўлсин, ҳамда** G_I, G_{II} **қатлам устма уст ҳаракат қилганда бир биридан ажралмасин.**

Қуйи қатлам G_{II} H **- қалинликка эга бўлиб, у дисперс аралашмадан иборат бўлиб, у сув оқавалар ёки тузлардан иборат кўп фазали аралашма бўлсин. Уларнинг параметрлари мос равишда**

$f_{в I}, \rho_{в i}, f_{npI}, \rho_{npiI}$

Улар орасида ушбу муносабатлар ўринли:

$$f_c^{(II)} + f_з^{(II)} + f_{HI}^{(II)} = 1$$

$$\rho_n = f_n^{(II)} \rho_{ni}^{(II)} \qquad \textbf{(19.4.1)}$$

Бу ерда:

ва

$\rho_n = f_n^{(II)} \rho_{ni}^{(II)}$

лар G_{II} **-биринчи қатламдаги сув, оқава ва тузларнинг хажмий концентрацияси ва хақиқий зичликлари бўлиб** $\rho_n^{(II)}$ **- уларнинг келтирилган зичликлари ҳисобланади.**

Мос равишда G_{II} **- қатлам устида қалинлиги** H **- бўлган** G_I **- қатлам ҳаракатда бўлиб, улар ҳам дисперс аралашмалардан иборат бўлсин ва уларнинг концентрациялари ҳақиқий ва келтирилган зичликлари қуйидагича қабул қилинади:**

Соддалик учун дисперс аралашмалар икки фазали бўлиб, улардаги тўлқинли ҳаракат бирор кичик қўзғалиш таъсирида ҳосил бўлган деб ҳисоблаймиз.У ҳолда дисперс аралашмалар учун ушбу тенгликлар киритилади.

$$f_1^{(m)} + f_2^{(m)} = 1 \quad , \qquad \bar{\rho}^{(m)} = \frac{\rho_{2i}^{(m)}}{\rho_{1i}^{(m)}} \ ,$$

$$\bar{\rho}^{(m)} = \rho_1^{(m)}(f_1^{(m)} + f_2^{(m)}\rho^{(m)} \qquad (19.4.2)$$

L_{12} - икки қатламни ажратувчи сирт, L_0 - эркин сиртлар билан чегараланган қатлам. Кичик қўзғалиш ҳосил бўлишдан аввал бу қатламлар h, H - қалинликка эга бўлиб қўзғалмас ҳолатда бўлсин, яъни:

$$(\rho^{(I)} < \rho^{(II)})$$

кичик қўзғалмас қатлам пайдо бўлгач ҳосил бўлган тўлқинли ҳаракат потенциал оқим бўлиб, улардан L_{12} ва L_0 - сиртлар конфигурациялари $\eta_1(x,t)$ ва $\eta_2(x,t)$ ва улар мос равишда $\eta_1(x,t)$, $\eta_2(x,t)$ – кичик миқдорлар бўйича ўзгарсин. У ҳолда ҳар бир қатлам ва унинг ҳар бир фазаларига учун мос келган тезлик потенциалини киритиш мумкин: $\varphi_n^m(x, y, t)$

$$\vec{V}_h^{(m)} = grad\varphi_n^{(m)}; \qquad (19.4.3)$$

Ҳар бир қатламдаги дисперс аралашмаларни идеал суюқликлар деб оламиз.Улар учун аралашма тезлиги ва тезлик потенциалини киритамиз:

$$\vec{V}_{см}^{(m)} = grad\varphi_{см}^{(m)}; \qquad (19.4.4)$$

Бу ерда:

$$\bar{V}_{см}^{(m)} = \frac{f_1^{(m)}\bar{V}_1^{(m)} + f_2^{(m)}\hat{\rho}^{(m)}\bar{V}_2^{(m)}}{f_1^{(m)} + f_2^{(m)}\hat{\rho}^{(m)}}$$

$$\varphi_{см}^{(m)} = \frac{f_1^{(m)}\varphi_1^{(m)} + f_2^{(m)}\cdot\hat{\rho}^{(m)}\cdot\varphi_2^{(m)}}{f_1^{(m)} + f_2^{(m)}\cdot\hat{\rho}^{(m)}} \qquad (19.4.5)$$

Масала xOy - текислигидаги оқим сифатида кўрилиб, уларни ажратувчи сирт -$\eta_2(x,t)$, эркин сирт $\eta_1(x,t)$-миқдорда ўзининг стационар ҳолатидан четланишини ва G_I, G_{II} соҳадаги тезликлар тақсимотини аниқлаш ҳисобланади.

Потенциал оқим учун суюқликлар сиқилмайдиган, ташқи кучлар (бу ерда асосан оғирлик кучи) потенциалга эга бўлгани учун Коши-Лагранж интеграли мавжуд. Ундан фойдаланиб L_0 ва L_{12} - чизиқларда ушбу чегаравий шартлар олинади:

$$y = h \text{ да } \left(\frac{\partial^2 \varphi_I}{\partial t} + g\frac{\partial^2 \varphi_I}{\partial y} \right)_{y=h} = 0$$

$$y = 0 \text{ да } \frac{\partial \varphi^I}{\partial y} = \frac{\partial \varphi^{II}}{\partial y}.$$

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(x)}}{\partial t^2} + g\frac{\partial \varphi^{(x)}}{\partial y} = \rho\left(\frac{\partial^2 \varphi^{(II)}}{\partial t^2} + g\frac{\partial^2 \varphi^{(II)}}{\partial y} \right) \quad (19.4.6)$$

$$y = -H \text{ да } \frac{\partial \varphi^{II}}{\partial y} = 0$$

Бошланғич шартлар

$$\left. \frac{\partial\ \varphi^{(m)}}{\partial y} \right|_{t=0} = 0, \qquad \left. \frac{\partial\ \varphi^{(m)}}{\partial x} \right|_{t=0} = 0 \qquad (19.4.7)$$

$$\eta_I(x,0) = h, \eta_{II}(x,0) = 0.$$

Эркин сирт L_0 ва қатламларни ажратувчи чизиқ L_{12} учун ушбу тенгликларни оламиз:

$$\eta_I(x,t) = \frac{1}{g}\left. \left(\frac{\partial \varphi_I}{\partial t} \right) \right|_{y=h} \qquad (19.4.8)$$

Қуйида биз қўзғалмас тўлқин масаласини кўрамиз. Тезлик потенциаллари Лаплас тенгламасини қаноатлантиради.

$$\nabla^2 \varphi_{см}^{(m)} = 0 \qquad (19.4.9)$$

Қўзғалмас тўлқинлар учун тезлик потенциали қуйидагича олинади:

$$\varphi^{(m)}\ (x,y,t) = \left(A_m(x,y,t)e^{ky} + B_m(x,y,t)e^{-ky} \right)\cos kx \cos \delta t$$

(19.4.10)

Чегаравий шартларга кўра A_I, A_{II}, B_I, B_{II} лар учун (19.4.6) ва (19.4.7) шартлардан ушбу тенгламалар олинади:

$$A_I - B_I = A_{II} - B_{II},$$

$$e^{2kH} B_{II} - A_{II} - e^{-kH} = 0$$

$$\left(\sigma^2 - gk\right)A_I e^{kh} + (\sigma^2 + g\kappa)B_I e^{-kh} = 0,$$

$$\widehat{\rho} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \qquad (19.4.11)$$

$$\widehat{\rho}\left[-\sigma^2(A_{II} + B_{II}) + gk(A_{II} - B_{II})\right] + \sigma^2(A_I + B_I) - gK(A_I - B_I) = 0.$$

Олинган тенгламалар системасини 3 та тенгламалга келтириб бир жинсли тенгламалар системасини оламиз. Бу тенгламалар системаси чекли ечимга эга бўлиш шартидан тебраниш частотаси ва тўлқин сони *К* лар орасидаги муносабат учун ушбу биквадрат тенгламани оламиз:

$$\begin{aligned}&\sigma^4(thkh + \hat{\rho}\, thkh) - \hat{\rho}\,\sigma^2 gk\left[(1 + thkh\cdot thkH) +\right] + \\ &+ g^2K^2(\hat{\rho} - 1)thkh = 0\end{aligned} \qquad (19.4.12)$$

Биквадрат тенгламанинг ечими ушбу кўринишга келади.

$$\sigma^2 = gk\,\frac{\hat{\rho}(1 + thkh\cdot thkH) \pm \sqrt{D}}{2(thkh + \hat{\rho}\, thkH)} \qquad (19.4.13)$$

Бу ерда

$$D = \hat{\rho}^{\,2}(1 + thkhthkH)^2 - 4(\hat{\rho} - 1)(th^2kh + \hat{\rho}\, thkhthkH)$$

Кўрилаётган қўзғалмас оқим турғун бўлиши учун $D \succ 0$ бўлиши керак. $\hat{\rho} \prec 1$ бўлса, бу шарт бажарилади. $\hat{\rho} \prec 1$ шарт $\rho^{II}_{cv} < \rho^{I}_{см}$, яъни қуйи қатлам аралашмасининг зичлиги юқори қатламдаги аралашма зичлигидан кичик бўлиши керак бўлади. Акс ҳолда $\hat{\rho} \succ 1$ бўлган ҳолда қатламлар қалинлигига шарти келиб чиқади, яъни бу шарт қуйтдаги тенгсизликдан иборат бўлади:

$$\frac{\hat{\rho}^2}{\hat{\rho} - 1} > \frac{2th(thkh + \widehat{\rho}thkH)}{(thkh + \widehat{\rho}thkH)}$$

(19.4.6), (19.4.7) шартлардан коэффициентларни аниқлаймиз.

$$B_I = -\Lambda A_I, A_{II} = (1 + \Lambda)\frac{A_I}{1 - e^{-2kH}} \qquad (19.4.14)$$

$$B_{II} = (1+\Lambda)A_I \frac{e^{-2kH}}{1-e^{-2kH}}$$

Бу ерда

$$\Lambda = \frac{\sigma^2 - gk}{\sigma^2 + gk} e^{2kH} \ .$$

Тезлик потенциали (19.4.10), (19.4.14) тенгликларга кўра қуйидагича ёзилади.

$$\varphi_I(x,y,t) = A_I\left[e^{ky} - \Lambda e^{-2kH} \cdot e^{-ky}\right]\cos kx \cos \sigma t$$

$$\varphi_{II}(x,y,t) = A_I\left[(1-\Lambda)(e^{ky} + e^{-k(y+2H)})\right]\cos kx \cos \sigma t \qquad (19.4.15)$$

(19.4.8), (19.4.15) тенгликлардан L_0 ва L_{12} эркин сирт ва қатламларни ажратувчи сирт тенгламаларини оламиз:

$$\eta_I(x,t) = -2\frac{\sigma}{g}\frac{gk}{\sigma^2 + gk} A_I \cos kx \cos \sigma t$$

$$\eta_{II}(x,t) = \frac{\sigma}{g} A_I \left[(1+\Lambda)(\hat{\rho}\, thkh - 1)\right]\cos kx \sin \sigma t \qquad (19.4.16)$$

(19.4.16) эркин сирт ва қатламларни ажратувчи сиртда тўлқин тарқалишини беради.Тезликлар қуйидагича аниқланади:

$$a_I = \frac{\sigma}{g}\frac{2gk}{\sigma^2 + gk} A_I \, ,$$

$$a_{II} = \frac{\sigma}{g}\left[(1+\Lambda)(\hat{\rho}\, thkh - 1\right]\frac{1}{\hat{\rho} - 1}$$

Тебраниш амплитудаларининг нисбати қуйидагича аниқланади:

$$a = \frac{a_I}{a_{Ii}} = \frac{2gk}{\sigma^2 + gk} \cdot \frac{1}{(1+\Lambda)(\hat{\rho}\, thkh - 1)(\hat{\rho} - 1)}$$

19.5 Дисперс аралашманинг магнит майдонли қувурдаги ҳаракати

Гидротехник иншоотларни ишончли ва хавфсиз ишлатиш учун асосий масала– қувурларда муаллақ заррачаларни ташувчи оқимнинг гидродинамик ва гидравлик параметрларини аниқлаш ҳисобланади. Оқим жадаллигига, оқим соҳасининг конфигурациясига, қувур ғадир-будурлигига, қувурга киришдаги оқим характеристикаларига кўра турли тарздаги оқимлар ҳосил бўлиши мумкин. Шунингдек бу оқимга ички ва сиртқи кучлар ҳам таъсир этади (улар Рейнольдс, Фруд, Вебер сонлари билан аниқланади).

Қуйида бир жинсли дисперс аралашмаларнинг магнит майдони таъсиридаги R_0 - радиусли цилиндрик қувурдаги ҳаракати кўрилади.

1.Қувурдаги аралашма оқими кўп қатламли бўлиб, бу катламлар турли тарзда ҳаракат қиладилар: қувурнинг симметрия ўқи атрофида $0 < r < r_0$ да (оқим ядроси) соф турбулент оқим,

2.Қувур девори яқинидаги юпқа қатламда ламинар оқим ($r^* < r < R_0$),

3. Қувурнинг симметрия ўқи атрофи $0 < r < r_0$ ва юпқа қатлам ($r^* < r < R_0$),орасида эса ламинардан турбулент оқимга ўтиш қатлами мавжуд бўлиб ($r_0 < r < r^*$), у ламинар оқим қатламидан қалин, турбулент оқим қатламидан юпқа бўлиши аниқланди.

Дисперс аралашма қувурда кичик таъсирли магнит майдон таъсирида ҳаракатда бўлсин ($\mathrm{Re}_m << 1$). У ҳолда ток чизиғининг кўчишини ҳисобга олмай, фақат аралашма заррачалари ҳаракатига оладиган қўшимча кичик тезликларни кўрамиз.

Аралашма оқими масаласи асосан Рейнольдс сони Re , Рейнольдснинг магнит майдони таъсирини ифодаловчи сони Re_m, Алфен ва Гартман сонлари ёрдамида қурилади. Магнит майдонинг магнит индукцияси вектори (ўлчамсиз қилиб олинган) ушбу кўринишда ёзилади:

$$\vec{b} = \vec{b}_0 + \sum_{n=1}^{N} \mathrm{Re}_m^k \, \vec{b}_k + O(\mathrm{Re}_m^{k+1}) \qquad (19.5.1)$$

Бу тенгликни ҳисобга олиб ва $\mathrm{Re}_m << 1$ бўлиш шартидан фойдаланиб электр ўтказувчан дисперс аралашма ҳаракати учун ушбу тенгламани оламиз:

$$\begin{aligned} &\rho_n \left[\frac{\partial \vec{V}_n}{\partial t} + (\vec{V}_n, \vec{\nabla}/\vec{V}_n) \right] = -f_n gradp + \frac{1}{\mathrm{Re}_n} \nabla^2 \vec{V}_n + \\ &+ N\left[-grad\varphi_э + \left[\vec{V}_n \times \vec{b}_0 \right] \right] \times \vec{b}_0 + k(\vec{V}_p - \vec{V}_n) \end{aligned} \qquad (19.5.2)$$

Буерда $\varphi_э$ - электр майдон потенциали

$$grad\varphi_э = \frac{1}{2} div\left[\vec{V}_n \cdot \vec{b}_0 \right]$$

магнит майдони вектори цилиндрик қувур симметрия ўқига параллел деб олинади ва (19.5.2) тенглама Лаплас тенгламасига келади:

$$\nabla^2 \varphi_э = 0 .$$

Кўпинча турбулентлик минимал катталиги сифатида ёпишқоқ суюқлик масштаби олинади.

Бир фазали ёпишқоқ суюқлик учун ўлчамлар таҳлили асосида магнит майдони мавжуд бўлганда турбулент аралашиш узунлиги $l_{ич}$ - ички ва ташқи - $l_{таш}$ узунликларнинг ўзгариши ушбу тартибда олинган:

$$l_{ич} \cong L \operatorname{Re}^{3/4},$$

$$l_{таш} \cong L \operatorname{Re}^{-3/2}.$$

Турбулент оқим учун А.Н.Колмогоров магнит майдони индукцияси ошган сари бу узунликлар тенглашиб боради ва натижада ламинар оқим бўлади. Магнит майдони мавжуд бўлганида оқим турғунлигининг йўқолиши Рейнольдснинг катта сонларида ҳосил бўлишини эксприменталь натижалар кўрсатади. Кўпинча турбулент оқим аралашиш узунлиги ушбу кўринишда олинади[3]:

$$l \approx x\eta\gamma_1\gamma_2\gamma_3$$

Бу ерда:

$$\gamma_1 = \exp[-C_1\eta],$$

$$\gamma_2 = 1 - \exp[-C_2\eta]\left[\sqrt{1 + \frac{A^4}{256}} + 0.5A^2\right]^2.$$

$$\gamma_3 = \exp(-\frac{C_2}{C_1^2}A^2)$$

бу ерда: $\eta = \dfrac{\delta}{R_0}$, $A = \dfrac{C_1 Ha}{\operatorname{Re}_*}$, $C_1 = 29.5$, $C_2 = 700$, Ha - Гартман сони.

Сувни магнит майдонига таъсирлантирилса оқим равонланади (стабиллашади) ва ламинар оқим турғун ҳолатга ўтади. Сувга магнит майдони таъсири суюқлик(сув) ёпишқоқлик коэффициентига таъсир қилади.

$$\tau_0 = \rho g \frac{R_0}{2} J, \quad \tau = \rho g \frac{r}{2} J$$

Цилиндрик қувурда магнит майдони бўлмаган ҳол учун уринма кучланиш қуйидагича аниқланади:

$$\tau_{0см} + \tau_{см} = \rho_{см} g \frac{r}{2} J$$

Оғма цилиндрик қувурда дисперс аралашмани уч қатламли оқиш модели(турли тарздаги аралашма ҳаракат, аввалги (19.3)да масалаларини ечиш кўрсатилган. Унда қувурдаги оқим соҳаси уч қатламга ажратилган:

$0 < r < r_*$ - турбулент тарздаги ҳаракат;

$r_0 < r < r_*$ - ўтиш соҳали (турбулент-ламинар);

$r_* < r < R_0$ - ламинар оқим.

Оқимларни ажратувчи соҳа чегаралари r_0 ва r_* лар кинематик ва динамик шартлар ёрдамида аниқланади. Ўтиш соҳаси учун оқим заррачаларини аниқлаш тенгламаси олинган:

$$l^2 \rho_{см} \left| \frac{dV_{см}}{d\hat{r}} \right| \frac{dV_{см}}{dr} \pm \mu_{см}^* \frac{dV_{см}}{dr} = \rho_{см} g \frac{r}{2} J \ .$$

Дисперс аралашма оқими магнит майдони таъсирида бўлса ўтиш соҳаси учун ушбу тенгламани оламиз:

$$l^2 \rho_{см} \left| \frac{dV_{см}}{d\hat{r}} \right| \frac{dV_{см}}{dr} \pm \mu_{см}^* \frac{dV_{см}}{dr} = \rho_{см} g \frac{r}{2} J - \frac{b_0^2}{2\mu_0} \ . \qquad (19.5.3)$$

Ламинар оқим учун аралашиш бўлмайди ва $l = 0$ (19.5.3) тенглама:

$$\frac{dV_{см}^{(I)}}{dr} = \rho_{см} g \frac{r}{2} \frac{J}{\mu_{см}} - \frac{b_0^2}{2\mu_0^2} \ .$$

Бу тенгламани интеграллаб, аралашма заррачалари тезликлари учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$V_{см}^{(I)} = \rho_{см} g \frac{J}{\mu_{см}} (r^2 - r_0^2)$$

$$V_{см}^{(I)} = \frac{(r_0^2 - r^2)}{4\nu_{см}} + \frac{b_0^2}{2\mu_0^2 \mu_{см}} (r_0 - r)$$

19.6 Айланувчан вал диски устидаги дончалар оқими қалинлиги ва тезликлар тақсимоти қонуниятларини ўрганиш

Шамол таъсирида юрувчи қурилма параметрлари аэродинамик характеристикалар билан аниқланиб, шамол энергиясидан фойдаланилганда хосил бўладиган бураш моменти ва шамол энергиясидан фойдаланиш коэффициенти қуйидаги кўринишда берилади:

$$M = \overline{M}\pi R_b^3 \frac{\rho_b}{2} u$$

Бу ерда $M = I\omega^2$ - шамол ғилдирагини айлантирувчи куч моменти бўлиб, тажрибалардан бу формуладаги инерция моментининг, яъни $J = 0.44R_b$ - га тенг эканлиги аниқланган.

R_b - шамол ғилдираги радиуси.

$$\mathrm{M} = 0{,}2mR_в^2\omega^2$$

Е.М. Фатееванинг ишларига кўра, шамол оқими энергиясидан фойдаланиш коэффициенти ушбу формуладан аниқланади:

$$\xi = \frac{2\mu\omega}{\pi R_в^2 \rho_в u}$$

$\xi = 0.593$, $m = const$ бўлганда шамол ғилдирагининг айланиш частотаси ҳаво оқими тезлигига боғлиқлиги, шунингдек аэродинамик характеристиканинг жисм формаси, жисмнинг дон оқимига нисбатан турган ҳолатига, ҳамда ҳавони секинлатувчи ёпишқоқлик кучига боғлиқлиги ҳам келтирилган бўлиб, бу куч Рейнольдс сони орқали қуйидагича ифодаланади:

$$\mathrm{Re} = \frac{ud}{\nu}$$

Тажриба тадқиқотларининг кўрсатишича, Рейнольдс сони $\mathrm{Re} \succ 3000$ дан ошганда аэродинамик характеристикалар, яъни кўтариш кучи коэффициенти-C_f ва қаршилик кучи коэффициенти -C_x Рейнольдс сонига боғлиқ бўлмай колади.

Эркин ҳаво оқимининг дон оқимини узоққа сочиши “сопло”дан чиқишдаги ўртача тезлик - $u_{ср}$ га , сопло радиуси R_0 га, Q-оқим сарфига боғлиқ бўлиши ўрганилган.

С.Ф. Проконенко, М.Т. Георгиевларнинг аэродинамик ишларидан фойдаланиб, юборилаётган оқим қувватини аниқловчи, яъни узлуксиз оқимни таъминловчи оқим сарфи формуласи олинган:

$$Q_в = u_{ср}\pi R_о^2 \quad ;$$

$$\mathrm{N}_в = \frac{Q_0 u_{ср} \rho_в}{150\eta}$$

Юқоридаги изланишлар орқали пневмодиск сачратгичли вентилятор ускунасидан оқимнинг отилиш узоқлигини аниқловчи қуйидаги формулани ҳосил қилиш мумкин:

$$D = \frac{12{,}4\mathrm{K}\, u_0 \left[1 - 25 R_в^2 \left(1 - \sqrt[3]{\xi}\right)\right] R_0}{u_{\min}}$$

Проконенко С.Ф., Георгиев М.Т. ишларида бу муаммо бир фазали оқим учун олинган.

Проф. Хамидов А.А. томонидан таклиф этилган усулини қўллаб бу формулаларни кўп фазали ёпишқоқ аралашма учун келтирамиз.

Айланувчи уюрмали цилиндрнинг конструктив параметрларини гидродинамика нуқтаи назаридан таҳлил қилиб, оқим тизими ва диск сиртида уюрмали дон оқимининг пайдо бўлишини кўриш мумкин.

Бунда дон оқими айланувчи диск сирти ўртасигатуширилиб, дон оқими заррачалари тезлиги ўрганилади. Дон оқимининг ҳар бир заррачаси тезлигини аниқлаш натижасида заррача траекториялари ва дон оқимининг оқиб тушиш формаси аниқланиши мумкин. Дон оқимининг ҳаракатини ифодалаш учун юқорида келтирилган шартларни ҳисобга олинган ҳолда Навье-Стокс тенгламасини ушбу кўринишда ёзамиз:

$$\mu \frac{d^2 u_x}{dz} + \rho_x r \omega^2 = 0 \qquad (19.6.1)$$

Дискнинг айланиши ҳисобга олинганда бу чегаравий шартлар ушбу кўринишга эга бўлади:

Чегаравий шартлар билан:

$$\mathrm{Z} = 0\ ,\ u_{ж} = u_0\ .$$

Эркин сиртда

$$\mathrm{Z} = \rho\ ,\ \frac{du_{ж}}{dz} = 0.$$

$$\mathrm{Z} = \rho\ ,\ \frac{d\ u_{ж}}{dz} = 0\ .$$

У ҳолда олинган тенгламанинг кўриниши қуйидагича ўзгаради:

$$\rho^3 A + \lambda S = q$$

$$u_{ж} = -\frac{\rho\omega^2 r}{2\mu} z^2 + \frac{\rho_{ж}\omega^2 rsz}{\mu} + \omega r r = \frac{\rho_{ж}\omega^2 r}{\mu}\left(\rho z - \frac{z^2}{2} + \frac{\gamma}{\omega}\right)^2 \qquad (19.6.2)$$

Бу тенгликдаги $\frac{\gamma}{\omega}$ ифода оқимнинг кинематик зичлигига боғлиқ бўлиб, диск сиртидаги оқимнинг қалинлигини аниқловчи, яъни дон заррачалари фарқини кўрсатувчи коэффициент деб юритилади. Қатламдаги дон оқимининг умумий сарфи $q + q_0$ га тенг бўлиб, қуйидаги параметрларга:

1. Зичликка ρ ;

2. Динамик ёки кинематик ёпишқоқлик коэффициентига μ, ν ;

3. Уюрмали дискнинг бурчак тезлигига ω ;

4. Дискнинг радиуси ва дискнинг горизонтга нисбатан оғиш бурчагига боғлиқ бўлади.

Юқорида келтирилганларни қуйидаги ифода орқали ёзиш мумкин:

$$q = q_0 + \frac{\rho_{ж}\omega^2 r}{\mu} - \frac{\gamma}{\omega} \times \frac{\rho^2}{2} = q_0 + \frac{\rho^2}{2} \times \frac{\rho_{ж}\omega r \gamma s^2}{2} \qquad (19.6.3)$$

Дон қобиғи пўстини ажратиш процессига оптимал ҳаво оқими билан таъсир этиш учун тишли уюрмали цилиндр шундай конструкцияли бўлиши керакки:

уюрмали дискнинг радиуси унинг остидаги цилиндр радиусидан катта бўлиши билан бир қаторда радиуснинг критик қийматидан кичик бўлиши керак.

Юқоридаги масала бир фазали оқим учун ёки якка заррача учун ечилган бўлиб, масалани кўп фазали суюкликлар соҳасида ечиш учун қуйидаги шартларни киритамиз:

1. Ламинар оқим учун суюқлик заррачаларининг аралашиш оралиғи $l = 0$ бўлгани учун, (1) тенгламаги $u = V$ тезлик қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$V_{ж} = \frac{\rho}{\mu}\omega^2\left(\delta^2(z) - \frac{z^2}{2}\right) \qquad (19.6.4)$$

Ламинар режимдаги дон оқими сарфи ушбу формуладан аниқланади:

$$Q = 2\pi \int_0^{\delta(r)} urdr = \frac{2\pi r^2 \omega^2 \delta^3(r)}{3\nu}$$

Бундан тезлик тақсимоти учун ушбу ифода олинади:

$$\delta(r) = \sqrt{\frac{3\nu_{ж} Q V_{см}}{2\pi\omega^2 R_0^2}} \cdot r^{-\frac{2}{3}}$$

ёки

$$\delta(r) = \sqrt[3]{\frac{3\nu Q}{2\pi R_0^5 \omega^2}} \cdot r^{-\frac{2}{3}} \qquad (19.6.5)$$

Энди айланувчи диск сиртида ҳосил бўладиган оқимнинг турбулентлиги кам бўлган ҳолини кўрамиз.

Дисклар орасидаги h масофа диск радиусидан анча кичик бўлсин, яъни $h << R_0$.

Бу ҳол учун турбулент аралашиш соҳаси турбулент тарздаги ҳаракат учун Прандтл формуласини ушбу кўринишда киритиш билан ифодаланади:

$$l = \chi(б(r) - Z)$$

Бу ерда $\delta(r) -$ айланувчи диск сиртидаги донли қатлам қалинлиги, $\chi -$ Карман коэффициенти бўлиб, қуйидаги формуладан олинади [3].

$$\chi = K_0 F_0$$

бу ерда

$$F_0 = \sqrt{\frac{f_1 + \rho f_2 \frac{q_2^2}{q_1^2}}{f_1 + f_2 \rho}} \quad , \quad \rho = \frac{\rho_{2i}}{\rho_{1i}}$$

q_1, q_2 - дискка тушувчи аралашма оқимининг вақт бирлигидаги сарфларии. f_1, f_2 - мос равишда дон ва аралашманинг концентрацияси эканлигини ҳисобга олсак (1) тенглама қуйидагича ёзилади:

$$\frac{d}{dz}\left[\chi^2 (б(r) - z)^2 \left(\frac{dV}{dz}\right)^2\right] + \omega^2 r = 0 .$$

Тенгламани $z -$ бўйича интеграллаб ва чегаравий шартларни ҳисобга олиб қуйидаги тенгликни оламиз:

$$\frac{dV}{dz} = \sqrt{\frac{\omega^2 r}{\chi^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{б(r) - z}}} .$$

Бундан дон оқими тезлиги учун ушбу ифодани чиқарамиз:

$$V = 2\sqrt{\frac{\omega^2 r б(r)}{\chi^2}} - 2\sqrt{\frac{\omega^2 r}{\chi^2}(б(r) - z)} \qquad (19.6.6)$$

Энди $\delta(r)$ дон оқими қалинлигининг вақт бирлигидаги сарфини аниқлаймиз, бунинг учун дон оқими қалинлигидан $z -$ ўқи бўйича интеграл оламиз:

$$Q = 2\pi r \int_0^{б(r)} V dz .$$

Юқорида келтирилган тезлик $V(r,z)$ учун олинган (19.6.6) ифодадан фойдаланиб дон аралашмаси сарфи учун қуйидаги формулани аниқлаймиз:

$$Q = \frac{2l\pi}{3}\sqrt{\frac{\omega^2 (r б(r))^{3/2}}{\chi^2}} = \frac{2\pi l}{3}\sqrt{\frac{\omega^2 R_0^6}{\chi^2}}$$

$$Q_{ж} = \frac{2\pi l \omega R_0^3}{3\chi}\sqrt{r^3 б^3(r)}$$

$$Q = \left(\frac{3Q}{2\pi l \omega R_0^3}\right)^{2/3} = \text{€}б\text{€}(r),$$

$$б\text{€}(r) = \frac{1}{\text{€}}\left(\frac{3Q_{см}\chi}{2\pi l \omega R_0^3}\right)^{2/3} \qquad (19.6.7)$$

Бу ифода ламинар соҳадан турбулентга ўтиш соҳасига тегишлидир. Энди донлар оқимининг турбулент ҳаракати Рейнольдс сонининг, яъни Re>10^5 катта бўлган ҳолни қараймиз. Бу оқим кучли уюрмали цилиндрдаги турбулентланган оқим бўлгани учун, Л.А. Саткевичнинг [2] аралашиш соҳаси узунлиги учун келтирган ушбу формулани оламиз:

$$l_r = \chi\sqrt{\text{€}}\left(б(r) - z\right)$$

Уринма кучланиш учун ушбу ифодани оламиз:

$$\tau = \rho\ \chi^2\, \text{€}\left(б(r) - z\right)\left(\frac{dV}{dz}\right)^2 .$$

Дисперс аралашмали ҳаракат учун ушбу тенгламани оламиз:

$$\frac{d}{dz}\left[\rho\ \chi^2\, \text{€}\left(б(r) - z\right)\left(\frac{dV}{dz}\right)^2\right] + \omega^2 r \rho_{ж} = 0$$

Олинган тенгламани чегаравий шартлардан фойдаланиб ва интеграллаб қуйидаги ифодаларни ҳосил қиламиз:

$$\frac{dV\text{€}}{dZ\text{€}} = \pm\sqrt{\frac{R_0^2\omega^2}{V_{см}^2\chi^2}}\ \frac{\sqrt{\text{€}}}{\sqrt{\text{€}\cdot\left(б\text{€}(r) - \text{€}\right)}},$$

бу ерда

$$€ = \frac{z}{R_0}\ ; \qquad V€_{см} = \frac{V}{V^0}\ .$$

Олинган натижадан Z ўқи бўйича берилган чегаравий шартлардан фойдаланиб заррача тезлиги учун ушбу тенгликни оламиз:

$$V€ = 2\frac{\omega R_0\sqrt{€}}{\chi V} arctg\sqrt{\frac{€}{б€(r) - €}}$$

ёки

$$V = \frac{2}{\pi}\frac{\omega R_0}{\chi}\sqrt{€}€ arctg\sqrt{\frac{€}{б€(r) - €}} \qquad (19.6.8)$$

Энди кўрилаётган турбулент модел учун диск сиртида ҳосил бўлган плёнкали аралашма оқимнинг сарфини аниқлаш формуласини келтирамиз:

$$Q = 2\pi r\int_0^{б(r)} \frac{\omega R_0\sqrt{€}}{\chi} arctg\sqrt{\frac{€}{б€(r) - €}} \cdot dz =$$

$$= \frac{2\pi R_0\omega €\sqrt{€}}{\chi}\int_0^{б(r)} arctg\sqrt{\frac{€}{б€(r) - €}} \cdot d€$$

Интегрални ҳисоблаб плёнкадаги аралашманингоқим сарфини аниқлаймиз:

$$Q = \frac{2\pi\omega R_0^3}{\chi} €^{3/2} I_0 б€(r)$$

бу ерда $I_0 = \pi$.

Бундан диск сиртидаги плёнка қалинлиги аниқланади:

$$б(r) = \frac{\chi_0 QF}{4\pi^2\omega\sqrt{R_0}} €^{-3/2} \qquad (19.6.9)$$

Олинган турли оқим тарзлардаги дон оқими сирти қалинлигининг сиқилиш даражаси турли бўлишини кўрамиз[5,7,9]: ламинар оқим қалинлигининг сиқилиш коэффиценти $б \approx €^{-2/3}$, оқим ўтиш соҳасида $б€ \approx €^{-1}$, оқим кучли турбулент соҳасида: $б \approx €^{-3/2}$ бўлар экан.

€	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9

δ (€	0, 1778	0,2990	0,4053	0,5030	0,594	0,6817	0,7652	0,8460	0,9240
$r^{-3/4}$	5,6234	3,437	2,4669	1,9888	1,681	1,4668	1,3062	1,1822	1,0822
$r^{-2/3}$	4,645	2,928	2,2315	1,8420	1,5874	1,4058	1,2683	1,1604	1,072
	21%	17,4%	10,55%	7,97%	6%	4,34%	0,3%		

€	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
	10	5	3,333	2,5	2	1,667	1,4286	1,25	1,111
$\sqrt[3]{€}$	0,464	0,584	0,6694	0,7368	0,7937	0,8424	0,8880	0,9283	0,9655
$(\sqrt[3]{€})$	3,2153	0,3415	0,4418	0,5429	0,630	0,7111	0,7834	0,8117	0,9322
$\frac{1}{€^{2/3}}$	4,645	2,9280	2,2315	1,842	1,5874	1,4058	1,2683	1,1604	1,072
	100%	70%	49%	35,7%	26%	18,6%	12,7%	7,7%	3,6%

Оқим ламинар бўлганида дон заррачалари оқимнинг турбулент ҳолатидагига нисбатан анча кам сиқилади. Демак, оқимнинг турбулентлик тарзи доннинг тозаланиш жараёнига муҳим таъсир этади.

19.7 Дисперс аралашма оқимининг ташқи муҳитга оқиб чиқиш қонунининг математик модели

Ёнғинга қарши кураш ускуналарида суюқлик аралашмасининг ташқи муҳитга оқиб чиқишини урганувчи масалалар учрайди. [1] ишда бир фазали суюқликлар, [2] ишда ёпишқоқ суюқликлар аралашмаси оқимининг бир қанча автомодел ечимлари олинган бўлиб, бу ечимлар оқим манбаидан анча юқорида (узоқда) бўлган ҳол учун каралган. [3] ишда ёпишқоқ суюқликлар аралашмаси оқимининг автомодел ечимлари олинган. Қуйида дисперс аралашманинг ташқи муҳитга оқиб чиқиши масаласини кўрамиз. Унда аралашма оқими унинг манбага нисбатан яқин соҳадаги ўққа симметрик ҳаракати кўрилади. Шу масала[4] ишда текисликка параллел оқим учун каралади.

Юкорида келтирилган масалаларни Х.А.Рахматулиннинг ўзаро сингиб ҳаракатланувчи ёпишқоқ суюқликлар моделини оркали ўрганишга харакат киламиз.

Бунинг учун масалани қуйидагича қўямиз: вертикал текисликда жойлашган жуда тор тирқишдан дисперс аралашма отилиб оқиб чиқиб ташқи муҳитда ҳаракат қилади деб фараз қиламиз. Оқим ўққа нисбатан симметрик, мўътадил, сарфи чекли, бошлангич оқим импульси I_0. Оқим чиқаётган тирқиш чексиз кичик бўлиб, оқим импульси $I_0 < \infty -$ чекли бўлса, тирқиш юзаси нолга интилганда оқим импульси чекли бўлиб, оқим сарфи нолга интилади. Бу тирқиш кичкина бўлса ҳам импульси чекли бўлиши сарфнинг камайишига олиб келади. Куйидаги ифодалардан маълумки,

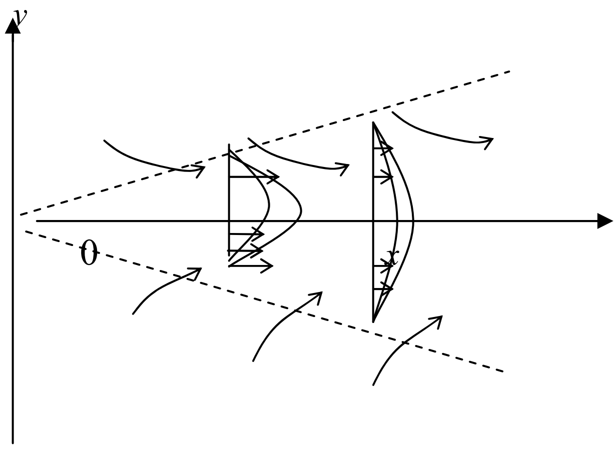
$$Q = 2\pi \int_0^{\delta} vrdr \, ,$$

$$I_0 = 2\pi \int_0^{\delta} v^2 rdr$$

тезлик анча катта бўлган ҳолда $Q < I_0$ бўлади.

Бундай ҳол турли оқим аппаратларида кузатилади. Оқимнинг симметрия ўқи сифатида Ox - координата ўқи олинса, жуда кичик тирқишдан оқиб чиққан оқим жадал бўлгани сабабли ушбу тенглик ўринли бўлади:

$$\frac{dp}{dx} = 0 \, .$$



19.2 расм. Энсиз тирқишдан оқиш схемаси.

Бу ҳолда аралашманинг ҳаракати ва узлуксизлик тенгламалари қуйидагича ёзилади

$$
\left.
\begin{aligned}
& u_1\frac{\partial u_1}{\partial x}+v_1\frac{\partial u_1}{\partial y}=\nu_1\frac{1}{y^k}\frac{\partial}{\partial y}\left(y^k\frac{\partial y_1}{\partial y}f_2\right)+\frac{K}{\rho_1}\left(u_2-u_1\right)\\
& u_2\frac{\partial u_2}{\partial x}+v_2\frac{\partial u_2}{\partial y}=\nu_1\frac{1}{y^k}\frac{\partial}{\partial y}\left(y^\kappa f_2\frac{\partial y_2}{\partial y}\right)+\frac{K}{\rho_2}\left(u_1-u_2\right)\\
& \frac{\partial u_1}{\partial x}+\frac{\partial v_1}{\partial y}=0,\quad \frac{\partial u_2}{\partial x}+\frac{\partial v_2}{\partial y}=0
\end{aligned}
\right\} \qquad (19.7.1)
$$

Аралашма концентрациялари эса мос равишда $f_1 = const$ ва $f_2 = const$ бўлиб, тезлик вектори $\vec{V}_n$, компонентлари эса u_n, v_n. $k=0, k=1$ да текисликка параллел бўлгани учун, ўққа симметрик массага эга окимни караймиз.

Кесимидан ўтувчи аралашма импульси симметрия ўқи бўйлаб ўзгармас бўлишини назарда тутсак Карман интеграл муносабати қуйидаги куринишга келади:

$$
\begin{aligned}
I &= \int_{-\infty}^{\infty}\rho_1 u_1^2 dy+\int_{-\infty}^{\infty}\rho_2 u_2^2 dy=\\
&= f_1\int_{-\infty}^{\infty}\rho_{01} u_1^2 dy+f_2\int_{-\infty}^{\infty}\rho_{02} u_2^2 dy=I_0=const
\end{aligned}
\qquad (19.7.3)
$$

Аралашманинг ҳар бир фазаси учун ток функцияси киритилса, ток функцияси учун ушбу тенгламаларни оламиз:

$$
\left.
\begin{aligned}
& \frac{\partial\psi_1}{\partial y}\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\psi_1}{\partial x}\frac{\partial^2\psi_1}{dy^2}=\nu_1\frac{1}{y^\kappa}\frac{\partial}{\partial y}\left(f_1 y^\kappa\frac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2}\right)+\frac{K}{\rho_1}\left(\frac{\partial\psi_2}{\partial y}-\frac{\partial\psi_1}{\partial y}\right)\\
& \frac{\partial\psi_2}{\partial y}\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\psi_2}{\partial x}\frac{\partial^2\psi_2}{\partial y^2}=\nu_2\frac{1}{y^\kappa}\frac{\partial}{\partial y}\left(f_2 y^\kappa\frac{\partial^2\psi_2}{\partial y^2}\right)+\frac{K}{\rho_2}\left(\frac{\partial\psi_1}{\partial y}-\frac{\partial\psi_2}{\partial y}\right)
\end{aligned}
\right\}
$$

(19.7.4)

(19.7.1) тенглама ушбу кўринишга келади:

$$\tilde u_n \frac{\partial \tilde u_n}{\partial \tilde x} + \tilde v_n \frac{\partial \tilde u_n}{\partial \tilde y} = (\tilde u_p - \tilde u_n)\tilde k +$$

$$+\frac{\gamma_n}{\gamma_1}\cdot\frac{1}{\tilde y^{\kappa}}\frac{\partial}{\partial \tilde y}\left(f_n \tilde y^{\kappa} \frac{\partial \tilde u_n}{\partial \tilde y}\right) \frac{\partial \tilde u_n \tilde y^{\kappa} f_n}{\partial \tilde x} + \frac{\partial \tilde u_n \tilde y^{\kappa} \tilde v_n}{\partial \tilde y} = 0 \qquad (19.7.5)$$

Исмсиз координата, миқдорлар танлаб оламиз:

$$\psi_n = \gamma_1 \tilde\psi_n,\ x = (\gamma_1 / u_{10})\tilde x,\ y = (\gamma_1 / u_0)\tilde y$$

$$\xi = \frac{J_0}{\rho_1 \nu_1^2} x, \quad \eta = \sqrt[3]{\frac{J_0}{\rho_1 \nu_1^2 x^2}}\, y \qquad (19.7.6)$$

Ток функциясини ушбу кўринишда оламиз:

$$\psi_n = x^{\alpha} \varphi_n(\xi, \eta) \qquad (19.7.7)$$

Автомодел ўзгартирувчилар учун ушбу тенгламани оламиз:

$$\frac{8-6k}{3}\eta^2 \left(\frac{\partial \psi_n}{\partial \eta}\right)^2 + \xi\eta^2 \left[\frac{\partial \varphi_n}{\partial \eta}\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial \eta \partial \xi} - \frac{\partial \varphi_n}{\partial \xi}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2}\right] - \frac{5-3k}{3}\varphi_n \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial \eta^2} +$$

$$k\frac{5-3k}{3}\varphi_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial \eta} - k\xi\eta \frac{\partial \varphi_n}{\partial \xi}\frac{\partial \varphi_n}{\partial \eta} = A_0^{-\frac{k-1}{3}} f_n \frac{\nu_n}{\nu_1}\left[k\eta \frac{\partial \varphi_n}{\partial \eta} +\right.$$

$$\left. + (k+4)\eta^2 \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial \eta^2} + \eta^3 \frac{\partial^3 \varphi_n}{\partial \eta^3}\right] + k^* A_0^{\frac{k+1}{3}} f_n^2 \eta^{k+2}\left(\frac{\partial \varphi_p}{\partial \eta} - \frac{\partial \varphi_n}{\partial \eta}\right)$$

(19.7.8)

Бу ерда:

$$A_0 = \frac{2\pi \tilde I_0}{1 + \frac{\rho_{2i}}{\rho_{1i}}\frac{f_2}{f_1}\frac{\nu_2^2}{\nu_1^2}}, \qquad k_n^* = \frac{k_{0n}}{\rho_{ni}} f_n$$

$$\tilde I_0 = \int_0^{\infty} \left(\tilde u_1^2 + \frac{\rho_{2i}}{\rho 1i}\frac{f_2}{f_1}\tilde u_2^2\right)\tilde y^k d\tilde y,$$

$$J_0 = (2\pi)^k \rho_{1i} f_1 u_{1o}^2 \left(\frac{\nu_1}{\nu_{10}}\right)^{k+1} \tilde I_0$$

(19.7.8) тенгламалар тизими ечимини ушбу кўринишда қурамиз:

$$\varphi_n(\xi,\eta)=F_{0n}(\eta)+\sum_{m=0}^{\infty}\xi^m F_{mn}(\eta) \qquad (19.7.9)$$

Олинган қатордаги функциялар $F_{mn}(\xi)$ лар учун ушбу оддий дифференциал тенгламалар системасини оламиз:

$$\frac{8-6k^2}{3}\eta^2[F'_{0n}]^2+\frac{5k-3k^2}{3}F_{0n}F'_{0n}-\frac{5-3k}{3}F_{0n}F''_{0n}=$$

$$=A_0^{-\frac{k-1}{3}}f_n\frac{\nu_n}{\nu_1}(\eta F'_{0n}+4F''_{0n}\eta^{k+2}+\eta^{k+2}F'''_{0n}+k*A_0^{-\frac{k+1}{3}}(F'_{0p}-F'_{0n}).$$

$$2\frac{8-6k^2}{3}\eta^2\sum_{\ell=0}^{s}F'_{\ell n}F'_{s-\ell,n}+\frac{5k-3k^2}{3}F_{0n}F'_{sn}+\frac{5k-3k^2}{3}F'_{sn}+\frac{5k+3k^2}{3}\sum_{\ell=0}^{\infty}F_{\ell n}F'_{\ell-s,n}=$$

$$=A_0^{-\frac{k-1}{3}}f_n\frac{\nu_n}{\nu_1}[\eta^k F'_{sn}+(4+k)\eta^{k+1}F''_{sn}+\eta^{k+2}F'''_{sn}]+k*A_0^{-\frac{k+1}{3}}f_n(F'_{sp}-F'_{sn})$$

(19.7.10)

Бу тизимдаги функциялар учун (19.7.2) шартдаги чегаравий шартларни оламиз:

$$\left.\begin{aligned} &F_{nm}=0,\quad F''_{nm}=0\quad при\quad \eta=0\\ &F'_{nm}=0\quad при\_\_\eta=\pm\infty \end{aligned}\right\} \qquad (19.7.11)$$

Олинган интеграл муносабатларга кўра ушбу тенгликларни оламиз:

$$\left.\begin{aligned} &2\int_0^\infty f'^2_{01}(\eta)d\eta+2\frac{\rho_{02}f_2}{\rho_{01}f_1}\int_0^\infty f'^2_{0,2}(\eta)p\eta=1\\ &2\int_0^\infty f'_{01}(\eta)f_{11}(\eta)d\eta+2\frac{\rho_{02}f_2}{\rho_{01}f_1}\int_0^\infty f'_{02}(\eta)f'_{12}(\eta)d\eta=0\\ &2\int_0^\infty f'_{01}(\eta)f'_{n1}(\eta)d\eta+2\frac{\rho_{02}f_2}{\rho_{01}f_1}\int_0^\infty f'_{02}(\eta)f'_{n2}d\eta=-\overline{\lambda}_{n-1} \end{aligned}\right\} \qquad (19.7.12)$$

Бу ерда:

$$\overline{\lambda}_{n-1}=\int_0^\infty\sum_{k=1}^{n-1}f'_{n-k,1}f'_{k,1}d\eta+\frac{\rho_{02}f_2}{\rho_{01}f_1}\int_0^\infty\sum_{k=1}^{n-1}f'_{n-k,2}f'_{k,2}d\eta\,.$$

(19.7.12) тенгламалар системасидан қуйидаги учинчи тартибли дифференциал тенгламани ҳосил қиламиз:

$$3\frac{\nu_i}{\nu_1} f_{0i}''' + f_{0i} f_{0i}'' + f_{0i}'^2 = 0$$

Ушбу бошланғич:

$$f_{0i} = 0, \quad f_{0i}'' = 0 \quad npu \quad \eta = 0;$$
$$f_{0i}' = 0 \quad npu \quad \eta = \infty$$

Шартларда интеграллаб,

$$f_{0i} = 6ath\frac{\nu_1}{\nu_i} ah$$

тенглик олинади.

a - миқдор (3.7.12) шартдан аниқланади:

$$a = 0{,}275\left(1 + \frac{s_2 \rho_{02}}{s_1 \rho_{01}}\right)^{-1/3}.$$

Дастлабки ўзгарувчиларга ўтиб қуйидагиларни оламиз:

$$\psi_i(x, y) = 6a\sqrt[3]{\frac{J_0 \nu_1 x}{\rho_{01} s_1}} th \frac{\nu_1}{\nu_i} \sqrt[3]{\frac{J_0}{\rho_{01} \nu_1^2 s_1}} \frac{ay}{x^{2/3}} \qquad (19.7.13)$$

Оқимдаги тезликлар тақсимоти ушбу формулалардан олинади:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= 6a\sqrt[3]{\frac{J_0^2}{\rho_{01}^2 s_1^2 \nu_1 x}}\left(1 - th^2 a\sqrt[3]{\frac{J_0}{\rho_{01} s_1 \nu_1^2}} \frac{y}{x^{2/3}}\right) \\ u_2 &= 6a\frac{\nu_1}{\nu_2}\sqrt[3]{\frac{J_0^2}{\rho_{01}^2 s_1^2 \nu_1 x}}\left(1 - th^2 a\frac{\nu_1}{\nu_2}\sqrt[3]{\frac{J_0}{\rho_{01} s_1 \nu_1^2}} \frac{y}{x^{2/3}}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (19.7.14)$$

Юқоридаги тезликлар тақсимоти формуласидан симметрия ўқи - Ox ўқи бўйлаб суюкликлар аралашмаси тезлик векторларининг камайишини кўриш мумкин.

АСОСИЙ ФИЗИК КАТТАЛИКЛАР ҲАҚИДА ҚИСҚАЧА МАЛУМОТ

СИ системасидаги асосий бирликлар қуйидагилар:
метр (м) – узунлик бирлиги;
килограмм (кг) – масса бирлиги;
секунд (с) – вақт бирлиги;
ампер (А) –электр токи кучи бирлиги;
кельвин (К) – термодинамик температура бирлиги;
моль (моль) – модда микдори бирлиги;
кандела (кд) – еруғлик кучи бирлиги;

СИ системасидаги қўшимча бирликлар қуйидагилар:
радиан (рад) – ясси бурчак бирлиги;
стерадиан(ср)–телес бурчак бирлиги;

Жадвал Қ.1.

Катталик		Бирлик		Бошка бирликлар оркали ифодаланиши	
номланиши	Ўлчамлилиги	номланиши	Белгиси	СИ-системаси бошка бирликлари	СИ-системаси асосий бирликлари
Юза	L^2	Квадрат метр	$м^2$	-	-
Хажм,сиғим	L^3	Куб метр	$м^3$	-	-
Тезлик	LT^{-1}	Метр /секунд	м/с	-	-
Тезланиш	LT^{-2}	Метр/секунд квадрат	$м/с^2$	-	-
Зичлик	$L^{-3}M$	Килограмм/ метр куб	$\frac{кг \cdot сек^2}{м^4}$	-	-
Куч,оғирлик	LMT^{-2}	Ньютон	Н	-	$Кг.м/с^2$
Солиштирма оғирлик	$LM^{-2}T^{-2}$	Ньютон/ метр куб	$Н/м^3$	-	$Кг/(м^2/с^2)$

Босим,зўрикиш, қайишқоқлик модули	$L^{-1}MT^{-2}$	Паскаль	Па	Н/м^2	Кг/(м.с^2)
Энергия,иш	$L^{-2}MT^{-2}$	Джоуль	Дж	Н.м	Кг.м^2/с^2.
Кувват	$L^{-2}MT^{-3}$	Ватт	Вт	Дж/с	Кг.м^2/с^3.
Динамик ёпишқоқлик	$L^{-1}MT^{-1}$	Паскаль-секунд	Па.с	Н.с/м^2	Кг/(м.с)
Кинематик ёпишқоқлик	L^2T^{-1}	Квадратметр / секунд	м^2/с	-	-

Жадвал Қ.2.

Кўпайювчи	Қўшимча		Мисол
	Номланиши	Белгиланиши	
10^6	Мега	М	МН (меганьютон)
10^3	Кило	К	кПа (килопаскаль)
10^{-1}	Деци	Д	дм (дециметр)
10^{-2}	Санти	С	см (сантиметр)
10^{-3}	Милли	М	мм (миллиметр)
10^{-6}	Микро	мк	мкм (микрометр)

Жадвал.Қ

.3.

Катталик	Бирлик		СИ системаси бир ликлари орасидаги муносабат
	номланиши	белгиланиши	
Куч, оғирлик	килогр.-куч тонна- куч грамм- куч	кгк тк гк	1кгк=9,81 Н$\approx$10Н 1тк=9810 Н$\approx$10кН 1гк=9.81х10^{-3} Н$\approx$10мН
Босим, зўриқиш, қайишқоқлик модули	Килогр.куч/ квадрат сантиметр	кгк/см^2	1кгк/см^2=98100 Па$\approx$100кПа
Энергия, иш	килогр.куч метр тонна- куч - метр от кучи. метр	кгк.м тк.м от к.м	1кгк.м=9,81 Дж$\approx$10Дж 1т.к.м=9810 Дж$\approx$10кДж 1от.к.=735,5 Вт
Кувват	Килогр.куч – метр/ секунд	кгс.м/с	1кгк.м/с=9,81 Вт$\approx$10 Вт
Масса	тонна	т	1 т=1000 кг
Хажм	литр	л	1 л=10^{-3}м^3
Хажмий сарф	литр секунд	л/с	1л/с=10^{-3}м^3/с
Динамик ёпишқоқлик	пуаз	П	1П=0,1Па.с
Кинематик ёпишқоқлк	стокс	Ст	1Ст-10^{-4}м^2/с

АДАБИЕТЛАР РЎЙХАТИ

1. **Агроскин И.И., Дмитриев Г.Т.,** Пикалов Ф.И., Гидравлика.М.: Энергия, 1964.
2. **Альтшуль А.Д.,Киселев П.Г.** Гидравлика и аэродинамика. М.: , Стройиздат, 1975.

3. Бахметев Б.А. Гидравлика открытых русл. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1934.

4. Бахметев Б.А. Механика турбулентного потока. М.:Госстройиздат, 1939.

5. Богомолов А.И.,Михайлов К.А. Гидравлика. М.: Стройиздат, 1973.

6. Дейли Дж.,Харлеман Д. Механика жидкости /Пер. с анг. Под ред. Чл.-корр. АН СССР О.Ф. Васильева. М.: Энергия, 1971.

7. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика. М.: Машиностроение, 1978.

8. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Госэнергоиздат, 1960.

9. Картвелишвили Н.А. Потоки в недеформируемых руслах. Л.: Гидрометеоиздат, 1973.

10. Киселев П.Г. Гидравлика М.: Госэнергоиздат, 1963.

11. Кожевников М.Н. Гидравлика ветровых волн. М.: Энергия, 1972.

12.Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. М.: Гостеортехиздат, 1948.

13. Латипов К.Ш. Гидравлика, гидромашиналар ва гидроюритмалар. Тошкент.1990.

14. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.Наука,1977.

15. **Лятхер В.М.** Турбулентность в гидросооружениях. М.: Энергия, 1968.
16. **Павловский Н.Н.** Гидравлический справочник. Л.: ОНТИ, 1937.
17. **Рахматулин Х.А.** Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // ПММ, Т. 20 вып. 2, 1956 г.
18**Рахматулин Х.А., Хамидов А.А.** Об осесимметричных струйных течениях газа. – Докл.АН Узбекистана. – 1976. – № 9.
19. **Рауз Х.** Механика жидкости. М.: Стройиздат, 1967.
20. **Седов Л.И.** Методы теории размерностей и подобия в механике. М: Наука, 1970.
21. **Справочник по гидравлическим расчетам.** Под ред. П.Г.Киселева. М.: Энергия, 1975.
22. **Слисский С.М.** Гидравлика зданий гидроэлектростанций. М.:Энергия, 1970.
23. **Фабрикант Н.Я.** Аэродинамика. М.: Наука, 1964.
24. **Чертоусов М.Д.** Гидравлика (специальный курс). Л.:Госэнергоиздат, 1957.
25. **Чугаев Р.Р.** Гидравлика. М.: Энергия, 1977.
26. **Шулейкин В.В.** Краткий курс физики моря. М.: Гидрометеоиздат, 1959.
27. **Штеренлихт Д.В.** Гидравлика // М. Энергоатомиздат, 1991, 367 стр.
28. **Хамидов А.А., Худайкулов С.И.** Теория струй вязких многофазных жидкостей. Т., «Фан», 2003, 140 стр.
29.**Хамидов А.А., Усманов Г.** Первые интегралы уравнения движения смеси идеальных жидкостей // Докл. АН Респ.Узбекистан , 2000 г., № 1.
30.**Хамидов А.А.** Плоские и осесиммметрические задачи о струйном течении идеальной сжимаемой жидкости.-Ташкент: Фан, 1978.
31.**Худайкулов С.И**. Математические методы гидродинамики потенциальных течений и приложения к транспортировке хлопка.-Ташкент: Фан, 2003.
32. **Хамидов И.А.** Уравнение Бернулли неустановившегося движения смеси вязких жидкостей //ДАН РУз. №3, 2007. стр.24-25.
33.**Khamidov I.A.** Definition of distribution of the speed of movement of the dispemixture in the cylinderical //Pipested Topirs, Universiti Texnologi, MARA,2007, ст. 88-96.
34.**Хамидов А.А., Худайкулов С.И., Махмудов И.Э.** Гидромеханика. Т., «Фан», 2009, 440 стр.

МУНДАРИЖА