O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
HUZURIDAGI PEDAGOG KADRLARNI
QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING
MALAKASINI OSHIRISH TARMOQ
(MINTAQAVIY) MARKAZI

TABIIY JARAYONLARNI MATEMATIK MODELLASHTIRISH

MODULI BO‘YICHA
O‘QUV – USLUBIY
MAJMUA

2025

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

OLIY TA’LIM TIZIMI KADRLARINI QAYTA TAYYORLASH VA MALAKASINI OSHIRISH INISTITUTI

O‘ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI HUZURIDAGI PEDAGOG KADRLARNI QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING MALAKASINI OSHIRISH TARMOQ (MINTAQAVIY) MARKAZI

“TABIIY JARAYONLARNI MATEMATIK MODELLASHTIRISH”

MODULI BO‘YICHA

O‘ Q U V–U S L U B IY M A J M U A

Toshkent – 2025

Modulning o‘quv-uslubiy majmuasi Oliy ta’lim, fan va innovatsiyalar vazirligining 2024-yil 27-dekabrdagi 485-sonli buyrug‘i bilan tasdiqlangan oliy ta’lim muassasalari pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malaka oshirish yo‘nalishlari o‘quv reja va dasturlariga muvofiq ishlab chiqilgan.

Tuzuvchi: O‘zMU, “Amaliy matematika va kompyuter tahlili” kafedrasi dots.nti, f.-m.f.n. A.T.Xaydarov

Taqrizchilar: f.-m.f.d., prof. A.R.Xayotov–O‘zRFA, V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti,
f.-m.f.d. J.Q.Adashev–O‘zRFA, V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti

O‘quv-uslubiy majmua Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universiteti Kengashining qarori bilan nashrga tavsiya qilingan (2024-yil “29” noyabrdagi 4-sonli bayonnoma).

MUNDARIJA

I. ISHCHI DASTUR 5

II. MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA’LIM METODLARI 15

III. NAZARIY MA’LUMOTLAR 19

IV. AMALIY MASHG‘ULOTLAR 85

V. KEYS BANKI 95

VI. MUSTAQIL TA’LIM MAVZULARI 99

VII. GLOSSARIY 100

VIII. ADABIYOTLAR RO‘YXATI 102

I. ISHCHI DASTUR

KIRISH

Ushbu dastur O‘zbekiston Respublikasining 2020-yil 23-sentabrda tasdiqlangan “Ta’lim to‘g‘risida” Qonuni, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2015-yil 12-iyundagi “Oliy ta’lim muassasalarining rahbar va pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish to‘g‘risida” PF-4732-son, 2019-yil 27-avgustdagi “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida” PF-5789-son, 2019-yil 8-oktabrdagi “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida” PF-5847-son, 2020-yil 29-oktabrdagi “Ilm-fanni 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida” PF-6097-son, 2022-yil 28-yanvardagi “2022-2026 yillarga mo‘ljallangan Yangi O‘zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to‘g‘risida” PF-60-son, 2023-yil 25-yanvardagi “Respublika ijro etuvchi hokimiyat organlari faoliyatini samarali yo‘lga qo‘yishga doir birinchi navbatdagi tashkiliy chora-tadbirlar to‘g‘risida” PF-14-son, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2023-yil 11-sentabrdagi ““O‘zbekiston — 2030” strategiyasi to‘g‘risida” PF-158-son Farmonlari, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2024-yil 21-iyundagi “Aholi va davlat xizmatchilarining korrupsiyaga qarshi kurashish sohasidagi bilimlarini uzluksiz oshirish tizimini joriy qilish chora-tadbirlari to‘g‘risida” PQ-228-son, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2021-yil 17-fevraldagi “Sun’iy intellekt texnologiyalarini jadal joriy etish uchun shart-sharoitlar yaratish chora-tadbirlari to‘g‘risida” PQ-4996-son qarorlari va O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish bo‘yicha qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida” 2019-yil 23-sentabrdagi 797-son hamda O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining “Oliy ta’lim tashkilotlari rahbar va pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish tizimini samarali tashkil qilish chora-tadbirlari to‘g‘risida” 2024-yil 11-iyuldagi 415-son Qarorlarida belgilangan ustuvor vazifalar mazmunidan kelib chiqqan holda tuzilgan bo‘lib, u oliy ta’lim muassasalari pedagog kadrlarining kasb mahorati hamda innovatsion kompetentligini rivojlantirish, sohaga oid ilg‘or xorijiy tajribalar, yangi bilim va malakalarni o‘zlashtirish, shuningdek amaliyotga joriy etish ko‘nikmalarini takomillashtirishni maqsad qiladi.

Dastur doirasida berilayotgan mavzular ta’lim sohasi bo‘yicha pedagog kadrlarni qayta tayyorlash va malakasini oshirish mazmuni, sifati va ularning tayyorgarligiga qo‘yiladigan umumiy malaka talablari va o‘quv rejalari asosida shakllantirilgan bo‘lib, uning mazmuni yangi O‘zbekistonning taraqqiyot strategiyasi va jamiyatning ma’naviy asoslarini yoritib berish, oliy ta’limning normativ-huquqiy

asoslari bo‘yicha ta’lim-tarbiya jarayonlarini tashkil etish, pedagogik faoliyatda raqamli kompetensiyalarni rivojlantirish, ilmiy-innovatsion faoliyat darajasini oshirish, pedagogning kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirish, ta’lim sifatini ta’minlashda baholash metodikalaridan samarali foydalanish, chiziqli algebraning tatbiqlaridan foydalanish, tabiiy jarayonlarni matematik modellashtirishni o‘zlashtirish bo‘yicha tegishli bilim, ko‘nikma, malaka va kompetensiyalarni rivojlantirishga yo‘naltirilgan.

Modulning maqsadi va vazifalari

Oliy ta’lim muasasalari pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish kursining **maqsadi** pedagog kadrlarning innovatsion yondoshuvlar asosida o‘quv-tarbiyaviy jarayonlarni yuksak ilmiy-metodik darajada loyihalashtirish, sohadagi ilg‘or tajribalar, zamonaviy bilim va malakalarni o‘zlashtirish va amaliyotga joriy etishlari uchun zarur bo‘ladigan kasbiy bilim, ko‘nikma va malakalarini takomillashtirish, shuningdek ularning ijodiy faolligini rivojlantirishdan iborat

Kursning **vazifalariga** quyidagilar kiradi:

“Matematika va amaliy matematika” yo‘nalishida pedagog kadrlarning kasbiy bilim, ko‘nikma, malakalarini takomillashtirish va rivojlantirish;

-pedagoglarning ijodiy-innovatsion faollik darajasini oshirish;

-pedagog kadrlar tomonidan zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalari, zamonaviy ta’lim va innovatsion texnologiyalar sohasidagi ilg‘or xorijiy tajribalarning o‘zlashtirilishini ta’minlash;

-o‘quv jarayonini tashkil etish va uning sifatini ta’minlash borasidagi ilg‘or xorijiy tajribalar, zamonaviy yondashuvlarni o‘zlashtirish;

“Matematika va amaliy matematika” yo‘nalishida qayta tayyorlash va malaka oshirish jarayonlarini fan va ishlab chiqarishdagi innovatsiyalar bilan o‘zaro integratsiyasini ta’minlash.

Kurs yakunida tinglovchilarning bilim, ko‘nikma va malakalari hamda kompetensiyalariga qo‘yiladigan talablar:

Qayta tayyorlash va malaka oshirish kursining o‘quv modullari bo‘yicha tinglovchilar quyidagi yangi bilim, ko‘nikma, malaka hamda kompetensiyalarga ega bo‘lishlari talab etiladi:

- “Yangi O‘zbekiston” konsepsiyasi, uning mazmun mohiyati va asosiy tamoyillarini;
- O‘zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasida inson va fuqaroning asosiy huquqlari, erkinliklari va burchlarini;
- O‘zbekiston Respublikasining “Ilm-fan va ilmiy faoliyat to‘g‘risida” hamda “Innovatsion faoliyat to‘g‘risida” Qonunlarini;
- O‘zbekiston Respublikasining zamonaviy konstitutsionalizmini;
- aholi talablariga va xalqaro standartlarga to‘liq javob beradigan ta’lim, tibbiyot va ijtimoiy himoya tizimini tashkil qilishni;
- “Yashil” va inklyuziv iqtisodiy o‘sish tamoyillariga asoslangan yuqori iqtisodiy o‘sish dasturlari va ularning amaliyotga tadbiq etish istiqbollarini;

- O‘zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasida ma’muriy-hududiy va davlat tuzilishi masalalarini;
- jamiyatning iqtisodiy negizlarini;
- “Xavfsiz va tinchliksevar davlat” tamoyiliga asoslangan siyosatni;
- Oliy ta’lim sohasiga oid qonun hujjatlari va ularning mazmunini;
- O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining oliy ta’lim tizimiga oid farmonlari, qarorlarini;
- O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining oliy ta’lim tizimiga tegishli qarorlarini;
- Oliy ta’lim, fan va innovatsiya vazirligining ta’lim jarayonlarini rejalashtirish va tashkil etishga oid buyruqlarini;
- Davlat ta’lim standartlari, ta’lim yo‘nalishlari va magistratura mutaxassisliklarining Malaka talablari, o‘quv rejalari, fan dasturlari va ularga qo‘yiladigan talablarni, o‘quv yuklamalarini rejalashtirish va ularning bajarilishini nazorat qilish usullarini;
- oliy ta’lim tizimida korrupsiya va korrupsiyaga oid huquqbuzarliklarga qarshi kurashish vazifalari, mazmun-mohiyati, yuzaga kelish sabablari, ijtimoiy-huquqiy omillarini;
- ta’lim jarayonini raqamli transformatsiyasini;
- raqamli ta’lim resurslari va dasturiy mahsulotlarini;
- raqamli ta’lim resursini pedagogik loyihalash texnologiyasini;
- mediasavodxonlik va xavfsizlik asoslarini;
- raqamli ta’lim resurslarini loyihalash uchun asosiy talablarni;
- meta texnologiyalar tushunchasi, avzalliklari va kamchiliklarini;
- zamonaviy ta’lim tizimida sun’iy intellekt (AI) ning ahamiyatini;
- ta’limda sun’iy intellektningdan foydalanish istiqbollari va xavflarini;
- bilimlarni sinash va baholashning aqlli tizimlarini;
- jahonda oliy ta’lim rivojlanish tendensiyalari: umumiy trendlar va strategik yo‘nalishlarni;
- zamonaviy ta’limning global trendlarini;
- inson kapitalining iqtisodiy o‘sishning asosiy omili sifatida rivojlanishida ta’limning yoshdagi ahamiyatini;
- oliy ta’limning zamonaviy integratsiyasi: global va mintaqaviy makonda raqobatchilikdagi ustuvorliklari, universitetlarning xalqaro va milliy reytingini;
- xalqaro reyting turlari va ularning indikatorlarini;
- zamonaviy universitet jamiyatning faol, ko‘pqirrali va samarali faoliyat yurituvchi instituti sifatidagi uchta yirik vazifalarini;
- universitetlarning zamonaviy modellarini;

- zamonaviy kelajak universitetlarning beshta asosiy modellarini;
- tadbirkorlik universiteti faoliyatining muhim yo‘nalishlarini;
- pedagogning kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirishning nazariy asoslarini;
- innovatsion ta’lim muhiti sharoitida pedagogning kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirish yo‘llarini;
- kasbiy kompetensiyalarning mazmun va mohiyatini;
- kasbiy kompetensiyalar va ularning o‘ziga xos xususiyatlarini;
- pedagogik texnikaning asosiy komponentlarini;
- pedagogik texnikani shakllantirish yo‘llarini;
- kasbiy kompetensiyalarni rivojlantirish jarayonini tashkil etishda innovatsion, akmeologik, aksiologik, kreativ, refleksiv, texnologik, kompetentli, psixologik, andragogik yondashuvlar va xalqaro tajribalar hamda ularning kasbiy kometensiyalarni rivojlantirishga ta’sirini;
- kasbiy kompetetnsiyalarni rivojlantirish jarayonida pedagogik deontologiyaning roli, ahamiyatini;
- kasbiy kompetensiyalarni rivojlantirishda uchraydigan to‘siqlarni yechishda, to‘g‘ri harakatlar qilishda pedagogning kompetentlik va kreativlik darajasi, pedagogik kvalimetriyasini;
- talabalar kasbiy tayyorgarlik sifatini kompleks baholashning nazariyasini;
- ta’lim sifatiga ta’sir etuvchi omillarni;
- kredit-modul tizimida talabalarning bilimi, ko‘nikmasi, malakasi va kompetensiyalarini nazorat qilish va baholashning o‘ziga xos xususiyatlari, didaktik funksiyalarini;
- baholash turlari,tamoyillari va mezonlarini;
- zamonaviy algebraning xozirgi kundagi dolzarb masalalarini;
- zamonaviy algebrada foydalaniladigan chiziqli algebra elementlarini;
- *matematik modelni qurish va ularni tadqiq qilish uslublarini;*
- *matematik model tushunchasini;*
- chiziqli algebra tushunchalari, ta’riflar va ularning tatbiqlarini;
- matematik modellarga qo‘yiladigan asosiy talablarini;
- matematik modellarni qurish metodlarini;
- chiziqli almashtirishlar va chiziqli formalarni;
- vektor vazolar, chiziqli bog‘liqlilik va chiziqli erklilik, bazis va o‘lcham, qism fazo tushunchalarini;
- Maltus va Fyurxst-Perl modellarini;
- vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar, chiziqli almashtirishning matritsasi, chizqli almashtirishning yadrosi va obrazini;
- chiziqli dasturlash masalalari va Demografik modellarni;

- «Yirtqich-o‘lja» sistemasining o‘zaro munosabat modelini;
- teskari matritsa va ularni topishning Gaus-Jordan usullarini ***bilishi*** kerak.

Tinglovchi:

- “O‘zbekiston-2030” strategiyasining mazmun-mohiyati va ahamiyatini yoritib berish;
- O‘zbekistonning xalqaro maydondagi siyosiy va iqtisodiy aloqalarini tahlil etish va baholash;
- yangi O‘zbekistonning ma’naviy va madaniy tiklanish dasturlari asoslarini o‘zlashtirish;
- O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining Oliy ta’lim tizimiga tegishli qarorlari asosida ta’lim-tarbiya jarayonlarini tashkil etish;
- xorijiy tajribalar asosida malaka talablari, o‘quv rejalari va fan dasturlarini takomillashtirish;
- korrupsiyaga qarshi kurashish ichki tizimining huquqiy asoslarini shakllantirishda xalqaro tajribaning ahamiyatini yoritib berish;
- multimedia va infografika asosida interaktiv didaktik mayeriallar yaratish va bulut xizmatlarida saqlash;
- masofiviy ta’lim platformalari uchun video kontent yaratish;
- Internetda mualliflik huquqlarini himoya qilish usullaridan foydalanish;
- raqamli ta’lim resurslari sifatini baholash;
- pedagogik jarayonda sun’iy intellektning rolini tahlil qilish va ahamiyatini ochib berish;
- ta’lim sohasida sun’iy intellektdan foydalanishning afzalliklari va kamchiliklarini aniqlash;
- OTMlarni reyting bo‘yicha ranjirlash;
- jahon universitetlari reytingini tahlil etish va baholash;
- universitetlarni mustaqil baholash yondashuvlarini aniqlashtirish;
- tadbirkorlik universitetiga o‘tish uchun zarur bo‘ladigan o‘zgarishlarni aniqlash;
- Universitet 1.0 dan Universitet 3.0 modeliga o‘tish borasidagi muammolarni aniqlash;
- zamonaviy tadbirkorlik universiteti modeli tamoyillarini o‘zlashtirish;
- pedagoglarning kreativ potensiali tushunchasi va mohiyatini ochib berish;
- pedagoglar kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirishning innovatsion texnologiyalarini qo‘llash;
- o‘qituvchi faoliyatida pedagogik texnikaning axamiyatini yoritib berish;
- tinglovchilar diqqatini o‘ziga tortish usullaridan foydalanish;

- kasbiy kompetentsiyalarni shakllantirish va rivojlantirish yo‘llarini tahlil etish;
- kasbiy kompetensiyalarni rivojlantirish jarayonida uchraydigan to‘siqlar, qiyinchiliklar va ularni bartaraf etish;
- talabalarning o‘quv auditoriyadagi faoliyatini baholash;
- talabalarning kurs ishi, bitiruv malakaviy ishi, o‘quv-malakaviy amaliyot (mehnat faoliyati)ini nazorat qilish;
- baholashning miqdor va sifat tahlilini amalga oshirish;
- chiziqli algebra va uning elementlariga doir masalalarni yechish;
- jarayonlarni modellashtirishda tabiatning saqlanish qonunlaridan va boshqa usullardan foydalanish;
- matematik modellarning nazariy va amaliy tadqiqoti, ulariing adekvatligini baholash;
- matematik model va uning real ob’ekti orasidagi muvofiqlilikni izohlash;
- vektor fazodagi chiziqli almashtirishlar, chiziqli almashtirishning matritsasi, chizqli almashtirishning yadrosi va obrazidan foydalanish;
- matritsalar nazariyasini o‘zlashtirish, matritsalarning paydo bo‘lish tarixini tahlil etish;
- chiziqli tenglamalar sistemasi va ularni yechish usullaridan foydalanish;
- matritsalar va ular ustida amallar bajarish ***ko‘nikmalariga*** ega bo‘lishi lozim.

Tinglovchi:

- O‘zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasidagi asosiy o‘zgarishlarni tahlil qilish va ularning zarurligini muhokama etish;
- O‘zbekiston Respublikasida ilm-fanni 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasining mazmun-mohiyati va ahamiyatini ochib berish;
- mamlakatimizning raqamli va harbiy-tibbiy infratuzilmasini takomillashtirishga oid chora tadbirlar bilan ishlash;
- davlat hokimiyatining tashkil etilishining konstitutsiyaviy asoslarini o‘zlashtirish;
- Oliy ta’lim, fan va innovatsiya vazirligining ta’lim-tarbiya jarayonini tashkil etishga oid buyruqlari, Davlat ta’lim standartlari, ta’lim yo‘nalishlarining va magistratura mutaxassisliklarining malaka talablari, o‘quv rejalar va fan dasturlarini takomillashtirish;
- o‘quv yuklamalarni rejalashtirish va ularning bajarilishini nazorat qilish;
- meyoriy uslubiy hujjatlarni ishlab chiqish amaliyotini takomillashtirish mexanizmlarini tahlil etish;

- korrupsiyaviy xavf-xatarlarni aniqlash, ularni majburiy baholash, korrupsiya xavfi yuqori hisoblangan lavozimlar ro‘yhatini shakllantirish, xavflar darajasini pasaytirish chora tadbirlarini amalga oshirish tartibidan samarali foydalanish;
- an’anaviy va raqamli ta’limda pedagogik dizaynning xususiyatlarini ochib berish;
- onlayn mashg‘ulotlarni tashkil etishda raqamli texnologiyalardan foydalanish;
- mediasavodxonlik va xavfsizlik asoslarini o‘zlashtirish;
- pedagogik faoliyatda raqamli kompetensiyalarni rivojlantirish;
- raqamli ta’lim resurslaridan foydalanish;
- meta texnologiyalarni ta’limga samarali integratsiya qilish yo‘llaridan foydalanish;
- ta’limdagi sun’iy intellektning xususiyatlarini muhokama qilish;
- xalqaro reyting turlari va ularning indikatorlarining ahamiyatini ochib berish;
- OTM reytingiga ta’sir etuvchi omillarni tahlil etish;
- universitetlarning zamonaviy modellarini o‘rganish;
- OTM bitiruvchilari va xodimlari tomonidan texnologiyalar transferiga litsenziyalar oluvchi startaplarni shakllantirish va yaratish;
- professor-o‘qituvchilarning tadqiqotchi sifatidagi nashr faolligini rivojlantirish istiqbollarini tahlil etish;
- innovatsion ta’lim muhiti sharoitida pedagogning kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirish;
- pedagog kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirish hususiyatlarini tahlil etish va baholash;
- ijtimoiy va kasbiy tajribaga asoslangan intellektual mashqlarni ishlab chiqish;
- o‘quv jarayoni ishtirokchilarini bir-birlari bilan tanishtirish, samimiy do‘stona munosabat va ijodiy muhitni yuzaga keltirish, tinglovchilarning ijodiy imkoniyati va shaxsiy sifatlarini ochish, tinglovchilarning hamkorlikda ishlashlari uchun qulay sharoitni vujudga keltirish;
- tinglovchilarning kasbiy kompetensiyalarini o‘rganish, tanishish;
- kasbiy kompetetnsiyalarni rivojlantirish jarayonida pedagogik deontologiyaning roli, ahamiyatini ochib berish;
- ta’lim sifatiga ta’sir etuvchi omillar (moddiy-texnik baza, professor-o‘qituvchilarning salohiyati va o‘quv-metodik ta’minot)ni tahlil etish va baholash;
- talabalarning o‘quv auditoriyadan tashqari faoliyatini baholash;
- talabalarning o‘quv auditoriyadan tashqari faoliyatini baholashda o‘quv topshiriqlari (reproduktiv, produktiv, qisman-izlanishli, kreativ (ijodiy) murakkablik)ni ishlab chiqish metodikasidan samarali foydalanish;

- chiziqli almashtirishlar va chiziqli formalardan foydalanish;
- matematik modelni ifodalash shakllarini tahlil etish;
- chiziqli algebra va uning elementlariga doir masalalarini ishlab chiqish;
- chiziqli almashtirish matritsasining turli normal shakllarini qo‘llash;
- jamiyat rivojlanishining demografik modelidan foydalanish;
- jarayonlarni modellashtirishda tabiatning saqlanish qonunlaridan va boshqa usullardan foydalanish;
- Epidemiya modeli asoslarini o‘zlashtirish;
- massa (materiya)ning saqlanish qonunini amaliy ahamiyatini ochib berish;
- bilish jarayonida va insoniing amaliy faoliyatida modellashtirishning rolini ochib berish;
- chiziqli almashtirishlar va ularning matritsalarini graflar nazariyasi va information texnologiyalar sohasida qo ‘llash ***malakalariga*** ega bo‘lishi lozim.

Tinglovchi:

- 2030-yilgacha O‘zbekiston Respublikasining yashil iqtisodiyotga o‘tish va ekologik barqarorlikga erishish strategiyasi mohiyati bilan tanishish;
- “Yashil” va inklyuziv iqtisodiy o‘sish tamoyillariga asoslangan yuqori iqtisodiy o‘sish dasturlarini amaliyotga tadbiq etish;
- yoshlar ma’naviyatini oshirish bo‘yicha davlat dasturlari yuzasidan muhokama tashkil etish va ulardan samarali foydalanish;
- O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim, fan va innovatsiya vazirligining buyruqlari asosida ta’lim-tarbiya jarayonlarini tashkil etish;
- Davlat ta’lim standartlari, malaka talablari, o‘quv rejalar va fan dasturlar asosida fanning ishchi dasturini ishlab chiqish amal qilish va ularni ijrosini ta’minlash;
- oliy ta’lim tizimida manfaatlar to‘qnashuviga yo‘l qo‘yilganlik holatlarini aniqlash, manfaatlar to‘qnashuvi yuzaga kelishi mumkin bo‘lgan sohalarni oldini olish va bartaraf etish uchun chora-tadbirlar ishlab chiqish, fuqarolarni ishga qabul qilish jarayonlarini nazoratga olinishini ta’minlash (nomzodlarni tekshirish tartibi), ushbu sohada qo‘llanishi lozim bo‘lgan xorij tajribasidan foydalanish;
- raqamli ta’lim resurslari va dasturiy mahsulotlarini o‘quv jarayoniga faol tatbiq etilishini tashkil etish;
- raqamli ta’lim resursini pedagogik loyihalash texnologiyasi asoslarini o‘zlashtirish;
- raqamli ta’lim muhitida pedagogik dizaynga oid innovatsiyalarni amaliyotga tatbiq etish;

- meta texnologiyalarni tahlil qilish va ularning ta’limdagi ta’sirini ochib berish;
- sun’iy intellektning asosiy xususiyatlarini asoslab berish;
- universitetlarning xalqaro va milliy reytingini baholash;
- OTMlarda talim, ilmiy va innovatsion faoliyatni rivojlantirish, ilmiy tadqiqot natijalarni tijoratlashtirish yo‘llarini tahlil etish va amaliyotga tadbiq etish;
- «Amaliyotchi professorlar» (PoP, Professor of Practice) modelini qo‘llash;
- professor-o‘qituvchilarning tadqiqotchi sifatidagi nashr faolligini rivojlantirish istiqbollarini yoritib berish;
- pedagogning kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirishning nazariy asoslarini amaliyotga tadbiq etish;
- pedagogning kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirishning pedagogik-psixologik trayektoriyalarini ishlab chiqish;
- kasbiy kompetensiyalarni rivojlantirish jarayonida uchraydigan to‘siqlarning xilma-xilligi va o‘ziga xos xususiyatlari, sabablarini amaliy tomonlarini yoritish, ularni yechish bosqichlarini guruh bilan birgalikda aniqlash;
- talabalar kasbiy tayyorgarlik sifatini kompleks baholash;
- talabalar kasbiy tayyorgarlik sifatini kompleks baholashning elektron monitoring tizimini yuritish;
- talabalarning ta’limiy (o‘quv predmetlari), tarbiyaviy (ma’naviy-ma’rifiy tadbirlar) va rivojlantiruvchi (ilmiy-tadqiqot ishi, start-up loyihalar) maqsadlarini baholash;
- chiziqli algebrada tatbiq etilgan modullardan foydalanish;
- ierarxiya prinsipidai foydalanib matematik modellar yaratish;
- chiziqli algebra tushunchalari, ta’riflarini o‘zlashtirish va ularni tatbiq etish;
- populyatsiya chiziqsiz modelining uch turdagi rejimini amaliyotga tadbiq etish;
- shizqli tenglamalar sistemasini yechishda yuqori uchburchak ko‘rinishidagi va regular matritsalarni qo‘llash;
- o‘zaro ta’sirlashuvchi populyatsiyalar sonini modellashtirish va tahlil qilish;
- zamonaviy algebraning dolzarb masalalarini yechishda chiziqli algebra elementlari va usullaridan foydalanish;
- matematik modellashtirishda variatsion prinsiplardan foydalanish

kompetensiyalariga ega bo‘lishi lozim.

Modulni tashkil etish va o'tkazish bo'yicha tavsiyalar

Modulni o'qitish ma'ruza va amaliy mashg'ulotlar shaklida olib boriladi.

-Modulni o'qitish jarayonida ta'limning zamonaviy metodlari, pedagogik

texnologiyalar va axborot-kommunikasiya texnologiyalari qo'llanilishi nazarda tutilgan:

- ma'ruza darslarida zamonaviy kompyuter texnologiyalari yordamida prezentasion va elektron-didaktik texnologiyalardan;
- o'tkaziladigan amaliy mashg'ulotlarda texnik vositalardan, Ekspress-so'rovlar, test so'rovlari, aqliy hujum, guruhli fikrlash, kichik guruhlar bilan ishlash, kollokvium o'tkazish, va boshqa interaktiv ta'lim usullarini qo'llash nazarda tutiladi.

Modulning o‘quv rejadagi boshqa modullar bilan bog‘liqligi va uzviyligi

“Tabiiy jarayonlarni matematik modellashtirish” moduli mazmuni o‘quv rejadagi “Yangi O‘zbekistonning taraqqiyot strategiyasi va jamiyatning ma’naviy asoslari”, “Oliy ta’limning normativ huquqiy asoslari hamda tizimda korrupsiya va manfaatlar to‘qnashuvining oldini olish”, “Pedagogik faoliyatda raqamli kompetensiyalar”,“Ilmiy va innovatsion faoliyatni rivojlantirish”, “Pedagogning kasbiy kompetensiyalarini rivojlantirish” “Ta‘lim sifatini ta’minlashda baholash metodikalari” ,“ Chiziqli algebraning tatbiqlari” mutaxassislik o‘quv modullari bilan uzviy bog‘langan holda pedagoglarning ta’lim jarayonida kasbiy pedagogik tayyorgarlik darajasini oshirishga xizmat qiladi.

Modulning oliy ta’limdagi o‘rni

Modulni o‘zlashtirish orqali tinglovchilar ta’lim jarayonida jamiyat fikrining abstraktlanish jarayoni, matematik modelni qurish va ularni tadqiq qilish uslublari va matematik modellashtirishda variatsion prinsipdan foydalanishning ma’lumotlar bazasi tizimlaridan foydalanish va amalda qo‘llashga doir kasbiy kompetentlikka ega bo‘ladilar.

Tabiiy jarayonlarni matematik modellashtirish moduli bo‘yicha soatlar taqsimoti

№	Modul mavzulari	Auditoriya uquv yuklamasi		
		Jami	jumladan	
			Nazariy	Amaiy mashg’ ulot
1.	**Jamiyat fikrining abstraktlanish jarayoni.** Matematik modelni qurish va ularni tadqiq qilish uslublari.	6	2	4
2.	**Jarayonlarni modellashtirishda tabiatning saqlanish qonunlaridan va boshqa usullardan foydalanish.** Matematik modellashtirishda variatsion prinsipdan foydalanish.	4	2	2
3.	**Chiziqli dasturlash masalalari va Demografik modellar.** Maltus va Fyurxst-Perl modellari.	4	2	2
4.	**Raqobatning ayrim modellari. Biologik modellar.** Modda va energiya muvozanatining modeli.	4	2	2
	Jami:	**18**	**8**	**10**

NAZARIY MASHG‘ULOTLAR MAZMUNI

1-mavzu. Jamiyat fikrining abstraktlanish jarayoni. (2 soat)

Reja:

1.1.Jamiyat fikrining abstraktlanish jarayoni. Model va modellashtirish tushunchalari.

1.2.Bilish jarayonida va insoniing amaliy faoliyatida modellashtirishning roli. Matematik model tushunchasi.

1.3.Matematik modelga misollar. Matematik modelni ifodalash shakllari. Matematik modellarga qo‘yiladigan asosiy talablar.

2-mavzu. Jarayonlarni modellashtirishda tabiatning saqlanish qonunlaridan va boshqa usullardan foydalanish. (2 soat)

Reja:

2.1. Jarayonlarni modellashtirishda tabiatning saqlanish qonunlaridan va boshqa usullardan foydalanish.

2.2. Energiyaning saqlanish qonuni.

2.3. Massa (materiya)ning saqlanish qonuni. Impulsning saqlanish qonuni.

3-mavzu. Chiziqli dasturlash masalalari va Demografik modellar. (2 soat)

Reja:

3.1. Chiziqli dasturlash masalalari va Demografik modellar.

3.2. Chiziqli dasturlashning umumiy masalasi. Transport masalasi. Jamiyat rivojlanishining demografik modeli.

4-mavzu. Raqobatning ayrim modellari. Biologik modellar. (2 soat)

Reja:

4.1. Raqobatning ayrim modellari. Biologik modellar.

4.2. «Yirtqich-o‘lja» sistemasining o‘zaro munosabat modeli.

4.3. O‘zaro ta’sirlashuvchi populyatsiyalar sonini modellashtirish.

AMALIY MASHG‘ULOTLAR MAZMUNI

1-amaliy mashg‘ulot: Matematik modelni qurish va ularni tadqiq qilish uslublari. (4 soat)

Matematik modellarni qurish metodlari. Matematik model va uning real ob’ekti orasidagi muvofiqlilik. Matematik modellarning nazariy va amaliy tadqiqoti, ulariing adekvatligi.

2-amaliy mashg‘ulot: Matematik modellashtirishda variatsion prinsipdan foydalanish. (2 soat)

Matematik modellashtirishda variatsion prinsipdan foydalanish. Ierarxiya prinsipidai foydalanib, matematik modellar qurish.

3-amaliy mashg‘ulot: Maltus va Fyurxst-Perl modellari. (2 soat)

Maltus va Fyurxst-Perl modellari. Populyatsiya chiziqsiz modelinint uch turdagi rejimi.

4-amaliy mashg‘ulot: Modda va energiya muvozanatining modeli. (2 soat)

Modda va energiya muvozanatining modeli. Epidemiya modeli.

O‘QITISH SHAKLLARI

Mazkur modul bo‘yicha quyidagi o‘qitish shakllaridan foydalaniladi:

- ma’ruzalar, amaliy mashg‘ulotlar (ma’lumotlar va texnologiyalarni anglab olish, aqliy qiziqishni rivojlantirish, nazariy bilimlarni mustahkamlash);
- davra suhbatlari (ko‘rilayotgan loyiha yechimlari bo‘yicha taklif berish qobiliyatini oshirish, eshitish, idrok qilish va mantiqiy xulosalar chiqarish);
- bahs va munozaralar (loyihalar yechimi bo‘yicha dalillar va asosli argumentlarni taqdim qilish, eshitish va muammolar yechimini topish qobiliyatini rivojlantirish).

II. MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA’LIM METODLARI

“Keys-stadi” metodi

«Keys-stadi» - inglizcha so‘z bo‘lib, («case» – aniq vaziyat, hodisa, «stadi» – o‘rganmoq, tahlil qilmoq) aniq vaziyatlarni o‘rganish, tahlil qilish asosida o‘qitishni amalga oshirishga qaratilgan metod hisoblanadi. Mazkur metod dastlab 1921 yil Garvard universitetida amaliy vaziyatlardan iqtisodiy boshqaruv fanlarini o‘rganishda foydalanish tartibida qo‘llanilgan. Keysda ochiq axborotlardan yoki aniq voqea-hodisadan vaziyat sifatida tahlil uchun foydalanish mumkin. Keys harakatlari o‘z ichiga quyidagilarni qamrab oladi: Kim (Who), Qachon (When), Qaerda (Where), Nima uchun (Why), Qanday/ Qanaqa (How), Nima-natija (What).

“Keys metodi” ni amalga oshirish bosqichlari

Ish bosqichlari	Faoliyat shakli va mazmuni
1-bosqich: Keys va uning axborot ta’minoti bilan tanishtirish	✓ yakka tartibdagi audio-vizual ish; ✓ keys bilan tanishish(matnli, audio yoki media shaklda); ✓ axborotni umumlashtirish; ✓ axborot tahlili; ✓ muammolarni aniqlash
2-bosqich: Keysni aniqlashtirish va o‘quv topshirig‘ni belgilash	✓ individual va guruhda ishlash; ✓ muammolarni dolzarblik ierarxiyasini aniqlash; ✓ asosiy muammoli vaziyatni belgilash
3-bosqich: Keysdagi asosiy muammoni tahlil etish orqali o‘quv topshirig‘ining echimini izlash, hal etish yo‘llarini ishlab chiqish	✓ individual va guruhda ishlash; ✓ muqobil echim yo‘llarini ishlab chiqish; ✓ har bir echimning imkoniyatlari va to‘siqlarni tahlil qilish; ✓ muqobil echimlarni tanlash
4-bosqich: Keys echimini echimini shakllantirish va asoslash, taqdimot.	✓ yakka va guruhda ishlash; ✓ muqobil variantlarni amalda qo‘llash imkoniyatlarini asoslash; ✓ ijodiy-loyiha taqdimotini tayyorlash; ✓ yakuniy xulosa va vaziyat echimining amaliy aspektlarini yoritish

«FSMU» metodi

Texnologiyaning maqsadi: Mazkur texnologiya ishtirokchilardagi umumiy fikrlardan xususiy xulosalar chiqarish, taqqoslash, qiyoslash orqali axborotni o‘zlashtirish, xulosalash, shuningdek, mustaqil ijodiy fikrlash ko‘nikmalarini

shakllantirishga xizmat qiladi. Mazkur texnologiyadan ma’ruza mashg‘ulotlarida, mustahkamlashda, o‘tilgan mavzuni so‘rashda, uyga vazifa berishda hamda amaliy mashg‘ulot natijalarini tahlil etishda foydalanish tavsiya etiladi.

Texnologiyani amalga oshirish tartibi:

- qatnashchilarga mavzuga oid bo‘lgan yakuniy xulosa yoki g‘oya taklif etiladi;
- har bir ishtirokchiga FSMU texnologiyasining bosqichlari yozilgan qog‘ozlarni tarqatiladi:

- ishtirokchilarning munosabatlari individual yoki guruhiy tartibda taqdimot qilinadi.

FSMU tahlili qatnashchilarda kasbiy-nazariy bilimlarni amaliy mashqlar va mavjud tajribalar asosida tezroq va muvaffaqiyatli o‘zlashtirilishiga asos bo‘ladi.

III. NAZARIY MASHG‘ULOTLAR MAZMUNI

MA’RUZA 1. JAMIYAT FIKRINING ABSTRAKTLANISH JARAYONI.

1-mavzu. Jamiyat fikrining abstraktlanish jarayoni. (2 soat)

Reja:

1.1.Jamiyat fikrining abstraktlanish jarayoni. Model va modellashtirish tushunchalari.

1.2.Bilish jarayonida va insoniing amaliy faoliyatida modellashtirishning roli. Matematik model tushunchasi.

1.3.Matematik modelga misollar. Matematik modelni ifodalash shakllari. Matematik modellarga qo‘yiladigan asosiy talablar.

Model – bu real ob’ektni almashtirishi mumkin bo‘lgan, tadqiqot va tajriba o‘tkazish uchun qulay va arzon bo‘lgan boshqa bir real yoki abstrakt ob’ektdir. Model real ob’ektning soddalashtirilgan ko‘rinishi bo‘lib, uning hamma xossalarini emas, balki asosiy xossalarinigina o‘zida mujassam etadi.

Model lotincha “modulus” so‘zidan olingan bo‘lib, o‘lchov va namuna ma’nolarini bildiradi.

Hozirgi kunda fan olamida ma’lum bo‘lgan ma’lumotlarni ko‘rinishi va ma’nosiga qarab quyidagi 3 ta asosiy turga bo‘lish mumkin:

- fizik;
- grafikli;
- matematik.

YUqorida keltirilgan bo‘linishlarga asosan modellar ham mos holda 3 turga – fizik, grafikli va matematik modellarga ajratiladi.

Fizik modellar. Tajriba o‘tkazishga mo‘ljallangan tajriba uchastkalari katta ekin maydonlarining, laboratoriya mashg‘ulotlarini o‘tkazishga mo‘ljallangan asbob uskunalar fizik modellarga misol bo‘ladi. Masalan, kimyoviy yoki biologik laboratoriyalarda foydalaniladigan asbob uskunalar hamda tokamak qurilmasi (er sharoitida termoyadro reaksiyasini amalga oshiradigan qurilma).

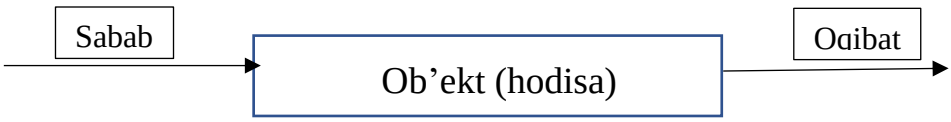
Grafikli modellar. Sxemalar, chizmalar, rasmlar, ilmiy va tarixiy asarlar misol bo‘la oladi. Masalan, globus er sharining, insonning surati uning o‘zining, M.Z.Boburning «Boburnoma» asari asarda keltirilgan davrning grafikli modelidir.

Matematik model – real ob’ektni tasavurimizdagi abstrakt ko‘rinishi bo‘lib, u matematik belgilar va ba’zi bir qonun–qoidalar bilan ifodalangan bo‘ladi. Masalan, Nyuton qonunlari, massaning saqlanish qonuni.

Bilish jarayonida va insonning amaliy faoliyatida modellashtirishning roli

Bilish va boshqarish jarayonlarida modellashtrish katta ahamiyatga ega. Modellashtirish muammosi bilan biz asosan ikki xolda duch kelamiz: birinchidan, bilish jarayonlarida, ya’ni ob’ekt va jarayonlarni bilish modelini tuzishda, ikkinchidan boshqarish jarayonlarida, ya’ni ob’ektni maqsadga tomon yo‘naltirilgan boshqarishda, ya’ni inson tomonidan qo‘yilgan maqsadga erishish uchun.

Bilish jarayonida bilish modeli yaratiladi. Bu model zaruriy ko‘rinishda ob’ektni ishlash mexanizmni aks ettiradi. Bunday modellashtirishga misol sifatida bizni o‘rab turgan tabiatni o‘rganishni olish mumkin. Tabiat xususiyatlarini tushuntira olish, ularni o‘zaro bog‘lanishi, mexanizmlarini taxlil etish va x.k. - mana bunday modellashtirishning asosiy masalalarini tashkil etadi. Bunday modellashtirish bilishdan kam farqlanadi. Modellarning asosiy maqsadi – bu shunday modellar yaratish kerakki, ular inson uchun muxim bo‘lgan tabiat ob’ektlarini aks ettira olsin. Bunday xususiyatlar xar bir ob’ekt yoki xodisadagi sabab-oqibat bog‘lanishlarini turlicha ko‘rinishda aks ettirilishi bilan ifodalanadi. Bunday bog‘lanishlarni biror bir sababni oqibatga «o‘zgartiruvchi» ko‘rinishda tasvirlash mumkin.



1.1-rasm. Bilish ob’ektini tasvirlash

Shunday qilib, yuqorida aytib o‘tganimizdek, ob’ektlarni modellashtirish juda katta ahamiyatga ega. Ularning xilma-xilligi bo‘yicha navigatsiya qilish uchun bularning barchasini tasniflash, ya’ni qandaydir tarzda tartiblash, tizimlashtirish kerak.

XX asrning o‘rtalaridan boshlab inson faoliyatining turli sohalarida matematik usullar va EHM qo‘llanila boshlandi. Ob’ektlar va hodisalarning matematik modellarini o‘rganadigan “Matematik iqtisod”, “Matematik kimyo”, “Matematik lingvistika va hokazo yangi fanlar va bu modellarni o‘rganish usullari paydo bo‘ldi.

Matematik model – atrof borliqdagi hodisalar yoki ob’ektlarning matematik tilidagi taxminiy ifodasidir. Modellashtirishning asosiy maqsadi – bu obektlarni o‘rganish va kelgusidagi kuzatishlar natijalarini oldindan aytish. SHu bilan birgalikda modellashtirish –atrof borliqni boshqarish imkonini beradigan bilish usulidir.

Modellarni ularning turli jihatlari bo‘yicha turlarga ajratish mumkin. Masalan, masalaning echilishi hususiyatlariga qarab modellar *funksional* va *strukturali modellarga* bo‘linishi mumkin. Birinchi holda hodisa yoki obektni harakterlovchi barcha kattaliklar miqdoriy ifodalaniladi. Bunda ularning ayrimlari erkli o‘zgaruvchilar sifatida, boshqalari esa shu miqdorlarning funksiyalari sifatida qaraladi. Matematik model odatda turli ko‘rinishdagi (differensial, algebraik va hokazolar) tenglamalarning sistemalari ko‘rinishida yoziladi, bunda tenglamar qaralayotgan kattaliklar orasidagi miqdoriy bog‘lanishlarni ifodalaydi. Ikkinchi holda model murakkab obektning strukturasini ifodalaydi. Murakkab obekt odatda turli qismlardan tuzilgan bo‘lib, bu qismlar orasida ma’lum bog‘lanishlar mavjud. Bu bog‘lanishlarni odatda miqdoriy ifodalab bo‘lmaydi. Bunday modellarni qurishda graflar nazariyasidan foydalash qulay bo‘ladi. Graf tekislik yoki fazodagi nuqtalar (uchlar) ning biror to‘plamidan iborat matematik ob’ekt bo‘lib, ulardan ba’zilari chiziqlar (qirralar) bilan o‘zaro tutashtirilgan bo‘ladi.

Modeldagi berilganlar va bashoratlash natijalarining xarakteriga ko‘ra modellar *deterministik va ehtimolli-statistik modellarga* bo‘linadi. Birinchi modellarda aniq, bir qiymatli bashorat qilinadi. Ikkinchi turdagi modellar statistik ma’lumotlarga asoslangan bo‘lib, ular yordamidagi bashoratlar ehtimolli harakterda bo‘ladi.

Matematik modellashtirish – kompyuterda hisoblashlar o‘tkazishgina emas. Bu birinchi navbatda voqea va jarayonlarni o‘rganish, ularni matematik tilda ifodalashdir. Matematik modellashtirish qimmat baholi eksperimentlar o‘tkazmasdan

turib, voqea va jarayonlarning keyingi bosqichidagi hodisa va uning detallarini kompyuter ekranida o‘rganish, shuningdek, hattoki zamonaviy asbob-uskunalar ilg‘amaydigan (payqamaydigan) jarayonlarni izohlashdan iboratdir.

Matematik modellarga qo‘yiladigan asosiy talablardan biri universallik talabidir. YA’ni, matematik model nafaqat alohida, konkret jarayon yoki ob’ektni ifodalashi lozim, balki, etarlicha kengroq turli jarayon yoki ob’ektlarni ifodalashi lozim. Masalan, tabiati turlicha bo‘lgan tebranish jarayonlarini misol sifatida keltirish mumkin.

1. *Kondensator va induktivlik katushkasidan iborat tebranuvchi elektr konturi.* Quyidagi belgilashlardan foydalanamiz: $q(t)$ - kondensator zaryadi, $u(t)$ - kondensatordagi kuchlanish, C - kondensator sig‘imi, L - katushkalarning induktivligi, E - o‘zinduksiyaning elektr yurituvchi kuchi, i - tok kuchi. Ma’lumki, fizika fanida quyida keltiriladigan qonun va formulalar mavjud:

$$Cu(t)=q(t),\ \ E=-L\frac{di}{dt},\ \ i=-\frac{dq}{dt},\ \ u(t)=-E(t).$$

Ushbu keltirilgan formulalar asosida quyidagi differensial tenglamani hosil qilish mumkin:

$$L\frac{d^2q}{dt^2}=-\frac{q}{C}\quad\rightarrow\quad\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0\ .$$

Bu esa mexanika fanidan ma’lum bo‘lgan

$$\ddot{x}+\omega^2x=0$$

tebranish formulasining o‘zginasidir.

2. *Ikki biologik populyasiyaning o‘zaro ta’sirlashuvida hosil bo‘ladigan kichik tebranishlar.* Bu erda quyidagi belgilashlar kiritamiz: $N(t)$ - o‘txo‘rlar populyasiyasi soni, $M(t)$ - go‘shtxo‘rlar populyasiyasi soni. U holda o‘zaro ta’sirlashuvchi ushbu populyasiyalar sonining o‘sish tezligi quyida keltiriladigan Lotki-Volter tenglamalar sistemasi bilan ifodalanadi:

$$\begin{cases} \dfrac{dN}{dt} = (\alpha - cM)N, \quad \alpha > 0, \qquad c > 0, \\ \dfrac{dM}{dt} = (-\beta + d \cdot N)M, \quad \beta > 0, \quad d > 0. \end{cases}$$

Bu oddiy differensial tenglamalar sistemasi bo‘lib, u chiziqsizdir. Agar $\dfrac{dN}{dt} = \dfrac{dM}{dt} = 0$ shart bajarilsa, ya’ni

$$M_0 = \frac{\alpha}{c}, \quad N_0 = \frac{\beta}{d}.$$

qiymatlarda bu sistema muvozanatda bo‘ladi.

$n = N - N_0$ va $m = M - M_0$ belgilashlardan foydalanib, ushbu tenglamalar sistemasini quyidagi chiziqlashtirilgan sistema ko‘rinishiga keltirish mumkin:

$$\begin{cases} \dfrac{dn}{dt} = -cN_0 m \\ \dfrac{dm}{dt} = d \cdot M_0 n \end{cases}$$

YOki bu sistemani bitta tenglama ko‘rinishiga keltirish mumkin:

$$\frac{d^2 n}{dt^2} + \alpha \beta n = 0.$$

Bu yuqorida keltirilgan tebranish tenglamasining xuddi o‘zidir.

3. *Maosh va ish bilan bandlik o‘zgarishining oddiy modeli.* Bu masalani o‘rganish uchun quyidagi belgilashlardan foydalanamiz: $p(t)$ - maosh, $N(t)$ - ish bilan band bo‘lgan ishlovchilar soni. Mehnat bozorining muvozanati $p_0 > 0$ maosh bilan ishlashga rozi bo‘lgan $N_0 > 0$ sondagi ishlovchilar mavjudligidan iborat. Matematik modelni hosil qilishda quyidagi farazlardan foydalanamiz:

a) ish beruvchi ish bilan band bo‘lgan ishlovchilar sonining muvozanat qiymati N_0 dan og‘ishiga proporsional ravishda maoshlarni o‘zgartiradi;

b) ishlovchilar soni maoshning muvozanat qiymati p_0 ga nisbatan o‘zgarishiga proporsional tarzda o‘zgaradi.

U holda quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilish mumkin:

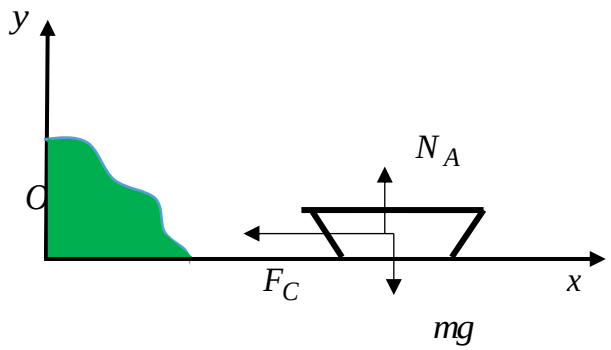
$$\begin{cases} \dfrac{dp}{dt} = -a_1(N - N_0), \ a_1 > 0, \\ \dfrac{dN}{dt} = -a_2(p - p_0), \ a_2 > 0. \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemasidan yuqorida hosil qilingan tebranish tenglamalarini hosil qilish mumkin:

$$\frac{d^2(p - p_0)}{dt^2} + a_1 a_2 (p - p_0) = 0.$$

Xulosa sifatida shuni aytish mumkinki, matematik modellarni universalligi bitta tenglamadan tabiati turlicha bo‘lgan bir necha jarayonlarni yoki ob’ektlarni o‘rganishda foydalanish imkoniyatini yaratar ekan.

Misol. Qayiq qirg‘oqdan biror boshlang‘ich tezlik bilan turtib yuborildi. Ushbu qayiqning harakatini matematik modellashtirish vositasida o‘rganish zurur (3.1-rasm).



3.1-rasm.

Masalaning konseptual qo‘yilishi.

Boshlang‘ich gorizontal tezligi v_0 bo‘lgan qayiqning mg og‘irlik kuchi, N_A Arximed itaruvchi kuchi va F_C qarshilik kuchlari ta’siridagi harakatini o‘rganamiz. Qayiq suzayotganligi uchun (vertikal harakatlanmaydi), N_A Arximed itaruvchi kuchi

mg og‘irlik kuchini muvozanatlashtiradi. Modelni tuzishda quyidagi farazlardan foydalanamiz:

- Tatqiqot ob’ekti bo‘lgan qayiq gorizontal tekislikda ilgarilanma harakat qiladi;
- Qayiqni m massali moddiy nuqta deb qaraymiz, uning joylashgan o‘rni massalar markazi bilan ustma ust tushadi;
- Qayiqning harakati unga qo‘yilgan kuchlar sistemasining ta’siri ostida dinamikaning asosiy qonuni (Nyutonning ikkinchi qonuni) ga bo‘ysunadi;
- Suvning F_C qarshilik kuchi qayiq tezligiga to‘g‘ri proporsional va qayiq harakatiga qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘lib, uni $F_C = -\mu v$ tenglik bilan ifodalash mumkin. Bu erda μ - proporsionallik koeffitsienti (o‘zgarmas kattalik), v - qayiq tezligi.

Qayiq tezligini vaqtning funksiyasi sifatida topamiz va bu bog‘lanishni grafik ko‘rinshda tasvirlaymiz.

Masalaning matematik qo‘yilishi.

Nyutonning ikkinchi qonuniga ko‘ra qayiqning x o‘qi yo‘nalishidagi harakatining tenglamasi

$$m\frac{dv}{dt} = -F_C = -\mu v, \qquad v(0) = v_0$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

$v(t)$ ni topish talab etiladi.

Analitik echim. O‘zgaruvchilarni ajratish usulini qo‘llash uchun tenglamani quyidagi ko‘rinishga keltiramiz:

$$\frac{dv}{v} = -\frac{\mu}{m}dt.$$

Uni integrallab, boshlang‘ich shartni hisobga olib quyidagi echimga ega bo‘lish mumkin:

$$ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\frac{\mu}{m}t.$$

Bundan echim uchun quyidagi tenglikni hosil qilish mumkin:

$$v = v_0 e^{-\frac{\mu}{m}t}.$$

Sonli echim. Tezlikdan olingan hosilani uning taqribiy ayirmali qiymati yordamida tasvirlaymiz:

$$\frac{dv}{dt} = \lim_{\Delta e \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta e \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} \approx \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t}.$$

Tenglama endi

$$\frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = -\frac{\mu}{m} v(t)$$

ko‘rinishni oladi. Bu erdan

$$v(t+\Delta t) = v(t) - \frac{\mu}{m} v(t)\Delta t.$$

Bu munosabat qo‘yilgan masalani hal qiladi, chunki bu tenglik ixtiyoriy vaqt mometdidagi tezlikni uning bundan oldingi qiymati yordamida topish imkonini beradi. YA’ni, boshlang‘ich qiymatdan boshlab Δt vaqtdan keyin, so‘ngra yana Δt vaqtdan keyin va hokazo vaqtdan keyin tezlik qanaqa bo‘lishini aniqlash mumkin.

Hisoblash natijalari. $\mu = m$, $v_0 = 1$ deb olamiz. Bu holda tenglama quyidagi sodda ko‘rinishga ega bo‘ladi:

- Analitik: $v = e^{-t}$.
- Sonli: $v(t+\Delta t) = v(t)(1-\Delta t),\ v_0 = 1.$

Vaqtning oxirgi momenti sifatida $t = 5$ ni tanlaymiz. Tezlikning bu vaqt momentidagi analitik (amalda aniq qiymati) qiymati quyidagiga teng:

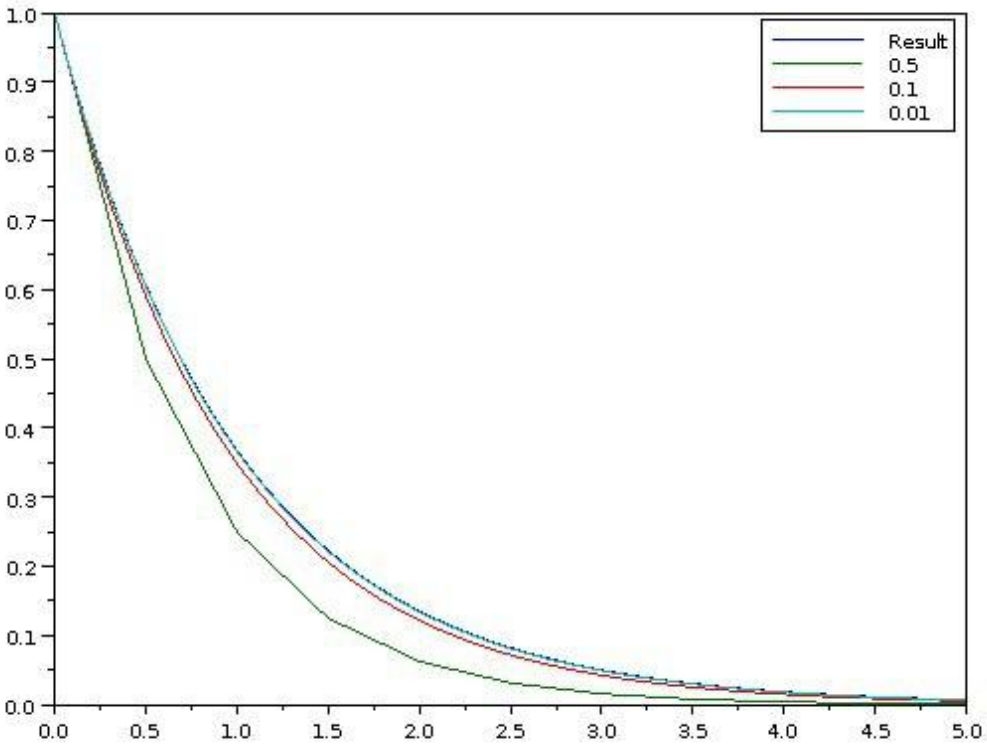
$$v(5) = exp(-5) = 0.0067379.$$

Tezlikning shu qiymatini sonli usulda topamiz. Qadamning turli qiymatlaridan foydalanamiz.

Hisoblash natijalari quyidagi jadvalda keltirilgan:

Δt	0.5	0.25	0.1	0.01	0.001	0.0001
v	0.0009766	0.0031712	0.0051538	0.0065705	0.0067211	0.0067363

Sonli echishda $\Delta t = 0.0001$ qadam uchun olingan sonli natija ($v = 0.0067363$) aniq echimga yaqinligi ko‘rinib turibdi. Bu esa qadam kichrayganda sonli echim aniq echimga intilishini bildiradi. Buni quyidagi grafikdan ham ko‘rish mumkin.



Matematik modellarni ifodalash shakllari

Obektlarni "bog‘liq" guruhlarga ko‘ra tasniflashda bitta umumiy xususiyatni (parametrni) aniqlab olish kerak va u mos keladigan obektlarni birlashtirish kerak. Modellarni tasniflash mumkin bo‘lgan eng keng tarqalgan xususiyatlarni ko‘rib chiqamiz.

I. Vaqt omilini hisobga olgan holda:

- dinamik;
- statik.

II. Foydalanish maydoni bo‘yicha:

- o‘qitish;
- tajribali;

- o‘yin;
- ilmiy-texnik;
- taqlid.

III. Bilim sohasi bo‘yicha:

- matematik;
- kimyoviy;
- jismoniy;
- geografik;
- va hokazo.

IV. Amalga oshirish usuli bo‘yicha:

- kompyuter;
- kompyuterdan tashqari.

V. Taqdim etish usuli bo‘yicha:

- material;
- ma’lumotli;
- og‘zaki;
- grafik;
- matematik;
- jadvalli;
- maxsus.

Rasmiy tillardan (matematik, mantiqiy va boshqalar) foydalangan holda axborot modellarini qurish jarayoni Formallash deyiladi

Formallashning yanada aniq ta’rifi bu - modellashtirish obektining tanlangan shakliga zaruriy xususiyatlari va xususiyatlarining kamayishidir.

Axborot modelini taqdim etish shakllari bo‘lishi mumkin: og‘zaki tavsif, jadval, diagramma, chizma, formula, algoritm, kompyuter dasturi va boshqalar.

Modellarni tanlash vositalariga qarab uni uch guruhga ajratish mumkin. Bular *abstrakt, fizik va biologik* guruhlar. Abstrakt modellar qatoriga matematik, matematik-mantiqiy va shu kabi modellar kiradi. Fizik modellar qatoriga

kichiklashtirilgan maketlar, turli asbob va qurilmalar, trenajyorlar va shu kabilar kiritiladi. Modellarning mazmuni bilan qisqacha tanishib chiqamiz.

1. *Fizik model.* Tekshirilayotgan jarayonning tabiati va geometrik tuzilishi asl nusxadagidek, ammo undan miqdor (o‘lchami, tezligi, ko‘lami) jixatidan farq qiladigan modellar, masalan, samolyot, kema, avtomobil, poezd, GES va boshqalarning modellari fizik modelga misol bo‘ladi.

2. *Matematik modellar* tirik organizmlarning tuzilishi, o‘zaro aloqasi, vazifasiga oid qonuniyatlarning matematik va mantiqiy-matematik tavsifidan iborat bo‘lib, tajriba ma’lumotlariga ko‘ra yoki mantiqiy asosda tuziladi, so‘ngra tajriba yo‘li bilan tekshirib ko‘riladi. Biologik hodisalarning matematik modellarini kompyuterda o‘rganish tekshirilayotgan biologik jarayonning o‘zgarish xarakterini oldindan bilish imkonini beradi. Shuni ta’kidlash kerakki, bunday jarayonlarni tajriba yo‘li bilan tashkil qilish va o‘tkazish ba’zan juda qiyin kechadi. Matematik va matematik-mantiqiy modelning yaratilishi, takomillashishi va ulardan foydalanish matematik hamda nazariy biologiyaning rivojlanishiga qulay sharoit tug‘diradi.

3. *Biologik model* turli tirik obektlar va ularning qismlari - molekula, hujayra, organizm va shu kabilarga xos biologik tuzilish, funksia va jarayonlarni modellashda qo‘llaniladi. Biologiyada, asosan, uch xil modeldan foydalaniladi. Ular biologik, fizik va matematik modellardir. Biologik model - odam va hayvonlarda uchraydigan ma’lum bir holat yoki kasallikni laboratoriyada hayvonlarda sinab ko‘rish imkonini beradi. Bunda shu holat yoki kasallikning kelib chiqish mexanizmi, kechishi, oqibati kabilar tajriba asosida o‘rganiladi. Biologik modelda har xil usullar: genetik apparatga ta’sir qilish, mikroblar yuqtirish, ba’zi organlarni olib tashlash yoki ular faoliyati mahsuli bo‘lgan garmonlarni kiritish va bosha usullar qo‘llaniladi. Bunday modellarda genetika, fiziologiya, farmakologiya sohasidagi bilimlar tadqiq qilinadi.

4. *Fizik-kimyoviy* modellar biologik tuzilish, funksiya yoki jarayonlarni fizik yoki kimyoviy vositalar bilan qaytadan hosil qilishdir.

5. *Iqtisodiy modellar* taxminan XVIII asrdan qo‘llanila boshlandi. F.Kenening "Iqtisodiy jadvallar"ida birinchi marta butun ijtimoiy takror ishlab chiqdrish jarayonining shakllanishini ko‘rsatishga harakat qilingan. Iqtisodiy tizimlarning turli

faoliyat yo‘nalishlarini o‘rganish uchun har xil modellardan foydalaniladi. Iqtisodiy taraqqiyotning eng umumiy qonuniyatlari xalq xo‘jaligi modellari yordamida tekshiriladi.

Turli murakkab ko‘rsatkichlar, jumladan, milliy daromad, ish bilan bandlik, iste’mol, jamg‘armalar, investitsiya ko‘rsatkichlarining dinamikasi va nisbatini tahlil qilish, uni oldindan aytib berish uchun katta iqtisodiy modellar qo‘llaniladi. Aniq xo‘jalik vaziyatlarini tekshirishda kichik iqtisodiy tizimlardan, murakkab iqtisodiy tizimlarni tekshirishda, asosan, matematik modellardan foydalaniladi.

Matematik modelga qo‘yiladigan talablar

Matematik modelga qo‘yiladigan asosiy talablar quyidagilardan iborat:

1. Universallik, ya’ni konkret ob’ektni modeli boshqa o‘xshash ob’ektlarga qo‘llanishi uchun etarli darajada universal bo‘lishi kerak. Bu degani real ob’ektni matematik modeli boshqa o‘xshash ob’ektlarga juda kam o‘zgartirishlar orkali qo‘llash uchun etarli darajada umumiy bo‘lishi kerak.

2. Kompaktlik. Model shunday qurilishi kerakki, uni deyarli o‘zgartirishsiz o‘zidan yuqori darajali modelga model osti sifatida kiritish mumkin bo‘lsin. Masalan, daraxtni matematik modeli o‘rmon ekosistemasi modelining bir bloki sifatida qo‘llanilishi. Fotosintez jarayonining matematik modeli daraxt matematik modelini bir bloki sifatida ishlatilishi mumkin bo‘lsin.

3. Soddalik. Ya’ni, matematik modelni qurishda ikkinchi, uchinchi darajali faktorlar hisobga olinmasligi lozim. Bu faktorlarni hisobga olish MMni murakkablashtiradi. Misol: epidemiyani tarqalishi jarayoni matematik modelida shamol tezligini hisobga olish modelni ancha murakkablashtiradi. Ammo atrof – muhitni ekologiyasini o‘rganishda shamol tezligini va yo‘nalishini hisobga olmaslik mumkin emas. Suv quvuridagi suvni harakatini o‘rganayotganda oyning tortishish kuchini hisobga olmasa ham bo‘ladi. Ammo, dengiz va okeanlardagi suv toshqinlarini o‘rganayotganda oyning tortishish kuchini albatta hisobga olish lozim. Bu toshqinlar oyning tortishi natijasida hosil bo‘ladi.

4. Sezgirlik darajasi past bo‘lishi lozim. MMni qurishda hisobga olinishi zarur bo‘lgan asosiy faktorlarga nisbatan modelni sezgirlik darajasi past bo‘lishi lozim.

Ya’ni, real ob’ektni o‘rganayotgan paytda o‘lgashlar ko‘p hollarda xatolik bilan bajariladi. Ayrim hollarda modelda ishtirok etayotgan asosiy faktorni aniq o‘lchashni imkoni bo‘lmaydi. Masalan, ob – havoni bashorat qilish haligacha taxminiy, paxta maydonidagi hashoratlar sonini aniq o‘lchash mumkin emas.

Agar MMlar hisobga olinayotgan faktorlarni qiymatini o‘lchashda yo‘l qo‘yilgan xatoliklarga nisbatan sezgir bo‘lsa, ushbu matematik model mukammal bo‘lmaydi, ya’ni hech qachon bu model orqali o‘rganilayotgan ob’ekt to‘g‘risida qoniqarli natijalar olib bo‘lmaydi. SHu sababli hisobga olinayotgan faktorlarga nisbatan matematik model qo‘pol bo‘lishi, ya’ni faktorlarning qiymatiga sezgir bo‘lmasligi kerak.

Ammo, bu talab faqatgina tabiiy jarayonlar uchungina o‘rinli. Ishlab chiqarishda yoki texnologik jarayonlarda bu talab o‘rinli emas. Masalan, mashina ishlab chiqarilishda, farmatsevtika sanoatida.

5. Moslashish darajasi yuqori bo‘lishi lozim. YA’ni, model blokli prinsipda qurilishi lozim. Bunda o‘zgaruvchilar iloji boricha alohida blokda, avtonom holda hisoblanishi maqsadga muvofiq.

Bu esa matematik modelni tez o‘zgartirish, modifikatsiya qilish imkonini yaratadi. Umuman olganda bu talab unga katta bo‘lmagan o‘zgartirish orqali boshqa real ob’ektga moslashishni, ya’ni matematik modelni universalligini xarakterlaydi.

Matematik modelni qurish bosqichlari.

Matematik modelni qurish quyidagi asosiy bosqichlardan iborat:

1. Obektni o‘rganish. Bu bosqichda ob’ektga doir, uning dinamikasini, tabiatini xarakterlovchi ma’lumotlar yig‘iladi.

2. Yig‘ilgan ma’lumotlarni sistemalashtirish. Ishchi gipotezalar qabul qilish. Ob’ektni ob’ekt osti bloklarga ajratish, bloklarda o‘zgaruvchilarni aniqlash, bloklar va ulardagi o‘zgaruvchilar orasidagi bog‘liqliklarni o‘rnatish. Ob’ekt uchun ikkinchi, uchinchi darajali faktorlar aniqlanib, bu faktorlar tashlab yuboriladi.

3. Yig‘ilgan ma’lumotlar asosida ob’ekt bo‘ysunadigan qonun yoki qonuniyatlar tanlanadi (masalan, variatsion prinsip yoki analogiya prinsipi). Ushbu

qonunlar asosida ob’ekt matematik tilda yoziladi. Matematik modelni nazariy tadqiqoti o‘tkaziladi.

4. Ob’ektni taklif etilayotgan matematik modeli “jihozlanadi”. YA’ni, bu bosqichda ob’ektni tabiatini ifodalovchi kattalikka nisbatan boshlang‘ich shart (jism tezligi, boshlang‘ich vaqtda populyasiya soni va shunga o‘xshash) va chegaraviy shartlar shakllantiriladi. SHu bilan matematik formallashtirish, ya’ni matematik modelni yozish jarayoni tugaydi.

5. Ob’ektni matematik modeli asosida diskret modeli quriladi va diskret model asosida dastur tuzilib, kompyuterda qo‘yilgan matematik masala echiladi. Bu bosqichda HE utkaziladi. HE natijasida matematik model real ob’ektga muvofiqligi tekshiriladi. Modelni modelda ishtirok etayotgan faktorlarga nisbatan sezgirligi o‘rganiladi. Modelda qatnashayotgan kattalik yoki parametrlarni o‘zgarish chegaralari aniqlanadi. Boshqacha qilib aytganda, ushbu bosqichda MMni real ob’ektga moslashtirish ushbu bosqichda bajariladi.

MA’RUZA 2. *JARAYONLARNI MODELLASHTIRISHDA TABIATNING SAQLANISH QONUNLARIDAN VA BOSHQA USULLARDAN FOYDALANISH*

Energiyaning saqlanish qonuni

Reja:

1. Jarayonlarni modellashtirishda tabiatning saqlanish qonunlaridan va boshqa usullardan foydalanish
2. Energiyaning saqlanish qonuni.
3. Massa (materiya)ning saqlanish qonuni. Impulsning saqlanish qonuni.

Tabiatning asosiy qonunlari, variatsion prinsiplar, o‘xshashliklar, ierarxik zanjirlarning qo‘llanilishini tasvirlaydigan eng sodda matematik modellarni qurishda ba’zi yondashuvlarni ko‘rib chiqamiz. Oddiyligiga qaramay, jalb qilingan material modellarning etarliligi, ularning "jihozlanishi", chiziqsizligi, raqamli tatbiq etilishi va boshqa bir qator matematik modellashtirish kabi tushunchalar muhokamasini boshlashga imkon beradi.

Tabiatning asosiy qonunlari. Modellarni yaratishning eng keng tarqalgan usuli - bu tabiatning asosiy qonunlarini muayyan vaziyatga qo‘llashdir. Ushbu qonunlar odatda tan olinadi, tajriba bilan bir necha bor tasdiqlanadi va ko‘plab ilmiy va texnologik yutuqlar uchun asos bo‘lib xizmat qiladi. SHuning uchun, ularning asosliligi shubhasizdir, bu boshqa narsalar qatori tadqiqotchiga kuchli psixologik yordam beradi. Ushbu vaziyatda qaysi qonunni (qonunlarni) qo‘llash kerakligi va uni qanday bajarish kerakligi haqidagi savollar birinchi o‘rinda turadi.

Jismlar bir-biri bilan ta’sirlashishi natijasida xarakat bir jismdan ikkinchisiga uzatiladi. O‘zaro ta’sir, ma’lumki, kuch vositasida ruy beradi, ya’ni kuch ta’sirida jismning mexanikaviy xarakati uzgaradi, ammo shuni xam nazarda tutish kerakki, agar jism tinch xolatda bo‘lsa, u xolda unga xech qanday kuch ta’sir qilmayapti degan xulosa kelib chiqmaydi: jismga ta’sir etayotgan kuchlar bir-birini muvozanatlaydi. Masalan, stol ustida tinch turgan jismning og‘irlik kuchi stolning aks ta’sir kuchi bilan muvozanatda bo‘ladi. Boshqa xollarda tashqi kuch ta’siri xarakat bilan bog‘lik bo‘lib,

mazkur xarakat tufayli jism muayyan vaqt oraligida biror masofani bosib o‘tadi — tashqi kuch ish bajaradi.

Mexanikaviy ish va energiya degan ikki tushuncha o‘zaro uzviy bog‘lik tushunchalardir. Quyidagi misollar orqali bu uzviy bog‘lanish xaqida tasavvur xosil qilish mumkin. Manbalardan uzatilayotgan elektr energiyasini iste’mol qilib, uyimizdagi sovutgich, kir yuvish mashinasi, radio va oynaijaxonlar ishlaydi.

Ma’lumki, yonilg‘ining yonish jarayonida ajralib chiqqan issiqlik energiyasi hisobiga qishloq xo‘jalik mashinalari, transport vositalari, kema va samoletlar xarakatga kelib, ish bajaradi. Soatning prujinasini burab, muayyan ish bajaramiz, shu ish hisobiga soatda energiya to‘planadi; to‘plangan energiya esa mexanizmlarning ish bajarishi uchun sarf bo‘ladi. Balandlikdan tushayotgan suvning energiyasi bilan GES larning turbinalari xarakatga keladi, ya’ni ular ish bajaradi; bajarilgan ish hisobiga esa elektr energiyasi xosil bo‘ladi; biz bu erda suvning mexanikaviy energiyasi bajarilgan ish vositasida elektr energiyasiga aylanayotganini ko‘ramiz. SHunday kilib, bajarilgan ish hisobiga energiya xosil kilinadi va aksincha, energiya sarflab ish bajariladi. Binobarin, ish bajarish qobiliyati energiya demakdir.

Energiya yo‘qdan bor bo‘lmaydi va yuqolmaydi, u faqat bir turdan boshqa turga o‘tadi. Biz quyida mexanikaviy energiyaning fakat ikki turi – kinetik va potensial energiyalar bilan tanishamiz.

Xarakatdagi jismning mexanikaviy energiyasi ***kinetik energiyadir***. Umuman energiya jismning ish bajarish qobiliyati ekanligini nazarda tutsak, kinetik energiyaga quyidagicha ta’rif berish mumkin: kinetik energiya deb harakatlanayotgan jismning ish bajarish qobiliyatiga aytiladi.

v tezlik bilan harakatlanayotgan jismning kinetik energiyasi uning massasi bilan tezligi kvadrati ko‘paytmasining yarmiga teng, ya’ni massasi *m* bo‘lgan jism *v* tezlik bilan xarakatlanayotgan bo‘lsa, uning kinetik energiyasi $\frac{mv^2}{2}$ ga teng. Ikkinchi tomondan, massasi *m* va tezligi *v* bo‘lgan jismni to‘xtatish uchun tashqi kuchlar $\frac{mv^2}{2}$ ga teng bulgan manfiy ish bajarishi lozim va aksincha, massasi *m* bulgan tinch turgan

jismni *v* tezlik bilan harakatga keltirish uchun tashqi kuchlar $\frac{mv^2}{2}$ ga teng bo‘lgan musbat ish bajarishi lozim bo‘ladi.

Mexanikaviy energiyaning yuqorida ko‘rib o‘tilgan turi — kinetik energiyadan tashqari yana bir turi mavjud bo‘lib, u potensial energiyadir. ***Potensial energiya*** — jismlarning yoki ularning ayrim qismlarining o‘zaro ta’sir energiyasi bo‘lib, bu energiya ularning bir-biriga nisbatan joylashuviga bog‘lik. SHuning uchun potensial energiyaning qiymati jism (yoki tizim)ni bir vaziyatdan ikkinchi vaziyatga o‘tkazishda tashqi kuchlarning bajargan ishi bilan o‘lchanadi.

Jism (moddiy nuqta) konservativ kuchlar maydonida joylashgan bo‘lsin, ya’ni jismga konservativ kuchlardan boshqa kuchlar ta’sir qilmayotgan bo‘lsin. Konservativ kuchlarning elementar $d\vec{r}$ ko‘chishda bajargan ishi jism potensial energiyasining kamayishiga teng:

$$dA = -dE_p \ .$$

Ikkinchi tomondan, jismning $d\vec{r}$ masofaga ko‘chishida konservativ kuchlarning bajargan ishi uning kinetik energiyasining ortishiga teng

$$dA = dE_K$$

Bu ikki tenglikdan:

$$dE_K = -dE_p$$

yoki

$$d(E_K + E_P) = 0$$

ni hosil qilamiz. Oxirgi ifodadagi kinetik va potensial energiyalarning yig‘indisi $E = E_K + E_P$ jismning to‘la energiyasi deyiladi va

$$E = E_K + E_P = const$$

ekanligi kelib chiqadi.

Bu formula bitta jism uchun energiyaning saqlanish qonunini ifodalaydi: konservativ kuchlar maydonida harakatlanayotgan jismlarning to‘la mexanikaviy energiyasi o‘zgarmaydi. Bu qonundan shu xulosa kelib chiqadiki, konservativ kuchlar maydonida kinetik energiya potensial energiyaga aylanishi va aksincha, potensial energiya kinetik energiyaga aylanishi mumkin, lekin jismning to‘la energiyasi

o‘zgarmaydi. Ya’ni jismning potensial energiyasi qanchaga kamaysa, uning kinetik energiyasi shunchaga ortadi va aksincha.

Energiyaning saqlanish qonuni deyarli ikki yuz yildan beri ma’lum va tabiatning buyuk qonunlari orasida eng sharafli o‘rinni egallaydi.

Misol ko‘ramiz:

Aylanadigan o‘qning tezligini tezda aniqlamoqchi bo‘lgan va uning yonida maxsus laboratoriyasi bo‘lmagan ballistik mutaxassis unga tayanib, mayatnik kabi nisbatan sodda asbobdan foydalanishi mumkin - engil, qattiq va erkin aylanadigan sterjenga osilgan yuk (1.2-rasm).

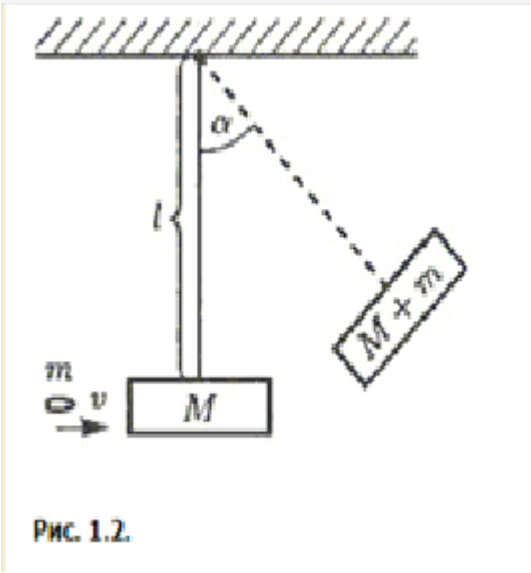


Рис. 1.2.

Yukka tiqilib qolgan o‘q o‘z kinetik energiyasini "o‘q-yuk" tizimiga etkazib beradi, u tayoqning vertikaldan maksimal burilish momentida tizimning potensial energiyasiga to‘liq aylanadi.

Bu harakatni quyidagi tengliklar orqali ifodalash mumkin

$$\frac{mv^2}{2} = (M+m)\frac{V^2}{2} = (M+m)gl(1-\cos\alpha)$$

Bu erda

$\frac{mv^2}{2}$ – m massali o‘qning kinetik energiyasi,

v – o‘qning tezligi,

M – yuk massasi,

V – “o‘q-yuk” sistemasining to‘qnashishdan keyingi tezligi,

g - erkin tushish tezlanishi,

l – sterjen uzunligi,

α – maksimal og‘ish burchagi.

Dastlabki tezlik quyidagi formula bilan aniqlanadi

$$v = \sqrt{\frac{2(M+m)gl(1-\cos\alpha)}{m}}$$

Agar yuk va o‘qning qizishiga, havo qarshiligini engishga va h.k.z. ketgan energiya sarfini kichik deb, e’tiborga olmasak, formula o‘rinli deb hisoblash mumkin.

Bu, birinchi qarashda, asosli fikrlash aslida noto‘g‘ri. O‘q va mayatnik "bir-biriga to‘qnashganda" paydo bo‘ladigan jarayonlar endi faqat mexanik emas. Shuning uchun *v* qiymatini hisoblash uchun ishlatiladigan mexanik energiyaning saqlanish qonuni adolatsiz: tizimning mexanik emas, balki umumiy energiyasi saqlanib qoladi. Bu o‘q tezligini taxmin qilish uchun faqat pastki chegarani beradi (bu oddiy masalani to‘g‘ri hal qilish uchun impulsning saqlanish qonunidan ham foydalanish kerak).

Yuqorida mexanikaviy energiyaning saqlanish qonunini ko‘rib o‘tganimizda, biz faqat konservativ kuchlar ta’sir etadigan tizimni olib qaragan edik. Aksariyat xollarda konservativ kuchlardan tashqari tizimga nokonservativ kuchlar xam ta’sir etadi. Nokonservativ kuchlarga, xususan, ishqalanish kuchlari va muxitning qarshilik kuchlari kiradi. Bu kuchlarning bajargan ishi manfiydir.

Shuning uchun nokonservativ kuchlar mavjud bo‘lganda tizimning to‘la mexanikaviy energiyasi kamayib boradi va bunday kamayishi energiyaning dissipatsiyasi (isroflanishi) deyiladi.

Energiyaning bu kamayishini tashqi manbadan uzluksiz to‘ldirib turilmasa, ishqalanish kuchlari mavjud bo‘lgan tizimda (masalan, transport vositalarida) xarakat oxiri to‘xtaydi, ya’ni energiyaning yo‘qotilishi kuzatiladi. Demak, dissipativ kuchlar mavjud bo‘lganda, tizimning to‘la mexanikaviy energiyasi saqlanmaydi. Bundan energiyaning saqlanish qonuni buzilayapti degan xulosa kelib chiqmaydi; ishqalanish mavjud bo‘lganda mexanikaviy energiyaning boshqa turdagi energiyaga aylanishi sodir bo‘ladi, xususan, mexanikaviy energiya issiqlik energiyasiga aylanadi. Issiqlik energiyasi esa jism tarkibidagi atom va molekulalarning tartibsiz xarakatidan iborat

energiyadir (jism tarkibidagi atom va molekulalarning tartibsiz xarakatini bizning sezgi a’zolarimiz issiklik tarzida idrok etadi).

Nokonservativ kuchlar ta’siri tufayli berk tizimda mexanikaviy «energiyaning yo‘qolishi»da xamma vaqt mazkur «yo‘qolish»ga teng bo‘lgan miqdorda boshqa turdagi energiya ajralib chiqadi. Elektr energiyasi ishlab chiqiladigan qurilmalarda ko‘pincha mexanikaviy energiyaning (masalan, oqar suv energiyasining) elektr energiyasiga aylanishini kuzatamiz.

Fizika tarixida shunday xollar xam bo‘lganki, tajribadan olingan natijalarda energiyaning saqlanish qonuni bajarilmayotganga o‘xshab tuyulgan. Masalan, atom yadrolarining beta-emirilish xodisalarida energiya va impulsning saqlanish qonunining «buzilishi» kuzatilgan. Keyinchalik, fiziklarning mantiqiy muloxazalari shunday xulosaga olib keldiki, beta-emirilishda elektron bilan birga yadrodan boshqa bir noma’lum zarracha uchib chiqishi va bu zarracha o‘zi bilan birga olib ketayotgan energiya bu jarayonda etishmayotgan energiya mikdoriga teng bo‘lishi kerak. Bunday dadil xulosaga kelish uchun makroskopik mexanika qonunlaridan chetga chiqadigan tasavvurlarga tayanishga to‘g‘ri keldi. O‘tkazilgan qo‘shimcha tajribalar esa mazkur xulosani tasdiqladi (zarracha neytrino degan nom oldi).

Shunday qilib, oddiy mexanikaviy xodisalarga nisbatan yana xam kengrok miqyosdagi fizikaviy xodisalarni qamrab olgan energiyaning saqlanish qonuni qaror topdi. Bu qonun energiyaning umumfizikaviy saqlanish qonuni deyiladi. Bu qonunga asosan, ***energiya hech qachon yo‘qdan bor bo‘lmaydi va mavjud energiya yuqolmaydi, u faqat bir turdan ikkinchi turga aylanishi mumkin.*** Energiyaning umumfizikaviy saqlanish qonuni mexanika xodisalarinigina o‘z ichiga olib qolmay, balki mexanika qonunlarini qo‘llash mumkin bo‘lmagan xodisalarni xam qamrab oladi. Bu qonun mexanika qonunlaridan keltirib chiqkarilmaganligini tushunish qkiyin emas: u keng miqyosdagi tajriba natijalarini umumlashtirishdan kelib chiqqan mustaqil qonundir.

Massa (materiya)ning saqlanish qonuni

Tarixiy ma’lumotlar

Massaning saqlanish qonuni fizika qonunidir, unga ko‘ra fizik tizim massasi barcha tabiiy va sun’iy jarayonlarda saqlanib qoladi.

Bu qonun qadim zamonlardan beri ma’lum bo‘lgan. Keyinchalik, miqdoriy formulyasiya paydo bo‘ldi, unga ko‘ra modda miqdori o‘lchovi og‘irlik deyildi (17-asr oxiridan boshlab - massa).

Klassik mexanika va kimyo nuqtai nazaridan, yopiq fizik tizimning umumiy massasi saqlanib qoladi, bu tizim tarkibiy qismlarining massalari yig‘indisiga teng bo‘ladi (ya’ni massa additiv hisoblanadi).

Additiv jismoniy miqdor - bu fizik kattalik bo‘lib, uning turli qiymatlari yig‘ilib, son koeffitsientiga ko‘paytiriladi va bir-biriga bo‘linadi. Misol uchun: uzunlik, massa, kuch, bosim, vaqt, tezlik va boshqalar additiv miqdorlar hisoblanadi.

Ushbu qonun Nyuton mexanikasi va kimyosini qo‘llash soxasida juda aniqlik bilan amal qiladi, chunki bu xolatlarda relyativistik tuzatishlar axamiyatsiz hisoblanadi.

Zamonaviy fizikada massa tushunchasi va xususiyatlari sezilarli darajada qayta ko‘rib chiqilgan. Massa endi materiya miqdorini o‘lchamaydi va massaning saqlanish qonuni tizimning ichki energiyasini saqlash qonuni bilan chambarchas bog‘likdir. Klassik modeldan farqli o‘laroq, faqat izolyasiya qilingan jismoniy tizimning massasi saqlanib qoladi, ya’ni tashqi muxit bilan energiya almashinuvi yo‘q bo‘lganda. Tizim tarkibiy qismlarining massalari yig‘indisi saqlanib qolmaydi. Masalan, modda va nurlanishdan iborat izolyasiya qilingan tizimda radioaktiv parchalanish paytida moddalarning umumiy massasi kamayadi, ammo nurlanish massasi nolga teng bo‘lishiga qaramay tizim massasi saqlanib qoladi.

1755 yilda M.V.Lomonosov bu xaqda L. Eylerga yozgan maktubida shunday yozgan edi (Vikipediyadagi matnga karang):

Tabiatda yuz beradigan barcha o‘zgarishlar shunday sodir bo‘ladiki, agar biror narsaga biror narsa qo‘shilsa, u boshqa narsadan tortib olinadi. SHunday qilib, biror jismga qancha modda qo‘shilsa, boshqasidan shuncha narsa yo‘qoladi, masalan,

qancha soat uxlashga sarf qilsam, shuncha miqdordagi bedorlikni olib tashlayman va xokazo.

SSSRda ushbu ibora asosida M.V.Lomonosov massani saqlanish qonunining muallifi deb e’lon qilindi,

Lavuaze o‘zining "Kimyoning birlamchi o‘quv qo‘llanmasida" (1789) materiyaning massasini saqlanish qonunining aniq miqdoriy shakllanishini bergan, ammo uni yangi va muxim qonun deb e’lon qilmagan, balki shunchaki taniqli va ishonchli tarzda tasdiqlangan xaqiqat sifatida eslatib o‘tgan. Kimyoviy reaksiyalar uchun Lavuaze qonunni quyidagi ifodalarda shakllantirgan:

Sun’iy jarayonlarda xam, tabiiy jarayonlarda xam xech narsa yaratilmaydi va har bir operatsiyada [kimyoviy reaksiya] oldin va keyin bir xil miqdordagi materiya borligi, ularning sifati va miqdori bir xil bo‘lib qolishi, faqat joy o‘zgarishi va qayta guruxlanishlar sodir bo‘ladi degan qarashni ilgari surish mumkin. Kimyo bo‘yicha tajribalar o‘tkazish butun san’ati ushbu qarashga asoslangan.

Boshqacha qilib aytganda, kimyoviy reaksiya sodir bo‘ladigan yopiq fizik tizimning massasi saqlanib qoladi va shu reaksiyaga kirgan barcha moddalar massalarining yig‘indisi barcha reaksiya maxsulotlarining massalari yig‘indisiga teng (ya’ni, u ham saqlanib qoladi). Massa shu tariqa additiv hisoblanadi.

M.V.Lomonosov va A. Lavuaze asarlari asosida massaning saqlanish qonuni shakllantirildi.

Kimyoviy reaksiyaga kirgan moddalar massasi hosil bo‘lgan moddalar massasiga teng.

Moddalar massasining saklanish konuni

Ta’rifi: *Reaksiyaga kirishaetgan moddalar massalarining yig‘indisi reaksiya natijasida xosil bo‘lgan moddalar massalari yig‘indisiga tengdir*. (M.V.Lomonosov 1789 y).

Ta’rifni qanchalik to‘g‘ri ekanligini quyidagi reaksiya tenglamasi va hisoblashlar bilan tekshirib ko‘raylik.

$H_2SO_4 + 2KOH \rightarrow K_2SO_4 + 2H_2O$

Unga kura: Σ m dast.moddalar = Σ m maxsulot .

Dastlabki moddalar:

H_2SO_4 va KOH ekanligini hamda hosil bo‘lgan moddalar K_2SO_4 va H_2O ekanligini bilgan holda Σ m dastlabki moddalar va Σ m maxsulot qiymatini hisoblaymiz:

Σ m maxsulot = (2+32+(16*4)) + (2*39+16+1) = 98 + (2 * 56) = 210 gramm.

Σ m dast.moddalar = ((2*39)+ 32 + (16*4)) = 174 + 36 = 210 gramm.

Demak: Σ m dast.moddalar = Σ m maxsulot ya’ni 210 gramm = 210 gramm. Bu konunning amaliy axamiyati shuki, xar kanday jarayonni amalga oshirish uchun zarur bo‘lgan xomashyo (dastlabki moddalar) ni va undan xosil bo‘luvchi maxsulot miqdorini hisoblashni, ya’ni xar bir texnologik jarayonlarnning moddiy balansini hisoblashni o‘rgatadi.

Avogadro qonuni gazsimon moddalarga tegishli bo‘lib, quyidagicha ta’riflanadi: Bir xil sharoit (bir xil bosim va temperatura) da teng xajmdagi turli gazlarda molekulalar soni teng bo‘ladi.

Gaz xolatidagi moddalarning "mol" miqdori (n), xajmi (V) massasi (m), molekulyar massasi (M), bosimi (P), temperaturasi (T) o‘rtasidagi o‘zaro bog‘lanishlarni bilish talab etilganda Avogadro qonunidan kelib chiquvchi xulosalar bilan birlikda Mendeleev - Klaypeyron va gazlarning xolat tenglamalaridan foydalaniladi.

Mendeleev - Klayperon tenglamasi: Xar kanday sharoitda "1 mol" gaz uchun:

PV = nRT xolida bo‘lib, bu n = 1 mol bo‘lgan xollarda PV = RT xolida yoziladi.

Agar moddaning "mol"lar soni - n , massasi-m va molekulyar massasi - M ni e’tiborga olsak: n = m/M bo‘lib, buni yuqoridagi tenglamaga qo‘ysak: $P*V=m/M*R*T$ bo‘ladi.

Bu formuladan foydalanib gazlarning massasi, molekulyar massasi, xajmi, bosimi kabi kattaliklarni hisoblab topiladi. Ma’lumki, gazlarning umumlashgan xolat tenglamasi:

$$\frac{P_0 * V_0}{T_0} = \frac{P * V}{T}$$

mavjud.

Bu formuladan foydalanib, biror real sharoitdagi (P, T) V sig‘imli gazning normal sharoitdagi hajmi (bosimi, temperaturasi) V0 ni (yoki aksincha) hisoblab topiladi:

$$V_0 = P*V*T_0 / T*P_0.$$

Bu gaz hajmini normal sharoitga keltirish formulasi deb ham aytiladi.

YUqorida aytib o‘tilgan qonunlardan foydalanish metallurgiya uchun juda muxim bo‘lgan bir qator muammolarni xal qilishga imkon beradi, masalan, suyuqlik va gazlarning oqim tezligini o‘lchash, tozalash gazini suyuq metallga kiritish jarayonlarining matematik tavsifi va boshqalar.

Izolyasiya qilingan tizim uchun massani saqlanishsh qonuni shundan iboratki, ushbu tizimning massasi butun xarakat davomida doimiy bo‘lib qoladi, ya’ni vaqtga nisbatan massaning umumiy xosilasi nolga teng

$$\frac{dm}{dt} = 0 \qquad (3.89)$$

Agar sistema ajratilmagan bo‘lsa va uning yuzasi orqali modda (masalan, suyuqlik) kirib chiqsa, u xolda bu hajm massasining vaqt birligida o‘zgarishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\Delta m = \int_V \frac{d\rho}{dt} dV$$

bunda ρ– zichlik.

Impulsning saqlanish qonuni

Ma’lumki, dengiz sathida shamol bo‘lmasa qo‘zg‘almasdan turgan qayiqning bir uchidan ikkinchi uchiga qarab bir necha qadam qo‘yilsa, qayiq harakatlanishni boshlaydi. Impulsning saqlanish qonuni aynan shu erda o‘zini namoyon qiladi, bu qonunga ko‘ra: sistema tashqi ta’sirga uchramasa sistemaning impulsi saqlanadi. Eshkaklar harakatga keltirilgandan so‘ng qayiq bu harakatga qarama-qarshi tomonga siljish bilan harakatlanadi.

Ko‘pgina ajoyib texnik qurilmalar reaktiv harakat prinsipiga asolangan. Masalan, sun’iy yo‘ldoshni Er atrofidagi orbitaga chiqaruvchi raketa tezligini birinchi kosmik tezlik – 8 km/s ga etkazishi zarur.

Raketa harakatining eng sodda matematik modeli havoning qarshiligi, erning tortish kuchini hisobga olmagan holda impulsning saqlanish qonunidan kelib chiqadi.

Raketa yoqilg‘i bakidagi yonish mahsulotlaridan hosil bo‘lgan gaz yoqilg‘i bakidan u tezlik (zamonaviy yoqilg‘ilarga nisbatan bu kattalik 3-5 km/s ga teng) bilan chiqib ketsin. t va $t+\Delta t$ momentlar orasidagi kichik vaqt oralig‘i Δt da yonilg‘ining bir qismi yonadi va raketaning massasi Δm kattalikka o‘zgaradi. SHuningdek, raketaning impulsi ham o‘zgaradi, ammo “raketa plyus yoqilg‘i mahsulotlari” sistemasining impulsi t vaqtdagi kabi o‘zgarmasdan, saqlanib qoladi, ya’ni

$$m(t)v(t) = m(t+\Delta t)v(t+\Delta t) + [m(t) - m(t+\Delta t)][v(t+\Delta t) - u].$$

Bu erda $v(t)$ – raketaning t vaqtdagi tezligi, $v(t+\Delta t)-u$ Δt vaqt oralig‘ida yoqilg‘i bakidan ajralib chiqadigan gazlarning o‘rtacha tezligi (ikkala tezlik ham Erga nisbatan olinadi). Bu tenglikning o‘ng qismida turgan birinchi had – raketaning $t+\Delta t$ vaqt momentidagi impulsini, ikkinchisi – Δt vaqt ichida yoqilg‘i bakidan ajralib chiqadigan gazlarning impulsini anglatadi.

$$m(t+\Delta t) = m(t) + \Delta t\frac{dm}{dt} + o\left((\Delta t)^2\right),$$

$$v(t+\Delta t) = v(t) + \Delta t\frac{dv}{dt} + o\left((\Delta t)^2\right)$$

tengliklarni hisobga olgan holda, impulsning saqlanish qonunini quyidagi differensial tenglama ko‘rinishida yozib olish mumkin:

$$m\frac{dv}{dt} = -\frac{dm}{dt}u.$$

bu erda $-\frac{dm}{dt}u$ had raketa dvigatelining tortish kuchi bo‘lib, uni

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{d(\ln m)}{dt}u$$

ko‘rinishga keltirib olgandan so‘ng, osongina integrallash mumkin:

$$v(t) = v_0 + u \ln\left(\frac{m_0}{m(t)}\right)$$

bu erda v_0, m_0 – mos ravishda raketaning t=0 vaqt momentdagi tezligi va massasi. Agarda v_0=0 bo‘lsa, u holda raketa yoqilg‘isining to‘la yonib bo‘lganida erishiladigan raketaning maksimal tezligi

$$v = u \ln\left(\frac{m_0}{m_p + m_s}\right) \qquad (*)$$

ga teng. Bu erda m_p – foydali massa (sputnik massasi), m_s – struktura massasi (raketaning massasi yoqilg‘i baklari, dvigatellar, boshqaruv tizimlari va h.k. larning massalaridan tashkil topadi).

Siolkovskiyning (*) ko‘rinishdagi sodda formulasi kosmik uchishlar uchun raketaning strukturasi qanday bo‘lishi kerakligi to‘g‘risida fundamental xulosani chiqarishga imkon beradi.

$$\lambda = \frac{m_s}{m_0 - m_p}$$

kattalikni kiritaylik. Bu kattalik $m_p = 0$ da raketaning strukturaviy va boshlang‘ich massalari nisbatini ifodalaydi. U holda haqiqiy $\lambda = 0{,}1$ va $u = 3\,\text{km/s}$ qiymatlarga nisbatan, $m_p = 0$ da

$$v = u \ln\left(\frac{1}{\lambda}\right) = 7\,\text{km/s}$$

ga ega bo‘lamiz. Bu erdan hattoki eng ideal vaziyat (foydali massa nolga teng, erning tortish kuchi va havoning qarshiligi yo‘q bo‘lgan) da ham o‘rganilayotgan turdagi raketa birinchi kosmik tezlikka erisha olmasligi kelib chiqadi. SHu tufayli, kosmonavtikaning asoschilari kelgan xulosaga ko‘ra, ko‘p pog‘onali raketalardan foydalanish lozimdir.

Keltirilgan misol shu jumladan murakkab ob’ektlarni matematik modellashtirishning boshlang‘ich davrida qo‘llaniladigan “eng katta qulaylik” prinsipini namoyish qiladi: agarda eng yaxshi sharoitlarga qo‘yilgan ob’ekt kerakli harakteristikalarga erisha olmasa, u holda ob’ektga nisbatan yondashuvni o‘zgartirish

yoki unga qo‘yilgan talablarni yumshatish lozim; agarda talablarga erishib bo‘lsa, u holda keyingi qadamlar ob’ektga nisbatan qo‘shimcha murakkablashtiruvchi omillarning ta’sirini o‘rganish bilan bog‘liqdir.

Ierarxiya prinsipidan foydalanib, matematik modellar qurish

Oldingi paragrafda biz modellarni qurishda fizik qonunlarning tadbiqini o‘rganib chiqqan edik, bu paragrafda esa model qurilgan, ammo endilikda bu model yanada umumiyroq holga nisbatan qo‘llanilishi mumkinligi ma’lum bo‘lib qolgan vaziyatni o‘rganib chiqamiz. Faqatgina ayrim hollarda eng sodda modellarning matematik modellarini to‘liq qo‘rinishda, uning hatti-harakati uchun mos bo‘lgan barcha omillarni qurish o‘zini oqlaydi. SHuning uchun «soddadan-murakkablikka qarab» tamoyilini amaliyotga tadbiq etuvchi yondashuv o‘rinli bo‘lib, bu yondashuvga ko‘ra keyingi qadamga murakkab bo‘lmagan modelni sinchkovlik bilan o‘rganib chiqqandan so‘ng o‘tiladi. Bunda har biri oldingi modellarni umumlashtiruvchi va ularni o‘zining xususiy holi sifatida o‘ziga biriktirib oluvchi nisbatan to‘la modellar zanjiri (ierarxiyasi) hosil bo‘ladi.

Bunday zanjirni ko‘p pog‘onali raketaning modeli misolida o‘rganmaiz. Oldingi ma’ruzaning oxirida qayd qilinganidek, haqiqiy bir pog‘onali raketa birinchi kosmik tezlikka erisha olmaydi. Buning sababi - yonilg‘ining kerakli bo‘lmagan strukturaviy massani harakatlantirib yuborishga sarf bo‘lishidir. Demak, raketa o‘zining harakati davomida davriy ravishda ballastdan qutulib borishi lozim.

Amaliy konstruksiyada esa bu raketa foydalanib bo‘lingandan so‘ng tashlab yuboriladigan bir nechta pog‘onalardan tashkil topishini anglatadi.

Quyida keltiriladigan belgilashlardan foydalanmiz: m_i – i-chi pog‘onaning umumiy massasi, λm_i – i-chi pog‘onaga mos keluvchi struktura massasi (bunda yoqilg‘ining massasi $(1-\lambda)m_i$ kattalikka teng), m_p - foydali yuk massasi. λ kattalik va gazlarning tezligi u barcha pog‘onalarga nisbatan bir xildir. Aniqlik uchun pog‘onalar sonini n=3 ga teng deb olamiz. Bunday raketaning boshlang‘ich massasi

$$m_0 = m_p + m_1 + m_2 + m_3$$

ga teng. Birinchi pog‘onaning yoqilg‘isi sarf bo‘lgan va raketa massasi

$$m_p + \lambda m_1 + m_2 + m_3$$

ga teng bo‘lgan momentni o‘rganib chiqamiz. U holda Siolkovskiyning formulasiga ko‘ra, raketaning tezligi

$$v_1 = u \ln\left(\frac{m_0}{m_p + \lambda m_1 + m_2 + m_3}\right)$$

ga teng bo‘ladi. v_1 tezlikka erishilgandan so‘ng, λm_1 strukturaviy massa tashlab yuboriladi va ikkinchi pog‘ona ishga kiradi. Bu momentda raketaning massasi

$$m_p + m_2 + m_3$$

ga teng bo‘ladi.

Shu momentdan boshlab, to ikkinchi pog‘onadagi yoqilg‘i to‘la yonib bitgunga qadar qurilgan modeldan foydalanishga hech narsa halaqit bermaydi. Impulsning saqlanishi to‘g‘risidagi barcha mulohazalar o‘z kuchini saqlab qoladi (endilikda raketaning boshlang‘ich tezligi v_1 ga teng ekanligini hisobga olish darkor). U holda, Siolkovskiyning formulasiga ko‘ra, ikkinchi pog‘onadagi yoqilg‘i yonib tugagandan so‘ng, raketa

$$v_2 = v_{1`} + u \ln\left(\frac{m_p + m_2 + m_3}{m_p + \lambda m_2 + m_3}\right)$$

tezlikka erishadi.

Huddi shu mulohazalarni raketaning uchinchi pog‘onasiga nisbatan ham qo‘llash mumkin. Raketaning dvigateli o‘chirilgandan so‘ng, raketaning tezligi

$$v_3 = v_{2`} + u \ln\left(\frac{m_p + m_3}{m_p + \lambda m_3}\right)$$

ga teng bo‘ladi.

Bu zanjirni ixtiyoriy sondagi pog‘onalarga nisbatan davom ettirib, mos formularni hosil qilish mumkin. n=3 holda esa oxirgi tezlikka nisbatan

$$\frac{v_3}{u} == \ln\left(\frac{m_0}{m_p + \lambda m_1 + m_2 + m_3}\right) \cdot \left(\frac{m_p + m_2 + m_3}{m_p + \lambda m_2 + m_3}\right) \cdot \left(\frac{m_p + m_3}{m_p + \lambda m_3}\right)$$

tenglikni hosil qilish mumkin. Bu tenglikda quyidagicha belgilashlar

$$\alpha_1 = \frac{m_0}{m_p + \lambda m_1 + m_2 + m_3}, \quad \alpha_2 = \frac{m_p + m_2 + m_3}{m_p + \lambda m_2 + m_3} \quad \alpha_3 = \frac{m_p + m_3}{m_p + \lambda m_3}$$

kiritib, uni nisbatan soddaroq ko‘rinishga keltirish mukin:

$$\frac{v_3}{u} == \ln\left\{\left(\frac{\alpha_1}{1+\lambda(\alpha_1 - 1)}\right)\cdot\left(\frac{\alpha_2}{1+\lambda(\alpha_2 - 1)}\right)\cdot\left(\frac{\alpha_3}{1+\lambda(\alpha_3 - 1)}\right)\right\}.$$

Mazkur ifoda α_1, α_2, α_3 kattaliklarga nisbatan simmetrik bo‘lib, u o‘zining maksimumiga simmetrik holda, ya’ni $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$ bo‘lganda erishadi. Bunda, i =3 ga nisbatan

$$\alpha = \frac{1-\lambda}{P-\lambda}, \qquad P = \exp\left(\frac{v_3}{3u}\right)$$

munosabat o‘rinlidir.

$\alpha^3 = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3$ ko‘paytma m_0/m_p ga teng ekanligini osongina tekshirib ko‘rish mumkin. Bundan quyidagiga ega bo‘lish mumkin:

$$\alpha^3 = \frac{m_0}{m_p} = \frac{(1-\lambda)^3}{(P-\lambda)^3}.$$

Ko‘p pog‘onali raketaga nisbatan shunga o‘xshash ravishda

$$\frac{m_0}{m_p} = \left(\frac{1-\lambda}{P-\lambda}\right)^n, \quad P = \exp\left(-\frac{v_n}{nu}\right)$$

munosabatlar o‘rinli, bu erda n — pog‘onalar soni.

Oxirgi hosil qilingan formulani tahlil qilaylik. v_n = 10,5 km/s, λ= 0,1 deb olamiz. U holda n = 2,3,4 larga nisbatan mos ravishda m_0=149m_r, m_0=77m_p, m_0=65m_p larni hosil qilish mumkin. Bu degani, ikki pog‘onali raketa foydali massani orbitaga chiqarishga layoqatlidir (ammo bir tonallik foydali yukda 149 tonnalik vaznli raketaga ega bo‘lish darkor). Uchinchi pog‘onaga o‘tish raketaning massasini deyarli ikki martaga kamaytiradi (ammo uning tuzilmasini murakablashtiradi), to‘rt pog‘onali raketa esa uch pog‘onaliga nisbatan sezilarli yutuqni bermaydi.

Ierarxik zanjirni qurish bu kabi muhim xulosalarga nisbatan oson yo‘l bilan kelish imkonini berdi. Matematik modellarning ierarxiyasi teskari tartibda “murakkablikdan soddalikka” tamoyili bo‘yicha ham quriladi. Bunday holatda “yuqoridan pastga” prinsipi asosida ish ko‘riladi – umumiy va murakkab modeldan soddalashtiruvchi farazlar asosida nisbatan sodda (ammo tadbiq etilish doirasi ancha tor bo‘lgan) modellar ketma-ketligi hosil qilinadi.

MA’RUZA №3. CHIZIQLI DASTURLASH MASALALARI VA DEMOGRAFIK MODELLAR

Reja:

1. Chiziqli dasturlashning umumiy masalasi.
2. Transport masalasi. Jamiyat rivojlanishining demografik modeli.
3. Chiziqli dasturlash masalalari va Demografik modellar.

Chiziqli dasturlashning umumiy masalasi

Chizikli programmalashning asosiy masalasi ta’rifini kuyidagicha berish mumkin.

Bizga chizikli funksiya (maksadli funksiya)

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \qquad (1.1)$$

va n -noma’lumli m -ta chizikli tenglamalar sistemasi

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m. \end{array}\right\} \qquad (1.2)$$

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0.$$

berilgan bulsin.

Bu erda (1.2) sistemaning shunday echimlarini topish kerakkim (1.1) chizikli funksiya (maksad funksiyasi) eng katta (maksimum) yoki eng kichik (minimum) kiymat kabul kilsin.

Maksad funksiyasining eng katta yoki eng kichik kiymatlarni topish masalaning kuyilishiga boђlik. Ishlab chikarishda daromad olish talab etilsa, chizikli funksiyaning eng katta (max) kiymatlari topiladi. Agar ishlab chikarishda xarajatlarni rejalashtirish kerak bulsa, u xolda chizikli funksiyaning eng kichik (min) kiymatlarini topish talab etiladi.

Kup masalalarni echganda $x_1, x_2, ..., x_n$ uzgaruvchilarga kuyilgan cheklovlar chizikli tengsizliklar sistemasi kurinishida beriladi, ya’ni

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le b_m \end{array}\right\} \qquad (1.3)$$

Xar kanday (1.3) ko‘rinishdagi shartlarni chizikli programmalashning asosiy masalasidagi ko‘rinishiga keltirish mumkin.

Haqiqatan ham, (1.3) sistemasining birinchi tengsizligiga y_1, ikkinchisiga y_2 va x.k. m -chi tengsizligiga y_m qo‘shsak (1.3) sistemaga ekvivalent bulgan quyidagi sistema hosil bo‘ladi

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + y_1 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n + y_2 = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n + y_m = b_m. \end{array}\right\} \qquad (1.3)$$
$$x_i \ge 0,\ i = \overline{1,n},\ \ldots, y_j \ge 0,\ j = \overline{1,m}.$$

SHuni qayd qilish kerakki (1.3) chiziqli tengsizliklar sistemasining echimi (1.3) tengliklar sistemasini ham qanoatlantiradi yoki aksincha.

Tengsizliklar sistemasi quyidagicha ko‘rinishda

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \ge b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \ge b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \ge b_m. \end{array}\right\} \qquad (1.4)$$
$$x_i \ge 0,\ i = \overline{1,n},\ \ldots, y_j \ge 0,\ j = \overline{1,m}.$$

bo‘lganda ham masala yukoridagi kabi echiladi, ya’ni bu erda musbat $y_1, y_2, ..., y_m$ -lar mos ravishda ayiriladi. Demak, chizikli programmalash masalalarini xammasi asosiy masalaga keltirish mumkin. SHunday kilib, 0-ga teng yoki noldan katta echimlarini topish kerakkim (1.1) – chizikli forma (maksadli funksiya) eng katta (max) yoki bulmasa eng kichik (min) kiymat kabul kilsin.

Ta’rif. (1.2) sistemaning manfiy bulmagan xar kanday echimlar tuplamiga mumkin bulgan echimlar yoki masalaning tayanch rejasi deyiladi.

Bundan keyin $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ chizikli funksiyani maksad funksiyasi deb yuritamiz. Maksad funksiyasini maksimumlashtiruvchi (minimumlashtiruvchi)

mumkin bulgan barcha echimlariga optimal echimlar deyiladi yoki optimal reja xam deb yuritiladi.

Transport masalasi

Transport masalasi chizikli dasturlash masalalari ichida nazariy va amaliy nuktasi nazaridan eng yaxshi uzlashtirilgan masalalardan biri bulib, undan sanoat va kishlok xujalik maxsulotlarini tashishni optimal rejalashtirish ishlarida muvaffakiyatli ravishda keng foydalanilmokda.

Transport masalasi maxsus chizikli dasturlash masalalariga tegishli bulib, uning chegaralovchi shartlardagi koeffitsentlardan tuzilgan (aij) matritsaning elementlari 0 va 1 rakamlaridan iborat buladi va xar bir ustunda fakat ikkita 0 dan farkli element, kolganliri esa 0 ga teng buladi. Transport masalasini echish uchun uning maxsus xususiyatlarini nazarga oluvchi usullar yaratilgan. Transport masalasi odatda jadvallar erdamida echiladi. Kuyilgan masalani echish uchun tayerlangan ma'lumotlar erdamida boshlangich reja tuzib olinadi.

Bizga ma'lumki transport masalasining matematik modelini kuyidagi kurinishda yozish mumkin:

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i , \quad (i=1,m) \qquad (9.1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = b_j , \quad (j=1,n) \qquad (9.2)$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad (i=1,m , j=1,n) \qquad (9.3)$$

$$U_{min} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij} \qquad (9.4)$$

Bu erdagi (9.1) shart xar bir ishlab chikaruvchi punktlardagi maxsulot tula taksimlansin, (9.2) esa xar bir iste'mol kiluvchi punkt talabi tula kondirilsin degan

ma’nolarni bildiradi. Maxsulotni tashish uchun sarf kilinadigan umumiy transport xarajatlari (9.4) chizikli funksiya orkali ifodalanadi.

Masaladagi xar bir a_i, b_j va C_{ij} manfiy bulmagan sonlar, ya’ni $a_i \geq 0$, $b_j \geq 0$, $C_{ij} \geq 0$

Agar (9.1)-(9.4) masalada

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \quad q \; A \qquad (9.5)$$

tenglik urinli bulsa, ya’ni ishlab chikarilgan maxsulotlar yigindisi unga bulgan talablar yigindisi teng bulsa, u xolda bu masalani yopik modelli transport masalasi deb ataymiz.

1 - teorema. Xar kanday epik modelli transport masalasi echimga ega.

2 - teorema. Transport masalasining shartlaridan tuzilagan matritsaning rangi m+n-1 ga teng.

3 - teorema. Agar masaladagi barcha ai va bj lar butun sonlardan iborat bulsa, transport masalasining echimi butun sonli buladi.

4 - teorema. Ixtieriy transport masalasining optimal plani mavjuddir.

Transport maslasining echimni topish uchun kerak buladigan iteratsiyalar soni boshlangich tayanch rejani tanlashga boglik. Optimal rejaga yakin bulgan tayanch rejani topish masalaning optimal echimini topishni tezalashtiradi.

Minimal xarajatlar usuli yukoridagi usulga karaganda eng kulay va osondir.

Minimal xarajatlar usulining goyasi kuyidagilardan iborat:

1. Transport masalasi xarajatlaridan tashkil topgan matritsa belgilab olinadi, ya’ni

$$C = \begin{matrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{matrix}$$

Bu matritsaning minimal elementi topilib belgilanadi:

$$\min C_{ij} = c_{i,j}$$

i,j

U xolda X_{ij} kuyidagicha aniklanadi: X_{ij} q min (a_{ij})

Bu erda ikki xol bulishi mumkin:

1) $a_i \leq b_j$

$a_i > b_j$.

Birinchi xolda i1 katorning barcha X_{ij} (i#j) elementlari $X_{ij}=0$

buladi, bunday xolda i1 kator uchiriladi deb ataymiz.

Ikkinchi xolda esa j1 ustunning barcha X_{ij} (i=i1) elementlari $X_{ij}=0$ (i#i1) buladi, bu xolda j1 ustun uchiriladi deb ataymiz.

Faraz kilaylik C matritsa S' matritsaning katorini (1- xol) yoki j1 ustunini (2-xol) uchirish natijasida xosil bulgan matritsa bulsin. YAngi matritsa uchun

$$a_i = \begin{cases} a_i, & i=i_1 \\ a_i - X_{ij}, & i=i_1 \end{cases}$$

$$b_j = \begin{cases} b_j, & j=j_1 \\ b_j - X_{ij}, & j=j_1 \text{ bulsin.} \end{cases}$$

Ma’lumki S' matritsadagi ustun va katorlar soni S matritsadan bitta kam buladi. Ikkinchi kadamda yukoridagi S matritsa uchun bajarilgan ishlar C' matritsa va a_1, b1 mikdorlar uchun bajariladi.Natijada rejalardan tashkil topgan Xq(x_{ij}) matritsaning yana bir katori eki ustuni uchiriladi. Bu jaraen S matritsaning barcha kator va ustunlari uchirilguncha, ya’ni X maatritsaning xamma kator va ustunlari tuldirilguncha takrorlanadi.

Misol. uchta A_1,A_2,A ombordagi 300,250,350 tonna unni B_1,B_2,B_3,B_4 magazinlarga mos ravishda 225,230,235,210 tonnadan kilib taks imlash kerak.

Bir tonna yukni A_i (i=1,3) ombordan ixtieriy B_j(j=1,4) magazinga olib borish uchun transport xarajati

$$S = \begin{matrix} 8 & 12 & 10 & 15 \\ 4 & 13 & 15 & 14 \end{matrix}$$

9 16 17 11

kabi bulsa, umumiy sarf kilinadigan mablag minimal buladigan tash ish rejasini tuzing.

Echish. Masalada keltirilgan ma’lumotlar erdamida eng kam narx usulini kullab boshlangich tashish rejasini tuzamiz.

GA / D / AN	V_1	V_2	V_3	V_4
A_1	8	12 65	15	300
A_2	4 225	13 25	14	250
A_3	9	16 140	11 21 0	350
	225	230	210	900

Bu jadvaldan kurinadiki $x_{11}=x_{14}=x_{23}=x_{24}=x_{31}=x_{33}=0$, $x_{12}=65$, $x_{13}=235$, $x_{21}=225$, $x_{22}=25$, $x_{32}=140$, $x_{34}=210$

Z_{min} =12·65+10·235+4·225+13·25+16·140+11·210=8905 tonna-sum.

Demak, Z_{min}=8905 tonna - sum ekan.

Transport masalasini echish usullari.

Transport masalasining bir nechta echish usullari borligini avval aytib o‘tgan edik. Endi shulardan ayrimlarining transport masalasini echishda ko‘llanilishini ko‘rib o‘taylik.

Transport masalasi matritsaviy ko‘rinishda berilgan bo‘lsin. (2-jadval)

2-jadval

		1	2	3	4	5
B_j	A_i	B_1 = 40	B_2 = 40	B_3 = 30	B_4 = 30	B_5 = 60
1	A_1 =80	2	3	1	5	3
2	A_2 = 40	8	5	4	2	9
3	A_3 = 80	6	7	7	9	8

Bu masalaning iktisodiy - matematik modeli kuyidagicha bo‘ladi:

$$F = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{5} c_{ij}\, x_{ij} = 2x_{11} + 3x_{12} + 1x_{13} + 5x_{14} + 3x_{15} + 8x_{21} + 5x_{22} + 4x_{23} +$$

$$+2x_{24} + 9x_{25} + 6x_{31} + 7x_{32} + 7x_{33} + 9x_{34} + 8x_{35} \rightarrow \min$$

Tashish uchun sarflanadigan jami transport xarajatlari eng kichik bo‘lib, kuyidagi shartlar bajarilishi kerak:

1. $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 80$

$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 40$

$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 80$

2. $x_{11} + x_{21} + x_{31} = 40$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 40$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 30$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 30$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} = 60$$

3. $x_{ij} \geq 0$, $(i = 1,3 \ ; \ j = 1,5)$

Endi masalaning kaysi tipga mansub ekanligini aniklaymiz. Buning uchun

$$\sum_{I=1}^{3} A_i = \sum_{j=1}^{5} B_j$$

shartni tekshirib kuramiz.

$$\sum_{i=1}^{3} A_i = 80 + 40 + 80 = 200$$

$$\sum_{j=1}^{5} B_j = 40 + 40 + 30 + 30 + 60 = 200$$ bo‘ladi.

Demak, berilgan masala transport masalasining yopik tipiga mansub ekan.

Masalaning matematik modeli va uning tipi aniklangandan so‘ng ma’lum bo‘lgan birorta usullardan foydalanib echishga kirishamiz.

Potensial usul. Bu usul yordamida dastlabki plan ketma-ket yaxshilanib, u optimal plangacha etkazilish konuniyatiga asoslangandir.

Jumladan, uchta skladdagi 80, 40, 80 t unni beshta magazinga etkazib berishni potensial usul yordamida echilsin. Magazinlarning unga bo‘lgan talabi tegishli ravishda 40, 40, 30, 30 va 60 tonna.

Tashish shunday tashkil etilishi kerakki, iste’molchilar talabi mos ravishda kondirilib, transport xarajatlari eng kam bulsin. (3-jadvalning katakchalaridagi chap burchagida bir birlik maxsulotni tashish uchun kilinadigan xarajatlar, o‘ng burchagida esa ixtiyoriy taksimlangan plan berilgan).

3-jadval

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
	40	40	30	30	60	i
A_1 =80	40 2	10 3	30 1	5	3	4
A_2 = 40	8	10 5	4	30 2	9	2
A_3 = 80	6	20 7	7	9	8 60	
v_j	6	7	5	4	8	

Endi ushbu belgilashlarni kiritaylik:

u_i - i kator potensiali;

v_j - j ustun potensiali;

c_{ij} - i kator potensialiga j ustun potensialining yigindisini ifodolovchi mikdor;

c_{ij} - i skladdan j magazinga bir birlik maxsulotni etkazib berish xarajatlari;

E_{ij} - i skladdan j magazin uchun xisoblanadigan "xarakteristik mikdor";

Ma'lumki, $c_{ij} = u_i + v_j$ bulgani uchun satr va ustun potensiallari $u_i = c_{ij} - v_j$ yoki $v_j = c_{ij} - u_i$ formula orkali topiladi.

Xarakteristikalari esa $E_{ij} = c_{ij} - (I_i + v_j)$ kabi xisoblanadi.

Endi kator va ustun potensiallarini xisoblaymiz. Kulaylik uchun dastlabki uchunchi satr potensialini $u_3 = 0$ deb kabul kilsak, $v_5 = c_{15} - u_3 = 8 - 0 = 8$ ni xosil

kilamiz. Xuddi shu uchinchi katordagi $v_2 = 7 - 0 = 7$, $v_1 = 6 - 0 = 6$ larni topamiz. SHu tarika boshka satr va ustun potensiallari xam topiladi;

$v_3 = 1 - (-5) = 1 + 5 = 6;$ $v_4 = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4;$

$u_2 = 2 - 4 = - 2;$ $u_1 = 3 - 7 = - 4$

Xamma ustun va satr potensiallari topilgandan sung yuk taksimlanmagan katakchalarning xarakteristikalarini xisoblaymiz. SHuni nazarda tutish kerakki, xamma katakchalardagi xarakteristikalar $E_{ij} \geq 0$ bo‘lguncha davom ettiriladi va bu plan optimal plan bo‘ladi.

Endi xarakteristikalarni xisoblaymiz.

$E_{14} = 5 - 0 = 5;$ $E_{13} = 3 - 4 = - 1;$ $E_{21} = 5 - 4 = 1$

$E_{23} = 4 - 3 = 1$ $E_{25} = 8 - 6 = 2;$ $E_{31} = 6 - 6 = 6;$

$E_{33} = 7 - 5 = 2;$ $E_{34} = 9 - 4 = 5.$

Kurinib turibdiki, $E_{15} < 0$ shuning uchun 1-jadvaldagi dastlabki plan optimal emas ekan. Ikkinchi tomondan bu manfiy xarakteristika joylashgan katakchani yuk bilan ta’minlash kerak, ya’ni taksimlangan yukni siljitish kerak.

Bu siljishni shunday turtburchakli zanjir shaklida bajarish kerakki, uning karama-karshi burchaklarida bir xil ishoralar ("plyus" yoki "minus"), tomonlarida esa almashib keladigan ishoralar bulishi, shuning bilan birga turtburchakning uchta uchida albatta yuk taksimlangan bulishi kerak.

Endi 3-jadvaldagi A_1 V_5 uchta yukni turtburchaklarning avvalgi muvozanati buzilmagan xolda siljitamiz. A_1 V_2 dagi 10 ni A_1 V_5 ga kuchiramiz. A_3 V_2 va A_3 V_5 uchlaridagi yuklar mos ravishda 30 va 50 mikdorga almashadi. Kolgan taksimlashlar esa uzgarishsiz xolda kuchirilib, yangi 4-jadval xosil kilinadi. Bu jadvalda xam potensiallar tegishli ravishda yukoridagi kabi xisoblanadi.

4-jadval

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	u_i
	40	40	30	30	60	
A_1 = 80	2	40 3	30 1	5	10 3	5
A_2 = 40	8	10 5	4	30 2	9	2
A_3 = 80	6	30 7	7	9	50 8	
v_j	7	7	6	4	8	

Xarakteristikalar esa kuyidagichadir:

$E_{12} = 3 - 2 = 1$; $E_{14} = 5 + 1 = 6$; $E_{21} = 8 - 5 = 3$;

$E_{23} = 4 - 4 = 0$; $E_{25} = 9 - 6 = 3$; $E_{31} = 6 - 7 = -1$;

$E_{33} = 7 - 6 = 1$; $E_{34} = 9 - 4 = 5$.

Demak, yangi tipdagi plan xam optimal emas, chunki $E_{31}<0$. Bu A_3V_1 katakchaga yukni siljitish kerak. SHuni eslatib utish kerakki, agar xarakteristikalardan bir nechtasi manfiy bulsa, yukni siljitish absolyut kiymat jixatidan eng kattasidan boshlanadi.

Siljitishni A_1 V_1 -A_5 V_5- A_3 V_5-A3 V1 turtburchagi orkali bajaramiz. Bu turtburchakning A_1 V_1 uchida +40; A_1 V_5 uchida -10 va A_3 V5 da 50 birlik yuk taksimlangan edi. A_1 V_1 dagi 40 ni A1 V5 ga kuchirib -50 ni xosil kilamiz. A_1 V_1 ga 40 ni kushsak, A_3 V_5 da 10 xosil buladi. Boshka taksimotlarni uz xolida kuchirib yangi

5- jadvalni xosil kilamiz. Bunda xam mos ravishda potensiallar tuzilgandan sung yuk taksimlanmagan katakchalarning xarakteristikalarini yana tekshirib kuramiz.

E_{11}=2-2=0; E_{12} = 3-2=1; E_{14}=5+1=6; E_{21}=8-5=3;

E_{23}=4-4=0; E_{25} = 9-6=3; E_{33}=7-6=1; E_{34}=9-4=5;

5-jadval

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	u_i
	40	40	30	30	60	
A_1 = 80	2	3	30 1	5	50 3	4
A_2 = 40	8	10 5	4	30 2	9	2
A_3 = 80	40 6	30 7	7	9	10 8	
v_j	7	7	6	4	8	

Demak, yuk taksimlanmagan xamma katakchalarning xarakteristikalari E>0 shartni kanoatlantiradi. SHuning uchun topilgan uchinchi plan (5 - jadval) optimal plan ekan.

Topilgan optiman plan fakatgina F= 1* 30+ 3* 50+ 5* 10+ 2* 30+ 6*40+ 7* 30+ +8*10=820 birlik transport xarajatlari sarflanishi ko‘rinib turibdi.

Potensial usul - xisoblash metodikasi jixatidan ancha kulay va oson bo‘lgani uchun amaliy masalalarni kulda echish uchun standart dastur tuzilgan.

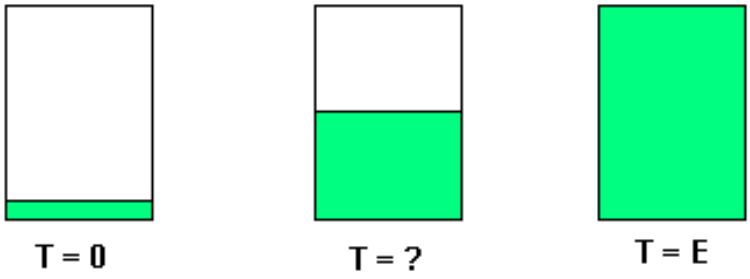
Jamiyat rivojlanishining demografik modeli

Maltus modeli.

Maltus modellari universaldir – u geometrik progressiya va regressiyalarga taalluqli barcha hodisalarni ifodalaydi. Uning tadbiq etilish doirasiga radioaktiv emirilish qonuni ham, ozuqa bilan to‘yingan muhitda mikroorganizmlarning soni ham kiradi.

Quyidagi masalani o‘rganib chiqamiz:

Bizga qandaydir ozuqaviy muhit bilan to‘ldirilgan banka berilgan bo‘lsin. YArim tunda – 00 soat, 00 minut, 00 soniyada bankaga ma’lum miqdordagi bakteriya joylashtirilgandan so‘ng ular bo‘linishni boshlaydi. Banka keyingi kunning 00 soat, 00 minut, 00 soniyasida, ya’ni 24-soatdan keyin bakteriyalar bilan to‘ldirilishi ma’lum. SHuningdek, har soniyada bankadagi bakteriyalar soni ikki baravar ko‘payishi ham ma’lum. Banka qachon (soat, minut va soniyada) yarmigacha to‘lishini aniqlang (7.1-rasm).



7.1-rasm. Bakteriyali bankaning modeli. T = 0 –tajribaning boshlanish vaqti,
T = E – tugash vaqti (E alohida olingan birlik sistemasidagi 24 soatga to‘g‘ri keladi),
T = ? – izlanayotgan vaqt momenti.

Bu masalani echishning an’anaviy usuli – bir sekundda bakteriyalar soni ikki baravar ortish faktidan foydalanishdir. SHunday qilib, E vaqtgacha bir sekund qolganda (7.1-rasmga qarang) bakteriyalar soni E momentdagiga qaraganda ikki baravar kam bo‘ladi (to‘la banka), ya’ni 23:59:59 da banka yarmigacha to‘lgan bo‘ladi. Qanday qilib bu ajoyib qonuniyatni yanada ko‘proq masalalarga nisbatan kengaytirish mumkin? Maltus modeli aynan shunday echimni taklif etadi.

Maltus modeli quyidagi differensial tenglama bilan ifodalanadi:

$$\frac{dN}{dt} = (\alpha - \beta)N.$$

Bu tenglama quyidagi umumiy echimga ega:

$$N = N_0 e^{(\alpha-\beta)t}.$$

Keltirilgan differensial tenglama tezligi (tenglamaning chap qismi) joriy vaqt momentdagi miqdorga proporsional bo‘lgan jarayonni ifodalaydi. Bizning masalamizga nisbatan u $k=\alpha-\beta$ koeffitsientni kiritish bilan qayta bayon etilishi mumkin. Jumladan, masalaning shartiga ko‘ra, $k=2$ ekanligi kelib chiqadi, chunki bir sekund ichida bakteriyalar soni ikki marta ko‘payadi. Va biz masalaning xususiy holiga ega bo‘lamiz:

$$\frac{dN}{dt} = 2N$$

va uning echimi:

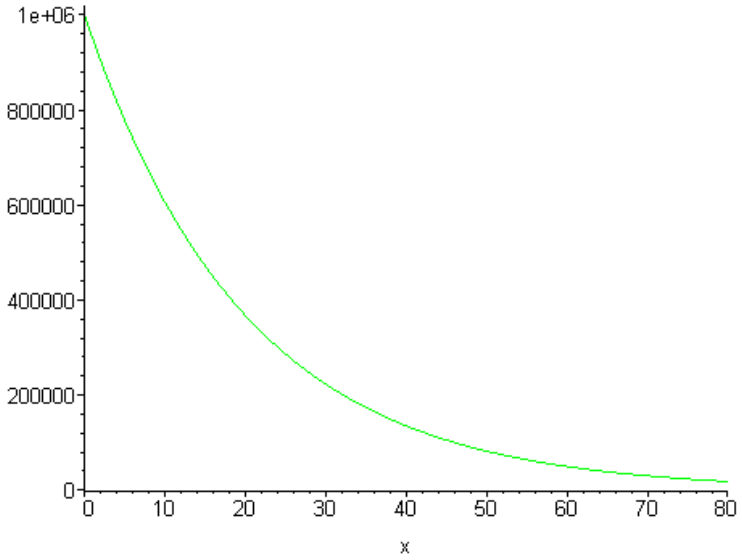
$$N = N_0 e^{2t}$$

bo‘ladi.

Bu echimdan ixtiyoriy vaqt momentidagi bakteriyalar sonini hosil qilib olish mumkin.

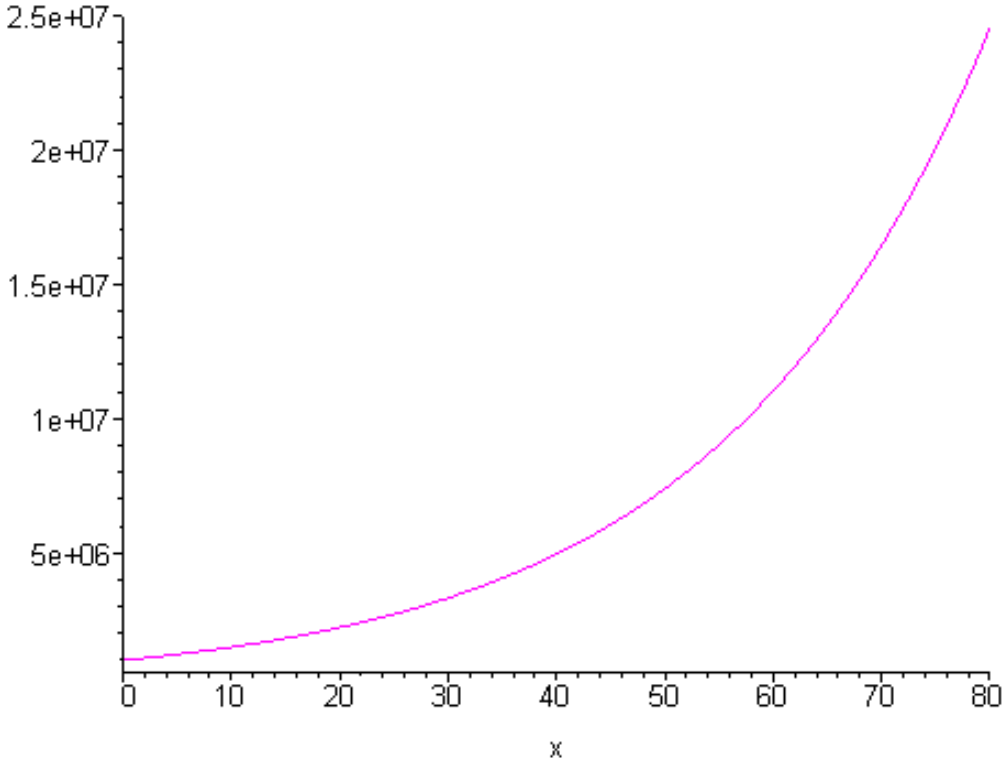
Bu modelning tadbiq etilish doirasining chegaralarini aniqlash uchun, uning α va β parametrlarning har xil qiymatlaridagi hatti-xarakatini o‘rganib chiqamiz.

Maltus modeli ideal holda aholi sonini modellashtirish uchun tadbiq etilishi mumkin, bunda α va β parametrlar mos ravishda tug‘ilish va o‘lish koeffitsientlarini ifodalaydi. Mazkur modelning har xil qiymatli koeffitsientlardagi tabiatini o‘rganib chiqamiz (7.2-7.3-rasmlar).



7.2-rasm. Maltus modeli. α=0,43; β=0,48; N_0=1000000
(abssissa o‘qi bo‘yicha vaqt, ordinata o‘qi bo‘yicha aholi soni joylashgan).

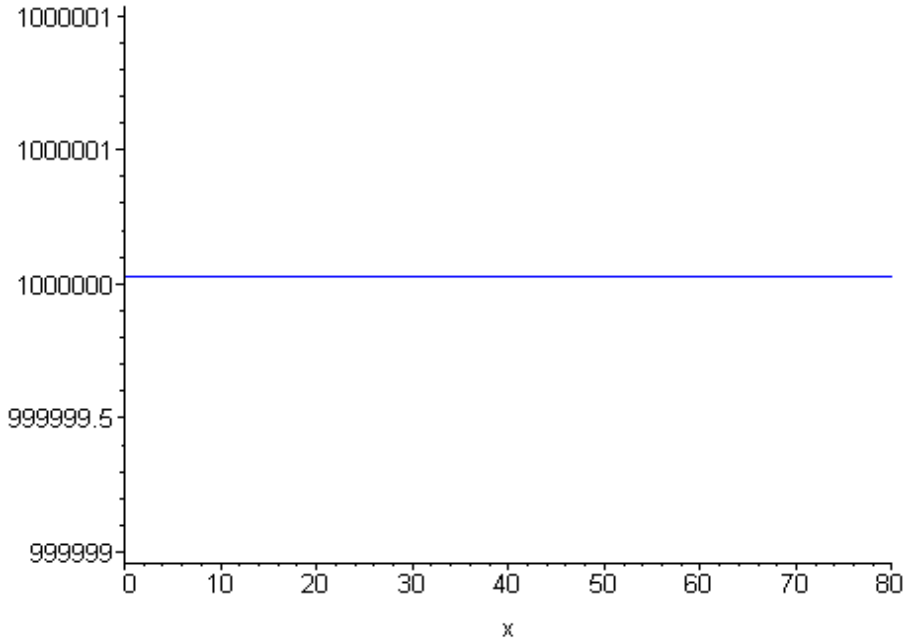
Ko‘rinib turibdiki, agar o‘limlar soni tug‘ilishlarga qaraganda ko‘proq bo‘lsa, u holda Maltus modeli aholi sonining eksponensial ravishda kamayishiga ishora qiladi (7.2-rasm).



7.3-rasm. Maltus modeli α=0,05; β=0,01; N_0=1000000
(abssissa o‘qi bo‘yicha vaqt, ordinata o‘qi bo‘yicha aholi soni joylashgan).

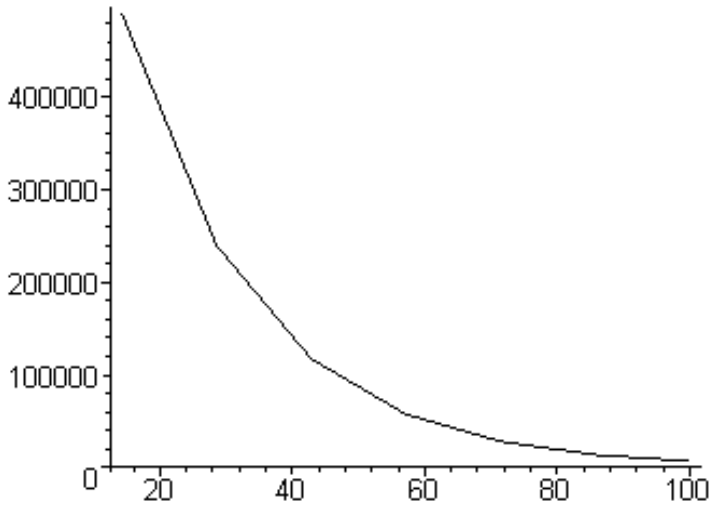
Endilikda, agar tug‘ilishlar soni o‘limlar soniga nisbatan ko‘p bo‘lsa, u holda Maltus modeli aholi sonining eksponensial ravishda o‘sishiga ishora qiladi (7.3-rasm).

7.4-rasmda tug‘ilishlar va o‘limlar soni o‘zaro teng bo‘lib, Maltus modelining ko‘rsatishicha, sistema muvozanat holda bo‘ladi: aholi soni butun vaqt oralig‘ida o‘zgarmasdan qoladi.



7.4-rasm. Maltus modeli. α=0,1; β=0,1; N_0=1000000
(abssissa o‘qi bo‘yicha vaqt, ordinata o‘qi bo‘yicha aholi soni joylashgan).

Maltus modeli vatarlar usuli bilan approksimatsiyalanishida o‘zini qanday qilib tutishini o‘rganib chiqamiz:



7.5-rasm. Maltus modeli. α=0,43; β=0,48; N_0=1000000.
Vatarlar usuli yordamida n=7 qadam bilan approksimatsiyalash
(abssissa o‘qi bo‘yicha vaqt, ordinata o‘qi bo‘yicha aholi soni joylashgan).

Ko‘rinib turganidek, hattoki kichik qadam bilan ham Maltus modeli analitik modelga etarlicha yaxshi yaqinlashadi (7.5-rasmga qarang).

O‘rganib chiqilgan misol demografiya masalalariga nisbatan qo‘llanilgan Maltus modeli aholining cheksiz eksponensial o‘sishini bashorat qilishini ko‘rsatib berdi, bunday o‘sish esa tabiatda sodir bo‘lmaydi. Mazkur model kichik vaqt oraliklarida hamda α va β koeffitsientlar muhit parametrlari va N ning qiymatlariga bog‘liq bo‘lmagan vaziyatda qo‘llanilishi mumkin.

Ferxyulst-Perl modeli.

Endilikda bu modelning takomillashtirilgan versiyasini – Ferxyulst-Perl modelini (logistik model) o‘rganib chiqamiz.

Logistik model Ferxyulst-Perlning differensial tenglamasi orqali tasvirlanadi:

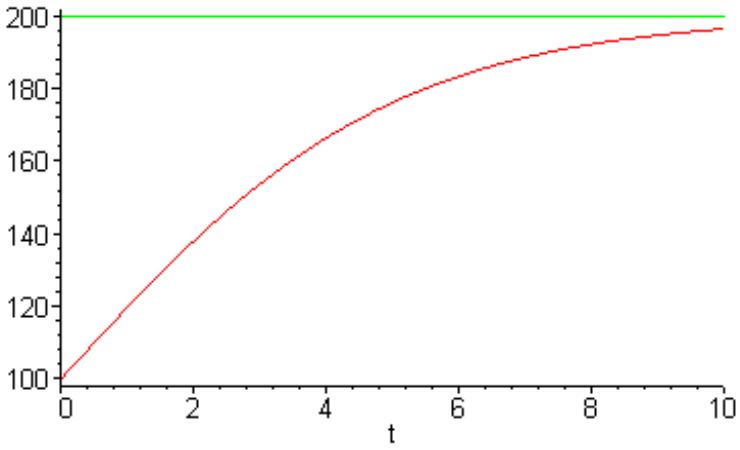
$$N = \alpha t - \beta t^2.$$

Bu tenglama quyidagi umumiy echimga ega:

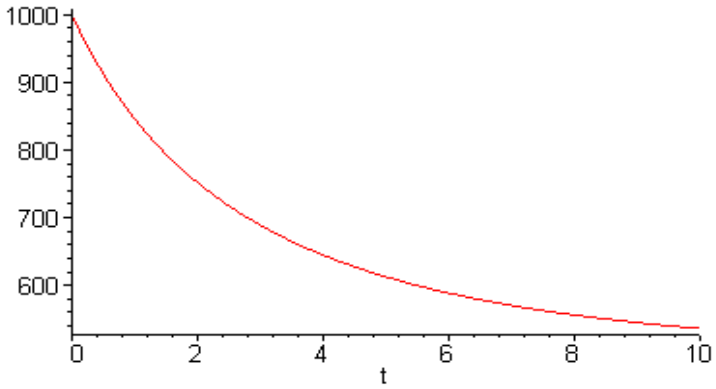
$$N = \frac{\alpha N_0 e^{\alpha t}}{\alpha - \beta N_0 \left(e^{\alpha t} - 1\right)}.$$

Logistik model hayotni ta’minlovchi resurslar cheklangan holdagi (misol tariqasida aholi soni olinsa) Maltus modelining umumlashgan ko‘rinishidir. SHunday qilib, endilikda logistik model Maltus modeli singari cheksiz o‘sishga yo‘l qo‘ymaydi. O‘sish β/α kattalik bilan chegaralangan bo‘ladi.

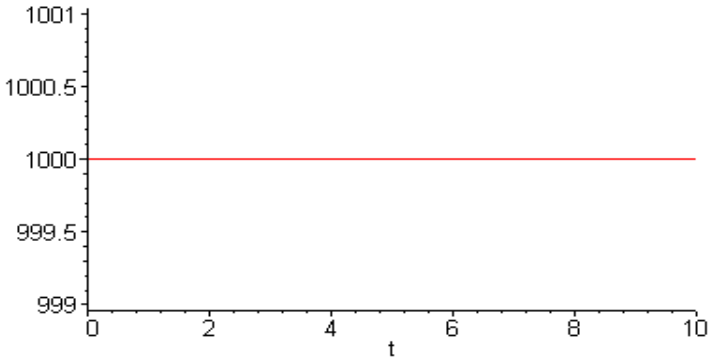
Modelning $\alpha>\beta$, $\alpha<\beta$ i $\alpha=\beta$ dagi hatti-harakatini o‘rganib chiqamiz.



7.6-rasm. Logistik model $\alpha=0,4$; $\beta=0,2$; $N_0=100$ (yuqori to‘g‘ri chiziq - $N=\beta/\alpha$ asimptota).

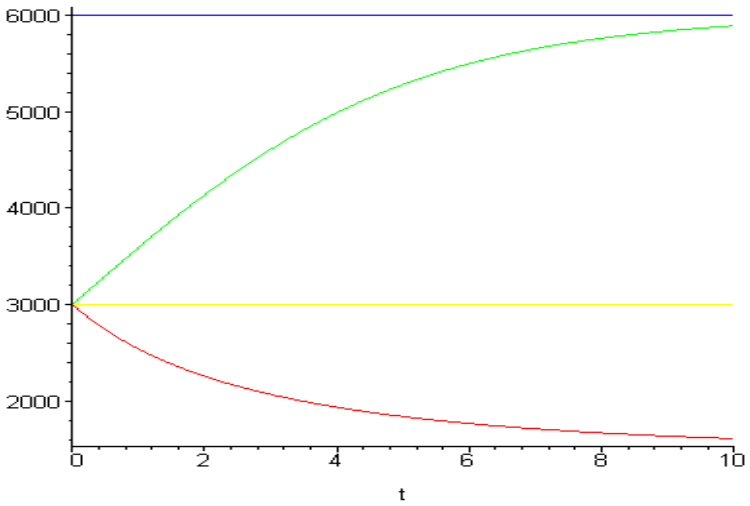


7.7-rasm. Logistik model $\alpha=0,2$; $\beta=0,4$; $N_0=1000$.



7.8-rasm. Logistik model $\alpha=0,4$; $\beta=0,4$; $N_0=1000$.

Ko‘rinib turganidek, oxirgi ikkita holda logistik model o‘zini Maltus modeli singari tutmoqda.



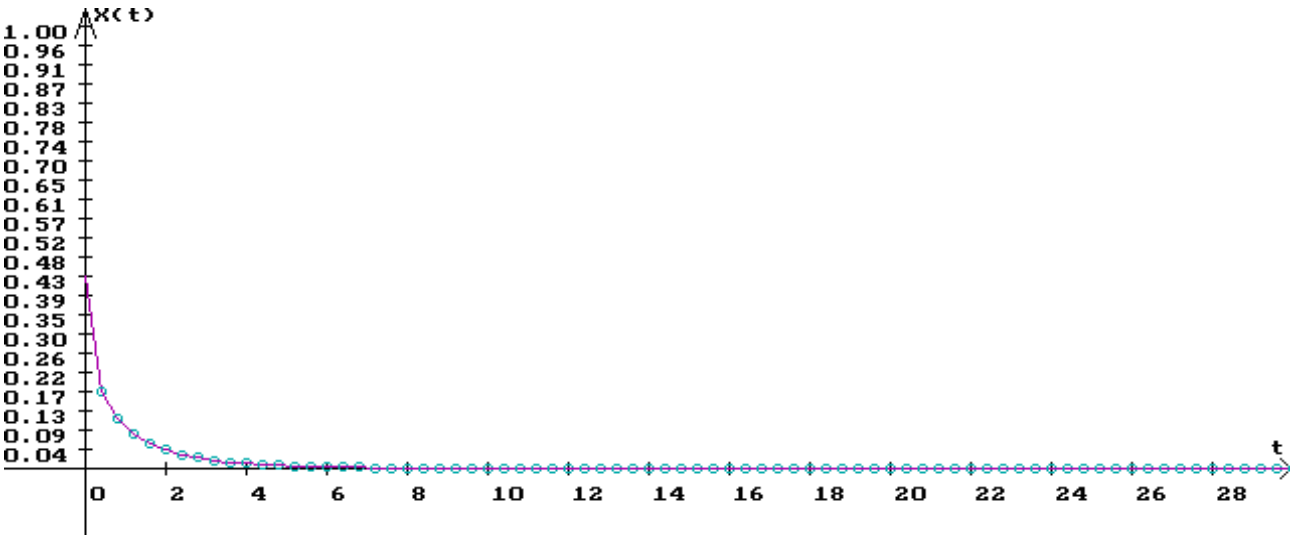
7.9-rasm. Aholining boshlang‘ich soni bir xil N_0=3000 bo‘lgan holdagi logistik modellar. (*YUqoridan pastga qarab:* N=β/α asimptota, modelning α=0,45, β=0,25; α=0,2, β=0,2; α=0,25, β=0,45 koeffitsientlardagi hatti-harakati) .

Agarda Ferxyulst-Perl tenglamalarini diskret shaklda yozib olsak, u holda arifmetik almashtirishlardan so‘ng quyidagi munosbatga ega bo‘lamiz:

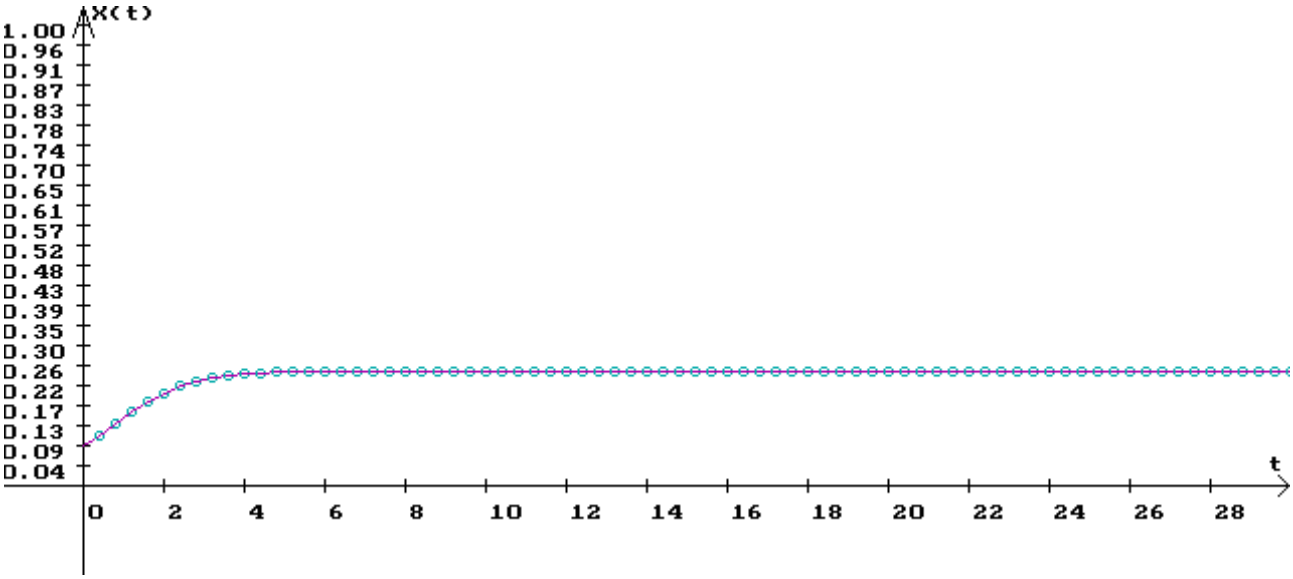
$$x_{n+1} = 4r(1 - x_n)\cdot x_n$$

Bu erda x_n – echimning joriy qadamdagi qiymati, x_{n+1} – echimning keyingi qadamdagi qiymati, r –o‘zgaruvchi parametr.

Echimning kichik r lardagi hatti-harakatini o‘rganib chiqamiz.



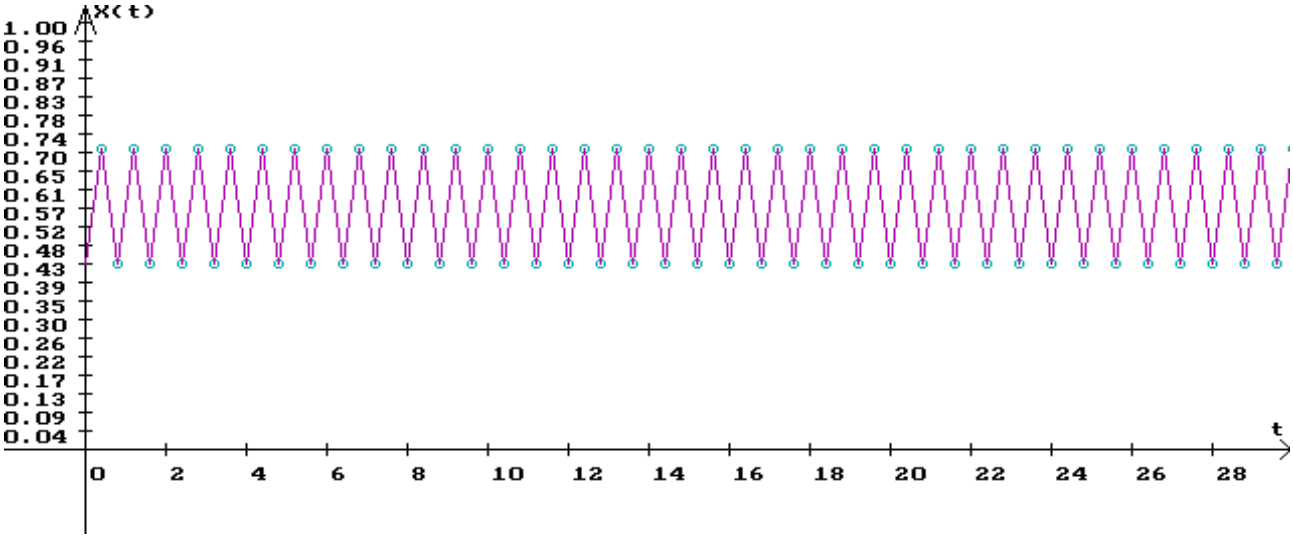
7.10-rasm. Frexyulst-Perl diskret tenglama echimining evolyusiyasi x_0=0,5, r=0,2 (bu erda va kelgusida: t o‘qi bo‘yicha qadamlar (2:5 masshtabda), *X*(t) o‘qi bo‘yicha esa n-qadamdagi echim ajratilgan).



7.11-rasm. Ferxyulst-Perl diskret tenglama echimining evolyusiyasi x_0=0,1, r=0,35.

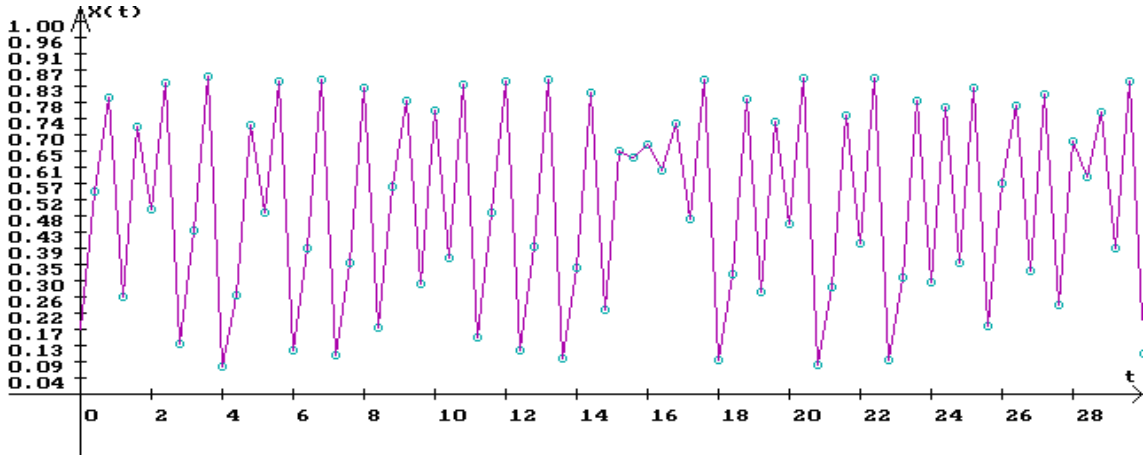
Qayd etish joizki, r qanchalik kichik bo‘lsa, diskret model o‘zini shunchalik uzluksiz model singari tutadi.

Ammo r ning ortib borishi bilanoq, Ferxyulst-Perl tenglamaning diskret echimi o‘zining uzluksiz analogidan tobora chetlashib boradi –r>0,75 da u ikkita qiymat orasida tebranishni boshlaydi, bifurkatsiya hodisasi boshlanadi (7.12-rasm)



7.12-rasm. Ferxyulst-Perl diskret tenglama echimining evolyusiyasi x_0=0,5, r=0,81.

R ning qiymati tobora ortib borishi bilanoq, echim yana bir nechta bifurkatsiyadan o‘tadi (4,8,.... qiymatlar orasida tebranadi) va r>0,893 da tartibsiz bo‘lib qoladi (7.13-rasm).

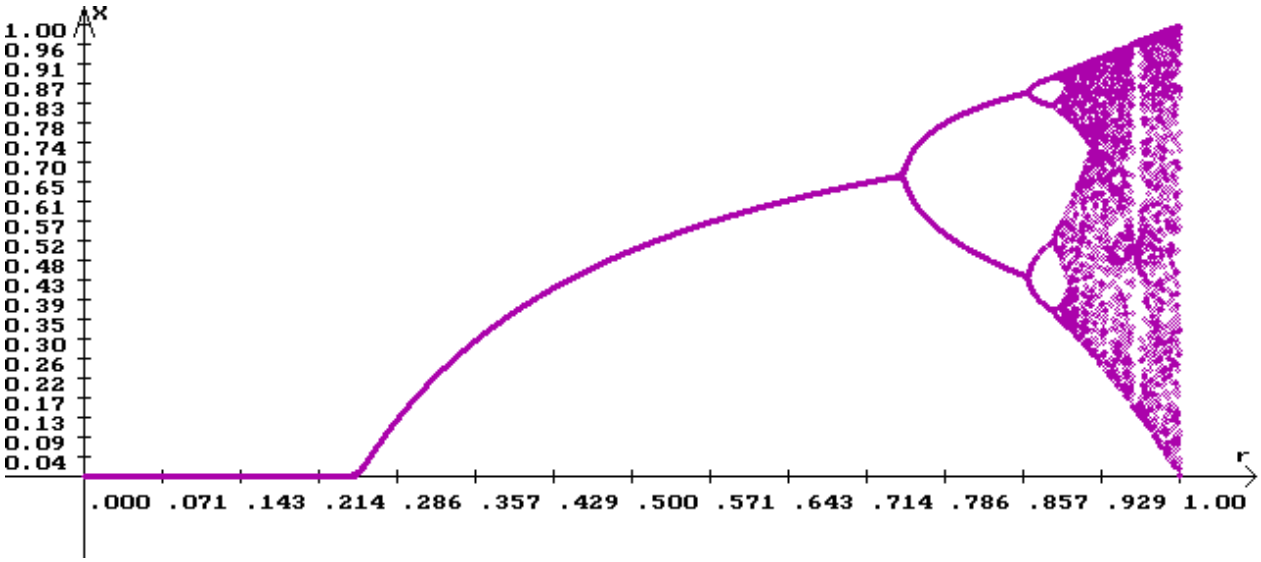


7.13-rasm. Ferxyulst-Perl diskret tenglama echimining evolyusiyasi.

x_0=0,2, r=0,978.

Agarda abssissalar o‘qi bo‘yicha r parametrning qiymatlarini kichik qadam bilan, ordinata o‘qi bo‘yicha esa diskret tenglamaning echimini katta qadamlar bilan (ideal ko‘rinishda - cheksiz qadamlardan so‘ng) ajratib, uni RX fazodagi nuqta bilan belgilasak, natijada biz diskret modelning attraktlar to‘plamiga ega bo‘lamiz.

7.14-rasmda birinchi va ikkinchi bifurkatsiya nuqtalarini ko‘rish mumkin, shuningdek, bu erda tartibsiz harakatlardagi attraktorning murakkab tuzilmasi yaqqol ko‘zga tashlanmoqda.



7.14-rasm. r ning har xil qiymatlari (abssissalar o‘qi) ga nisbatan katta n larda Ferxyulst-Perl diskret modeli echimining (ordinatalar o‘qi)
hatti-harakati.

MA’ARUZA 4. RAQOBATNING AYRIM MODELLARI. BIOLOGIK MODELLAR

Reja:

4.1. Raqobatning ayrim modellari. Biologik modellar.

4.2. «Yirtqich-o‘lja» sistemasining o‘zaro munosabat modeli.

4.3. O‘zaro ta’sirlashuvchi populyatsiyalar sonini modellashtirish.

«Yirtqich – o‘lja» sistemasining o‘zaro munosabat modeli

Yirtqich va o‘ljaning sistemasining o‘zgarishi bir – biriga bog‘liq, ya’ni ular o‘zaro ta’sir bilan yashaydi. «Yirtqich–o‘lja» sistemasining oddiy matematik modeli quyidagi farazlarga asoslangan:

1) O‘lja populyasiyasining soni *N* va yirtqich populyasiyasining soni *M* faqat vaqtning funksiyalaridir: $N(t),\ M(t)$;

2) O‘zaro ta’sir bo‘lmasa, populyasiya sonlari Maltus modeli asosida o‘zgaradi va bunda yirtqichlar soni kamayadi, o‘ljalar soni esa o‘sadi, ya’ni:

$$\frac{dN}{dT} = \alpha N,\ \frac{dM}{dt} = -\beta M,\ \alpha > 0,\ \beta > 0;$$

3) Populyasiya sonlarining tabiiy o‘zgarishlari, ya’ni o‘ljalarning tabiiy o‘lishi va yirtqichlarning tabiiy ko‘payishi ahamiyatga ega emas;

4) Ikkala populyasiya sonlarining to‘yinganlik effekti htisobga olinmaydi;

5) O‘ljalar sonining o‘sish tezligi yirtqichlar soniga, ya’ni $cM\ (c>0)$ miqdorga nisbatan proporsional ravishda kamayadi, yirtqichlar sonining o‘sishi esa o‘ljalar soni, ya’ni $dN\ (d>0)$ miqdorga nisbatan proporsional ko‘payadi.

YUqorida keltirilgan farazlarni birlashtirib, Lotka-Volter tenglamalar sistemasini hosil qilish mumkin:

$$\begin{cases} \dfrac{dN}{dt} = (\alpha - cM)\cdot N \\ \dfrac{dM}{dt} = (-\beta + dN)\cdot M \end{cases} \qquad (1)$$

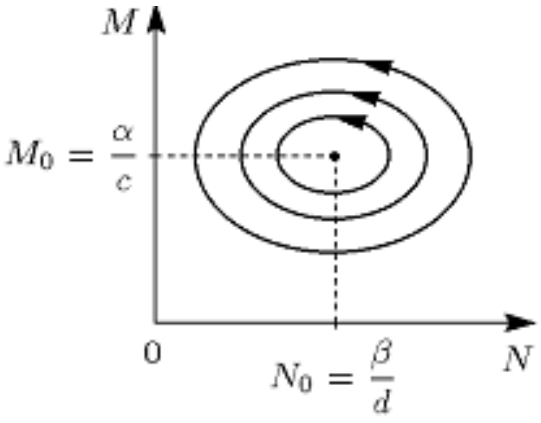
Ushbu tenglamalar sistemasidan $N(0)=N(t=0),\quad M(0)=M(t=0)$ boshlang‘ich shartlar asosida ixtiyoriy vaqt $t>0$ momenti uchun populyasiyalar sonini aniqlash mumkin.

(1) tenglamalar sistemasi muvozanat holatiga, ya’ni vaqtga bog‘liq bo‘lmagan echimga ega:

$$M_0=\frac{\alpha}{c},\qquad N_0=\frac{\beta}{d}. \tag{2}$$

Sistemaning muvozanat holati (2) ni turg‘unligini o‘rganamiz. Buning uchun quyidagi savollarga javob berish lozim bo‘ladi: agar populyasiyalarning boshlang‘ich sonlari (2) bilan bir xil bo‘lsa, vaqt o‘tishi bilan ularning soni qanday o‘zgaradi; qandaydir sababga ko‘ra populyasiyalar sonlari $M_0,\ N_0$ miqdorlardan og‘sa, ular muvozanat holatiga qaytadimi; agar populyasiyalarning boshlang‘ich sonlari $N(0),\ M(0)$ sistemaning muvozanat holati $M_0,\ N_0$ lardan sezilarli farq qilsa, sistema vaqt o‘tishi bilan $M_0,\ N_0$ miqdorlarga nisbatan qanday o‘zgaradi.

YUqorida keltirilgan savollarga javob topish uchun quyida keltiriladigan mulohazalardan foydalanamiz. CHiziqsiz tenglamalar sistemasi (1) ni $N,\ M$ o‘zgaruvchilar tekisligida o‘rganish qulayroqdir. SHu maqsadda sistemaning birinchi tenglamasini ikkinchi tenglamasiga bo‘lamiz:



$$\frac{dN}{dM}=\frac{(\alpha-cM)\cdot N}{(-\beta+dN)\cdot M}\ . \tag{3}$$

(2) tenglamani qo‘yidagicha almashtiramiz:

$$(-\beta+d\cdot N)\cdot MdN=(\alpha-cM)\cdot NdM\,. \qquad (*)$$

(*) ni har ikkala tomonini NM ga bo‘lib, uni quyidagi ko‘rinishga keltiramiz:

$$\beta\frac{dN}{N}-d\cdot dN+\alpha\frac{dM}{M}-c\cdot dM=0. \tag{4}$$

(4) ni integrallaymiz:

$$\beta\ln N-d\cdot N+\alpha\ln M-cM=const.$$

Integrallash doimiysi *sonst* boshlang‘ich shartlar $N(0)$ va $M(0)$ bilan aniqlanadi. SHunday qilib, (1) sistema qo‘yidagi echimga ega:

$$\ln N^{\beta} + \ln e^{-d\cdot N} + \ln M^{\alpha} + \ln e^{-cM} = \ln C$$

yoki

$$N^{\beta} e^{-d\cdot N} = C \cdot M^{-\alpha} e^{cM}, \quad C > 0. \tag{5}$$

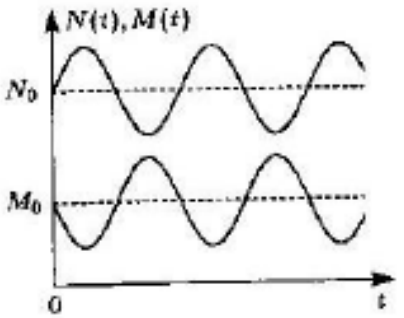
(5) dan qo‘yidagicha hulosa qilish mumkin:

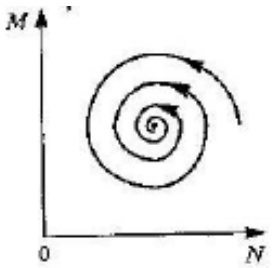
a) agar $N(0) = N_0$, $M(0) = M_0$ bo‘lsa, hamma vaqt mobaynida populyasiyalar soni o‘zgarmasdan qoladi.

b) yirtqich va xuddi shuningdek, o‘ljaning populyasiya sonlari muvozanat holatidan ozgina o‘zgarishi, bu populyasiya sonlarining vaqt o‘tishi bilan muvozanat holatiga qaytmasligiga olib keladi.

v) agar boshlang‘ich muvozanat holatidan og‘ish katta bo‘lsa, $N(t)$, $M(t)$ funksiyalarning tabiati xuddi b) dagidek, ya’ni sistema vaqt o‘tishi bilan muvozanat holatiga qaytmaydi.

Ushbu xulosalar shuni anglatadiki, yirtqich va o‘ljalar populyasiya sonlari muvozanat holati atrofida davriy tebranib turadi. Tebranish amplitudasi va uning davri populyasiyalarning boshlang‘ich sonlari $N(0)$, $M(0)$ orqali aniqlanib, $N(t)$ ning maksimal qiymatiga $M(t)$ ning minimal qiymati mos keladi va aksincha.





Ikki tur o‘rtasidagi o‘zaro munosabatni matematik jihatdan to‘laroq xarakterlash uchun populyasiya sonlarining egallab turgan hududlarida notekis

taqsimlanganligini hisobga olish lozim bo‘ladi (ushbu holga xususiy hosilali tenglamalar sistemasi mos keladi).

Volter-Lotka modeli

“Yirtqich-o‘lja” sistemasining o‘zaro ta’sirlashuv modelini 1925-1927 yillarda Lotka va Volterralar bir-biridan mustaqil ravishda taklif etdilar. Ikkita differensial tenglama vositasida o‘lja x_1 va x_2 yirtqichning – ikkita biologik populyasiyaning vaqt bo‘yicha o‘sish dinamikasini modellashtiradi. O‘ljalar o‘zgarmas a tezlik bilan ko‘payadi, ularning soni esa yirtqichlar tomonidan eb qo‘yilishi tufayli kamayadi deb faraz qilinadi. Yirtqichlar ozuqaning miqdoriga proporsional tezlik bilan (d ga teng bo‘lishi shart bo‘lmagan b koeffitsient bilan) ko‘payadi va tabiiy ravishda o‘ladi (o‘limi s konstanta bilan aniqlanadi):

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = (a - b \cdot x_2) \cdot x_1 - \alpha \cdot (x_1)^2 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = (-c + d \cdot x_1) \cdot x_2 - \alpha \cdot (x_2)^2 \end{cases},$$

bu erda α – tur ichidagi o‘zaro ta’sirlashuv koeffitsienti (muhit uchun kurash), tahlilni soddalashtirish maqsadida biz uni yirtqich va o‘lja uchun bir xil deb deb faraz qilamiz.

Muvozanat nuqtasi yaqinida modelni tahlil qilamiz, buning uchun sistemaning muvozanat holatini topamiz:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = 0 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a - b \cdot x_2) \cdot x_1 - \alpha \cdot (x_1)^2 = 0 \\ (-c + d \cdot x_1) \cdot x_2 - \alpha \cdot (x_2)^2 = 0 \end{cases}$$

Bunday sistema to‘rtta statsionar nuqtaga ega:

$$(0, 0)$$

$$\left(0, -\frac{c}{\alpha}\right)$$

$$\left(\frac{a}{\alpha},\ 0 \right)$$

$$\left(\frac{b \cdot c + \alpha \cdot a}{b \cdot d + \alpha^2},\ \frac{a \cdot d - \alpha \cdot c}{b \cdot d + \alpha^2} \right)$$

Birinchi nuqta hech qanday qiziqish uyg‘otmaydi; ikinchi va uchunchi nuqtalar bilan ta’riflanuvchi vaziyat modelning shartiga (urg‘ochilar soni nolga teng), ayrim sharoitlarda esa fizik haqiqatga ham (urg‘ochilarning soni manfiy) to‘g‘ri kelmaydi. SHuning uchun, to‘rtinchi statsionar nuqtaga to‘xtalamiz.

Masalan, sistemani ikkinchi nuqtadan foydalanib, kanonik ko‘rinishga keltiramiz ($x=x_1$, $y=x_2$ bo‘lsin):

$$\begin{cases} \xi = x + \dfrac{b \cdot c + \alpha \cdot a}{b \cdot d + \alpha^2} \\ \eta = y + \dfrac{a \cdot d - \alpha \cdot c}{b \cdot d + \alpha^2} \end{cases}$$

U holda

$$\begin{cases} \dfrac{d \cdot \xi}{dt} = -\dfrac{(\xi \cdot b \cdot d + \xi \cdot \alpha^2 - b \cdot c - \alpha \cdot a) \cdot (\eta \cdot b - 2 \cdot a + \alpha \cdot \xi)}{b \cdot d + \alpha^2} \\ \dfrac{d\eta}{dt} = \dfrac{(\eta \cdot b \cdot d + \eta \cdot \alpha^2 - a \cdot d + \alpha \cdot c) \cdot (\xi \cdot d - 2 \cdot c - \alpha \cdot \eta)}{b \cdot d + \alpha^2} \end{cases},$$

ga ega bo‘lamiz. $\alpha=0$ bo‘lgandagi xususiy holni o‘rganib chiqamiz:

$$\begin{cases} \dfrac{d\xi}{dt} = \dfrac{(\xi bd - bc) \cdot (\eta b - 2a)}{bd} \\ \dfrac{d\eta}{dt} = \dfrac{(\eta bd - ad) \cdot (\xi d - 2c)}{bd} \end{cases}$$

U holda:

$$\begin{vmatrix} 2a - \lambda & \dfrac{ac}{d} \\ \dfrac{ad}{b} & 2c + \lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda^2 + 2\lambda(c - a) - 3ac = 0$$

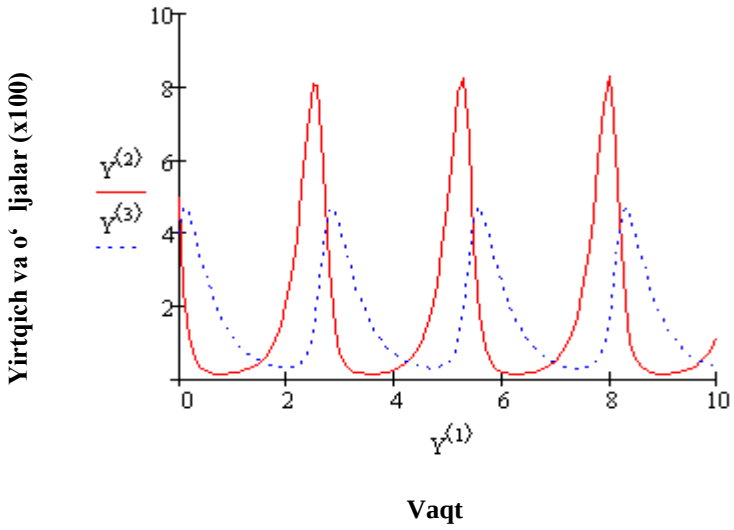
Xarakteristik tenglamaning ildizlari quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\lambda_{1,2} = a - c \pm \sqrt{c^2 + a^2 + ac}$$

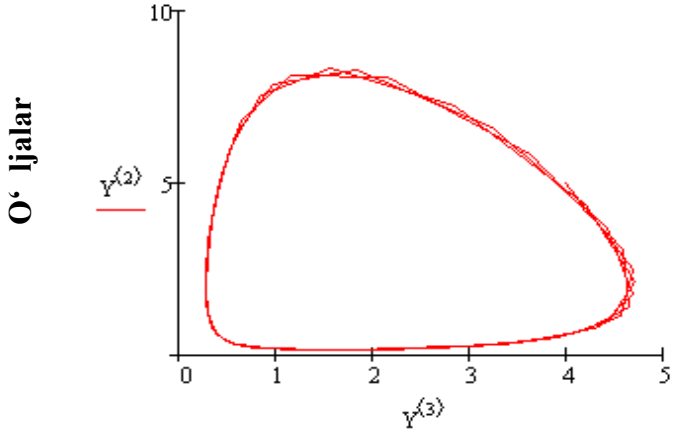
SHunday qilib, agar $c^2+a^2+ac>0$ bo‘lsa, u holda ikkala xususiy qiymat– haqiqiy son va o‘ziga xos nuqta-tugun bo‘ladi. $c^2+a^2+ac>0$ da esa fokusga va xos sonlar mavhum bo‘lgan xususiy holda markazga ega bo‘lamiz.

Agarda $\alpha>0$ yoki $\alpha<0$ bo‘lsa, u holda modelning mos ravishda turg‘unligi va turg‘unsizligini kuzatish mumkin.

Agarda tur ichidagi raqobat yo‘q deb qaralsa ($\alpha=0$), u holda sistemaning echimi siklik ravishda evolyusiyaga uchraydi va natijada biz fazali tekislikda markazga ega bo‘lamiz:

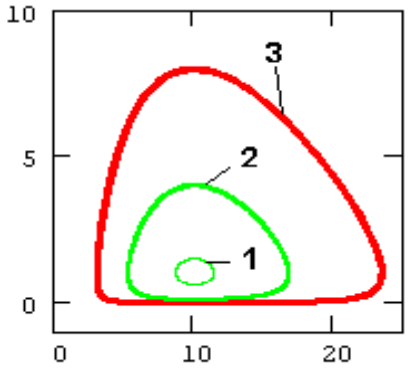


9.2-rasm. Tur ichida raqobat bo‘lmagan holda Volter-Lotka modelining evolyusiyasi, yirtqichlarning boshlang‘ich soni $x^0_1=500$ va o‘ljalarning soni esa $x^0_2=400$, $a=4$, $b=2,5$, $c=2$, $d=1$.

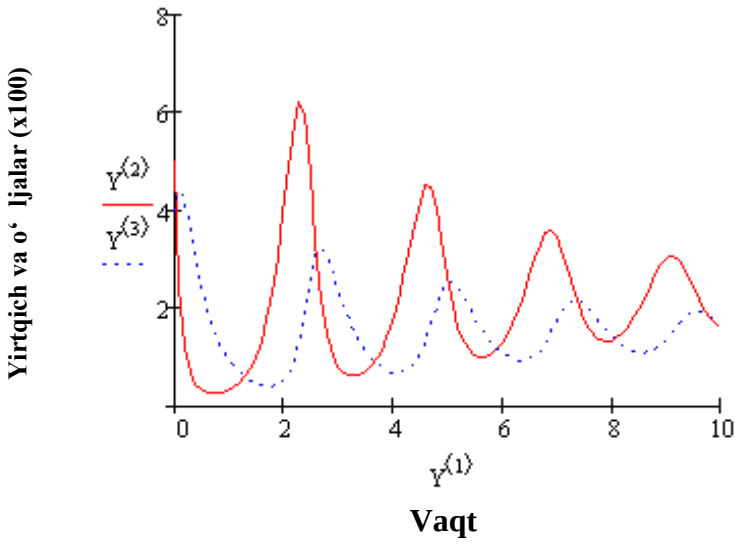


9.3.-rasm. 9.2-rasmning fazali tasviri.

Agarda tur ichidagi raqobat muhitning birlashuvi (tutashish) ga olib kelsa (α=0.1), u holda yirtqich va o‘ljalarning soni vaqt o‘tishi bilan kamayadi va biz so‘nuvchi tebranishlarga ega bo‘lamiz.

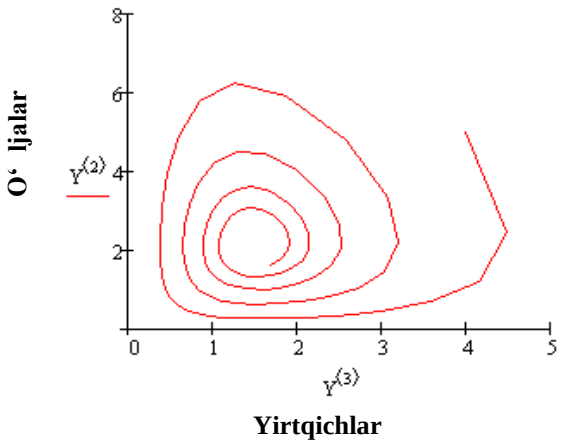


9.4-rasm. x^0_1=1000, x^0_2=150(1); x^0_1=1000, x^0_2=400(2); x^0_1=1000, x^0_2=800(3) dagi fazali tasvirlar.



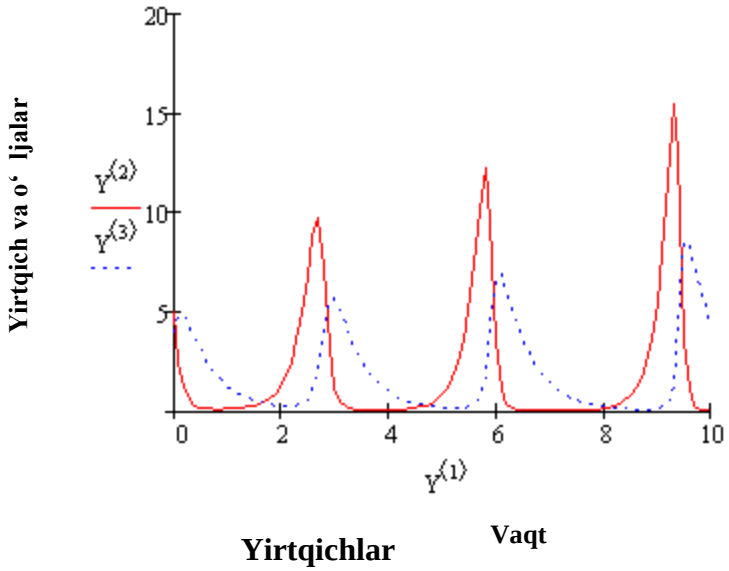
9.5-rasm. Volter-Lotka modelining musbat koeffitsientli (α=0.1) raqobat bilan evolyusiyasi, yirtqichlarning boshlang‘ich soni x^0_1=500, o‘ljalarniki esa x^0_2=400, a=4, b=2,5, c=2, d=1.

Fazali tasvir bo‘lib esa turg‘un fokus xizmat qiladi.



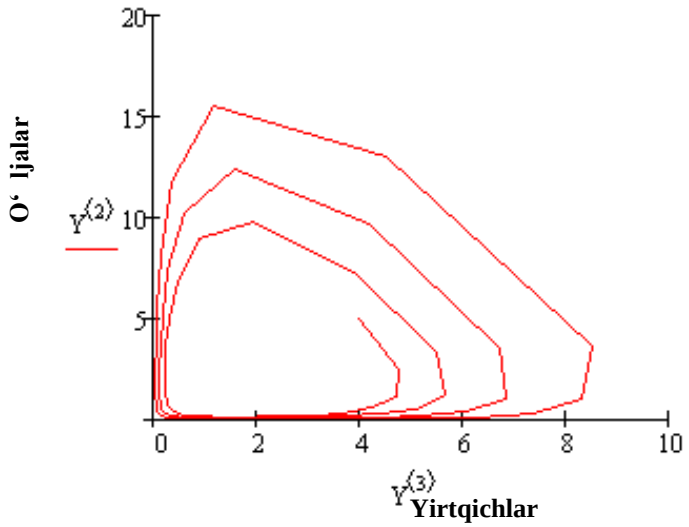
9.6-rasm. 9.5-rasmning fazali tasviri.

Agarda raqobat muhitning boyishiga olib kelsa, ya’ni eng kuchlilargina tirik qolsa (α<0, α=-0.04), u holda yirtqich va o‘ljalarning soni siklik tebranishlarni amalga oshirgan ravishda vaqt o‘tishi bilan ko‘payadi (6-rasm).



9.7-rasm. Manfiy koeffitsientli (α=-0.04) raqobat asosida Volter-Lotka modelining evolyusiyasi, yirtqichlarning boshlang‘ich soni x^0_1=500, o‘ljalarning soni esa x^0_2=400, *a*=4, *b*=2,5, *c*=2, *d*=1.

Bu holda fazoviy tasvir turg‘un bo‘lmagan fokus ko‘rinishida bo‘ladi:



9.8-rasm. 9.7-rasmning fazali tasviri.

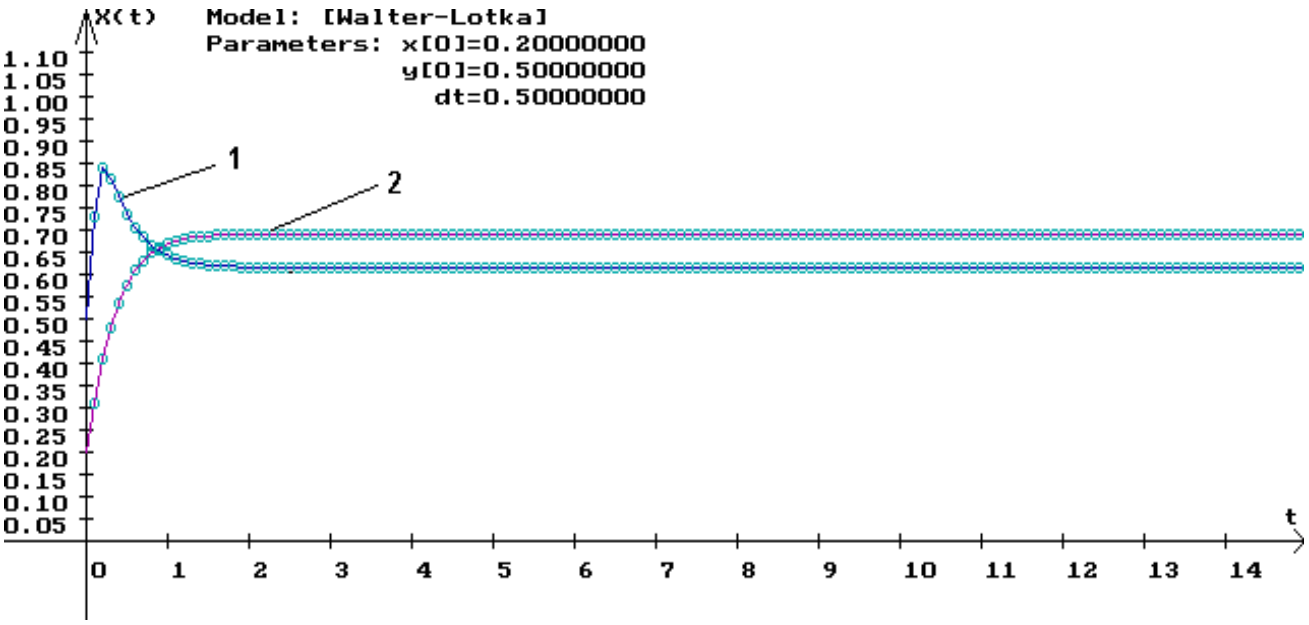
Sonli tajribalardan quyidagi xulosaga kelish mumkin: echim siklik ravishda taraqqiy etadi, jumladan, α=0 da sikl to‘laligicha tutashadi (markaz fazali tekislikda), α>0 da siklning har bir qadamida echim tobora kamayib boradi (turg‘un fokus), α<0 da esa – ortadi (turg‘un bo‘lmagan fokus). Tabiiyki, modelning hech bir o‘rnida muhitning sig‘imi hisobga olinmaydi, shuning uchun, bu erda Maltus modelidagi

kabi, biz haqiqatda biroz farq qiluvchi tasvirga ega bo‘lamiz: na yirtqichlar soni, na o‘ljalar soni cheksiz ravishda o‘sib borishi mumkin emas.

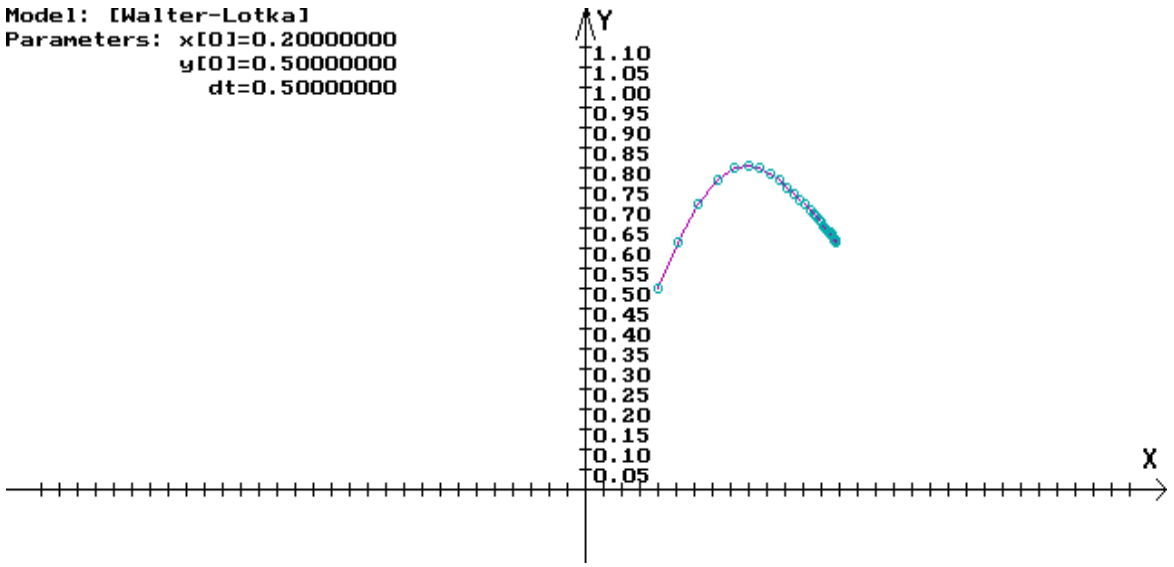
Volter-Lotka modelini o‘rganib chiqish davomida uning diskret analogi to‘g‘risida ham aytib o‘tish lozim:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + r_x \cdot \Delta t \cdot (1 - x_n - \mu_x \cdot y_n) \cdot x_n \\ y_{n+1} = y_n + r_y \cdot \Delta t \cdot \left(y^* - y_n - \mu_y \cdot x_n\right) \cdot y_n \end{cases}$$

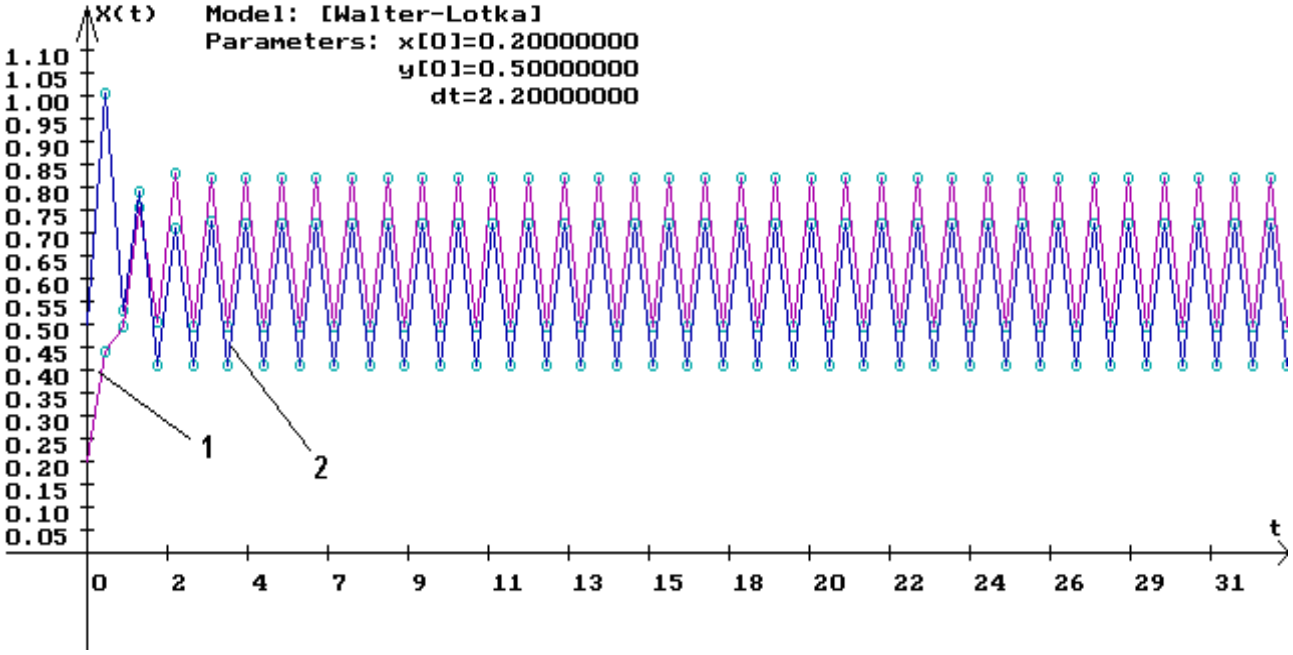
Ferxyulst-Perl modelidagi kabi, diskret model kichik Δt larda o‘zining uzluksiz analogidan farq qilmaydi. Masalan, Δt=0,5 da biz tugunga ega bo‘lamiz (8-rasm). Ammo vaqt bo‘yicha qadam ortib borishi bilanoq, diskret model uzluksiz modelga nisbatan tobora uzoqlashib boradi va Δt>2 da bifurkatsiya hodisasi kuzatiladi. Δt>2.4 da sistemaning hatti-harakati tartibsiz bo‘lib qoladi (9.12-9.13 rasmlar).



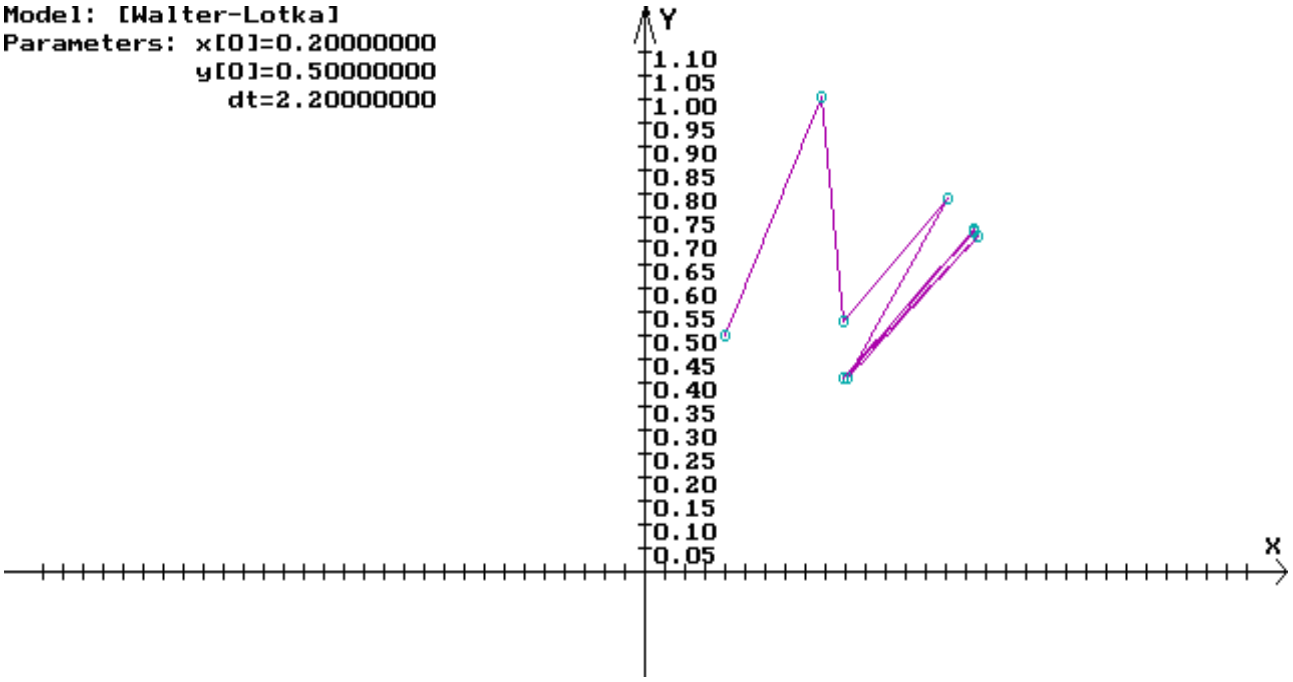
9.9-rasm. Volter-Lotka diskret modelining x_0=0,2, y_0=0,5, Δt=0,5 dagi hatti-harakati (1 – y(t); 2 – x(t) egri chiziqlar. Bu erda va kelgusida r_x= r_y=1, y^*=1,1, μ_x=0,5, μ_y=0,7 deb olinadi).



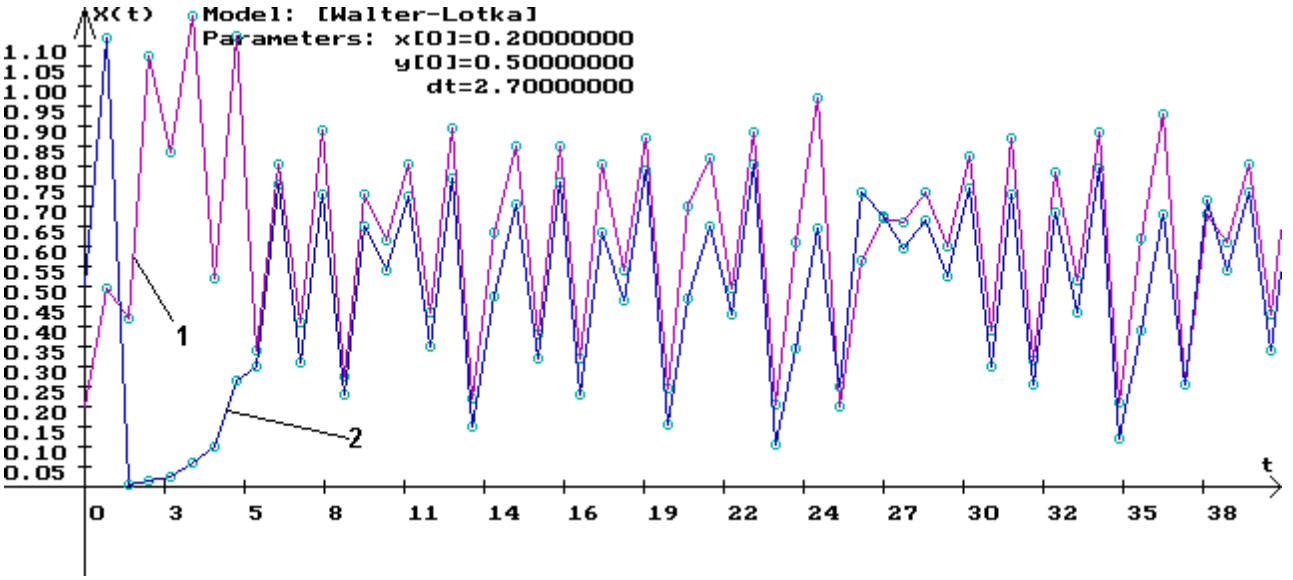
9.10-rasm. 9.9-rasmning fazali tasviri.



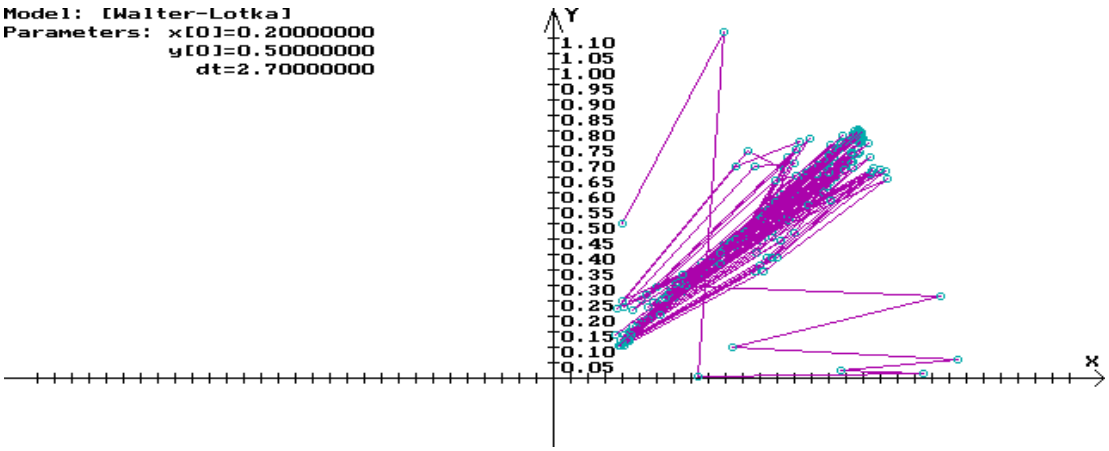
9.11-rasm. Volter-Lotka diskret modelining x_0=0,2, y_0=0,5, Δt=2,2 dagi hatti-harakati (1 – x(t); 2 – y(t) egri chiziqlar).



9.12-rasm. 9.11-rasmning fazali tasviri.



9.13-rasm. Volter-Lotka modelining x_0=0,2, y_0=0,5, Δt=2,7 dagi hatti-harakati (1 – x(t); 2 – y(t) egri chiziqlar).



9.14-rasm. 9.13-rasmning fazali tasviri.

O‘zaro ta’sirlashuvchi populyasiyalar sonini modellashtirish.

Ma’lumki, ekologiya uchun qiziqarli va muhim vaziyatlar har xil turdagi populyasiyalarning o‘zaro ta’sirlashuvi yoki tashqi sharoitlarning o‘zgarishi bilan bog‘liq bo‘ladi. Ushbu vaziyatlarda hayot to‘lqinlari deb nomlanuvchi populyasiyani vaqt bo‘yicha o‘zgarishini xarakterlovchi populyasiya to‘lqinlari hosil bo‘ladi.

Populyasiya to‘lqinlari quyida keltirilgan xususiyatlarga ega bo‘lishi mumkin:

1. Populyasiya soni davriy tebranishlarga ega bo‘lishi mumkin (masalan, mavsumiy);

2. Yirtqich va o‘lja populyasiyalarining o‘zaro ta’sirlashuvi hisobiga populyasiya sonining davriy bo‘lmagan yoki davriy tebranishlari sodir bo‘lishi mumkin;

3. Populyasiya soni ortib ketishi (populyasiya qulay sharoitlarga tushib qolganida) mumkin;

4. Populyasiya soni jadal sur’atlar bilan qisqarishi (epifitotiyalar, talofatlar ta’sirida) mumkin.

Turli xildagi ikkita populyasiya bir-biri bilan bir necha xil ko‘rinishdagi o‘zaro munosabatda bo‘lishi mumkin:

(-, -) – o‘zaro raqobat, bunda ikkala populyasiyaning yashash sharoitlari salbiy tomonga o‘zgaradi;

(+,+) – simbioz;

(+,-) – yirtqich-o‘lja va h.k.

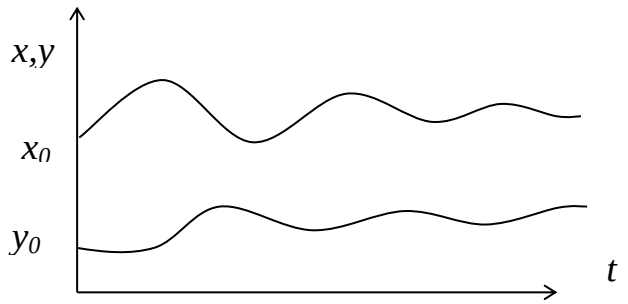
«Yirtqich-o‘lja» populyasiyalarining o‘zaro munosabatini o‘rganamiz. O‘lja uchun etarli darajadagi ozuqa solingan chekli hajmdagi muhitga yirtqich va o‘lja joylashtirilsa, ularning soni qanday qilib o‘zgarishini kuzatamiz. Bu holda modellashtirishda Lotka-Volter tenglamalaridan foydalanish mumkin:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = rx(1 - \dfrac{x}{K_{max}}) - cxy \\ \dfrac{dy}{dt} = gxy - fy \end{cases}.$$

Bu erda x – o‘ljalar sonini, y – yirtqichlar sonini, xy – o‘lja va yirtqichning chekli arealda uchrashish chastotasini, r – o‘lja populyasiyasining tabiiy o‘sish tezligi (yirtqichlarning ta’sirini hisobga olmagan holda), K_{max} – chekli arealda o‘ljalar sonining maksimal ko‘payish miqdori (odatda, yirtqichlar soni o‘ljalarning soniga nisbatan ancha kam bo‘ladi); c – yirtqichlar tomonidan ovni muvaffaqiyatli tarzda tugallanish koeffitsienti; g – yirtqichlarga nisbatan tug‘ilish koeffitsienti (ularning ko‘payish tezligi nafaqat x ga, balki y ga ham bog‘liq, aniqroq qilib aytganda u *xy* ga proporsional bo‘ladi), f – yirtqichlarning tabiiy o‘lish koeffitsienti xarakterlaydi.

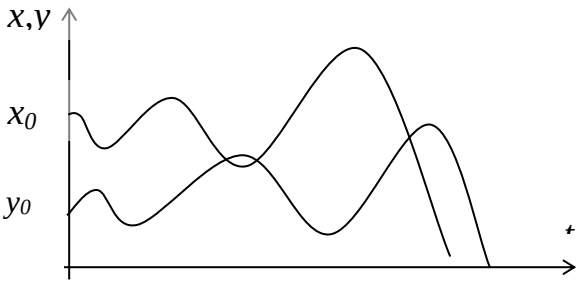
Yuqorida keltirilgan tenglamalarning echimlari yirtqich va o‘ljalar sonining to‘lqinli tebranishlarini ifodalaydi. Ushbu to‘lqinlarning shakli va davriyligi x_0, y_0 boshlang‘ich shartlarga hamda tenglamada ishtirok etuvchi koeffitsientlarning qiymatlariga bog‘liq bo‘ladi. Bu erda bir necha holatlar bo‘lishi mumkin:

1. Muvozanatli bosqich (11.3-rasm). Bunday vaziyat yirtqichlar soni $y = const$ bo‘lishi uchun o‘zgarmas miqdordagi o‘ljalardan ko‘proq miqdordagi o‘ljalar tug‘ilishini anglatadi.



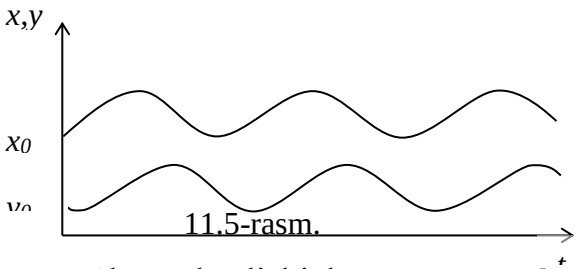
11.3-rasm.

2. O‘ljalarning jadal sur’atlar bilan eyilishi sababli yirtqichlarning ochlikdan o‘lishi kuzatiladi. O‘ljalar soni x nolga tenglashishigacha populyasiya to‘lqinlari amplitudalar bo‘yicha yoyilib boradi (11.4-rasm).



11.4-rasm.

3. O‘zgarmas amplitudali muvozanatli to‘lqinlar (11.5-rasm). Bu holatda gohida o‘ljalar ko‘payib (kamayib), yirtqichlar kamayib (ko‘payib) ketishi kuzatiladi.

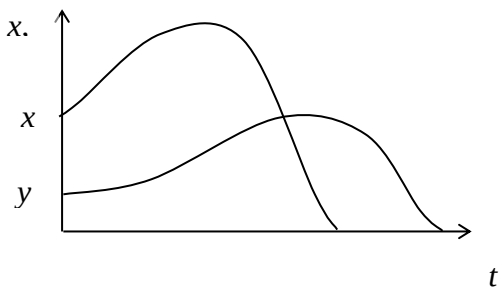


11.5-rasm.

Ilmiy manbalardan ma’lum bo‘lishicha, matematik modelni tekshirish maqsadida tajriba sifatida o‘ljalar uchun etarli darajadagi ozuqa solingan chekli hajmdagi suyuqlikka (kolbaga) kipriksimonlarning ikkita turi (biri yirtqich, ikkinchisi o‘lja sifatida) joylashtirildi. Tajriba natijasida quyidagilar kuzatilgan:

1. Agarda kolbada yirtqichlar bo‘lmasa, u holda o‘ljalar sonining o‘sishi suyuqlik hajmi bilan belgilanadigan K_{max} gacha yaqinlashadi.

2. Kolbaga yirtqich populyasiyasi qo‘shilganda, ular o‘ljalarni tezda eb, yirtqichlar o‘zlarining sonini ko‘paytirar edilar. O‘ljalar sonining kamayishi o‘ljalar butunlay yo‘qolib ketgunicha davom etib, o‘ljalar qirilib ketishi natijasida, axiri yirtqich populyasiyasi ochlikdan o‘lib ketadi (11.6-rasm).



11.6-rasm.

3. Tajribada suyuqlikka sellyuloza qo‘shildi. Sellyuloza eritmaning qovushqoqligini oshirish uchun qo‘shilgan edi. Natijada yirtqichlar tomonidan ovni muvaffaqiyatli tarzda tugallanish koeffitsienti c va yirtqichga nisbatan tug‘ilishlar koeffitsienti g ni pasaytirishga erishildi. Bu holatda barcha o‘ljalar eb bo‘linguniga $(x = 0)$ qadar yirtqichlar populyasiyasi uchun o‘sib boruvchi amplitudali to‘lqinlar paydo bo‘lib, oxir-oqibat yirtqichlar qirilib, nobud bo‘lishni boshlar edi (11.4-rasm).

4. O‘lja populyasiyasining tabiiy o‘sish tezligi r ni qisqartirish maqsadida o‘lja ozuqasi 2 baravarga kamaytirildi. Bu holatda o‘lja populyasiyasi amplitudasining o‘sishi ancha kamaydi. Buning natijasida yirtqich populyasiyasi sonining tez sur’atlar bilan o‘sishi va oqibatda o‘lja populyasiyasi sonining tezda kamayib ketishi kuzatilmadi. x va y lar bo‘yicha barqaror to‘lqinlar paydo bo‘ldi (11.5-rasm).

IV. AMALIY MASHG‘ULOTLAR

1-Amaliy mashg‘ulot: Matematik modelni qurish va ularni tadqiq qilish uslublari.

(4 soat)

Matematik modellarni qurish metodlari. Matematik model va uning real ob’ekti orasidagi muvofiqlilik. Matematik modellarning nazariy va amaliy tadqiqoti, ulariing adekvatligi.

Modellar fizik, matematik, mantiqiy va boshqa ko’rinishlarda bo’lishi mumkin. Model - chinakam jarayonlar va tizimdagi o’zaro bog’lanishlarni ifodalashning soddalashtirilgan shakli bo’lib, tashkil etuvchi elementlar (omillar)ni tizimning butkul holatiga ta’sirini o’rganish, baholash va oldindan aniqlash imkoniyatini beradi. Masalan, mashinaning texnik holatini foydalanish jarayonida o’zgarishini uchta shaklda yozib ifodalash mumkin.

1. t ish vaqtiga bog’liq holda, uni odatda n - darajali (tartibli) polinom bilan approksima-tsiyalashadi [7]:

$$y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \cdots + a_n t^n \quad (3.1)$$

2. Bunday approksimatsiyalovchi tenglamalarni bog’lanishlar deb atash to’g’riroq bo’lar edi, chunki qonuniyatlar analitik tarzda fizikaviy jarayonlarni ifodalaydi, masalan:

$$y = y_0 e^{bt} \quad (3.2)$$

bu yerda: y -eyilish, detallarning solishtirma sarfi, tizimni foydalanish jarayonida ishchan holatda saqlab turish harajatlari.

3. Tizim holat parametrlarining bir nechta tasodifiy omillar ta’siri ostida aniq vaqt ichida o’zgarishi yoki tarqalishini, tasodifiy kattalikning xususiy qiymatlarini taqsimlanish qonuni bilan yoki ko’p hadli regressiya tenglamasi (masalan, chiziqli) bilan ifodalanadi.

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n \quad (3.3)$$

bu yerda: x1, x2, ..., xn - omillar. Tenglamalarning keltirilgan oxirgi ikki shaklini alohida mashinaning texnik holatini ifodalash uchun ishlatish mumkin.

Agar tizim elementlaridan har birining holat parametri bar nechta tasodifiy omil ta’siri ostida aniq vaqt ichida tarqalishga ega bo’lsa, aniq bir qiymatli bo’lmasa, unda tizimning holatini ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasi va statistik sinovlar (Monte-Karlo usuli) yordamida ifodalab berish mumkin. Mashinalar guruhidagi ishlamay qolishlar kelib chiqishi va ularni yo’qotishni shunday usulda ifodalanadi. Matematik modelning bu turini mashinalar guruhining texnik holatini oldindan aniqlash uchun ishlatish mumkin, aniq mashinaning texnik holatini oldindan aniqlash uchun esa ishlatish mumkin emas.

Matematik modellashda o’rganilayotgan jarayonning tadqiqoti kompyuterda, matematik model ko’rinishida bog’langan turli parametrlarni o’zgartirish yo’li bilan o’tkaziladi. Bunda o’rganilayotgan jarayonning amalga oshishini turli variantlari haqidagi ma’lumotlar tezda olinadi. Nisbatan qisqa vaqtda modelning optimal variantlarini ishlab chiqish mumkin, boshqacha aytganda, matematik modelni, demak jarayonning o’zini ham optimallashni amalga oshirish mumkin.

Qiymat pulda yoki vaqtda ifodalanishidan qat’i nazar, matematik modellash fizik modellashdan ancha arzon tushadi.

Jarayonni matematik yozib chiqish yoki uning matematik modelini qurish - jarayonning omillari va parametrlari orasidagi matematik bog’liqlikni aniqlashni bildiradi. Matematik bog’lanishning shakllari turlicha bo’lishi mumkin. Agar fizik kattalik bir yoki bir necha kattalikning bir qiymatli funktsiyasi sifatida aniqlansa, funktsional bog’lanish deb ataladi. Agar tasodifiy bo’lmagan mustaqil o’zgaruvchi va tasodifiy qaram o’zgaruvchi o’rtasida bog’lanish bo’lsa, regression bog’lanish deb ataladi. Agar o’zgaruvchilardan ikkalasi ham tasodifiy bo’lsa, korrelyatsion bog’lanish deb ataladi. Chiziqli korrelyatsion bog’lanishni esa funktsional bog’lanish deb hisoblash mumkin.

Matematik modellashda tabiatiga ko’ra turlicha xodisalar uchun matematik modellarning izomorfligi printsipi ham ishlatiladi.

Keltirilgan differentsial tenglamalarda tabiati bo’yicha har hil xodisalar yozilgan [8]:

energiya miqdorining ko’chishi (ishqalanish kuchi):

$\tau = -\mu \frac{dW}{dx}$ - Nyuton qonuni;

issiqlikni ko’chishi (issiqlik oqimi):

$q = -\lambda \frac{dt}{dx}$ - Fur’e qonuni;

moddani ko’chirish (modda oqimi):

$q_b = -D \frac{dC}{dx}$ - Fik qonuni;

elektr tokini ko’chirish:

$i = -\frac{1}{\rho} \frac{dU}{dx}$ - Om qonuni.

10.5-misol. Agar Bug’ular soni dastlabki besh yil davomida barqaror ya'ni taxminan 2000 ga teng bo‘lsa, bo‘rilar va qoplonlarning boshlang‘ich soni qanday bo‘lishi kerakligini hisoblang. Olingan barcha ma'lumotlarni grafik tarzda taqdim eting.

10.6-misol. Bug’u (o'lja) ning dastlabki populyatsiyasi 7000 boshdan iborat. Bug’ular yirtqich - bo'ri bilan ovlanadi. Bug’u populyatsiyasining har yil oxirigacha omon qolgan qismi uning sonini 30% ga oshiradi. 3, 5 va 10 yil ichida Bug’ularning soni qancha bo'lishini hisoblang, agar bo'rilarning boshlang'ich soni 40 tani tashkil etsa va har yili 20% ko'paysa. Har bir bo’ri 1 yilda 20 ta Bug’u eydi. Bug’ularning o'limi boshqa sabablarga ko'ra nolga teng. Bo'rilarning o'lim darajasi nolga teng. Olingan barcha ma'lumotlarni grafik tarzda taqdim eting.

10.7-misol. Bug’u (o'lja) ning dastlabki populyatsiyasi 7000 boshdan iborat. Bug’ular yirtqich - bo'ri bilan ovlanadi. Bug’u populyatsiyasining har yil oxirigacha omon qolgan qismi uning sonini 25% ga oshiradi. 3, 5 va 10 yil ichida Bug’ularning soni qancha bo'lishini hisoblang, agar bo'rilarning boshlang'ich soni 25 tani tashkil etsa, belgilangan vaqt ichida o'zgarmasa. Har bir bo’ri 1 yilda 30 ta Bug’u eydi. Bug’ularning o'limi boshqa sabablarga ko'ra nolga teng. Bo'rilarning o'lim darajasi nolga teng. Olingan barcha ma'lumotlarni grafik tarzda taqdim eting.

Lotka-Volterra modeli

10.8-misol. Yirtqichlar bo‘lgan taqdirda populyatsiya dinamikasini Lotka-Volterra modelining diskret holida quyidagi qiymatlarda hisoblang: O‘lja boshlang‘ich soni 200 ta, yirtqich boshlang‘ich soni 35 ta, a1=0.01, a2=0.02, b1=0.002, b2=0.001. n soni 1 dan 10 gacha o‘zgaradi.

10.9-misol. Yirtqichlar bo‘lgan taqdirda populyatsiya dinamikasini Lotka-Volterra modelining diskret holida quyidagi qiymatlarda hisoblang: O‘lja boshlang‘ich soni 500 ta, yirtqich boshlang‘ich soni 50 ta, a1=0.01, a2=0.02, b1=0.002, b2=0.001. Nechta qadamdan keyin o‘ljalar soni 10 tadan kam bo‘ladi.

10.10-misol. Yirtqichlar bo‘lgan taqdirda populyatsiya dinamikasini Lotka-Volterra modelining diskret holida quyidagi qiymatlarda hisoblang: O‘lja boshlang‘ich soni 100 ta, yirtqich boshlang‘ich soni 25 ta, a1=0.05, a2=0.04, b1=0.003, b2=0.002. Nechta qadamdan keyin yirtqichlar soni 50 tadan ko‘p bo‘ladi.

2-amaliy mashg’ulot Matematik modellashtirishda variatsion prinsipdan foydalanish. (2 soat)

Matematik modellashtirishda variatsion prinsipdan foydalanish. Ierarxiya prinsipidai foydalanib, matematik modellar qurish.

Amaliy mashg‘ulot rejasi:

1. Kirish

- **Matematik modellashtirish** nima va uning ahamiyati.
- **Variatsion prinsip** tushunchasi va uning matematik modellashtirishdagi roli.
- Fan va texnikada variatsion prinsiplarning qo‘llanilishi (fizika, muhandislik, iqtisod).

2. Asosiy tushunchalar va nazariy asos

- **Funktsional tushunchasi** va uni minimallashtirish masalalari.
- **Variatsion hisob asoslari** – Eyler-Lagrange tenglamasi.
- **Fizikada variatsion prinsiplar** (Eng kichik ish prinsipi, Gamilton prinsipi).
- **Muhandislikda qo‘llanilishi** (qattiq jismlar dinamikasi, elastiklik nazariyasi).

3. Amaliy topshiriqlar

Topshiriq 1: Funksionalni variatsion tahlil qilish

- Berilgan funksionalni yozing:

$$J[y] = \int_a^b F(x, y, y')dx$$

- **Eyler-Lagrange tenglamasini** hosil qilib, optimal shartlarni aniqlash.
- **Masalan:** Eng qisqa masofa muammosi uchun **y = y(x)** ni topish.

Topshiriq 2: Mexanika va fizikada qo‘llanilishi

- Gamilton prinsipidan foydalanib **osilator harakat tenglamasi**ni hosil qilish.
- **Yupqa plastinka egiluvchanligi** uchun variatsion modelni tuzish.

Topshiriq 3: Hisoblash amaliyoti

- **Numerik usullar** yordamida variatsion masalalarni yechish (Euler usuli, Ritz usuli).
- **Python yoki MATLAB** dasturlarida funksionalni minimallashtirish.

4. Tajriba natijalarini tahlil qilish va muhokama

- Olingan natijalarning fizik va matematik ma’nosi.
- Variatsion prinsipning real hayotdagi muammolarni hal qilishda qo‘llanilishi.
- Natijalarni boshqa usullar bilan solishtirish.

5. Xulosa va yakuniy muhokama

- Variatsion prinsipning asosiy afzalliklari va qo‘llanilish doirasi.
- Fan, muhandislik va texnologiyadagi amaliy misollar.
- Savol-javob va mustaqil topshiriqlar.

Ushbu amaliy mashg‘ulot variatsion prinsiplarni real muammolarga qo‘llashga yordam beradi.

3-amaliy mashg‘lot: Maltus va Fyurxst-Perl modellari.*Maltus va Fyurxst-Perl modellari. Populyatsiya chiziqsiz modelinint uch turdagi rejimi.*

Maltus modeli

7.1-misol. Bug‘u (o‘lja) ning dastlabki populyatsiyasi 5000 boshdan iborat. Bug‘u populyatsiyasining har yil oxirigacha omon qolgan qismi uning sonini 25% ga oshiradi. Bug‘ular soni 1,2,3, 5 va 10 yil ichida qancha bo‘lishini hisoblang. Olingan barcha ma’lumotlarni grafik tarzda taqdim eting.

7.2-misol. Bug‘u (o‘lja) ning dastlabki populyatsiyasi 7000 boshdan iborat. Bug‘u populyatsiyasining har yil oxirigacha omon qolgan qismi uning sonini 20% ga

oshiradi. Bug‘ular soni 1,2,3, 5 va 10 yil ichida qancha bo‘lishini oddiy hisob-kitob yo‘li bilan hisoblang va **Maltus** modelida olingan natijalar bilan solishtiring. Olingan barcha ma’lumotlarni grafik tarzda taqdim eting. Populyatsiyaning eng katta qiymati 100000 ta.

7.3-misol. Bug‘u (o‘lja) ning dastlabki populyatsiyasi 10000 boshdan iborat. Bug‘u populyatsiyasining har yil oxirigacha omon qolgan qismi uning sonini 20% ga oshiradi. Bug‘ular soni 1, 5, 10 va 15 yil ichida qancha bo‘lishini oddiy hisob-kitob yo‘li bilan hisoblang va **Maltus** modelida olingan natijalar bilan solishtiring. Olingan barcha ma’lumotlarni grafik tarzda taqdim eting. Populyatsiyaning eng katta qiymati 200000 ta.

7.4-misol. Bug‘u (o‘lja) ning dastlabki populyatsiyasi 10 boshdan iborat. Bug‘u populyatsiyasining har yil oxirigacha omon qolgan qismi uning sonini 5%, 10% va 20% ga oshiradi. Bug‘ular soni 1, 5, 10 va 15 yil ichida qancha bo‘lishini **Maltus** modeli yordamida hisoblang. Olingan barcha ma’lumotlarni bitta grafikda taqdim eting.

7.5-misol. Yirtqichlar bo‘lmagan taqdirda Bug‘ular soni 1, 3, 5 va 10 yil ichida qancha bo‘lishini Ferxyulst modelida hisoblash jarayonini formulalar bilan keltiring. Bug‘uning dastlabki populyatsiyasi 5000 boshdan iborat. Bug‘u populyatsiyasining har yil oxirigacha omon qolgan qismi uning sonini 25% ga oshiradi. Populyatsiyaning eng katta qiymati 100000 ta.

Ferxulst modeli

7.6-misol. Bug‘u (o‘lja) ning dastlabki populyatsiyasi 10 boshdan iborat. Bug‘u populyatsiyasining har yil oxirigacha omon qolgan qismi uning sonini 5%, 10% va 20% ga oshiradi. Bug‘ular soni 1, 5, 10 va 15 yil ichida qancha bo‘lishini **Ferxulst** modeli yordamida hisoblang. Olingan barcha ma’lumotlarni bitta grafikda taqdim eting. Populyatsiyaning eng katta qiymati 1000 ta.

7.7-misol. Bug‘u (o‘lja) ning dastlabki populyatsiyasi 10 boshdan iborat. Bug‘u populyatsiyasining har yil oxirigacha omon qolgan qismi uning sonini 15%, 20% va 25% ga oshiradi. Bug‘ular soni 1, 5, 10 va 15 yil ichida qancha bo‘lishini **Ferxulst**

modeli yordamida hisoblang. Olingan barcha ma’lumotlarni bitta grafikda taqdim eting. Populyatsiyaning eng katta qiymati 1000 ta.

7.8-misol. Bug‘u (o‘lja) ning dastlabki populyatsiyasi 10 boshdan iborat. Bug‘u populyatsiyasining har yil oxirigacha omon qolgan qismi uning sonini 25%, 30% va 50% ga oshiradi. Bug‘ular soni 1, 5, 10 va 15 yil ichida qancha bo‘lishini **Ferxulst** modeli yordamida hisoblang. Olingan barcha ma’lumotlarni bitta grafikda taqdim eting. Populyatsiyaning eng katta qiymati 1000 ta.

7.9-misol. Bug‘u (o‘lja) ning dastlabki populyatsiyasi 10 boshdan iborat. Bug‘u populyatsiyasining har yil oxirigacha omon qolgan qismi uning sonini 50%, 70% va 100% ga oshiradi. Bug‘ular soni 1, 5, 10 va 15 yil ichida qancha bo‘lishini **Ferxulst** modeli yordamida hisoblang. Olingan barcha ma'lumotlarni bitta grafikda taqdim eting. Populyatsiyaning eng katta qiymati 1000 ta.

7.10-misol. Yirtqichlar bo‘lmagan taqdirda populyatsiya dinamikasini **Ferxulst** modelining diskret holida quyidagi qiymatlarda hisoblang: Muhit sig‘imi 1000 ga teng, populyatsiya boshlang‘ich soni 200 ta, o‘sish koeffitsiyenti 0.1 .

7.11-misol. Yirtqichlar bo‘lmagan taqdirda populyatsiya dinamikasini **Ferxulst** modelining diskret holida quyidagi qiymatlarda hisoblang: Muhit sig‘imi 2000 ga teng, populyatsiya boshlang‘ich soni 200 ta, o‘sish koeffitsiyenti 0.5 .

7.12-misol. Yirtqichlar bo‘lmagan taqdirda populyatsiya dinamikasini **Ferxulst** modelining diskret holida quyidagi qiymatlarda hisoblang: Muhit sig‘imi 1000 ga teng, populyatsiya boshlang‘ich soni 200 ta, o‘sish koeffitsiyenti 0.5 .

7.13-misol. Yirtqichlar bo‘lmagan taqdirda populyatsiya dinamikasini **Ferxulst** modelining diskret holida quyidagi qiymatlarda hisoblang: Muhit sig‘imi 1000 ga teng, populyatsiya boshlang‘ich soni 200 ta, o‘sish koeffitsiyenti 1 .

4-amaliy mashg‘ulot: Modda va energiya muvozanatining modeli. (2 soat)

Modda va energiya muvozanatining modeli. Epidemiya modeli.

Eng qulay sharoitlarda ham daraxtning o‘sishi ma’lum bir chegaradan oshmasligi barchaga ma’lum. Shu sababli nima uchun aksariyat hamma daraxtlar

qanaqa bo‘lishidan qat’iy nazar, avvaliga tez o‘sib, ma’lum bir vaqtdan keyin daraxtning o‘sishi sekinlashadi va nihoyat umuman o‘sishdan to‘xtab qoladi?

Ma’lumki, daraxt o‘sishi bilan fotosintez sababli energiya ko‘payadi, bu energiyaning anchagina qismi ozuqaviy moddalarni daraxtning butun hajmi bo‘yicha uzatishga sarflanadi. Ma’lum bir vaqtdan keyin daraxt o‘sishi bilan paydo bo‘ladigan yangi energiya ozuqaviy moddalarni daraxtning butun hajmi bo‘yicha uzatish uchun yetarli bo‘lmay qoladi va oqibatda daraxt o‘sishdan to‘xtaydi.

$$x(t)=\sqrt{\frac{a}{b}}\frac{1-e^{-2\sqrt{ab}(t-t_0)}}{1+e^{-2\sqrt{ab}(t-t_0)}},\ a=\frac{\alpha-\beta}{3\delta\rho}>0,\ b=\frac{\gamma}{3\delta\rho}>0$$

bu yerda **t** vaqt, **x** daraxtning balandligi, **pho** - daraxtning o‘rtacha zichligi, **delta** - energiya sarfi proportsionallik koeffitsienti, **alpha** - proportsionallik koeffitsienti (barglarning o‘lchami va shakliga bog’liq bo‘lib, konkret daraxt uchun uni o‘zgarmas deb hisoblash mumkin), **beta** koeffitsient **alpha** dan kichik bo‘lgan fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘lish proportsionallik koeffitsienti, **gamma** koeffitsient ozuqaviy moddalarni yuqori balandlikka ko‘tarish uchun sarf bo‘ladigan energiya sarfi proportsionallik koeffitsienti.

O‘rmondagi daraxtlar.

11.1-Masala. O‘rmondagi daraxtlarning maksimal balandligi 50 m. 40 yoshli daraxtlarni kesib, sellyuloza tayyorlashda xom-ashyo sifatida ishlatadilar. Bu daraxtlarning o‘rtacha balandligi 15 m. a va b koeffitsientlarni aniqlang va modelni quring.

Yechish. Daraxtni yoshi ortib borishi bilan uning balandligi $\sqrt{a/b}$ miqdorga yaqinlashib boradi:

$$\begin{cases}\sqrt{\frac{a}{b}}=50\\ \sqrt{\frac{a}{b}}\frac{1-e^{-80\sqrt{ab}}}{1+e^{-80\sqrt{ab}}}=15\end{cases}$$

Tenglamalar sistemasi 1-tenglamasidan bitta noma’lumni 2-noma’lum orqali ifodasi topilib, 2-tenglamaga qo‘yiladi:

$$\sqrt{a} = 50\sqrt{b}$$

$$50 \cdot \frac{1-e^{-80\cdot 50b}}{1+e^{-80\cdot 50b}} = 15$$

Hosil bo‘lgan 1 noma’lumli tenglamadan noma’lum topiladi.

b=0.000155

a=0.3869

Model tenglamasi quyidagicha:

$$x(t) = 50\frac{1-e^{-0.0155(t-t_0)}}{1+e^{-0.0155(t-t_0)}}$$

11.2-masala. O‘rmondagi daraxtlarning maksimal balandligi 100 m. 30 yoshli daraxtlarni kesib, sellyuloza tayyorlashda xom-ashyo sifatida ishlatadilar. Bu daraxtlarning o‘rtacha balandligi 25 m bo‘lsa, 40 yoshli daraxtlarning o‘rtacha balandligini aniqlang. Model tenglamasini yozing.

11.3-masala. Daraxtning fotosintez jarayoni sababli hosil bo‘ladigan erkin energiya proportsionallik koeffitsienti 2.1 ga, fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsienti 1.2 ga, ozuqaviy moddalarni yuqori balandlikka ko‘tarish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsienti 0.005 ga teng bo‘lsa, daraxtning maksimal balandligini aniqlang.

11.4-masala. Daraxtning fotosintez jarayoni sababli hosil bo‘ladigan erkin energiya proportsionallik koeffitsienti 3 ga, fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsienti 0.8 ga, ozuqaviy moddalarni yuqori balandlikka ko‘tarish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsienti 0.002 ga teng bo‘lsa, daraxtning maksimal balandligini aniqlang.

11.5-masala. Daraxtning fotosintez jarayoni sababli hosil bo‘ladigan erkin energiya proportsionallik koeffitsienti 2.5 ga, fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsienti 1 ga, ozuqaviy moddalarni yuqori balandlikka ko‘tarish uchun sarf bo‘ladigan energiya

proportsionallik koeffitsienti 0.002 ga teng bo‘lsa, daraxtning maksimal balandligini aniqlang.

11.6-masala. Daraxtning fotosintez jarayoni sababli hosil bo‘ladigan erkin energiya proportsionallik koeffitsienti 1.5 ga, fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsienti 0.5 ga, daraxtning maksimal balandligi 10 metrga teng bo‘lsa, ozuqaviy moddalarni yuqori balandlikka ko‘tarish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsientini aniqlang.

11.7-masala. Daraxtning fotosintez jarayoni sababli hosil bo‘ladigan erkin energiya proportsionallik koeffitsienti 2.5 ga, fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsienti 1.29 ga, daraxtning maksimal balandligi 11 metrga teng bo‘lsa, ozuqaviy moddalarni yuqori balandlikka ko‘tarish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsientini aniqlang.

11.8-masala. Daraxtning fotosintez jarayoni sababli hosil bo‘ladigan erkin energiya proportsionallik koeffitsienti 2.5 ga, ozuqaviy moddalarni yuqori balandlikka ko‘tarish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsienti 0.02 ga, daraxtning maksimal balandligi 10 metrga teng bo‘lsa, fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsientini aniqlang.

11.9-masala. Daraxtning fotosintez jarayoni sababli hosil bo‘ladigan erkin energiya proportsionallik koeffitsienti 3 ga, ozuqaviy moddalarni yuqori balandlikka ko‘tarish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsienti 0.02 ga, daraxtning maksimal balandligi 10 metrga teng bo‘lsa, fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘ladigan energiya proportsionallik koeffitsientini aniqlang.

Mevali daraxtlar

11.10-masala. O‘rik daraxtining maksimal balandligi 10 m. 5 yoshli daraxtlar meva berishni boshlaydi. Bu daraxtlarning o‘rtacha balandligi 3 m bo‘lsa, 15 yoshli daraxtlarning o‘rtacha balandligini aniqlang. Model tenglamasini yozing.

11.11-masala. Olcha daraxtining maksimal balandligi 8 m. 4 yoshli daraxtlar meva berishni boshlaydi. Bu daraxtlarning o‘rtacha balandligi 3 m bo‘lsa, 20 yoshli daraxtlarning o‘rtacha balandligini aniqlang. Model tenglamasini yozing.

11.12-masala. Gilos daraxtining maksimal balandligi 30 m. 4 yoshli daraxtlar meva berishni boshlaydi. Bu daraxtlarning o‘rtacha balandligi 4 m bo‘lsa, 30 yoshli daraxtlarning o‘rtacha balandligini aniqlang. Model tenglamasini yozing.

11.13-masala. Shaftoli daraxtining balandligi 8.2 metr, fotosintez jarayoni sababli hosil bo‘ladigan erkin energiya 134.3 ga, fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘ladigan energiya 67.17 ga teng bo‘lsa, beta va alpha proportsionallik koeffitsientilarini aniqlang.

11.14-masala. Shaftoli daraxtining balandligi 8.82 metr, fotosintez jarayoni sababli hosil bo‘ladigan erkin energiya 155.87 ga, fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘ladigan energiya 77.9 ga teng bo‘lsa, beta va alpha proportsionallik koeffitsientilarini aniqlang.

11.15-masala. Shaftoli daraxtining balandligi 7.9 metr, fotosintez jarayoni sababli hosil bo‘ladigan erkin energiya 124.8 ga, fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘ladigan energiya 62.4 ga, ozuqaviy moddalarni yuqori balandlikka ko‘tarish uchun sarf bo‘ladigan energiya 46.7 ga teng bo‘lsa, alpha, beta va gamma proportsionallik koeffitsientilarini aniqlang.

11.16-masala. Yong‘oq daraxtining maksimal balandligi 25 m. 8 yoshli daraxtlar meva berishni boshlaydi. Bu daraxtlarning o‘rtacha balandligi 5 m bo‘lsa, 50 yoshli daraxtlarning o‘rtacha balandligini aniqlang. Model tenglamasini yozing.

11.17-masala. Yong‘oq daraxtining balandligi 20.9 metr, fotosintez jarayoni sababli hosil bo‘ladigan erkin energiya 745.3 ga, fotosintez jarayonini o‘zini amalga oshirish uchun sarf bo‘ladigan energiya 482.2 ga, ozuqaviy moddalarni yuqori balandlikka ko‘tarish uchun sarf bo‘ladigan energiya 192.2 ga teng bo‘lsa, alpha, beta va gamma proportsionallik koeffitsientilarini aniqlang.

V. KEYSLAR BANKI

Ta’lim texnologiyasi

Tabiiy jarayonlarni matematik modellashtirish fanini o‘qitishda zamonaviy axborot va pedagogik texnologiyalar

Tabiiy jarayonlarni matematik modellashtirish fanini o‘qitish ma’ruza, amaliy mashg‘ulotlar hamda mustaqil topshiriqlardan iborat bo‘lib, ular birgalikda fanning butunliligini ta’minlaydi. Ma’ruzalar orqali olingan bilimni mustahkamlash uchun amaliy mashg‘ulotlar muhim ahamiyatga ega. Mustaqil mashg‘ulotlar bu fan doirasida mustaqil bilim olish, o‘zlashtirish hisoblanadi.

Ushbu fanni o‘qitish davomida *aqliy xujum* - g‘oyalarni generatsiya (ishlab chiqish) metodidan keng foydalaniladi. «Aqliy hujum» metodi biror muammoni echishda talabalar tomonidan bildirilgan erkin fikr va mulohazalarni to‘plab, ular orqali ma’lum bir echimga kelinadigan eng samarali metoddir. Aqliy xujum metodining yozma va og‘zaki shakllari mavjud bo‘lib, bu fanda og‘zaki shaklidan foydalaniladi. Fanni o‘zlashtirishda talabalar zamonaviy axborot texnologiyalari yutuqlaridan, shuningdek oxirgi yillarda yaratilgan turli matematik dasturiy ta’minotlardan foydalanadilar.

Keys topshiriq 1.

Jismga erda burchak ostida boshlang‘ich tezlik berildi. Jismning xarakat traektoriyasini va uning otilish va erga tushish nuqtalari orasidagi masofani aniqlang.

Keys topshiriq 2.

Aylanadigan o‘qning tezligini aniqlash uchun yukka tiqilib qolgan o‘q, ya’ni "o‘q-yuk" tizimini matematik modelini tuzing

Keys topshiriq 3.

4 kg massali miltiqdan 0,05 kg massali o‘q 280 m/s tezlik bilan uchib chiqmokda. Miltiqning «tepki» tezligi topilsin.

Keys topshiriq 4.

10 g. massali o‘q uchib borib, massasi 390 g. bo‘lgan brusokka urilib tiqilib qoldi. O‘q tezligi 200m/s bo‘lsa, brusokning tezligini toping.

Keys topshiriq 5.

Agar bug‘ular soni dastlabki besh yil davomida barqaror ya’ni taxminan 2000 ga teng bo‘lsa, bo‘rilarning ko‘payish populyasiyasining boshlang‘ich soni qanday bo‘lishi kerakligini hisoblang. Olingan barcha ma’lumotlarni grafik tarzda taqdim eting.

Keys topshiriq 6.

YAgona populyasiyaning cheksiz o‘sishini tavsiflovchi tenglamaning analitik echimini toping (eksponensial model):

$$\frac{dx}{dt} = rx,$$

Bu erda r - aholi zichligining tabiiy o‘sish koeffitsienti, x - aholi zichligi. Qabul qilishning dastlabki sharti sifatida

$x0 = 500$ va $r = –0,5, 0,25, 0, 25, 0,5$ uchun $x=x(t)$ funksiyalarni chizing.

Keys topshiriq 7.

A va ωparametrlarining turli qiymatlari uchun $\alpha(t) = A\cos(\omega t)$ o‘zgaruvchan koeffitsientli Lotka-Volterra modelidagi echimlarni toping.

Keys topshiriq 8.

Quyidagi

$$\frac{dN(t)}{dt} = (\alpha_1(t) - \beta_{12}(t)M(t) - \beta_{11}(t)N(t))N(t)$$
$$\frac{dM(t)}{dt} = (\alpha_2(t) - \beta_{21}(t)N(t) - \beta_{22}(t)M(t))M(t)$$

matematik model yordamida tasvirlangan jarayonning echimini berilgan boshlang‘ich shartlarda oling va modelni tahlil qiling.

Keys topshiriq 9.

2. Ferxyulsta – Pirl tenglamasining sonli echimini oling (logistik model)

$$\frac{dx}{dt} = xr_m\left(1 - \frac{x}{k}\right)$$

dastlabki holat bilan

$$x = x_0 \quad \text{при} \quad t = t_0.$$

va analitik echim bilan solishtiring

$$x = \frac{k}{1 + e^{-r_m t}\left(k - x_0\right)/x_0}$$

dan k, x_0 va r_m parametrlarining qyidagi qiymatlari uchun $x=x(t)$ funksiyalar grafiklarini tuzing.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
x_0	50	150	250	350	450	550	650	750	850	950
r_m	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14	0.16	0.18	0.20

VI. MUSTAQIL TA’LIM MAVZULARI

Tinglovchi mustaqil ishni muayyan modulni xususiyatlarini hisobga olgan holda quyidagi shakllardan foydalanib tayyorlashi tavsiya etiladi:

- o‘quv, ilmiy adabiyotlardan va maqolalardan foydalanish asosida modul mavzularini o‘rganish;
- tarqatma materiallar bo‘yicha ma’ruzalar qismini o‘zlashtirish;
- avtomatlashtirilgan o‘rgatuvchi va nazorat qiluvchi dasturlar bilan ishlash;
- maxsus adabiyotlar bo‘yicha modul bo‘limlari yoki mavzulari ustida ishlash;
- tinglovchining kasbiy faoliyati bilan bog‘liq bo‘lgan modul bo‘limlari va mavzularni chuqur o‘rganish.

Mavzular:

1. Matematik modelni algoritmlash. Dasturlashning asosiy konstruksiyalari: chiziqli, tarmoqlanish, sikllar.

2. Matematik modellashtirish va matematik model tushunchasi.

3. Matematik modellashtirishning asosiy bosqichlari.

4. Matematik modellashtirishning maqsadlari.

5. Matematik modellashtirish turlari: parametrik, simulyasiya.

6. Parametrik modellashtirish tushunchasi. Statik va dinamik matematik modellar.

7. Simulyasiya modellashtirish tushunchasi. Model, ob’ekt, dastur.

Statsionar va statsionar bo‘lmagan modellashtirish.

8. Matematik modelning tuzilishi. Matematik modelning funksionalligi.

9. Matematik modelning xossalari: to‘liqlik, aniqlik, adekvatlik, samaradorlik, mustahkamlik, unumdorlik, ko‘rinish va soddalik.

10. Matematik modellarni olish usuliga ko‘ra tasnifi: empirik, nazariy, yarim empirik.

11. Matematik modellarning turlari bo‘yicha tasnifi: sonli va analitik.

VII. GLOSSARIY

Model - lotincha *modulus* so‘zidan olingan bo‘lib, o‘lchov, namuna ma’nolarini anglatadi.

Model – bu real ob’ektni almashtirishi mumkin bo‘lgan, tadqiqot va tajriba o‘tkazish uchun qulay va arzon bo‘lgan boshqa bir real yoki abstrakt ob’ektdir. Model real ob’ektning soddalashtirilgan ko‘rinishi bo‘lib, uning hamma xossalarini emas, balki asosiy xossalarinigina o‘zida mujassam etadi.

Matematik model – real ob’ektni tasavurimizdagi abstrakt ko‘rinishi bo‘lib, u matematik belgilar va ba’zi bir qonun–qoidalar bilan ifodalangan bo‘ladi. Masalan, Nyuton qonunlari, massaning saqlanish qonuni.

Fizik model - Tajriba o‘tkazishga mo‘ljallangan tajriba uchastkalari katta ekin maydonlarining, laboratoriya mashg‘ulotlarini o‘tkazishga mo‘ljallangan asbob uskunalar fizik modellarga misol bo‘ladi. Masalan, kimyoviy yoki biologik laboratoriyalarda foydalaniladigan asbob uskunalar hamda tokamak qurilmasi (er sharoitida termoyadro reaksiyasini amalga oshiradigan qurilma).

Grafikli model - Sxemalar, chizmalar, rasmlar, ilmiy va tarixiy asarlar misol bo‘la oladi. Masalan, globus er sharining, insonning surati uning o‘zining, M.Z.Boburning «Boburnoma» asari asarda keltirilgan davrning grafikli modelidir.

Faktorlar - modellashtirishda tashqi muhitning tekshirilayotgan ob’ekt parametrlariga ta’sir qiluvchi ko‘rsatkichlari.

Matematik modellashtirish - real ob’ekt yoki jarayonlarni matematik usullar vositasida nazariy tadqiq qilish usuli.

Modellashtirishning mohiyati - ob’ektni boshqa soddaroq ob’ekt (model) bilan almashtirib, modelni xususiyatini tadqiq qilish orqali original ob’ektni o‘rganishdan iborat.

Real ob’ekt va uning matematik modelining muvofiqligi - ob’ekt va uning matematik modeli dinamikalarining sifat va miqdor jihatdan o‘xshashligi.

Avj oluvchi rejimlar - vaqtning chekli qiymatida qandaydir miqdor cheksizlikka aylanuvchi jarayonlar.

***Hisoblash eksperimenti* – kompyuter modeli yaratilgan xodisa, jarayon va mashinalarni tadqiq qilish usuli.**

***Dinamik model* – jarayonlarning vaqt bo‘yicha kechishini tasvirlovchi matematik model.**

Imitatsion model - matematicheskaya model, vosproizvodyaщaya povedenie issleduemogo ob’ekta i primenyaemaya dlya postanovki kompyuternыx eksperimentov, vыyavlyayuщix osobennosti funksionirovaniya ob’ekta pri razlichnыx vneshnix usloviyax i upravlyayuщix vozdeystviyax.

abiotik o‘zgarishlar - tabiiy o‘zgarishlar – zilzilalar, vulqonlar otilishi, suv toshqinlari va shu kabilar.

biotik o‘zgarishlar - populyasiyalar biomassasining yoki sonining o‘zgarishi, populyasiyalarning qirilib ketishi.

antropogen o‘zgarishlar - inson faoliyati natijasida atrof muhitda sodir bo‘ladigan o‘zgarishlar.

Modelning universalligi - konkret ob’ektni modeli boshqa o‘xshash ob’ektlarga qo‘llanishi uchun etarli darajada universal bo‘lishi kerak. Bu degani real ob’ektni matematik modeli boshqa o‘xshash ob’ektlarga juda kam o‘zgartirishlar orkali qo‘llash uchun etarli darajada umumiy bo‘lishi kerak.

Modelning kompaktligi - model shunday qurilishi kerakki, uni deyarli o‘zgartirishsiz o‘zidan yuqori darajali modelga model osti sifatida kiritish mumkin bo‘lsin. Masalan, daraxtni matematik modeli o‘rmon ekosistemasi modelining bir bloki sifatida qo‘llanilishi. Fotosintez jarayonining matematik modeli daraxt matematik modelini bir bloki sifatida ishlatilishi mumkin bo‘lsin.

Modelning soddaligi - matematik modelni qurishda ikkinchi, uchinchi darajali faktorlar hisobga olinmasligi lozim. Bu faktorlarni hisobga olish MMni murakkablashtiradi. Misol: epidemiyani tarqalishi jarayoni matematik modelida shamol tezligini hisobga olish modelni ancha murakkablashtiradi. Ammo atrof – muhitni ekologiyasini o‘rganishda shamol tezligini va yo‘nalishini hisobga olmaslik mumkin emas. Suv quvuridagi suvni harakatini o‘rganayotganda oyning tortishish kuchini hisobga olmasa ham bo‘ladi. Ammo, dengiz va okeanlardagi suv toshqinlarini o‘rganayotganda oyning tortishish kuchini albatta hisobga olish lozim. Bu toshqinlar oyning tortishi natijasida hosil bo‘ladi.

Modelning sezgirligi - darajasi past bo‘lishi lozim. MMni qurishda hisobga olinishi zarur bo‘lgan asosiy faktorlarga nisbatan modelni sezgirlik darajasi past bo‘lishi lozim. YA’ni, real ob’ektni o‘rganayotgan paytda o‘lgashlar ko‘p hollarda xatolik bilan bajariladi. Ayrim hollarda modelda ishtirok etayotgan asosiy faktorni aniq o‘lchashni imkoni bo‘lmaydi. Masalan, ob – havoni bashorat qilish haligacha taxminiy, paxta maydonidagi hashoratlar sonini aniq o‘lchash mumkin emas.

Modelning moslashuvchanligi - model blokli prinsipda qurilishi lozim. Bunda o‘zgaruvchilar iloji boricha alohida blokda, avtonom holda hisoblanishi maqsadga muvofiq. Bu esa matematik modelni tez o‘zgartirish, modifikatsiya qilish imkonini yaratadi. Umuman olganda bu talab unga katta bo‘lmagan o‘zgartirish orqali boshqa real ob’ektga moslashishni, ya’ni matematik modelni universalligini xarakterlaydi.

determinirlangan model - har bir mumkin bo‘lgan kirish parametrlari to‘plami uchun chiqish parametrlari bir qiymatli aniqlangan model.

determinirlanmagan, stoxastik (ehtimolli) model – har bir mumkin bo‘lgan kirish parametrlari to‘plami uchun chiqish parametrlari bir qiymatli aniqlanmagan model.

VIII. FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

I. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining asarlari

1. Mirziyoyev Sh.M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz. – T.: “O‘zbekiston”, 2017. – 488 b.

2. Mirziyoyev Sh.M. Milliy taraqqiyot yo‘ limizni qat’iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko‘ taramiz. 1-jild. – T.: “O‘zbekiston”, 2017. – 592 b.

3. Mirziyoyev Sh.M. Xalqimizning roziligi bizning faoliyatimizga berilgan eng oliy bahodir. 2-jild. T.: “O‘zbekiston”, 2018. – 507 b.

4. Mirziyoyev Sh.M. Niyati ulug‘ xalqning ishi ham ulug‘, hayoti yorug‘ va kelajagi farovon bo‘ ladi. 3-jild.– T.: “O‘zbekiston”, 2019. – 400 b.

5. Mirziyoyev Sh.M. Milliy tiklanishdan – milliy yuksalish sari. 4-jild.– T.: “O‘zbekiston”, 2020. – 400 b.

II. Normativ-huquqiy hujjatlar

1. O‘zbekiston Respublikasining Konstitutsiyasi. – T.: O‘zbekiston, 2023.

2. O‘zbekiston Respublikasining 2020-yil 23-sentabrda qabul qilingan “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni.

3. O‘zbekiston Respublikasining “Korrupsiyaga qarshi kurashish to‘g‘risida”gi Qonuni.

4. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2015-yil 12-iyundagi “Oliy ta’lim muassasalarining rahbar va pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish to‘g‘risida”gi PF-4732-sonli Farmoni.

5. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 27-maydagi “O‘zbekiston Respublikasida korrupsiyaga qarshi kurashish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PF-5729-son Farmoni.

6. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 27-avgustdagi “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida”gi PF-5789-sonli Farmoni.

7. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2019-yil 23-sentabrdagi “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish bo‘yicha qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi 797-sonli Qarori.

8. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 8-oktabrdagi “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5847- sonli Farmoni.

9. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 29-oktabr “Ilm-fanni 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-6097-sonli Farmoni.

10. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2021-yil 17-fevraldagi “Sun’iy intellekt texnologiyalarini jadal joriy etish uchun shart-sharoitlar yaratish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4996-son Qarori.

11. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 28-yanvardagi “2022-2026 yillarga mo‘ljallangan Yangi O‘zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to‘g‘risida”gi PF-60-son Farmoni.

12. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2023-yil 25-yanvardagi

“Respublika ijro etuvchi hokimiyat organlari faoliyatini samarali yo‘lga qo‘yishga doir birinchi navbatdagi tashkiliy chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi PF-14-sonli Farmoni.

13. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2023-yil 11-sentabrdagi ““O‘zbekiston - 2030” strategiyasi to‘g‘risida”gi PF-158-son Farmoni.

14. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2024-yil 21-iyundagi “Aholi va davlat xizmatchilarining korrupsiyaga qarshi kurashish sohasidagi bilimlarini uzluksiz oshirish tizimini joriy qilish chora-tadbirlari to‘g‘risida” PQ-228-son Qarori.

III. Maxsus adabiyotlar

1. Oliy ta’limning meyoriy - huquqiy xujjatlari to‘plami. -T., 2013.

2. B.I.Ismailov, I.I.Nasriyev Korrupsiyaga qarshi kurashish bo‘yicha idoraviy chora-tadbirlarning samaradorligini oshirish masalalari//O‘quv-uslubiy qo‘llanma. -T.:O‘zbekiston Respublikasi Bosh prokuraturasi Akademiyasi, O‘zbekiston Respublikasi Sudyalar oliy kengashi. Sudyalar oliy maktabi, 2020.-272 b.

3. Юсуфжанов О., Усманова С. Зарубежный опыт противодействия коррупции. // -Т.: Адвокат, 2016. №5 - 59-62б.

4. O‘rinov V. O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim muassasalarida ECTS kredit-modul tizimi: asosiy tushunchalar va qoidalar. O‘quv qo‘llanma. Nyu Bransvik Universiteti, 2020.

5. The European Higher Education Area. - Joint Declaration of the Ministers of Education. - Bologna, 1999, 19 June.

6. Shaping our Own Future in the European Higher Education Area // Convention of European Higher Education Institutions. - Salamanca, 2001, 29-30 march.

7. Виртуальная реальность как новая исследовательская и образовательная среда. Серфуз Д.н. и др. // ЖУРНАЛ Научно-аналитический журнал «Вестник Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России», 2015. – с.185-197.

8. Ibraymov A.YE. Masofaviy o‘qitishning didaktik tizimi. Metodik qo‘llanma. – T.: “Lesson press”, 2020. -112 b.

9. Игнатова Н. Й. Образование в цифровую эпоху: монография. М-во образования и науки РФ. – Нижний Тагил: НТИ (филиал) УрФУ, 2017. – 128 с. http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/54216/1/978-5-9544-0083-0_2017.pdf

10. Кирякова А.В, Олховая Т.А., Михайлова Н.В., Запорожко В.В. Интернет-технологии на базе ЛМS Моодле в компетентностно-ориентированном образовании: учебно-методическое пособие / А.В. Кирякова, Т.А. Олховая, Н.В. Михайлова, В.В. Запорожко; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2011. – 116 с. http://www.osu.ru/docs/fpkp/kiryakova_internet_technologies.pdf

11. Кононюк А.Е. Облачние вичисления. – Киев, 2018. – 621 с.

12. Oliy ta’lim tizimini raqamli avlodga moslashtirish konsepsiyasi. Yevropa Ittifoqi Erasmus+ dasturining ko‘magida. https://hiedtec.ecs.uni-ruse.bg/pimages/34/3._UZBEKISTAN-CONCEPT-UZ.pdf

13. Emelyanova O. A. Ta’limda bulutli texnologiyalardan foydalanish // Yosh olim. - 2014. - № 3. - S. 907-909.

14. Moodle LMS tizimida masofaviy kurslar yaratish. O‘quv-uslubiy qo‘llanma. – T.: Toshkent farmatsevtika instituti, 2017.

15. M.Xurramov. Oliy ta’lim muassasalari faoliyatiga sun’iy intellekt texnologiyasini joriy etish [Matn]: metodik qo‘llanma / M.Xurramov. K.Xalmuratova. – T.: “Yetakchi nashriyoti”, 2024. – 28 b.

16. Тенденции и развития высшего образования в мире и в России. Аналитический доклад-дайджест. - М., 2021.- 198 с.

17. A.S. Zikriyoyev. Dunyo universitetlari reytingidagi tadqiqotchi olimlar orasida o‘zingizni kashf qiling. -T.: Navro‘z,2020. ISBN.9789943659285

18. Sherzod Mustafakulov, Aziz Zikriyoev, Dilnoza Allanazarova, Tokhir Khasanov, Sokhibmalik Khomidov. Explore Yourself Among World – Class Researchers. Grand OLEditor, Tashkent 2019, ISBN: 8175 25766-0.

19. Ackoff, Russell L., Scientific Method, New York: John Wiley & Sons, 1962.

20. Barzun, Jacques & Graff. F. (1990). The Modern Researcher, Harcourt, Brace Publication: New York.

21. Muslimov N.A va boshqalar. Innovatsion ta’lim texnologiyalari. O‘quv-metodik qo‘llanma. – T.: “Sano-standart”, 2015. – 208 b.

22. Muslimov N.A va boshqalar. Pedagogik kompetentlik va kreativ asoslari. O‘quv-metodik qo‘llanma. – T.: “Sano-standart”, 2015. – 120 b.

23. Печеркина, А. А. Развитие профессиональной компетентности педагога: теория и практика [Текст] : монография / А. А. Печеркина, Э. Э. Симанюк, Е. Л. Умникова : Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург : [б.и.], 2011. – 233 с.

24. О.С. Фролова. Формирование инновационной компетенции педагога в процессе внутришкольного повышения квалификации. Дисс.к.п.н. Воронеж, 2018.

25. Компетенции педагога XXИ века [Электронний ресурс]: сб. материалов респ. конференции (Минск, 25 нояб. 2021 г.) / М-во образования Респ. Беларус, ГУО «Акад. последиплом. образования», ОО «Белорус. пед. о-во». – Минск: АПО, 2021.

26. Ishmuhamedov R.J., M.Mirsoliyeva. O‘quv jarayonida innovatsion ta’lim texnologiyalari. – T.: «Fan va texnologiya», 2017, 60 b.

27. Ishmuhamedov R, Mirsoliyeva M, Akramov A. Rahbarning innovatsion faoliyati. – T.: “Fan va texnologiyalar”, 2019.- 68 b.

28. Коджаспирова Г.М. Педагогика в схемах, таблицах и опорних конспектах./ -М.:Айрис-пресс, 2016.

29. Натанзон Э. Ш. Приёмы педагогического воздействия. М, 2012.-202 с.

30. Сергеев И.С. Основы педагогической деятельности: Учебное пособие. – СПб.: Питер, 2014.

31. To’rayev X., Azizov I., Otaqulov S. Kombinatorika va graflar nazariyasi. Toshkent – 2009. 184 bю

32. Harris J., Hirst J.L., Mossinghoff M. Combinatorics and Graph Theory. Springer 2008. 381 p.

33. Kenneth H. Rosen. Discrete Mathematics and Its Applications. New York – 2012. 1017 p.

34. Ерош И.Л. Дискретная математика, Комбинаторика. Учебное пособие. Санкт Петербург – 2001. 37 ст.

35. Ильинская И.П., Ильинский А.И. Дискретная математика, Сборник

задач, Комбинаторика, графы, вероятность. Учебное пособие. Харьков – 2008. 104 ст.

36. Носов В.А. Комбинаторика и теория графов. Москва – 1999. 112 ст.

37. Gilbert Strang “Introduction to Linear Algebra”, USA, Cambridge press, 5 nd Edition, 2016.

38. Grewal B.S. “Higher Engineering Mathematics”, Delhi, Khanna publishers, 42 nd Edition, 2012.

39. . Raxmatov R.R., Adizov A.A., Tadjibayeva Sh.E., Shoimardonov S.K. Chiziqli algebra va analitik geometriya. O‘quv qollanma. T., 2020.

40. Raxmatov R.R., Adizov A.A. “Chiziqli fazo va chiziqli operatorlar” O‘quv uslubiy qollanma. TATU, T., 2019.

41. Музафаров Х.А., Баклушин М.Б., Абдураимов М.Г. Математическое моделирование. Ташкент, Университет. 2002.

42. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М., Наука, 2005.

43. Xaydarov A., Kabiljanova F.A., Matyakubov A.S. Matematik modellashtirish asoslari. O‘quv qo‘llanma. Toshkent. 2023. 172 b.

44. Хайдаров А., Жумаев Ж., Шафиев Т.Р. Основы математического моделирования. Учебник. Бухара. 2022. 216 с.

45. O‘runbayev E., Murodov F. Kompyuter algebrasi tizimlarining amaliy tatbiqlari. – SamDU nashri – Samarqand, 2003, 96 b.

46. Usmonov B.SH., Habibullayev R.A. Oliy o‘quv yurtlarida o‘quv jarayonini kredit-modul tizimida tashkil qilish. O‘quv qo‘llanma. T.: “Tafakkur” nashriyoti, 2020 y. 120 b.

IV. Elektron ta’lim resurslari

1. www.edu.uz.
2. www.aci.uz.
3. www.ictcouncil.gov.uz.
4. www.lib.bimm.uz
5. www. Ziyonet. Uz
6. www.sciencedirect.com
7. www.acs.org
8. www.nature.com
9. http://www.kornienko-ev.ru/BCYD/index.html.