



FARG'ONA DAVLAT
UNIVERSITETI HUZURIDAGI
PEDAGOG KADRLARNI QAYTA
TAYYORLASH VA ULARNING
MALAKASINI OSHIRISH
MINTAQAVIY MARKAZI



**“KO'RGAZMALI GEOMETRIYA”
MODULI BO‘YICHA**

O‘QUV –USLUBIY MAJMUUA



**f-m.f.f.d., (PhD)
Mamadaliev B.**

2024

MUNDARIJA

I.	KIRISH.....	4
II.	ISHCHI DASTUR.....	8
III.	NAZARIY MASHG‘ULOTLAR MATERIALLARI.....	14
IV.	AMALIY MASHG‘ULOTLAR MATERIALLARI.....	50
V.	MODULNI O‘QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA’LIM METODLARI.....	76
VI.	GLOSSARIY	86
VII.	ADABIYOTLAR RO‘YXATI	91

KIRISH

Hozirgi zamon fanlari mazmuniga qarab uch qisimga (ijtimoiy, tabiiy va texnika fanlariga) bo`linadi. Bularning har biri o`ziga mos ko`pgina qo`shni fanlarni qamrab olib, butun bir sistemani tashkil qiladi. Matematika fanlar sistemasida muhim bir sohani tashkil qiladi va yunoncha “Ilm, fan” degan ma’noni anglatadi. Shuningdek matematika – qadimiy fanlardan biri bo`lib, boshqa arifmetika, geometriya, keyinchalik algebra, matematik analiz, analetik geometriya kabi fanlarni birin-ketin o`zida shakllantirib, ularni takomillashtirib bordi. Quyida matematika fanida kashfiyot qilgan olimlar faolyatini o`rganamiz. Bilamizki g`arbda eng qadimdan ilm-fan rivojlangan markazlardan biri bu Yunonistondir. Qadimgi Yunonistonda ilm-fanga qiziquvchilar ko`p bo`lganidan u yerdan haqiqiy olimlar yetishib chiqqan va shulardan biri bu antic davr matematik olimi Pifagordir. Pifagor (milloddan avvalgi, taxminan, 580-500 yillar)-qadimgi grek olimi, matematigi, faylasufi. Pifagor ba’zi rivoyatlarga qaraganda dindor bo`lgan. Pifagor diniy qarashlarining asosini matematika tashkil qiladi. Uning fikricha xudo olamni tartiblash uchun sonni yaratgan. Bir soni xudoning yagonaligini, qolgan barcha sonlar birgalikda olamni bildirgan. Bular ikkalasi hamkorlikda xudojo`y sonli garmoniyani tashkil qilishini aytgan. Pifagor ta’limotiga asosan son narsalarning mistik mohiyati hisoblanadi, matematik mavhumliklar olamda ma’lum tartib o`rnatib, uni oshkormas holda boshqaradi. Qisqasi, olamni sonlar va ulardan yaratilgan munosabatlar garmonik sistemasi tashkil qiladi. Bu g`oya Pifagor falsafasining asosini tashkil qiladi. U kimda-kim bu xudojo`y sonli garmoniyani o`rgansa, o`zi ham xudojo`y bo`ladi va abadiy yashaydi, degan mistik g`oyani ilgari surgan. Pifagorning ana shunday diniy qarashlari asosida uning haqiqiy matematik g`oyalari paydo bo`lgan. Pifagor ko`pgina muhim yangiliklarni yozib qoldiradi. Jumladan, uchburchak ichki burchaklarining yig`indisi haqidagi teorema, tekislikni muntazam ko`pburchak-larga (uchburchak, kvadrat, oltiburchak) ajratish mumkinligi haqidagi masalalar Pifagor tomonidan kashf qilingan. Geometriya Pifagor maktabi tomonidan fan sifatida asoslandi. Ular geometriyani arifmetika bilan bog`laganlar va kvadrat tenglamaga olib keladigan

masalalarni geometrik usulda yechganlar. Pifagor birinchi bo`lib geometriya kursiga sistematik isbot qilish usuluni kiritib, uni abstrakt fan darajasigacha ko`tardi. To`g`ri chiziqli shakllar garmonyasini tuzib, o`xshashlik haqidagi ta`limotni yaratdi. Ayniqsa, u to`g`ri burchakli uchburchak shaklidagi figuraning biror tomoni uzunligini amalda o`lchash mumkin bo`lmasa, uni qolgan ikki tomon uzunliklari orqali aniqlovchi teoremani isbot qildi. Bu teorema Pifagor nomi bilan atalib, uning dovrug`ini butun olamga yoydi. So`zim orasida shuni keltirib o`tmoqchimanki qadimda Yunonistonda bir olim biron-bir yangilik yoki kashfiyot qilganida uning kashfiyotiga bir buqa so`yilar va ushbu kashfiyot xalqqa ma`lum qilinar edi, ammo Pifagor o`zining yuqoridagi teoremasini yaratganda unga atab 40 ta buqa so`yilgan ekan. Bundan ko`rinib turibdike Pifagor qadimgi davrning buyuk kashfiyotlaridan birini qilgan. Keyinchalik bu teorema Ferma ulug` teoremasini kashf qilinishiga olib keldi. Yana bir buyuk qomusiy olim bu Al-Xorazmiydir. Al-Xorazmiy matematika sohasida izlanishlar olib borib ko`p yutuqlarga erishgan. Al-Xorazmiy Abu Abdullo Muhammad ibn Muso(783-850)-buyuk matematik, astranom, geograf. Al Xorazmiy o`z davrida idealistik g`oya hukumronligiga qaramay, fanning mashaqqatli yo`llaridan yurib, ilg`or ijtimoiy, falsafiy tafakkurga keng yo`l ochib, matematikaga doir o`lmas kashfiyotlar yaratdi. U ijodini fan taraqqiyotiga bag`ishlab ilg`or g`oyalarni dunyo xalqlariga yetkazishga intildi. Al-Xorazmiy yozgan asarlardan bizgacha o`ntasi yetib kelgan. SHulardan ikkitasi algebra va arfmetikaga bag`shlangan bo`lib, fan tarixida muhim rol o`ynagan. Taniqli tadqiqotchi D.Sarton ta`biri bilan aytganda u: “O`z davrining eng buyuk matematigi va ko`p xolatlarni hisobga olganda barcha davrlarning matematiklarining eng buyuklarining biri” bo`lib fan tarixida muhim kashfiyotlari bilan so`nmas mash`alga aylandi. Xorazmiyning XII asrda lotin tiliga tarjma qilingan “Arfmetika” (“Kitob filhisob al hind”) asari yevropaliklarni hind raqamlari, pozitsion o`nlik sanoq sistemasi bilan tanishtirdi va uning boshqa sanoq sistemalariga nisbatan afzalligini ko`rsatdi. Butun va kasr sonlar ustida amallar bajarish va kvadrat ildiz chiqarish usuluni keltirdi. Xorazmiy shunday deydi: Imom Ma`munning fanga qiziqishi va bu sohadagi olimlarning ishlarida uchraydigan

qiyinchiliklarga yordam berishi kabi fazilatlari meni hisoblash haqida qisqacha asar yozishga da'vat etdi. Bu asarni yozishda o'quvchilar uchun tushunarli, yengil, foydali va kishilar o'rtasidagi muammo- larda hisoblash ishini osonlashtirishga yordam beradigan, ayniqsa meros taqsim qilishda, bitim tuzishda, savdo ishlarida, yer o'lchash va shunga o'xshash boshqa hisoblashlarda qo'llanma bo'lishini maqsad qildim deb yozgan. Xorazmiy yozgan "Arifmetika traktatlari", "Algebra", "Hindlar astranomik jadvalidan chiqarish"- "Sadiant", "Tuzatilgan Ptolemey vatarlar jadvalidan chiqarish" kabi asarlarida arifmetik, algebraik va geometrik materiallarni sistemalashtirdi. Qisqasi Xorazmiy Bobil, Yunon, Hind, Misr matematiklari qoldirgan boy merosni chuqur o'rganib, tahlil qilib, sistemalashtirib, rivojlantirib kelajak avlodga taqdim etdi. Haqiqatda Osiyo va Yevropa olimlari, Jumladan Beruniy, Ibn Sino, Umar Hayyom va boshqalar algebrani AlXorazmiy kitoblaridan o'rgandilar. Sharq ilm-fani siymolaridanyana biri bu Umar Hayyomdir. Umar Hayyom-G'iyosiddin Abdulfath Umar Ibrohim al Hayyom (taxminan 18.5 1048-1123) faylasuf, astronom, matematik, fors-tojik shoiri. Hayyom matematikani o'rganib, uning taraqqiyotiga muhim hissa qo'shdi. U tenglamalarni tahlil qilib, ularni 25 ko'rinishga ajratdi, uchinchi darajali tenglamalarni Yechish haqida fikr yuritdi. Uchinchi darajali tenglamalarni 14 sinfga ajratib, ularni Yechish usullarini, yechimlarining chegarasini, musbat yechimlar sonini aniqlash kabi masalalarni hal qildi. Hayyom ikki had yig'indisining kvadrati va kubi formulalariga asoslanib, butun musbat sonlardan kvadrat va kub ildiz chiqarish hind usulining isbotini, ularni har qanday butun ko'rsatkich uchun tadbiq qilish mumkinligini, irratsional sonlarning boshqa sonlar bilan teng huquqli ekanligini, geometriyani algebra bilan bog'lashni, algebraik masalalarni geometrik usulda Yechishni va boshqa muammolarni fanga birinchi bo'lib kiritdi. U Nyuton binomini bilardi, chunki uning asarlarida binomial koeffitsientlarni hisoblashga doir misollar uchraydi. Hayyom, parallel to'g'ri chiziqlar nazaryasini o'rganib, parallellik aksiomasi haqida fikr yuritdi. Uning fikrlari keyinchalik N.V Lobachevskiy tomonidan quvvatlandi. Hayyomning bilib doirasi keng ekanligini hisobga olib, Saljuq sultoni Malikshoh uni saroy olimi

darajasigacha ko'tardi va unga kalendar tuzishni topshirdi. Uning tuzgan kalendari (1079) amalda qo'llanmay qolgan bo'lsa ham, yevropada undan 500 yil keyinroq qabul qilingan va hozirgi kungacha amalda qo'llanilayotgan Grigorian kalendaridan ancha-muncha aniq bo'lgan. SHuni unitmaslik kerakki matematika fanida intuitsiyaning roli nihoyatda katta. SHunday olimlar borki, ular amalyot, fan qo'ygan yirik muammoni Yechish uchun qaysi yo'llar bilan borish lozimligini, har bir yo'lda qanday qiyinchiliklar bo'lishi mumkinligini oldindan ko'ra oladilar. Ana shunday ajoyib fazilat-tabiiy istedotning muhim qirrasini-rivojlangan intuitsiya yirik olimlarga xos. Shu xislatga ega bo'lgan olimlardan yana biri bu mashhur hind matematigi Sirinivasa Ramanujan (1887-1920). U tug'ma talant va o'ziga xos fikirlash sohibi, chuqur ilmiy intuitsiyaga ega ajoyib matematik edi. Ramanujan, aytish mumkinki, matematikani mustaqil egalladi. Uning topgan formulalari haqiqiy san'at asarlari kabi nihoyatda chiroyli bo'lib, kishiga zavq bag'ishlaydi. Uning bu formulalarni qanday qilib topa olganligi mashhur matematiklarni hali ham hayratga soladi... Ramanujan taniqli ingliz matematigi Xardi bilan aloqa bog'laydi. Angilyaga borib u bilan birga sermahsul ilmiy ish qiladi. 31 yoshida Ramanujan hindlardan birinchi bo'lib Angilya fanlar akademiyasiga saylanadi. Kembrdj universitetining professori bo'ladi. Ramanujan maktabda o'qib yurgan yillaridayoq ajoyib formulalarni topgan. Xulosa qiladigan bo'lsak matematika hozirgi kungacha ancha bosqichlarni bosib o'tib, rivojlanib keldi bu davrgacha dunyoning turli davlatlari olimlari katta-katta kashfiyotlarni amalga oshirdi va bugungi kunda ham bunday ishlar davom etmoqda. Shaxsan o'zim ko'p yoshlardan bir gap eshitaman, u ham bo'lsa matematiga bog'liq ko'p narsalar oydin bo'lgan degan gaplardir ammo unday emas, sababi biz bilmagan hali juda ham ko'plab yangiliklar bordirki ular vaqt o'tgan sayn ochilib, yorqinlashib boradi. Ehtimol o'rta asr yoshlarida ham shunday qarashlar bo'lgandir lekin u zamonlardan beri ham nafaqat matematika balki fanning barcha turlarida ko'pdan-ko'p yangiliklar va nazaryalar bo'lmadi deysizmi. Shunday ekan aziz vatandoshlar inson hech qachon bir joyda turib qolmaydi u rivojlanadi. Maqolam so'ngida muxtaram birinchi Prezidentimizning "Beshikdan tobutgacha ilm izla" degan gaplarini keltirib misol

tariqasida ajdodlarimizni aytib o`tayin ul zotlar ilm axtarib Bog`dotdan Qoshg`argacha bo`lgan jamiki shaharlarni kezib u yerlardagi dong`i dunyoga ketgan ustozlardan talim olib, ilm o`rganib yurganlar.

ISHCHI DASTUR

KIRISH

Ushbu o‘quv – uslubiy majmua O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 7-fevraldagi “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi PF-4947-sonli Farmoni, 2018-yil 5-sentabr-dagi “Xalq ta‘limi tizimiga boshqaruvning yangi tamoyillarini joriy etish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-3931-sonli Qarori, shuningdek O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2017-yil 6-apreldagi “Umumiy o‘rta va o‘rta maxsus, kasb-hunar ta‘limining davlat ta‘lim standartlarini tasdiqlash to‘g‘risida”gi 187-sonli Qarori, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 29-apreldagi “O‘zbekiston Respublikasi Xalq ta‘limi tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5712-sonli farmonida belgilangan ustuvor vazifalar mazmunidan kelib chiqqan holda tuzilgan bo‘lib, u zamonaviy talablar asosida fan o‘qituvchilari malakasini oshirish jarayonlarining mazmunini takomillashtirish hamda ularning kasbiy kompetentligini oshirishni nazarda tutadi.

O‘quv-uslubiy majmua mazmuni OO‘U o‘qituvchilarini malakasini oshirish kurslarining 2023-yil uchun o‘quv-mavzu reja va dasturlarni tasdiqlash to‘g‘risida”gi buyrug‘i bilan tasdiqlangan namunaviy o‘quv dasturi asosida ishlab chiqilgan.

Dastur doirasida berilayotgan mavzular xalq ta‘limi tizimi pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish mazmuni, sifati va ularning tayyorgarligiga qo‘yiladigan malaka talablari va o‘quv rejasi asosida shakllantirilgan bo‘lib, matematika fani o‘qituvchilarini zamonaviy ta‘lim va innovasiya texnologiyalari, ilg‘or xorijiy tajribalardan foydalanish, axborot-kommunikasiya texnologiyalarini o‘quv jarayoniga keng tatbiq etish darajasini oshirish hisobiga ularning kasb mahorati va o‘quv-uslubiy faoliyatini sifatli tashkil etish kompetensiyalarini muntazam yuksaltirishni nazarda tutadi.

Kursning maqsadi va vazifalari.

Kursning maqsadi ta‘lim-tarbiya jarayonining samaradorligini oshirish uchun zarur bo‘ladigan kasbiy bilim, ko‘nikma va malakalarni muntazam yangilash, mustaqil amaliy faoliyatda qo‘llash, malaka talablari asosida ularning kasbiy kompetentligini rivojlantirishdan iborat.

Kursning **vazifalariga** quyidagilar kiradi:

- tinglovchilarga jamiyatda amalga oshirilayotgan ijtimoiy-iqtisodiy islohotlar va ta‘lim-tarbiya jarayonlarini tashkil etishning huquqiy-me‘yoriy asoslarini muntazam o‘rganish;

- matematika fanini o‘qitishda ilg‘or ta‘lim-tarbiya texnologiyalari va xorijiy tajribalarni o‘rganish;
- matematika o‘qituvchilarini texnik va kreativ fikrlash, intellektual qobiliyatlarini rivojlantirish;
- o‘quv jarayonini fan va ishlab chiqarish bilan samarali integratsiyasini ta‘minlashga qaratilgan faoliyatni tashkil etish;
- malaka talablariga mos holda matematika o‘qituvchilarining fanga doir kasbiy bilim, ko‘nikma, malaka va kompetensiyalarini innovatsion yondashuvlar asosida uzluksiz yangilab borish va rivojlantirish.

Kurs yakunida tinglovchilarning bilim, ko‘nikma va malakalari va kompetensiyalariga qo‘yiladigan talablar:

“Ko‘rgazmali geometriya” bo‘yicha tinglovchilarning bilim, ko‘nikma, malaka va kompetensiyalariga qo‘yiladigan talablar tegishli ta‘lim sohasi bo‘yicha pedagog kadrlarning malakasini oshirish mazmuni, sifati va ularning tayyorgarligi hamda kompetentligiga qo‘yiladigan yangilangan malaka talablari bilan belgilanadi.

Tinglovchi:

- O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta‘limi tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasida belgilangan ustuvor vazifalarni;
- Oliy ta‘limi vazirligining buyruqlarida belgilangan ta‘lim-tarbiya sohasidagi dolzarb vazifalarni;
- o‘qituvchi kasbiy faoliyatining mazmuni va xususiyatlariga qo‘yilayotgan zamonaviy talablarni va kasbiy kompetentlik va uni rivojlantirish omillarini;
- o‘quv dasturlari va individual ta‘lim yo‘nalishlari bo‘yicha mavzularni o‘qitishda pedagogik loyihalashni amalga oshirish;
- matematika fanidan milliy o‘quv dasturi maqsad va vazifalarini;
- loyiha, loyiha ishini tashkil qilishni;
- o‘quv jarayonida qo‘llaniladigan zamonaviy ta‘lim texnologiyalari, ularning xususiyatlari hamda matematikani o‘qitishdagi yondashuvlarni (shaxsga yo‘naltirilgan, AKT va boshqalar);
- o‘quv faoliyatini tashkil etish, diagnostika va sifatni baholashning zamonaviy metod va texnologiyalarini;
- matematikaning keng tatbiqlari haqida ochiq matematik ta‘lim resurslarini;
- turli xalqaro baholash tadqiqotlarining o‘ziga xos xususiyatlari va matematika fanidan topshiriq namunalari tahlili hamda ularni baholash mezonlarini;

- matematika faniga oid axborot va davriy nashrlar manbalaridan foydalanish va ularni o‘quvchilarga yetkaza bilishi;
- ta’lim jarayonining sifatini ta’minlash maqsadida ta’limning zamonaviy usul va texnologiyalarni qo‘llay olish;
- matematika fanidan o‘quvchilarda mulohaza yuritish, modellashtirish, muammoni hal qilish, matematika tilida muloqot qilish va ma’lumotlar bilan ishlash amaliy kompetensiyalarni shakllantirish;
- ochiq matematik ta’lim resurslaridan foydalanish;
- o‘quvchilarda kasbiy kompetensiyalarni shakllantirishda fanlararo integratsiyadan foydalanish;
- ta’lim-tarbiya jarayonining samaradorligini oshirish uchun zarur bo‘ladigan fanga oid bilim, ko‘nikma va malakalarni yangilash va mustaqil rivojlantirish ko‘nikmalariga;
- o‘qitish texnologiyalari va usullari, ulardan foydalanish jarayoni natijalarini tahlil qilish;
- matematikaga oid masalalarni, shu jumladan hayotiy masalalarini yecha olish;
- matematika o‘qitishda, shu jumladan ma’lumotlar, bog‘liqliklar, munosabatlar, jarayonlarning ko‘rgazmaliligini ta’minlovchi geometrik obyektlar, hisoblashlar, ma’lumotlarni qayta ishlash (statistika) bilan bog‘liq masalalarni yechishda foydalaniladigan asosiy kompyuter ilovalaridan foydalanish;
- loyiha-tadqiqot, shaxsiy yo‘naltirilgan faoliyat asosida o‘quv materialini o‘quvchilar tomonidan qulay o‘zlashtirilishi ta’minlashga yo‘naltirilgan turli ish shakllarini tashkil etish;
- o‘quvchilarda kompetensiyalarni shakllantirishda fanlararo bog‘lanishlardan foydalanish hamda matematik modellashtirish ko‘nikmalarini rivojlantirish,
- matematika fanidan o‘quvchilarning o‘zlashtirgan bilim, ko‘nikma va kompetensiyalarini baholash.

KO'RGAZMALI GEOMETRIYA

№	Modul mavzulari	Hammasi	Jami o'quv yuklamasi
1	Geometriya predmeti va usullari. Sirt ichki va tashqi geometriyasi. Koordinatalar sistemasi va uning geometriyadagi o'rni	2	4
2	Geometriyaning zamonaviy yo'nalishlari va muammolari. Elementar geometriyaning asosiy elementlari va ularga doir masalalar. Tekislikdagi geometriyaga doir masalalar.	2	2
3	Ko'pyoqlilar va ularning turlari. Ko'pyoqlik yo'yilmasi. Ko'pyoqlilar bilan sirtga yaqinlashishga doir masalalar.	2	2
4	Masofa, yusa va hajm bilan bog'liq masalalar. Sirtida metrikaga doir masalalar. Vektorlar. Vektor funksiyalar. Noyevklid geometriyaga doir masalalar	2	2
Jami:		8	10

NAZARIY MASHG'ULOTLAR MAZMUNI

1-mavzu: Geometriya predmeti va usullari. Sirt ichki va tashqi geometriyasi. Koordinatalar sistemasi va uning geometriyadagi o'rni. (2 soat ma'ruza)

Geometriya predmeti va usullari. Sirt ichki va tashqi geometriyasi. Koordinatalar sistemasi va uning geometriyadagi o'rni

2-mavzu: Geometriyaning zamonaviy yo'nalishlari va muammolari. Elementar geometriyaning asosiy elementlari va ularga doir masalalar. Tekislikdagi geometriyaga doir masalalar. (2 soat ma'ruza)

Geometriyaning zamonaviy yo'nalishlari va muammolari. Elementar geometriyaning asosiy elementlari va ularga doir masalalar. Tekislikdagi geometriyaga doir masalalar

3-mavzu: Ko'pyoqlilar va ularning turlari. Ko'pyoqlik yo'yilmasi. Ko'pyoqlilar bilan sirtga yaqinlashishga doir masalalar. (2 soat ma'ruza)

Ko'pyoqlilar va ularning turlari. Ko'pyoqlik yo'yilmasi. Ko'pyoqlilar bilan sirtga yaqinlashishga doir masalalar.

4-mavzu: Masofa, yusa va hajm bilan bog'liq masalalar. Sirtida metrikaga doir masalalar. Vektorlar. Vektor funksiyalar. Noyevklid geometriyaga doir masalalar. (2 soat ma'ruza)

Masofa, yusa va hajm bilan bog'liq masalalar. Sirtida metrikaga doir masalalar. Vektorlar. Vektor funksiyalar. Noyevklid geometriyaga doir masalalar

AMALIY MASHG'ULOTLAR MAZMUNI

1-mavzu: Geometriya predmeti va usullari. Sirt ichki va tashqi geometriyasi. Koordinatalar sistemasi va uning geometriyadagi o'rni. (4 soat amaliy mashg'ulot)

Geometriya predmeti va usullari. Sirt ichki va tashqi geometriyasi. Koordinatalar sistemasi va uning geometriyadagi o'rni

2-mavzu: Geometriyaning zamonaviy yo'nalishlari va muammolari. Elementar geometriyaning asosiy elementlari va ularga doir masalalar. Tekislikdagi geometriyaga doir masalalar. (2 soat amaliy mashg'ulot)

Geometriyaning zamonaviy yo'nalishlari va muammolari. Elementar geometriyaning asosiy elementlari va ularga doir masalalar. Tekislikdagi geometriyaga doir masalalar.

3-mavzu: Ko'pyoqlilar va ularning turlari. Ko'pyoqlik yo'yilmasi. Ko'pyoqlilar bilan sirtga yaqinlashishga doir masalalar.

(2 soat amaliy mashg'ulot)

Ko'pyoqlilar va ularning turlari. Ko'pyoqlik yo'yilmasi. Ko'pyoqlilar bilan sirtga yaqinlashishga doir masalalar.

4-mavzu: Masofa, yusa va hajm bilan bog'liq masalalar. Sirtida metrikaga doir masalalar. Vektorlar. Vektor funksiyalar. Noyevklid geometriyaga doir masalalar. (2 soat amaliy mashg'ulot)

Masofa, yusa va hajm bilan bog'liq masalalar. Sirtida metrikaga doir masalalar. Vektorlar. Vektor funksiyalar. Noyevklid geometriyaga doir masalalar

AMALIY MASHG'ULOTLARNI TASHKIL ETISH MAZMUNI

Amaliy mashg'ulotlarda tinglovchilar o'quv modullari doirasidagi ijodiy topshiriqlar, keyslar, o'quv loyihalari, texnologik jarayonlar bilan bog'liq vaziyatli masalalar asosida amaliy ishlarni bajaradilar.

Amaliy mashg'ulotlar zamonaviy ta'lim uslublari va innovatsion texnologiyalarga asoslangan holda o'tkaziladi. Bundan tashqari mustaqil holda o'quv va ilmiy adabiyotlardan, elektron resurslardan, tarqatma materiallardan foydalanish tavsiya etiladi.

NAZARIY MASHG‘ULOT MATERIALLARI

1-mavzu: Geometriya predmeti va usullari. Sirt ichki va tashqi geometriyasi.

Koordinatalar sistemasi va uning geometriyadagi o‘rni

Reja

1.Geometriya predmeti va usullari.

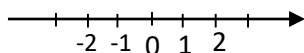
2. Sirt ichki va tashqi geometriyasi.

3.Koordinatalar sistemasi va uning geometriyadagi o‘rni

“Analitik geometriya predmeti ham sodda ham murakkab fandir. Uning g‘oyalari va metodlari (uslublari) matanaliz va algebra metodlaridan ancha soddaroqdir. Kursning murakkabligi, u, brinchidan xajm jixatdan kattadir. Unda ko‘p tushunchalar kiritiladi, ko‘p sondagi formulalar va tenglamalar keltirib chiqariladi. Ularni talabalar tushunishi, esda saqlashi va masalalar echishga tatbiq eta olishi kerak. Formulalarning mo‘lligi bu formulalarning ichki mazmunini qarashga, ularning ichki mazmunlari bo‘yicha eslab qolishga majbur etadi. Ma'lumki, nazariyani o‘rganishni amaliyotdan ajratib qo‘yish, masalalar etishdan ajratib qo‘yish yaramaydi. Geometrik materialni ongli o‘zlashtirish hamma vaqt masalalar echish bilan amalga oshiriladi.

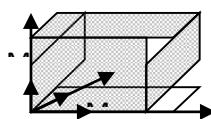
Analitik geometriya, ta’riflarga ko’ra chiziq va sirtlarning tenglamalarini tuzish, tuzilgan tenglamalarni tekshirib, chiziqning yoki sirtning geometrik xossalarni aniqlash bilan shug’ullanadi. Aniqlangan xossalardan foydalanib, tanlangan kordinata sistemasida chiziq va sirtlarning grafiklari quriladi. Vektorlar algebrasi bo‘limi analitik geometriyaning qiyin bo‘limlaridan biridir. Bu bo‘lim mazmuni bo‘yicha anchagina abstraktdir. Shu sababli ba’zi talabalar bu bo‘limni qiyinroq o‘zlashtiradilar. Vektor tushunchasining o‘zi ham, vektorlar ustida bajariladigan amallar ham, bu amallarning xossalarni keltirib chiqarish ham abstraktdir. Lekin, shu bilan birga vektorlar algebrasining apparatidan analitik geometriyada keng foydalaniladi. Shuning uchun vektorlar algebrasining asosiy

tushunchalari va amallarini puxta o‘zlashtirmay turib, keyingi bo‘limlar materiallarini o‘rganishga o‘tib bo‘lmaydi.



Ta’rif: Fazoda affin kordinatalar sistemasi deb bir nuqtadan chiquvchi va bir tekislikda yotmovchi, qaysi qaysi biri birinchi, qaysi biri ikkinchi va qaysi biri uchinchi ekani ko‘rsatilga uchta to‘g‘ri chiziq va ulardan O nuqtadan boshlab, ajratilgan $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$

birlik vektorlar majmuini aytiladi.

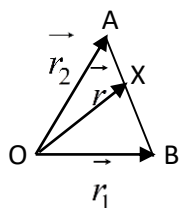


Yuqoridagi to‘g‘ri chiziqlar kordinata o‘qlarini tashkil etib, ularning birini OX – absissa, ikkinchisini OY – ordinata, uchinchisini OZ – applikata o‘qlari deyiladi.

Fazodagi nuqtalarni affin kordinatini aniqlash uchun bu nuqtadan kordinata tekisliklariga paralel tekisliklar o‘tkazamiz.

Shunday qilib fazo nuqtalari to‘plami bilan haqiqiy sonlardan tartiblangan uchliklari to‘plami orasida bir qiymatli moslik o‘rnatiladi.

Masala: AB kesmani $\frac{\lambda}{\mu}$; ($\mu \neq 0$) nisbatda bo‘luvchi X nuqtani toping.



Yechish: A (x₁, y₁, z₁); B (x₂, y₂, z₂); X (x, y, z). $\frac{|\overrightarrow{AX}|}{|\overrightarrow{XB}|} = \frac{\lambda}{\mu}$

$$\overrightarrow{AX} = \vec{r} - \vec{r}_1; \quad |\overrightarrow{XB}| = \vec{r}_2 - \vec{r}; \quad \frac{\vec{r} - \vec{r}_1}{\vec{r}_2 - \vec{r}} = \frac{\lambda}{\mu};$$

$$\mu\vec{r} - \mu\vec{r}_1 = \lambda\vec{r}_2 - \lambda\vec{r}$$

$$(\lambda + \mu)\vec{r} = \lambda\vec{r}_2 + \mu\vec{r}_1$$

$$\vec{r} = \frac{\lambda\vec{r}_2 + \mu\vec{r}_1}{\lambda + \mu} \quad (*); \quad x = \frac{\vec{x}_1 + \lambda\vec{x}_2}{1 + \lambda}; \quad y = \frac{\vec{y}_1 + \lambda\vec{y}_2}{1 + \lambda}; \quad z = \frac{\vec{z}_1 + \lambda\vec{z}_2}{1 + \lambda} \quad (*');$$

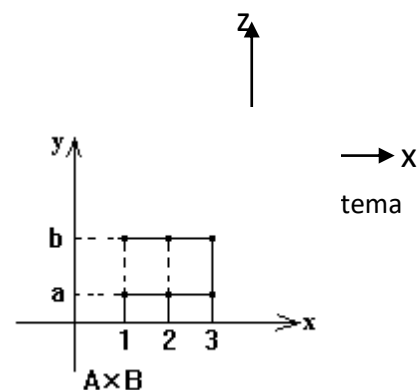
$$\mu = 1; \quad x = \frac{\vec{x}_1 + \lambda\vec{x}_2}{1 + \lambda}; \quad y = \frac{\vec{y}_1 + \lambda\vec{y}_2}{1 + \lambda}; \quad z = \frac{\vec{z}_1 + \lambda\vec{z}_2}{1 + \lambda} \quad (**);$$

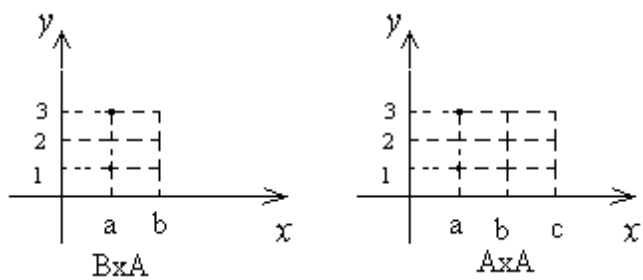
$$\frac{\lambda}{\mu} = 1; \quad x = \frac{\vec{x}_1 + \vec{x}_2}{2}; \quad y = \frac{\vec{y}_1 + \vec{y}_2}{2}; \quad z = \frac{\vec{z}_1 + \vec{z}_2}{2} \quad (**');$$

Agar birlik vektorlarning har ikkitasi o'zaro perpendikulyar bo'lib, ularning uzunliklari bir – biriga teng va birga teng bo'lsa, sistemani Dekart kordinatalar sistemasi deyiladi. Biz keltirib o'tgan yuqoridagi mulohazalar bu sistema uchun ham o'rinlidir.

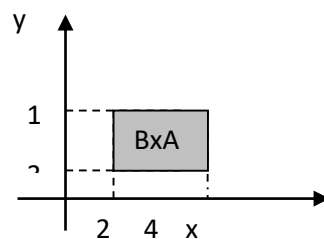
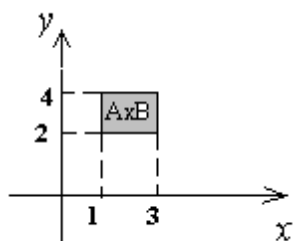
Dekart sistemasida kordinata tekisliklari fazoni 8 ta oktantga bo'ladi.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x	+	-	-	+	+	-	-	+
y	+	+	-	-	+	+	-	-
z	+	+	+	+	-	-	-	-

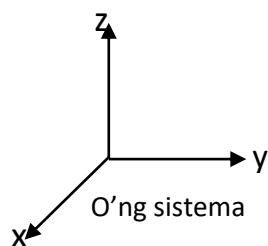




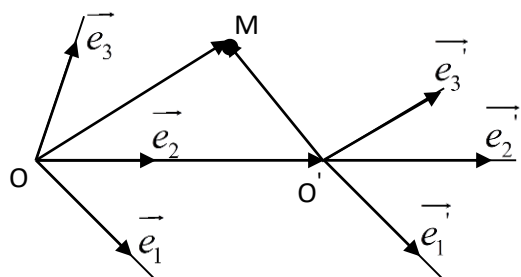
3-rasm.



4-rasm.



Kordinata almashtirishlar.



Bizga “eski” $Oxyz$ va “yangi” $O'x'y'z'$ affin kordinatalar sistemasi berilgan bo'lsin.

Fazodagi M nuqtaning “eski” kordinatalarini x, y, z , “yangi” Kordinatalarini x', y', z' deb olamiz.

“Yangi”ning kordinata boshi va birlik vektorlari “eski”ga nisbatan

$$O'(a, b, c); \quad \vec{e}_1 \{c_{11}, c_{12}, c_{13}\}; \quad \vec{e}_2 \{c_{21}, c_{22}, c_{23}\}; \quad \vec{e}_3 \{c_{31}, c_{32}, c_{33}\};$$

$$\vec{OM} = \vec{OO'} + \vec{O'M} \quad (1);$$

$$OM \{x; y; z\} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3;$$

$$\vec{OO'}\{a; b; c\} = a\vec{e}_1 + b\vec{e}_2 + c\vec{e}_3;$$

$$\begin{aligned} \vec{O'M}\{x'; y'; z'\} &= a\vec{e}_1 + b\vec{e}_2 + c\vec{e}_3 = x'(c_{11}\vec{e}_1 + c_{12}\vec{e}_2 + c_{13}\vec{e}_3) + \\ &+ y'(c_{21}\vec{e}_1 + c_{22}\vec{e}_2 + c_{23}\vec{e}_3) + z'(c_{31}\vec{e}_1 + c_{32}\vec{e}_2 + c_{33}\vec{e}_3) = \\ &= (c_{11}x' + c_{21}y' + c_{31}z')\vec{e}_1 + (c_{12}x' + c_{22}y' + c_{32}z')\vec{e}_2 + (c_{13}x' + c_{23}y' + c_{33}z')\vec{e}_3; \end{aligned}$$

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} x = c_{11}x' + c_{21}y' + c_{31}z' + a \\ y = c_{12}x' + c_{22}y' + c_{32}z' + b \\ z = c_{13}x' + c_{23}y' + c_{33}z' + c \end{cases} \quad (2)$$

(2) umumiy hol ya'ni– burish va paralel ko'chirish, almashtirish formulasidir.

Agar kordinata o'qlarining yo'nalishi o'zgartirilmay

kordinata boshi ko'chirilsa, (2) ni ko'rinishi (2') ga o'zgaradi.

$$\begin{cases} x = x' + a \\ y = y' + b \\ z = z' + c \end{cases} \quad (2')$$

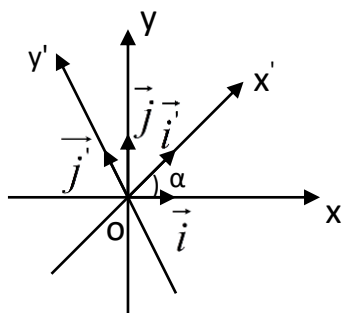
$$\begin{cases} x = c_{11}x' + c_{21}y' + c_{31}z' \\ y = c_{12}x' + c_{22}y' + c_{32}z' \\ z = c_{13}x' + c_{23}y' + c_{33}z' \end{cases} \quad (2'')$$

Agar kordinata boshi ko'chirilmay o'qlarning yo'nalishi

o'zgartirilsa, (2) ni ko'rinishi (2'') ga o'zgaradi.

Dekart kordinatalar sistemasini affin kordinatalar sistemasining xususiy holi ekanidan yuqoridagi mulohazalar dekart kordinatalar sistemasi uchun ham o'rinli.

Quyida tekislikda(dekart) burish formulasini keltiramiz.



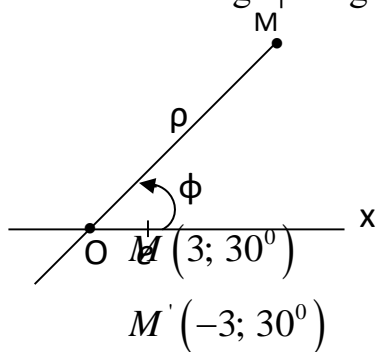
$$c_{11} = \vec{i}; c_{12} = \vec{j}; \vec{i}' = \{\cos \alpha; \sin \alpha\};$$

$$\vec{j}' = \{\cos(90^\circ + \alpha); \sin(90^\circ + \alpha)\};$$

$$\begin{cases} x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha \\ y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha \end{cases} \quad (2''')$$

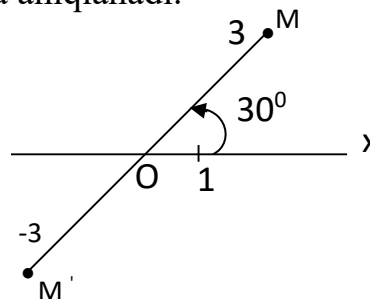
Qutib. Qutib slindrik, qutib sferik kordinatalar sistemasi.

Dastlab tekislikda qutib sistemasini firitamiz. Qutib kordinatalar sistemasi qutib boshi O nuqta, qutib o'qi Ox, birlik kesma e va Ox ni O nuqta atrofida burish burchagi φ ning berilishi bilan to'la aniqlanadi.

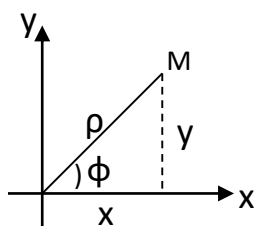


$$0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$0 < \rho < \infty$$



Agar ρ manfiy qiymatlarni ham qabul qilsa, **sistemani umumlashgan** deyiladi.

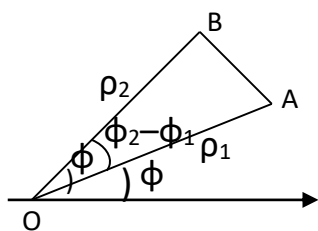


$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi \\ y = \rho \sin \varphi \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \varphi = \arctg \frac{y}{x} \end{cases} \quad (2)$$

(1) qutibdan sistemasidan dekartga; (2) esa dekart sistemasidan qutib sistemasiga o'tish formulasi.

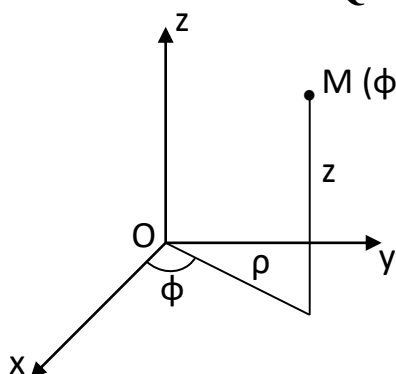
Ikki nuqta orasidagi masofa.



$$AB = \sqrt{\rho_1^2 + \rho_2^2 - 2\rho_1\rho_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad (3)$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \rho_1 \rho_2 |\sin(\varphi_2 - \varphi_1)| \quad (4)$$

Qutib slindrik kordinatalar sistemasi.



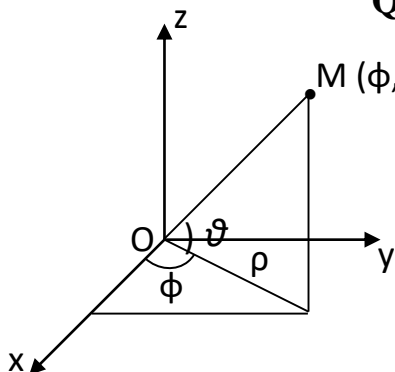
φ – azimit.

ρ – uzoqlik.

z – balandlik.

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi \\ y = \rho \sin \varphi \\ z = z \end{cases}$$

Qutib sferik kordinatalar sistemasi.



$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi \\ y = \rho \sin \varphi \\ z = \rho \sin \theta \end{cases}$$

Tekislikda chiziq tenglamasi.

$F(x, y)=0$ (1) berilib, kordinati (1) ni qanoatlantiruvchi nuqtalar biror Φ chiziqda yotsa, va aksincha Φ chiziqni har bir nuqtasining kordinati (1) ni qanoatlantirsa, u holda (1) ni Φ ning tenglamasi deyiladi.

Misol: Markazi $O(a, b)$ va radiusi R bo'lgan aylana tenglamasini tuzaylik.

$M(x, y)$ – oqim nuqta. Aylanadagi istalgan vaziyatdagi nuqtani olish nuqtasi – olish huquqi.

$(OM)=R$ $y=f(x)$ – oshkor; $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ – oshkor emas.

Bazan chiziqli tenglama ko'rinishi parametr ko'rinishida ham bo'lishi mumkin.

$$x^2 + y^2 = R^2 \begin{cases} x = R \cos \varphi; \\ y = R \sin \varphi; \end{cases}$$

Tekislikda to'g'ri chiziqning turli tenglamalari.

Tekislikda to'g'ri chiziqni burish usullari:

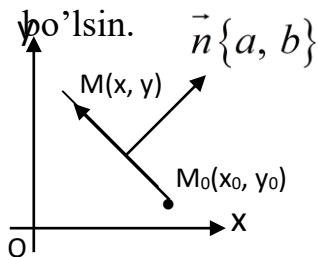
1. Tayin $M_0(x_0, y_0)$ nuqtasi va to'g'ri chiziqqa perpendikulyar $\vec{n}\{a, b\}$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) vektorning berilishi bilan;
2. Tayin $M_0(x_0, y_0)$ nuqtasi va yo'naltiruvchi $\vec{a}\{a_1, a_2\}$ vektorining berilishi bilan;
3. Turlicha ikkita $M_1(x_1, y_1)$ va $M_2(x_2, y_2)$ nuqtasining berilishi bilan;
4. Kordinata o'qlaridan ajratgan a, b kesmalarining berilishi bilan;
5. Burchak koefitsienti k , ordinata o'qidan ajratgan kesmasi e ning berilishi bilan.

Tayin nuqnasi – berilgan to'g'ri chiziqda yotuvchi berilgan nuqta.

Yo'naltiruvchi vektor– berilgan to'g'ri chiziqda yotuvchi, yoki unga paralel vektor.

To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi va uni tekshirish.

Aytaylik $M_0(x_0, y_0)$ nuqtasi va unga perpendikulyar $\vec{n}\{a, b\}$ vektori berilgan bo'lsin.



$M(x, y)$ ni to'g'ri chiziqning qayeridan olsak ham $\overrightarrow{M_0M} \perp \vec{n}$ lik sharti saqlanadi.

$$\overrightarrow{M_0M} \cdot \vec{n} = 0; \quad a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

$$ax + by + \underbrace{(-ax_0 - by_0)}_c = 0; \quad ax + by + c = 0 \quad (1)$$

(1) tenglik hosil qilamiz.

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \end{cases} \quad (2')$$

Kordinati (1) ni qanoatlantiruvchi nuqta to'g'ri chiziqda yotishini ko'rsatish mumkin.

(1) ni **to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi** deyiladi.

Xossalari:

1°. $a = 0$; $by + c = 0 \square Ox$ Ox o'qiga paralel o'tadi;

2°. $b = 0$; $ax + c = 0 \square Oy$ Oy o'qiga paralel o'tadi;

3°. $c = 0$; $ax + by = 0 \in (o, o)$ kordinata boshidan o'tadi;

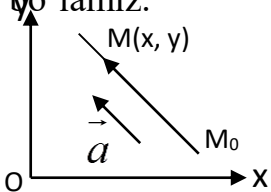
4°. $a = 0$; $c = 0$; $by = 0$; $y = 0(Ox)$ Ox o'qi bilan ustma – ust tushadi;

5°. $b = 0$; $c = 0$; $ax = 0$; $x = 0(Oy)$ Oy o'qi bilan ustma – ust tushadi;

6°. $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0(Oxy)$ bu holda grafigini chizmasdan avval xullosa qilib bo'lmaydi.

To'g'ri chiziqning kanonik va parametrik tenglamalari.

Korilayotgan to'g'ri chiziqning $M_0(x_0, y_0)$ tayin nuqtasi va yo'naltiruvchi vektori $\vec{a} \{a_1, a_2\}$ berilgan bo'lsin, u holda to'g'ri chiziqning quydagicha tenglamasiga ega bo'lamiz.



$M(x, y)$ – oqim nuqtani to'g'ri chiziqning qayeridan olsak ham $\overrightarrow{M_0M}$ va \vec{a} vektorlar o'zaro kollinearlik shartini saqlaydi. Demak ularning mos kordinatalari o'zaro proporsionaldir.

$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = t \quad (2)$$

(2) — to'g'ri chiziqning kanonik tenglamasi deyiladi.

Undan x va y o'zgaruvchilarni alohida holda topsak, quydagiga ega bo'lamiz:
(2') to'g'ri chiziqning parametrik tenglamasi deyiladi.

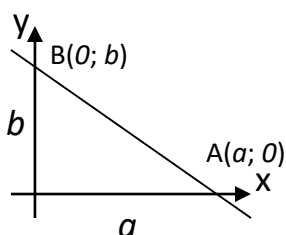
Ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi. To'g'ri chiziqning kesmalar bo'yich tenglamasi.

Turlicha ikkita $M_1(x_1, y_1)$ va $M_2(x_2, y_2)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzaylik. Bulardan biri masalan M_1 ni tayin nuqta $\overrightarrow{M_1M_2}$ ni yo'naltiruvchi vektor desak, bu ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi (2)

ga ko'ra quydagiga eg bo'lamiz: $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$ (3) — ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi.

Kordinata o'qlaridan a va b kesmalar ajaratuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzamiz.

Izlangan to'g'ri chiziq $A(a; 0)$ va $B(0; b)$ nuqtalardan o'tgani uchun (3) ga ko'ra:



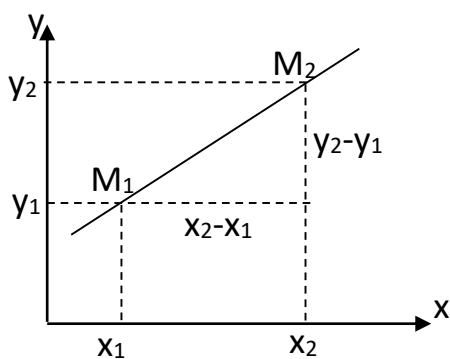
$$\frac{x-a}{0-a} = \frac{y-0}{b-0}; \quad b(x-a) = -ay;$$

$$bx + ay = ab \quad / : ab; \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad (4)$$

To'g'ri chiziqning burchak koeffisientlar bo'yich tenglamasi.

$ax+by+c=0$ ifodada $b \neq 0$ shart o'ringa ega bo'lsin.

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \quad k = -\frac{a}{b}; \quad l = -\frac{c}{b}; \quad y = kx + l \quad (5)$$



$$(5) \Rightarrow y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1 \quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1};$$

$$y = \operatorname{tg} \alpha x + l \quad (5')$$

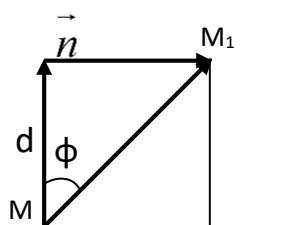
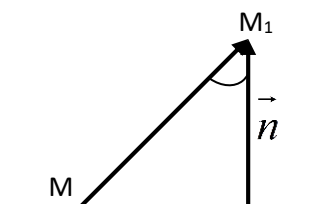
$\vec{n}\{a, b\}, \vec{a}\{b, -a\}$ – to'g'ri chiziqning umumiy ko'rinishdagi tenglamasidan parametrik ko'rinishdagi tenglamasiga o'tish.

**To'g'ri chiziqning normal tenglamasi. Nuqtadan
to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa.**

$ax+by+c=0$ (1) ifoda berilib, $a^2 + b^2 = 1$ bo'lsa, (1) ni normal deyiladi. (1) ni normal holga keltirish uchun normallashtiruvchi ko'paytuvchi $M = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ga ko'paytirish kerak. Natijada u quydagi ko'rinishga keladi:

$$\frac{ax+by+c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 0 \quad (6) \quad \text{— to'g'ri chiziqning normal tenglamasi.}$$

$$M_1(x_1, y_1) \notin (6) \Rightarrow \acute{a} = \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \neq 0 \quad (*)$$



$$(6) - (*) \Rightarrow \vec{a} = \frac{a(x_1 - x)}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{b(y_1 - y)}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \vec{n}_1 \left\{ \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right\} \times$$

ikki vektorning

$$\times \overrightarrow{MM_1} \{x_1 - x; y_1 - y\} = |\vec{n}| |\overrightarrow{MM_1}| \cos(\vec{n}_1 \wedge \overrightarrow{MM_1}) = |\overrightarrow{MM_1}| \cos \varphi = d$$

skalyar ko'paytmasi

To'g'ri chiziqlar dastasi. Ikkita to'g'ri chiziq orasidagi burchak.

To'g'ri chiziqlar dastasi deb, – bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar sistemasiga aytiladi.

Bizga kesishuvchi
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c = 0 (*) \\ a_2x + b_2y + c = 0 (**) \end{cases}$$
 to'g'ri chiziqlar berilgan bo'lsin. (*)

ni α ga (**) ni esa μ ga ko'paytirib qo'shsak, $(\lambda a_1 + \mu a_2)x + (\lambda b_1 + \mu b_2)y + (\lambda c_1 + \mu c_2) = 0$ (8) ga ega bo'lamiz. (*) va (**) ni qanoatlantirgan nuqta (8) ni ham qanoatlantiradi.

(8) dagi x va y larning koeffisientlari bir vaqtda nol bo'lgani uchun u to'g'ri chiziqlar dastasining tenglamasi deyiladi.

$$\cos \varphi = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \quad (9) \quad \text{— to'g'ri chiziqlar dastasidagi ikkita to'g'ri chiziq orasidagi burchak formulasi.}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2} \right|$$

Fazoda sirt va chiziq tenglamasi.

$F(x, y, z) = 0$ (1) berilib, kordinati (1) ni qanoatlantiruvchi nuqtalar biror Φ sirtda yotsa, va aksincha Φ sirtdagi har bir nuqtaning kordinati (1) ni qanoatlantirsa, u holda (1) ni Φ sirtning tenglamasi deyiladi.

Misol: Markazi $O(a, b, c)$ nuqtada va radiusi R bo'lgan sfera tenglamasini tuzaylik.

$$M(x, y, z) \text{ oqim nuqta. } |OM| = R;$$

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2} = R$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \text{ — sfera tenglamasi.}$$

Chiziq tenglamasining darajasi shu **chiziqning tartibini** aniqlaydi.

Kordinata almashtirishda chiziqning tartibi o'zgarmaydi.

$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) \\ z = f_3(t) \end{cases}$$

Fazoda chiziq yoki sirtning tenglamasi parametrik ko'rinishda bo'lishi ham mumkin:

$$\begin{cases} F_1(x, y, z) = 0 \\ F_2(x, y, z) = 0 \end{cases}$$

Shuningdek fazoda chiziq ikkita sirtning kesishmasi

ko'rinishida ham berilishi mumkin:

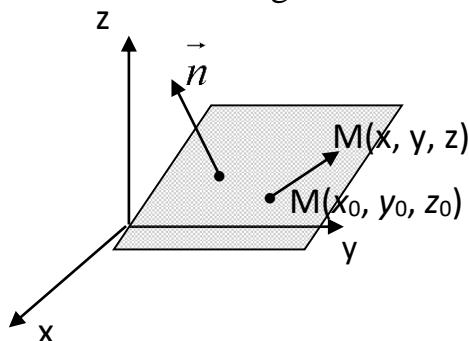
Fazoda tekislikning turli tenglamalari.

Fazoda tekislik ning berilish usullari:

1. Tayin nuqtasi $M_0(x_0, y_0, z_0)$ va tekislikka perpendikulyar $\vec{n}(a, b, c)$ ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$) vektorning berilishi bilan;
2. Bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtasining berilishi bilan;
3. O'qlardan ajratgan kesmalarining berilishi bilan;
4. Tayin nuqtasi $M_0(x_0, y_0, z_0)$ va har biri tekislikka paralel lekin, o'zaro collinear bo'lmagan ikkita vektorning berilishi bilan beriladi.

Tekislikning umumiy tenglamasi va unitekshirish.

Tayin nuqtasi $M_0(x_0, y_0, z_0)$ va tekislikka perpendikulyar $\vec{n}(a, b, c)$ vektor berilgan. Shu tekislik tenglamasini tuzaylik.



$M(x, y, z)$ oqim nuqtani tekislikni qayerida olsak ham $\overrightarrow{M_0M}$ va \vec{n} vektorlar perpendikulyar bo'ladi, ya'ni $\overrightarrow{M_0M} \cdot \vec{n} = 0$ yoki

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

$$ax + by + cz + \underbrace{(-ax_0 - by_0 - cz_0)}_d = 0$$

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (1)$$

Kordinati (1) ni qanoatlantiruvchi nuqtani tekislikda yotishini ko'rsatishi mumkin.

(1) ni tekislikning umumiy tenglamasi deyiladi.

Xossalari:

1°. $a = 0$ $by + cz + d = 0 \square (Ox)$ Ox o'qiga paralel o'tadi;

2°. $b = 0$ $ax + cz + d = 0 \square (Oy)$ Oy o'qiga paralel o'tadi;

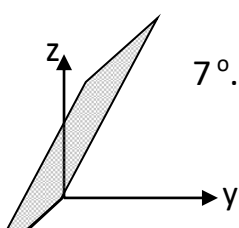
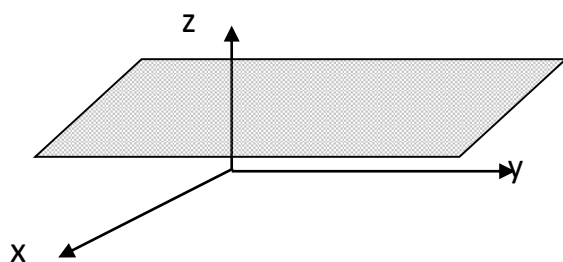
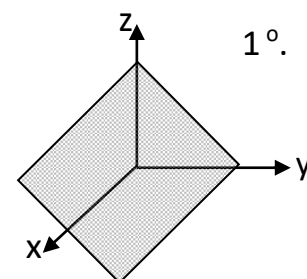
3°. $c = 0$ $ax + by + d = 0 \square (Oz)$ Oz o'qiga paralel o'tadi;

4°. $d = 0$ $ax + by + cz = 0 \in O(0,0,0)$ kordinata boshidan o'tadi;

5°. $a = 0, b = 0$ $cz + d = 0 \square (XOY)$ XOY tekisligiga paralel o'tadi;

6°. $a = 0, c = 0$ $by + d = 0 \square (XOZ)$ XOZ tekisligiga paralel o'tadi;

7°. $b = 0, c = 0$ $ax + d = 0 \square (YOZ)$ YOZ tekisligiga paralel o'tadi;



8°. $a = 0, d = 0$ $by + cz = 0 \in (Ox)$ Ox o'qidan o'tadi;

9°. $b = 0, d = 0$ $ax + cz = 0 \in (Oy)$ Oy o'qidan o'tadi;

10°. $c = 0, d = 0$ $ax + by = 0 \in (Oz)$ Oz o'qidan o'tadi;

11°. $a = 0, b = 0, d = 0$ $cz = 0; z = 0 (XOY)$ XOY tekisligi bilan ustma – ust tushadi;

12°. $a = 0, c = 0, d = 0$ $by = 0; y = 0 (XOZ)$ XOZ tekisligi bilan ustma – ust tushadi;

13°. $b = 0, c = 0, d = 0$ $ax = 0; x = 0 (YOZ)$ YOZ tekisligi bilan ustma – ust tushadi;

14°. $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0 (Oxyz)$ grafigini chizmasdan xullosa qilib bo'lmaydi.

Shunday qilib tekislik kordinata o'qlariga nisbatan 14 usulda joylashadi.

Uch nuqtadan o'tgan tekislik tenglamasi. Tekislikni

kesmalar bo'yicha tenglamasi.

I. Bir to'g'ri chiziqda yotmovchi $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$, $M_3(x_3, y_3, z_3)$ nuqtalardan o'tuvchi tekislik tenglamasini tuzamiz.

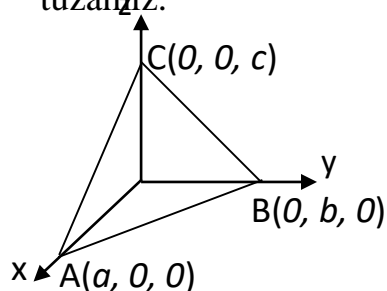
$M(x, y, z)$ oqim nuqtani olsak, $\overrightarrow{M_1M}$, $\overrightarrow{M_1M_2}$, $\overrightarrow{M_1M_3}$ lar komplanar bo'ladi, ya'ni ularning aralash ko'paytmasi nol bo'ladi. $(\overrightarrow{M_1M} \overrightarrow{M_1M_2} \overrightarrow{M_1M_3}) = 0$

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (2) \quad \text{— uch nuqtadan o'tuvchi tekislik tenglamasi.}$$

$$M_4(x_4, y_4, z_4) \in (2) \Rightarrow \begin{vmatrix} x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (*)$$

(*) tenglik to'rt nuqtaning bir tekislikda yotish sharti.

II. Kordinata o'qlaridan mos holda a, b, c kesmalar ajratuvchi tekislik tenglamasini tuzamiz.



Izlanayotgan tekislik uch nuqtadan o'tgani uchun uning tenglamasi (2) ga ko'ra quydagiga ega bo'lamiz.

$$\begin{vmatrix} x-a & y-0 & z-0 \\ 0-a & b-0 & 0-0 \\ 0-a & 0-0 & c-0 \end{vmatrix} = 0 \quad bc(x-a) + abz + acy = 0$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (3)$$

(3) – tekislikning kordinata o'qlaridan ajratgan kesmalariga ko'ra tenglamasi.

$$\begin{aligned} & (\overrightarrow{M_0M} \cdot \vec{u} \cdot \vec{v}) = 0 \quad (4); \\ & \overrightarrow{M_0M} = x\vec{u} + y\vec{v} \quad (4'); \quad \overrightarrow{M_0M} \cdot \vec{n} = 0 \quad (4'') \end{aligned}$$

Agar (1) da $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ ya'ni koeffisientlar kvadrlarining yeg'indisi 1 ga teng bo'lsa, (1) normal tenglama deyiladi.

(1) ni normal holga keltirish uchun normallashtiruvchi ko'paytuvchi

$M = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ ga ko'paytirish kerak.

$$\frac{ax + by + cz + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 0 \quad (5) \quad \text{— tekislikning normal tenglamasi.}$$

$$M_1 \in (5) \Rightarrow a' = \frac{ax_1 + by_1 + cz_1 + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \neq 0 \quad (*)$$

$$\begin{aligned}
 (5) - (*) = \acute{a} &= \frac{a(x-x_1) + b(y-y_1) + c(z-z_1) + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \\
 &= \vec{n} \left\{ \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}; \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}; \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right\} \cdot \overrightarrow{M_1M} = \\
 &= |\vec{n}| |\overrightarrow{M_1M}| \cdot \cos(\vec{n} \wedge \overrightarrow{M_1M}) = \acute{a};
 \end{aligned}$$

$$\acute{a} = \frac{ax_1 + by_1 + cz_1 + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \text{ — nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa.}$$

$$ax_1 + by_1 + cz_1 + d = 0 \text{ (1')} \perp \vec{n}_1 \{a_1, b_1, c_1\}$$

$$ax_2 + by_2 + cz_2 + d = 0 \text{ (1'')} \perp \vec{n}_2 \{a_2, b_2, c_2\}$$

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{b_1}{b_2} + \frac{c_1}{c_2} \text{ (7) — ikki tekislikning paralellik sharti.}$$

$$a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0 \text{ (8) — ikki tekislikning perpendikulyarlik sharti.}$$

Agar (1') va (1'') lar kesishuvchi bo'lsa, $\lambda \cdot (1') + \mu \cdot (1'') = 0$ ($\lambda^2 + \mu^2 \neq 0$)

$$(\lambda a_1 + \mu a_2)x + (\lambda b_1 + \mu b_2)y + (\lambda c_1 + \mu c_2)z + \lambda a_1 + \mu a_2 = 0 \text{ (9)}$$

(9) dagi o'zgaruvchilarning koeffitsentlari bir vaqtda nol emasligidan (9) - tekisliklar dastasining tenglamasi deyiladi.

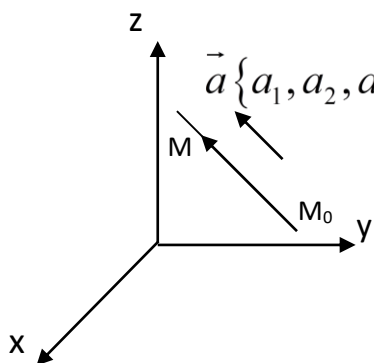
Tekisliklar dastasi deb,— bir to'g'ri chiziqda yotuvchi tekisliklar sistemasiga aytiladi.

Fazoda to'g'ri chiziq.

Fazoda to'g'ri chiziqning berilish usullari:

1. Tayin nuqtasi va yo'naltiruvchi vektorining berilishi bilan;
2. Turlicha ikkita nuqtasining berilishi bilan;
3. Kesishuvchi ikki tekislikning berilishi bilan beriladi.

Fazoda to'g'ri chiziqning kanonik va parametrik tenglamasi.



$M(x,y,z)$ oqim nuqtani to'g'ri chiziqning qayerida olsak ham $\overrightarrow{M_0M}$ va \vec{a} vektorlar kollinear, ya'ni mos kordinatalari proporsionaldir.

$$\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3} \quad (10) \text{ — to'g'ri chiziqni kanonik tenglamasi.}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \quad (10') \text{ — to'g'ri chiziqning parametrik tenglamasi.}$$

Turlicha ikki M_1 va M_2 nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzmiz. Ulardan biri, masalan M_1 ni tayin nuqta deb olamiz. $\overrightarrow{M_1M_2}$ ni yo'naltiruvchi vektor desak, bu ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi (10) ga ko'ra quydagi holga keladi.

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1} \quad (11) \text{ — ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi.}$$

To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi. Uni kanonik va parametrik shakilga kaeltirish.

Kesishuvchi ikkita tekisliklar sistemasi:

$$\begin{cases} ax_1 + by_1 + cz_1 + d = 0 \quad (1') \\ ax_2 + by_2 + cz_2 + d = 0 \quad (1'') \end{cases} \quad (12) \text{ — to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi deyiladi.}$$

(12) dan (10) ga o'tish uchun tayin nuqtani topishda o'zgaruvchilardan biriga(masalan: $z=z_0$) ixtiyoriy qiymat qo'yib, sistemani yechib, $x=x_0$, $y=y_0$ larni topamiz.

$$\left((1') \wedge (1'') \right) = \left(\vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 \right) = \begin{bmatrix} \vec{n}_1 & \vec{n}_2 \end{bmatrix} = \vec{a}$$

$$\vec{n}_1 \{a_1, b_1, c_1\}, \vec{n}_2 \{a_2, b_2, c_2\}; \quad \vec{a} \left\{ \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \right\}$$

$$\frac{x-x_0}{\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}} = \frac{y-y_1}{\begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix}} = \frac{z-z_1}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad (12')$$

$$\begin{cases} x = x_0 + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} t \\ y = y_0 + \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} t \\ z = z_0 + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} t \end{cases} \quad (12'')$$

(10) dan (12) ga o'tish uchun 8 ta nuqta topiladi.

(12') — (12) dan (10) ga o'tish formulasi.

(12'') — (10) dan (12) ga o'tish formulasi.

Fazoda ikki to'g'ri chiziqni joylashuvi.

$$\frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{a_2} = \frac{z-z_1}{a_3} \quad (10') \quad \frac{x-x_1}{b_1} = \frac{y-y_1}{b_2} = \frac{z-z_1}{b_3} \quad (10'')$$

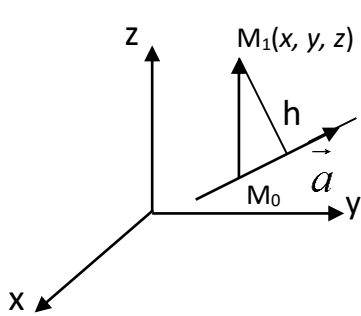
(10') □ (10'') $\Rightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$ (13) — ikki to'g'ri chiziqning paralellik sharti.

(10') va (10'') lar bir tekislikda yotishi uchun $\overline{M_1M_2}$, \vec{a} , \vec{b} lar komplanar bo'lishi ya'ni aralash ko'paytmasi nol bo'lishi kerak.

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (14) \quad \text{— ikki to'g'ri chiziqni fazoda bir}$$

tekislikda yotish sharti.

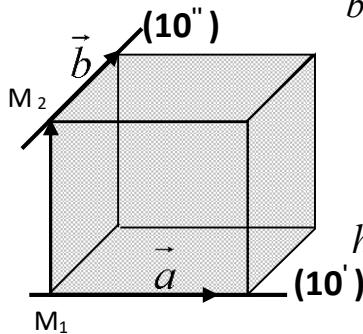
Nuqtadan nuqtagacha bo'lgan masofa.



$$h = \frac{S_{\square}}{|\vec{a}|} = \frac{|\overrightarrow{M_0 M_1} \cdot \vec{a}|}{|\vec{a}|} = \frac{\sqrt{\begin{vmatrix} y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ a_2 & a_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} z_1 - z_0 & x_1 - x_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_1 - x_0 & y_1 - y_0 \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix}^2}}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} \quad (15)$$

Ikkita ayqash to'g'ri chiziq orasidagi masofa.

Ikki ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa deb, – ularga o'tkazilgan umumiy perpendikulyar to'g'ri chiziqlar orasidagi bo'lagining uzunligiga aytiladi.



$$h = \frac{V_{p/d}}{S_{as}} = \frac{|\overrightarrow{M_1 M_2} \cdot \vec{a} \vec{b}|}{|\vec{a} \vec{b}|} = \frac{\text{mod} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}}{\sqrt{\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}^2}} \quad (16)$$

3-mavzu. Ko'pyoqlilar va ularning turlari. Ko'pyoqlik yo'yilmasi.

Ko'pyoqlilar bilan sirtga yaqinlashishga doir masalalar.

Reja

1. Ko'pyoqlilar va ularning turlari.
2. Ko'pyoqlik yo'yilmasi.
3. Ko'pyoqlilar bilan sirtga yaqinlashishga doir masalalar.

Fazoviy geometrik shaklga ega bo'lgan jismlardan biri ko'pyoqlik bo'lib, u hamma tomonidan tekis ko'pburchaklar, ya'ni yoqlar bilan chegaralanadi (1 va 2-shakl).

Uch va undan ortiq tekisliklarning o‘zaro kesishish chizig‘i ko‘pyoqlikning qirradi deyiladi. Ko‘pyoqlikning ikki qo‘shni qirralari orasidagi tekislikning (AED) qismi esa ko‘pyoqlikning yonlari deyiladi.

Bizga ma‘lumki, uchta tekislik o‘zaro bitta nuqtada kesishadi. Bitta nuqtada kesishuvchi uchta va undan ortiq sondagi tekisliklar bilan chegaralangan ko‘pyoqlik piramida deyiladi (1-shakl), AB , AC , va AE lar piramidaning yon qirralari, A nuqta piramidaning uchi va ΔBAC , ΔCAD va ΔEAB lar piramidaning yon yoqlari deyiladi. Chizmalarni o‘qishni osonlashtirish maqsadida ko‘pyoqliklar asos deyiluvchi tekislik bilan chegaralanib tasvirlanadi.

Agar ko‘pyoqlikni hosil qiluvchi tekisliklarning kesishish chiziqlari o‘zaro parallel bo‘lsa, bunday ko‘pyoqlik prizma deyiladi. Ko‘pyoqliklar qirralarining kesishgan nuqtalari uning uchlari deyiladi. Prizma yon qirralarining asos tekisligiga nisbatan holatiga qarab og‘ma yoki to‘g‘ri prizma deyiladi.

Ko‘pyoqlik o‘zini chegaralovchi istalgan yoqqa (tekislikka) nisbatan bir tomonda joylashsa, qavariq ko‘pyoqlik, aks holda, ya‘ni tekislikdan turli tomonda joylashsa botiq ko‘pyoqlik deyiladi.

Asoslari o‘zaro parallel tekisliklarda yotgan ikkita ko‘pburchakdan va yon yoqlari esa ikkala asos uchlaridan iborat uchburchaklar va trapetsiyalardan iborat bo‘lgan ko‘pyoqlik prizmatoid deyiladi.

Agar asoslari teng muntazam qavariq ko‘pburchaklardan iborat bo‘lib, ulardan birini ikkinchisiga nisbatan umumiy normal atrofida burchakka (n – ko‘pburchak tomonining soni) burilsa, prizmatoid antiprizmaga aylanadi

Bir jinsli qavariq ko‘pyoqliklar muntazam va yarim muntazam ko‘pyoqliklarga ajraladi. Muntazam qavariq ko‘pyoqliklar o‘zaro teng bir xil muntazam ko‘pburchaklardan iborat yoqlarga, o‘zaro teng ikki yoqli burchaklarga va o‘zaro teng qirralarga ega bo‘ladi. Bu ko‘pyoqliklar asosan besh xil bo‘lib, Platon jismlari deyiladi (5-shakl, a-tetroedr, b-geksaedr, c-oktaedr, d-dodekaedr, e-ikosaedr). Ko‘pyoqliklarning muhim hossalardan birini Eyler quyidagicha bayon qiladi.

Eyler teoremasi. Har qanday qavariq ko‘pyoqlikda yoqlar (m) bilan uchlar (n) sonining yig‘indisidan qirralar (λ) sonining ayirmasi ikkiga teng bo‘ladi, ya’ni $m+n-\lambda=2$

a) b) c) d) e)

Yarim muntazam qavariq ko‘pyoqliklar turli shakldagi muntazam qavariq ko‘pburchakli yoqlarga ega bo‘lib, muntazam qavariq ko‘pyoqliklarning uchlarini kesish orqali hal qilinadi. Bunday ko‘pyoqliklar 18 xil bo‘lib, ular Arximed jismlari deb yuritiladi (6-shakl). Bu shaklda Arximed jismlaridan biri bo‘lgan kesik oktaedr tasvirlangan.

Ko‘pyoqliklar texnikada turlicha ko‘rinishdagi mashina detallari, ko‘pyoqlik linzalar yasashda hamda arxitektura va qurilish ishlarida keng ishlatiladi. Ko‘pyoqliklardan yana «Geodezik» gumbazlar yasashda, keng oraliqli binolarni ustunsiz yopishda keng foydalaniladi.

Savollar:

1. Ko‘pyoqlik deb qanday sirtga aytiladi va uni qanday elementlari bor?
2. Qanday muntazam ko‘pyoqliklar bor va ular qanday hosil qilinadi?
3. Ko‘pyoqliklar qayerlarda ishlatiladi?

Tayanch tushunchalar

Ko‘pyoqlik;	Qavariq ko‘pyoq;	Geksaedr;
Ko‘pyoq qirrasini;	Botiq ko‘pyoq;	Oktaedr;
Ko‘pyoq uchlari;	Prizmatoid;	Dodekaedr;
Ko‘pyoqlikning yog‘i;	Muntazam ko‘pyoq;	Ikosaedr;
Piramida;	Yarim muntazam ko‘pyoq;	Arximed jismlari
Prizma;	Tetraedr;	

Ko‘pyoqliklarning tekislik va to‘g‘ri chiziq bilan

kesishishi, ko'pyoqliklarning yoyilmasi
 Ko'pyoqliklarning tekislik bilan kesishishi masalasi yordamida ko'pyoqlik shaklidagi bir xil ko'pyoqlik trubalarini bir-biri bilan payvandlashda o'tish chiziqlarini, arxitekturada qo'shma bino devorlari va tomonlarining uchrashish chiziqlarini, gidrotexnika inshootlarida esa ikki inshootning kesishish chiziqlarini yasashda foydalaniladi

Ko'pyoqlikning tekislik bilan kesishgan chizig'ini yasash uchun ko'pyoqliklar har bir qirrasini kesuvchi tekislik bilan kesishgan nuqtasi topiladi (7-shakl). Bu shaklda uchburchak prizma qirralari λ , m va n bilan P tekislikni kesishish chizig'i ko'rsatilgan. Ya'ni $\lambda \cap P \rightarrow 1$, $m \cap P \rightarrow 2$, $n \cap P \rightarrow 3$, **123** uchburchak kesim yuzasidir. 8-shaklda shu jarayon epyurda tasvirlangan. Prizmaning **A** va **B** nuqtalaridan o'tuvchi vertikal qirralari orqali $M_1(M_{1H}, M_{1V})$ gorizontal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi. Berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan o'tkazilgan $M_1(M_{1H}, M_{1V})$ tekisliklarning o'zaro kesishgan chizig'i topiladi.

$P_V \cap M_{1V} \rightarrow T(T_1, T_2)$ va $P_H \cap M_{1H} \rightarrow L(L_1, L_2)$ tekisliklarning kesishuv chizig'ining frontal proyeksiyasi prizma qirralarining frontal proyeksiyalarini A_2 va B_2 ni mos ravishda 1_2 va 2_2 nuqtalarda kesadi.

Prizmaning **A** va **C** nuqtalaridan o'tuvchi vertikal qirralari orqali $M_2(M_{2H}, M_{2V})$ tekislik o'tkazilib, yuqoridagi kabi usulda C_2 qirrada 3_2 nuqtani topamiz. Topilgan $1_2, 2_2$ va 3_2 nuqtalarini birlashtirib, $\Delta 1_2 2_2 3_2$ ni, ya'ni prizmani tekislik bilan kesishgan chizig'ini hosil qilamiz.

Agar prizma og'ma, ya'ni proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan umumiy vaziyatda bo'lsa, u holda yordamchi tekisliklar har bir qirra orqali alohida o'tkaziladi.

Ko'pyoqliklarning to'g'ri chiziq bilan kesishishi

Bu masala yordamida antenna, lebedka (chigir) va shunga o'xshash qurilmalarni o'rnatishda tortiladigan simlarning tom sirtiga o'rnatiladigan o'rni aniqlanadi.

To'g'ri chiziqni ko'pyoqlik bilan kesishish nuqtasini topish uchun quyidagi algoritmdan foydalaniladi.:

1. To'g'ri chiziq orqali (9-shakl, a) ko'pyoqlikni kesuvchi qilib N tekislik (odatda proyeksiyalovchi) o'tkaziladi;
2. O'tkazilgan tekislik bilan ko'pyoqlikning kesishish chizig'i, **123**, topiladi (bu masala yuqorida ko'rildi);
3. Kesim chizig'i (**123**) bilan berilgan $\lambda(\lambda_1;\lambda_2)$ to'g'ri chiziqning o'zaro kesishgan nuqtalari **E** va **F** topiladi va bu nuqtalar izlangan nuqtalar bo'ladi.

9-shakl, b) da og'ma uchburchak prizma bilan $\lambda(\lambda_1;\lambda_2)$ to'g'ri chiziqni o'zaro kesishish nuqtalarini topish ko'rsatilgan. To'g'ri chiziq λ orqali frontal proyeksiyalovchi $N(N_H;N_V)$ tekislik o'tkazilgan. Prizma a qirrasining frontal proyeksiyasi a_2 tekislikning N_V izi bilan 1_2 nuqtada kesishadi, bu nuqtaning gorizontal proyeksiyasi a qirraning gorizontal proyeksiyasi a_1 da bo'lib, u 1_1 dir. Xuddi shu usul bilan qolgan qirralarni tekislik bilan kesishgan nuqtalari **2** (**2₁;2₂**) va **3** (**3₁;3₂**) topiladi va o'zaro birlashtirib (**1₁2₁3₁**) kesim hosil qilinadi.

Hosil bo'lgan kesim bilan λ to'g'ri chiziqning gorizontal proyeksiyasi λ_1 o'zaro kesishib E_1 va F_1 nuqtalarni hosil qiladi. Proyeksiyalovchi bog'lovchi chiziqlar yordamida E_2 va F_2 nuqtalar topiladi.

Ko'pyoqliklarning yoyilmalarini yasash usullari

Injenerlik praktikasida ko'pyoqlik shaklidagi havo so'rish trubalari va patrubkalar yasashda ularning yoyilmasini yasash usullarini bilish juda katta ahamiyatga ega.

Ko'pyoqlik sirtning yoyilmasi uning har bir yog'ining haqiqiy kattaligini yasab, ular bir tekislikda yonma-yon joylashtirish yo'li bilan hosil qilinadi va shu asosda andoza tayyorlanadi. Ko'pyoqlik yoqlarning va boshqa barcha aniqlovchilarini, ya'ni qirralar orasidagi burchaklarni, qirralarning haqiqiy kattaligini topish zarur bo'ladi. Ko'pyoqliklar yoyilmasini yasashni ikki usuli: uchburchak usuli yoki triangulyatsiya usuli va normal kesim usuli mavjuddir.

Uchburchakli og'ma piramida ($SABC$)ning yoyilmasini bajarish 10-shaklda keltirilgan. a) da piramida qirralarining haqiqiy kattaliklarini (S_2A_2' ; S_2B_2' va S_2C_2') topish piramida uchidan o'tuvchi vertikal o'q atrofida aylantirib topilgan. Piramida qirralarining gorizontal proyeksiya (S_1A_1 ; S_1B_1 va S_1C_1)lari, $S_1 \equiv O_1$, nuqta atrofida frontal tekislikka parallel holga kelgunga qadar aylantirilgan. 10-shakl b) da topilgan haqiqiy kattaliklar asosida berilgan piramidaning yoyilmasi bajarilgan.

Uchburchakli to'g'ri prizmani yoyilmasini bajarish, a) va b) da keltirildi. Agar prizma proyeksiya tekisliklariga nisbatan og'ma holatda joylashgan bo'lsa, u holda qirralarning haqiqiy kattaliklari proyeksiya tekisliklarini almashtirish usulida topilib, uni normal tekislik (qirralarga perpendikulyar) bilan kesib so'ngra yoyilmasi bajariladi. ABC asosi qirralarga perpendikulyar bo'lgani sababli u normal kesimdir.

Savollar:

1. Ko'pyoqlikning tekislik bilan kesishuv chizig'i qanday yasaladi?
2. Ko'pyoqlikning to'g'ri chiziq bilan kesishuv chizig'i qanday topiladi?
3. Ko'pyoqlik sirtlarini yoyilmasi qanday bajariladi?

Tayanch tushunchalar:

Triangulyatsiya usuli;

Normal kesim usuli.

KO'PYOQLIKLARNING O'ZARO KESISHISH CHIZIG'INI YASASH

Ko'pyoqliklar fazoda bir-biriga nisbatan egallagan vaziyatlariga qarab, to'la, qisman kesishgan yoki buntunlay kesishmagan vaziyatlarda bo'ladi. Ko'pyoqliklar o'zaro kesishganda bir yoki bir necha yopiq siniq chiziq hosil bo'ladi. Buni ko'pyoqlikning to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalarini yasash usuli yordamida

aniqlanadi. Agar birinchi ko'pyoqlikni Ω deb va ikkinchi ko'pyoqlikni F deb belgilasak, ularning kesishgan chizig'ini yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi.

1. F ko'pyoqlik qirralarining Ω ko'pyoqlik sirti bilan kesishish nuqtalari yasaladi.
2. Ω ko'pyoqlik qirralarining F ko'pyoqlik sirti bilan kesishish nuqtalari yasaladi.
3. Hosil bo'lgan kesishish nuqtalarini mos ravishda birlashtirilganda berilgan ko'pyoqliklarning kesishish chizig'i hosil bo'ladi.
4. Kesimning ko'rinadigan qismini tutash chiziq bilan, ko'rinmaydigan qismini esa shtrix chiziq bilan chiziladi.

Xususiyl holda joylashgan ko'pyoqliklarning kesishish chizig'i 12-shakl, a) da piramida va prizma sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ini yasash ko'rsatilgan. Ko'rilayotgan misolda prizma xususiyl holda joylashgan bo'lib, uning qirralari frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyardir, shuning uchun piramida qirralarining prizma sirti bilan kesishgan nuqtalari bevosita frontal proyeksiyada topiladi.

Piramidaning $SA(S_1A_1; S_2A_2)$ qirradi prizmaning $EF(E_1F_1; E_2F_2)$ yog'ini $1(1_1; 1_2)$ va $DF(D_1F_1; D_2F_2)$ yog'ini esa $6(6_1; 6_2)$ nuqtalarda kesib o'tadi. Piramidaning $SC(S_1C_1; S_2C_2)$ qirradi kesishuvda ishtirok etmaydi.

Prizmaning $D(D_1; D_2)$ va $E(E_1; E_2)$ qirralari piramida sirti bilan kesishmaydi. $F(F_1; F_2)$ qirraning piramida bilan kesishish nuqtalarini topamiz, buning uchun piramidaning uchi $S(S_1; S_2)$ va prizmaning $F(F_1; F_2)$ qirradi orqali $N(N_H; N_V)$ frontal proyeksiyalovchi tekislik o'tkazamiz. Bu tekislik piramidaning $STL(S_1T_1L_1; S_2T_2L_2)$ uchburchak bo'yicha kesadi. Bu kesimning gorizontall proyeksiyasi $S_1T_1L_1$ bilan F qirraning F_1 gorizontall proyeksiyasi kesishib 3_1 va 4_1 nuqtalarni beradi, demak prizmaning F qirradi piramida bilan 3 va 4 nuqtalarda kesishar ekan.

Topilgan $1(1_1; 1_2)$, $2(2_1; 2_2)$, $3(3_1; 3_2)$, $4(4_1; 4_2)$, $5(5_1; 5_2)$, $6(6_1; 6_2)$ nuqtalarni to'g'ri birlashtirish uchun 12-shakl, b) dagi Ananyev to'rini tuzamiz. Buning uchun:

1. berilgan ko'pyoqliklarning shartli yoyilmalarini 12-shakl, b-dagidek ustma-ust joylashtiriladi va natijada chekli sondagi to'rt burchaklar hosil bo'ladi;
2. shartli yoyilmada ko'pyoqliklarning gorizontal proyeksiyalarida ko'rinarli yoqlarni (+) ishora bilan, ko'rinmaydigan yoqlarini esa (-) ishoralari bilan belgilaymiz;
3. kesishuvchi ko'pyoq qirralari ustidagi barcha kesishish nuqtalari shartli yoyilmaga ko'chiriladi;
4. yoyilmadagi har bir to'rtburchak chegarasidagi ikki nuqta yoqlarning ishorasiga qarab tutashtiriladi. 12-shakl, b) da piramidaning barcha yoqlari gorizontal proyeksiyada ko'rinarlidir, demak yoyilmada (+) ishora.
5. prizmaning **DF** va **EF** yoqlari ko'rinarli va **FD** yoq esa ko'rinmas, demak (-) ishora, qirralaridagi **10** va **20** nuqtalarini birlashtirsak **12** kesma ko'rinarli bo'ladi, chunki u ikkalasi (+) ishorali, ya'ni ko'rinarli yoqlarga tegishli; **2040** kesma ham ko'rinarli; **4050** ko'rinmas. Shu yo'l bilan barcha nuqtalarni tutashtirib, ko'pyoqliklarning gorizontal proyeksiyasiga ko'chiramiz.

Ikkita prizmaning o'zaro kesishish chizig'ini yasash ko'rsatilgan. **ABC(A₁B₁C₁;A₂B₂C₂)** asosli prizmaning qirralari gorizontal proyeksiyalar tekisligiga parallel, **DEF(D₁E₁F₁;D₂E₂F₂)** asosli prizmaning qirralari esa gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar joylashgan. **ABC** asosli prizmaning qirralarini mos ravishda **a**, **b** va **c** bilan, **DEF** asosli prizmaning qirralarini esa **d**, **e** va **f** bilan belgilaylik. Proyeksiyadan ko'rinib turibdiki, **a** qirra vertikal prizmaning **de** yog'ini **1(1₁;1₂)** va **df** yog'ini esa **2(2₁;2₂)** nuqtalarda kesib turibdi. Gorizontal prizmaning **b** qirrasini **de** yog'ini **3(3₁;3₂)** va **df** yog'ini

esa $4(4_1;4_2)$ nuqtalarda kesib turibdi. Chizmadan $C(C_1;C_2)$ qirra kesishuvda ishtirok etmasligi ko‘rinib turibdi. Vertikal prizmaning qirralarini gorizontal prizma bilan kesishish nuqtalarini topamiz. Buning uchun prizmaning e qirradi orqali gorizontal prizmaning qirralariga parallel $N(N_{1H})$ gorizontal proyeksiyalovchi tekislik o‘tkazamiz. O‘tkazilgan tekislik gorizontal prizmaning asosini $L(L_1;L_2)$ va $T(T_1;T_2)$ nuqtalardan o‘tuvchi va qirralarga parallel to‘g‘ri chiziqlar bo‘yicha kesadi. Bu to‘g‘ri chiziqlar vertikal prizmaning C qirrasini mos ravishda $5(5_1;5_2)$ va $6(6_1;6_2)$ nuqtalarda kesadi. Endi prizmaning f qirradi orqali gorizontal prizmaning qirralariga parallel $N_2(N_{2H})$ gorizontal proyeksiyalovchi tekislik o‘tkazib, yuqoridagi algoritm asosida $7(7_1;7_2)$ va $8(8_1;8_2)$ nuqtalar topiladi. Topilgan barcha nuqtalarni Ananyev to‘ri yordamida ko‘rinar-ko‘rinmas qismlarini belgilagan holda tutashtirib ikki ko‘pyoqlikning o‘zaro kesishish chizig‘ining proyeksiyalari topiladi.

Savollar:

1. Ko‘pyoqliklarning o‘zaro kesishish chizig‘i qanday yasaladi?

2. Ananyev to‘ri nimaga asoslangan?

Tayanch tushunchalar

1. Ananyev to‘ri

UMUMIY HOLATDAGI KO‘PYOQLIKLARNING O‘ZARO KESISHISHI

Umumiy holatdagi ko‘pyoqliklarning o‘zaro kesishish chizig‘ini yasash uchun har ikkala ko‘pyoqlikni qulay chizig‘i bo‘yicha kesadigan qilib kesuvchi tekislik tanlanadi. 14-shakl, a) da umumiy holda joylashgan ikkita uchburchakli prizmalar (qirralari $(a_1b_1c_1; a_2b_2c_2)$ va $(d_1e_1f_1; d_2e_2f_2)$) ni o‘zaro kesishish chizig‘ini yasash keltirilgan. Kesuvchi tekislik har ikkala prizmani qirralariga parallel holda kesadigan qilib tanlanishi kerak. Buning uchun ixtiyoriy $M(M_1;M_2)$ nuqta orqali $\lambda||(\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c})$ va $t||(\mathbf{d},\mathbf{e},\mathbf{f})$ o‘zaro kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar bilan aniqlanuvchi

tekislik o'tkaziladi. Proyeksiyalarida $\lambda_1 \parallel \mathbf{a}_1, \mathbf{t}_1 \parallel \mathbf{d}_1, \lambda_2 \parallel \mathbf{a}_2, \mathbf{t}_2 \parallel \mathbf{d}_2$. Bu umumiy vaziyatdagi tekislikning gorizontalya'ni ko'pyoqliklarning asos tekisligidagi izi N_H topiladi. Bu tekislik kesuvchi tekisliklarning yo'nalishini aniqlaydi. Prizmaning $C(C_I)$ qirradi orqali $N_{CH} \parallel N_H$ o'tkazamiz va ikkinchi prizma asosida I_0 va 2_0 nuqtalarni belgilab, \mathbf{d}_1 qirraga parallel chiziq chizamiz. Bu chiziq C qirraning gorizontaly proyeksiyasi C_I ni mos ravishda 1_I va 2_I nuqtalarda kesadi. Demak, C qirra ikkinchi prizma bilan 1 va 2 nuqtalarda kesishar ekan. Prizma b qirrasining gorizontaly proyeksiyasi b_I orqali $N_{BH} \parallel N_H$ o'tkazib (oldingi algoritmdan foydalanib) mos ravishda 3_I va 4_I nuqtalar topiladi. Prizmaning $\mathbf{a}(\mathbf{a}_1; \mathbf{a}_2)$ qirradi kesishuvda ishtirok etmasligi chizmadan ko'rinib turibdi. Endi ikkinchi prizma qirralarini (ya'ni *def* qirralari) birinchi prizma bilan kesishish nuqtalarini topamiz.

4-mavzu. Masofa, yusa va hajm bilan bog'liq masalalar. Sirtida metrikaga doir masalalar. Vektorlar. Vektor funksiyalar. Noyevklid geometriyaga doir masalalar

Reja.

1. Masofa, yusa va hajm bilan bog'liq masalalar.
2. Sirtida metrikaga doir masalalar.
3. Vektorlar. Vektor funksiyalar.
4. Noyevklid geometriyaga doir masalalar
 1. Ushbu tekislik $4x - y + 3z + 1 = 0$ quyidagi nuqtalarning birortasidan o'tadimi: $A(-1; 6; 3), B(3; -2; -5), C(0; 4; 1), D(2; 0; 5), E(2; 7; 0), F(0; 1; 0)$
 - J:** Tekislik A, B, C va F nuqtalardan o'tadi.
 2. Boshlang'ich vaziyati $M_0(5; -1; 2)$ bo'lgan nuqta y o'qiga parallel harakat qiladi. Uning $x - 2y - 3z + 7 = 0$ tekislik bilan uchrashish nuqtasi topilsin.

3. Quyidagi tekisliklarning koordinata o'qlariga nisbatan joylanishidagi xususiyati

aniqlansin: a) $3x - 5z + 1 = 0$, b) $9y - 2 = 0$, c) $x + y - 5 = 0$
d) $2x + 3y - 7z = 0$, e) $8y - 3z = 0$

J: a) Tekislik y o'qiga parallel; b) tekislik (xz) tekisligiga parallel; c) tekislik z o'qiga parallel d) tekislik koordinatalar boshidan o'tadi; e) tekislik absissa o'qi orqali o'tadi.

4. a) (xz) tekislikka paralel va $(2; -5; 3)$ nuqtadan o'tuvchi;

b) z o'qidan va $(-3; 1; -2)$ nuqtadan o'tuvchi.

c) x o'qiga parallel va

$(4; 0; -2), (5; 1; 7)$ nuqtalardan o'tuvchi tekislikning tenglamasi yozing

J: a) $y + 5 = 0$; b) $x + 3y = 0$; c) $9y - z - 2 = 0$

5. Quyidagi tekisliklarning koordinata o'qlaridan kesgan kesmalari xisoblansin.

a) $2x - 3y - z + 12 = 0$; b) $5x + y - 3z - 15 = 0$; c) $x - y + z - 1 = 0$;

d) $x - 4z + 6 = 0$; e) $5x - 2y + z = 0$; f) $x - 7 = 0$.

6. Koordinata tekisliklarining $5x + 2y - 3z - 10 = 0$ tekislik bilan kesishish chiziqlari yasalsin. **J:** 147-chizmaga qaralsin.

7. $3x + y - 2z - 18 = 0$ tekislik koordinata tekisliklari bilan birga tetraedr tuzadi. Shu tetraedr ichiga kub shunday joylashtirilganki, uning uch yog'i koordinata tekisliklarida yotib, koordinatalar boshi qarshisidagi uchi xaligi tekislikda yotadi. Bu kubning qirrasi topilsin. **J:** $a = 3$;

8. $P(7; -5; 1)$ nuqtadan shunday tekislik o'tkazilsinki, u koordinata o'qlaridan musbat va o'zaro teng kesmalar hosil qilsin. **J:** $x + y + z - 3 = 0$

9. Ikkinchi oktantga joylashgan tetraedrning uch yog'i koordinata tekisliklarida yotadi. To'rtinchi yog'ini chegaralovchi qirralarining quyida berilgan uzunliklardan foydalanib, shu yog'ining tenglamasini tuzing: $AB = 6$; $BC = \sqrt{29}$; $CA = 5$;

$$\mathbf{J:} \frac{x}{4} - \frac{y}{2\sqrt{5}} + \frac{z}{3} = 1$$

10. Quyidagi tekisliklarning tenglamalari normal shaklga keltirilsin:

$$a) 2x - 9y + 6z - 22 = 0$$

$$b) 10x + 2y - 11z + 60 = 0$$

$$c) 6x - 6y - 7z + 33 = 0$$

$$\mathbf{J:} a) \frac{2}{11}x - \frac{9}{11}y + \frac{6}{11}z - 2 = 0; b) -\frac{2}{3}x - \frac{2}{15}y + \frac{11}{15}z - 4 = 0;$$

$$c) -\frac{6}{11}x + \frac{6}{11}y + \frac{7}{11}z - 3 = 0$$

11. $15x - 10y + 6z - 190 = 0$ tekislikning koordinatalar boshidan masofasi topilsin.

$$\mathbf{J:} p = 10.$$

12. Koordinatalar boshidan 6 birlik masofada o'tib, koordinata o'qlaridan kesgan kesmalari $a:b:c = 1:3:2$ munosabat bilan bog'langan tekislikning tenglamasi tuzilsin. $\mathbf{J:} 6x + 2y + 3z \pm 42 = 0.$

13. $2x - y + 2z + 9 = 0$ tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin. $\mathbf{J:} \cos \alpha = -\frac{2}{3}; \cos \beta = \frac{1}{3}; \cos \gamma = \frac{2}{3}.$

14. Tekislik koordinata o'qlaridan mana bunday kesmalar ajratgan: $a = 11; b = 55; c = 10$. Bu tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi kosinuslari hisoblansin. $\mathbf{J:} \cos \alpha = \frac{10}{15}; \cos \beta = \frac{2}{15}; \cos \gamma = \frac{11}{15}.$

15. $x - y + \sqrt{2}z - 5 = 0$ tekislik bilan (yz) tekisligi orasidagi burchak topilsin.

$$\mathbf{J:} \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

16. $6x + 2y - 9z + 121 = 0$ tekislikka nisbatan koordinatalar boshi bilan simmetrik bo'lgan nuqta topilsin. **J:** $p(-12; -4; +18)$.

17. Koordinatalar boshidan tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosi $P(3; -6; 2)$. Bu tekislikning tenglamasi tuzilsin. **J:** $3x - 6y + 2z - 49 = 0$.

18. Quyidagi masofa topilsin:

a) $(3; 1; -1)$ nuqtadan $22x + 4y - 20z - 45 = 0$ tekkislikkacha,

b) $(4; 3; -2)$ nuqtadan $3x - y + 5z + 1 = 0$ tekkislikkacha,

c) $\left(2; 0; -\frac{1}{2}\right)$ nuqtadan $4x - 4y + 2z + 17 = 0$ tekkislikkacha,

J: a) $d = \frac{3}{2}$; b) $d = 0$; nuqta tekislikda yotadi. c) $d = -4$.

19. Uchlari quyidagi nuqtalarda yotgan piramidaning balandligi (h_s) topilsin: $S(0; 6; 4), A(3; 5; 3), B(-2; 11; 5), C(1; -1; 4)$ **J:** $h_s = 3$.

20. $A(1; 3; -2)$ va $B(7; -4; 4)$ nuqtalar berilgan. B nuqtadan AB kesmaga perpendikulyar qilib tekislik o'tkazilsin. **J:** $6x - 7y + 6z - 94 = 0$.

21. Oynanig vaziyati $2x - 6y + 3z - 42 = 0$ tenglama bilan aniqlanadi. $A(3; -7; 5)$ nuqtaga bu oynaga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqtaning vaziyati aniqlansin.

J: $A'\left(+\frac{9}{7}; -\frac{13}{7}; \frac{17}{7}\right)$.

22. Quyidagi tekisliklar orasidagi burchak topilsin.

a) $4x - 5y + 3z - 1 = 0$ va $x - 4y - z + 9 = 0$;

b) $3x - y + 2z + 15 = 0$ va $5x + 9y - 3z - 1 = 0$;

c) $6x + 2y - 4z + 17 = 0$ va $9x + 3y - 6z - 4 = 0$.

J: a) $\varphi = \arccos 0,7$;

b) tekisliklar bir-biriga perpendikulyar. c) tekisliklar bir-biriga parallel.

23. Quyidagi shartlarga asosan tekislikning tenglamasi tuzilsin.

a) tekislik $(-2; 7; 3)$ nuqtadan o'tadi va $x - 4y + 5z - 1 = 0$ tekislikka paralel;

b) tekislik koordinata boshidan o'tadi va quyidagi ikki tekislikka perpendikulyar

$$2x - y + 5z + 3 = 0 \text{ va } x + 3y - z - 7 = 0;$$

c) tekislik $L(0; 0; 1)$ va $N(3; 0; 0)$ nuqtalardan o'tadi

va (xy) tekisligi bilan 60° li burchak tuzadi.

J: a) $x - 4y + 5z + 15 = 0$; b) $2x - y - z = 0$; c) $x \pm \sqrt{26}y + 3z - 3 = 0$;

24. z o'qi orqali $2x + y - \sqrt{5}z - 7 = 0$ tekislik bilan $\frac{\pi}{3}$ burchak tuzuvchi tekislik

o'tkazilsin. **J:** $x + 3y = 0$ va $3x - y = 0$.

25. Berilgan $A(6; 1; -1), B(0; 5; 4)$ va $C(5; 2; 0)$ nuqtalarning masofalari ma'lum, ya'ni $d_1 = -1; d_2 = 3; d_3 = 0$ masofada yotgan tekislikning tenglamasi tuzilsin.

J: $x + 2y + 2z - 9 = 0$ yoki $y - 2 = 0$.

26. $3x - y + 7z - 4 = 0$ va $5x + 3y - 5z + 2 = 0$ tekisliklardan tuzilgan ikki yoqli burchaklarni teng ikkiga bo'luvchi tekisliklarning tenglamasi tuzilsin.

J: $x + 2y - 6z + 3 = 0$ va $4x + y + z - 1 = 0$

27. z o'qida quyidagi ikki tekislikdan teng uzoqlikdagi nuqta topilsin:

$$x + 4y - 3z - 2 = 0 \text{ va } 5x + z + 8 = 0 \text{ **J:** } M(0; 0; +3).$$

28. Koordinata tekisliklari va $2x + 3y - 6z - 4 = 0$ tekislik bilan tuzilgan tetraedrga ichki chizilgan sferaning markazi topilsin. **J:** $M\left(+\frac{2}{9}; +\frac{2}{9}; -\frac{2}{9}\right)$.

29. Quyidagi tekisliklar orasidagi masofa hisoblansin

$$a) 5x + 8y - z - 7 = 0, x + 2y + 3z - 1 = 0, 2x - 3y + 2z - 9 = 0$$

$$b) x - 4y - 2z + 3 = 0, 3x + y + z - 5 = 0, -3x + 12y + 6z - 7 = 0;$$

$$c) 2x - y + 5z - 4 = 0, 5x + 2y - 13z + 23 = 0, 3x - z + 5 = 0.$$

30. $3x - 6y - 2z + 14 = 0$ tekislikdan uch birlik masofada unga parallel bo'lgan tekislikning tenglamasi tuzilsin. **J:** $3x - 6y - 2z + 35 = 0$ va $3x - 6y - 2z - 7 = 0$.

31. Koordinatalar boshidan va $A(3; -2; 1), B(1; 4; 0)$ nuqtalardan o'tuvchi tekislikning tenglamasi yozilsin. **J:** $4x - y - 14z = 0$.

32. Quyidagi to'rtala nuqta orqali bir tekislik o'tkazish mumkin yoki mumkin emasligini aniqlang.

$$a) (3; 1; 0), (0; 7; 2), (-1; 0; -5) \text{ va } (4; 1; 5);$$

$$b) (1; -1; 1), (0; 2; 4), (1; 3; 3) \text{ va } (4; 0; -3).$$

J: a) Mumkin emas. B) Mumkin.

33. Quyidagi uchta tekislikning kesishish nuqtasi topilsin:

$$a) 5x + 8y - z - 7 = 0, x + 2y + 3z - 1 = 0, 2x - 3y + 2z - 9 = 0;$$

J: a) $(3; -1; 0)$; b) uchala tekislikni kesishish nuqtasi yo'q, chunki *I* va *III* tekisliklar o'zaro parallel; c) kesishish nuqtasi aniqlanmas: uchala tekislik bir to'g'ri chiziq orqali o'tadi.

34. Quyidagi to'rtta tekislikning bir umumiy nuqtaga ega yoki ega emasligi tekshirib ko'rilsin:

$$a) 5x - z + 3 = 0; 2x - y - 4z + 5 = 0; 3y + 2z - 1 = 0; 3x + 4y + 5z - 3 = 0;$$

$$b) 5x + 2y - 6 = 0; x + y - 3z = 0; 2x - 3y + z + 8 = 0; 3x + 2z - 1 = 0;$$

J: a) To'rtala tekislik bitta nuqtadan o'tadi b) tekisliklar umumiy nuqtaga ega emas.

35. Mana bu $4x - y + 3z - 1 = 0$ va $x + 5y - z + 2 = 0$ tekisliklarning kesishish chizig'i orqali shunday tekislik o'tkazilsinki, u tekislik

a) koordinatalar boshidan o'tsin; b) $(1; 1; 1)$ nuqtadan o'tsin;

c) y o'qiga parallel bo'lsin; d) $2x - y + 5z - 3 = 0$ tekislikka perpendikulyar bo'lsin.

J: a) $9x + 3y + 5z = 0$; b) $23x - 32y + 26z - 17 = 0$; c) $21x + 14z - 3 = 0$;

d) $7x + 14y + 5 = 0$.

36. Mana bu $2x + y - 3z - 6 = 0$, va $x - 2y + 5z - 1 = 0$ tekisliklar bilan aniqlanuvchi dastada shunday tekisliklar topilsinki, ular shu asosiy tekisliklarga perpendikulyar bo'lsin. **J:** $41x - 19y + 52z - 68 = 0$ va $33x + 4y - 5z - 63 = 0$.

37. Mana bu $2x + y - 3z + 2 = 0$, va $5x + 5y - 4z + 3 = 0$ tekisliklar bilan aniqlanuvchi dasta bir-biriga perpendikulyar bo'lgan shunday ikki tekislik topilsinki, ularning biri $(4; -3; 1)$ nuqtadan o'tsin.

J: $3x + 4y - z + 1 = 0$ va $x - 2y - 5z + 3 = 0$.

38. $5x - y + 3z - 2 = 0$ tekislikka perpendikulyar va uni (xy) tekisligida yotuvchi to'g'ri chiziq bo'yicha kesuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

J: $15x - 3y - 26z - 6 = 0$. Ko'rsatma: izlangan tekislik – berilgan tekislik va (xy) tekislik bilan aniqlanuvchi tekisliklar dastasiga qarashlidir.

AMALIY MASHG'ULOTLAR

1-MAVZU : Geometriya predmeti va usullari. Sirt ichki va tashqi geometriyasi. Koordinatalar sistemasi va uning geometriyadagi o'rni

1. Ikkita to'g'ri chiziq berilgan: $y = 2x + 3$ va $y = -x + 4$. Ularning $A(-1; 1), B(+2; -3), C(+4; 0), D(+3; +1), E(+2; +7), F(+\frac{1}{3}; \frac{11}{3}), O(0; 0)$ nuqtalardan o'tish yoki o'tmasligi tekshirilsin.

2. $P(+2; -8)$ va $Q(-1; +7)$ nuqtalardan o'tgan to'g'ri chiziqning burchakkoefitsiyenti va ordinatalar o'qidan ajratgan kesmasi topilsin.

3. Tenglamasi bilan berilgan: a) $2x - y + 3 = 0$ b) $5x + 2y - 8 = 0$ c) $3x + 8y + 16 = 0$ chiziqning burchak koefitsiyenti va ordinatalar o'qidan kesgan kesmasi topilsin.

4. $y = 3x + 1; y = x - 2; y = -5x + 3; y = -2x - 1; y = 2x; y = 5$ quyidagi tenglamalar bilan berilgan to'g'ri chiziqlar yasalsin.

5. Teng yonli trapetsiya tomonlarining tenglamasi yozilsin, uning asoslari 10 va 6 ga teng, yon tomoni esa asosi bilan 60^0 li burchak tashkil qiladi. Koordinata o'qlari uchun trapetsiyaning katta asosi va simmetriya o'qi qabul qilingan.

6. Yorug'lik nuri $y = \frac{2}{3}x - 4$ to'g'ri chiziq bo'yicha yo'nalgan, u absissalar o'qiga yetgandan keyin undan qaytadi. Nurning o'q bilan uchrashish nuqtasi va qaytgan nurning tenglamasi yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

7. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak hisoblansin:

$$a) \begin{cases} y = 3x, \\ y = -2x + 5; \end{cases} b) \begin{cases} y = 4x - 7, \\ y = -\frac{1}{4}x + 2; \end{cases} c) \begin{cases} y = 5x - 3, \\ y = 5x + 8; \end{cases} d) \begin{cases} y = \sqrt{3}x - 5, \\ y = -\sqrt{3}x + 1; \end{cases} e) \begin{cases} y = 7x - 2 \\ y = x - \sqrt{2} \end{cases}$$

Koordinatalar sistemasi to'g'ri burchakli.

Javob: a) $\frac{\pi}{4}$; b) $\frac{\pi}{2}$; c) 0; e) $\arctg\left(-\frac{3}{4}\right)$ d) $\frac{\pi}{3}$

8. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan, koordinatalar boshidan o'tuvchi va:

a) $y = 4x - 3$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan,

b) $y = \frac{1}{2}x + 1$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan,

c) $y = 2x + 5$ to'g'ri chiziq bilan 45^0 li burchak tashkil qilgan,

d) $y = x - 1$ to'g'ri chiziqqa 60^0 li burchak ostida og'ma bo'lgan to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

Javob: a) $y = 4x$; b) $y = -2x$; c) $y = -3x$ yoki $y = \frac{1}{3}x$;

d) $y = -(2 + \sqrt{3})x$ yoki $y = -(2 - \sqrt{3})x$

9. To'g'ri burchakli teng yonli uchburchak gipotenuzasining tenglamasi $y = 3x + 5$ va to'g'ri burchak uchining koordinatalari $(+4; -1)$ bo'lsa, katetlarining tenglamasi

tuzilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

10. $(-1; -3)$ nuqtadan o'tuvchi va x o'qi bilan: a) 30^0 b) 60^0 c) 90^0 li burchak tashkil etuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin. $\omega = 120^0$

11. Koordinata burchagi $\omega = 150^0$ bo'lgan holda, koordinata o'qlarining kesishish nuqtasidan ularga o'tkazilgan perpendikulyarlarning tenglamalari yozilsin.

12. Koordinata burchagi $\omega = \frac{\pi}{3}$ ga teng bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemaga nisbatan $y = -2x + 5$ to'g'ri chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqning koordinata o'qlari bilan tashkil qilgan burchaklarni hisoblang.

13. Ikkita to'g'ri chiziq: $y = -x + 5$ va $y = -\frac{1}{2}x - 7$ orasidagi burchak hisoblansin.

$\omega = \frac{\pi}{3}$

14. $y = -2x + 1$ va $y = x + 1$ to'g'ri chiziqlar $\frac{2\pi}{3}$ li burchak tashkil etadi. Koordinata burchagi ω aniqlansin.

15. $y = 2x + 3$ va $y = -\frac{4}{5}x + 1$ tenglamalar bir biriga perpendikulyar ikki to'g'ri chiziqni tasvirlasa, ω koordinat burchagi aniqlansin.

16. $A(+5; 0)$ nuqtadan $y = 3x - 4$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning tenglamasi yozilsin. $\omega = 120^0$

17. To'g'ri chiziq $(+2; -5)$ nuqtadan o'tib, $4x - 3y + 1 = 0$ to'g'ri chiziq bilan $\frac{\pi}{6}$

burchak tashkil etadi. $\omega = \frac{\pi}{3}$ shartida bu to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

18. Uchburchakning uchlari berilgan: $A(+4; +6)$, $B(-4; 0)$ va $C(-1; -4)$.

a) uning uchala tomonining,

b) C uchidan o'tkazilgan medianasining,

c) B burchagi bissektiriasining,

d) A uchidan BC tomoniga tushirilgan balandligining tenglamasi tuzilsin.

19. Uchlarining koordinatalari $(+2; -1)$, $(+4; +5)$ va $(-3; +2)$ bo'lgan ABC uchburchakning og'irlik markazi bilan koordinatalar boshini birlashtiruvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

20. Uchburchakning uchlari berilgan: $A(-1; +2)$, $B(+3; -1)$, va $C(0; +4)$.

Uchlarining har biridan unga qarshi yotgan tomonga parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin. Javob: $3x + 4y - 16 = 0$, $5x + 3y - 1 = 0$, $2x - y - 7 = 0$.

21. Ushbu $A(-2; -2)$, $B(-3; +1)$, $C(+7; 7)$ va $D(+3; +1)$ to'rtta nuqta trapetsiyaning uchlarini ifoda etishligi tekshirilsin, hamda trapetsiyaning o'rta chizig'i va diaganallarining tenglamalari tuzilsin.

22. Berilgan uchta nuqtaning bir to'g'ri chiziqda yotish yoki yotmasligi tekshirilsin.

a) $(+1; +3)$, $(+5; +7)$ va $(+10; +12)$: b) $(-3; -8)$, $(+1; -2)$ va $(+10; +12)$:

23. $A(-8; -6)$ va $B(-3; -1)$ nuqtalar bilan bir to'g'ri chiziqda yotgan va absissasi $x = +5$ bo'lgan C nuqta qanday ordinataga ega bo'ladi.

24. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan ikkita nuqta: $A(-3; +8)$ va $B(+2; +2)$ berilgan. Absissalar o'qida shunday M nuqta topish kerakki, AMB sinig chiziq eng kichik uzunlikka ega bo'lsin. Javob: $(+1; 0)$

25. Rombning 10 va 4 uzunlik birligiga teng bo'lgan dioganallari koordinata o'qlari deb qabul qilingan. Shu romb tomonlarining tenglamalari yozilsin.

Javob: $\pm \frac{x}{5} \pm \frac{y}{2} = 1$

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Koordinata o'qlari bilan $x + 2y - 6 = 0$ to'g'ri chiziq orasiga joylashgan uchburchak yuzi aniqlansin $\omega = \frac{\pi}{2}$. Javob: $S = 9$ kv birlik
2. $M(+4; -3)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, bu to'g'ri chiziq hamda koordinata o'qlaridan tuzilgan uchburchakning yuzi 3 kvadrat birlikka teng bo'lsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$
3. $P(+5; +2)$ nuqtadan koordinata o'qlaridan teng kesmalar ajratuvchi to'g'ri chiziqlar o'tkazilsin.
4. $M(+3; +2)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, uning koordinata o'qlari orasiga olingan kesmasi shu nuqtada teng ikkiga bo'linsin.
5. Koordinata burchagi $\omega = \frac{2\pi}{3}$ bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $3x + 5y - 15 = 0$ chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqning koordinata o'qlari bilan chegaralangan kesmasi topilsin.
6. $M(+6; -2)$ nuqtadan koordinata o'qlari bilan teng tomonli uchburchak tashkil etuvchi to'g'ri chiziq o'tkazilgan. Koordinata burchagi $\omega = 60^\circ$.
7. Ushbu $4x + 3y - 24 = 0$ to'g'ri chiziq bilan koordinata o'qlaridan tuzilgan uchburchakning yuzi hisoblansin. $\omega = \frac{5\pi}{6}$
8. To'g'ri chiziqlarning tenglamalari normal shaklga keltirilsin:
 $4x - 3y + 10 = 0$; $5x + 12y - 39 = 0$; $6x + 8y - 15 = 0$;
 $x - 2y + 3 = 0$; $y - x\sqrt{3} = 4$; $x \cdot \cos 10^\circ + y \cdot \sin 10^\circ + 4 = 0$
9. Koordinatalar boshidan $9x - 12y + 10 = 0$ to'g'ri chiziqqa bo'lgan masofa topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$
10. $2x + \sqrt{5}y - 15 = 0$ va $\sqrt{11}x - 5y + 30 = 0$ to'g'ri chiziqlar markazi koordinatalar boshida bo'lgan birgina doiraga urinishi tekshirilsin va bu doiraning radiusi hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{2}$
11. $P(+5; 0)$ nuqta orqali $x^2 + y^2 = 9$ aylanaga urinma o'tkazilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

12. Koordinata burchagi $\omega = \frac{\pi}{4}$ bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $6x + 3\sqrt{2}y - 1 = 0$ to'g'ri chiziqning tenglamasi berilgan. Koordinatalar boshidan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi va bu perpendikulyarning koordinata o'qlariga og'ish burchaklari hisoblansin.

13. $P(+4; -1)$ nuqtadan $12x - 5y - 27 = 0$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

14. Masofa topilsin: a) $P_1(+4; -2)$ nuqtadan $8x - 15y - 11 = 0$ to'g'ri chiziqqacha:

b) $P_2(+2; +7)$ nuqtadan $12x + 5y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqqacha:

c) $P_3(-3; +5)$ nuqtadan $9x - 12y + 2 = 0$ to'g'ri chiziqqacha:

16. $P(0; +5)$ nuqtadan $y = \sqrt{3}x + 7$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin.
 $\omega = \frac{5\pi}{6}$

17. $P(-1; +2)$ nuqtadan $x + 2y - 6 = 0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa $\frac{3}{2}$ ga teng. Koordinata burchagi aniqlansin.

18. Uchburchakning uchlari berilgan: $A\left(-\frac{1}{7}; -\frac{3}{28}\right)$, $B(+4; +3)$ va $C(+2; -1)$

Balandliklarining uzunliklari hisoblansin. Koordinatalar sistemasi to'g'ri burchakli.

Javob: $h_a = \frac{29\sqrt{5}}{28}$; $h_b = 4\frac{6}{13}$; $h_c = 2$

19. Rombning diagonallari 30 va 16 uzunlik birligiga teng bo'lib, ular koordinata o'qlari deb qabul qilingan. Bu rombning parallel tomonlari orasidagi masofa topilsin.

20. $P(-2; +1)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazilganki, $C(+3; +1)$ nuqtadan unigacha bo'lgan masofa 4 ga teng. Bu to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti topilsin.

21*. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi o'qlaridan teng kesmalarga ajratuvchi va $C(+4; +3)$ nuqtadan 5 birlik masofada o'tuvchi to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

22. Koordinatalar boshidan 5 birlik masofada shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, u $8x + 5y - 39 = 0$ to'g'ri chiziq absissasi $x = -2$ bo'lgan nuqtadan kesib o'tsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

23. $3x - 4y + 10 = 0$ va $6x - 8y + 15 = 0$ to'g'ri chiziqlarning o'zaro parallel ekanligi isbotlansin va ular orasidagi masofa topilsin.

24. $12x + 5y - 52 = 0$ to'g'ri chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqqa parallel va undan $d = 2$ masofadagi to'g'ri chiziqning tenglamasi topilsin.

25. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan ikkita parallel to'g'ri chiziqlarning tenglamalari berilgan: $4x - 6y - 3 = 0$ va $2x - 3y + 7 = 0$. Ularga parallel va ularning o'rtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

26. Koordinatalar boshidan va $M(+1; +3)$ nuqtadan ikkita parallel to'g'ri chiziq o'tgan. Ular orasidagi masofa $\sqrt{5}$ ga teng. Bu to'g'ri chiziqlarning tenglamasi yozilsin. Koordinata burchagi. $\omega = 90^\circ$

27. Ikkita to'g'ri chiziq berilgan: $3x + 4y - 10 = 0$ va $5x - 12y + 26 = 0$. Har ikkala to'g'ri chiziqdan $\delta = +5$ masofada bo'lgan nuqta topilsin. $\omega = 90^\circ$

28. $2x - 9y + 18 = 0$ va $6x + 7y - 21 = 0$ to'g'ri chiziqlar hosil qilgan burchaklar bissektrisalarining tenglamalari tuzilsin. Bu bissektrisalarining bir-biriga perpendikulyar ekanligi tekshirilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

29. Ushbu $x + 7y - 6 = 0$ va $5x - 5y + 1 = 0$ to'g'ri chiziqlar bilan tuzilgan burchaklar bissektrisalarining tenglamalari yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

Javob: $4x - 12y + 7 = 0$ va $6x + 2y - 5 = 0$

30. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan, uchburchak, $A(+\frac{9}{5}; +\frac{2}{5})$, $B(0; +4)$ va $C(-3; -2)$ uchlari bilan berilgan. ABC uchburchakka ichki chizilgan aylana markazi koordinatalari hisoblansin.

31. To'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyentlarini aniqlamasdan, ular orasidagi burchak hisoblansin: a) $2x + y - 5 = 0$ va $6x - 2y + 7 = 0$; $\omega = \frac{\pi}{2}$ bo'lganda

b) $4x - 5y + 7 = 0$ va $9x + 4y - 11 = 0$; $\omega = \frac{\pi}{3}$ bo'lganda

c) $x - 2y + 5 = 0$ va $3x - 8 = 0$; $\omega = \frac{2\pi}{3}$ bo'lganda

32. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $18x + 6y - 17 = 0$ $14x - 7y + 15 = 0$ va $5x + 10y - 9 = 0$ tenglamalar bilan berilgan Uchburchakning burchaklari hisoblansin. Javob: $\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}$

33. Koordinata burchagi $\omega = \frac{\pi}{3}$ bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan uchburchakning $A(-1; +2)$, $B(+1; +1)$ va $C(+2; -\frac{5}{2})$ uchlari berilgan. C uchidan o'tkazilgan mediana bilan AB tomon orasidagi burchak hisoblansin.

34. $4x + 3\sqrt{2}y - 5 = 0$ va $\sqrt{2}x - y + 11 = 0$ tenglamalar o'zaro perpendikulyar to'g'ri chiziqlarni tasvirlaydi. Koordinata burchagi aniqlansin.

35. Parametr a ning qanday qiymatida $3ax - 8y + 13 = 0$ va $(a + 1)x - 2ay - 21 = 0$ tenglamalar parallel to'g'ri chiziqlarni tasvirlaydi?

36. O'zgarmas a ning qanday qiymatida $(3a + 2)x + (1 - 4a)y + 8 = 0$ va $(5a - 2)x + (a + 4)y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqlar bir-biriga perpendikulyar bo'ladi? $\omega = \frac{\pi}{2}$.

37. Koordinatalar boshidan $2x - 3y + 7 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

38. Koordinatalar boshidan $4x + y - 5 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

39. Koordinatalar boshidan $6x + 5y - 19 = 0$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning tenglamasi yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

40. Koordinatalar boshidan $2x - 6y + 13 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirilsin. $\omega = \frac{\pi}{3}$.

41. $M(-1; +4)$ nuqtadan $5x - 3y + 11 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirilsin. $\omega = \frac{2\pi}{3}$.

42. Uchburchak tomonlarining tenglamalari berilgan: $5x - 3y - 15 = 0$, $x + 5y - 3 = 0$, $3x + y + 5 = 0$. Uchlarining koordinatalari hisoblansin.

43. Uchlarning koordinatlari $A(+2; +3)$, $B(0; -3)$, $C(+5; -2)$ bo'lgan uchburchak tomonlarining o'rtalaridan chiqarilgan perpendikulyarlar kesishgan nuqtaning koordinatalari hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

44. To'rtburchak uchlarining koordinatalari berilgan: $A(-9; 0)$, $B(-3; +6)$, $C(+3; +4)$, $D(+6; -3)$, uning AC va BD diagonallari kesishish nuqtasi topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

45. Rombning ikki tomonining tenglamalari $2x - 5y - 1 = 0$ va $2x - 5y - 34 = 0$ va diagonallaridan birining tenglamasi $x + 3y - 6 = 0$ berilgan. Romb uchlarining koordinatalari hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

46*. Rombning qarama-qarshi uchlarining koordinatalari $A(-3; 1)$, $B(5; 7)$ yuzi $S = 25$ kvadrat birlik. Tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

47. $M(+2; -1)$ nuqtadan $4x - 7y + 12 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

48. $2x + 5y - 38 = 0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan $Q(-2; -9)$ nuqtaga simmetrik nuqta topilsin $\omega = \frac{\pi}{2}$. Javob: $Q'(10; 21)$

49. Parallelogramm ikki qo'shni tomonining tenglamalari: $x - y - 1 = 0$, $x - 2y = 0$ va diagonallarining kesishish nuqtasi $M(+3; -1)$ berilgan. Uning qolgan ikki tomonining tenglamalari yozilsin.

50*. Uchlaridan biri $A(0; -1)$ ni, diagonallarining kesishish nuqtasi $M(+4; +4)$ ni va AB tomonidagi $(+2; 0)$ nuqtani bilgan holda, rombning yuzi hisoblansin.

51. Uchburchakning ikki uchi $A(-6; +2)$, $B(+2; -2)$ balandliklarining kesishish nuqtasi $H(+1; +2)$ berilgan. Uchinchi C uchining koordinatalari hisoblansin.

52. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan uchburchak berilgan: $A(-6; -3)$, $B(-4; 3)$, $C(+9; +2)$. A burchakning ichki bissektrisasida shunday M nuqta topish kerakki, $ABMC$ to'rtburchak trapetsiya bo'lsin.

53. Quyidagi uchta to'g'ri chiziqning bitta nuqtadan o'tish yoki o'tmasligi tekshirilsin:

$$\begin{array}{l}
 3x - y - 1 = 0 \quad x + 3y - 1 = 0 \\
 \text{a) } 2x - y + 3 = 0 \quad \text{b) } 5x + y - 10 = 0 \\
 \quad x - y + 7 = 0 \quad \quad 3x - 5y - 8 = 0 \\
 \\
 3x - y + 6 = 0 \quad 5x - 3y - 15 = 0 \\
 \text{c) } 4x + 3y - 5 = 0 \quad \text{d) } x + 5y - 3 = 0 \\
 \quad 2x - y + 5 = 0 \quad \quad 3x + y + 5 = 0.
 \end{array}$$

54. $ax + by + 1 = 0; 2x - 3y + 5 = 0; x - 1 = 0$ to'g'ri chiziqlar bitta nuqtadan o'tishi uchun a va b koeffitsiyentlar qanday shartni qanoatlantirishi kerak?

55. Uchburchak o'zining tomonlari bilan berilgan: $x + 2y + 3 = 0;$
 $3x - 7y + 9 = 0; 5x - 3y - 11 = 0.$ Uning balandliklari bir nuqtada kesishishligi tekshirilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

56. $7x - y + 3 = 0$ va $3x + 5y - 4 = 0$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan va $A(+2; -1)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

57. $2x - 5y - 1 = 0$ va $x + 4y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan o'tuvchi va $A(+4; -3)$ va $B(-1; +2)$ nuqtalar orasidagi kesmani $\lambda = \frac{2}{3}$ nisbatda bo'luvchi to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

58. Uchburchak uchlarining koordinatalarini hisoblamasdan, shu uchlar orqali qarama-qarshi tomonlariga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlarning teng lamalari yozilsin. Uchburchakning tomonlari $5x - 2y + 6 = 0$ $4x - y + 3 = 0$ va $x + 3y - 7 = 0$ tenglamalar bilan berilgan.

59. Uchburchak tomonlarining tenglamalari: $2x - y + 3 = 0; x + 5y - 7 = 0; 3x - 2y + 6 = 0.$ Shu uchburchak balandliklarining tenglamalari tuzilsin.

60. ABC uchburchakning AB tomoni $4x + y - 12 = 0$ tenglama bilan, BH balandligi $5x - 4y - 15 = 0$ tenglama bilan va AH balandligi $2x + 2y - 9 = 0$

tenglama bilan berilgan. Uning qolgan ikki tomonining va uchinchi balandligining tenglamalari yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}.$

125. $P(0; +1)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, uning berilgan ikkita $x - 3y + 10 = 0$ va $2x + y - 8 = 0$ to'g'ri chiziq orasidagi kesmasi P nuqtada teng ikkiga bo'linsin. Javob: $x + 4y - 4 = 0$

**2-mavzu. Geometriyaning zamonaviy yo'nalishlari va muammolari.
Elementar geometriyaning asosiy elementlari va ularga doir masalalar.
Tekislikdagi geometriyaga doir masalalar**

1. Ikkita to'g'ri chiziq berilgan: $y = 2x + 3$ va $y = -x + 4$. Ularning $A(-1; 1), B(+2; -3), C(+4; 0), D(+3; +1), E(+2; +7), F(+\frac{1}{3}; \frac{11}{3}), O(0; 0)$ nuqtalardan o'tish yoki o'tmasligi tekshirilsin.

2. $P(+2; -8)$ va $Q(-1; +7)$ nuqtalardan o'tgan to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti va ordinatalar o'qidan ajratgan kesmasi topilsin.

3. Tenglamasi bilan berilgan: a) $2x - y + 3 = 0$ b) $5x + 2y - 8 = 0$ c) $3x + 8y + 16 = 0$ chiziqning burchak koeffitsiyenti va ordinatalar o'qidan kesgan kesmasi topilsin.

4. $y = 3x + 1; y = x - 2; y = -5x + 3; y = -2x - 1; y = 2x; y = 5$ quyidagi tenglamalar bilan berilgan to'g'ri chiziqlar yasalsin.

5. Teng yonli trapetsiya tomonlarining tenglamasi yozilsin, uning asoslari 10 va 6 ga teng, yon tomoni esa asosi bilan 60° li burchak tashkil qiladi. Koordinata o'qlari uchun trapetsiyaning katta asosi va simmetriya o'qi qabul qilingan.

6. Yorug'lik nuri $y = \frac{2}{3}x - 4$ to'g'ri chiziq bo'yicha yo'nalgan, u absissalar o'qiga yetgandan keyin undan qaytadi. Nurning o'q bilan uchrashish nuqtasi va qaytgan nurning tenglamasi yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

7. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak hisoblansin:

$$a) \begin{cases} y = 3x, \\ y = -2x + 5; \end{cases} \quad b) \begin{cases} y = 4x - 7, \\ y = -\frac{1}{4}x + 2; \end{cases} \quad c) \begin{cases} y = 5x - 3, \\ y = 5x + 8; \end{cases} \quad d) \begin{cases} y = \sqrt{3}x - 5, \\ y = -\sqrt{3}x + 1; \end{cases} \quad e) \begin{cases} y = 7x - 2 \\ y = x - \sqrt{2} \end{cases}$$

Koordinatalar sistemasini to'g'ri burchakli.

Javob: a) $\frac{\pi}{4}$; b) $\frac{\pi}{2}$; c) 0; e) $\arctg\left(-\frac{3}{4}\right)$ d) $\frac{\pi}{3}$

8. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan, koordinatalar boshidan o'tuvchi va:

a) $y = 4x - 3$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan,

b) $y = \frac{1}{2}x + 1$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan,

c) $y = 2x + 5$ to'g'ri chiziq bilan 45^0 li burchak tashkil qilgan,

d) $y = x - 1$ to'g'ri chiziqqa 60^0 li burchak ostida og'ma bo'lgan to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

Javob: a) $y = 4x$; b) $y = -2x$; c) $y = -3x$ yoki $y = \frac{1}{3}x$;

d) $y = -(2 + \sqrt{3})x$ yoki $y = -(2 - \sqrt{3})x$

9. To'g'ri burchakli teng yonli uchburchak gipotenuzasining tenglamasi $y = 3x + 5$

va to'g'ri burchak uchining koordinatalari $(+4; -1)$ bo'lsa, katetlarining tenglamasi

tuzilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

10. $(-1; -3)$ nuqtadan o'tuvchi va x o'qi bilan: a) 30^0 b) 60^0 c) 90^0 li burchak tashkil etuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin. $\omega = 120^0$

11. Koordinata burchagi $\omega = 150^0$ bo'lgan holda, koordinata o'qlarining kesishish nuqtasidan ularga o'tkazilgan perpendikulyarlarning tenglamalari yozilsin.

12. Koordinata burchagi $\omega = \frac{\pi}{3}$ ga teng bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemaga nisbatan $y = -2x + 5$ to'g'ri chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqning koordinata o'qlari bilan tashkil qilgan burchaklarni hisoblang.

13. Ikkita to'g'ri chiziq: $y = -x + 5$ va $y = -\frac{1}{2}x - 7$ orasidagi burchak hisoblansin.

$\omega = \frac{\pi}{3}$

14. $y = -2x + 1$ va $y = x + 1$ to'g'ri chiziqlar $\frac{2\pi}{3}$ li burchak tashkil etadi. Koordinata burchagi ω aniqlansin.

15. $y = 2x + 3$ va $y = -\frac{4}{5}x + 1$ tenglamalar bir biriga perpendikulyar ikki to'g'ri chiziqni tasvirlasa, ω koordinat burchagi aniqlansin.

16. $A(+5; 0)$ nuqtadan $y = 3x - 4$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning tenglamasi yozilsin. $\omega = 120^0$

17. To'g'ri chiziq $(+2; -5)$ nuqtadan o'tib, $4x - 3y + 1 = 0$ to'g'ri chiziq bilan $\frac{\pi}{6}$ burchak tashkil etadi. $\omega = \frac{\pi}{3}$ shartida bu to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

18. Uchburchakning uchlari berilgan: $A(+4; +6)$, $B(-4; 0)$ va $C(-1; -4)$.

a) uning uchala tomonining,

b) C uchidan o'tkazilgan medianasining,

c) B burchagi bissektiriasining,

d) A uchidan BC tomoniga tushirilgan balandligining tenglamasi tuzilsin.

19. Uchlarining koordinatalari $(+2; -1)$, $(+4; +5)$ va $(-3; +2)$ bo'lgan ABC uchburchakning og'irlik markazi bilan koordinatalar boshini birlashtiruvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

20. Uchburchakning uchlari berilgan: $A(-1; +2)$, $B(+3; -1)$, va $C(0; +4)$.

Uchlarining har biridan unga qarshi yotgan tomonga parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin. Javob: $3x + 4y - 16 = 0$, $5x + 3y - 1 = 0$, $2x - y - 7 = 0$.

21. Ushbu $A(-2; -2)$, $B(-3; +1)$, $C(+7; 7)$ va $D(+3; +1)$ to'rtta nuqta trapetsiyaning uchlarini ifoda etishligi tekshirilsin, hamda trapetsiyaning o'rta chizig'i va diaganallarining tenglamalari tuzilsin.

22. Berilgan uchta nuqtaning bir to'g'ri chiziqda yotish yoki yotmasligi tekshirilsin.

a) $(+1; +3)$, $(+5; +7)$ va $(+10; +12)$: b) $(-3; -8)$, $(+1; -2)$ va $(+10; +12)$:

23. $A(-8; -6)$ va $B(-3; -1)$ nuqtalar bilan bir to'g'ri chiziqda yotgan va absissasi $x = +5$ bo'lgan C nuqta qanday ordinataga ega bo'ladi.

24. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan ikkita nuqta: $A(-3; +8)$ va $B(+2; +2)$ berilgan. Absissalar o'qida shunday M nuqta topish kerakki, AMB sinig chiziq eng kichik uzunlikka ega bo'lsin. Javob: $(+1; 0)$

25. Rombning 10 va 4 uzunlik birligiga teng bo'lgan dioganallari koordinata o'qlari deb qabul qilingan. Shu romb tomonlarining tenglamalari yozilsin.

Javob: $\pm \frac{x}{5} \pm \frac{y}{2} = 1$

26. Koordinata o'qlari bilan $x+2y-6=0$ to'g'ri chiziq orasiga joylashgan uchburchak yuzi aniqlansin $\omega = \frac{\pi}{2}$. Javob: $S=9$ kv birlik

27. $M(+4;-3)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, bu to'g'ri chiziq hamda koordinata o'qlaridan tuzilgan uchburchakning yuzi 3 kvadrat birlikka teng bo'lsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

28. $P(+5;+2)$ nuqtadan koordinata o'qlaridan teng kesmalar ajratuvchi to'g'ri chiziqlar o'tkazilsin.

29. $M(+3;+2)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, uning koordinata o'qlari orasiga olingan kesmasi shu nuqtada teng ikkiga bo'linsin.

30. Koordinata burchagi $\omega = \frac{2\pi}{3}$ bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $3x+5y-15=0$ chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqning koordinata o'qlari bilan chegaralangan kesmasi topilsin.

31. $M(+6;-2)$ nuqtadan koordinata o'qlari bilan teng tomonli uchburchak tashkil etuvchi to'g'ri chiziq o'tkazilgan. Koordinata burchagi $\omega = 60^0$.

32. Ushbu $4x+3y-24=0$ to'g'ri chiziq bilan koordinata o'qlaridan tuzilgan uchburchakning yuzi hisoblansin. $\omega = \frac{5\pi}{6}$

33. To'g'ri chiziqlarning tenglamalari normal shaklga keltirilsin:

$$4x-3y+10=0; 5x+12y-39=0; 6x+8y-15=0;$$

$$x-2y+3=0; y-x\sqrt{3}=4; x\cdot\cos 10^0+y\cdot\sin 10^0+4=0$$

34. Koordinatalar boshidan $9x-12y+10=0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

35. $2x+\sqrt{5}y-15=0$ va $\sqrt{11}x-5y+30=0$ to'g'ri chiziqlar markazi koordinatalar boshida bo'lgan birgina doiraga urinishi tekshirilsin va bu doiraning radiusi hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

36. $P(+5;0)$ nuqta orqali $x^2+y^2=9$ aylanaga urinma o'tkazilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

37. Koordinata burchagi $\omega = \frac{\pi}{4}$ bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $6x + 3\sqrt{2}y - 1 = 0$ to'g'ri chiziqning tenglamasi berilgan. Koordinatalar boshidan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi va bu perpendikulyarning koordinata o'qlariga og'ish burchaklari hisoblansin.

38. $P(+4; -1)$ nuqtadan $12x - 5y - 27 = 0$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

39. Masofa topilsin: a) $P_1(+4; -2)$ nuqtadan $8x - 15y - 11 = 0$ to'g'ri chiziqqacha:

b) $P_2(+2; +7)$ nuqtadan $12x + 5y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqqacha:

c) $P_3(-3; +5)$ nuqtadan $9x - 12y + 2 = 0$ to'g'ri chiziqqacha:

40. $P(0; +5)$ nuqtadan $y = \sqrt{3}x + 7$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin.
 $\omega = \frac{5\pi}{6}$

3-MAVZU : Ko'pyoqlilar va ularning turlari. Ko'pyoqlik yo'yilmasi.

Ko'pyoqlilar bilan sirtga yaqinlashishga doir masalalar.

1. a va b vektorlarga yasalgan parallelogrammdan foydalanib, quyidagi ayniyatlarning to'g'riligi chizmada tekshirilsin:

1) $(a + b) + (a - b) = 2a;$

2) $(a + b) - (a - b) = 2b;$

3) $a + (b - a) = b;$

4) $\frac{a}{2} + \frac{b}{2} = \frac{a + b}{2};$

5) $\frac{a - b}{2} + b = \frac{a + b}{2};$

6) $(a + \frac{b}{2}) - (b + \frac{a}{2}) = \frac{1}{2}(a - b);$

2. Quyidagi munosabatlarni bo'lishi uchun \mathbf{a} va \mathbf{b} vektorlar qanday xususiyatga ega bo'lishi kerak:

a) $|a + b| = |a - b|;$

b) $a + b = \lambda(a - b)$;

c) $\frac{a}{|a|} = \frac{b}{|b|}$;

d) $|a + b| = |a| + |b|$;

e) $|a + b| = |a| - |b|$;

f) $|a - b| = |a| + |b|$?

3. Uchburchakning tomonlari $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a$ va $\overline{CA} = b$ vektorlardan iborat. Shu uchburchak burchaklarining bissektrissalari bilan mos ravishda kollinear vektorlar topilsin.

4. ABCD rombning $\overline{AC} = a$ va $\overline{BD} = b$ dioganallari berilgan. Rombning tomonlari bilan ustma-ust tushuvchi $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ va \overline{DA} vektorlar **a** va **b** vektorlar orqali yoyilsin.

5. l, m, n vektorlarning komplanar bo'lmagan uchta a, b, c vektor orqali ifodalari berilgan:

a) $l=2a-b-c, m=2b-c-a, n=2c-a-b$;

b) $l=c, m=a-b-c, n=a-b+c$;

c) $l=a+b+c, m=b+c, n=-a+c$.

Shularga tayanib, l, m, n vektorlarning komplanar bo'lish-bo'lmasligi tekshirib ko'rilsin va komplanar bo'lgan holda ularni o'zaro bog'lovchi chiziqli munosabat topilsin.

6. 1) agar $\vec{a}_1 = \langle 1, 0, 3, -2 \rangle, \vec{a}_2 = \langle -1, 1, 4, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -5, 3, 5, 3 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 - 3\vec{a}_2 + \vec{a}_3$ векторни топинг.

2) agar $\vec{a}_1 = \langle 1, -1, 0, 4 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 16, 4, 7, -2 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 5, 2, 2, -3 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 + 3\vec{a}_3$ векторни топинг.

3) agar $\vec{a}_1 = \langle 1, 3, -2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 2, 4, -3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -3, 1, -2, 4 \rangle$ бўлса, $\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2 + \vec{a}_3$ векторни топинг.

4) agar $\vec{a}_1 = \langle 1, 3, -2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 2, 4, -3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -3, 1, -2, 4 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + 5\vec{a}_2 - 7\vec{a}_3$ векторни топинг.

5) агар $\vec{a}_1 = \langle 2, -1, 3, 5 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 4, -3, 1, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 3, -2, 3, 4 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 4, -1, 15, 17 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 - 3\vec{a}_2 + 4\vec{a}_3 - \vec{a}_4$ векторни топинг.

7. 1) агар $\vec{a}_1 = \langle 2, 1, -3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 2, -5 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, -1, 1 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + \vec{x} = \theta$ тенгламадан \vec{x} векторни топинг.

2) агар $\vec{a}_1 = \langle 5, -8, -1, 2 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, -1, 4, -3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -3, 2, -5, 4 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + \vec{x} = \theta$ тенгламадан \vec{x} векторни топинг.

3) агар $\vec{a}_1 = \langle 2, -3, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, -1, 5 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, -4, 3 \rangle$ бўлса, $2\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 - \vec{a}_3 + \vec{x} = \theta$ тенгламадан \vec{x} векторни топинг.

4) агар $\vec{a}_1 = \langle 1, -2, 3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, 4, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -1, 2, -3 \rangle$ бўлса, $\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + 4\vec{x} = \theta$ тенгламадан \vec{x} векторни топинг.

5) агар $\vec{a}_1 = \langle 2, 5, 1, 3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 10, 1, 5, 10 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 4, 1, -1, 1 \rangle$ бўлса, $3(\vec{a}_1 - \vec{x}) + 2(\vec{a}_2 + \vec{x}) = 5(\vec{a}_3 + \vec{x})$ тенгламадан \vec{x} векторни топинг.

8. Қуйидаги векторлар системасини чизиқли боғланган ёки боғланмаган эканлигини текширинг.

1) $\vec{a}_1 = \langle 1, 1, 1, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, -1, 1, -1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 2, 3, 1, 4 \rangle$

2) $\vec{a}_1 = \langle 1, 1, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, 2, -1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -1, 3, 1 \rangle$

3) $\vec{a}_1 = \langle 1, 2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 4, 3, -2 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -5, -4, -1 \rangle$

4) $\vec{a}_1 = \langle 1, 2, 1, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, 5, 1, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle -1, 3, -6, 4 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 1, -1, 4, -2 \rangle$

5) $\vec{a}_1 = \langle 1, 1, 1, 0 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 1, 1, 0, -1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, 0, -1, -1 \rangle, \vec{a}_4 = \langle 0, -1, -1, 0 \rangle$

6) $\vec{a}_1 = \langle 1, 4, 1, 2 \rangle, \vec{a}_2 = \langle -3, -9, -11, 1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 2, 8, -2, 4 \rangle, \vec{a}_4 = \langle -3, 15, 5, -7 \rangle$

7) $\vec{a}_1 = \langle 2, -3, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, -1, 5 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, -4, 3 \rangle$

8) $\vec{a}_1 = \langle 5, 4, 3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 3, 2 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 8, 1, 3 \rangle$

9) $\vec{a}_1 = \langle 1, 2, 1 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, 3, 3 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 3, 7, 1 \rangle$

9.2 нинг қандай қийматларида \vec{b} вектор $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ векторларнинг чизиқли комбинациясидан иборат бўлади.

1) $\vec{a}_1 = \langle 2, 3, 5 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 3, 7, 8 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 1, -6, 1 \rangle, \vec{b} = \langle 7, -2, \lambda \rangle$

$$2) \vec{a}_1 = \langle 4, 4, 3 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 7, 2, 1 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 4, 1, 6 \rangle, \vec{b} = \langle 5, 9, \lambda \rangle$$

$$3) \vec{a}_1 = \langle 3, 2, 5 \rangle, \vec{a}_2 = \langle 2, 4, 7 \rangle, \vec{a}_3 = \langle 5, 6, \lambda \rangle, \vec{b} = \langle 1, 3, 5 \rangle$$

10. Quyidagi tengliklar to'g'ri, tekshirib ko'rsin:

$$1) aa = a^2;$$

$$2) a^2a = a^3;$$

$$3) aa^2 = a^3;$$

$$4) a(ab) = a^2b;$$

$$5) a(bb) = ab^2;$$

$$6) (a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab;$$

$$7) (a + b)(a - b) = a^2 - b^2;$$

$$8) (ab)^2 = a^2b^2.$$

11. $\mathbf{a} = 3\mathbf{p} - 2\mathbf{q}$ va $\mathbf{b} = \mathbf{p} + 4\mathbf{q}$ bo'lsa (bunda \mathbf{p} va \mathbf{q} o'zaro perpendikulyar bo'lgan birlik vektorlar), \mathbf{ab} skalyar ko'paytma hisoblansin.

12. $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$, $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$, $\mathbf{c} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$ va $m^2 = 4, n^2 = 1, (mn) = \frac{\pi}{2}$ bo'lsa,

$a^2 + 3(ab) - 2(bc) + 1$ ifoda soddalashtirilsin.

13. Yoyilmalarda $|p| = 2\sqrt{2}, |q| = 3$ va $(pq) = \frac{\pi}{4}$ ekanligi ma'lum bo'lsa,

$a = 5p + 2q$ va $b = p - 3q$ vektorlarga yasalgan parallelogramm dioganallarining uzunligi hisoblansin.

14. Agar \mathbf{a} va \mathbf{b} vektorlar kollinear bo'lmasa, α koeffitsientning qiymati qanday bo'lganda quyidagi vektorlar kollinear bo'lib qoladi: $p = \alpha a + 5b$ va $q = 3a - b$

15. Vektorial algebrada quyidagi ayniyatlar o'rinli bo'ladimi, tekshirib ko'rsin;

$$1) [a + b, a - b] = [a^2] - [b^2]$$

$$2) [(a \pm b)^2] = [a^2] \pm 2[ab] + [b^2];$$

$$3) [ab]^2 = a^2b^2.$$

16. Ushbu skalyar $\alpha = [ab]^2 + (ab)^2$ hisoblansin.

17. Ushbu $p = 2a + 3b$ va $q = a - 4b$ vektorlarga yasalgan parallelogramning yuzi hisoblansin; bundagi a va b o'zaro perpendikulyar birlik vektorlardir.

18. Quyidagi vektorlarga yasalgan parallelopipedning hajmi topilsin:

1) $a = p - 3q + r, b = 2p + q - 3r$ va $c = p + 2q + r$; bunda p, q va r o'zaro perpendikulyar ortlardir;

2) $a = 3m + 5n, b = m - 2n, c = 2m + 7n$ bunda $|m| = \frac{1}{2}, |n| = 3, (mn) = 135^\circ$.

19. Quyida berilgan vektorlarning komplanar yoki komplanar emasligi tekshirib ko'rilsin;

1. $p = a - 2b + c; q = 3a + b - 2c; r = 7a + 14b - 13c$;

2. $p = 2a + b - 3c; q = a - 4b + c; r = 3a - 2b + 2c$; 3.

$$p = [am]; q = [bm]; r = [cm]$$

Bularda a, b, c -o'zaro perpendikulyar birlik ortlardir.

20. $\vec{a} = \langle 1, 1, -1 \rangle, c = \langle 2, 3, 4 \rangle$ bo'lsa $[\vec{a}\vec{c}]$ ni toping.

21. 1) Uchlari A(4,2,3), B(5,7,0), C(2,8,-1) nuqtalarda bo'lgan uchburchakning yuzini hisoblang.

2) Uchlari A(6,5,-1), B(12,1,0), C(1,4,-5) nuqtalarda bo'lgan uchburchakning yuzini hisoblang.

3) Uchlari A(2,-1,1), B(5,5,4), C(3,2,-1), D(4,1,3) nuqtalarda bo'lgan parallelopiped hajmini hisoblang.

4) Uchlari A(0,0,0), B(3,4,-1), C(2,3,5), D(6,0,-3) nuqtalarda bo'lgan piramidaning hajmini hisoblang.

22. \vec{a} va \vec{b} vektorlar o'zaro perpendikulyar bo'lib, $|\vec{a}| = 4$ va $|\vec{b}| = 5$ bo'lsa,

quyidagini hisoblang $|(\vec{a} + \vec{b}) \times (2\vec{a} - \vec{b})|$.

$|\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 52, |\vec{a} \times \vec{b}| = 144$ bo'lsa, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ni hisoblang.

$|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 24, |\vec{a} \times \vec{b}| = 72$ bo'lsa, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ni hisoblang.

\vec{a} va \vec{b} vektorlar o'zaro $\varphi = 45^\circ$ li burchak tashkil qilib, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 5$ bo'lsa,

$\vec{p} = \vec{a} - 2\vec{b}$ va $\vec{q} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ vektorlarga qurilgan uchburchak yuzini hisoblang.

23. Qutb koordinatalari quyidagi qiymatlarga ega bo'lgan nuqtalar yasalsin:

$$\left(3; \frac{\pi}{6}\right); \quad \left(1; \frac{5\pi}{3}\right); \quad \left(5; \frac{7\pi}{6}\right); \left(0,5; \frac{\pi}{2}\right); \left(2,5; \frac{2\pi}{3}\right); (6; \pi) \left(3; \frac{\pi}{3}\right); \left(-2; \frac{\pi}{4}\right).$$

24. Qutb koordinatalari quyidagi tenglamalardan birini qanoatlantirgan nuqtalar qanday joylashgan:

a) $p = 1$; b) $p = 5$; c) $p = a$; d) $\phi = \frac{\pi}{6}$; e) $\phi = \frac{\pi}{3}$; f) $\phi = \frac{\pi}{2}$; g) $\phi = \text{const.}$?

Javob: a), b), c) markazlari qutbda va radiuslari mos ravishda 1,5 va a ga teng bo'lgan aylanalarda. d), e), f), g) qutbdan chiquvchi va qutb o'qi bilan 30° , 60° , 90° va ϕ burchaklar tashkil etuvchi nurlarda joylashgan.

25.a) Qutbga nisbatan, b) Qutb o'qiga nisbatan, ushbu $\left(1; \frac{\pi}{4}\right); \left(3; \frac{2\pi}{3}\right); \left(\frac{2}{3}; -\frac{\pi}{6}\right);$

$M(\rho, \phi)$ nuqtalarga simmetrik bo'lgan nuqtalarning qutb koordinatalari topilsin.

J:a) $\left(1; \frac{5\pi}{4}\right), \left(3; \frac{5\pi}{3}\right), \left(\frac{2}{3}; \frac{5\pi}{6}\right), (p; \phi + \pi);$ b) $\left(1; \frac{7\pi}{4}\right), \left(3; \frac{4\pi}{3}\right), \left(\frac{2}{3}; \frac{\pi}{6}\right), (p; 2\pi - \phi)$

26. Tomoni a ga teng bo'lgan muntazam oltiburchak uchlarining qutb koordinatalari aniqlansin; oltiburchakning uchlaridan biri qutb, shu uchidan o'tuvchi tomoni qutb o'qi deb olinsin.

Javob: $(a; 0), \left(a\sqrt{3}; \frac{\pi}{6}\right), \left(2a; \frac{\pi}{3}\right), \left(a\sqrt{3}; \frac{\pi}{2}\right), \left(a; \frac{2\pi}{3}\right), \left(0; \frac{0}{0}\right)$. Izoh qutb nolga teng radiusvektorga va noma'lum amplitudaga ega.

27. Qutb burchaklari 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° ga teng, bo'lgan, mos radius vektorlari $p = a \cdot \sin 2\phi$ tenglamadan hisoblanuvchi nuqtalar yasalsin. Olingan nuqtalar uzluksiz egri chizik bilan tutashtirilsin.

28. Berilgan ikki nuqta orasidagi masofa hisoblansin:

A $\left(2; \frac{\pi}{12}\right)$ va B $\left(1; \frac{5\pi}{12}\right)$; C $\left(4; \frac{\pi}{5}\right)$ va D $\left(6; \frac{6\pi}{5}\right)$; E $\left(3; \frac{11\pi}{18}\right)$ va F $\left(4; \frac{\pi}{9}\right)$

Javob: $AB = \sqrt{3}, CD = 10, EF = 5$.

29. Qutb koordinatalar sistemasida uchburchakning uchlari berilgan: $A\left(5; \frac{\pi}{2}\right)$,

$B\left(8; \frac{5\pi}{6}\right), C\left(3; \frac{7\pi}{6}\right)$. Bu uchburchakning muntazam ekanligi tekshirilsin.

Javob: $AB = BC = CA = 7$

30. Qutb o'qiga joylashgan va $A\left(4\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}\right)$ nuqtadan 5 birlik masofada yotgan nuqta topilsin. **Javob:** $M_1(1; 0)$ va $M_2(7; 0)$.

31. Uchlaridan biri qutb bilan ustma-ust tushgan uchburchakning yuzuni hisoblash uchun formula chiqarilsin.

Javob: $S = \frac{1}{2} p_1 \cdot p_2 \cdot \sin(\phi_2 - \phi_1)$. Ko'rsatma. Uchburchak yuzi uchun trigonometrik $S = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$ formuladan foydalanamiz.

32. Uchlaridan biri qutbda, qolgan ikki uchining qutb koordinatalari $\left(4; \frac{\pi}{9}\right)$ va $\left(1; \frac{5\pi}{18}\right)$ bo'lgan uchburchakning yuzi hisoblansin. **Javob:** $S = 1$ kv. birlik.

33. Qutb koordinatalar sistemasida o'zining $A\left(9; \frac{\pi}{10}\right), B\left(12; \frac{4\pi}{15}\right)$ va $C\left(10; \frac{3\pi}{5}\right)$ uchlari bilan berilgan uchburchakning yuzi hisoblansin.

Javob: $S = 6(5\sqrt{3} - 3)$ kv. Birlik. Ko'rsatma. Shaklni yasang va izlanayotgan yuzni, bir uchi qutbda bo'lgan OAB, OBC va OAC uchburchakning yuzlari orqali hisoblang.

4-амалий машғулот. Masofa, yusa va hajm bilan bog'liq masalalar. Sirtida metrikaga doir masalalar. Vektorlar. Vektor funksiyalar. Noyevklid geometriyaga doir masalalar.

1. $P(-1; +2)$ nuqtadan $x + 2y - 6 = 0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa $\frac{3}{2}$ ga teng. Koordinata burchagi aniqlansin.

2. Uchburchakning uchlari berilgan: $A\left(-\frac{1}{7}; -\frac{3}{28}\right)$, $B(+4; +3)$ va $C(+2; -1)$

Balandliklarining uzunliklari hisoblansin. Koordinatalar sistemasi to'g'ri burchakli.

Javob: $h_a = \frac{29\sqrt{5}}{28}$; $h_b = 4\frac{6}{13}$; $h_c = 2$

3. Rombning diagonallari 30 va 16 uzunlik birligiga teng bo'lib, ular koordinata o'qlari deb qabul qilingan. Bu rombning parallel tomonlari orasidagi masofa topilsin.

4. $P(-2; +1)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazilganki, $C(+3; +1)$ nuqtadan ungacha bo'lgan masofa 4 ga teng. Bu to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti topilsin.

5*. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi o'qlaridan teng kesmalarga ajratuvchi va $C(+4; +3)$ nuqtadan 5 birlik masofada o'tuvchi to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

6. Koordinatalar boshidan 5 birlik masofada shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, u $8x + 5y - 39 = 0$ to'g'ri chiziq absissasi $x = -2$ bo'lgan nuqtadan kesib o'tsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

7. $3x - 4y + 10 = 0$ va $6x - 8y + 15 = 0$ to'g'ri chiziqlarning o'zaro parallel ekanligi isbotlansin va ular orasidagi masofa topilsin.

8. $12x + 5y - 52 = 0$ to'g'ri chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqqa parallel va undan $d = 2$ masofadagi to'g'ri chiziqning tenglamasi topilsin.

9. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan ikkita parallel to'g'ri chiziqlarning tenglamalari berilgan: $4x - 6y - 3 = 0$ va $2x - 3y + 7 = 0$. Ularga parallel va ularning o'rtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

10. Koordinatalar boshidan va $M(+1; +3)$ nuqtadan ikkita parallel to'g'ri chiziq o'tgan. Ular orasidagi masofa $\sqrt{5}$ ga teng. Bu to'g'ri chiziqlarning tenglamasi yozilsin. Koordinata burchagi. $\omega = 90^0$

11. Ikkita to'g'ri chiziq berilgan: $3x + 4y - 10 = 0$ va $5x - 12y + 26 = 0$. Har ikkala to'g'ri chiziqdan $\delta = +5$ masofada bo'lgan nuqta topilsin. $\omega = 90^0$

12. $2x - 9y + 18 = 0$ va $6x + 7y - 21 = 0$ to'g'ri chiziqlar hosil qilgan burchaklar bissektisalarining tenglamalari tuzilsin. Bu bissektisalarining bir-biriga perpendikulyar ekanligi tekshirilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

13. Ushbu $x + 7y - 6 = 0$ va $5x - 5y + 1 = 0$ to'g'ri chiziqlar bilan tuzilgan burchaklar bissektisalarining tenglamalari yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

Javob: $4x - 12y + 7 = 0$ va $6x + 2y - 5 = 0$

14. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan, uchburchak, $A(+\frac{9}{5}; +\frac{2}{5})$, $B(0; +4)$ va $C(-3; -2)$ uchlari bilan berilgan. ABC uchburchakka ichki chizilgan aylana markazi koordinatalari hisoblansin.

15. To'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyentlarini aniqlamasdan, ular orasidagi burchak hisoblansin: a) $2x + y - 5 = 0$ va $6x - 2y + 7 = 0$; $\omega = \frac{\pi}{2}$ bo'lganda

b) $4x - 5y + 7 = 0$ va $9x + 4y - 11 = 0$; $\omega = \frac{\pi}{3}$ bo'lganda

c) $x - 2y + 5 = 0$ va $3x - 8 = 0$; $\omega = \frac{2\pi}{3}$ bo'lganda

16. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan $18x + 6y - 17 = 0$, $14x - 7y + 15 = 0$ va $5x + 10y - 9 = 0$ tenglamalar bilan berilgan Uchburchakning burchaklari hisoblansin. Javob: $\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{4}$

17. Koordinata burchagi $\omega = \frac{\pi}{3}$ bo'lgan qiyshiq burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan uchburchakning $A(-1; +2)$, $B(+1; +1)$ va $C(+2; -\frac{5}{2})$ uchlari berilgan. C uchidan o'tkazilgan mediana bilan AB tomon orasidagi burchak hisoblansin.

18. $4x + 3\sqrt{2}y - 5 = 0$ va $\sqrt{2}x - y + 11 = 0$ tenglamalar o'zaro perpendikulyar to'g'ri chiziqlarni tasvirlaydi. Koordinata burchagi aniqlansin.

19. Parametr a ning qanday qiymatida $3ax - 8y + 13 = 0$ va $(a + 1)x - 2ay - 21 = 0$ tenglamalar parallel to'g'ri chiziqlarni tasvirlaydi?

20. O'zgarmas a ning qanday qiymatida $(3a + 2)x + (1 - 4a)y + 8 = 0$ va $(5a - 2)x + (a + 4)y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqlar bir-biriga perpendikulyar bo'ladi?

$$\omega = \frac{\pi}{2}.$$

21. Koordinatalar boshidan $2x - 3y + 7 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

22. Koordinatalar boshidan $4x + y - 5 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

23. Koordinatalar boshidan $6x + 5y - 19 = 0$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning tenglamasi yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

24. Koordinatalar boshidan $2x - 6y + 13 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirilsin. $\omega = \frac{\pi}{3}$.

25. $M(-1; +4)$ nuqtadan $5x - 3y + 11 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirilsin. $\omega = \frac{2\pi}{3}$.

26. Uchburchak tomonlarining tenglamalari berilgan: $5x - 3y - 15 = 0$, $x + 5y - 3 = 0$, $3x + y + 5 = 0$. Uchlarining koordinatalari hisoblansin.

27. Uchlarning koordinatlari $A(+2; +3)$, $B(0; -3)$, $C(+5; -2)$ bo'lgan uchburchak tomonlarining o'rtalaridan chiqarilgan perpendikulyarlar kesishgan nuqtaning koordinatalari hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

28. To'rtburchak uchlarining koordinatalari berilgan: $A(-9; 0)$, $B(-3; +6)$, $C(+3; +4)$, $D(+6; -3)$, uning AC va BD diagonallari kesishish nuqtasi topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

29. Rombning ikki tomonining tenglamalari $2x - 5y - 1 = 0$ va $2x - 5y - 34 = 0$ va diagonallaridan birining tenglamasi $x + 3y - 6 = 0$ berilgan. Romb uchlarining koordinatalari hisoblansin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

30*. Rombning qarama-qarshi uchlarining koordinatalari $A(-3; 1)$, $B(5; 7)$ yuzi $S = 25$ kvadrat birlik. Tomonlarining tenglamalari tuzilsin.

31. $M(+2; -1)$ nuqtadan $4x-7y+12=0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

32. $2x+5y-38=0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan $Q(-2; -9)$ nuqtaga simmetrik nuqta topilsin $\omega = \frac{\pi}{2}$. Javob: $Q'(10; 21)$

33. Parallelogramm ikki qo'shni tomonining tenglamalari: $x-y-1=0$ $x-2y=0$ va diagonallarining kesishish nuqtasi $M(+3; -1)$ berilgan. Uning qolgan ikki tomonining tenglamalari yozilsin.

34*. Uchlaridan biri $A(0; -1)$ ni, diagonallarining kesishish nuqtasi $M(+4; +4)$ ni va AB tomonidagi $(+2; 0)$ nuqtani bilgan holda, rombning yuzi hisoblansin.

35. Uchburchakning ikki uchi $A(-6; +2), B(+2; -2)$ balandliklarining kesishish nuqtasi $H(+1; +2)$ berilgan. Uchinchi C uchining koordinatalari hisoblansin.

36. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan uchburchak berilgan: $A(-6; -3), B(-4; 3), C(+9; +2)$. A burchakning ichki bissektisasida shunday M nuqta topish kerakki, $ABMC$ to'rtburchak trapetsiya bo'lsin.

37. Quyidagi uchta to'g'ri chiziqning bitta nuqtadan o'tish yoki o'tmasligi tekshirilsin:

$$3x - y - 1 = 0 \quad x + 3y - 1 = 0$$

a) $2x - y + 3 = 0$ b) $5x + y - 10 = 0$

$$x - y + 7 = 0 \quad 3x - 5y - 8 = 0$$

$$3x - y + 6 = 0 \quad 5x - 3y - 15 = 0$$

c) $4x + 3y - 5 = 0$ d) $x + 5y - 3 = 0$

$$2x - y + 5 = 0 \quad 3x + y + 5 = 0.$$

38. $ax+by+1=0; 2x-3y+5=0; x-1=0$ to'g'ri chiziqlar bitta nuqtadan o'tishi uchun a va b koeffitsiyentlar qanday shartni qanoatlantirishi kerak?

39. Uchburchak o'zining tomonlari bilan berilgan: $x+2y+3=0; 3x-7y+9=0; 5x-3y-11=0$. Uning balandliklari bir nuqtada kesishishligi tekshirilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

40. $7x-y+3=0$ va $3x+5y-4=0$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan va $A(+2; -1)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

41. $2x - 5y - 1 = 0$ va $x + 4y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan o'tuvchi va $A(+4; -3)$ va $B(-1; +2)$ nuqtalar orasidagi kesmani $\lambda = \frac{2}{3}$ nisbatda bo'luvchi to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

42. Uchburchak uchlarining koordinatalarini hisoblamasdan, shu uchlar orqali qarama-qarshi tomonlariga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlarning teng lamalari yozilsin. Uchburchakning tomonlari $5x - 2y + 6 = 0$ $4x - y + 3 = 0$ va $x + 3y - 7 = 0$ tenglamalar bilan berilgan.

43. Uchburchak tomonlarining tenglamalari: $2x - y + 3 = 0$; $x + 5y - 7 = 0$; $3x - 2y + 6 = 0$. Shu uchburchak balandliklarining tenglamalari tuzilsin.

44. ABC uchburchakning AB tomoni $4x + y - 12 = 0$ tenglama bilan, BH balandligi $5x - 4y - 15 = 0$ tenglama bilan va AH balandligi $2x + 2y - 9 = 0$

tenglama bilan berilgan. Uning qolgan ikki tomonining va uchinchi balandligining tenglamalari yozilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

45. Ushbu $(x + 2y - 7) + q(3x - y + 5) = 0$ dastaga tegishli va dastaning asosiy to'g'ri chiziqlardan har biriga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqlarning tenglamalari topilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$

46. Bir vaqtning o'zida $(x + y - 1) + q(x - 1) = 0$ va $(2x - 3y) + q'(y + 1) = 0$ dastalarga tegishli to'g'ri chiziq topilsin.

47. To'rtburchak tomonlarining tenglamalari berilgan: $x - y = 0$; $x + 3y = 0$; $x - y - 4 = 0$ va $3x + y - 12 = 0$ Uning diagonallari aniqlansin.

48. To'g'ri chiziq shunday siljiydiki, uning koordinata o'qlaridan kesgan kesmalari doim o'zgarmas $a : b = q$ nisbatni saqlaydi. Koordinata o'qlari orasida harakatlanuvchi chiziq kesmasini λ nisbatda bo'luvchi nuqtaning trayektoriyasi topilsin.

49*. Ushbu $2x - 3y + 1 = 0$; $x + 4y - 5 = 0$ tenglamalar bilan ifodalangan uchburchak tomonlari o'zaro parallel bir necha $y = 2x + b$ to'g'ri chiziqlar bilan kesilgan: a) burchakning tomonlari orasida joylashgan parallel chiziqlar kesmalari o'rtalarining geometrik o'rni.

b) burchakning tomonlari orasida joylashgan to'g'ri chiziq kesmalari $\lambda = 3$ nisbatda bo'luvchi nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

50. Uchburchak uchlaridan biri $A(+3; -4)$ ni va ikkita balandligining $7x - 2y - 1 = 0; 2x - 7y - 6 = 0$ tenglamalarini bilgan holda, tomonlarining tenglamalari tuzilsin. $\omega = \frac{\pi}{2}$.

MODULNI O'QITISHDA FOYDALANILADIGAN INTERFAOL TA'LIM METODLARI

BINAR MA'RUZA. “Binar”s o'zi lotinchadan olingan bo'lib, “qo'sh”, “ikki” degan ma'noda qo'llaniladi. Bunday mashg'ulotning olib borilishi ikki vakil: o'qituvchi va metodist; o'qituvchi vao'quvchi; taklif etilgan mutaxassis vao'qituvchi; o'qituvchi va tyutor (maslahatchi) o'rtasidagi interfaol suhbat, bahs-munozara va axborotlar almashinuvini namoyon qiladi. Jarayonni bunday tashkillashtirishdan ko'zlangan asosiy maqsad yangi o'quv ma'lumotlari va

axborotlarini ikki mutaxassis yoki ishtirokchi nuqtayi nazarlarini taqqoslash orqali yoritib berishdan iborat.

TRENING. Trening zamonaviy ta'lim shakllaridan biri hisoblanib, u interfaol mashg'ulotlarni amalga oshirishningo'ziga xos ko'rinishidir. Treninglaro'rganilishi lozim bo'lgan nazariy g'oya va fikrlarni amaliy ish hamda mashqlar davomida o'zlashtirish imkoniyatini beradi va ta'lim oluvchilarda shaxslararo'zaro hamkorlikning samarali ko'nikmasini shakllantirishga, shuningdek, mutaxassis kasbiy kompetentligining umumiy darajasini oshirishga yo'naltiriladi.

Har qanday pedagogik treningni tashkil etish quyidagi bosqichlardan tashkil topadi:

1. Tashkiliy bosqich: guruhni yig'ish yoki shakllantirish.
2. Boshlang'ich bosqich: guruh me'yorlarini ishlab chiqish, tanishuv va mashg'ulotdan kutuvlarni aniqlash.
3. Faoliyatli bosqich: trening turi va o'tkazish metodikasini belgilash.
4. Yakuniy bosqich (refleksiya).

Trening mobaynida talabalar nazariy ma'lumotlarni o'zlashtirish bilan birga, ularda bilish, emmotsional va xulq-atvor ko'nikmalari ham rivojlanib boradi.

“SWOT-TAHLIL” METODI. Metodning maqsadi: mavjud nazariy bilimlar va amaliy tajribalarni tahlil qilish, taqqoslash orqali muammoni hal etish yo'llarni topishga, bilimlarni mustahkamlash, takrorlash, baholashga, mustaqil, tanqidiy fikrlashni, nostandart tafakkurni shakllantirishga xizmat qiladi.

S – (strength) kuchli tomonlari

W – (weakness) zaif, kuchsiz tomonlari

O – (opportunity) imkoniyatlari

T – (threat) to'siqlar

“KEYS-STADI” METODI. «Keys-stadi» - inglizcha so'z bo'lib, («case» – aniq vaziyat, hodisa, «study» – o'rganmoq, tahlil qilmoq) aniq vaziyatlarni o'rganish, tahlil qilish asosida o'qitishni amalga oshirishga qaratilgan metod hisoblanadi. Keysda ochiq axborotlardan yoki aniq voqyea-hodisadan vaziyat sifatida tahlil uchun foydalanish mumkin.

Mazkur metod muammoli ta'lim metodidan farqli ravishda real vaziyatlarni o'rganish asosida aniq qarorlar qabul qilishga asoslanadi. Agar u o'quv jarayonida ma'lum bir maqsadga erishish yo'li sifatida qo'llanilsa, metod xarakteriga ega

bo‘ladi, biror bir jarayonni tadqiq etishda bosqichma-bosqich, ma’lum bir algoritm asosida amalga oshirilsa, texnologik jihatni o‘zida aks ettiradi

“Keys metodi” ni amalga oshirish bosqichlari Ish bosqichlari Faoliyat shakli va mazmuni

1-bosqich: Keys va uning axborot ta’minoti bilan tanishtirish

- yakka tartibdagi audio-vizual ish;
- keys bilan tanishish (matnli, audio yoki media shaklda);
- axborotni umumlashtirish;
- axborot tahlili;
- muammolarni aniqlash

2-bosqich: Keysni aniqlashtirish va o‘quv topshirig’ni belgilash

- individual va guruhda ishlash;
- muammolarni dolzarblik iyerarxiyasini aniqlash;
- asosiy muammoli vaziyatni belgilash

3-bosqich: Keysdagi asosiy muammoni tahlil etish orqali o‘quv topshirig’ining yechimini izlash, hal etish yo‘llarini ishlab chiqish

- individual va guruhda ishlash;
- muqobil yechim yo‘llarini ishlab chiqish;
- har bir yechimning imkoniyatlari va to‘siqlarni tahlil qilish;
- muqobil yechimlarni tanlash

4-bosqich: Keys yechimini shakllantirish va asoslash, taqdimot.

- yakka va guruhda ishlash;
- muqobil variantlarni amalda qo‘llash imkoniyatlarini asoslash;
- ijodiy-loyiha taqdimotini tayyorlash;
- yakuniy xulosa va vaziyat yechimining amaliy aspektlarini yoritish

“Keys-stadi” metodining o‘ziga xos xususiyatlari:

- izlanishga doir faoliyatning mavjud bo‘lishi.
- jamoaviy va guruhlarda o‘qitish.
- individul, guruhli va jamoaviy ish shakllari integrasiyasi.
- xilma-xil o‘quv loyihalarini ishlab chiqish.

-muvaffaqiyatga erishish uchun ta'lim oluvchilarning o'quv-bilish faoliyatini rag'batlantirish

Keys harakatlari o'z ichiga quyidagilar savollar bo'yicha faoliyatni qamrab oladi:

-Kim? (Who?)

-Qachon? (When?)

-Qayerda? (Where?)

-Nima uchun? (Why?)

-Qanday?/ Qanaqa? (How?)

-Nima? (natija) (What?).

Keys. darslikning sizga taqdim etilgan bitta mavzusi materiallari bo'yicha keys topshirig'ini tuzing, bu keys asosida o'tiladigan darsni loyihalashtiring, u bo'yicha taqdimot tayyorlang va uni namoyish eting.

«FSMU» **METODI.** Metodning maqsadi: Mazkur metod ishtirokchilardagi umumiy fikrlardan xususiy xulosalar chiqarish, taqqoslash, qiyoslash orqali axborotni o'zlashtirish, xulosalash, shuningdek, mustaqil ijodiy fikrlash ko'nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi. Mazkur metoddan ma'ruza mashg'ulotlarida, mustahkamlashda, o'tilgan mavzuni so'rashda, uyga vazifa berishda hamda amaliy mashg'ulot natijalarini tahlil etishda foydalanish tavsiya etiladi.

Metodni amalga oshirish tartibi:

- qatnashchilarga mavzuga oid bo'lgan yakuniy xulosa yoki g'oya taklif etiladi;

- har bir ishtirokchiga FSMU metodining bosqichlari yozilgan qog'ozlarni tarqatiladi:

- ishtirokchilarning munosabatlari individual yoki guruh tartibda taqdimot qilinadi.

FSMU tahlili qatnashchilarda kasbiy-nazariy bilimlarni amaliy mashqlar va mavjud tajribalar asosida tezroq va muvaffaqiyatli o'zlashtirilishiga asos bo'ladi.

Namuna.

Fikr: PISA va TIMSS qiyosiy xalqaro tadqiqotlar natijalari mamlakatimizda matematika fanini o'qitish tizimini tahlil qilish va takomillashtirishni taqozo etadi.

Topshiriq: Mazkur fikrga nisbatan munosabatingizni FSMU orqali tahlil qiling.

“TUSHUNCHALAR TAHLILI” METODI. Metodning maqsadi: mazkur metod o‘quvchilar yoki qatnashchilarni mavzu buyicha tayanch tushunchalarni o‘zlashtirish darajasini aniqlash, o‘z bilimlarini mustaqil ravishda tekshirish, baholash, shuningdek, yangi mavzu buyicha dastlabki bilimlar darajasini tashxis qilish maqsadida qo‘llaniladi. Metodni amalga oshirish tartibi:

- ishtirokchilar mashg‘ulot qoidalari bilan tanishtiriladi;
- o‘quvchilarga mavzuga yoki bobga tegishli bo‘lgan so‘zlar, tushunchalar nomi tushirilgan tarqatmalar beriladi (individual yoki guruhli tartibda);
- o‘quvchilar mazkur tushunchalar qanday ma’no anglatishini, qachon, qanday xolatlarda qo‘llanilishi haqida yozma ma’lumotlar beradilar ;
- Belgilangan vaqt yakuniga yetgach o‘qituvchi berilgan tushunchalarning to‘g‘ri va to‘liq izohini o‘qib eshittiradi yoki slayd orqali namoyish etadi;
- Har bir ishtirokchi berilgan to‘g‘ri javoblar bilan o‘zining ishini taqqoslaydi, farqlarini aniqlaydi va o‘z bilim darajasini tekshirib, baholaydi.

VENN DIAGRAMMASI METODI. Venn diagrammasi - grafik ko‘rinishda bo‘lib, olingan natijalarni umumlashtirib, ulardan bir butun xulosa chiqarishga, ikki va undan ortiq predmetlarni (ko‘rinish, fakt, tushuncha) taqqoslash, tahlil qilish va o‘rganishda qo‘llaniladi. Diagramma ikki va undan ortiq aylananani kesishmasidan hosil bo‘ladi.

Metodning maqsadi: Bu metod grafik tasvir orqali o‘qitishni tashkil etish shakli bo‘lib, u ikkita o‘zaro kesishgan aylana tasviri orqali ifodalanadi. Mazkur metod turli tushunchalar, asoslar, tasavurlarning analiz va sintezini ikki aspekt orqali ko‘rib chiqish, ularning umumiy va farqlovchi jihatlarini aniqlash, taqqoslash imkonini beradi.

Metodni amalga oshirish tartibi:

- ishtirokchilar ikki kishidan iborat juftliklarga birlashtiriladilar va ularga ko‘rib chiqilayotgan tushuncha yoki asosning o‘ziga xos, farqli jihatlarini (yoki aksi) doiralarda ichiga yozib chiqish taklif etiladi;
- navbatdagi bosqichda ishtirokchilar to‘rt kishidan iborat kichik guruhlariga birlashtiriladi va har bir juftlik o‘z tahlili bilan guruh a‘zolarini tanishtiradilar;
- juftliklarning tahlili eshitilgach, ular birgalashib, ko‘rib chiqilayotgan muammo yohud tushunchalarning umumiy jihatlarini (yoki farqini) izlab topadilar, umumlashtiradilar va doirachalarning kesishgan qismiga yozadilar.

Namuna: PISA va TIMSS xalqaro tadqiqotlar natijalarini qiyosiy tahlil qiling.

KICHIK GURUHLARDA ISHLASH METODI. Kichik guruhlarda ishlash orqali o‘rganish - ma’lum muammoning yechimini topishga va o‘quvchilar faolligini oshirishga qaratilgan darsdagi ijodiy hamkorlikdagi ish. Bosqichlari: guruhlarga bo‘lish, muammoni guruhlarda muxokama qilish, muammoning yechimlari taqdimoti, xulosalash.

Kichik guruhlarda hamkorlikda o‘qitish

Bu yondashuvda kichik guruhlar 4 ta o‘quvchidan tashkil topadi. O‘qituvchi avval mavzuni tushuntiradi, so‘ngra o‘quvchilarning mustaqil ishlari tashkil etiladi. O‘quvchilarga berilgan o‘quv topshiriqlari 4 qismga ajratilib, har bir o‘quvchi topshiriqning ma’lum qismini bajaradi. Topshiriq yakunida har bir o‘quvchi o‘zi bajargan qism yuzasidan fikr yuritib, o‘rtoqlarini o‘qitadi, so‘ngra guruh a’zolari tomonidan topshiriq yuzasidan umumiy xulosa chiqariladi. O‘qituvchi har bir kichik guruh axborotini tinglaydi va test savollari yordamida bilimlarni nazorat qilib baholaydi.

O‘quvchilarning kichik guruhlardagi o‘quv faoliyati o‘yin (turnir, musobaqa) shaklida, individual tarzda ham tashkil etilishi mumkin

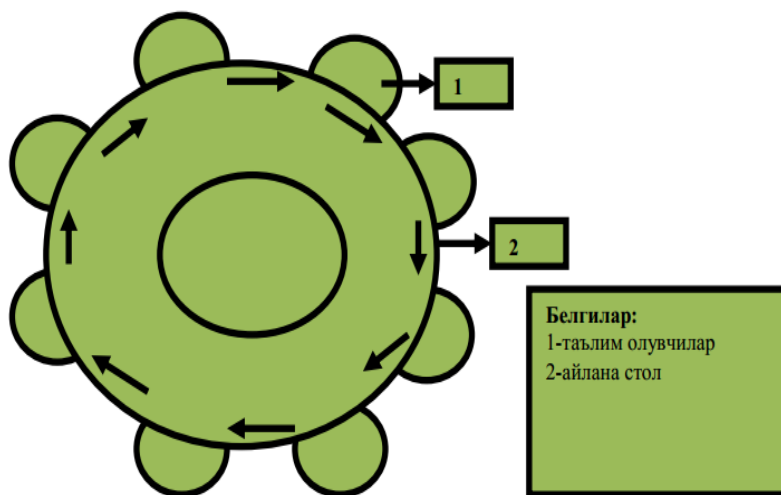
Kichik guruhlarda ijodiy izlanishni tashkil etish

Kichik guruhlarda ijodiy izlanishni tashkil etish metodi 1976 yili Tel-Aviv universiteti professori Sh.Sharan tomonidan ishlab chiqilgan. Bu metodda ko‘proq o‘quvchilarning mustaqil va ijodiy ishiga e’tibor qaratiladi.

O‘quvchilar alohida-alohida yoki 6 kishilik kichik guruhlarda ijodiy izlanish olib boradilar. Ijodiy izlanish kichik guruhlarda tashkil etilganda darsda o‘rganish lozim bo‘lgan o‘quv materialini kichik qismlarga ajratiladi. Keyin bu qismlar yuzasidan topshiriqlar har bir o‘quvchiga taqsimlanadi. Shunday qilib, har bir o‘quvchi umumiy topshiriqning bajarilishiga o‘z hissasini qo‘shadi. Kichik guruhlarda topshiriq yuzasidan munozara o‘tkaziladi. Guruh a’zolari birgalikda ma’ruza tayyorlaydi va sinf o‘quvchilari o‘rtasida o‘z ijodiy izlanishlari natijasini e’lon qiladi. Kichik guruhlar o‘rtasida o‘tkazilgan o‘quv bahsi, munozara o‘quvchilar jamoasining hamkorlikda bajargan mustaqil faoliyatining natijasi, yakuni sanaladi. Hamkorlikda ishlash natijasida qo‘lga kiritilgan muvaffaqiyatlar sinf jamoasining har bir o‘quvchining muntazam va faol aqliy mehnat qilishiga, kichik guruhlarni, umuman sinf jamoasini jipslashtirishga, avval o‘zlashtirilgan bilim, ko‘nikma va malakalarni yangi kutilmagan vaziyatlarda qo‘llanib, yangi bilimlarning o‘zlashtirishiga bog‘liq bo‘ladi.

“DAVRA SUHBATI” METODI – aylana stol atrofida berilgan muammo yoki savollar yuzasidan ta’lim oluvchilar tomonidan o‘z fikr-mulohazalarini bildirish orqali olib boriladigan o‘qitish metodidir. “Davra suhbati” metodi qo‘llanilganda stol-stullarni doira shaklida joylashtirish kerak. Bu har bir ta’lim

oluvchining bir-biri bilan “ko‘z aloqasi”nio‘rnatib turishiga yordam beradi. Davra suhbatining og‘zaki va yozma shakllari mavjuddir. Og‘zaki davra suhbatida ta’lim beruvchi mavzuni boshlab beradi va ta’lim oluvchilardan ushbu savol bo‘yicha o‘z fikr-mulohazalarini bildirishlarini s o‘raydi va aylana bo‘ylab har bir ta’lim oluvchio‘z fikr-mulohazalarini og‘zaki bayon etadilar. S o‘zlayotgan ta’lim oluvchini barcha diqqat bilan tinglaydi, agar muhokama qilish lozim bo‘lsa, barcha fikr-mulohazalar tinglanib bo‘lingandan s o‘ng muhokama qilinadi. Bu esa ta’lim oluvchilarning mustaqil fikrlashiga va nutq madaniyatining rivojlanishiga yordam beradi. Quyida “Davra suhbatini” metodining tuzilmasi keltirilgan.



Rasm. Davrastolining tuzilmasi

Yozma davra suhbatida ham stol-stullar aylanashaklida joylashtirilib, har birta’lim oluvchiga konvert qog‘oz beriladi.

Har birta’lim oluvchiga konvert ustiga mavzu bo‘yicha savol beriladi va “Javob varaqasi”ning biriga o‘z javobini yozib, konvert ichiga solib qo‘yadi. Shundan s o‘ng konvertni soat yo‘nalishi bo‘yicha yonidagi ta’lim oluvchiga uzatadi. Konvertni olgan ta’lim oluvchio‘z javobini “Javoblar varaqasi”ning biriga yozib, konvert ichiga solib qo‘yadi va yonidagi ta’lim oluvchiga uzatadi. Barcha konvertlar aylana bo‘ylab harakatlanadi. Yakuniy qismda barcha konvertlar yig‘ib olinib, tahlil qilinadi.

“Davra suhbatini” metodining bosqichlari quyidagilardan iborat:

1. Mashg‘ulot mavzusi e‘lon qilinadi.
2. Ta’lim beruvchi ta’lim oluvchilarni mashg‘ulotni o‘tkazish tartibi bilan tanishtiradi.
3. Har bir ta’lim oluvchiga bittadan konvert va javoblar yozish uchun guruhda necha ta’lim oluvchi bo‘lsa, shunchadan “Javoblar varaqalari”ni tarqatilib,

har bir javobni yozish uchun ajratilgan vaqt belgilab qo'yiladi. Ta'lim oluvchi konvertga va "Javoblar varaqalari" gao'z ismi-sharifini yozadi.

4. Ta'lim oluvchi konvert ustiga mavzu bo'yicha o'z savolini yozadi va "Javoblar varaqasi" gao'z javobini yozib, konvert ichiga solib qo'yadi.

5. Konvertga savol yozgan ta'lim oluvchi konvertni soat yo'nalishi bo'yicha yonidagi ta'lim oluvchiga uzatadi.

6. Konvertni olgan ta'lim oluvchi konvert ustidagi savolga "Javoblar varaqalari" dan biriga javob yozadi va konvert ichiga solib qo'yadi hamda yonidagi ta'lim oluvchiga uzatadi.

7. Konvert davra stoli bo'ylab aylanib, yana savol yozgan ta'lim oluvchining o'ziga qaytib keladi. Savol yozgan ta'lim oluvchi konvertdagi "Javoblar varaqalari" ni baholaydi.

8. Barcha konvertlar yig'ib olinadi va tahlil qilinadi.

Ushbu metod orqali ta'lim oluvchilar berilgan mavzu bo'yicha o'zlarining bilimlarini qisqa va aniq ifoda eta oladilar. Bundan tashqari ushbu metod orqali ta'lim oluvchilarni muayyan mavzu bo'yicha baholash imkoniyati yaratiladi. Bunda ta'lim oluvchilari bergan savollariga guruhdagi boshqa ta'lim oluvchilar bergan javoblarini baholashlari va ta'lim beruvchi ham ta'lim oluvchilarni obyektiv baholashi mumkin.

MUAMMOLI TA'LIM METODI. Ta'lim jarayonida o'quvchilarning bilish faoliyatini faollashtirish hamda ularning intellektual imkoniyatlaridan yuqori darajada foydalanish quyidagi umumiy omillarga bog'liq bo'ladi:

-o'rganilayotgan mavzu yuzasidan muammoli savollar tizimi tuzish;

-qo'yilgan muammoli savollar tizimi asosida suhbat metodi orqali tushuntiriladigan mavzu materiallarini o'rgatish va uning tub mohiyatini ochib berish;

-muammoli savol asosida izlanish xarakteridagi o'quv vazifalarini qo'yish.

Yuqoridagi bosqichlar asosida o'quv materiali tushuntiriladiganda o'quvchilar o'zlari darrov tushunib yetmaydigan fakt va tushunchalarga duch keladilar. Natijada o'rganilayotgan mavzu materiali bilan o'quvchilar orasida muammoli vaziyat hosil bo'ladi.

Muammoli vaziyatning roli va ahamiyatini aniqlash o'quvchilarning aktiv fikrlash faoliyatini psixologik, pedagogik qonuniyatlarini hisobga olish asosida o'quv jarayonini qayta qurish muammoli ta'limning asosiy g'oyasini belgilab

beradi. Muammoli vaziyatlarni hal qilish asosida hosil qilingan dars jarayoni muammoli ta'lim deyiladi.

Muammoli ta'limda o'qituvchi faoliyati shundan iboratki, u zarur hollarda eng murakkab tushunchalar mazmuni tushuntira borib o'rganilayotgan mavzu materialini bilan o'quvchilar orasidagi muntazam ravishda muammoli vaziyatlar vujudga keltiriladi, o'quvchilarni faktlardan xabardor qiladi, natijada o'quvchilar bu faktlarni analiz qilish asosida mustaqil ravishda xulosa chiqaradilar va umumlashtiradilar.

EVRISTIK TA'LIM METODI. Evristika degan so'zning ma'nosi savol javobga asosan "topaman" demakdir. Evristik metod bilan o'qitish maktablarda asosan XIX asr boshlaridan boshlab qo'llanila boshladi.

Mashg'ulotlar qiziqarli bo'lishi uchun, bu mashg'ulotlardagi har bir masala yoki topshiriq so'zma-so'z quruq yodlash uchun emas, balki ularning oliy faoliyatlarini ishga soladigan xarakteri bo'lishi kerak. Amerikalik olim D. Poya evristik ta'lim metodi to'g'risida shunday degan edi. Evristikani maqsadi yangiliklarga olib boruvchi metod va qoidalarni izlash demakdir. U evristik metod mohiyatini quyidagidek izchillikda tuzilgan reja orqali amalga oshirishni tavsiya qiladi:

- masalaning quyilishini tushunish;
- masalaning yechish rejani tuzish;
- tuzilgan rejani amalga oshirish;
- orqaga nazar tashlash (hosil qilingan yechimni tekshirish).

Bu rejani amalga oshirish jarayonida o'qituvchilar quyidagi savollarga javob topadilar:

- Masalada nima noma'lum?
- Masalada nimalar ma'lum?
- Masalaning sharti nimalardan iborat?
- Ilgari shunga o'xshagan masalalar yechilganmi?
- Agar shunga o'xshagan masalalar yechilgan bo'lsa, undan foydalanib qo'yilayotgan masalani yecha oladimi?

Albatta yuqoridagi reja-sxema o'quvchilarning ijodiy fikrlash faoliyatlarini shakllantiradi, ammo bu reja-sxema o'quvchilarning ijodiy qobiliyatlarini shakllantiruvchi birdan bir yo'l bo'la olmaydi.

AQLIY HUJUM METODI. Umumiy muammo bo'yicha o'quvchilarni ijodiy ishga, o'zaro muloqotga chorlash. Bosqichlari: muammoli vaziyatni keltirib

chiqarish; uning yechimini topish uchun o'quvchilarni jalb qilish; turli yechimlar taqdimotini eshitish; yechimlarni solishtirish va tanlash; xulosalash.

MUSTAQIL ISHLASH METODI. Vaqti-vaqti bilan o'tkazib turiladigan, o'quvchilarning mustaqil o'rganish, darslik bilan ishlash va mustaqil amaliy faoliyat bilan shug'ullanish ko'nikmalarini shakllantiradigan, har bir o'quvchiga alohida yoki umumiy tarzda tashkil qilinadigan topshiriqni bajartirish; o'quvchilarning amaliy faoliyatiga aralashmay, tashqaridan teskari aloqa- muloqot yordamida yo'naltirib boshqarish va nazorat qilish.

JUFTLIKDA ISHLASH METODI. Biror mavzu bo'yicha yonma-yon o'tirgan o'quvchilarni o'zaro muloqotga chorlash; o'zaro fikr almashish va ularni ba'zilarini tinglash.

“BAHS-MUNOZARA” METODI. Metod quyidagi bosqichlarda amalga oshiriladi: o'qituvchi munozara mavzusini tanlaydi va o'quvchilarni munozaraga taklif etadi; o'qituvchi o'quvchilarga muammo bo'yicha «aqliy hujum» o'tkazishga chorlaydi va uni o'tkazish tartibini belgilaydi; o'qituvchi «Aqliy hujum» vaqtida bildirilgan turli g'oya va fikrlarni yozib boradi yoki bu ishni bajarish uchun o'quvchilardan birini kotib etib tayinlaydi hamda bu bosqichda o'qituvchi o'quvchilarga o'z fikrlarini bildirishlariga sharoit yaratib beradi; o'qituvchi o'quvchilar bilan birgalikda, ikkinchi bosqichda «aqliy hujum» davomida bildirilgan fikr va g'oyalarni guruhlariga ajratadi, umumlashtiradi va ularni tahlil qiladi. Tahlil natijasida qo'yilgan muammoning eng maqbul yechimi tanlanadi.

TADQIQOT METODI. Tadqiqot usuli o'zlashtirish darajasining eng yuqori cho'qisi hisoblanadi. Bu usul bilan dars o'tilganda o'quvchilar olgan bilimlari asosida hali o'rganilmagan kichik bir masala ustida yakka yoki birgalashib izlanish olib borishadi, masala yechimiga doir keltirilgan taxminni izlab topilgan dalillar asosida to'g'ri yoki noto'g'riligini tekshirishadi va isbotlashadi. Bosqichlari: -darsda hammaga qiziqish uyg'otadigan biror obyektning xossasini aniqlash yoki u haqidagi masalani qo'yish; -uni o'rganish, tadqiq qilish uchun ma'lumotlar to'plash; -muammo yoki masalaning yechishga oid taxminlar, bashoratlar qilish; -har bir bashoratning qanchalik to'g'riligini to'plangan ma'lumotlar asosida tahlil qilish va isbotlash; -xulosa chiqarish; -sinf oldida taqdimot qilish.

KLASTER METODI. Klaster metodi pedagogik, didaktik strategiyaning muayyan shakli bo'lib, u ta'lim oluvchilarga ixtiyoriy muammo (mavzu) lar xususida erkin, ochiqo'ylash va fikrlarni bemalol bayon etish uchun sharoit yaratishga yordam beradi. Mazkur metod turli xil g'oyalar o'rtasidagi aloqalar fikrlash imkoniyatini beruvchi tuzilmani aniqlashni talab etadi. Ushbu metod muayyan mavzuning ta'lim oluvchilar tomonidan chuqur hamda puxta

o'zlashtirilguniga qadar fikrlash faoliyatining bir maromda bo'lishini ta'minlashga hizmat qiladi.

«Klaster» metodidan foydalanish tavsifi:

1-bosqich. Nimaniki o'ylagan bo'lsangiz, shuni qog'ozga yozing. Fikringizni sifati to'g'risida o'ylabo'tirmay, ularni shunchaki yozib boring.

2-bosqich. Yozuvingizning orfografiyasi yoki boshqa jihatlariga e'tibor bermang.

3-bosqich. Belgilangan vaqt nihoyasiga yetmaguncha, yozishdan to'xtamang. Agar ma'lum muddat biror-bir g'oyani o'ylay olmasangiz, u holda qog'ozga biror narsaning rasmini chiza boshlang. Bu harakatni yangi g'oya tug'ilgunga qadar davom ettiring.

4-bosqich. Muayyan tushuncha doirasida imkon qadar ko'proq yangi g'oyalarni ilgari surish hamda mazkur g'oyalar o'rtasidagi o'zaro aloqadorlik va bog'liqlikni ko'rsatishga harakat qiling. G'oyalar yig'indisining sifati va ular o'rtasidagi aloqalarni ko'rsatishni cheklamang.

GLOSSARIY

Analistik geometriya - matematikaning bo'limi bo'lib, unda geometrik obrazlar koordinatalar usuliga asoslanib algebra vositalari bilan tekshiriladi. Tekislikdagi Analitik geometriyada 2 ta asosiy masala qo'yiladi:

1) nuqtalarning geometrik o'rni deb qaralgan chiziqning geometrik xossalarini bilgan holda uning tenglamasini tuzish va

2) chiziqning o'zgaruvchi x va y koordinatalarini bog'lovchi tenglamaga asoslanib, bu chiziqning geometrik xossalarini topish.

“**Algebra**” atamasi al-Xorazmiyning “Al-jabr va al-muqobala” asaridagi “al-jabr” so'zining yevropacha talaffuzi bo'lib, o'zbek tilida tanlash, to'ldirish ma'nosini bildiradi.

Algebra- matematikaning miqdorlar ustida bajariladigan amallarining umumiy qonunlari haqidagi o'quv fani

Algoritm- ko'rsatilgan maqsadga erishish yoki qo'yilgan topshiriq(masala)ni yechishga qaratilgan vazifa(amal)lar ketma-ketligini bajarish borasida ijrochiga tushunarli va aniq ko'rsatmalar berish

Axborot texnologiya - obekt, jarayon yoki xodisa (axborot maxsulot) xolati haqida yangi sifatdagi ma'lumotlarni olish uchun foydalanadigan ma'lumotlarni (birlamchi) yigish, ishlov berish va o'zlash vositalari, hamda usullari majmuasidir.

Axborot texnologiyalari turlari: jadval prosessorlari; Matnli va gipermatnli prosessorlar; Grafik prosessorlari; Ekspert tizimlari; Multimedia vositalari va boshqalar.

Bazis- (asos) vektorlar fazosidagi chiziqli erkli vektorlarning shunday sistemasidirki, bu fazoga tegishli har qanday vektor o'sha sistema vektorlarining chiziqli kombinatsiyasi shaklida ifodalanishi mumkin.

Binom-ikkihad degan ibora bilan bit xil ma'noni anglatadi., latincha *bi...*-ikki, *nomos*- soha, qism,had degani.

Bissektrisa – lotincha “bissektrix” so'zidan kelib chiqqan vat eng ikkiga bo'luvchi ma'nosini anglatadi.

Baho ta'lim oluvchilar bilim, ko'nikma va malakalarining miqdoriy aholashda bal yoki raqamlar vositasida shartli ifodalanishi

Bilim - haqiqiy borliq umumiy aksini topadi. Talabalar hodisa, voqeya, qonuniyatlar to'g'risidagi ma'lumotlarni o'rganadilar va u ularning yutug'i bo'ladi.

bog'lanishlar tizimi bilan ta'minlangan, uning bir fragmentidan boshqasiga darhol o'tish imkoniyatlari oldindan berilgan matn.

Davlat ta'lim standarti - matematikadan ta'lim mazmunining majburiy hajmini; o'quvchilarning yosh xususiyatlari va imkoniyatlarini hisobga olgan holda tanlanadigan o'quv yuklamasining yuqori miqdoridagi hajmini; asosiy yo'nalishlar bo'yicha o'quvchilarning bilim, ko'nikma va malakalariga qo'yiladigan talablar va ularni baholash me'yorlarini belgilaydi.

Dars – bu mantiqan tugallangan, butun vaqt bilan chegaralangan o‘quv-tarbiya jarayonining qismidir.

Dars tahlili o‘quv mashg‘ulotini bir butun yaxlit holda yoki muayyan bo‘laklarga bo‘lib baholash

Gomeomorfizm- (topologic izomorfizm) ikkitq topologic fazoning o‘zaro bir qiymatli va o‘zaro uzluksiz akslantirilashi.

Geometriya –(yunin.ge – “Yer” va metriyo – “o‘lchayman”) eng qadimgi matematik fanlardan biri.

Giperboloid – (yunon. hyperbole- “bo‘rttirish”)Konus kesimlaridan biri.

Gradiyent- x, y, z fazoning biror sohasida berilgan $u=f(x, y, z)$ funksiyaning gradiyenti- proyeksiyalari dan iborat bo‘lgan vektorbo‘lib, quyidagi simvollar bilan belgilanadi: $\text{grad } u= f(x, y, z)$ yoki $\text{grad } u=$

Gradiyent (x, y, z) nuqtaning funksiyasidir, ya’ni vektorlar maydonini hosil qiladi.

Dedekind kesimi- irrasional sonlarni aksiomatik usulda kiritish.

Keys-stadi – Case study (inglizcha sase - to‘plam, aniq vaziyat, stadi - ta’lim) keysda bayon qilingan va ta’lim oluvchilarni muammoni ifodalash hamda uning maqsadga muvofiq tarzdagi yechimi variantlarini izlashga yo‘naltiradigan aniq real yoki sun’iy ravishda yaratilgan vaziyatning muammoli- vaziyatli tahlil etilishiga asoslanadigan ta’lim

Konkretlashtirish-o‘qitishning dastlabki bosqichlaridagi qo‘llaniladi. U o‘rganilayotgan obyektning bir tarafi bir yoqlama o‘rganiladi va bu o‘rganish uning boshqa tomonlariga bog‘liq bo‘lmagan holda amalga oshiriladi..

Konsepsiya- umumiy g‘oya yoki biror-narsa to‘g‘risida tasavvur, tushuncha, fikrlar tizimi.

Kreativlik (ijodiylik) qandaydir yangi, betakror narsa yarata olish layoqati, badiiy shakl yaratish, fikrlash, g‘oya va yechimga olib keluvchi aqliy jarayon

Kuzatish - atrof olam alohida obyektlar va hodisalarining xossalari va munosabatlarini ular mavjud bo‘lgan tabiiy sharoilarda o‘rganish usuliga aytiladi.

Ko‘nikma –egallagan bilimlar asosida o‘zgaruvchan sharoitlarda birorta faoliyatni amalga oshirish qobiliyati.

lozim bo‘lgan masala, vazifa

Malakalar –bu, ko‘p marta takrorlash natijasidagi mashinal (beixtiyoriy), harakatlardir.

Matematik ta’limning asosiy yunalishlari - son va hisoblashlar; ifodalarni ayniy shakl almashtirishlar; tenglamalar va tengsizliklar; funksiyalar va grafiklar; geometrik shakllar va kattaliklar.

Matematika darsligi, o'quv qo'llanmasi - dastur va didaktika talablari bilan aniklanuvchi o'qitish maqsadlariga mos keluvchi matematika bo'yicha bilimlar asoslarini bayon etuvchi kitob hisoblanadi.

Matematika o'qitish metodikasi – jamiyat tomonidan qo'yilgan ta'lim maqsadlarga mos ravishda matematika o'qitish usullarini, qonuniyatlarini uning ma'lum rivojlanish darajasida o'rganadigan va tadqiq etadigan pedagogikaning bo'limi

Matematika o'qitishda muammoli ta'lim usuli - ko'pgina tushunchalarni o'rganish muammoli vaziyatni yaratishga olib kelinishi mumkin.

Matematika o'qitishda predmetlararo aloqalar- bu matematika boshqa o'quv fanlari bilan ,ayniqsa fizika, astronomiya, biologiya, chizmachilik, kimyo va hokazo fanlar bilan bog'lanishlarga.

“Matematika” atamasi - grekcha “bilish, fan” so'zidan olingan

Matematika fani - moddiy borliqning fazoviy va miqdoriy munosabatlarini aks ettiruvchi qonunlarni o'rganadi

Ma'ruza usuli- bunda o'qituvchi materialni o'zi bayon etadi.

Metod ta'lim jarayonida taqdim etilgan amaliy va nazariy bilimlarni egallash, o'zlashtirish, o'rgatish, o'rganish, bilish uchun xizmat qiladigan yo'l-yo'riqlar, usullar majmui

Modul o'quv axborotining mantiqiy bo'lakka bo'lingan qismi, ushbu qism mantiqan yaxlit va tugallangan bo'lib, uning o'zlashtirilishini nazorat qilish mumkin bo'ladi

Modulli o'qitish - o'qitishning istiqbolli tizimlaridan biri hisoblanadi, chunki u ta'lim oluvchilarning bilim imkoniyatlarini va ijodiy qobiliyatlarini rivojlantirish tizimiga eng yaxshi moslashgandir.

Muammo o'quv jarayonida hal qilinishi

Muammoli vaziyat - Mazkur holda vaziyat subyektining hozirgi vaqtda yoki kelgusidagi maqsadlarga erishishiga xavf soladigan vaziyat tushuniladi.

Multimediyali vositalar. Bularga turli tipdagi axborotlarni va jarayonlarni matn, rasm, sxema, jadval, diagramma va virtual muxitlarni yaratish, saklash, ishlov berish, rakamlashtirilgan va jarayonli kurinishda amalga oshirishning kompyuterli vositalari kiradi.

Mediatrissasi- bu kesmaga perpendikulyar bo'lib, uning o'rtasidan chiquvchi to'g'richiziq.

Metrika- Biror geometrik sistemada ikki nuqta orasidagi masofaning yoki burchak o'lchovining aniqlanish(ifodalanish)usuli.

O'tkirlanish nuqtasi- qaytish nuqtasining xuddi o'zi.

Oltin bo'lish-kesmani shunday ikki qismga bo'lishki, ulardan kattasi kichchik qismi bilan butun kesma orasida o'rta proporsional kesma bo'ladi. Ya'ni oltin bo'lini da.

Peano egri chizig'i.- Birorkvadratning barcha nuqtalaridan o'tuvchi Jordan ma'nosidagi uzluksiz egri chiziq. Buni birinchi bo'lib ital'yan matematigi Peano1890-yilda tekshirgan.

Poliedr.- n o'lchovli fazodagi ko'pyoqning xuddi o'zi.

Porizma-Xamma vaqt konkretlashtirsa bo'ladigan umumiy shaklda aytilgan tog'ri jumla.

Proeksiya – so'zi ham proekt so'zi ham bitta lotincha so'zdan (projection-“oldinga tashlash”)kelib chiqqan.Bo'lg'usibino,inshoot loyihasi tuzilar ekan,uning proeksiyasi chiziladi.

Teorema - grekcha “teorema” so'zidan olingan bo'lib, mulohaza yuritilgan, degan ma'noni anglatadi.

Trapetsiya – (yunon. Trapezion- “stolcha”, ruscha “tpaneza”- “tamaddi”) Geometrik figuralardan biri

Tenglama – tenglamani yechishda noma'lumni harflar bilan belgilash III asrda yashagan grek olimi Diofant asarlarida uchraydi.

“**Formula**” atamasi lotincha “formula” so'zidan kelib chiqqan bo'lib, o'zbektilida ma'lum qonun, degan ma'noni anglatadi.

Idempotentlik qonuni- binar amalini qanoatlantiradigan qonun.Agar binary amalini ko'paytma deb tasavvur qilinsa, r xolda $I.Q aa=a$ ko'rinishda bo'ladi.

Izoklin- shunday chiziqki, uning xar bir nuqtasida differentsal tenglamaning o'ng qismi o'zgarmas bo'ladi.

Izomeriya 1. I.- bir sirtning (umuman riman fazosi) ikkinchi sirtga (rimanning boshqa fazosiga) shunday akslantirishdirki, unda barcha egri chiziqning uzunliklari o'zgarmaydi. Masalan silindirning tekislikka egilishi.

Rivojlantiruvchi ta'lim - o'qituvchining asosiy vazifasi bilish mustaqilligi va qobiliyatlarini rivojlantirishga yo'naltirilgan, talabalarni o'quv faoliyatini tashkillashtirish hisoblanadi.

Tabaqalashtirish -o'qitishda o'quvchilarni o'z bilim saviyasi va qobiliyatlariga ko'ra guruhlarga ajratgan holda, tabaqalarga bo'lgan holda o'qitishni nazarda tutadi.

Tajriba - obyektlar va hodisalarni o'rganishning shunday usuliga aytiladiki, bunda biz ularning tabiiy holatiga va rivojiga aralashamiz, ular uchun sun'iy sharoitlar yaratamiz, qismlarga ajratib boshqa obyektlar va hodislar bilan bog'lanishlar hosil qilib tadqiq etamiz.

Taqqoslash – o'rganilayotgan obyektlarning o'xshashlik va farqlarini fikran ajratishdan iborat.

Tafakkur - inson ongida ask etgan obyektlar tomonlar va xossalarini ajratish va ularni yangi bilim olish uchun boshqa obyektlar bilan tegishli munosabatlarda qo'yish jarayoniga aytiladi. Umuman olganda, tafakkur obyektiv borliqning inson ongida faol aks ettirish jarayonidir.

Tafakkurning shakllari - tushuncha, hukm va tasdiqlar.

Tahlil muayyan obyekt, voqea-hodisani har tomonlama tahlil qilish, chuqur tekshirish, o'rganish

Ta'lim vositasi muayyan o'qitish metodi yoki usullaridan muvaffaqiyatli foydalanish uchun zarur bo'lgan yordamchi o'quv materiallari

Ta'lim tizimi turli daraja va yo'nalishdagi o'zaro aloqador uzluksiz ta'lim dasturlari va davlat ta'lim standartlari, tashkiliy huquqiy turlaridan qat'iy nazar ta'lim muassasalarining barcha tarmoqlari, ta'limni boshqaruv organlari va ular qoshidagi muassasa hamda tashkilotlarni qamrab oluvchi tizim.

Teoremlar matematik xukmlarning eng ko'p ishlatiladigan turi bo'lib, u aksiomalar yordamida o'rnatilayotgan nazariy natijalarni ifoda etib, isbotlanishi talab etiladi.

Texnologiya grek tilidan (techne) tarjima kilganda san'at, maxorat, bilish ma'nolarini anglatadi, bular esa o'z navbatida jarayonlardir. Jarayonlar - bu qo'yilgan maqsadga erishish uchun ma'lum xarakterlik majmuasidir.

Tizimli yondashuv tadqiqotchining pedagogik obyekt yaxlitligini ochib ko'rsatishga yo'naltiruvchi, uning ichki aloqa va munosabatlarini belgilovchi jarayon

Tushunchalar - obyektlarning turli xil sifatleri, belgilari va xususiyatlarini aks ettiradi,

Uzluksiz ta'lim o'zaro mantiqiy izchillik asosida bog'langan hamda soddadan murakkabga qarab rivojlanib boruvchi va bir-birini taqozo etuvchi bosqichlardan iborat yaxlit ta'lim tizimi

O'quv materialining elektron shakli. Bosma shaklda bayon etilgan asosiy, tushuntiruvchi, amaliy matnlarning ovozli elektron versiyasi takdim etiladi.

O'quvchilarning matematik tayyorgarligiga qo'yiladigan talablar: a) matematik ta'lim jarayonida o'quvchilarga beriladigan imkoniyatlar bayon etiladi; v) o'quvchilarning matematikadan egallashlari majbur bo'lgan bilim va malakalar, masalalar yechish ko'nikmalari ko'rsatiladi.

Umumlashtirish- obyektlar to'plamiga tegishli va bu obyektlarni birlashtiruvchi birorta xossa fikran ajratiladi.

Hamkorlikda o'qitish - mashg'ulotlar jarayonida talabalar bilan axborot, shaxsiy va kasbiy tajribalarni almashish asosidagi guruhi yo'qitish shakli

Evrastiko'qitish - o'qituvchi o'quvchilar bilan hamkorlikda hal etilishi zarur bo'lgan masalani aniqlab olishi. O'quvchilar esa mustaqil ravishda taklif etilgan masalani tadqiq etish jarayonida zaruriy bilimlarni o'zlashtirib oladilar va uning yechimi bo'yicha boshqa vaziyatlar bilan taqqoslaydi. O'rnatilgan masalani yechish davomida o'quvchilar ilmiy bilish metodlarini o'zlashtirib tadqiqotchilik faoliyatini olib borish ko'nikmasi tajribasini egallaydilar.

Ellips-Tekislikda ixtiyori

Elektron darslik - fanning o'quv hajmini to'liq qamragan va masofavi yo'qitish hamda mustaqil o'rganish uchun kompyuter sxnologiyalariga asoslangan, mustaqil ta'lim olishga hamda fanga oid o'quv materiallar, ilmiy ma'lumotlarning har tomonlama samarali o'zlashtirishga mo'ljallangan bo'lib: o'quv va ilmiy

materiallar faqat verbal (matn) shaklda; o'quv materiallar verbal (matn) va ikki o'lchamli grafik shaklda; multimedia (ko'p axborotli) elementlari, ya'ni ma'lumot ikki-uch o'lchamli grafik ko'rinishda, ovozli, video, animasiya va qisman verbal (matn) shaklda; taktil (his qilinuvchi, seziladigan) xususiyatli, obektlarga nisbatan harakatlanish tasavvurini yaratadigan shaklda ifodalanadi.

Elektron lug'at-an'anaviy "qog'ozli" lug'atga mos keluvchi elektron axborot manbai. Kompyuter versiyada so'z yoki so'zlar guruhiga maxsus ajratilgan ko'rsatma bilan istalgan dasturdan chaqirilishi mumkin. An'anaviy lug'atlardan farqli ravishda elektron lug'at matn va grafikaviy tasvirlar bilan bir qatorda video va animasion lavhalar, tovush, musiqa va boshqalar bilan birga media-obyektlarning butun spektrlarini o'z ichiga olishi mumkin.

Elektron nazorat (testlashtirish) - elektron o'quv adabiyotining komponenti bo'lib, an'anaviy kompyutersiz testlashtirishning analogidir. Elektron testlashtirish holatida kompyuter test va uning natijalarini ko'rsatib beradi, bu bilan bog'liq bo'lgan algoritmlarni joriy qiladi. (Masalan, bajarilgan yoki o'tkazib yuborilgan topshiriqlarga qaytish imkoniyatining borligi yoki yo'qligi, bitta testga vaqtning chegaralanganligi va hokazo).

Elektron testlar-saqlangan, ishlov berilgan va baxolash uchun kompyuter yoki telekommunikasion texnikasi yordamida taqdim etiladigan testlar. Testlar berilishi o'rganilgan matnni talabning qanchalik darajada o'zlashtirganligi o'z-o'zini baholash imkonini beradi

Elektron topshiriqlar - o'qituvchiga ta'lim oluvchilarning individul imkoniyatlarini hisobga olgan xolda mustaqil va nazorat ishlari uchun tartibga keltiradigan topshiriqlar majmuini o'zida aks ettiruvchi axborot manbasining muhim ko'rinishidir. Yaratilgan topshiriqlar ta'lim oluvchilarga an'anaviy «qog'oz» li va elektron variantlarida tavsiya etilishi mumkin.

Elektron o'quv qo'llanma – fanning o'quv hajmini qisman yoki to'liq qamragan va axborotning adaptasiya blokini o'z ichiga olgan bo'lib, masofavi yo'qitish va mustaqil o'rganish uchun mo'ljallangan o'quv manbai.

Elektron o'quv-metodik majmua – davlat ta'lim standarti va fan dasturida belgilangan, bilim, ko'nikma, malaka va kompetensiyalarni shakllantirishni, o'quv jarayonini kompleks loyihalash asosida kafolatlangan natijalarni olishni, mustaqil bilim olish va o'rganishni hamda nazoratni amalga oshirishni ta'minlaydigan, talabning ijodiy qobiliyatlarini rivojlantirishga yo'naltirilgan elektron o'quv – uslubiy manbalar, multimediali didaktik vositalar va materiallar, multimediali elektron ta'lim resurslari, multimediali baholash metodlari va mezonlarini o'z ichiga oladi.

ADABIYOTLAR

RO'YXATI

Normativ-huquqiy hujjatlar

1. O‘zbekiston Respublikasining Konstitusiyasi. – T.: O‘zbekiston, 2014.
2. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi 4947-son Farmoni.
3. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018 yil 5 sentyabrdagi “Xalq ta‘limi boshqaruv tizimini takomillashtirish bo‘yicha qo‘shimcha chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi PF-5538-son [Farmoni](#).
4. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2018 yil 5 sentyabrdagi “Xalq ta‘limi tizimiga boshqaruvning yangi tamoyillarini joriy etish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi № PQ-3931-sonli Qarori.
5. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2017 yil 15 martdagi “Umumiy o‘rta ta‘lim to‘g‘risida nizomni tasdiqlash to‘g‘risida”gi №140-sonli Qarori.
6. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2017 yil 6 apreldagi “Umumiy o‘rta va o‘rta maxsus, kasb-hunar ta‘limining davlat ta‘lim standartlarini tasdiqlash to‘g‘risida”gi № 187-sonli Qarori.
7. Umumiy o‘rta va o‘rta maxsus, kasb-hunar ta‘lim muassasalari uchun umumta‘lim fanlaridan o‘quv-metodik majmualarning yangi avlodini ishlab chiqishga qo‘yiladigan umumiy talablar (*Vazirlar mahkamasining 2017-yil 6-apreldagi 187-son qaroriga 5-ilova*)
8. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2018 yil 8 dekabrda “Xalq ta‘limi tizimida ta‘lim sifatini baholash sohasidagi xalqaro tashkilotlarni tashkil etish chora tadbirlari to‘g‘risida”gi № 997-sonli Qarori.

Maxsus adabiyotlar

1. Diane Belcher, Ann M. Johns, Brian Paltridge. New directions in English for specific purposes research. The University of Michigan Press. 2011.
2. Ishmuxamedov R.J., Yuldashev M. Ta‘lim va tarbiyada innovatsion pedagogik texnologiyalar.– T.: “Nihol” nashriyoti, 2013, 2016.–279b.
3. Michayel Swan, Catherine Walter. The Good Grammar Book. Oxford, 2001.
4. Норенков И.П., Зимин А.М. Информационные технологии в образовании: Учебное пособие.–М.: Изд. МГТУ им. Н.Баумана, 2002.–336с.

5. Подласый И. Педагогика. Новый курс: учебник для студ. педаг. вузов. - в 2-х кн. – М.: ВЛАДОС, 1999. – 567 с.
6. Peter Master. English Grammar and Technical Writing. Regional Printing Cyenter. 2004
7. Sergeyev I.S. Osnovy pedagogicheskoy deyatel'nosti: Uchebnoye posobiye. – SPb.: Piter.Seriya “Uchebnoye posobiye”, 2004–316 s.
8. G'ulomov S.S., Begalov B.A. Informatikava axborot texnologiyalari. – T.: Fan, 2010. – 686 s.
9. Pedagogika nazariyasi va tarixi // M.X. To'xtaxo'jayeva tahriri ostida. – T.: “Moliya-iqtisod”, 2008. – 208 b.
10. Inoyatov U.I., Muslimov N.A., va boshq. Pedagogika: 1000 ta savolga 1000 ta javob. 2012 y. Toshkent, “Ilm-Ziyo” nashriyoti. 12 b.t.
11. Inoyatov U.I., Muslimov N.A., va boshq. Pedagogika (nopedagogik oliy ta'lim muassasalari uchun). 2013 y. - TDPU. 15,25 b.t.
12. Muslimov N.A., va boshqalar. Kasb ta'limi o'qituvchilarining kasbiy kompetentligini shakllantirish texnologiyasi. 2013 y. Toshkent, «Fan va texnologiyalar». 8 b.t.
13. Sayidahmedov N.S. Yangi pedagogik texnologiyalar. – T.: Moliya, 2003. – 172 b.
14. Tolipov O'., Usmonboyeva M. Pedagogik texnologiyalarning tadbiiy asoslari – T.: 2006. – 163 b.
15. Urazova M.B., Eshpulatov Sh.N. Bo'lajak o'qituvchining loyihalash faoliyati. // Metodik qo'llanma. – T.: TDPU Rizografi, 2014 yil. 6,5 b.t.
16. Pathak R.P. Methodology of Educational Research. Atlantic. USA-2008.
17. Saxayev M.S. Elementar matematikadan masalalar toplami. — Toshkent: «O'qituvchi», 1977.
18. Umirbekov A.U., Shoabdlov Sh.Sh. Matematikani takrorlash — Toshkent: «O'qituvchi», 1989
19. Xaydarov B.K. Matematika. O'rta maktabning 5-sinfi uchun darslik. – T.: “Yangiyo'poligraf servis”, 2015 y.
20. Xaydarov B.K., S.Jumanazarov, O.Do'stmatov, J.Yu.Saparboyev. “Matematika fanini o'qitishda zamonaviy yondashuvlar va innovasiyalar” moduli bo'yicha o'quv-uslubiy majmua. Toshkent davlat pedagogika universiteti huzuridagi xalq ta'lim xodimlarini qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish xududiy markazi, Toshkent, 2017. T.: 2017. - 98.

21. Xaydarov B.K., S.Jumanazarov., O.Do'stmatov., J.Yu.Saparboyev. "Matematika fanini o'qitish metodikasi" moduli bo'yicha o'quv-uslubiy majmua. Toshkent davlat pedagogika universiteti huzuridagi xalq ta'lim xodimlarini kadrlarni qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish xududiy markazi, Toshkent, 2017.

22. Mirzaahmedov M., Rahimqoriyev A. Matematika 6-sinf. Umumiy o'rta ta'lim maktablari 6-sinfi uchun darslik. –T.: "O'qituvchi", 2011 y.

23. Alimov Sh.A., Xolmuhamedov O.R., Mirzaahmedov M. Algebra. Umumiy o'rta ta'lim maktablari 7-9-sinflari uchun darslik.–T.: "O'qituvchi", 2014 y.

24. Azamov A., Xaydarov B., Kuchkarov A., Sariqov Ye., Sag'diyev U. Geometriya. Umumiy o'rta ta'lim maktablari 7 -sinfi uchun darslik. –T.: "Yangiyo'lpoligrafservis", 2017 y.

25. Rahimberdiyev A. Geometriya 8-sinf. Darslik.–T.: "O'qituvchi", 2014y.

26. Haydarov B., Sariqov Ye., Qo'chqorov A. Geometriya. 9-sinf.–T.: "O'zbekiston milliy ensiklopediyasi", 2014 y.

27. Mirzaxmedov M., Haydarov B. vaboshqalar Matematika. 10-sinf. Darslik, 1 - 2 bo'limlar, – T.: MChJ "EKSTREMUM PRESS" 2017 y.

28. Mirzaxmedov M., Haydarov B. vaboshqalar Matematika. 10-sinf. Darslik, 1 - 2 bo'limlar, – T.: MChJ "EKSTREMUM PRESS" 2018 y.

Elektron ta'lim resurslari

1. O'zbekiston Respublikasi Xalq ta'limi vazirligining elektron sayti: www.uzedu.uz

2. O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining elektron sayti: www.edu.uz

3. Xalq ta'limi sohasida axborot-kommunikasiya texnologiyalarini rivojlantirish markazining elektron sayti: www.multimediya.uz

4. O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi huzuridagi Bosh ilmiy-metodik markazning elektron sayti: www.bim.uz

5. Ziyonet ijtimoiy axborot ta'lim portalining elektron sayti: www.ziyonet.uz

