ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ОЛИЙ ТАЪЛИМ ТИЗИМИ ПЕДАГОГ ВА РАҲБАР КАДРЛАРИНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ ОШИРИШНИ ТАШКИЛ ЭТИШ БОШ ИЛМИЙ-МЕТОДИК МАРКАЗИ

ҚОРАҚАЛПОҚ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ПЕДАГОГ КАДРЛАРНИ ҚАЙТА ТАЙЁРЛАШ ВА УЛАРНИНГ МАЛАКАСИНИ ОШИРИШ МИНТАҚАВИЙ МАРКАЗИ

“ТАСДИҚЛАЙМАН”

Минтақавий маркази директори

____________К.Убайдуллаев

“____”______________ 2015 йил

“МАТЕМАТИКА АСОСЛАРИ”

МОДУЛИ БЎЙИЧА

Ў Қ У В –У С Л У Б И Й   М А Ж М У А

Тузувчилар: доц. С.Танирбергенов
доц. З. Сапаров

НУКУС-2015

МУНДАРИЖА

ИШЧИ ДАСТУР

I. Модулнинг мақсади ва вазифаси

“Математика асослари” фанининг мақсади - тингловчиларга ўқитиш сирларини, бу фан бўйича билим, малака ва кўникмага эришишнинг энг самарали ва оптимал йўлларини ўргатиш;

-дарснинг турли шаклларини шароитга қараб ташкил этиш, талабаларни фан асосларига қизиқтириш бўйича ҳам тўғри йўл кўрсатиб, уларга дарсни фаоллаштиришнинг турли методик ёндашувларидан фойдаланиш бўйича талай ижобий маслаҳатлар бериш.

“Математика асослари” фанининг вазифаси - тингловчиларга математика асосларининг замонавиий мазмуни ҳақидаги билимларни беришдан, таълим жараёнида математика фанини ўқитишнинг илғор тажрибалари билан таништириш;

II. Модулни ўзлаштиришга қўйиладиган талаблар

Кутилаётган натижалар: Тингловчилар “Математика асослари” модулини ўзлаштириш орқали қўйидаги билим, кўникма ва малакага эга бўладилар:

- Ўзбекистон Республикаси Конституцияси, таълим соҳасида давлат сиёсати ва бошқа қонунчилик ҳамда ҳуқуқий-меъёрий ҳужжатларни;
- “Таълим тўғрисида”ги қонун, Кадрлар тайёрлаш миллий дастури ва бошқа қонун ҳужжатларининг қабул қилиниши, моҳияти ва аҳамиятини;
- таълим тизимини ривожлантиришнинг устувор йўналишларини;
- таълим тизимида мулоқот ва коммуникатив жараёнларнинг шакл ва қонуниятларини;
- педагогик жараёнлар қонуниятлари ва шахсни ўқитиш, тарбиялаш, ривожлантиришнинг замонавий назарияси ва технологияларини;
- таълим соҳасидаги инновацияларни;
- таълимни ахборотлаштириш технологияларини;
- математиканинг сўнгги ютуқларини;

- математика фанларини ўқитишдаги илғор хорижий тажрибаларни;
- математика соҳасида тадқиқотларни олиб бориш усулларини;
- ўқитувчининг инновацион фаолиятини;
- замонавий таълим методларини;
- педагогик маҳорат асосларини **билиши** керак.

Тингловчи:

- таълим-тарбия жараёнлари мақсадига эришишда муассасанинг фаолиятини таъминлаш;
- таълим-тарбия жараёнларини ривожлантиришга қаратилган инновацияларни ишлаб чиқиш ва жорий этиш;
- таълим сифатини назорат қила олиш;
- ўқув-методик ҳужжатларни ярата олиш;
- таълим жараёнида ахборот-коммуникация технологияларидан фойдаланиш;
- педагогик фаолиятга инновацияларни татбиқ этишнинг самарали шаклларидан фойдаланиш;
- замонавий педагогик технологияларни таълим жараёнига татбиқ этиш;
- виртуал лаборатория ишларини яратиш ва қўллаш;
- хорижий тилдаги манбалардан педагогик фаолиятда фойдалана олиш;
- электрон ўқув материалларини яратиш технологияларини билиши ҳамда улардан таълим жараёнида фойдаланиш;
- педагогларда касбий компетентликни такомиллаштириш жараёнида ўз-ўзини ривожлантиришга бўлган онгли эҳтиёжни шакллантириш;
- шахсий педагогик ва методологик маданиятни ривожлантириш;
- таълим жараёнини ташкил этиш ва бошқариш;
- Ўзбекистон Республикасидаги меъёрий ҳужжатлар тизимидаги ўзгаришларни амалиётга татбиқ эта олиш **кўникмаларига** эга бўлиши лозим.

Тингловчи:

- психологик-педагогик диагностиканинг замонавий методларидан фойдаланиш;
- математика фанларидан инновацион ўқув машғулотларини лойиҳалаш, амалга ошириш, баҳолаш, такомиллаштириш;
- математика фанларини ўқитишнинг дидактик таъминотини яратиш;
- коммуникатив вазифаларни хал этиш технологиялари, касбий мулоқот усулларидан фойдаланиш, ҳамкорлик ишларини олиб бориш;
- коммуникатив вазифаларни ҳал этиш технологиялари, касбий мулоқот усулларидан фойдаланиш, ҳамкорлик ишларини олиб бориш **малакаларига** эга бўлиши зарур.

III. Модулнинг ўқув режедаги бошқа фанлар билан боғликлиги ва узвийлиги

Модул мазмуни ўқув режадаги “Олий математикани ўқитиш методикаси”, “Математиканинг замонавий масалалари”, АКТ ва бошқа барча блок фанлари билан узвий боғланган ҳолда уларнинг илмий-назарий, амалий асосларини очиб беришга хизмат қилади.

IV. Модулнинг олий таълимдаги ўрни

Фан олий таълим муассасалари педагог кадрларининг касбий тайёргарлиги даражасини ривожлантириш, уларнинг илғор педагогик тажрибаларни ўрганишлари ҳамда замонавий таьлим технологияларидан фойдаланиш бўйича малака ва кўникмаларини такомиллаштиришга қаратилганлиги билан аҳамиятлидир.

V. Модул бўйича соатлар тақсимоти

<table>
<tr><th rowspan="4">№</th><th rowspan="4">Модул мавзулари</th><th colspan="6">Тингловчининг ўқув юкламаси, соат</th></tr>
<tr><th rowspan="3">Ҳаммаси</th><th colspan="4">Аудитория ўқув юкламаси</th><th rowspan="3">Мустақил таълим</th></tr>
<tr><th rowspan="2">Жами</th><th colspan="3">Жумладан</th></tr>
<tr><th>Назарий</th><th>Амалий</th><th>Кўчма машғулот</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Математика асослари фани ва унинг тарихи. Асосий аксиомалар ва юқори тартибли аксиомаларни келтириб чиқариш қойдалари.</td><td>6</td><td>4</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Тўпламлар устида элементар амаллар ва бинар муносабатлар. Цермало, Кантор-Бернштейн теоремалари. Кардинал сонлар.</td><td>6</td><td>6</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>Геометрия асослари, Евклиднинг “Негизлар” асари ҳақида. Бешинчи постулат. Ноевклид геометриясининг очилиши.</td><td>6</td><td>6</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td>Гильберт аксиоматикаси (боғлиқлиқ, тартиб, конгруэнтлик, узлуксизлик ва параллеллик аксиомалари).</td><td>6</td><td>4</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Евклид геометрияси аксиомалари системасининг зидсизлиги, тўлалиги ва ўзаро эркинлиги. Олий математика курси дарсликларидаги аксиоматика.</td><td>6</td><td>6</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Жами</td><td>30</td><td>26</td><td>10</td><td>10</td><td>6</td><td>4</td></tr>
</table>

НАЗАРИЙ МАШҒУЛОТЛАР МАЗМУНИ

Математика асослари фани ва унинг тарихи. Асосий аксиомалар ва юқори тартибли аксиомаларни келтириб чиқариш қоидалари Цермелло теоремаси. Кантор-Бернштейн теоремалари. Кардинал сонлар. Геометрия асослари, Евклиднинг «Негизлар» асари хақида. Бешинчи постулат. Ноевклид геометриясининг очилиши. Боғлиқлик, тартиб, конгруэнтлик, узлуксизлик ва параллеллик аксиомалари. Улардан келиб чиқадиган натижалар. Евклид геометрияси аксиомалари системасининг зидсизлиги, тўлиқлиги ва ўзаро эркинлиги. Гильберт аксиоматикаси.

АМАЛИЙ МАШҒУЛОТЛАР МАВЗУСИ ВА МАЗМУНИ

Амалий машғулотларни “Кичик гуруҳларда ишлаш”, “Давра суҳбати” ва бошқа таълим методларидан фойдаланилган ҳолда ташкил этиш кўзда тутилган. Бунда ўқув жараёнида фойдаланиладиган замонавий методларининг, педагогик ва ахборот технологияларининг қўлланилиши, маърузалар бўйича замонавий компьютер технологиялари ёрдамида мультимедияли тақдимот тайёрлаш, амалий машғулотларда педагогик ва ахборот-комуникация технологияларидан кенг фойдаланиш, илғор тажрибаларини ўрганиш ва оммалаштириш назарда тутилади.

Тўпламлар устида элементар амаллар ва бинар муносабатлар. Кардинал сонлар устида арифметик амаллар, чекли сонлар, бинар муносабатлар арифметикаси, чизиқли тартибланган муносабатлар. Гилберт аксиомаларидан келиб чиқадиган натижалар. Олий математика курси дарсликларидаги аксиоматика.

МУСТАҚИЛ ТАЪЛИМ МАВЗУЛАРИ

1. Ҳақиқийсонлар системаси.
2. Группа, ҳалқа ва майдон.
3. Топологик фазо ва уларга мисоллар.
4. Боғлиқлиқ аксиомаларидан келиб чиқадиган натижалар.
5. Тартиб аксиомаларидан келиб чиқадиган натижалар.
6. Параллелик аксиомадан келиб чиқадиган натижалар.
7. Лобачевский аксиомасидан келиб чиқадиган натижалар.

Фойдаланиш учун адабиётлар рўйхати:

Раҳбарий адабиётлар:

1. Каримов И.А. Ўзбекистон: миллий истиқлол, иқтисод, сиёсат, мафкура. 1-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 1996. – 364 б.
2. Каримов И.А. Биздан озод ва обод Ватан қолсин. 2-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 1996. -380 б.
3. Каримов И.А. Ватан саждагоҳ каби муқаддасдир. 3-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 1996. – 366 б.
4. Каримов И.А. Бунёдкорлик йўлидан. 4-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 1996. – 349 б.
5. Каримов И.А. Янгича фикрлаш ва ишлаш – давр талаби. 5-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 1997. -384 б.
6. Каримов И.А. Хавфсизлик ва барқарор тараққиёт йўлидан. 6-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 1998. – 429 б.
7. Каримов И.А. Биз келажагимизни ўз қўлимиз билан қурамиз. 7-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 1999. – 410 б.
8. Каримов И.А. Озод ва обод Ватан, эркин ва фаровон ҳаёт – пировард мақсадимиз. 8-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 2000. – 528 б.
9. Каримов И.А. Ватан равнақи учун ҳар биримиз масъулмиз. 9-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 2001. – 432 б.
10. Каримов И.А. Хавфсизлик ва тинчлик учун курашмоқ керак. 10-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 2002. – 432 б.
11. Каримов И.А. Биз танлаган йўл – демократик тараққиёт ва маърифий дунё билан ҳамкорлик йўли. 11-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 2003. – 320 б.
12. Каримов И.А. Тинчлик ва хавфсизлигимиз ўз куч-кудратимизга, ҳамжиҳатлигимиз ва қатъий иродамизга боғлиқ. 12-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 2004. – 400 б.
13. Каримов И.А. Ўзбек халқи ҳеч қачон, ҳеч кимга қарам бўлмайди. 13-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 2005. – 448 б.

14. Каримов И.А. Инсон, унинг ҳуқуқ ва эркинликлари – олий қадрият. 14-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 2006. – 280 б.

15. Каримов И.А. Жамиятимизни эркинлаштириш, ислоҳотларни чуқурлаштириш, маънавиятимизни юксалтириш ва халқимизнинг ҳаёт даражасини ошириш – барча ишларимизнинг мезони ва мақсадидир. 15-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 2007. – 320 б.

16. Каримов И.А. Мамлакатимизни модернизация қилиш ва иқтисодиётимизни барқарор ривожлантириш йўлида. 16-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 2008. – 368 б.

17. Каримов И.А. Ватанимизнинг босқичма-босқич ва барқарор ривожланишини таъминлаш – бизнинг олий мақсадимиз. 17-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 2009. – 280 б.

18. Каримов И.А. Мамлакатимизда демократик ислоҳотларни янада чуқурлаштириш ва фуқаролик жамиятини ривожлантириш концепцияси.// Олий Мажлис Қонунчилик палатаси ва Сенатнинг 2010 йил 12 ноябрда бўлиб ўтган қўшма мажлисидаги маъруза.

19. Каримов И.А. Жаҳон инқирозининг оқибатларини енгиш, мамлакатимизни модернизация қилиш ва тараққий топган давлатлар даражасига кўтарилиши сари. 18-жилд. -Т.: Ўзбекистон, 2011. – 280 б.

20. Каримов И.А. Демократик ислоҳотларни янада чуқурлаштириш ва фуқаролик жамиятини шакллантириш – мамлакатимиз тараққиётининг асосий мезонидир. 19-жилд. - Т.: Ўзбекистон, 2011. – 360 б.

21. Каримов И.А. Бизнинг йўлимиз – демократик ислоҳотларни чуқурлаштириш ва модернизация жараёнларини изчил давом эттириш йўлидир. 20-жилд. - Т.: Ўзбекистон, 2011. – 320 б.

22. Каримов И.А. Ўзбекистон халқига тинчлик ва омонлик керак. Т.21. – Т.: Ўзбекистон, 2013.

23. Каримов И.А. Ўзбекистон эришган ютуқ ва марралар-биз танлаган ислоҳотлар йўлининг тасдиғидир. Т.22. – Т.: Ўзбекистон, 2014.

Норматив-ҳуқуқий ҳужжатлар:

1. Ўзбекистон Республикаси Конституцияси. – Т.: Ўзбекистон, 2014
2. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2005 йил 5 сентябрдаги “Миллий ахборот-коммуникация тизимларининг компьютер хавфсизлигини таъминлаш бўйича қўшимча чоралар тўғрисида”ги ПҚ-167-сонли Қарори.
3. Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2006 йил 16 февралдаги “Педагог кадрларни қайта тайёрлаш ва уларнинг малакасини ошириш тизимини янада такомиллаштириш тўғрисида”ги 25-сонли Қарори.
4. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2007 йил 3 апрелдаги “Ўзбекистон республикасида ахборотни криптографик муҳофаза қилишни ташкил этиш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-614-сонли Қарори.
5. Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2011 йил 20 майдаги “Олий таълим муассасаларининг моддий-техника базасини мустаҳкамлаш ва юқори малакали мутахассислар тайёрлаш сифатини тубдан яхшилиш чора-тадбирлари тўғрисидаги” ПҚ-1533-сон Қарори.
6. Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2012 йил 26 сентябрдаги “Олий таълим муассасалари педагог кадрларини қайта тайёрлаш ва уларнинг малакасини ошириш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги 278-сонли Қарори.

Асосий адабиётлар:

1. Ходжиев Д.Х., Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, Ўзбекистон, 2001.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру, М. Физматлит, 2004.

3.Соатов Ё.У. Олий математика. Тошкент, 1993.

4.Минорский В.П. Олий математикадан масалалар тўплами. 1988.

5.Ayupov Sh.A. va b. Funksional analizning tanlangan boblari, Toshkent, O’zbekiston, 2011.

6.Narmanov A.Y.Analitik geometriya. T. 2008

7.Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия. М., Наука, 1990.

8.Погорелов А.В. Аналитик геометрия. Т., Ўқитувчи, 1983.

9.Постников М.М. Лекции по геометрии. Семестр 1. М., Наука, 1983.

10. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия М. Наука, 1981.

11. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. М. Наука,1976.

12. Baxvalov S.V., Modenov P.S., Parxomenko A.S. Analitik geometruyadan masalalar to'plami.T,Universitet, 2006

13. Нарманов А.Я. Дифференциал геометрия. Т. Университет, 2003

14. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. М.,1974.

15. Сборник задач по дифференциальной геометрии. Под ред. Феденко А.С. М., 1979

16. Нарманов А.Я., Пшеничнов В.И., Шарипов А.С., Жабборов Н. топологиядан машқ ва масалар тўплами. Т. Университет, 1990.

IV. Электрон таълим ресурслари

1. www. Ziyonet. uz
2. www. edu. uz
3. Infocom.uz электрон журнали: www.infocom.uz
4. www. nuuz.uz
5. www.bimm.uz

МАЪРУЗА МАТНИ

1-МАВЗУ. МАТЕМАТИКА АСОСЛАРИ ФАНИ ВА УНИНГ ТАРИХЫ

Режа:

1. Математика тарихидан қисқача маълумот.
2. Алгебра ва геометрия фанларининг бир-бири билан узвий боғланиши.

Калит сўзлар: *Ал-жабр вал-муқобала, ўзгарувчи миқдор, аксиомалар системаси, дастлабки тушунчалар, аксиомалар системасининг зидсизлиги, эркинлиги ва тулалиги.*

1. МАТЕМАТИКА ТАРИХИДАН ҚИСҚАЧА МАЪЛУМОТ.

Математик таҳлил функцияларни ўрганувчи математика бўлиб, олий педагогика ўқув юртларида предмет сифатида дифференциал ҳисоб, интеграл ҳисоб, қаторлар ва дифференциал тенгламаларни ўз ичига олади.

Илгарилари "Чексиз кичик миққдорлар ҳисоби", "Дифференциал ва интеграл ҳисоб" номлари билан аталиб келинган. Бу курс кейинги пайтларда деярли ҳамма ерда математик таҳлил деб юритила бошлади. Курснинг бундай аталиши унинг мазмуни ва мақсадини хақиқатан ҳам тўла акс эттиради ва унинг вазифаси функцияларни таҳлил қилиш эканлигини англатади. Бунда таҳлилга кириш-ҳақиқий сонлар назарияси, лимитлар назарияси, узлуксизлик; бир аргументли ва кўп аргументли функцияларнинг дифференциал ва интеграл ҳисоби, қатор-лар назарияси, Фурье қатори, дифференциал тенгламалар кўзда тутилади.

Математика сўзи юнонча фан, билим сўзидан ҳосил бўлган. Математиканинг фан сифатида шаклланишини эрамиздан аввалги VI-V асрларга таъалуқли дейиш мумкин, бу даврга қадар эса бошланҒҚич маълумотлар тўпланиб бора берган. Шу тўпланган маълумотлар асосида арифметика ва геометрия фанлари юзага келган.

Алгебранинг фан сифатида шаклланиши кўп мамлакатлар ва халқларнинг сўнги икки минг йиллар давомидаги ишлар якунидир.

IX асрнинг биринчи ярмида яшаган ўрта Осиёлик олим Мухаммад Мусо ал Хоразмий биринчи бўлиб алгебранинг тўла мазмунини аниқлаб берди. Унинг “Ал-жабр вал-муқобала” асари бу фанга алгебра номини берди. IX-XII асрларда турли тенгламаларни ечиш усулларини ўрта Осиёлик Абу Райхон Беруний ва Умар Хайёмлар бердилар.

XIV аср давомида харфий алгебранинг келиб чиқиши туфайли функция тушунчасининг тараққиётида яна бир қадам қўйилди.

2. АЛГЕБРА ВА ГЕОМЕТРИЯ ФАНЛАРИНИНГ БИР-БИРИ БИЛАН УЗВИЙ БОҒЛАНИШИ.

Француз файласуфи ва математиги Рене Декарт (1596-1650) алгебра ва геометрия фанларининг бир-бири билан узвий боқланишда эканлигини ва ўзгарувчи миқдорнинг ахамияти ҳақидаги фикрларни олҚа суради.

XVII асрга келиб элементар математикадан иборат бўлган билимлар шу давр тараққиётининг талаб ва эхтиёжларига тўла жавоб беролмас эди. Натижада, XVII асрдан бошлаб математика тараққиётида янги давр - ўзгарувчи миқдорларни ўрганиш даври бошланди. Бу даврга келиб Декарт ва бошқа математикларнинг ишларида функция тушунчаси киритила бошланди.

XVII асрнинг охирида машхур немис математига Г.Лейбниц (1646-1716) ва унинг шогирдлари “функция” атамасини қўллай бошладилар, лекин уларни геометрик тушунчаларга таалуқли ҳолда олиб бордилар.

Иоганн Бернулли (1667-1748) функция таърифини геометрик тилдан озод холда киритади. ”¤згарувчи миқдор ва ўзгармаслардан турли усуллар билан ҳосил қилинган миқдорга ўзгарувчининг функцияси дейилади”. Бернуллининг бу таърифи фақат Лейбниц ишларига эмас, балки машхур инглиз математиги ва физиги Исаак Ньютон (1642-1727) нинг ишларига ҳам асосланган эди.

Рус геометриги Н.И.Лобачевский (1792-1856) турли математикларнинг функция хакидаги мулохазаларини якунлаб, қуйидаги таърифни келтиради: агар x миқдорнинг ҳар бир қийматига у миқдорнинг маълум бир қиймати мос келса, у ҳолда у миқдор ўзгарувчи x миқдорнинг функцияси дейилади.

XIX асрнинг иккинчи ярмида функциянинг маълум таърифлари кўпчилик математикларга унча умумий эмаслиги сезилди. Натижада функциянинг умумий таърифи юзага келди. Бу таърифни тўпламлар назариясининг асосчиси Г.Кантор (1845-1918) ва Р.Дедекинд (1831-1916) лар беришди: Х ва У иккита тўплам берилган бўлсин. Агар Х тўпламнинг хар бир х элементига У тўпламнинг маълум у элементи мос қўйилган бўлса,у ҳолда Х ни У га акслантириш берилган дейилади. Бу у элемент x нинг f акслантиришдаги акси дейилади ва f(x) орқали белгиланади. Агар Х ва У хақиқий сонлардан иборат бўлса, у холда хақиқий аргументли функция берилган дейилади.

Умуман айтганда XVII аср бошларида геометрия ва механиканинг кўпгина масалалари асосан ушбу икки типдаги масалани ҳал этишни тақозо қилди:

I тип масала: Нотекис ҳаракат тезлигини топиш, эгри чизиққа уринма ўтказиш.

II тип масала: Нотекис ҳаракатда босиб ўтилган йўлни ҳисоблаш ва эгри чизиқли фигуранинг юзини ҳисоблаш.

Бу икки тип масала ўзгарувчи миқдорнинг лимити тушунчаси воситасида хал қилинди.

I тип масалаларни ўрганиш натижасида дифференциал ҳисоб, II тип масалаларни ўрганиш натижасида эса интеграл ҳисоб юзага келдики, бу билан математик таҳлил фаниниг асосий бўлимларига пойде-вор қўйилди. Шундай қилиб, математик таҳлил-ўзгарувчи миқдорлар математикаси юзага келди. Математик таҳлил фанини шакллантириш ва ривожлантиришда машхур математиклар И.Ньютон ва Г.Лейбниц айниқса самарали мехнат қилдилар.

Ўақиқатан, Г.Лейбниц 1682-1686 йилларда дифференциал ва интеграл ҳисобга оид мақолалар босиб чиқарди. Ундан аввалроқ 1670-1671 йилларда И.Ньютон дифференциал ва интеграл ҳисобни ишлаб чиқди. Шундай қилиб, Ньютон ва Лейбниц бир-биридан мустақил тарзда дифференциал ва интеграл ҳисобнинг асосий тушунчаларини дифференциаллаш ва интеграллаш амалларини киритдилар ва асосий муносабат "Ньютон-Лейбниц формуласи" ни ўрнатдилар.

Олий ўқув юртларида математика курсининг баъзи бир бўлимлари мустаҳкам ўрин олаяпти. Шу туфайли ўқув юртлари математика курсида фақат функция хақида бошланғич тушунчалар эмас, балки асосий элементар функциялар, уларни дифференциал ҳисоб усуллари ёрдамида ўрганиш, интеграл ҳисоб тушунчалари билан таништирилади.

Шунинг учун ўқув юртларида математика ўқитувчилари "Математик таҳлил" курсида бериладиган асосий таъриф ва тушунчаларни, теорема ва қоидаларни синчиклаб ўрганишлари лозим.

САВОЛЛАР

1. Математика тарихидан қисқача маълумот беринг?

2.Алгебра ва геометрия фанларининг бир-бири билан узвий боғланиши тушинтириб беринг?

Адабиётлар руйхати:

1.Азларов. Т., Мансуров. Х. "Математик анализ" 1т: 1994,2т. 1995 ўзб.

2.Ўикматов А.Ў., Турдиев Т., "Математик анализ" Тошкент: 1т, 1990 ўзб.

2-МАВЗУ. ТУПЛАМЛАР УСТИДА АМАЛЛАР. КАНТОР-БЕРНШТЕЙН ТЕОРЕМАСИ

Режа:

1. Чексиз тўпламлар.
2. Тўпламлар орасидаги акслантириш.
3. Тенг қувватли тўпламлар.
4. Кантор-Бернштейн теоремаси.

Калит сўзлар: *тўпламнинг элементлари, натурал, туб сонлар, инъектив, сюръектив, биектив, эквивалент, кардинал сонлар, тўпламларнинг қуввати.*

1.ЧЕКСИЗ ТЎПЛАМЛАР

Одатда, чекли ва чексиз тўпламларни бир-биридан фарқ қиладилар. Элементларининг сони чекли бўлган тўплам чекли тўплам дейилади. Математикада, кўпинча чексиз тўпламлар билан иш кўришга тўғри келади. Умуман, чексиз тўплам дейилганда шундай тўпламни кўзда тутиш керакки, бу тўпламдан битта, иккита ва ҳоказо элементларни олганда ҳам, унда яна кўплаб элементлар қолаверади. Масалан, барча натурал сонлар тўплами, тўғричизиғидаги нуқталар тўплами, ҳамма кўпҳадлар тўплами чексиз тўпламларга мисол бўлади.

Тўпламлар назариясининг яратилишига сабаб бўлган илк муаммо қуйидагидан иборат эди: «чексиз тўпламларни, улардаги бор элементлар миқдори бўйича фарқлаш мумкинми, агар мумкин бўлса, уларни қандай фарқлаймиз?» Бу савол, қадимдан файласуфлар ва математикларни қизиқтириб келган.

Бир томондан, чексиз тўпламларнинг ҳар бири, чексиз элементлардан ташкил топганлиги туфайли улардаги элементлар бир хилда «кўп», деб ҳисоблаш равшандек кўринади. Иккинчи томондан, масалан, туб сонлар тўплами, натурал сонлар тўпламининг қисми бўлганлиги туфайли, чексиз кўп элементлардан ташкил топган бўлса ҳам, туб сонлар, натурал сонларга қараганда камдек туйилади.

Бундай мулоҳазалар ва қарама-қаршиликлар чексиз тўпламлар учун «элементлари кўп», «элементлари сони тенг» ва шунга ўхшаш фикрлар нимани англатишига аниқ таъриф берилмаганлиги сабабли ҳосил бўлади.

Г.Кантор биектив акслантириш тушунчасидан фойдаланиб, чексиз тўпламларни солиштириш мумкинлигини аниқлади.

1-Таъриф. Агар A тўпламнинг ҳар бир a элементига, бирор f қоида бўйича B тўпламнинг аниқ битта, элементи мос қўйилган бўлса, у ҳолда A тўплам B тўпламга акслантирилган дейилади ва $f:A\to B$ кўринишда ёзилади. Берилган f қоида эса акслантириш дейилади.

Шунингдек, b элемент a элементнинг f акслантиришдаги образи (акси) дейилади ва $f(a)$ каби ёзилади.

Агар$A_1\subset A$ бўлса, у ҳолда A_1 қисм тўплам элементларининг образлари тўпламини $f(A_1)$ орқали белгилаймиз:

$f(A_1)=\{f(x)|\ x\in A_1\}$.

Айтайлик $f:A\to B$ акслантириш, b эса B тўпламнинг ихтиёрий элементи бўлсин. A тўпламнинг b элементга аксланувчи барча элементларидан иборат қисми b элементнинг прообрази (асли) дейилади ва $f^{-1}(b)$ каби ёзилади.

Агар $B_1\subset B$ бўлса, у ҳолда B_1 тўплам элементларининг прообразлари тўпламини $f^{-1}(B_1)$ билан белгилаймиз:

$f^{-1}(B_1)=\{\ x\ |\ f(x)\ \in B_1\}$.

Масалан, A=B=R, яъни A ҳам, B ҳам R ҳақиқий сонлар тўпламидан иборат, $f:A\to B$ акслантириш $f(x)=\sin x$ формула билан берилган бўлсин. У ҳолда b=0 сонининг прообрази $a=k\pi$ $(k\in Z)$ кўринишдаги сонлардан иборат бўлади: $f^{-1}(0)=\{\ k\pi\ |\ k\in Z\}$.

2-таъриф. Агар $f:A\to B$ акслантириш учун $f(A)=B$, яъни A тўплам B тўпламнинг устига акслантирилган бўлса, у ҳолда f сюръектив акслантириш (сюръексия) дейилади.

2. ТЎПЛАМЛАР ОРАСИДАГИ АКСЛАНТИРИШ

1-таъриф. Агар $f{:}A\to B$ акслантириш учун $x_1\neq x_2$ дан $f(x_1)\neq f(x_2)$ келиб чиқса, f тескариланувчи ёки инъектив акслантириш (инъексия) дейилади

2-таъриф. Агар $f{:}A\to B$ акслантириш ҳам инъектив, ҳам сюръектив акслантириш бўлса, у ҳолда *f* биектив ёки ўзаро бир қийматли акслантириш дейилади.

Баъзида бундай акслантириш, А ва В тўпламлар орасидаги ўзаро бир қийматли мослик деб ҳам айтилади.

3-таъриф. Агар

a) ҳар бир $a\in A$ элементга битта ва фақат битта $b\in B$ элемент мос келса;

b) ҳар бир $b\in B$ элемент битта ва фақатбитта $a\in A$ элементга мос келса, у ҳолда А Ва В тўпламлар орасидаги мослик ўзаро бир қийматли мослик дейилади.

Қуйидаги тасдиқларнинг ўринли эканлигини кўриш қийин эмас:

1^o. Айний акслантириш $I{:}A\to A$ биектив бўлади.

2^o. Агар $f{:}A\to B$ биектив акслантириш бўлса, у ҳолда тескари акслантириш $f^{-1}{:}B\to A$ мавжуд ва у ҳам биектив акслантириш бўлади.

3^o. Агар $f{:}A\to B$ ва $g{:}B\to C$ биектив акслантиришлар бўлса, у ҳолда уларнинг композитсияси $g0f{:}A\to C$ ҳам биектив акслантириш бўлади.

3. ТЕНГ ҚУВВАТЛИ ТЎПЛАМЛАР. ТЎПЛАМНИНГ ҚУВВАТИ ТУШУНЧАСИ

4-таъриф. Агар А ва В тўпламларнинг бирини иккинчисига биектив акслантириш мумкин бўлса, улар тенг қувватли тўпламлар дейилади ва $A \sim B$ кўринишда ёзилади.

Бошқача айтганда, агар А ва В тўпламлар орасида ўзаро бир қийматли мослик ўрнатиш мумкин бўлса, у ҳолда бу тўпламлар тенг қувватли тўпламлар дейилади.

7-таъриф. Бирор F тўпламнинг элементлари орасида берилган қандайдир «~» муносабат

1) рефлексивлик: $a\sim a$, ихтиёрий элемент ўзи билан шу муносабатда;

2) симметриклик: $a\sim b$ бўлса, у ҳолда $b\sim a$;

3) транзитивлик: $a\sim b$ Ва $b\sim c$ бўлса, у ҳолда $a\sim c$

каби шартларни қаноатлантирса, F тўпламда эквивалентлик муносабати берилган дейилади.

1-теорема. Тўпламлар орасидаги тенг қувватлилик муносабати эквивалентлик муносабати бўлади.

Исботи. Юқоридаги 1^o-3^o тасдиқлардан қуйидаги хоссаларнинг ўринлилиги келиб чиқади:

1) A ~ A;

2)Агар A ~ B бўлса, у ҳолда B ~ A;

3)Агар A ~ B ва B ~ S бўлса, у ҳолда A ~ S.

Бу эса, тенг қувватлилик муносабати рефлексивлик, симметриклик ва транзитивлик хоссаларига эга, яъни эквивалентлик муносабати эканлигини кўрсатади. Теорема исбот бўлди.

Келгусида тенг қувватли тўпламлар эквивалент тўпламлар деб ҳам юритилади.

Мисоллар. 1. A- барча натурал сонлар тўплами, B-барча мусбат жуфт натурал сонлар тўплами бўлсин. Бу тўпламлар орасида биектив акслантиришни қуйидагича ўрнатиш мумкин: $f: n\to 2n$, $f^{-1}: m\to \frac{m}{2}$.

2. A-барча натурал сонлар тўплами, B- барча бутун сонлар тўплами бўлсин. Ушбу $f(x)=(-1)^x\left[\frac{x}{2}\right]$ (бу ерда $x\in A$, $\left[\frac{x}{2}\right]$ еса $\frac{x}{2}$ нинг бутун қисми), акслантириш бу тўпламлар орасида ўзаро бир қийматли мослик ўрнатади. Масалан: $1\to 0$, $2\to 1$, $3\to -1$, $4\to 2$, ...

3. Ихтиёрий $[a;b]$ кесманинг нуқталаридан иборат тўплам ихтиёрий бошқа бир $[c;d]$ кесманинг нуқталаридан иборат тўпламга тенг қувватли бўлади. Ўзаро бир қийматли мосликни қуйидагича ўрнатиш мумкин: $y = \frac{d-c}{b-a}(x-a)+c.$

Агар A ва B, элементлари сони чекли бўлган тўпламлар бўлса, у ҳолда уларнинг эквивалентлиги элементларининг сони тенглиги билан бир хил бўлади.

Чексиз тўпламларнинг барчаси ўзаро эквивалент, яъни тенг қувватли эмасми? деган савол туғилади. Бундай эмаслигини кўрсатамиз.

2-теорема. Натурал сонлар тўплами N ва ҳақиқий сонлар тўплами R тенг қувватли тўпламлар эмас.

Исботи. Фараз қилайлик N ва R тенг қувватли ва N ни R га акслантирувчи f биектив акслантириш мавжуд бўлсин. R да $\Delta=[0;1]$ кесмани олиб, уни тенг уч кесмага ажратамиз. 1 нинг образи шу кесмаларнинг камида бирига тегишли эмас. Бу кесмани Δ_1билан белгилаймиз. Δ_1 кесмани тенг уч кесмага ажратамиз ва 2 нинг образи тегишли бўлмаган Δ_2 кесмани танлаб оламиз.

Бу жараённи чексиз давом эттириб, $\{\Delta_n\}$ кесмалар кетма-кетлигига эга бўламиз. Бу кетма-кетлик учун қуйидаги хоссалар ўринли:

1) $\Delta_1 \supset \Delta_2 \supset \ldots \supset \Delta_n \supset \ldots$;

2) $f(n) \notin \Delta_n$ $(n \in N)$

Ва Δ_n кесманинг узунлиги $\frac{1}{3^n}$ тенг бўлиб, $n \to \infty$ да 0 га интилади. Ичма-ич жойлашган сегментлар принтсипига кўра, бу кесмаларнинг барчасига тегишли бўлган ягона s нуқта мавжуд. Аммо $s \in \Delta_n$ ва $f(n) \notin \Delta_n$ бўлганлиги туфайли, ҳеч бир n натурал сон ушбу s нинг прообрази бўла олмайди.

Демак, f биектив акслантириш эмас. Бу эса фаразимизга зид, яъни N ва R тўпламлар орасида ўзаро бир қийматли акслантириш ўрнатиш мумкин эмас. Теорема исбот бўлди.

Шундай қилиб, чексиз тўпламларнинг ҳаммаси ҳам тенг қувватли эмаслигига ишонч ҳосил қилдик.

8-таъриф. Берилган А тўпламга тенг қувватли (эквивалент) бўлган тўпламлар синфи $\overline{\overline{A}}$ билан белгиланади ва $\overline{\overline{A}}$ ни А тўпламнинг қуввати ёки кардинал сони деб аталади.

Чекли тўпламнинг қуввати (кардинал сони) сифатида бу тўплам элементларининг сони олинади.

Тўпламларнинг қувватларини солиштириш

1. Қувватларни солиштириш.

Икки А ва В тўплам берилган бўлса, уларнинг қувватлари ҳақида қуйидаги мулоҳазаларни айтиш мумкин:

1) бу тўпламлар ўзаро эквивалент, яъни уларнинг қувватлари тенг;

2) А тўплам В тўпламнинг бирор B_1 қисмига эквивалент, аммо В тўплам А нинг ҳеч қандай қисмига эквивалент эмас (ёки В тўплам А тўпламнинг бирор A_1 қисмига эквивалент, аммо А тўплам В нинг ҳеч қандай қисмига эквивалент эмас);

3) А тўплам В тўпламнинг бирор B_1 қисмига эквивалент ва В тўплам А тўпламнинг бирор A_1 қисмига эквивалент;

4) А тўплам В тўпламнинг ҳеч қандай қисмига эквивалент эмас ва В тўплам А нинг ҳеч қандай қисмига эквивалент эмас.

Агар А ва В тўпламлар чекли бўлса, учинчи ва тўртинчи ҳоллар рўй бермайди. Баъзи А ваВ чексиз тўпламлар учун тўртинчи ҳолнинг ўринли бўлмаслигини кўрсатиш мумкин.

Иккинчи ҳолда А тўпламнинг қуввати В тўпламнинг қувватидан катта (В тўпламнинг қуввати А тўпламнинг қувватидан катта дейилади) ва $\overline{\overline{A}} > \overline{\overline{B}}$ ($\overline{\overline{B}} < \overline{\overline{A}}$) кўринишда белгиланади.

Учинчи ҳолда, А ва В тўпламлар эквивалент бўлади. Бу тасдиқ келгусида исботланадиган Кантор-Бернштейн теоремасидан келиб чиқади.

Берилган А тўпламнинг қувватини аниқлашнинг табиий усули, бу тўпламни бирор қуввати маълум тўпламга биектив акслантиришдир. Аммо, кўп ҳолларда аниқ бир биектив акслантиришни қуриш мураккаб масалага айланади. Шу сабабли, тўпламларнинг тенг қувватлилик белгиларини топиш масаласи вужудга келади. Қуйида шундай белгиларнинг иккитаси билан танишамиз. Бу белгилар Г.Кантор томонидан топилган, лекин уларнинг исботини анча кейин Ф.Бернштейн келтирган.

2. Оралиқ тўпламнинг қуввати.

9-таъриф. Агар $S\subset B\subset A$ бўлса,В тўплам А ва S тўпламлар учун оралиқ тўплам дейилади.

3-теорема. Агар бирор тўплам иккита тенг қувватли тўплам учун оралиқ тўплам бўлса, у ҳолда бу учта тўпламнинг қувватлари ўзаро тенг бўлади.

Исботи. А, В ва Sтўпламлар берилган бўлиб, $S\subset B\subset A$ ва $A\sim S$ бўлсин. Агар В=А ёки В=С бўлса, теорема равшан.

Айтайлик $A\neq B$ бўлсин. Теорема шартига кўра $T:A\to S$ биексия мавжуд. Ихтиёрий $x\in A$ учун унинг образи $x'=T(x)$ элемент S тўпламга, демак А тўпламга ҳам тегишли бўлади. Шунинг учун, x' элементнинг Т акслантиришдаги образи $x''=Tx'=T(T(x))$ ни топиш мумкин. Равшанки, $x''\in A$. Шу x'' элементни $T^2(x)$ билан белгилаймиз. $T^3(x)$ билан $T^2(x)$ элементнинг образини, умуман $T^n(x)$ $(n=2,3,\ldots)$ билан $T^{n-1}(x)$ элементнинг образини белгилаймиз. $T^n(x)$ кўринишдаги элементларни х элементнинг ворислари деб атаймиз.

Агар бирор z элемент $A\backslash B$ тўпламга тегишли бўлса, ёки $A\backslash B$ тўпламга тегишли бирор элементнинг вориси бўлса, бу z элементни қора деб атаймиз. ғора элементлар тўплами бўш эмас, чунки $A\neq B$. Кўриш мумкинки, қора элемент х нинг образи Т(х) ҳам қора бўлади, чунки агар х бирор $a\in A\backslash B$ элементнинг вориси бўлса, у ҳолда қандайдир $n\in N$ учун $x=T^n(a)$ бўлади ва

$T(x)=T(T^n(a))= T^{n+1}(a)$ дан T(x) ҳам a элементнинг вориси эканлиги келиб чиқади.

A тўпламнинг қолган элементларини оқ деб атаймиз. Шундай қилиб, A тўплам ўзаро кесишмайдиган оқ ва қора элементлар синфига ажратилади.

Энди ҳар бир $x\in A$ элементга қуйидаги усулда f(x) элементни мос қўямиз:

$$f(x)=\begin{cases} x, & \text{агар x ок булса,} \\ T(x), & \text{агар x кора булса.} \end{cases}$$

Бу қоида A ни B га акслантириш бўлади.

Ҳақиқатан ҳам, $x\in A$ бўлсин. Агар x оқ бўлса, у ҳолда $x\in B$, чунки $x\notin A\backslash B$. Аммо $f(x)=x$, демак, $f(x)\in B$. Агар x қора бўлса, у ҳолда $f(x)=T(x)$, аммо $T\colon A\to S$ ва $S\subset B$, бундан $f(x)\in B$. Равшанки, бу акслантириш биектив. Теорема исбот бўлди.

4. КАНТОР-БЕРНШТЕЙН ТЕОРЕМАСИ

4-теорема. Агар икки A ва B тўпламларнинг ҳар бири иккинчисининг қисмига эквивалент бўлса, у ҳолда улар ўзаро эквивалент бўлади.

Бошқача айтганда, агар $A\supset A_1\sim B$ ва $B\supset B_1\sim A$ бўлса, у ҳолда $A\sim B$бўлади.

Исботи. $A_1\sim B$ бўлганлиги сабабли $f:B\to A_1$ биексия мавжуд, A_2 орқали B_1 тўпламнинг шу акслантиришдаги образини белгилаймиз. У ҳолда f ни B_1 даги акслантириш деб қарасак, у B_1 ни A_2 га акслантирувчи биекция бўлади. Шунинг учун $A_2\sim B_1$, бундан эса эквивалентликнинг транзитивлик хоссасига кўра $A_2\sim A$ бўлади. Энди $A_2\subset A_1\subset A$ еканлигидан 3-теоремага асосан $A_1\sim A$ екан. Шартга кўра $A_1\sim B$, бундан эса $A\sim B$ келиб чиқади. Теорема исбот бўлди.

Мисол. Тўғри чизиқдаги ихтиёрий интервал ва ихтиёрий сегмент тенг қувватли.

Ҳақиқатан ҳам, маълумки ҳар бир сегментга тегишли бирор интервал, ҳар бир интервалга тегишли бирор сегмент мавжуд. Барча сегментлар, шунингдек, барча интерваллар тенг қувватли бўлганлиги сабабли Кантор-Бернштейн теоремасидан керакли тасдиқ келиб чиқади.

Уйга вазифа:

1. Чекли ва чексиз тўпламларга мисол келтиринг.
2. Эквивалент тўпламларни таърифланг.
3. Тўпламнинг қуввати деганда нимани тушунасиз?
4. Қачон А тўпламнинг қуввати В тўпламнинг қувватидан кичик (катта) дейилади?
5. Оралиқ тўплам нима?

Адабиётлар руйхати

1. Саримсоқов Т. А, “Ҳақиқий ўзгарувчили функциялар назарияси” Т.”Ўзбекистон”,1993й.
2. Аюпов Ш.А., Бердиқулов М.А., Тургунбаев Р.М. Функциялар назарияси. Т.2004 й.

3-МАВЗУ. ГЕОМЕТРИЯ АСОСЛАРИ, ЕВКЛИДНИНГ “НЕГИЗЛАР“ АСАРИ ҲАҚИДА. БЕШИНЧИ ПОСТУЛАТ. НОЕВКЛИД ГЕОМЕТРИЯСИНИНГ ОЧИЛИШИ

Режа:

1. Евклиднинг “Негизлар“ асари.
2. Евклид постулатлари.
3. Бесинши постулатни исботлашга уринишлар.
4. Ноевклид геометриясининг очилиши.

Калит сўзлар: *постулат, чегараланган тўғри чизиқ, учбурчак, Посидоний, Прокль, Насираддин Туси, Плейфер, ноевклид геометрия, Аппендикс.*

1. ЕВКЛИДНИНГ “НЕГИЗЛАР“ АСАРИ

Евклид ҳаёти ҳақида тула маълумот бизгача етиб келмаган. У бизнинг эрамиздан аввалги 300 йилларда яшаган бўлиб, Птолемей подшолик қилган даврда Александрияда математикадан дарс берган ва шоҳ томонидан ташқил қилинган музейнинг математика бўлимини яратган. Айтишларича, кунлардан бир кун шоҳ Евклидни чақириб «геометрияни ўрганишга «Негизлар» дан кўра қисқароқ йул борми?» деб сўраганда Евклид мағрурона шундай деган экан: «Геометрияда шоҳлар учун махсус йул йуқ». Бундан ташқари Евклиднинг «Оптика» ва бошқа асарлари ҳам маълумдир.

Инсоният тарихида Евклиднинг «Негизлар» асари билан таққослаш мумқин бўлган ва ханузгача уз қадрқийматини йуқотмай келган, ўз замонасига нисбатан чуқур илмий асосда яратилган бирорта асарни кўрсатиб бўлмайди. Унинг факат 1482 йилдан бошлаб 500 мартадан кўпроқ қайта нашр қилингани ва дунёдаги жуда кўп тилларга таржима қилингани юқоридаги фикримизнинг ёрқин далилидир. «Негизлар» нинг қисқача мазмунига тўхталиб ўтайлик.

I	китобда учбурчакларнинг тенглик шартлари, учбурчак томонлари билан бурчаклари орасидаги муносабатлар, учбурчакларни ясаш, тўғри чизиқларнинг параллеллиги ва перпендикулярлиги, параллелограмм ва учбурчакнинг юзлари ҳам да Пифагор теоремаси бор.

II	китобда $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)b=ab-b^2$ ва шу каби айниятлар геометрик формада талқин қилинади. Бу китоб квадрат тенгламани геометрик усулда ечиш билан тугалланади.

III	китоб айланага бағишланади. Бунда асосан айланага ўтказилган кесувчи, уринма, марказий бурчаклар, ички чизилган бурчаклар қаралади.

IV	китобда айланага ички ва ташқи чизилган кўпбурчаклар қаралиб, мунтазам тўртбурчак, бешбурчак, олтибурчак ва ўн бешбурчакларни ясаш кўрсатилади.

V	китоб асосан пропорциялар назариясига бағишланган.

VI	китобда пропорциялар назариясининг татбиқи сифатида кўпбурчаклар ўхшашлиги назарияси ва кўпбурчак юзларини топиш берилади.

VII—IX китоблар арифметика ва сонлар назариясига бағишланган.

Шуниси диққатга сазоворки, бу китобларда икки бўтун соннинг энг қатта умумий бўлувчисини топиш алгоритми ҳамда туб сонларнинг чексиз кўп эканлиги исботланади.

X	китобда иррационал миқдорлар назарияси қаралади.

XI—XIII китоблар стереометрияга бағишланган бўлиб, уларда кўпёқлар, айланма жисмлар ва уларнинг ҳажмлари қаралиб, мунтазам кўпёклар ҳақида маълумот берилади. Келтирилган 13 та китобнинг ҳар бири тушунчаларниг таърифларидан бошланади, масалан, 1 китобда 23 та таъриф берилган, улардан баъзиларинн келтирамиз.

I.	Нуқта шудирким, у бўлакларга эга эмас.

II.	Чизиқ энсиз узунликдир.

III.	Чизиқнинг чегаралари нуқталардир.

IV.	Тўғри чизиқ деб шундай чизққа айтиладикн, у узининг ҳамма нуқталарига нисбатан бир хил жойлашгандир.

V. Сирт шудирким, у узунликка ва энга эга.

VI. Сиртнинг чегаралари чизиқлардир.

VII. Текислик шундай сиртки, у узидаги ҳамма тўғри чизиқларга нисбатан бир хил жойлашгандир.

VIII. Ясси бурчак деб, бир-бири билан кесишган ва бир текисликда жойлашган, леқин бир тўғри чизиқда ётмаган икки чизиқ нинг бир-бирига қиялигига айтилади ва ҳоказо.

Таърифлардан сунг постулатлар (ҳозирги вақтда постулат билан аксиома бир-биридан фарқланмайди) ва аксиомалар берилади.

2. ЕВКЛИД ПОСТУЛАТЛАРИ

I. Ҳар бир нуқтадан исталган нуқтагача тўғри чизиқ ўтказиш мумқин бўлсин.

II. Чегараланган ҳар бир тўғри чизиқни исталганча давом эттириш мумқин бўлсин.

III. Исталган марказдан хар кандай радиус билан айлана чизиш мумқин бўлсин.

IV. Дамма тўғри бурчаклар узаро тенг бўлсин.

V. Бир тўғри чизиқ икки тўғри чизиқ билин кесишиб, улар билан йғиндиси 2d дан кичик бўлган ички бир томонли бурчаклар ташқил қилса, уларни бу йиғинди 2d дан кичик томонга қараб давом қилдирганда, улар шу томонда кесишадиган бўлсин.

Бу охирги постулат параллеллар ҳақидаги Евклиднинг машҳур бешинчи постулатидир.

Аксиомалар:

I. Учинчи микдорга тенг бўлган миқдорлар узаро тенг.

II. Тенг миедорларга баравардан цушилса, уларнинг йигиндилари хам тенг бўлади.

III. Тенг миқдордан баравардан айирилса, қолдиқлари ҳам тенг бўлади ва ҳоказо.

«Негизлар» нинг муҳим тарихий аҳамиятидан яна бири шундан иборатки, у геометрияни мантиқий жиҳатдан жиддий равишда баён этиш ғоясини бизнинг давримизгача етказди. Бизнинг давримизгача бўлган фан тарихининг буюк намояндаларидан Коперник, Галилей, Декарт, Ньютон, Лейбниц, Эйлер, Ломоносов, Лобачевский, ал-Хорамий, Беруний, Ибн-Сино, Улуғбек, Умар Хайём ва бошқалар ҳам математикани Евклиднинг «Негизлар» идан ўрганишган. Леқин бу асар хам камчиликлардан холи эмас. «Негизлар» нинг асосий камчиликлари нималардан иборат?

1. Евклид томонидан берилган баъзи таърифлар ҳеч нарсани аниқ ламайди (масалан, нуқта таърифи) ва Евклиднинг ўзи бу таърифлардан фойдаланмайди. Таърифларда ўзи таърифланиши керак бўлган тушунчалар бор, масалан «узунлик», «эн», «чегара» ва ҳоказо. Леқин айлана, учбурчак, тўғри бурчак, ўтмас ва ўткир бурчакка берган таърифлари қониқарли.

2. Евклид айрим жумлаларни постулат, айримларини эса аксиома деб атаган, бу икки тушунча орасида мантилий фарқ йуқ, баъзи кишиларнинг фикрига қараганда у постулат деб фақат геометрик фигураларнинг хоссаларини аниқлайдиган жумлаларни олган, қолган ҳар қандай миқдорлар хоссаларини аниқловчи жумлаларни аксиомалар сифатида қабўл қилган. Замонавий адабиётда аксиома билан постулат бир маънода ишлатилади.

3. БЕСИНШИ ПОСТУЛАТНИ ИСБОТЛАШГА УРИНИШЛАР

Геометрия тарихида Евклиднинг бешинчи постулати ғоят муҳим роль уйнайди. Бу постулат қадимги замондан буён математиклар диққатини ўзига жалб қилиб келди, улар геометрияни бу постулатдан халос қилиш, ундаги даъвони исботлаш, уни олдинги постулат ва аксиомалардан келтириб чиқаришга интилдилар. Бундай қизиқишларнинг сабабларидан бири, берилган постулатлардан аввалги тўрттаси уз- узидан аён бўлиб, бешинчи постулатнинг аёнлиги бевосита кўриниб турмаганлигидадир, икқинчиси эса, бешинчи постулатдан Евклидни узи иложи борича кам фойдаланишга ҳаракат қилганлигндадир. Шуниси қизиқки, Евклиддан сунг қарийб 2000 йил мобайнида бешинчи постулатни исботлаш учун уриниб кўрмаган бирорта ҳам йирик математик қолмаган. Леқин бу олимларнинг кўпчилиги Евклиднинг постулат ва аксиомаларидан аслида мантиқан келиб чиқадиган бирорта жумлани олиб (кўплари учун у жумла аён туюлган), сунгра бешинчи постулатни исботладим, деб даъво қилганлар. Шундай олимлардан баъзиларининг ишларини таъкидлаб ўтамиз.

1. Эрамиздан аввалги I асрда яшаган Посидоний «Текисликда тўғри чизиқ дан бир томонда ва бир хил масофада ётган нуқталарнинг геометрик урни тўғри чизиқ бўлади» деган жумлани исботсиз қабул қилиб бешинчи постулатни исботлашга эришади.

2. Грек математикларидан Проклнинг (410—485) «Кесишмайдиган икки тўғри чизиқ орасидаги масофа чегараланган миқдорда» (Прокл фикрича хатто узгармас микдордир) тасдиқлаши бешинчи постулатга эквивалентдир.

3. Озарбайжон олими Насриддин Тусий (1201 — 1274) ушбу фикрга асосланади: «Агар икки a, b тўғри чизиқдан биринчиси АВ кесмага перпендикуляр , иккинчиси эса оғма бўлса, у вақтда b тўғри чизиқдан a тўғри чизиқ да туширилган перпендикулярнинг АВ нинг b билан ўткир бурчак ташқил қилган томондагиси АВ дан кичик, b билан ўтмас бурчак ташқил қилган томондагиси эса АВ дан қаттадир». Шу фаразга асосланиб бешинчи постулатга уз «исботини» беради ва ҳоказо.

Шунга ўхшаш кўпгина олимларнинг номларини келтириш мумқинки, улар узлари учун аён хисобланган бирор жумлани олиб, бешинчи постулатни «исботлашга» муваффақ бўлганлар. Леқин уларнинг кўпчилиги, ўзлари қабул қилган жумланинг бешинчи постулатга эквивалент эканини сезмай қолганлар. Энди V постулатнинг баъзи эквивалентларини келтирайлик.

Теорема. «Текисликда тўғри чизқда ётмаган нуқта орқали шу тўғри чизиққа параллел бўлган фақат битта тўғри чизиқ ўтади» деган фараз бешинчи постулатга эквивалент. (Джон Плейфер ифодалаган параллеллик аксиомаси.)

Теорема. «Учбурчак ички бурчакларнинг йиғиндиси 180° га тенг» деган тасдиқ бешинчи постулатга эквивалентдир.

XVIII асрга келиб бешинчи постулатни исботлаш учун қуйидаги принцип асосида иш тўтилди: бешинчи постулат уни инкор этувчи жумла (фараз) билан алмаштирилиб, ҳосил қилинган янги система асосида мантиқий хулосалар чиқарила бошланди. Бу вақтда бешинчи постулат билан бирга бу фараз асосида чиқарилган хулосалар орасида эртами- кечми зидлик пайдо бўлади, яъни бир-бирини инкор этувчи камида иккита жумла вужудга келади. Худди шу усул билан бешинчи постулатни исботлашга Саккери, Ламберт ва Лежандр уриниб кўришган.

Италиялик олим **Саккери** (1667— 1733) мухокамаларида асосидаги иккита бурчаги тўғри ва ён томонлари тенг бўлган тўртбурчак олинган. (Бундай тўртбурчак одатда Хайём — Тусий—Саккери тўртбурчаги деб юритилади, чунки худди шундай тўртбурчакни XI асрда Хайём, кейинчалик ал-Тусий хам текширган У бундай тўртбурчакнинг қолган иккита бурчагининг тенглигини осонгина исботлаб, уларнинг катталиги ҳақида учта гипотезани қуяди: 1) ўтмас бурчак; 2) тўғри бурчак; 3) ўткир бурчак.

Ўтмас бурчак гипотезасии кабўл қилиб, ундан натижалар чиқара бориш билан зидликка учрайди, шунинг учун бу гипотезани қарамайди. Тўғри бурчак гипотезасини текшириб, унинг бешинчи постулатга эквивалентлигини исботлайди. Нихоят, ўткир бурчак гипотезасини қабул қилиб, ундан мантиқ қонунлари асосида натижалар чиқара бошлайди. Саккери бу гипотезани зидликка учратиш учун кўп ҳарақат қилади, чунки ўткир бурчак гипотезаси ҳам зидликка учраса, фақат тўғри бурчак гипотезаси уринли бўлиб, бешинчи постулатни тескарисидан исботлаш усули билан исботлашга муваффақ бўлган бўлар эди. Ўткир бурчак гипотезасини кабўл қилиб, Саккери қуйидаги теоремаларни исботлашга эришади:

1. Битта тўғри чизиқка ўтказилган перпендикуляр ва оғма тўғри чизиқлар узаро доимо кесишавермайди.

2. Текисликда тўғри чизиқ ташқарисида олинган нуқтадан бу тўғри чизиқ билан кесишмайдиган камида иккита тўғри чизиқ , ўтказиш мумқин.

3. Текисликда тўғри чизиқдан бир хил масофада ётган нуқталарнинг геометрик урни эгри чизиқдир ва ҳоказо.

Бу жумлалар Евклид геометриясида уринли эмас, албатта. «Евклид геометриясидан бошқа геометрияни бўлиши мумқин эмас» деган фикрга қатъий ишонган Саккери ўткир бурчак гипотезасини зидликка учратишга ҳарақат қилиб, ҳисоблашда баъзи хатоларга йул қўйиш билан бунга эришади.

Немис математиги **Ламбертни** (1728— 1777) бешинчи постулат устида иш олиб борган Саккери ишининг давомчиси деса бўлади.

У 1766 йилда ёзган «Параллел тўғри чизиқлар назарияси» номли аса- рида, иккита бурчаги эмас, балки учта бурчаги тўғри бурчакдан иборат бўлган тўртбурчакни текширади. Шундай тўртбурчакнинг тўртинчи бурчагининг қатталиги ҳақида Ламберт ҳам учта гипотезани қуяди: 1) ўтмас бурчак: 2) тўғри бурчак; 3) ўткир бурчак. Саккерига ўхшаш, Ламберт ўтмас бурчак гипотезасини зидликка учратиб, тўғри бурчак гипотезасининг бешинчи постулатга эквивалентлигини кўрсатад. Ламберт ўткир бурчак гипотезасидан мантилий хулосалар чинара бориб, Саккери олган натижаларга келади.

Ламберт ўткир бурчак гипотезасини яна хам чуқурлаштира бориб ҳеч қандай зидликка кела олмади, демак ўткир бурчак гипотезасини инкор қила олмади. Шундай сунг ўткир бурчак гипотезаси «қандайдир мавҳум сфера устида уринли бўлиши керак» деган хулосага келади.

Математиканинг кўпгина соҳаларида йирик ишлари билан машҳур бўлган француз олими Лежандр (1752— 1833). Лежандр тўртбурчакнинг эмас, балки учбурчак ички бурчак ларининг йиғиндиси ҳакида учта гипотеза қуяди, яъни учбурчак ички бурчакларининг йиғиндиси: 1) 180° дан қатта; 2) 180° га тенг; 3) 180° дан кичик. Икқинчи гипотезанинг бешинчи постулатга эквивалентлигини исботлайди. Лежандр биринчи ва учинчи гипотезаларни текшириб, куйидаги теоремаларни исботлайди.

1. Ихтиёрий учбурчак ички бурчакларининг йиғиндиси 180° дан қатта бўла олмайди. Щу билан биринчи гипотезани йўққа чиқаради.

2. Агар бирорта учбурчак ички бурчакларининг йиғиндиси 180° дан кичик бўлса, қолган ҳар қандай учбурчак ички бурчакларининг йиғиндиси ҳам 180° дан кичик бўлади.

Лежандр учинчи гипотезани ҳам зидликка учратиш учун, яъни бешинчи постулат исботига эришиш мақсадида унга аёний жиҳатдан тўғри туйилган «ўткир бурак ичида олинган ихтиёрий нуқтадан бу бурчакниң иккала томонини кесадиган тўғри чизиқ ни доимо ўтказиш мумқин» ибораларни киритади. Бунинг натижасида у бешинчи постулатни исботладим деб даъво қилади.

Демак, Саккери, Ламберт ва Лежандрлар бешинчи постулат инкорини олиб, уни зидликка учратиш йули асосида иш олиб бордилар. Бу йул ноевклидий геометриянинг яратилишига илк кадам эди.

4. НОЕВКЛИД ГЕОМЕТРИЯСИНИНГ ОЧИЛИШИ

Бешинчи постулатни исботлашга дойр уринишлар геометрия структурасини ойдинлаштириш борасида муҳим роль касб этди ва V постулатни колган аксиомалар ва улардан чиққан натижалар ёрдамида исботлаб бўлмайди деган фикрлар туғилишига замин яратиб берди.

Шундай хулосага келган олимлардан бири, улур немис математиги Карл Фридрих Гауссдир (1777—1855).

Ноевклидий геометриянинг яратилишига хисса қушган математиклардан бири венгриялик офицер Больяидир (1802— 1860). 1823 йили Янош Больяи ноевклидий геометрияни очишга муваффақ бўлди. У 1832 йили (Лобачевскийдан кейин) узининг отаси каламига мансуб китобга илова тариқасида «Аппендикс» деб аталган асарини эълон қилади.

Николай Иванович Лобачевский 1826 йил 11 февралда Козон университети физика- математика факультетининг илмий советида Лобачевский «Геометриядаги принқип лар ҳадида мулохазалар» номли доклад қилиб, уни 1829 йили шу университетаинг «Казанский вестник» журналида «О началах геометрии» номи билан бостириб чиқаради.

Саволлар

1.Евклиднинг “Негизлар“ асари тушинтириб беринг?

2.Евклид постулатлари ҳақида маьлумот беринг?

3.Бесинши постулатни исботлашга уринишлар ҳақида маьлумот беринг?

4.Ноевклид геометриясининг очилиши ҳақида маьлумот беринг?

Адабиётлар руйхати

1. Саримсоқов Т. А, “Ҳақиқий ўзгарувчили функциялар назарияси” Т.”Ўзбекистон”,1993й.
2. Аюпов Ш.А., Бердиқулов М.А., Тургунбаев Р.М. Функциялар назарияси. Т.2004 й.

4-МАВЗУ: ГИЛЬБЕРТ АКСИОМАТИКАСИ (БОҒЛИҚЛИК, ТАРТИБ, КОНГРУЭНТЛИК, УЗЛУКСИЗЛИК ВА ПАРАЛЛЕЛЛИК АКСИОМАЛАРИ

Режа:

1. Тегишлилик(боғлиқлик) аксиомалари.
2. Тартиб аксиомалари.
3. Конгруэнтлик аксиомалари.
4. Узлуксизлик аксиомаси.
5. Параллеллик аксиомаси.

Калит сўзлар: *нуқта, тўғри чизиқ, текислик, орасида ётади, бурчак, кесма, конгруэнт, аксиома, Паш, Дедикинд, узлуксизлик, параллелик, класс.*

Гильберт аксиоматикасидаги асосий объектлар «нуқта», «тўғри чизиқ «текислик» дан иборат бўлиб, улар орасидаги нисбатлар «Тегишли» (ёки «... да ётади», «... дан ўтади»), «орасида», «конгруэнтлик» дир, бўларнинг хоссаларини аниқловчи аксиомалар беш группага булинади. Бу аксиомаларнинг ҳар бир группаси ва улар асосида ҳосил қилинадиган баъзи натижалар билан танишиб чиқамиз.

1.ТЕГИШЛИЛИК (БОҒЛАНИШ) АКСИОМАЛАРИ

Бу группа аксиомалари «тегишли» нисбатининг хоссаларини аниклайди.

I_1 . Ҳар кандай икки нуқта учун уларнинг ҳар бирига тегишли бўлган тўғри чизиқ мавжуд.

1_2. Иккита нуқтанинг ҳар бирига тегишли бўлган биттадан ортиқ тўғри чизиқ мавжуд эмас.

. 1_a. Тўғри чизиқда хеч бўлмаганда иккита нуқта мавжуд. Бир тўғри чизиқда ётмаган камида учта нуқта мавжуд.

1_4. Бир тўғри чизиқ даётмаган учта нуқта учун уларнинг ҳар бирига тегишли текислик мавжуд. Ҳар бир текислик учун унга тегишли камида битта нуқта мавжуд.

1_5. Бир тўғри чизиқда ётмаган учта нуқта учун шу нуқталарга тегишли бўлган биттадан ортиқ текислик мавжуд эмас.

1_6. Икки нуқтаси бирор текисликка тегишли бўлган тўғри чизқнинг барча нуқталари ҳам шу текисликка тегишли бўлади.

1_7. Умумий нуқтага эга бўлган икки текислик бу нуқтадан фарқли камида яна битта умумий нуқтага эга бўлади

1_8. Битта текисликка бир вақтда тегишли бўлмаган камида тўртта нуқта мавжуд.

1- теорема. Икки тўғри чизиқ биттадан ортиқ умумий нуқтага эга бўлмайди.

Исбот. фараз килайлик, икки тўғри чизиқ биттадан ортиқ умумий нукқтага эга бўлсин. Шу умумий нуқталардан иккитасини олсак, I_1, 1_2 аксиомаларга асосан, бу тўғри чизиқлар устма- уст тушиб қолади. Бу эса теорема шартига зиддир.

2- теорема. Икки текислик умумий нуқтага эга бўлса, уларнинг умумий нуқталари тўғри чизиқни ҳосил қилади.

ТАРТИБ АКСИОМАЛАРИ

Бу группадаги аксиомалар «орасида» деган нисбатнинг асосий хос- саларини аниқлайди ва бу нисбатга асосланиб, тўғри чизиқдаги нуқталарнинг бир-бирига нисбатан қандай тартибда жойлашганини аниқлашга имкон беради.

II_1. Агар В нуқта А нуқта билан С нуқта орасида ётса, у холда А, В, С бир тўғри чизиқ даги учта турли нуқта бўлиб, В нуқта С нуқта билан А нуқта орасида ҳам ётади.

$П_2$. А, В бирор тўғри чизиқнинг нуқталари бўлса, шу тўғри чизиқда камида шундай битта С нуқта топиладики, В нуқта А билан С ни орасида ётади.

II_3. Тўғри чизиқнинг ҳар кандай учта нуқтасидан биттадан ортиғи қолган иккитаси орасида ётмайди.

II_4. (Паш аксиомаси). ABC учбурчакнинг бирорта ҳам учидан ўтмайдиган ва унинг текислигида ётадиган a тўғри чизиқ шу учбурчакнинг AB томони билан умумий нуқтага эга бўлса, у ҳолда бу тўғри чизқ ё BC кесма, ёки AC кесма ички нуқтаси орқали ўтади.

3-теорема. Тўғри чизиқ нинг ихтиёрий икки нуқтаси орасида унинг камида битта нуқтаси мавжуд.

КОНГРУЭНТЛИК АКСИОМАЛАРИ

Бу группа аксиомалари кесма ва бурчакларнинг конгруэнтлик (тенглик) тушунчасини аниқлайди.

III_1. Икки A ва B нуқта a тўғри чизиқнинг нуқтаси, A' эса шу тўғри чизиқнинг ёки бошқа бирор a' тўғри чизиқнинг нуқтаси бўлса, у ҳолда шу тўғри чизиқнинг A' нуқтадан берилган томонида ётувчи фақат битта B' нуқтани доимо топиш мумкинки, AB кесма A'B' кесмага конгруэнт бўлади.

Бу аксиома кесмаларни кетма-кет қўябориш имкониятини беради. Кесмалар конгруэнтлигини = ишора билан белгилаймиз: AB = A'B', ҳар кандай AB кесма учун AB = BA муносабат ўринли ҳисобланади.

III_2. Икки кесма учинчи кесмага конгруэнт бўлса, улар бир-бирига конгруэнтдир, яъни A'B' = AB, A"B" = AB бўлса, A'B' = A"B".

III_3. AB ва BC кесмалар a тўғри чизиқнинг ички умумий нуқталарга эга бўлмаган кесмалари бўлсин. Шу тўғри чизиқнинг ёки бошқа a' тўғри чизиқнинг A'B', B'C' кесмалари ҳам ички умумий нуқталарга эга бўлмай, AB=A'B', BC= B'C' бўлса, AC = A'C' бўлади.

Ш$_4$. П текисликда $\angle(h,k)$ бурчак ва шу текисликда ёки бирор П' текисликда a' тўғри чизиқ берилган бўлиб, a' тўғри чизиқ билан аниқланган ярим текисликлардан бири ҳамда a' тўғри чизиқдаги O' учли h' нур тайин бўлсин. У холда O' нуқтадан чиқувчи ва аникланган ярим текисликда ётган шундай ягона k' нур мавжудки, $\angle(h,k)$ бурчак $\angle(h`,k`)$ бурчакка конгруэнт бўлади.

Бурчаклар орасидаги бундай нисбат $\angle(h,k)=\angle(h`,k`)$ кўринишда белгиланади. Ҳар бир бурчак ўз-ўзига конгруэнт деб олинади.

III_5. ABC ва A'B'C' учбурчаклар учун AB=A'B', AC=A'C', $\angle BAC=\angle B`A`C`$ бўлса $\angle ABC=\angle A`B`C`$ бўлади.

Таъриф. ABC ва A'B'C' учбурчакларнинг учта бурчаклари ва учта томонлари мос равишда конгруэнт бўлса, бу учбурчаклар узаро конгруэнт дейилади ва ΔABC =ΔA'B'C' кўринишда белгиланади.

Конгруэнтлик аксиомалари ёрдамида учбурчакларнинг тенглик аломатларини исботлаш мумкин.

2. УЗЛУКСИЗЛИК АКСИОМАСИ

Бу аксиоманинг моҳияти шундан иборатки, у тўғри чизиқ нуқталари тўплами билан барча ҳақиқий сонлар тўплами орасида ўзаро бир қийматли мослик ўрнатишга имкон беради.

Узлуксизлик тушунчаси XIX асрнинг урталаригача аёнийдек туюлиб келган, тўғри чизиқнинг ёки айлананинг узлуксизлигига шубҳа қилинмаган, лекин бўларнинг узлуксизлиги мантиқий равишда асосланмаган. Математикадаги узлуксизлик масаласини биринчи марта немис математиги Рихард Дедекинд(1831 — 1916) туб моҳияти билан ҳал қилган. Дедекинд қуйидаги аксиомани берган.

IV. AB кесманинг барча нуқталари шу кесма учлари билан биргаликда қуйидаги шартларни қаноатлантирадиган қилиб икки синфга ажратилган бўлиб:

a) AB кесманинг ҳар бир нуқтаси фақат битта синфга тегишли бўлиб, A нуқта биринчи синфга, B нуқта эса иккинчи синфга тегишли бўлсин, бу синфлар буш бўлмасин;

б) биринчи синфнинг A дан фарқли ҳар бир нуқтаси A билан иккинчи синфнинг ихтиёрий нуқтаси орасида ётсин. У ҳолда AB кесмада шундай C нуқта топиладики, A билан C орасидаги барча нуқталар биринчи синфга, C билан B орасидаги барча нуқталар иккинчи синфга тегишли бўлиб, C нуқтанинг ўзи биринчи ёки иккинчи синфга тегишли бўлади. С нуқта эса АВ кесма нуқталарини икки синфга ажратувчи (кесадиган) нуқта деб аталади.

4-теорема. Узлуксизлик аксиомасидаги С нуқта ягонадир.

Исбот. Фараз қилайлик, аксиома шартини қаноатлантирадиган С дан фарқли яна D нуқта ҳам мавжуд бўлсин. Умумийликни бузмаслик учун D нуқта С билан В ни орасида ётади дейлик (1- *a* чизма). У ҳолда С нуқта А билан D ни орасида ётади. С билан D ҳар хил нуқталар бўлгани учун 3-теоремага асосан улар орасида ётувчи бирор Е нуқта А билан D орасида бўлгани учун биринчи синфга тегишли, Е нуқта С билан В орасида бўлгани учун иккинчи синфга тегишли. Бу эса аксиома шартига зиддир. Демак С ягона экан.

1- чизма.

5-теорема. Узлуксизлик аксиомасидаги иккинчи синфнинг В дан фарқли ҳар бир нуқтаси биринчи синфнинг ихтиёрий нуқтаси билан В орасида ётади.

Исбот. N ва M нуқталар мос равишда биринчи ва иккинчи синф нуқталари бўлсин (A≠N, B≠M). У ҳолда N нуқта А билан M нуқта орасида бўлгани учун ҳамда тўғри чизиқда ётган учта нуқтадан фақат биттаси қолган иккитаси орасида ётишидан M нуқта N билан В орасида ётади (1-b чизма).

I - IV группа аксиомаларига асосланиб қурилган геометрияни абсолют геометрия деб аталади. Юқорида кўрилган теоремалар қатори қуйидаги теоремалар ҳам абсолют геометрияга тааллуқлидир.

5-теорема. Берилган нуқтадан берилган тўғри чизиққа перпендикуляр тушириш мумкин ва у фақат биргина.

6-теорема. Тенг ёнли учбурчак биссектрисаси шу учбурчак учун ҳам медиана, ҳам баландлик бўлади.

7-теорема. Перпендикуляр оғмадан кичик.

8- теорема. Учбурчакнинг ташқи бурчаги ўзига қўшни бўлмаган ички бурчакларнинг ҳар биридан катта.

9- теорема. Ҳар қандай учбурчакда тўғри ёки ўтмас бурчакларнинг сони биттадан ортиқ эмас.

10- теорема. Учбурчакда катта томон қаршисида катта бурчак ётади ва аксинча.

11-теорема. Учбурчак икки томонининг йигиндиси учинчи томонидан қатта.

12-теорема. Икки тўғри чизиқни учинчи тўғри чизиқ билан кесганда мос бурчаклар тенг бўлса ёки ички алмашинувчи бурчаклар тенг бўлса, ёки ички бир томонли бурчакларнинг йиғиндиси 180° га тенг бўлса, берилган икки тўғри чизиқ кесишмайди.

13-теорема. Бир тўғри чизиққа перпендикуляр бўлган икки тўғри чизиқ бир-бири билан кесишмайди.

14-теорема. Тўғри чизиқ ташкарисида олинган нуқтадан берилган тўғри чизиқ билан кесишмайдиган камида битта тўғри чизиқ ўтади.

15-теорема. Учбурчак ички бурчакларнинг йиғиндиси 180° дан катта эмас.

5. ПАРАЛЛЕЛЛИК АКСИОМАСИ

Юқорида абсолют геометриянинг теоремаларидаги 14- теоремага эътибор қилсак, унда тўғри чизиқ ташқарисида олинган нуқтадан берилган тўғри чизиқ билан кесишмайдиган камида битта тўғри чизиқнинг ўтиши таъкидланиб, бироқ шундай тўғри чизиқнинг ягоналиги ҳақида ҳукм чиқарилмаган. Бундай тўғри чизиқнинг ягоналиги ёки ягона эмаслиги тўғрисида қушимча талабнинг куйилишига қараб Евклид геометрияси ёки Лобачевский геометрияси тўғрисидаги таълимотни ҳосил қиламиз. I-IV группа аксиомаларига суянган геометрия бу икки геометриянинг умумий қисмидир. Евклид геометриясида параллеллик аксиомаси қуйидагича ифодаланади.

V. Тўғри чизиқ ташқарисидаги нуқтадан ўтиб, берилган тўғри чизиқ билан кесишмайдиган тўғри чизиқ биттадан ортиқ эмас.

Бу аксиома билан 14- теоремани назарда тўтсак, қуйидаги теорема келиб чикади.

16- теорема. Тўғри чизиқ ташқарисидаги нуқтадан бу тўғри чизиқ билан кесишмайдиган фақат битта тўғри чизиқ ўтади.

Саволлар

1. Тегишлилик(боғлиқлик) аксиомалари ҳақида маьлумот беринг?
2. Тартиб аксиомалари тушинтириб беринг?
3. Конгруэнтлик аксиомалари ҳақида маьлумот беринг?

Адабиётлар руйхати

1. Ходжиев Д.Х., Файнлейб А.С. Алгебра ва сонлар назарияси курси, Тошкент, Ўзбекистон, 2001.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру, М. Физматлит, 2004.
3.Соатов Ё.У. Олий математика. Тошкент, 1993.

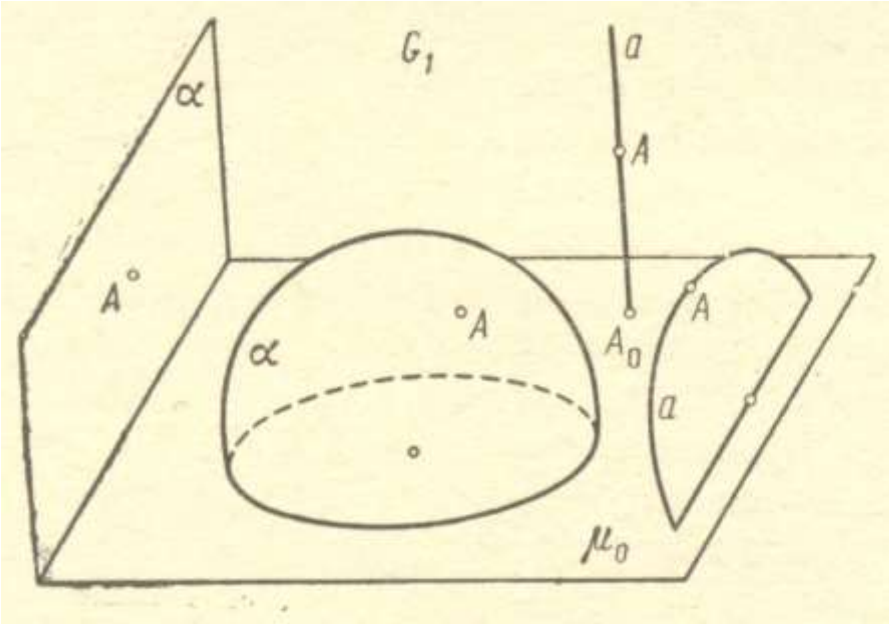
5-МАВЗУ. ЕВКЛИД ГЕОМЕТРИЯСИ АКСИОМАЛАРИ СИСТЕМАСИНИНГ ЗИДСИЗЛИГИ, ТЎЛИҚЛИГИ ВА ЭРКИНЛИГИ.

Режа:

1. Аксиомалар системасининг модели.
2. Гильберт аксиомалар системасининг модели.
3. Параллелик аксиоманинг эркинлиги.

Калит сўзлар: *тўплам, модел, нур, тўғри чизиқ, параллел, перпендикуляр, марказ, ярим айлана, текислик, ярим сфера, Паш аксиомаси.*

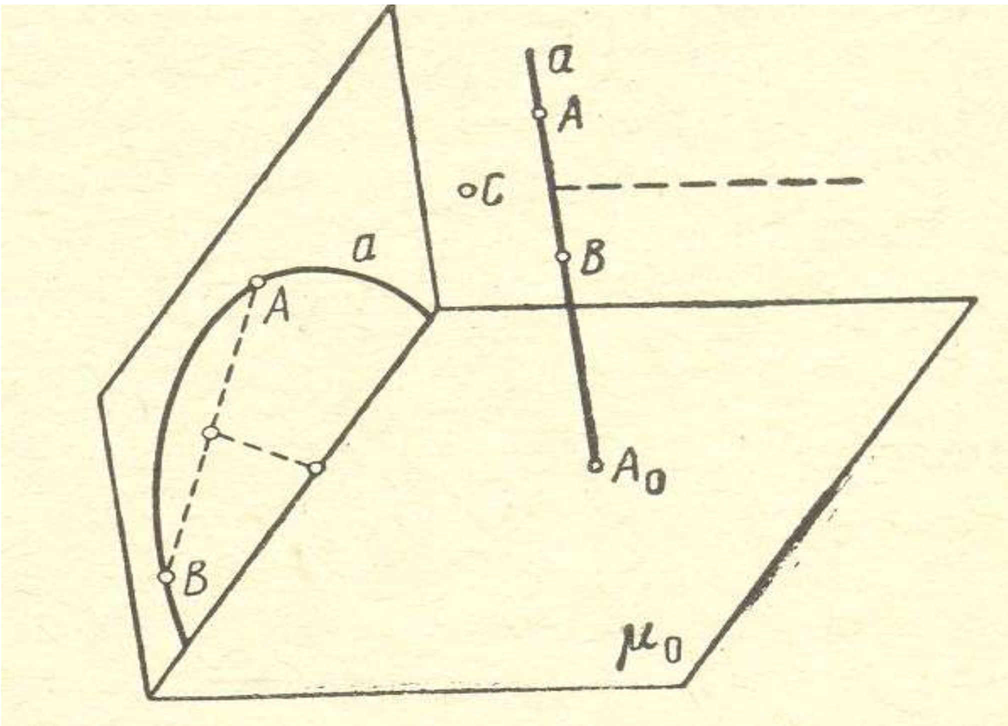
Гилбертнинг параллеллик аксиомасининг бошқа аксиомалардан еркин эканлигини кўрсатиш учун шу аксиомани бекорловчи аксиомани олиб параллеллик аксиомани ўрнига қўямиз .Фараз қилайлик параллеллик аксиомани бекорловчи аксиома V^1 бўлсин. Шу аксиомани Гилбертнинг I-IV группа аксиомаларига қўшишдан келиб чиққан аксиомалар системасини C^1 деб олайлик. Биз C^1 аксиомалар системасининг зидсизлигини кўрсадсак Гилбертнинг параллеллик аксиомасининг еркинлигини кўрсатган бўламиз. C^1 аксиомалар системасининг зидсизлигини кўрсатишимиз учун унинг моделини топиб шу моделда аксиомалар системасининг бажарилиши текширилади. Биз C^1 аксиомалар системасининг модели учун μ_0 текислик билан чегараланган Γ_1 ярим евклид фазоси олинади.Шу фазонинг μ_0 текисликка тегишли бўлмаган барча нуқталари C^1 аксиомалар системасини моделининг нуқталари дейилади. μ_0 текисликка перпендикуляр бўлиб бошланг’ич нуқтаси μ_0 текисликда жойлашган нурларни ва маркази μ_0 текисликда жойлашиб шу текисликка перпендикуляр текисликда ётувчи ярим айланаларни моделини тўг’ри чизиқлар деб олинади. μ_0 текисликка перпендикуляр болиб Γ_1 ярим фазода ётувчи ярим текисликларни ва маркази μ_0 текисликда бўлган ярим сфераларни берилган моделини текисликлари деб оламиз.(1-чизма)

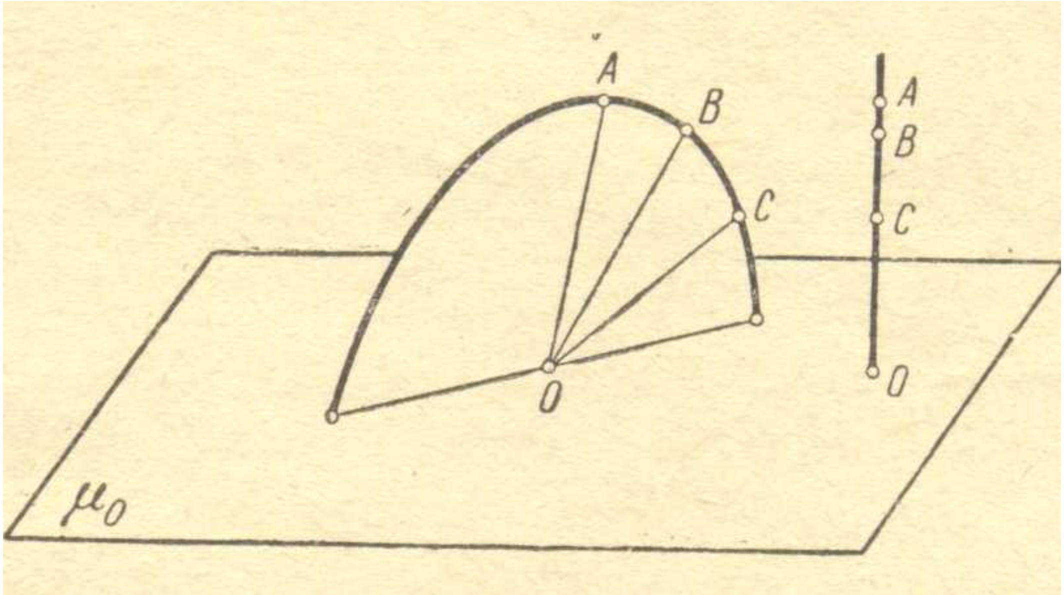


1-чизма.

Шу моделда Гилбертнинг I –IV ва V[1] группа аксиомаларининг бажарилиши текширилади .

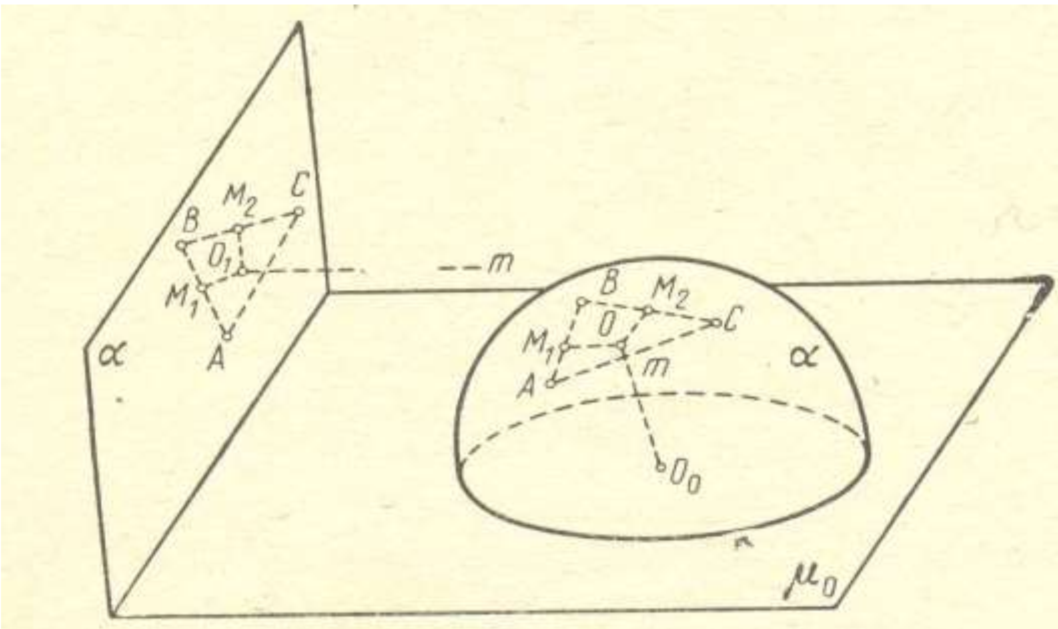
Гилбертнинг I_{1}-$_{3}$ аксиомаларининг бажарилиши 2- чизмада кўрсатилган





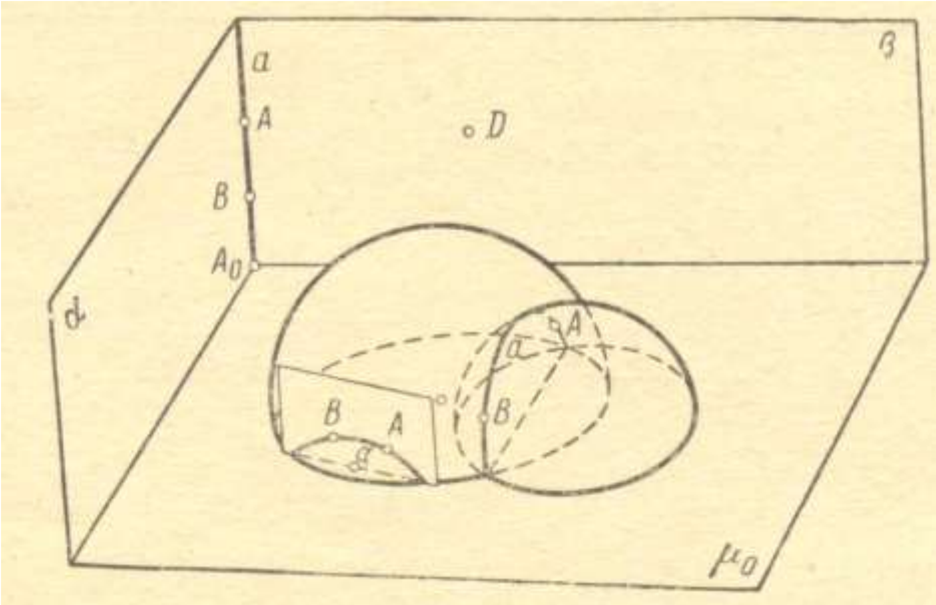
2-чизма

Гилбертнинг I_{4-5} аксиомаларининг бажарилиши 3- чизмада кўрсатилган



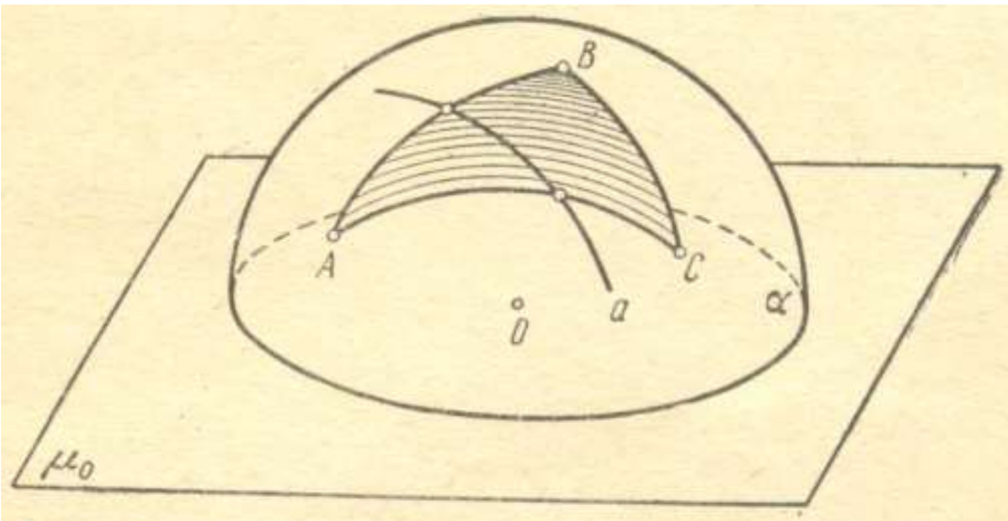
3-чизма

Гилбертнинг I_{6-8} аксиомаларининг бажарилиши 4- чизмада кўрсатилган

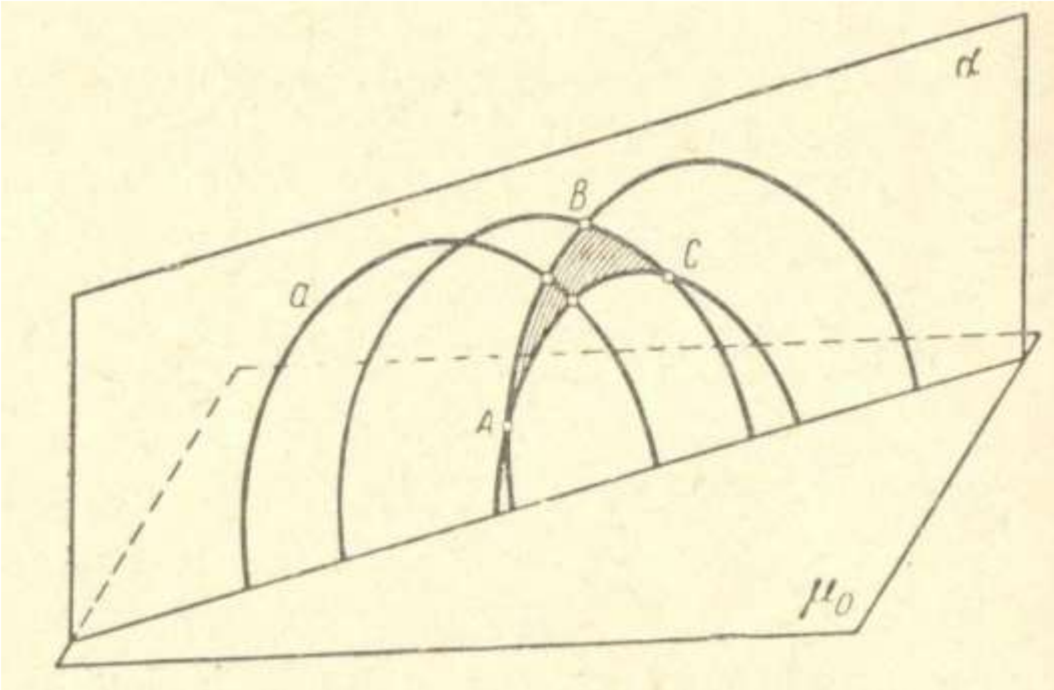


4-чизма

Гилбертнинг 2-группа аксиомасининг бажарилиши 5-ва 6-чизмаларда кўрсатилган

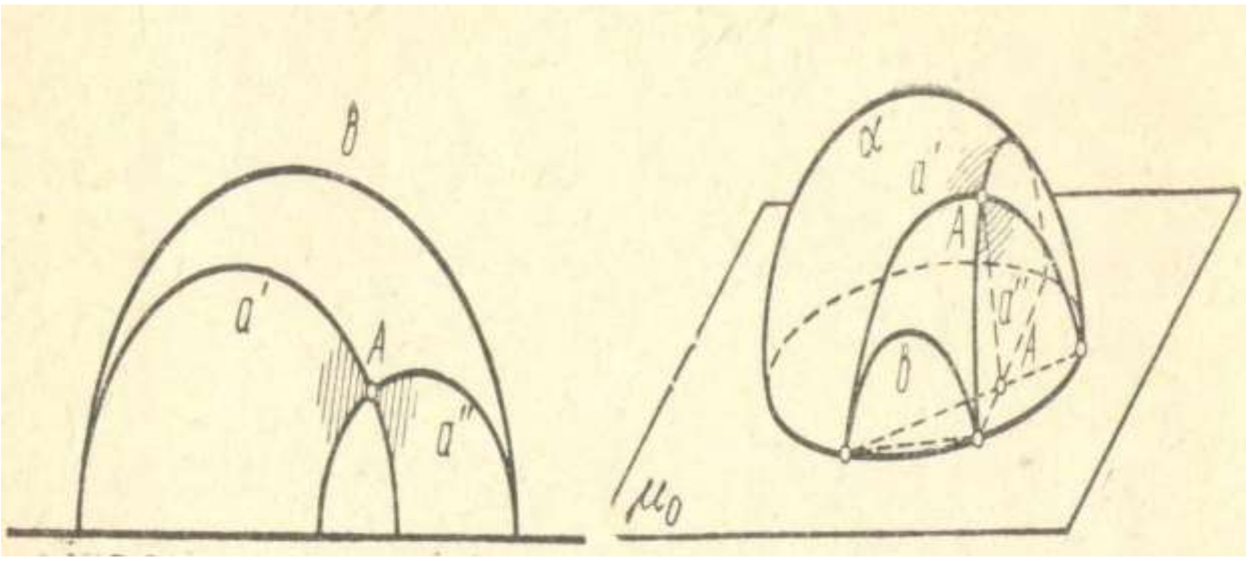


5-чизма



6-чизма

V^1 аксиоманинг берилган моделдаги бажарилиши 7-чизмада кўрсатилган.



7-чизма

Демак C^1 аксиомалар системасининг моделда бажарилишини кўрдик.

Шунинг учун

C^1 аксиомалар системаси зиддиятга эга емас. Бундан Гилбертнинг V группа параллеллик аксиомасининг V-IV группа аксиомарига боғлиқ эмаслиги яъни унинг эркин эканлиги келиб чиқади.