BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI HUZURIDAGI PEDAGOG KADRLARNI QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING MALAKASINI OSHIRISH MINTAQAVIY MARKAZI

KOMBINATORIKA VA GRAFLAR NAZARIYASI

2023

Bozorov Z.R. fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD).

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI HUZURIDAGI PEDAGOG KADRLARNI QAYTA TAYYORLASH VA ULARNING MALAKASINI OSHIRISH MINTAQAVIY MARKAZI

“KOMBINATORIKA VA GRAFLAR NAZARIYASI”

MODULI BO‘YICHA

O‘QUV-USLUBIY MAJMUA

Matematika

Buxoro – 2023

Modulning o`quv-uslubiy majmuasi Oliy ta’lim, fan va innovatsiyalar vazirligining 2023 yil 25 avgustdagi 391-sonli buyrug‘i bilan tasdiqlangan o`quv dasturi va o`quv rejasiga muvofiq ishlab chiqilgan.

Tuzuvchi: **Bozorov Z.R.** – fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD).

Taqrizchi: **Jumayev J.J.** – fizika-matematika fanlari bo‘yicha falsafa doktori (PhD).

O`quv -uslubiy majmua Buxoro davlat universiteti Ilmiy Kengashining qarori bilan nashrga tavsiya qilingan (2023 yil “29” avgustdagi 1-sonli bayonnoma)

MUNDARIJA

I. ISHCHI DASTUR

Kirish

Hozirgi zamon fanlari mazmuniga qarab uch qisimga (ijtimoiy,tabiiy va texnika fanlariga) bo`linadi. Bularning har biri o`ziga mos ko`pgina qo`shni fanlarni qamrab olib, butun bir sistemani tashkil qiladi. Matematika fanlar sistemasida muhim bir sohani tashkil qiladi va yunoncha “Ilm,fan “degan ma’noni anglatadi. Shuningdek matematika – qadimiy fanlardan biri bo`lib, boshqa arifmetika, geometriya, keyinchalik algebra, matematik analiz, analetik geometriya kabi fanlarni birin-ketin o`zida shakllantirib, ularni takomillashtirib bordi. Quyida matematika fanida kashfiyot qilgan olimlar faolyatini o`rganamiz. Bilamizki g`arbda eng qadimdan ilm-fan rivojlangan markazlardan biri bu Yunonistondir. Qadimgi Yunonistonda ilm-fanga qiziquvchilar ko`p bo`lganidan u yerdan haqiqiy olimlar yetishib chiqqan va shulardan biri bu antic davr matematik olimi Pifagordir. Pifagor (milloddan avvalgi, taxminan, 580-500 yillar)-qadimgi grek olimi, matematigi, faylasufi. Pifagor ba’zi rivoyatlarga qaraganda dindor bo`lgan. Pifagor diniy qarashlarining asosini matematika tashkil qiladi. Uning fikricha xudo olamni tartiblash uchun sonni yaratgan. Bir soni xudoning yagonaligini, qolgan barcha sonlar birgalikda olamni bildirgan. Bular ikkalasi hamkorlikda xudojo`y sonli garmoniyani tashkil qilishini aytgan. Pifagor ta’limotiga asosan son narsalarning mistik mohiyati hisoblanadi, matematik mavhumliklar olamda ma’lum tartib o`rnatib, uni oshkormas holda boshqaradi. Qisqasi, olamni sonlar va ulardan yaratilgan munosabatlar garmonik sistemasi tashkil qiladi. Bu g`oya Pifagor falsafasining asosini tashkil qiladi. U kimda-kim bu xudojo`y sonli garmoniyani o`rgansa, o`zi ham xudojo`y bo`ladi va abadiy yashaydi, degan mistik g`oyani ilgari surgan. Pifagorning ana shunday diniy qarashlari asosida uning haqiqiy matematik g`oyalari paydo bo`lgan. Pifagor ko`pgina muhim yangiliklarni yozib qoldiradi. Jumladan, uchburchak ichki burchaklarining yig`indisi haqidagi teorema, tekislikni muntazam ko`pburchak-larga (uchburchak, kvadrat, oltiburchak) ajratish mumkinligi haqidagi masalalar Pifagor tomonidan kashf qilingan. Geometriya Pifagor maktabi tomonidan fan sifatida asoslandi. Ular geometriyani arifmetika bilan bog`laganlar va kvadrat tenglamaga olib keladigan masalalarni geometrik usulda yechganlar. Pifagor birinchi bo`lib geometriya kursiga sistematik isbot qilish usuluni kiritib, uni abstrakt fan darajasigacha ko`tardi. To`g`ri chiziqli shakllar garmonyasini tuzib, o`xshashlik haqidagi ta’limotni yaratdi. Ayniqsa, u to`g`ri burchakli uchburchak shaklidagi figuraning biror tomoni uzunligini amalda o`lchash mumkin bo`lmasa, uni qolgan ikki tomon uzunliklari orqali aniqlovchi teoremani isbot qildi. Bu teorema Pifagor nomi bilan atalib, uning dovrug`ini butun olamga yoydi. So`zim orasida shuni keltirib o`tmoqchimanki qadimda Yunonistonda bir olim biron-bir yangilik yoki kashfiyot qilganida uning kashfiyotiga bir buqa so`yilar va ushbu kashfiyot xalqga ma’lum qilinar edi, ammo Pifagor o`zining yuqoridagi teoremasini yaratganda unga atab 40 ta buqa so`yilgan ekan. Bundan ko`rinib turibdike Pifagor qadimgi davrning buyuk kashfiyotlaridan birini qilgan. Keyinchalik bu teorema Ferma ulug` teoremasini kashf qilinishiga olib keldi. Yana bir buyuk qomusiy olim bu Al-Xorazmiydir. Al-Xorazmiy matematika sohasida izlanishlar olib borib ko`p yutuqlarga erishgan. Al-Xorazmiy Abu Abdullo Muhammad ibn Muso(783-850)-buyuk matematik, astranom, geograf. Al Xorazmiy o`z davrida idealstik g`oya hukumronligiga qaramay, fanning mashaqqatli yo`llaridan yurib, ilg`or ijtimoiy, falsafiy tafakkurga keng yo`l ochib, matematikaga doir o`lmas kashfiyotlar yaratdi. U ijodini fan taraqqiyotiga bag`ishlab ilg`or g`oyalarni dunyo xalqlariga yetkazishga intildi. Al-Xorazmiy yozgan asarlardan bizgacha o`ntasi yetib kelgan. SHulardan ikkitasi algebra va arfmetikaga bag`shlangan bo`lib, fan tarixida muhim rol o`ynagan. Taniqli tadqiqotchi D.Sarton ta’biri bilan aytganda u: “O`z davrining eng buyuk matematigi va ko`p xolatlarni hisobga olganda barcha davrlarning matematiklarining eng buyuklarining biri” bo`lib fan tarixida muhim kashfiyotlari bilan so`nmas mash’alga aylandi. Xorazmiyning XII asrda lotin tiliga tarjma qilingan “Arfmetika” (“Kitob filhisob al hind”) asari yevropaliklarni hind raqamlari, pozitsion o`nlik sanoq sistemasi bilan tanishtirdi va uning boshqa sanoq sistemalariga nisbatan afzalligini ko`rsatdi. Butun va kasr sonlar ustida amallar bajarish va kvadrat ildiz chiqarish usuluni keltirdi. Xorazmiy shunday deydi: Imom

Ma’munning fanga qiziqishi va bu sohadagi olimlarning ishlarida uchraydigan qiyinchiliklarga yordam berishi kabi fazilatlari meni hisoblash haqida qisqacha asar yozishga da’vat etdi. Bu asarni yozishda o`quvchilar uchun tushunarli, yengil, foydali va kishilar o`rtasidagi muammo- larda hisoblash ishini osonlashtirishga yordam beradigan, ayniqsa meros taqsim qilishda, bitim tuzishda, savdo ishlarida, yer o`lchash va shunga o`xshash boshqa hisoblashlarda qo`llanma bo`lishini maqsad qildim deb yozgan. Xorazmiy yozgan “Arfmetika traktatlari”, “Algebra”, “Hindlar astranomik jadvalidan chiqarish”- “Sadiant”,”Tuzatilgan Ptolemey vatarlar jadvalidan chiqarish” kabi asarlarida arfmetik, algebraik va geometrik materiallarni sistemalashtirdi. Qisqasi Xorazmiy Bobil, Yunon, Hind, Misr matematiklari qoldirgan boy merosni chuqur o`rganib, tahlil qilib, sistemalashtirib, rivojlantirib kelajak avlodga taqdim etdi. Haqiqatda Osiyo va Yevropa olimlari, Jumladan Beruniy, Ibn Sino, Umar Hayyom va boshqalar algebrani AlXorazmiy kitoblaridan o`rgandilar. Sharq ilm-fani siymolaridanyana biri bu Umar Hayyomdir. Umar Hayyom-G`iyosiddin Abdulfath Umar Ibrohim al Hayyom (taxminan 18.5 1048-1123) faylasuf, astronom, matematik, fors-tojik shoiri. Hayyom matematikani o`rganib, uning taraqqiyotiga muhim hissa qo`shdi. U tenglamalarni tahlil qilib, ularni 25 ko`rinishga ajratdi, uchinchi darajali tenglamalarni Yechish haqida fikir yuritdi. Uchinchi darajali tenglamalarni 14 sinfga ajratib, ularni Yechish usullarini, yechimlarining chegarasini, musbat yechimlar sonini aniqlash kabi masalalarni hal qildi. Hayyom ikki had yig`indisining kvadrati va kubi formulalariga asoslanib, butun musbat sonlardan kvadrat va kub ildiz chiqarish hind usulining isbotini, ularni har qanday butun ko`rsatkich uchun tadbiq qilish mumkinligini, irratsional sonlarning boshqa sonlar bilan teng huquqli ekanligini, geometriyani algebra bilan bog`lashni, algebraik masalalarni geometrik usulda Yechishni va boshqa muammolarni fanga birinchi bo`lib kiritdi. U Nyuton binomini bilardi, chunki uning asarlarida binomial koeffitsientlarni hisoblashga doir misollar uchraydi. Hayyom, parallel to`g`ri chiziqlar nazaryasini o`rganib, parallellik aksiomasi haqida fikr yuritdi. Uning fikrlari keyinchalik N.V Lobachevskiy tomonidan quvvatlandi. Hayyomning bilib doirasi keng ekanligini hisobga olib, Saljuq sultoni Malikshoh uni saroy olimi darajasigacha ko`tardi va unga kalendar tuzishni topshirdi. Uning tuzgan kalendari (1079) amalda qo`llanmay qolgan bo`lsa ham, yevropada undan 500 yil keyinroq qabul qilingan va hozirgi kungacha amalda qo`llanilayotgan Grigorian kalendaridan ancha-muncha aniq bo`lgan. SHuni unitmaslik kerakki matematika fanida intuitsiyaning roli nihoyatda katta. SHunday olimlar borki, ular amalyot, fan qo`ygan yirik muammoni Yechish uchun qaysi yo`llar bilan borish lozimligini, har bir yo`lda qanday qiyinchiliklar bo`lishi mumkinligini oldindan ko`ra oladilar. Ana shunday ajoyib fazilat-tabiiy istedotning muhim qirrasi-rivojlangan intuitsiya yirik olimlarga xos. Shu xislatga ega bo`lgan olimlardan yana biri bu mashhur hind matematigi Sirinivasa Ramanujan (1887-1920). U tug`ma talant va o`ziga xos fikirlash sohibi, chuqur ilmiy intuitsiyaga ega ajoyib matematik edi. Ramanujan, aytish mumkinki, matematikani mustaqil egalladi. Uning topgan formulalari haqiqiy san’at asarlari kabi nihoyatda chiroyli bo`lib, kishiga zavq bag`ishlaydi. Uning bu formulalarni qanday qilib topa olganligi mashhur matematiklarni hali ham hayratga soladi… Ramanujan taniqli ingliz matematigi Xardi bilan aloqa bog`laydi. Angilyaga borib u bilan birga sermahsul ilmiy ish qiladi. 31 yoshida Ramanujan hindlardan birinchi bo`lib Angilya fanlar akademyasiga saylanadi. Kembrdj universitetining professori bo`ladi. Ramanujan maktabda o`qib yurgan yillaridayoq ajoyib formulalarni topgan. Xulosa qiladigan bo`lsak matematika hozirgi kungacha ancha bosqichlarni bosib o`tib, rivojlanib keldi bu davrgacha dunyoning turli davlatlari olimlari katta-katta kashfiyotlarni amalga oshirdi va bugungi kunda ham bunday ishlar davom etmoqda. Shaxsan o’zim ko`p yoshlardan bir gap eshitaman, u ham bo`lsa matematiga bog`liq ko`p narsalar oydin bo`lgan degan gaplardir ammo unday emas, sababi biz bilmagan hali juda ham ko`plab yangiliklar bordirki ular vaqt o`tgan sayn ochilib, yorqinlashib boradi. Ehtimol o`rta asr yoshlarida ham shunday qarashlar bo`lgandir lekin u zamonlardan beri ham nafaqat matematika balki fanning barcha turlarida ko`pdan-ko`p yangiliklar va nazaryalar bo`lmadi deysizmi. Shunday ekan aziz vatandoshlar inson hech qachon bir joyda turib qolmaydi u rivojlanadi. Maqolam so`ngida muxtaram birinchi

Prezidentimizning “Beshikdan tobutgacha ilm izla” degan gaplarini keltirib misol tariqasida ajdodlarimizni aytib o`tayin ul zotlar ilm axtarib Bog`dotdan Qoshg`argacha bo`lgan jamiki shaharlarni kezib u yerlardagi dong`i dunyoga ketgan ustozlardan talim olib, ilm o`rganib yurganlar.

Ushbu o‘quv – uslubiy majmua O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 7-fevraldagi “O‘zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo‘yicha Harakatlar strategiyasi to‘g‘risida”gi PF-4947-sonli Farmoni, 2018-yil 5-sentabr-dagi “Xalq ta‘limi tizimiga boshqaruvning yangi tamoyillarini joriy etish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-3931-sonli Qarori, shuningdek O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2017-yil 6-apreldagi “Umumiy o‘rta va o‘rta maxsus, kasb-hunar ta‘limining davlat ta‘lim standartlarini tasdiqlash to‘g‘risida”gi 187-sonli Qarori, O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 29-apreldagi “O‘zbekiston Respublikasi Xalq ta‘limi tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5712-conli farmonida belgilangan ustuvor vazifalar mazmunidan kelib chiqqan holda tuzilgan bo‘lib, u zamonaviy talablar asosida fan o‘qituvchilari malakasini oshirish jarayonlarining mazmunini takomillashtirish hamda ularning kasbiy kompetentligini oshirishni nazarda tutadi.

O‘quv-uslubiy majmua mazmuni OO”U o’qituvchilarini malakasini oshirish kurslarining 2023-yil uchun o‘quv-mavzu reja va dasturlarni tasdiqlash to‘g‘risida” gi buyrug‘i bilan tasdiqlangan namunaviy o‘quv dasturi asosida ishlab chiqilgan.

Dastur doirasida berilayotgan mavzular xalq ta‘limi tizimi pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish mazmuni, sifati va ularning tayyorgarligiga qo‘yiladigan malaka talablari va o‘quv rejasi asosida shakllantirilgan bo‘lib, matematika fani o‘qituvchilarini zamonaviy ta‘lim va innovasiya texnologiyalari, ilg‘or xorijiy tajribalardan foydalanish, axborot-kommunikasiya texnologiyalarini o‘quv jarayoniga keng tatbiq etish darajasini oshirish hisobiga ularning kasb mahorati va o‘quv-uslubiy faoliyatini sifatli tashkil etish kompetensiyalarini muntazam yuksaltirishni nazarda tutadi.

Kursning maqsadi va vazifalari.

Kursning maqsadi ta’lim-tarbiya jarayonining samaradorligini oshirish uchun zarur bo‘ladigan kasbiy bilim, ko‘nikma va malakalarni muntazam yangilash, mustaqil amaliy faoliyatda qo‘llash, malaka talablari asosida ularning kasbiy kompetentligini rivojlantirishdan iborat.

Kursning **vazifalariga** quyidagilar kiradi:

- tinglovchilarga jamiyatda amalga oshirilayotgan ijtimoiy-iqtisodiy islohotlar va ta’lim-tarbiya jarayonlarini tashkil etishning huquqiy-me’yoriy asoslarini muntazam o‘rganish;
- matematika fanini o‘qitishda ilg‘or ta’lim-tarbiya texnologiyalari va xorijiy tajribalarni o‘rganish;
- matematika o‘qituvchilarini texnik va kreativ fikrlash, intellektual qobiliyatlarini rivojlantirish;
- o‘quv jarayonini fan va ishlab chiqarish bilan samarali integratsiyasini ta’minlashga qaratilgan faoliyatni tashkil etish;
- malaka talablariga mos holda matematika o‘qituvchilarining fanga doir kasbiy bilim, ko‘nikma, malaka va kompetensiyalarini innovatsion yondashuvlar asosida uzluksiz yangilab borish va rivojlantirish.

Kurs yakunida tinglovchilarning bilim, ko‘nikma va malakalari va kompetensiyalariga qo‘yiladigan talablar:

“Matematika fanidan milliy o‘quv dasturi sharhi” bo‘yicha tinglovchilarning bilim, ko‘nikma, malaka va kompetensiyalariga qo‘yiladigan talablar tegishli ta’lim sohasi bo‘yicha pedagog kadrlarning malakasini oshirish mazmuni, sifati va ularning tayyorgarligi hamda kompetentligiga qo‘yiladigan yangilangan malaka talablari bilan belgilanadi.

Tinglovchi:

– O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’limi tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasida belgilangan ustuvor vazifalarni;

– Oliy ta’limi vazirligining buyruqlarida belgilangan ta’lim-tarbiya sohasidagi dolzarb vazifalarni;

– o‘qituvchi kasbiy faoliyatining mazmuni va xususiyatlariga qo‘yilayotgan zamonaviy talablarni va kasbiy kompetentlik va uni rivojlantirish omillarini;

– o‘quv dasturlari va individual ta’lim yo‘nalishlari bo‘yicha mavzularni o‘qitishda pedagogik loyihalashni amalga oshirish;

– matematika fanidan milliy o‘quv dasturi maqsad va vazifalarini;

– loyiha, loyiha ishini tashkil qilishni;

– o‘quv jarayonida qo‘llaniladigan zamonaviy ta’lim texnologiyalari, ularning xususiyatlari hamda matematikani o‘qitishdagi yondashuvlarni (shaxsga yo‘naltirilgan, AKT va boshqalar);

– o‘quv faoliyatini tashkil etish, diagnostika va sifatni baholashning zamonaviy metod va texnologiyalarini;

– matematikaning keng tatbiqlari haqida ochiq matematik ta’lim resurslarini;

– turli xalqaro baholash tadqiqotlarining o‘ziga xos xususiyatlari va matematika fanidan topshiriq namunalari tahlili hamda ularni baholash mezonlarini;

– matematika faniga oid axborot va davriy nashrlar manbalaridan foydalanish va ularni o‘quvchilarga yetkaza bilishi;

– ta’lim jarayonining sifatini ta’minlash maqsadida ta’limning zamonaviy usul va texnologiyalarni qo‘llay olish;

– matematika fanidan o‘quvchilarda mulohaza yuritish, modellashtirish, muammoni hal qilish, matematika tilida muloqot qilish va ma’lumotlar bilan ishlash amaliy kompetensiyalarni shakllantirish;

– ochiq matematik ta’lim resurslaridan foydalanish;

– o‘quvchilarda kasbiy kompetensiyalarni shakllantirishda fanlararo integratsiyadan foydalanish;

– ta’lim-tarbiya jarayonining samaradorligini oshirish uchun zarur bo‘ladigan fanga oid bilim, ko‘nikma va malakalarni yangilash va mustaqil rivojlantirish ko‘nikmalariga;

– o‘qitish texnologiyalari va usullari, ulardan foydalanish jarayoni natijalarini tahlil qilish;

– matematikaga oid masalalarni, shu jumladan hayotiy masalalarini yecha olish;

– matematika o‘qitishda, shu jumladan ma’lumotlar, bog‘liqliklar, munosabatlar, jarayonlarning ko‘rgazmaliligini ta’minlovchi geometrik obyektlar, hisoblashlar, ma’lumotlarni qayta ishlash (statistika) bilan bog‘liq masalalarni yechishda foydalaniladigan asosiy kompyuter ilovalaridan foydalanish;

– loyiha-tadqiqot, shaxsiy yo‘naltirilgan faoliyat asosida o‘quv materialini o‘quvchilar tomonidan qulay o‘zlashtirilishi ta’minlashga yo‘naltirilgan turli ish shakllarini tashkil etish;

– o‘quvchilarda kompetensiyalarni shakllantirishda fanlararo bog‘lanishlardan foydalanish hamda matematik modellashtirish ko‘nikmalarini rivojlantirish,

– matematika fanidan o‘quvchilarning o‘zlashtirgan bilim, ko‘nikma va kompetensiyalarini baholash.

Modul bo‘yicha soatlar taqsimoti

№	Modul mavzulari	Hammasi	Jumladan		
			Nazariy	Amaliy	Ko’chma mashg`ulot
1	Dekart ko’paytma, o’rinlashtirish, o’rin almashtirishlar. Paskal uchburchagi	6	2	2	2
2	Nyuton binomi.Takroriy kombinatsiyalar. Fibonachchi sonlari	6	2	2	2
3	Graflarning berilish usullari: geometrik	8	2	2	4

	ifodalanishi, ko'phad yordamida berilishi, matrisalar yordamida berilishi				
4	Eyler graflari.Gamilton graflari.Grafning metrik xarakteristikalari. Planar graflar.Tarmoqdagi oqimlarini bilishi va ulardan foydalana olishi	8	2	2	4
Jami:		**28**	**8**	**8**	**12**

NAZARIY MASHG'ULOTLAR MAZMUNI

1-mavzu: Dekart ko'paytma, o'rinlashtirish, o'rin almashtirishlar. Paskal uchburchagi. (2 soat ma'ruza)

Oliy ta'limda matematika fanini o'qitishning maqsadi va vazifalari. Davlat tomonidan qo'llab-quvvatlash, shuningdek, O`zbekiston Respublikasi fanlar akademiyasining v.i. Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to'g`risidagi O'zbekiston Respublikasi prezidentining qarori. Kombinatorika elementlari. Dekart ko'paytma, o'rinlashtirish, o'rin almashtirishlar

2-mavzu: Nyuton binomi.Takroriy kombinatsiyalar. Fibonachchi sonlari. (2 soat ma'ruza)

Nyuton binomi, takroriy kombinatsiyalar va Fibonachchi sonlariga doir misollar yechish .

3-mavzu: Graflarning berilish usullari: geometrik ifodalanishi, ko'phad yordamida berilishi, matrisalar yordamida berilishi . (2 soat ma'ruza)

Graflarning berilish usullari:

geometrik ifodalanishi,

ko'phad yordamida berilishi,

matrisalar yordamida berilishi

4-mavzu: Eyler graflari.Gamilton graflari.Grafning metrik xarakteristikalari. Planar graflar.Tarmoqdagi oqimlarini bilishi va ulardan foydalana olishi . (2 soat ma’ruza).

Eyler graflari.Gamilton graflari.Grafning metrik xarakteristikalari. Planar graflar.Tarmoqdagi oqimlarini bilishi va ulardan foydalana olishi . Grafda cho‘qqi va qobiqlarining ketma-ketligi. Yo‘naltirilgan graflar va uning asosiy xossalari. Yo‘naltirilmagan graf. Graflarda boshlang‘ich cho‘qqilarni topish.

AMALIY MASHG‘ULOTLAR MAZMUNI

1-mavzu: Dekart ko’paytma, o’rinlashtirish, o’rin almashtirishlar. Paskal uchburchagi. (2 soat amaliy mashg’ulot)

Oliy ta’limda matematika fanini o‘qitishning maqsadi va vazifalari. Davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O`zbekiston Respublikasi fanlar akademiyasining v.i. Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g`risidagi O‘zbekiston Respublikasi prezidentining qarori. Kombinatorika elementlari. Dekart ko’paytma, o’rinlashtirish, o’rin almashtirishlar

2-mavzu: O’rin almashtirishlar. Paskal uchburchagi. Nyuton binomi.Takroriy kombinatsiyalar. (2 soat amaliy mashg’ulot).

O’rin almashtirishlar, Paskal uchburchagi, Nyuton binomi, takroriy kombinatsiyalarga doir misollar yechish .

3-mavzu: Graflarning berilish usullari: geometrik ifodalanishi, ko’phad yordamida berilishi, matrisalar yordamida berilishi. (2 soat amaliy mashg’ulot)

Grafda yo’llarni topish uchun graflarni sathlarga bo’lish masalasidan foydalanish. Yo‘naltirilmagan graflarda yo‘llarni topish algoritmi. Parallel qobiqlar va tugunchalarni oddiy qobiqlar yordamida tasvirlash. Graflarning turlari.

4-mavzu: Eyler graflari.Gamilton graflari.Grafning metrik xarakteristikalari. Planar graflar.Tarmoqdagi oqimlarini bilishi va ulardan foydalana olishi(2 soat amaliy mashg'ulot).

Eyler graflari. Gamilton graflari. Grafning metrik xarakteristikalari. Planar graflar.Tarmoqdagi oqimlarini bilishi va ulardan foydalana olishi.

AMALIY MASHG'ULOTLARNI TASHKIL ETISH MAZMUNI

Amaliy mashg'ulotlarda tinglovchilar o'quv modullari doirasidagi ijodiy topshiriqlar, keyslar, o'quv loyihalari, texnologik jarayonlar bilan bog'liq vaziyatli masalalar asosida amaliy ishlarni bajaradilar.

Amaliy mashg'ulotlar zamonaviy ta'lim uslublari va innovatsion texnologiyalarga asoslangan holda o'tkaziladi. Bundan tashqari mustaqil holda o'quv va ilmiy adabiyotlardan, elektron resurslardan, tarqatma materiallardan foydalanish tavsiya etiladi.

KO'CHMA MASHG'ULOTLAR MAZMUNI

1-mavzu: Dekart ko'paytma, o'rinlashtirish, o'rin almashtirishlar. Paskal uchburchagi. (2 soat ko'chma mashg'ulot)

Oliy ta'limda matematika fanini o'qitishning maqsadi va vazifalari. Davlat tomonidan qo'llab-quvvatlash, shuningdek, O`zbekiston Respublikasi fanlar akademiyasining v.i. Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to'g`risidagi O'zbekiston Respublikasi prezidentining qarori. Kombinatorika elementlari. Dekart ko'paytma, o'rinlashtirish, o'rin almashtirishlar

2-mavzu: Nyuton binomi.Takroriy kombinatsiyalar. Fibonachchi sonlari. (2 soat ko'chma mashg'ulot)

Nyuton binomi.Takroriy kombinatsiyalar. Fibonachchi sonlari .

3-mavzu: Graflarning berilish usullari: geometrik ifodalanishi, ko'phad yordamida berilishi, matrisalar yordamida berilishi .(2 soat ko'chma mashg'ulot)

4-mavzu: Eyler graflari.Gamilton graflari.Grafning metrik xarakteristikalari. Planar graflar.Tarmoqdagi oqimlarini bilishi va ulardan foydalana olishi . (2 soat ko'chma mashg'ulot)

5-mavzu: Graflarning berilish usullari: geometrik ifodalanishi, ko'phad yordamida berilishi, matrisalar yordamida berilishi . (2 soat ko'chma mashg'ulot)

6-mavzu: Eyler graflari.Gamilton graflari.Grafning metrik xarakteristikalari. Planar graflar.Tarmoqdagi oqimlarini bilishi va ulardan foydalana olishi . (2 soat ko'chma mashg'ulot).

II. MODULNI O’QITIShDA FOYDALANILADIGAN INTREFAOL TA’LIM METODLARI

BINAR MA’RUZA. “Binar”s o‘zi lotinchadan olingan bo‘lib, “qo‘sh”, “ikki” degan ma’noda qo‘llaniladi. Bunday mashg‘ulotning olib borilishi ikki vakil:o‘qituvchi va metodist;o‘qituvchi vao‘quvchi; taklif etilgan mutaxassis vao‘qituvchi;o‘qituvchi va tyutor (maslahatchi)o‘rtasidagi interfaol suhbat, bahs-munozara va axborotlar almashinuvini namoyon qiladi. Jarayonni bunday tashkillashtirishdan ko‘zlangan asosiy maqsad yangio‘quv ma’lumotlari va axborotlarini ikki mutaxassis yoki ishtirokchi nuqtayi nazarlarini taqqoslash orqali yoritib berishdan iborat.

TRENING. Trening zamonaviy ta’lim shakllaridan biri hisoblanib, u interfaol mashg‘ulotlarni amalga oshirishningo‘ziga xos ko‘rinishidir. Treninglaro‘rganilishi lozim bo‘lgan nazariy g‘oya va fikrlarni amaliy ish hamda mashqlar davomidao‘zlashtirish imkoniyatini beradi va ta’lim oluvchilarda shaxslararoo‘zaro hamkorlikning samarali ko‘nikmasini shakllantirishga, shuningdek, mutaxassis kasbiy kompetentligining umumiy darajasini oshirishga yo‘naltiriladi.

Har qanday pedagogik treningni tashkil etish quyidagi bosqichlardan tashkil topadi:

1. Tashkiliy bosqich: guruhni yig‘ish yoki shakllantirish.
2. Boshlang‘ich bosqich: guruh me’yorlarini ishlab chiqish, tanishuv va mashg‘ulotdan kutuvlarni aniqlash.
3. Faoliyatli bosqich: trening turi vao‘tkazish metodikasini belgilash.
4. Yakuniy bosqich (refleksiya).

Trening mobaynida talabalar nazariy ma’lumotlarnio‘zlashtirish bilan birga, ularda bilish, emmotsional va xulq-atvor ko‘nikmalari ham rivojlanib boradi.

“SWOT-TAHLIL” METODI. Metodning maqsadi: mavjud nazariy bilim lar va amaliy tajribalarni tahlil qilish, taqqoslash orqali muammoni hal etish yo‘llarni topishga, bilimlarni mustahkamlash, takrorlash, baholashga, mustaqil, tanqidiy fikrlashni, nostandart tafakkurni shakllantirishga xizmat qiladi.

S – (strength) kuchli tomonlari

W – (weakness) zaif, kuchsiz tomonlari

O – (opportunity) imkoniyatlari

T – (threat) to‘siqlar

“KEYS-STADI” METODI. «Keys-stadi» - inglizcha so‘z bo‘lib, («case» – aniq vaziyat, hodisa, «study» – o‘rganmoq, tahlil qilmoq) aniq vaziyatlarni o‘rganish, tahlil qilish asosida o‘qitishni amalga oshirishga qaratilgan metod hisoblanadi. Keysda ochiq axborotlardan yoki aniq voqyea-hodisadan vaziyat sifatida tahlil uchun foydalanish mumkin.

Mazkur metod muammoli ta’lim metodidan farqli ravishda real vaziyatlarni o‘rganish asosida aniq qarorlar qabul qilishga asoslanadi. Agar u o‘quv jarayonida ma’lum bir maqsadga erishish yo‘li sifatida qo‘llanilsa, metod xarakteriga ega bo‘ladi, biror bir jarayonni tadqiq etishda bosqichma-bosqich, ma’lum bir algoritm asosida amalga oshirilsa, texnologik jihatni o‘zida aks ettiradi

“Keys metodi” ni amalga oshirish bosqichlari Ish bosqichlari Faoliyat shakli va mazmuni

1-bosqich: Keys va uning axborot ta’minoti bilan tanishtirish

- yakka tartibdagi audio-vizual ish;
- keys bilan tanishish (matnli, audio yoki media shaklda);
- axborotni umumlashtirish;
- axborot tahlili;
- muammolarni aniqlash

2-bosqich: Keysni aniqlashtirish va o‘quv topshirig’ni belgilash

- individual va guruhda ishlash;
- muammolarni dolzarblik iyerarxiyasini aniqlash;
- asosiy muammoli vaziyatni belgilash

3-bosqich: Keysdagi asosiy muammoni tahlil etish orqali o‘quv topshirig’ining yechimini izlash, hal etish yo‘llarini ishlab chiqish

- individual va guruhda ishlash;
- muqobil yechim yo‘llarini ishlab chiqish;
- har bir yechimning imkoniyatlari va to‘siqlarni tahlil qilish;
- muqobil yechimlarni tanlash

4-bosqich: Keys yechimini shakllantirish va asoslash, taqdimot.

- yakka va guruhda ishlash;
- muqobil variantlarni amalda qo‘llash imkoniyatlarini asoslash;
- ijodiy-loyiha taqdimotini tayyorlash;
- yakuniy xulosa va vaziyat yechimining amaliy aspektlarini yoritish

“Keys-stadi” metodining o‘ziga xos xususiyatlari:

-izlanishga doir faoliyatning mavjud bo‘lishi.
-jamoaviy va guruhlarda o‘qitish.
-individul, guruhli va jamoaviy ish shakllari integrasiyasi.
-xilma-xil o‘quv loyihalarini ishlab chiqish.
-muvaffaqiyatga erishish uchun ta’lim oluvchilarning o‘quv-bilish faoliyatini rag’batlantirish

Keys harakatlari o‘z ichiga quyidagilar savollar bo‘yicha faoliyatni qamrab oladi:

-Kim? (Who?)
-Qachon? (When?)
-Qayerda? (Where?)
-Nima uchun? (Why?)
-Qanday?/ Qanaqa? (How?)
-Nima? (natija) (What?).

Keys. 5-sinf darsligining sizga taqdim etilgan bitta mavzusi materiallari bo‘yicha keys topshirig’ini tuzing, bu keys asosida o‘tiladigan darsni loyihalashtiring, u bo‘yicha taqdimot tayyorlang va uni namoyish eting.

«FSMU» METODI. Metodning maqsadi: Mazkur metod ishtirokchilardagi umumiy fikrlardan xususiy xulosalar chiqarish, taqqoslash, qiyoslash orqali axborotni o‘zlashtirish, xulosalash, shuningdek, mustaqil ijodiy fikrlash ko‘nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi. Mazkur metoddan ma’ruza mashg’ulotlarida, mustahkamlashda, o‘tilgan mavzuni so‘rashda, uygа vazifa berishda hamda amaliy mashg’ulot natijalarini tahlil etishda foydalanish tavsiya etiladi.

Metodni amalga oshirish tartibi:

- qatnashchilarga mavzuga oid bo‘lgan yakuniy xulosa yoki g’oya taklif etiladi;
- har bir ishtirokchiga FSMU metodining bosqichlari yozilgan qog’ozlarni tarqatiladi:
- ishtirokchilarning munosabatlari individual yoki guruhiy tartibda taqdimot qilinadi.

FSMU tahlili qatnashchilarda kasbiy-nazariy bilimlarni amaliy mashqlar va mavjud tajribalar asosida tezroq va muvaffaqiyatli o‘zlashtirilishiga asos bo‘ladi.

Namuna.

Fikr: PISA va TIMSS qiyosiy xalqaro tadqiqotlar natijalari mamlakatimizda matematika fanini o‘qitish tizimini tahlil qilish va takomillashtirishni taqozo etadi.

Topshiriq: Mazkur fikrga nisbatan munosabatingizni FSMU orqali tahlil qiling.

“TUSHUNCHALAR TAHLILI” METODI. Metodning maqsadi: mazkur metod o‘quvchilar yoki qatnashchilarni mavzu buyicha tayanch tushunchalarni o‘zlashtirish darajasini aniqlash, o‘z bilimlarini mustaqil ravishda tekshirish, baholash, shuningdek, yangi mavzu buyicha dastlabki bilimlar darajasini tashxis qilish maqsadida qo‘llaniladi. Metodni amalga oshirish tartibi:

- ishtirokchilar mashg’ulot qoidalari bilan tanishtiriladi;
- o‘quvchilarga mavzuga yoki bobga tegishli bo‘lgan so‘zlar, tushunchalar nomi tushirilgan tarqatmalar beriladi (individual yoki guruhli tartibda);
- o‘quvchilar mazkur tushunchalar qanday ma’no anglatishini, qachon, qanday xolatlarda qo‘llanilishi haqida yozma ma’lumotlar beradilar ;
- Belgilangan vaqt yakuniga yetgacho‘qituvchi berilgan tushunchalarning

to‘g`ri va to‘liq izohinio‘qib eshittiradi yoki slayd orqali namoyish etadi;

- Har bir ishtirokchi berilgan to‘g`ri javoblar bilano‘zining ishini taqqoslaydi, farqlarini aniqlaydi vao‘z bilim darajasini tekshirib, baholaydi.

VENN DIAGRAMMASI METODI. Venn diagrammasi - grafik ko‘rinishda bo‘lib, olingan natijalarni umumlashtirib, ulardan bir butun xulosa chiqarishga, ikki va undan ortiq predmetlarni (ko‘rinish, fakt, tushuncha) taqqoslash, tahlil qilish va o‘rganishda qo‘llaniladi. Diagramma ikki va undan ortiq aylanani kesishmasidan hosil bo‘ladi.

Metodning maqsadi: Bu metod grafik tasvir orqali o‘qitishni tashkil etish shakli bo‘lib, u ikkita o‘zaro kesishgan aylana tasviri orqali ifodalanadi. Mazkur metod turli tushunchalar, asoslar, tasavurlarning analiz va sintezini ikki aspekt orqali ko‘rib chiqish, ularning umumiy va farqlovchi jihatlarini aniqlash, taqqoslash imkonini beradi.

Metodni amalga oshirish tartibi:

- ishtirokchilar ikki kishidan iborat juftliklarga birlashtiriladilar va ularga ko‘rib chiqilayotgan tushuncha yoki asosning o‘ziga xos, farqli jihatlarini (yoki aksi) doiralar ichiga yozib chiqish taklif etiladi;
- navbatdagi bosqichda ishtirokchilar to‘rt kishidan iborat kichik guruhlarga birlashtiriladi va har bir juftliko‘z tahlili bilan guruh a’zolarini tanishtiradilar;
- juftliklarning tahlili eshitilgach, ular birgalashib, ko‘rib chiqilayotgan muammo yohud tushunchalarning umumiy jihatlarini (yoki farqini) izlab topadilar, umumlashtiradilar va doirachalarning kesishgan qismiga yozadilar.

Namuna: PISA va TIMSS xalqaro tadqiqotlar natijalarini qiyosiy tahlil qiling.

KICHIK GURUHLARDA ISHLASH METODI. Kichik guruhlarda ishlash orqali o‘rganish - ma’lum muammoning yechimini topishga va o‘quvchilar faolligini oshirishga qaratilgan darsdagi ijodiy hamkorlikdagi ish. Bosqichlari: guruhlarga bo‘lish, muammoni guruhlarda muxokama qilish, muammoning yechimlari taqdimoti, xulosalash.

Kichik guruhlarda hamkorlikda o‘qitish

Bu yondashuvda kichik guruhlar 4 ta o‘quvchidan tashkil topadi. O‘qituvchi avval mavzuni tushuntiradi, so‘ngra o‘quvchilarning mustaqil ishlari tashkil etiladi. O‘quvchilarga berilgan o‘quv topshiriqlari 4 qismga ajratilib, har bir o‘quvchi topshiriqning ma’lum qismini bajaradi. Topshiriq yakunida har bir o‘quvchi o‘zi bajargan qism yuzasidan fikr yuritib, o‘rtoqlarini o‘qitadi, so‘ngra guruh a’zolari tomonidan topshiriq yuzasidan umumiy xulosa chiqariladi. O‘qituvchi har bir kichik guruh axborotini tinglaydi va test savollari yordamida bilimlarni nazorat qilib baholaydi.

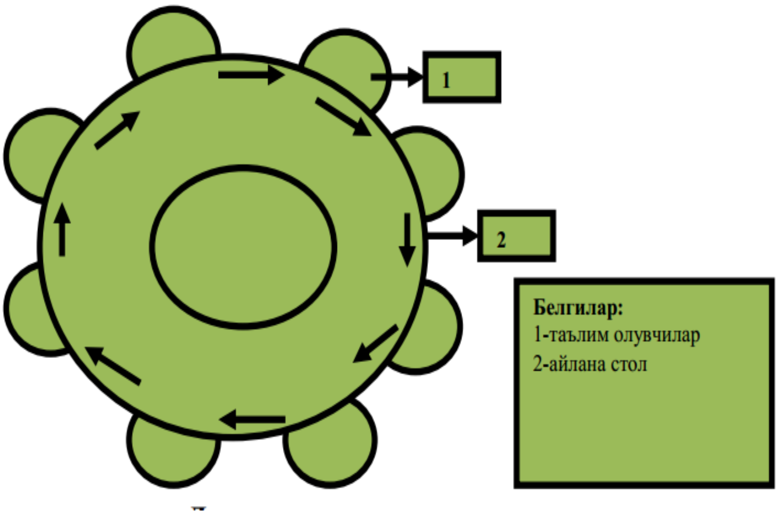
O‘quvchilarning kichik guruhlardagi o‘quv faoliyati o‘yin (turnir, musobaqa) shaklida, individual tarzda ham tashkil etilishi mumkin

Kichik guruhlarda ijodiy izlanishni tashkil etish

Kichik guruhlarda ijodiy izlanishni tashkil etish metodi 1976 yili Tel-Aviv universiteti professori Sh.Sharan tomonidan ishlab chiqilgan. Bu metodda ko‘proqo‘quvchilarning mustaqil va ijodiy ishiga e’tibor qaratiladi.

O‘quvchilar alohida-alohida yoki 6 kishilik kichik guruhlarda ijodiy izlanish olib boradilar. Ijodiy izlanish kichik guruhlarda tashkil etilganda darsda o‘rganish lozim bo‘lgan o‘quv materiali kichik qismlarga ajratiladi. Keyin bu qismlar yuzasidan topshiriqlar har bir o‘quvchiga taqsimlanadi. Shunday qilib, har bir o‘quvchi umumiy topshiriqning bajarilishiga o‘z hissasini qo‘shadi. Kichik guruhlarda topshiriq yuzasidan munozara o‘tkaziladi. Guruh a’zolari birgalikda ma’ruza tayyorlaydi va sinf o‘quvchilari o‘rtasida o‘z ijodiy izlanishlari natijasini e’lon qiladi. Kichik guruhlar o‘rtasida o‘tkazilgan o‘quv bahsi, munozara o‘quvchilar jamoasining hamkorlikda bajargan mustaqil faoliyatining natijasi, yakuni sanaladi. Hamkorlikda ishlash natijasida qo‘lga kiritilgan muvaffaqiyatlar sinf jamoasining har bir o‘quvchining muntazam va faol aqliy mehnat qilishiga, kichik guruhlarni, umuman sinf jamoasini jipslashtirishga, avval o‘zlashtirilgan bilim, ko‘nikma va malakalarni yangi kutilmagan vaziyatlarda qo‘llanib, yangi bilimlarning o‘zlashtirishiga bog’liq bo‘ladi.

“DAVRA SUHBATI” METODI – aylana stol atrofida berilgan muammo yoki savollar yuzasidan ta’lim oluvchilar tomonidano‘z fikr-mulohazalarini bildirish orqali olib boriladigano‘qitish metodidir. “Davra suhbati” metodi qo‘llanilganda stol-stullarni doira shaklida joylashtirish kerak. Bu har bir ta’lim oluvchining bir-biri bilan “ko‘z aloqasi”nio‘rnatib turishiga yordam beradi. Davra suhbatining og‘zaki va yozma shakllari mavjuddir. Og‘zaki davra suhbatida ta’lim beruvchi mavzuni boshlab beradi va ta’lim oluvchilardan ushbu savol bo‘yichao‘z fikr-mulohazalarini bildirishlarini s o‘raydi va aylana bo‘ylab har bir ta’lim oluvchio‘z fikr-mulohazalarini og‘zaki bayon etadilar. S o‘zlayotgan ta’lim oluvchini barcha diqqat bilan tinglaydi, agar muhokama qilish lozim bo‘lsa, barcha fikr-mulohazalar tinglanib bo‘lingandan s o‘ng muhokama qilinadi. Bu esa ta’lim oluvchilarning mustaqil fikrlashiga va nutq madaniyatining rivojlanishiga yordam beradi. Quyida “Davra suhbati” metodining tuzilmasi keltirilgan.



Rasm. Davra stolining tuzilmasi

Yozma davra suhbatida ham stol-stullar aylana shaklida joylashtirilib, har bir ta’lim oluvchiga convert qog‘ozi beriladi. Har bir ta’lim oluvchi convert ustiga ma’lum bir mavzu bo‘yicha o‘z savolini beradi va “Javob varaqasi”ning biriga o‘z javobini yozib, convert ichiga solib qo‘yadi. Shundan s o‘ng konvertni soat yo‘nalishi bo‘yicha yonidagi ta’lim oluvchiga uzatadi. Konvertni olgan ta’lim oluvchio‘z javobini “Javoblar varaqasi”ning biriga yozib, konvert ichiga solib qo‘yadi va yonidagi ta’lim oluvchiga uzatadi. Barcha konvertlar aylana bo‘ylab harakatlanadi. Yakuniy qismda barcha konvertlar yig‘ib olinib, tahlil qilinadi.

“Davra suhbati” metodining bosqichlari quyidagilardan iborat:

1. Mashg‘ulot mavzusi e’lon qilinadi.

2. Ta’lim beruvchi ta’lim oluvchilarni mashg‘ulotnio‘tkazish tartibi bilan tanishtiradi.

3. Har bir ta’lim oluvchiga bittadan konvert va javoblar yozish uchun guruhda necha ta’lim oluvchi bo‘lsa, shunchadan “Javoblar varaqalari”ni tarqatilib, har bir javobni yozish uchun ajratilgan vaqt belgilab qo‘yiladi. Ta’lim oluvchi konvertga va “Javoblar varaqalari”gao‘z ismi-sharifini yozadi.

4. Ta’lim oluvchi konvert ustiga mavzu bo‘yichao‘z savolini yozadi va “Javoblar varaqasi”gao‘z javobini yozib, konvert ichiga solib qo‘yadi.

5. Konvertga savol yozgan ta’lim oluvchi konvertni soat yo‘nalishi bo‘yicha yonidagi ta’lim oluvchiga uzatadi.

6. Konvertni olgan ta’lim oluvchi konvert ustidagi savolga “Javoblar varaqalari”dan biriga javob yozadi va konvert ichiga solib qo‘yadi hamda yonidagi ta’lim oluvchiga uzatadi.

7. Konvert davra stoli bo‘ylab aylanib, yana savol yozgan ta’lim oluvchiningo‘ziga qaytib keladi. Savol yozgan ta’lim oluvchi konvertdagi “Javoblar varaqalari”ni baholaydi.

8. Barcha konvertlar yig‘ib olinadi va tahlil qilinadi.

Ushbu metod orqali ta’lim oluvchilar berilgan mavzu bo‘yichao‘zlarining bilimlarini qisqa va aniq ifoda eta oladilar. Bundan tashqari ushbu metod orqali ta’lim oluvchilarni muayyan mavzu bo‘yicha baholash imkoniyati yaratiladi. Bunda ta’lim oluvchilaro‘zlari bergan savollariga guruhdagi boshqa ta’lim oluvchilar bergan javoblarini baholashlari va ta’lim beruvchi ham ta’lim oluvchilarni obyektiv baholashi mumkin.

MUAMMOLI TA’LIM METODI. Ta’lim jarayonida o‘quvchilarning bilish faoliyatini faollashtirish hamda ularning intellektual imkoniyatlaridan yuqori

darajada foydalanish quyidagi umumiy omillarga bog’liq bo‘ladi:
-o‘rganilayotgan mavzu yuzasidan muammoli savollar tizimi tuzish;
-qo‘yilgan muammoli savollar tizimi asosida suhbat metodi orqali tushuntiriladigan mavzu materiallarini o‘rgatish va uning tub mohiyatini ochib berish;
-muammoli savol asosida izlanish xarakteridagi o‘quv vazifalarini qo‘yish.

Yuqoridagi bosqichlar asosida o‘quv materiali tushuntiriladiganda o‘quvchilar o‘zlari darrov tushunib yetmaydigan fakt va tushunchalarga duch keladilar. Natijada o‘rganilayotgan mavzu materiali bilan o‘quvchilar orasida muammoli vaziyat hosil bo‘ladi.

Muammoli vaziyatning roli va ahamiyatini aniqlash o‘quvchilarning aktiv fikrlash faoliyatini psixologik, pedagogik qonuniyatlarini hisobga olish asosida o‘quv jarayonini qayta qurish muammoli ta’limning asosiy g’oyasini belgilab beradi. Muammoli vaziyatlarni hal qilish asosida hosil qilingan dars jarayoni muammoli ta’lim deyiladi.

Muammoli ta’limda o‘qituvchi faoliyati shundan iboratki, u zarur hollarda eng murakkab tushunchalar mazmunni tushuntira boribo‘rganilayotgan mavzu materiali bilan o‘quvchilar orasidagi muntazam ravishda muammoli vaziyatlar vujudga keltiriladi, o‘quvchilarni faktlardan xabardor qiladi, natijada o‘quvchilar bu faktlarni analiz qilish asosida mustaqil ravishda xulosa chiqaradilar va umumlashtiradilar.

EVRISTIK TA’LIM METODI. Evristika degan so‘zning ma’nosi savol javobga asosan “topaman” demakdir. Evristik metod bilan o‘qitish maktablarda asosan XIX asr boshlaridan boshlab qo‘llanila boshladi.

Mashg’ulotlar qiziqarli bo‘lishi uchun, bu mashg’ulotlardagi har bir masala yoki topshiriq so‘zma-so‘z quruq yodlash uchun emas, balki ularning oliy faoliyatlarini ishga soladigan xarakteri bo‘lishi kerak. Amerikalik olim D. Poya evristik ta’lim metodi to‘g’risida shunday degan edi. Evristikani maqsadi yangiliklarga olib boruvchi metod va qoidalarni izlash demakdir. U evristik metod mohiyatini quyidagidek izchillikda tuzilgan reja orqali amalga oshirishni tavsiya qiladi:

-masalaning quyilishini tushunish;

-masalaning yechish rejaini tuzish;

-tuzilgan rejani amalga oshirish;

-orqaga nazar tashlash (hosil qilingan yechimni tekshirish).

Bu rejani amalga oshirish jarayonida o‘qituvchilar quyidagi savollarga javob topadilar:

-Masalada nima noma’lum?

-Masalada nimalar ma’lum?

-Masalaning sharti nimalardan iborat?

-Ilgari shunga o‘xshagan masalalar yechilganmi?

-Agar shunga o‘xshagan masalalar yechilgan bo‘lsa, undan foydalanib qo‘yilayotgan masalani yecha oladimi?

Albatta yuqoridagi reja-sxema o‘quvchilarning ijodiy fikrlash faoliyatilarni shakllantiradi, ammo bu reja-sxema o‘quvchilarning ijodiy qobiliyatlarini shakllantiruvchi birdan bir yo‘l bo‘la olmaydi.

AQLIY HUJUM METODI. Uumumiy muammo bo‘yicha o‘quvchilarni ijodiy ishga, o‘zaro muloqotga chorlash. Bosqichlari: muammoli vaziyatni keltirib chiqarish; uning yechimini topish uchun o‘quvchilarni jalb qilish; turli yechimlar taqdimotini eshitish; yechimlarni solishtirish va tanlash; xulosalash.

MUSTAQIL ISHLASH METODI. Vaqti-vaqti bilan o‘tkazib turiladigan, o‘quvchilarning mustaqil o‘rganish, darslik bilan ishlash va mustaqil amaliy faoliyat bilan shug’ullanish ko‘nikmalarini shakllantiradigan, har bir o‘quvchiga alohida yoki umumiy tarzda tashkil qilinadigan topshiriqni bajartirish; o‘quvchilarning amaliy faoliyatiga aralashmay, tashqaridan teskari aloqa- muloqot yordamida yo‘naltirib boshqarish va nazorat qilish.

JUFTLIKDA ISHLASHMETODI. Biror mavzu bo‘yicha yonma-yon o‘tirgan o‘quvchilarni o‘zaro muloqotga chorlash; o‘zaro fikr almashish va ularni ba’zilarini tinglash.

“BAHS-MUNOZARA” METODI. Metod quyidagi bosqichlarda amalga oshiriladi: o‘qituvchi munozara mavzusini tanlaydi va o‘quvchilarni munozaraga taklif etadi; o‘qituvchi o‘quvchilarga muammo bo‘yicha «aqliy hujum» o‘tkazishga chorlaydi va uni o‘tkazish tartibini belgilaydi; o‘qituvchi «Aqliy hujum» vaqtida bildirilgan turli g’oya va fikrlarni yozib boradi yoki bu ishni bajarish uchun o‘quvchilardan birini kotib etib tayinlaydi hamda bu bosqichda o‘qituvchi o‘quvchilarga o‘z fikrlarini bildirishlariga sharoit yaratib beradi; o‘qituvchi o‘quvchilar bilan birgalikda, ikkinchi bosqichda «aqliy hujum» davomida bildirilgan fikr va g’oyalarni guruhlarga ajratadi, umumlashtiradi va ularni tahlil qiladi. Tahlil natijasida qo‘yilgan muammoning eng maqbul yechimi tanlanadi.

TADQIQOT METODI. Tadqiqot usuli o‘zlashtirish darajasining eng yuqori cho‘qisi hisoblanadi. Bu usul bilan dars o‘tilganda o‘quvchilar olgan bilimlari asosida hali o‘rganilmagan kichik bir masala ustida yakka yoki birgalashib izlanish olib borishadi, masala yechimiga doir keltirilgan taxminni izlab topilgan dalillar asosida to‘g’ri yoki noto‘g’riligini tekshirishadi va isbotlashadi. Bosqichlari: -darsda hammaga qiziqish uyg’otadigan biror obyektning xossasini aniqlash yoki u haqidagi masalani qo‘yish; -uni o‘rganish, tadqiq qilish uchun ma’lumotlar to‘plash; -muammo yoki masalaning yechishga oid taxminlar, bashoratlar qilish; -har bir bashoratning qanchalik to‘g’riligini to‘plangan ma’lumotlar asosida tahlil qilish va isbotlash; -xulosa chiqarish; -sinf oldida taqdimot qilish.

KLASTER METODI. Klaster metodi pedagogik, didaktik strategiyaning muayyan shakli bo‘lib, u ta’lim oluvchilarga ixtiyoriy muammo (mavzu) lar xususida erkin, ochiqo‘ylash va fikrlarni bemalol bayon etish uchun sharoit yaratishga yordam beradi. Mazkur metod turli xil g’oyalar o‘rtasidagi aloqalar fikrlash imkoniyatini beruvchi tuzilmani aniqlashni talab etadi. Ushbu metod muayyan mavzuning ta’lim oluvchilar tomonidan chuqur hamda puxta o‘zlashtirilguniga qadar fikrlash faoliyatining bir maromda bo‘lishini ta’minlashga hizmat qiladi.

«Klaster» metodidan foydalanish tavsifi:

1-bosqich. Nimaniki o‘ylagan bo‘lsangiz, shuni qog’ozga yozing. Fikringizni sifati to‘g’risida o‘ylabo‘tirmay, ularni shunchaki yozib boring.

2-bosqich. Yozuvingizning orfografiyasi yoki boshqa jihatlariga e’tibor bermang.

3-bosqich. Belgilangan vaqt nihoyasiga yetmaguncha, yozishdan to‘xtamang. Agar ma’lum muddat biror-bir g’oyani o‘ylay olmasangiz, u holda qog’ozga biror narsaning rasmini chiza boshlang. Bu harakatni yangi g’oya tug’ilgunga qadar davom ettiring.

4-bosqich. Muayyan tushuncha doirasida imkon qadar ko‘proq yangi g’oyalarni ilgari surish hamda mazkur g’oyalar o‘rtasidagi o‘zaro aloqadorlik va bog’liqlikni ko‘rsatishga harakat qiling. G’oyalar yig’indisining sifati va ular o‘rtasidagi aloqalarni ko‘rsatishni cheklamang.

III. NAZARIY MA'LUMOTLAR

1-mavzu: Dekart ko'paytma, o'rinlashtirish, o'rin almashtirishlar. Paskal uchburchagi. To'plamlarning dekart ko'paytmasi

Aytaylik A va B bo'sh bo'lmagan to'plamlar berilgan bo'lsin. Birinchi elementi A to'plamga va ikkinchi elementi B to'plamga qarashli bo'lgan barcha (a,b) juftlardan iborat to'plam A va B to'plamlarning Dekart (to'g'ri) ko'paytmasi deyiladi va $A\ x\ B$ kabi belgilanadi.

Shunday qilib $A\ x\ B =\{(a,b)\colon a\in A,\ b\in B\}$ to'plam A va B to'plamlarni dekart (to'g'ri) ko'paytmasi bo'ladi.

Agar $A=B$ bo'lsa, AxA to'plam (a,b), $a\in A$ va $b\in A$ juftliklardan iborat bo'ladi. $A\ x\ \varnothing = \varnothing\ x\ A = \varnothing$ bo'ladi. To'plamlarning dekart ko'paytmasi uchun

a) $A\ x\ B \neq B\ x\ A$,

b) $A\ x\ (\ BxC) \neq (AxB)\ xC.$

Agar A bo'sh bo'lmagan to'plam berilgan bo'lsa, uning elementlaridan tartiblashgan juftlik, uchlik va xokazo n-liklar tuzish mumkin «Anor» so'zining harflari tartiblashgan to'rtlikni hosil qiladi.

Aytaylik $A_1,\ A_2,\ \ldots,A_n$ to'plamlar berilgan bo'lib, $a_1\in A_1, a_2\in A_2,\ldots,a_n\in A_n$ bo'lsin, $(a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n)$ - tartiblashgan n-likni hosil qiladi. Ko'p hollarda «tartiblashgan n-lik» o'rniga qisqacha «kortej» deyiladi, n-kortej uzunligi, a_1, a_2, ..., a_n lar esa uning komponenta (koordinata) lari deyiladi.

1-misol. $A=\ \{1,2,3\}$, $B=\{a,b\}$ berilgan bo'lsa, $A\times B$, $B\times A$, $A\times A$, $B\times B$larni toping:

$AxB=((1:a),(2,a),(3,a),\ (1,b),\ (2,b),\ (3,b))$

$BxA=((a,1),(b,1),(a,2),(b,2),(a,3),(b,3))$

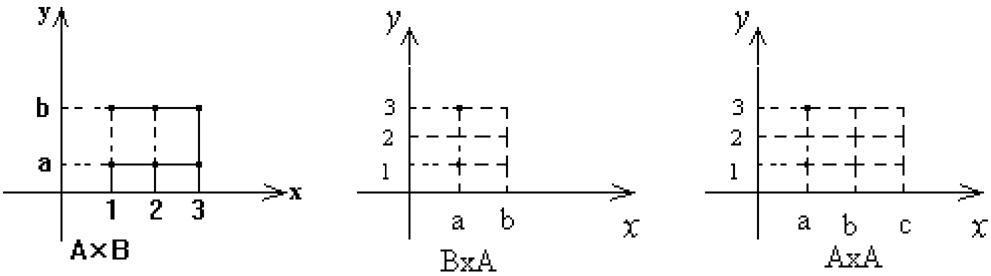
$AxA=((1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3))$

2-misol.A=[1;3]), B=[2;4] lar berilgan bo'lsa, A×B, B×A larni toping:

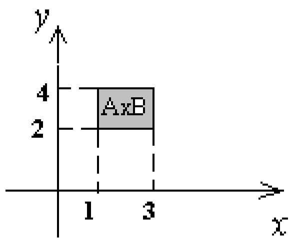
$A\times B=[1;3] \times[2;4]=\{(a;b):1\leq a\leq\ 3,\ 2\leq b\ \leq 4\}$

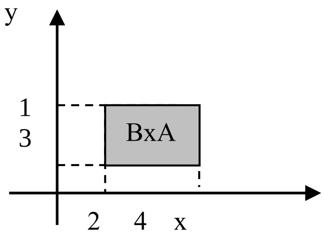
$B\times\ A=[2;4] \times [1;3] = \{(a;b):\ 2\ \leq a\ \leq 4,\ 1\leq b\ \leq 3\}$

Yechish. $A\times B$ to‘plam elementlarining birinchi koordinatalarini (A ning elementlarini) *0x* o‘qida, ikkinchi koordinatalarini (B ning elementlarini) *0y* o‘qida tasvirlaymiz. Bu nuqtalardan, mos ravishda, *0x, 0y* o‘qlarga perpendikulyar chiqaramiz. Bu perpendikulyarning kesishish nuqtalarining koordinatalari $A\times B$ to‘plamning elementlaridan iborat. Koordinatalari $A\times B$ ning elementlari (sonlar jufti) ga teng bo‘lgan barcha nuqtalar to‘plami.$A\times B$ to‘plamning geometrik tasviri deyiladi.1-misolda keltirilgan $A\times B$, $B\times A$, $A\times A$ to‘plamlarning geometrik tasviri 3-rasmda, 2-misolda keltirilgan $A\times B$, $B\times A$ to‘plamlarning geometrik tasviri 4-rasmda tasvirlangan.



3-rasm.





4-rasm.

3-misol**.** Ixtiyoriy *A*,*B* va *C* to‘plamlar uchun ushbu

$A\times (B\cup C) = (A\times B) \cup (A\times C)$

munosabatning to‘g‘ri ekanligini isbotlang.

Yechish. a) ixtiyoriy $(x,y)\in A\times(B \cup C)$bo‘lsin, bundan $x \in A$, $y \in B \cup C$ bo‘lganligi uchun, birlashmaning ta’rifidan $x \in A$, $y \in B$ yoki $y\in C$.Shunday qilib, $x\in A$ va $y\in B$ yoki $x\in A$ va $y\in C$, bulardan va to‘g‘ri ko‘paytmaning ta’rifidan

$(x;y) \in A \times B$ yoki $(x;y) \in A \times C$

Demak, $(x;y)\in (A \times B) \cup (A\times C)$, ya’ni

$A \times (B \cup C) \subset (A \times B) \cup (A \times C)$ (2)

b) ixtiyoriy $(x;y) \in (A \times B) \cup (A \times C)$ bo‘lsin. Bundan $(x;y) \in (A \times B)$ yoki $(x;y) \in (A \times C)$. To‘g‘ri ko‘paytmaning ta’rifidan $x \in A$ va $y \in B$ yoki $x \in A$ va $y \in B$ bulardan $x \in A$ va $y \in B \cup C$. Demak, $(x;y) \in A \times (B \cup C)$ yoki

$(A \times B) \cup (A \times C) \subset A \times (B \cup C)$ (3)

(2) va (3) munosabatlardan (1) tenglikning o‘rinli ekanligi kelib chiqadi.

1.1.O’rinlashtirishlar

Qandaydir $M = \{a_{1,} a_{2,} ..., a_n\}$ to`plam berilgan bo`lsin. M to`plam elementlaridan quyidagi simvollarni tuzamiz:

$a_1a_2, a_1a_3, ..., a_1a_n, a_2a_3, ...$ (1)

$a_1a_2a_3, a_1a_3a_4, ..., a_2a_3a_5, ...$ (2)

$a_1a_2a_3a_4, a_1a_3a_4a_5, ..., a_2a_3a_4a_5, ...$ (3)

Yuqoridagi simvollar kombinatorika yoki bog`lanishlar deb ataladi. Bu kombinatorika yoki bog`lanishlar M to`plam elementlaridan tuzilgan. Bo`lardan (1) n elementdan to 2 gacha bo`lgan bog`lanish deb ataladi ; (2) esa n elementdan to 3 gacha ; (3) n elementdan to 4 gacha va hokazo.

Birlashmalar 3 ko`rinishga bo`linadi;

1.O`rinlashtirish.

2.O`rinalmashtirish.

3.Kombinasiyalash(Guruhlash).

**Ta`rif 1**. Agar n elementlardan to m gacha bo`lgan bog`lanish hech bo`lmaganda bir elementdan farqlansa yoki elementlarning tartibi bo`yicha ham farqlansa, u holda by bog`lanish n elementdan to m gacha o`rinlashtirish deb ataladi.

Masalan, (1) n elementdan 2 gacha o`rinlashtirishdir.

O`rinlashtirish soni, y`ani n elementdan to m gacha A_n^m ko`rinishda ifodalanadi. A rfkash fransuz so`zi “arangement”dan olingan bo`lib o`rinlashtirish ma`nosini bildiradi.

Misolllar keltiramiz. a_1, a_2, a_3 elementlarni olamiz ; n=3.

1) o`rinlashtirishlarni 1 ta element bo`yicha olamiz:

a_1, a_2, a_3

o`rinlashtirishlar soni $A_3^1 = 3$

2) Endi o`rinlashtirishlarni 2 ta element bo`yicha olamiz.

$$a_1a_2, a_1a_3, a_2a_3, a_2a_1, a_3a_1, a_3a_2.$$

o`rinlashtirishlar soni A_3^2=6

3) o`rinlashtirishlar sonini 3 ta element bo`yicha olamiz:

$$a_1a_2a_3, a_1a_3a_2, a_2a_3a_1, a_2a_1a_3, a_3a_1a_2, a_3a_2a_1 \ .$$

o`rinlashtirishlar soni $A_3^3 = 6$

Qachonki n soni katta bo`lsa, u holda o`rinlashtirish noqulaydir. O`rinlashtirishlar sonini hisoblash uchun quyidagi teoremani keltirib o`tamiz.

Teorema 1. o`rinlashtirishlar miqdori n elementdan to m gacha tuzilganlar uchun quyidagiga teng:

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)....[n-(m-1)] \qquad (4)$$

Isbot . n elementlarni olamiz

$$a_1, a_2, a_3....., a_n \ .... \qquad (5)$$

Bizga shu narsa ayonki,(5) ni 1 ta bo`yicha o`rinlashtirishsak,unda n ga teng bo`ladi,y`ani

$$A_n^m = n$$

Bu (4) formula m=1 uchun o`rinlidir.

Endi yuqori bo`lgan o`rinlashtirishni ko`rib chiqamiz.

$$
\begin{array}{l}
a_1a_2, a_1a_3, ..., a_1a_n \\
a_2a_1, a_2a_3, ..., a_2a_n \\
a_3a_1, a_3a_2, ..., a_3a_n \\
.... \\
a_{n-1}a_1, a_{n-1}a_2, ..., a_{n-1}a_n \\
a_na_1, a_na_2, ..., a_na_{n+1}
\end{array} \qquad (6)
$$

bu yerdan shu narsa ko`rinadiki,o`rinlashtirish n elementdan to 2 gacha n(n-1) soniga teng,y`ani

$$A_n^2 = n(n-1)$$

Bu (4) formula m=2 uchun o`rinlidir.

Agar biz yuqori tartibli o`rinlahtirishni n ta elementdan to 3 gacha o`rinlashtirishlar sonini topmoqchi bo`lsak, u holda $n(n-1)(n-2)$ ga ega bo`lishimiz qiyin emas.

Buning uchun (6) dan $a_i \ a_j$ elementlarni olish kerak, bunda (5) ga nisbatan a_k elementlarni a_k ga to`ldiradi. Bu yerda $n = 1,2,...n;$ $k \neq i, k \neq j,$ bunda quyidagi simvollarni tashkil qilishimiz mumkin.

$a_1a_2a_3, a_1a_2a_4 ...., a_{n-2}a_{n-1}a_n .....(7).$

Shunday qilib , har qaysi a_i a_j juftlik n-2 yangi kambinasiyani vujudga keltiradi.Bunday muhokamani davom ettirib, biz ixtiyoriy m soni uchun quyidagi formulani olamiz;

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)....[n-(m-1)]$$

Shu narsani isbotlash talab qilingan edi.

1.2 O’rin almashtirishlar

**Ta`rif 2.** Agar m elementdan to m gacha bog`lanishlar faqat bo`yicha elementlardan farqlansa, u holda bunday bog`lanishlar o`rinalmashtirish deb ataladi.

Masalan M to`plamdan 3 ta element $a_1, a_2, a_3$ larni ajratib olamiz. Bu elementlardan mumkin bo`lgan o`rinalmashtirishlarni $a_1a_2a_3, a_1a_3a_2, a_2a_3a_1, a_2a_1a_3, a_3a_1a_2, a_3a_2a_1$ tuzamiz. m elementlarda tuzilgan o`rinalmashtirishlar soni P_m ko`rinishda ifodalaymiz.Bu yerda P rfkash fransuzcha “Permo`tation” so`zidan olingan bo`lib o`rinalmashtirish so`zini bildiradi.

Keltirilgan misollardan $P_3 = 6$ ekanligi kelib chiqadi.Shuni belgilash lozimki, P_1=1, P_2=2.

Teorema 2. m elementlardan tashkil topgan o`rinalmashtirishlar soni

$$P_m = 1\cdot 2\cdot 3\cdot ...\cdot m! \qquad (8)$$

ga teng.Bu yerda ! “faktarial” deb o`qiladi.

Isbot. m elementdan tashkil topgan o`rinalmashtirishlar soni, m elementlardan to m gacha tashkil topgan o`rinalmashtirishlar soni bir-biriga tengligi ko`rish qiyin emas.

Shuning uchun (4) formulani n=m ga tatbiq qilib

$P_m = A_m^m = m(m-1)(m-2)...2\cdot 1 = 1\cdot 2\cdot ....(m-2)(m-1)m = m!$ ga ega bo`lamiz.

1.3 . Gruppalashlar va ularning xossalari

**Ta`rif 3**. Agar elementdan to m gacha tashkil etilgan bog`lanish faqatgina 1 ta element bilan farqlansa, u holda bunday bog`lanishlar n elementdan to m gacha kombinasiya deb ataladi.

Masalan. 3 elementdan a_1, a_2, a_3 mumkin bo`lgan 2 tadan kombinasiya tuzamiz:

$a_1a_2, a_1a_3, a_2a_3.$

n elementdan to m gacha tuzilgan kombinasiyalar

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} \qquad (9)$$

formula yordamida hisoblanadi.

Isbot. n elementdan to m gacha tashkil topilgan mumkin bo`lgan kombinasiyalarni bir satrga yozamiz.

Har qaysi kombinasiya ostidan mumkin bo`lgan m elementdan o`zgarishlarni tashkil qilamiz.U holda biz bog`lanishlar jadvalini olamiz.Bu bog`lanishlar C_n^m ustun va P_m qatorlardan tashkil topilgan.n elementdan to m gacha tuzilgan to`plam o`rinlashtirishlar umumiy bog`lanishlar sonini beradi ya`ni jadvaldan olingani.Shunday qilib,

$$C_n^m \cdot P_m = A_n^m$$

bu yerdan (9) ni hosil qilamiz.

Bu muhokamani keyingi misolimizda qo`llashimiz mumkin. $a_1, a_2, a_3, a_4$ elementlarni lamiz va mumkin bo`lgan 3 tadan kombinasiyani tuzamiz:

$$\begin{array}{cccc} a_1a_2a_3 & a_1a_3a_4 & a_1a_2a_4 & a_2a_3a_4 \\ a_2a_1a_3 & a_3a_1a_4 & a_2a_1a_4 & a_3a_2a_4 \\ a_3a_2a_1 & a_4a_3a_1 & a_4a_2a_1 & a_2a_4a_3 \\ a_1a_3a_2 & a_1a_4a_3 & a_1a_4a_2 & a_4a_3a_2 \\ a_3a_1a_2 & a_3a_4a_1 & a_4a_1a_2 & a_4a_2a_3 \\ a_2a_3a_1 & a_4a_1a_3 & a_2a_4a_1 & a_3a_4a_2 \end{array} \qquad P_3$$

Jadvaldan ko`rinib turibdiki,

$$A_4^3 = C_4^3 \cdot P_3 = 24, \qquad C_4^3 = \frac{A_4^3}{P_3} = \frac{24}{6} = 4$$

Kombinasiyalar quyidagi xossalarga ega:

1) $$C_n^m = \frac{P_n}{P_{n-m} \cdot P_m} = \frac{n!}{(n-m)!m!} \qquad (10)$$

Haqiqatan ham (9),(8) va (4) formulalardan quyidagilarni olamiz:

$$C_n^m = \frac{A_n}{P_m} = \frac{n(n-1)\ldots.(n-(n-m))}{1*2*\ldots.*m} * \frac{(n-m)[n-(m+1)]*\ldots.2*1}{(n-m)[n-(n-m)]*\ldots.2*1} = \frac{1*2*\ldots*[n-(n-m)]}{1*2*\ldots*(n-m)}$$

$$*\frac{(n-m)[n-(m-1)]\ldots(n-1)n}{1*2*\ldots m} = \frac{n!}{(n-m)!m!} = \frac{P_n}{P_{n-m}P_m}$$

2) $$C_n^m = C_n^{n-m} \qquad (11)$$

(11) ni hosil qilish uchun (10) dagi m o`rniga n-m ni qo`yish mumkin.

3) Hisoblash asosida biz

$$C_n^1 = n, \qquad C_n^n = 1, \qquad C_n^0 = 1$$

$C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$ (12)

larni olamiz.

Quyidagi ayniyat o`rinlidir:

$C_k^k + C_{k+1}^k + ... + C_{k+m-1}^k = C_{k+m}^{k+1}$ (13)

Isbot. (12) ning xossasidan ahnvfdftshib quyidagi ayniyatlarni yozamiz:

$$C_k^k = C_{k+1}^{k+1}$$
$$C_{k+1}^k + C_{k+1}^{k+1} = C_{k+2}^{k+1}$$
$$C_{k+2}^k + C_{k+2}^{k+1} = C_{k+3}^{k+1}$$
$$..........................$$
$$C_{k+m-1}^k + C_{k+m-1}^{k+1} = C_{k+m}^{k+1}$$

Bu ayniyatlarni e`tiborga olsak, biz (13) ayniyatni olamiz.

Quyidagi ayniyat o`rinlidir

$C_k^0 + C_{k+1}^1 + ... + C_{k+m-1}^{m-1} = C_{k+m}^{m-1}$ (14)

Bu ayniyat (11) va (13) lardan kelib chiqadi.

6) Arifmetik uchburchak.

(12) formula C_n^k ning qiymatini topishda yordam beradi,agar $C_{n-1}^k va C_{n-1}^{k-1}$ qiymatlari ma`lum bo`lsa.Hisoblashni quyidagi ko`rinishda yozish qulay:

1

1 2 1

1 3 3 1

………..……………..

……………….……………..

Jadvalning n+1 ustunida $C_n, C_n^1,...C_n^0$ raqamlar tartib bilan joylashgan. Shuning uchun

$C_m^0 = C_n^n = 1$.

Qolgan raqamlar (12) formulada joylashgan.

Qanchalik $C_{n-1}^{k-1} va C_{n-1}^{k}$ joylashgan jadvalda ustunlar tepada, C_n^k tepadagi ustunda chapdagi va o`ngdan joylashgan. $C_n^k$ keyingi ustunga chapdan va o`ngdan joylashtirish kerak.

Masalan 5 chi qatordagi 4 va 6 ni joylashtirishimiz natijasida, 6 chi qatordagi 10 raqamini hosil qilamiz.

Bilamizki shunaqa jadval matematiklar tomonidan topilgan.Bo`lar Ulug`bek abservatoriyasida ishlashgan (Samarqand shahrida) G`iyosiddin Koshiy (1420 yillar atrofida), shoir va matemetik Umar Hayom (1040-1123).Italyalik matematik Nikolayu Tartale (1500-1557),Fransiya matemetigi va fizigi Blez Paskal (1623-1662) keng qo`llashgan bu jadvalni.

2-mavzu. Nyuton binomi. Takroriy kombinatsiyalar. Fibonachchi sonlari. Takroriy o'rinlashtirishlar.

Qatorlarning bog`lanishlari bilan alohida olingan element M to`plamga faqat 1 marta kiradi.bunda bog`lanish takrorlanishlar bilan ko`rib chiqish mumkin.

**Ta`rif.** Yig`ilgan N elementlardan, qaysuki bunda xar biriga M elementdan kiradi.Bundan 1 ta element xar bir yig`ilmada ixtiyoriy son (lekin M dan oshmasligi kerak).takrorlanishi mumkin.Bu element deyiladi.Endi aniqroq ko`rinishda ko`rib o`taylik.

M chegaralangan to`plam bo`lsin

$$M = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$$

M to`plamdan quyidagi elementlarni tanlab olamiz.

$$a_{i_{1_1}}, a_{i_2}, ..., a_{i_m}, \qquad i_n \in \{1,2,....,n\} \qquad (1)$$

1,2….m sonlar (1) elementlar bilan bog`liqligini qarab o`tamiz.Bunda bog`lanish 1 ko`rsatkichli yoki 1 ko`rsatkichli bo`lmagan ko`rinishda bo`lishi mumkin.Bundan har biriga (1) dan 1 ta element mos tushishi mumkin.

Bu bog`lanish argumenti 1,2….m (2) bo`lgan qandaydir funksiyani ifodalaydi.

Funksiyaning qiymati esa M to`plamning elementlari bo`ladi.Bu funksiyani

$a_{i_{11}}, a_{i_2}, ..., a_{i_m},$ (3) orqali belgilaymiz. (3) dagi birinchisining o`rniga $a_{i_i}$ simvol (1) dagi songa mos tushadi. (2) chisining o`rniga albatta (2) mos tushadi, haqiqatan (3) funksiya bu yerda M to`plamning elementlaridan tashkil topganligi ya`ni bog`lanish ekanligi bizga ravshan.

2 o`zgaruvchi argumentli 1,2….k o`sha funksiyaning qiymati berishini anglatadi.

Shunday qilib (3) har qanday yerda bir xil simvolni beradi.

Masalan:

Agar 1 va 2 sonlariga bir xil element qo`ysak, u holda $a_{i_1} = a_{i_2}$ kelib chiqadi.

**Ta`rif.** Berilgan *n* ta elementdan *m* tadan tuzilgan o`rinlashtirishlarda biror element bir necha marta qatnashsa (lekin *m* martadan ortiq emas), u holda bunday o`rinlashtirishlar takroriy o`rinlashtirishlar deyiladi.

Masalan. $M = \{1,2,3,4\}$ to`plamdan takroriy o`rinalmashtirishni tuzaylik, ya`ni 4 ta elementdan 3 tadan tuzaylik:

111	112	121	211	113	131	311	114
141	411	222	221	212	223	232	322
224	242	422	333	331	313	133	332
323	334	343	433	444	441	414	144
442	424	244	123	124	213	214	132
134	443	434	344	312	314	142	143

412	413	241	243	421	423	431	432
342	341	321	324	231	234	122	233

Bo`lar 4 ta elementdan 3 tadan tuzilgan o`rinlashtirishlar bo`lib soni 64 ga teng (*n*=4, *m*=3).

Ixtiyoriy *n* ta elementdan *m* tadan tuzilgan takroriy o`rinlashtirishlar soni

$$\tilde{A}_n^m = n^m$$

formula bilan aniqlanadi.

Teorema 1. *n* elementdan to *m* gacha m dan tuzilgan mumkin bo`lgan takrorlanishlar bilan hosil bo`lgan soni $A_n^m = n^m$ (5) ga teng.

2.2. Takroriy o'rinalmashtirishlar

**Ta`rif.** Har qnday o`rinlashtirishlar takrorlanish bilan, qaysiki bu element da a_1 element α marta takrorlanadi, a_2 element ß marta takrorlanadi va hakozo. a_n element esa γ marta takrorlanadi, takrorlanish bilan davom etadi.

$$m = \alpha + \beta + ... + \gamma$$

Qaysiki bunda $a_1, a_2, a_3 ...., a_n$ elementlar $\alpha, \beta, ...\gamma$ marta takrorlanadi n elementda m takrorlanishlari bilan lar soni tartibini $P_{\alpha,\beta,..\gamma}$ orqali ifodalaymmiz.

Teorema 2. Mumkin bo`lgan barcha soni n elementda m gacha qaysiki bunda $a_1, a_2, a_3 ...., a_n$ lar $\alpha, \beta, ...\gamma$ marta takrorlanadi va

$$P_{\alpha,\beta,..\gamma} = \frac{(\alpha + \beta + ... + \lambda)}{\alpha! \beta! .... \gamma!} \quad (6)$$ ga teng.

Isbot Ixtiyoriy larni ko`rib chiqamiz qaysiki funksiya argumenti

$$a_{k_1} a_{k_2} .... a_{k_m}$$

1 2 … m (7)

bu yerda a_{k_i}

$$M = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$$

to`plamning elementlaridir. Pastda esa elementlar tartib raqamlar bilan belgilangan. O`rinalmashtirishda a_1 elementni egallaganlar o`rniga quyidagi usul bilan belgilash kiritamiz.

$a_1^{(1)}a_1^{(2)}....a_1^{(\alpha)}$

a_2 ni ham huddi shunday belgilaymiz:

$a_2^{(1)}a_2^{(2)}....a_2^{(\beta)}$

va nixoyat

$a_n^{(1)}....a_n^{(\alpha)}$

(7) joylarning taqsimlanishi orqali aniqlanadi,qaysiki bunda elementlar joylashganlari:

$(a_1^{(1)}a_1^{(2)}....a_1^{(\alpha)})\ (a_2^{(1)}a_2^{(2)}....a_2^{(\beta)})\ ....(a_n^{(1)}a_n^{(2)}....a_n^{(\alpha)})$

$$\begin{pmatrix} 1....2.......3............m \\ S_1....S_2.....S_3.........S_m \end{pmatrix} \quad (8)$$

simvolni ko`rib chiqamiz. Boshlang`ich 1,2,3….n o`rin almashtirishni $S_1S_2....S_n$ ga o`rin almashtiramiz. Bu simvol (1)ni o`rinalamashtirishni takrorlanish bilan tashkil qilsa, keyingi o`rin almashtirish takrorlanish bilan quyidagicha yozish mumkin.

$a_{s_1}a_{s_2}....a_{s_m}$ (9)

Xar xil ko`rinishli simvollarning miqdori (8) $m! = (\alpha+\beta+....+\gamma)!$. Bundan m! hosil bo`ladi.Haqiqatan ham (9) o`rin almashtirish takrorlanishlar bilan bo`lsin.

$(a^{(1)}, a_1^{(2)},...a_2^{(\alpha)})(...........)...............(...............)$

joylarning joylashishi joylarning egallagan elementlaridir.

$a_1, a_2, \cdots, a_n$

Simvol

$$\begin{pmatrix} a_1^{(1)}\ a_1^{(2)}\ \cdots\ a_1^{(\alpha)}\ a_2^{(1)}\ a_2^{(2)}\ \cdots\ a_2^{(\beta)}\ \cdots\ a_n^{(1)}a_n^{(2)}\ \cdots\ a_n^{(\gamma)} \\ \widetilde{a_1}^{(1)}\ \widetilde{a_1}^{(2)} \cdots\ \widetilde{a_1}^{(\alpha)}\widetilde{a_2}^{(1)}\ \widetilde{a_2}^{(2)} \cdots\ \widetilde{a_2}^{(\beta)} ...\ \widetilde{a_n}^{(1)}\ \widetilde{a_n}^{(2)} \cdots\ \widetilde{a_n}^{(\gamma)} \end{pmatrix}$$

(7) o’rinalmashtirish takrorlanishlarini (9) o’rin almashtirish takrorlanishlari bilan

joylashtiriladi. O’rin almashtirish va takrorlanishlar orasida, (8) dagi simvollar hosil bo’ladi va o’rin almashtirishlar farqlidir. Haqiqatdan ham o’rinlarni joylashtirishda ularni almashtirish natijasida element indeksida ularning nomerlari ko’rsatiladi. Bo`larning o’rniga

$a_1^{(1)}\ a_1^{(2)} \cdots a_1^{(\alpha)}$

Bu simvollardan ixtiyoriy o’rin almashtirish mumkin. Agarda to’plam sonlari

$a_1^{(1)}\ a_1^{(2)} \cdots a_1^{(\alpha)}$ va $\widetilde{a_1}^{(1)}\ \widetilde{a_1}^{(2)} \cdots \widetilde{a_1}^{(\alpha)}$

farqli, unda (7) va (9) dagi o’rin almashtirish takrorlanishlari bilan farqlidar. Bu mulohazalardan faqat berilgan (7) o’rinalmashtirish

$\alpha!\ \ \beta!\ \ \cdots\ \ \gamma!$

usuli bilan yozish mumkin. Haqiqatdan ham o’rinlarni joylashtirishda a_1 elementlari bilan egallagan son o’rniga

$a_1^{(1)}, a_1^{(2)}, \ldots\ldots. a_1^{(\alpha)}$

(bunday o’rin almashtirishlar α! ta). Shu sonlardan ixtiyoriysini olish mumkin.

O’rinlarni joylashtirishda a_2 element o’rniga

$a_2^{(1)}\ a_2^{(2)} \cdots a_2^{(\beta)}$

(bunday o’rin almashtirishlar β! ta).

O’rin almashtirishda a_m element o’rniga

$a_m^{(1)}\ a_m^{(2)} \cdots\ a_m^{(\gamma)}$

(bunday o’rin almashtirishlar γ! ta)

Shu sonlardan ixtiyoriy o’rin almashtirishni olish mumkin.

Shunday qilib ko’rib o’tilayotgan to’plamda m! o’rinalmashtirishlar takrorlanishlar bilan, undan tashqari har bir o’rin almashtirish $\alpha!\ \ \beta!\ \ \cdots\ \ \gamma!$ marta yoziladi. Unda turli o’rin almashtirish takrorlanishlari bilan quyidagiga teng

$$\frac{(\alpha+\beta+\cdots+\gamma)!}{\alpha!\,\beta!\cdots\gamma!}$$

Teorema isbotlandi.

2.3. Takroriy gruppalashlar

Endi guruhlarni takrorlanishlar bilan ko'rib chiqamiz. Har bir $a_i \in M$ unga bog'liq bo'lgan qandaydir a_i sonini mos qo'yamiz. Bu α_i a_i elementning **ixchamligi** deb ataladi. Bu funktsiyani aniqlaydi. Qaysiki bunda argumentlar berilgan elementlarni funktsiyani qiymati esa natural sonlarni bo'ladi. Bu ko'rib chiqilayotgan mulohazani simvollar bilan belgilaymiz. Simvollar, elementlarni belgilashda ixtiyoriy tartibda yozish mumkin.

Masalan:

$a_1a_1a_1a_2a_2a_3a_4a_4, \quad a_1a_2a_1a_2a_1a_3a_4a_4, \quad \cdots$

bu simvollar bir xil narsani anglatadi.

a_1 ning ixchamligi 3 ga, a_2 ning 2 ga, a_3 niki 1 ga, a_4 niki 2 ga tengdir.

Ta'rif: Agar har bir a_i elementiga moslashtirilgan α_i element ixchamligi **N** son bo'lsa, unda guruhlar takrorlanishlar bilan berilgan deyiladi. Elementlar ixchamligi guruhlar tartibining summasini beradi. **K**-chi tartibli ixtiyoriy **M** dan olingan guruhlar takrorlanishlar bilan guruhlar takrorlari bilan **n** dan to **k** elementgacha deb ataladi. Yuqorida keltirilgan simvollari elementdagi guruhlar hisoblanadi va shunday 8=3+2+1+2

Teorema 3: Guruhlar n dan to k elementgacha takrorlanishlari bilan quyidagi formula orqali ifodalanadi.

$$\Gamma_n^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!} = C_{n+k-1}^k \qquad (10)$$

Teorema isboti element ixchamligini hisobga olganda 1-§ yordamida isbotlanadi.

Teorema 3 ning isboti:

Ixtiyoriy guruhlar takrorlanishlari bilan qaysiki bunda a_1 element α marta, a_2 element β marta a_n element γ marta uchraydi. Endi bo`larni simvol ko'rinishda ifodalaymiz.

$$\underbrace{1\,1\cdots1}_{\alpha}\ 0\ \underbrace{1\,1\cdots1}_{\beta}\ 0\cdots0\ \underbrace{1\,1\cdots1}_{\gamma}$$

Agar ixtiyoriy element bo'lgan guruhlar takrorlanishlari bilanda uchramasa qaysiki bunda uning ixchamligi 0 ga teng, unda keltirilgan gruppa birliklari yozilmaydi va shunda ko’rib o’tilayotgan simvolda nomi bilan 2 ta ketma-ketlik mavjud.

Simvollarda n dan to k elementgacha bo’lgan guruhlar bilan 1 soni n marta uchraydi. 0 soni esa n-1 marta uchraydi. Bu simvollar 2 talik o’rin almashtirish takrorlanish bilan ekanligini bildiradi. Bu o’rin almashtirishlar 0 va 1 sonlaridan tuzilgan.

SHunday qilib, har qanday guruhdan takrorlanishlari bilan faqat bitta ikkilik o’rin joylashtirish mos tushadi. Aks xolda ixtiyoriy ikkilik o’rin joylashtirishda qaysiki bunda 0 n-1 marta uchraydi. 1 esa k marta ixtiyoriy aniqlagan n elementdan to k gacha guruhlar takrorlanishlari bilan mos tushadi.

Bu guruhning tuzilishi uchun har bir elementni 1 soni necha marta takrorlansa shuncha marta yoziladi.

$a_1a_1a_1a_2a_2a_3a_4a_4a_4,\qquad a_1a_2a_2a_2a_2a_2a_2a_2a_4$

Quyidagi simvollar orqali ifodalanadi.

$111011010111,\qquad 101111111001,$

Simvollar bilan

$011100111111,\qquad 110111010111$

Quyidagi guruhlar mos tushadi.

$a_2a_2a_2a_4a_4a_4a_4a_4a_4\,,a_1a_1a_2a_2a_2a_3a_4a_4a_4$

O’rnatilgan bu birxillik Γ_n^k songa tengdir. Shuning uchun (6) formulaga ko’ra

$$\Gamma_n^k=\frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}=C_{n+k-1}^k$$

Bu bilan (10) isbotlandi.

2.4. Natural ko’rsatkichli binom formulasi

Quyidagi ifodalar bizga tanish

$(a+b)^1=a+b$ (1)

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ (2)

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ (3)

a va *b* koeffitsientlarga e’tibor beramiz. (1)-formulaning chap tomonida bu son 1,1 bu faktni $C_1^0 = 1$, $C_1^1 = 1$ bu yerda C_n^m n elementdan to m gacha kombinatsiya sonidir. (3) formuladagi koeffitsientlar $C_3^0 = 1$, $C_3^1 = 3$, $C_3^2 = 3$, $C_3^3 = 1$ ko'rinishda yozish mumkin.

Endi (2) va (3) larni quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$$(a+b)^2 = C_2^0 a^2 + C_2^1 ab + C_2^2 b^2$$

$$(a+b)^3 = C_3^0 a^3 + C_3^1 a^2 b + C_3^2 ab^2 + C_3^3 b^3$$

Bu tengliklar bizga n chi darajali N son uchun quyidagi formulani keltirib chiqarishga yordam beradi.

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n \quad (4)$$

Buni biz matematik induktsiya orqali isbotlashimiz mumkin.

n= 1 da (4)-quyidagi ko'rinishni oladi

$$(a+b)^1 = C_1^0 a + C_1^1 b$$

Ya'ni (1)- tenglik.

Faraz qilaylik (4) n=m da isbotlangan, ya'ni quyidagi ko'rinishni oladi.

$$(a+b)^m = C_m^0 a^m + C_m^1 a^{m-1} b + \cdots + C_m^m b^m \quad (5)$$

(4) formula n=m+1 ham to'g'riligini isbotlaymiz.

Buning uchun (5) ning ikkala qismi (a+b) ga ko'paytiriladi.

$$(a+b)^{m+1} = (C_m^0 a^m + C_m^1 a^{m-1} b + C_m^2 a^{m-2} b^2 + \cdots + C_m^m b^m)(a+b) =$$

$$= C_m^0 a^{m+1} + (C_m^0 + C_m^1) a^m b + (C_m^1 + C_m^2) a^{m-1} b^2 + \cdots + C_m^m b^{m+1}$$

C_m^k xossasini isbotlaymiz.

$$C_m^0 = C_{m+1}^0 = 1, \qquad C_m^m = C_{m+1}^{m+1} = 1, \qquad C_m^k + C_m^{k-1} = C_{m+1}^k$$

Unda (6) – tenglik quyidagi ko'rinishni oladi.

$$(a+b)^{m+1} = C_{m+1}^0 a^{m+1} + C_{m+1}^1 a^m b + C_{m+1}^2 a^{m-1} b^2 + \cdots + C_{m+1}^{m+1} b^{m+1} \quad (7)$$

(7)- tenglik n=m+1 da (4) –formulani anglatadi. Shu narsani anglatish kerak edi.

(4)- formula Binom formulasi deyiladi.

2.5. Kasr va manfiy ko'rsatkichli binom formulasi

SHu narsani aytishimiz kerakki (4)-formula Nyotonga ham ma'lum edi. Bu yo'nalishdagi ishlar o'rta Osiyolik olim G'iyosiddin Jamshid al-Koshiy (1420 yy.)

asarlarida uchraydi. Nyo`tonning xissasi shundaki u (4) ni manfiy va kasrli ko’rsatgichlari bo’yicha isbotlab beradi. Lekin aniq isbotlab bermagan. Bo`tun musbat ko’rsatgichli sonlar uchun Yakob Bernulli tomonidan isbotlangan manfiy va kasrli ko’rinishlar uchun (4) formula quyidagicha yoziladi.

$$(a+b)^{\alpha} = \binom{0}{\alpha} a^{\alpha} + \binom{1}{\alpha} a^{\alpha-1} b + \binom{2}{\alpha} a^{\alpha-2} b^{2} + \cdots + \binom{n}{\alpha} a^{\alpha-n} b^{n} + \cdots \quad (8)$$

Bu yerda

$$\binom{n}{\alpha} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots\big(\alpha-(n-1)\big)}{n!}, \qquad \alpha \neq 0$$

(8) formulani isboti.

$f(x) = (1+x)^{\alpha}$

funktsiyani ko’rib o’tamiz. Faraz qilaylik bu funktsiya quyidagiko’rinishda ifodalangan bo’lsin.

$$f^{0}(x) = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \cdots + A_n x^n + \cdots \quad (9)$$

Bu yerda . A_0, A_1, A_2 noma’lum koeffitsienlardir. Koeffitsienlarni aniqlash uchun (9) dan xosilalar topamiz

$$\left.\begin{array}{c} f'(x) = A_1 + 2A_2 x + 3A_3 x^2 + \cdots + nA_n x^{n-1} + \cdots \\ f''(x) = 1\cdot 2A_2 + 2\cdot 3A_3 x + \cdots + n\cdot(n-1)A_n x^{n-2} + \cdots \\ f'''(x) = 1\cdot 2\cdot 3A_3 + 2\cdot 3\cdot 4A_4 x + \cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f^{(n)}(x) = n(n-1)(n-2)\cdots 2\cdot 1A_n + \cdots \end{array}\right\} \quad (10)$$

x=0 da (9) va (10) dan quyidagilarni topamiz

$$f(0) = A_0$$

$$f'(x) = A_1 = 1!\,A_1$$

$$f''(0) = 1 \cdot 2 \cdot A_2 = 2!\,A_2$$

$$f'(0) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot A_3 = 3!\,A_3$$

. . . .

$$f^{(n)}(0) = n!\,A_n$$

$$A_0 = f(0)$$

$$A_1 = \frac{1}{1!} f'(0)$$

$$A_2 = \frac{1}{2!} f''(0)$$

$$A_3 = \frac{1}{3!} f'''(0)$$

. . . .

$$A_n = \frac{1}{n!} f^{(n)}(0)$$

Endi bu $f(x) = (1+x)^{\alpha}$ funktsiyadan xosilalar

$$f'(x) = \alpha(1+x)^{\alpha-1}$$

$$f''(x) = \alpha(\alpha-1)(1+x)^{\alpha-2}$$

$$f'''(x) = \alpha(\alpha-1)(\alpha-2)(1+x)^{\alpha-3}$$

. . . .

$$f^{(n)}(x) = \alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots[\alpha-(n-1)](1+x)^{\alpha-n}$$

$x=0$ da quyidagilarni topamiz.

$$f(0) = 1$$

$$f'(0) = \alpha$$

$$f''(0) = \alpha(\alpha-1) \tag{12}$$

$$f'''(0) = \alpha(\alpha-1)(\alpha-2)$$

. . . .

$f^{(n)}(0) = \alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots[\alpha-(n-1)]$

(12) va (11) lani qo'yib quyidagini topamiz

$A_0 = 1$

$A_1 = \frac{\alpha}{1!}$

$A_2 = \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}$

$$A_3 = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!} \tag{13}$$

. . . .

$A_n = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots[\alpha-(n-1)]}{n!}$

(13) va (9)ni kuyib kuyidagilarni topamiz.

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots[\alpha-(n-1)]}{n!}x^n + \cdots$$

α ixtiyoriy son bo'lgani uchun unda C_α^n gacha o'zgartirish kiritamiz.

$$\frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots[\alpha-(n-1)]}{n!} = \binom{n}{\alpha}$$

A N sonlarda $\binom{n}{\alpha} = C_\alpha^n$ shunday qilib

$$(1+x)^\alpha = \binom{0}{\alpha} + \binom{1}{\alpha}x + \binom{2}{\alpha}x^2 + \binom{3}{\alpha}x^3 + \cdots + \binom{n}{\alpha}x^n + \cdots$$

olamiz.

Endi $x = \frac{b}{a}$ shundan

$$(a+b)^\alpha = \binom{0}{\alpha}a^\alpha + \binom{1}{\alpha}a^{\alpha-1}b + \binom{2}{\alpha}a^{\alpha-2}b^2 + \cdots + \binom{n}{\alpha}a^{\alpha-n}b^n$$

olamiz (8) formula isbotlandi.

Masalan:

1) Nyo`ton Binomi formulasi bo'yicha yoyib chiqamiz.

$(1+x)^{-1} \quad a = 1, \qquad b = x, \qquad \alpha = -1$

1) $(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \cdots + (-1)^n x^n + \cdots$

2) $(1+x)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1+x} \quad a = 1, \qquad b = x, \qquad \alpha = \frac{1}{2}$

$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \cdots$

3) $(1+x)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \cdots$

2.6. Binom formulasini umumlashtirish

Endi umumiyroq formulani isbotlaymiz.

$$(a_1 + a_2 + \cdots a_k)^n = \sum_{\alpha_1+\alpha_2+\cdots\alpha_n=n} \frac{n!}{\alpha_1!\,\alpha_2!\cdots\alpha_{k!}} a_1^{\alpha_1}, a_2^{\alpha_2}, \cdots, a_k^{\alpha_k}$$

Isbot: n bir xil to’plamlarni ko’rib chiqamiz.

$$n\begin{cases} (a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_k) \\ (a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_k) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_k) \end{cases}$$

Ularni ko’paytirish qoidalari bo’yicha ko’paytirib chiqamiz.

Natijada biz quyidagi summaga ega bo’lamiz va u

$$a_{i_1} a_{i_2} \ldots\ldots\ldots . a_{i_n} \qquad (15)$$

ko’rinishga ega bo’ladi. Indekslar uchun 1,2,…………k sonlar o’rinlidir. k elementdan $a_1, \ldots, a_k$ to n takrorlanishlar bilan hosil bo’lgan (15) ifodalarning soni tengdir, ya’ni k^n dan olingan hadlar, qaysiki a_1 α_1 marta, a_2 α_2 marta va boshqalar shuncha marta tashkil etadi. .... marta tashkil etadi va quyidagiga tengdir:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots\ldots\ldots . \alpha_n = n$$

Har qaysi had **<u>o’rinlashtirishlarga</u>** <u>bog’liq bo’lib, takrorlanadi:</u>

$a_{i_1} a_{i_2} ....a_{i_n}$

Qaysiki bunda a$_1$ α_1 marta uchraydi, a_2 α_2 marta uchraydi va h.o, a_k α_k marta uchraydi. Bu hadlarning qiymati mumkin bo’lgan takrorlanishlar bilan o’rinlashtirishlar soniga tengdir. Bunda $a_1, a_2, ...,$ a_n elementlarda ko’rsatilgan son bo’yicha shuncha marta uchraydi va h.o.

$$\frac{n!}{\alpha_1!\alpha_2!...\alpha_k!} \qquad (16)$$

Mulohazaning ko’rinishida

$(a_1 + a_2 + ... + a_k)^n$

Ko’paytmalar summa ko’rinishda

$a_1^{\alpha_1} a_2^{\alpha_2} .... a_k^{\alpha_k}$

(16) koeffitsient bo’lib kiradi, bu yerda

$\alpha_1 + \alpha_2 + ...\alpha_n = n$

Bu bilan (14) –formula isboti tugaydi.

(14) formula k=2 da (4) Nyo`ton-Binomi formulasi hisoblanadi.

Masalan:

Isbotlangan formula bo’yicha hisoblaymiz. $(a_1 + a_2 + a_3)^3$

$$(a_1 + a_2 + a_3)^3 = \frac{3!}{3!0!0!}\cdot a_1^3 + \frac{3!}{0!3!0!}\cdot a_2^3 + \frac{3!}{0!0!3!}\cdot a_3^3 + \frac{3!}{2!1!0!}\cdot a_1^2 a_2 + \frac{3!}{2!0!1!}\cdot a_1^2 a_3 + \frac{3!}{0!2!1!}\cdot a_2^2 a_3 +$$
$$+\frac{3!}{1!2!0!}\cdot a_2^2 a_1 + \frac{3!}{1!0!2!}\cdot a_1 a_3^2 + \frac{3!}{0!1!2!}\cdot a_2 a_3^2 + \frac{3!}{1!1!1!}\cdot a_1 a_2 a_3 =$$
$$= a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + 3(a_1^2 a_2 + a_1^2 a_3 + a_2^2 a_3 + a_1 a_3^2 + (a_1 a_2^2 + a_2 a_3^2) + 6 a_1 a_2 a_3$$

2.7. Binom formulasining natijalari

1) Binomal koeffitsienlarning yig’indisi 2^n ga teng, ya’ni

$$c_n^0 + c_n^1 + c_n^2 + ... + c_n^n = 2^n \qquad (17)$$

Haqiqatdan ham, a=b=1 da Binom formulasiga qo’yganimizda (17) tenglikni olamiz.

2) Hamma binomal koeffitsienlarning summasi ishorasi almashinuvchi bo'lgan holda nolga teng:

$$c_n^0 - c_n^1 - c_n^2 - c_n^3 + ... + (-1)^n c_n^n = 0 \qquad (18)$$

b=-$a \neq 0$da Binom formulasiga qo'yganimizda (18) ni olamiz.

3) Hadlar koeffitsienlari,Binomni hisoblash earayonida bir xil yo'qotishlar natijasida, bir-biriga tengdir.

Bu hol kombinatsiya xossasidan kelib chiqadi, ya'ni

$$c_n^m = c_n^{n-m}$$

4) n ko'rsatgichli hadlar koeffitsienlarning Binom yoyilmasida (n+1) qatorli Paskal uchburchagidar. Bu oldingi xollarda va Paskal uchburchagidan kelib chiqadi.

5) Binom yoyilmasidagi umumiy hadni

$$T_{m+1} = c_n^m a^{n-m} b^m$$

Formula bo'yicha ifodalash mumkin.

m=1 da formula 2-xadni beradi, m=2 da esa 3- hadni beradi va hokazo.

Yonma –yon turgan ikki hadni taqqoslaymiz. Ya'ni

$$T_{m+1} = \frac{n(n-1)(n-2)...[n-(m-1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 ... m} \cdot a^{n-m} \cdot b^m$$

$$T_{m+2} = \frac{n(n-1)(n-2)...[n-(m-1)](n-m)}{1 \cdot 2 \cdot 3 ... m(m+1)} \cdot a^{n-m-1} \cdot b^{m+1}$$

keyingi sonning koeffitsientini aniqlash uchun koeffitsientning oldingi sonini birinchi hadidagi ko'rsatgichiga ko'paytirish yetarlidir deb xulosa qilamiz.

Masalan:

$$(a+b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$$

6. $c_n^0 + c_n^1 + c_n^2 + ... + c_n^{2k} = 2^{n-1}$ (19)

$$c_n^1 + c_n^3 + c_n^5 + ... + c_n^{2k-1} = 2^{n-1} \qquad (20)$$

Bu tengliklar (17) va (18)kelib chiqadi.

$$\sum C_n^{2k} + \sum C_n^{2k-1} = 2^n$$

$$\sum C_n^{2k} - \sum C_n^{2k-1} = 0$$

Bu yerdan (19) va (20) kelib chiqadi.

7. $C_n^0 + C_n^3 + C_n^6 + ... = \frac{1}{3}(2^n + 2\cos\frac{n\pi}{3})$ (21)

$$C_n^1 + C_n^4 + C_n^7 + ... = \frac{1}{3}(2^n + 2cos\frac{(n-3)\pi}{3}) \quad (22)$$

$$C_n^2 + C_n^5 + C_n^8 + ... = \frac{1}{3}2^n + 2\cos\frac{(n-4)\pi}{3} \quad (23)$$

1) a=1, b=1;   2) a=1, b=ε;   3) a=1, $u = \varepsilon^2$

Bu yerda $\varepsilon = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}, \varepsilon^3 = 1$

Bundan quyidagilarni olamiz:

$$2^{m^0} = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n \quad (24)$$

$$(1+\varepsilon)^n = C_n^0 + \varepsilon C_n^1 + \varepsilon^2 C_n^2 + C_n^3 + \varepsilon C_n^5 + ... \quad (25)$$

$$(1+\varepsilon^2)^n = C_n^0 + \varepsilon^2 C_n^1 + \varepsilon \; C_n^2 + C_n^3 + \varepsilon^2 C_n^4 + ... \quad (26)$$

(24), (25, (26) larni hadma –had qo'shsak va 3 ga bo'lsak, quyidagilarni hisobga olsak:

$$1+\varepsilon = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}$$

$$(1+\varepsilon^2) = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}$$

(21) ayniyatni olamiz.

Isbot uchun (22) va (23) lardan summa tuzsak

$$2^n + \varepsilon^2(1+\varepsilon)^n + \varepsilon(1+\varepsilon^2)^n$$

$$2^n + \varepsilon \; (1+\varepsilon)^n + \varepsilon^2(1+\varepsilon^2)^n$$

Ekanligi kelib chiqadi.

8. $C_n^0 C_m^p + C_n^1 C_m^{p-1} + ... + C_n^p C_m^0 = C_{m+n}^p$ (27)

Isbot: Quyidagi ayniyatni ko'rib chiqamiz.

$$(x+1)^n (x+1)^m = (x+1)^{m+n}$$

Kanonik ko'rinishlardan foydalanib chap tomondagi ko'phadlarni tasvirlaymiz.

$$(x+1)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^p x^{n-p} + \dots C_n^n$$

$$(x+1)^m = C_m^0 x^m + C_m^1 x^{m-1} + C_m^p x^{m-p} + \dots C_m^m$$

X da koeffitsientlarni hisoblab o'tsak, bu koeffitsient (27) ayniyatdagi chap tomoniga teng. Boshqa tomondan esa, x^{n+m-p} da $(x+1)^{m+n}$ ga Binom formulasini qo'llaganimizda koeffitsient C_{m+n}^p ga teng bo'ladi.

Bu yerdan (27) ayniyat kelib chiqadi.

9) $$\left(C_n^0\right)^2 + \left(C_n^1\right)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + \left(C_n^n\right)^2 = C_{2n}^n \qquad (28)$$

Isbot: . n=m=p ligini (27) –formulaga qo'yib, $C_n^{n-k} = C_n^k$ tenglikdan foydalanish yetarlidir.

10). $$1 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots\dots\dots \frac{1}{n+1}C_n^n = \frac{2^{n-1}-1}{n+1} \qquad (29)$$

Isbot:

$$\frac{(1+x)^{n+1}-1}{n+1} = C_n^0 x + \frac{1}{2}C_n^1 x^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n x^{n+1}$$

dan olish qiyin emas. Bu yerdan x =1 da, (29) – ayniyatni olamiz.

O'rinlashtirishlar

Qandaydir $M = \{a_{1,} a_{2,} \dots, a_n\}$ to`plam berilgan bo`lsin. M to`plam elementlaridan quyidagi simvollarni tuzamiz:

$a_1 a_2, a_1 a_3, \dots., a_1 a_n, a_2 a_3, \dots$ (1)

$a_1 a_2 a_3, a_1 a_3 a_4, \dots., a_2 a_3 a_5, \dots$ (2)

$a_1 a_2 a_3 a_4, a_1 a_3 a_4 a_5, \dots, a_2 a_3 a_4 a_5, \dots$ (3)

Yuqoridagi simvollar kombinatorika yoki bog`lanishlar deb ataladi. Bu kombinatorika yoki bog`lanishlar M to`plam elementlaridan tuzilgan.

Bo`lardan (1) n elementdan to 2 gacha bo`lgan bog`lanish deb ataladi ; (2) esa n elementdan to 3 gacha ; (3) n elementdan to 4 gacha va hokazo.

Birlashmalar 3 ko`rinishga bo`linadi;

1. O`rinlashtirish.
2. O`rinalmashtirish.
3. Kombinasiyalash (Guruhlash).

**Ta`rif 1**. Agar n elementlardan to m gacha bo`lgan bog`lanish hech bo`lmaganda bir elementdan farqlansa yoki elementlarning tartibi bo`yicha ham farqlansa, u holda by bog`lanish n elementdan to m gacha o`rinlashtirish deb ataladi.

Masalan, (1) n elementdan 2 gacha o`rinlashtirishdir.

O`rinlashtirish soni, y`ani n elementdan to m gacha A_n^m ko`rinishda ifodalanadi. A rfkash fransuz so`zi "arangement"dan olingan bo`lib o`rinlashtirish ma`nosini bildiradi.

Misolllar keltiramiz. a_1, a_2, a_3 elementlarni olamiz ; n=3.

1) o`rinlashtirishlarni 1 ta element bo`yicha olamiz:

a_1, a_2, a_3

o`rinlashtirishlar soni $A_3^1 = 3$

2) Endi o`rinlashtirishlarni 2 ta element bo`yicha olamiz.

$$a_1a_2, a_1a_3, a_2a_3, a_2a_1, a_3a_1, a_3a_2.$$

o`rinlashtirishlar soni $A_3^2 = 6$

3) o`rinlashtirishlar sonini 3 ta element bo`yicha olamiz:

$$a_1a_2a_3, a_1a_3a_2, a_2a_3a_1, a_2a_1a_3, a_3a_1a_2, a_3a_2a_1 .$$

o`rinlashtirishlar soni $A_3^3 = 6$

Qachonki n soni katta bo`lsa, u holda o`rinlashtirish noqulaydir. O`rinlashtirishlar sonini hisoblash uchun quyidagi teoremani keltirib o`tamiz.

Teorema 1. o`rinlashtirishlar miqdori n elementdan to m gacha tuzilganlar uchun quyidagiga teng:

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)....\left[n-(m-1)\right] \quad (4)$$

Isbot . n elementlarni olamiz

$$a_1, a_2, a_3....., a_n \text{........} \quad (5)$$

Bizga shu narsa ayonki,(5) ni 1 ta bo`yicha o`rinlashtirishsak,unda n ga teng bo`ladi,y`ani

$$A_n^m = n$$

Bu (4) formula m=1 uchun o`rinlidir.

Endi yuqori bo`lgan o`rinlashtirishni ko`rib chiqamiz.

$$\begin{array}{l} a_1a_2, a_1a_3,..., a_1a_n \\ a_2a_1, a_2a_3,..., a_2a_n \\ a_3a_1, a_3a_2,...., a_3a_n \\ .... \\ a_{n-1}a_1, a_{n-1}a_2,..., a_{n-1}a_n \\ a_na_1, a_na_2,..., a_na_{n+1} \end{array} \quad (6)$$

bu yerdan shu narsa ko`rinadiki,o`rinlashtirish n elementdan to 2 gacha n(n-1) soniga teng,y`ani

$$A_n^2 = n(n-1)$$

Bu (4) formula m=2 uchun o`rinlidir.

Agar biz yuqori tartibli o`rinlahtirishni n ta elementdan to 3 gacha o`rinlashtirishlar sonini topmoqchi bo`lsak, u holda $n(n-1)(n-2)$ ga ega bo`lishimiz qiyin emas.

Buning uchun (6) dan a_i a_j elementlarni olish kerak, bunda (5) ga nisbatan a_k elementlarni a_k ga to`ldiradi. Bu yerda $n = 1,2,...n;$ $k \neq i, k \neq j,$ bunda quyidagi simvollarni tashkil qilishimiz mumkin.

$a_1a_2a_3, a_1a_2a_4...., a_{n-2}a_{n-1}a_n$.....(7).

Shunday qilib , har qaysi a_i a_j juftlik n-2 yangi kambinasiyani vujudga keltiradi.Bunday muhokamani davom ettirib, biz ixtiyoriy m soni uchun quyidagi formulani olamiz;

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)....[n-(m-1)]$$

Shu narsani isbotlash talab qilingan edi.

O'rin almashtirishlar

**Ta`rif 2.** Agar m elementdan to m gacha bog`lanishlar faqat bo`yicha elementlardan farqlansa, u holda bunday bog`lanishlar o`rinalmashtirish deb ataladi.

Masalan M to`plamdan 3 ta element $a_1, a_2, a_3$ larni ajratib olamiz. Bu elementlardan mumkin bo`lgan o`rinalmashtirishlarni $a_1a_2a_3, a_1a_3a_2, a_2a_3a_1, a_2a_1a_3, a_3a_1a_2, a_3a_2a_1$ tuzamiz. m elementlarda tuzilgan o`rinalmashtirishlar soni P_m ko`rinishda ifodalaymiz.Bu yerda P rfkash fransuzcha "Permo`tation" so`zidan olingan bo`lib o`rinalmashtirish so`zini bildiradi.

Keltirilgan misollardan $P_3 = 6$ ekanligi kelib chiqadi.Shuni belgilash lozimki, $P_1=1$, $P_2=2$.

Teorema 2. m elementlardan tashkil topgan o`rinalmashtirishlar soni

$$P_m = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot m! \qquad (8)$$

ga teng.Bu yerda ! "faktarial" deb o`qiladi.

Isbot. m elementdan tashkil topgan o`rinalmashtirishlar soni, m elementlardan to m gacha tashkil topgan o`rinalmashtirishlar soni bir-biriga tengligi ko`rish qiyin emas.

Shuning uchun (4) formulani n=m ga tatbiq qilib

$P_m = A_m^m = m(m-1)(m-2)...2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 \cdot ....(m-2)(m-1)m = m!$ ga ega bo`lamiz.

Gruppalashlar va ularning xossalari

**Ta`rif 3**. Agar elementdan to m gacha tashkil etilgan bog`lanish faqatgina 1 ta element bilan farqlansa, u holda bunday bog`lanishlar n elementdan to m gacha kombinasiya deb ataladi.

Masalan. 3 elementdan a_1, a_2, a_3 mumkin bo`lgan 2 tadan kombinasiya tuzamiz:

a_1a_2, a_1a_3, a_2a_3.

n elementdan to m gacha tuzilgan kombinasiyalar

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} \qquad (9)$$

formula yordamida hisoblanadi.

Isbot. n elementdan to m gacha tashkil topilgan mumkin bo`lgan kombinasiyalarni bir satrga yozamiz.

Har qaysi kombinasiya ostidan mumkin bo`lgan m elementdan o`zgarishlarni tashkil qilamiz.U holda biz bog`lanishlar jadvalini olamiz.Bu bog`lanishlar C_n^m ustun va P_m qatorlardan tashkil topilgan.n elementdan to m gacha tuzilgan to`plam o`rinlashtirishlar umumiy bog`lanishlar sonini beradi ya`ni jadvaldan olingani.Shunday qilib,

$$C_n^m \cdot P_m = A_n^m$$

bu yerdan (9) ni hosil qilamiz.

Bu muhokamani keyingi misolimizda qo`llashimiz mumkin. $a_1, a_2, a_3, a_4$ elementlarni lamiz va mumkin bo`lgan 3 tadan kombinasiyani tuzamiz:

$a_1a_2a_3$	$a_1a_3a_4$	$a_1a_2a_4$	$a_2a_3a_4$	
$a_2a_1a_3$	$a_3a_1a_4$	$a_2a_1a_4$	$a_3a_2a_4$	
$a_3a_2a_1$	$a_4a_3a_1$	$a_4a_2a_1$	$a_2a_4a_3$	P_3
$a_1a_3a_2$	$a_1a_4a_3$	$a_1a_4a_2$	$a_4a_3a_2$	
$a_3a_1a_2$	$a_3a_4a_1$	$a_4a_1a_2$	$a_4a_2a_3$	
$a_2a_3a_1$	$a_4a_1a_3$	$a_2a_4a_1$	$a_3a_4a_2$	

C_4^3

Jadvaldan ko`rinib turibdiki,

$$A_4^3 = C_4^3 \cdot P_3 = 24, \qquad C_4^3 = \frac{A_4^3}{P_3} = \frac{24}{6} = 4$$

Kombinasiyalar quyidagi xossalarga ega:

1) $C_n^m = \frac{P_n}{P_{n-m} \cdot P_m} = \frac{n!}{(n-m)!m!}$ (10)

Haqiqatan ham (9),(8) va (4) formulalardan quyidagilarni olamiz:

$$C_n^m = \frac{A_n}{P_m} = \frac{n(n-1)....(n-(n-m))}{1*2*....*m} * \frac{(n-m)[n-(m+1)]*....2*1}{(n-m)[n-(n-m)]*....2*1} = \frac{1*2*...*[n-(n-m)]}{1*2*...*(n-m)}$$

$$* \frac{(n-m)[n-(m-1)]..(n-1)n}{1*2*...m} = \frac{n!}{(n-m)!m!} = \frac{P_n}{P_{n-m}P_m}$$

2) $C_n^m = C_n^{n-m}$ (11)

(11) ni hosil qilish uchun (10) dagi m o`rniga n-m ni qo`yish mumkin.

3) Hisoblash asosida biz

$$C_n^1 = n, \qquad C_n^n = 1, \qquad C_n^0 = 1$$

$C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$ (12)

larni olamiz.

Quyidagi ayniyat o`rinlidir:

$C_k^k + C_{k+1}^k + ... + C_{k+m-1}^k = C_{k+m}^{k+1}$ (13)

Isbot. (12) ning xossasidan ahnvfdftshib quyidagi ayniyatlarni yozamiz:

$$C_k^k = C_{k+1}^{k+1}$$
$$C_{k+1}^k + C_{k+1}^{k+1} = C_{k+2}^{k+1}$$
$$C_{k+2}^k + C_{k+2}^{k+1} = C_{k+3}^{k+1}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$C_{k+m-1}^k + C_{k+m-1}^{k+1} = C_{k+m}^{k+1}$$

Bu ayniyatlarni e`tiborga olsak, biz (13) ayniyatni olamiz.
Quyidagi ayniyat o`rinlidir

$$C_k^0 + C_{k+1}^1 + \ldots + C_{k+m-1}^{m-1} = C_{k+m}^{m-1} \qquad (14)$$

Bu ayniyat (11) va (13) lardan kelib chiqadi.
6) Arifmetik uchburchak.
(12) formula C_n^k ning qiymatini topishda yordam beradi,agar $C_{n-1}^k va C_{n-1}^{k-1}$ qiymatlari ma`lum bo`lsa.Hisoblashni quyidagi ko`rinishda yozish qulay:

1
1 2 1
1 3 3 1
………..……………..
……………….…………….

Jadvalning n+1 ustunida $C_n, C_n^1, \ldots C_n^0$ raqamlar tartib bilan joylashgan. Shuning uchun
$C_m^0 = C_n^n = 1$.
Qolgan raqamlar (12) formulada joylashgan.

Qanchalik $C_{n-1}^{k-1} va C_{n-1}^k$ joylashgan jadvalda ustunlar tepada, C_n^k tepadagi ustunda chapdagi va o`ngdan joylashgan. $C_n^k$ keyingi ustunga chapdan va o`ngdan joylashtirish kerak.

Masalan 5 chi qatordagi 4 va 6 ni joylashtirishimiz natijasida, 6 chi qatordagi 10 raqamini hosil qilamiz.

Bilamizki shunaqa jadval matematiklar tomonidan topilgan.Bo`lar Ulug`bek abservatoriyasida ishlashgan (Samarqand shahrida) G`iyosiddin Koshiy (1420 yillar atrofida), shoir va matemetik Umar Hayom (1040-1123).Italyalik matematik Nikolayu Tartale (1500-1557),Fransiya matemetigi va fizigi Blez Paskal (1623-1662) keng qo`llashgan.

3-mavzu: Graflarning berilish usullari: geometrik ifodalanishi, ko'phad yordamida berilishi, matrisalar yordamida berilishi.

Amaliy matematikaning asosiy qismlaridan biri bo'lib, ob'ektlarni va unda sodir bo'ladigan jarayonlarni tasvirlashda qulayliklar tug'diradi. Bu nazariya tushunchalari va masalalari eng qiyin kechadigan jarayonlarni loyihalashda, masalan elektron qurilmalarni oxirgi avlodlarini yaratishda, ularni element asoslarini analiz va sintez qilishda ishlatilishi bilan fan va texnika taraqqiyotida katta o'rin egallaydi.

Hozirgi kunda graflar nazariyasi neyrotexnologiya asoslarining asosiy matematik apparati bo'lib, ularni ichki imkoniyatlarini to'liq yoritishda xizmat qilmoqda.

Hulosa qilib aytsak, graflar nazariyasi va uning masalalarini texnika sohasida qo'llanilishi ko'p qirrali va ko'p tarmoqlarni ichki xossalarini yechishda katta imkoniyatlar yaratadi.

Shu sababali ushbu o'quv qo'llanmada graflar nazariyasining asosiy tushunchalari va masalalari, ularni mikroelektron texnika elementlari va qurilmalarini yaratish nuqtai nazaridan ko'rib chiqilgan.

I. ASOSIY TUSHUNCHALAR.

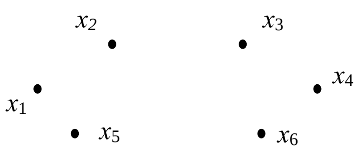
1.1. Asosiy aniqlanishlar.

Tekislikdagi va fazodagi biror x nuqtani Cho'qqi deb belgilasak, ikki nuqtani

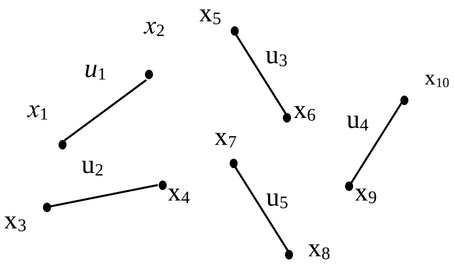
(x_1 va x_2)ni bog‘lovchi kesmani qobiq deb belgilaymiz.

Cho‘qqilar nuqta yoki dumaloq ko‘rinishida beriladi, qobiq esa tutash nuqta yoki dumaloqqa mos keluvchi Cho‘qqilardan yoki dumaloqni bog‘lovchi kesmalardan iborat.

Har bir qobiq ikkita Cho‘qqi bilan aniqlanadi. Cho‘qqilarni belgilash uchun $x_1,x_2,...,x_i,...,x_m$, qobiqlarni belgilash uchun esa $u_1,u_2,...,u_j,...,u_n$ harflaridan foydalanish mumkin. Bu holda qobiq $u_j=(x_\alpha ,x_\beta)$ bilan belgilanadi,bu yerda α, β=1,2,…,m, lekin $\alpha\neq\beta$. Bu holda Cho‘qqilar to‘plamini $X=\{x_1,x_2,...,x_m\}$ (1.1-rasm) xolatida va qobiqlar to‘plamini esa $U=\{u_1,u_2,...,u_n\}$ (1.2-rasm) holatida tasvirlash mumkin.

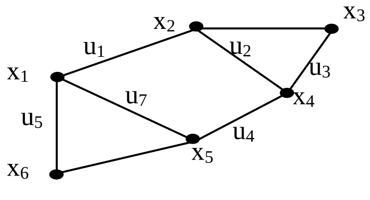


1.1-rasm
Cho‘qqilar to‘plami



1.2- rasm
Qobiqlar to‘plami

Qobiqlarni bir-biri bilan bog‘lash natijasida hosil bo‘lgan chizma graf deb ataladi va u quyidagi ko‘rinishda tasvirlanadi $G=<X, U>$ (1.3-rasm).



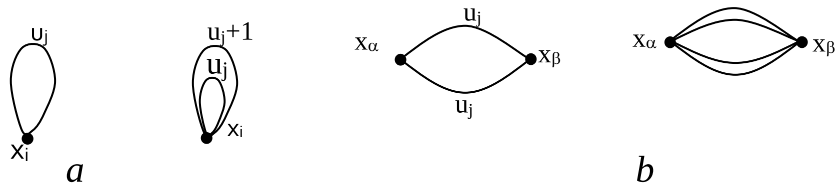
1.3-rasm. Graf $G=<X,U>$, m=6, n=8

Bu yerda $X=\{x_1,x_2,...,x_i,...,x_n\}$ – Cho‘qqilar to‘plami; $U=\{u_1,u_2,...,u_j,...,u_m\}$ – qobiqlar to‘plami.

Natijada: 1) Cho‘qqilar to‘plami X ning har bir elementi x_i i=1,2,3,...,m, shu to‘plamga tegishli Cho‘qqi deb hisoblanadi va $x_i \in X$ deb ifodalanadi.

2) Qobiqlar to‘plami U ning har bir elementi u_j j=1,2,3,...,n, shu to‘plamga tegishla qobiq deb hisoblanadi va $u_j \in U$ deb ifodalanadi.

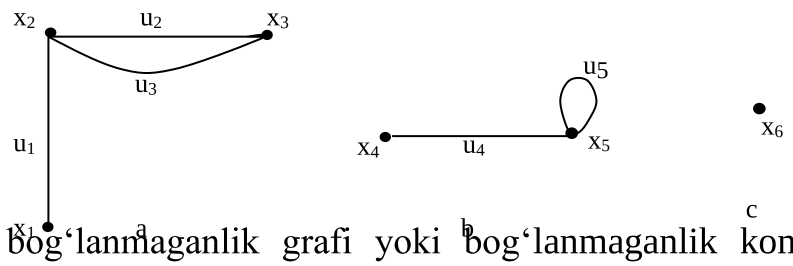
Agar $u_j=(x_i,x_i)$ bo‘lsa, u holda u_j tuguncha deb ataladi (1.4.a-rasm). Qobiqlarning boshlang‘ich va ohirgi cho‘qqilari bir xil bo‘lsa ular parallel qobiqlar deyiladi (1.4.b-rasm). Faqat cho‘qqining o‘zi berilgan bo‘lsa, u holis cho‘qqi deyiladi.



1.4-rasm

Agar grafda tuguncha va parallel qobiqlar bo‘lmasa ular oddiy graf deb ataladi (1.3-rasm).

Masalan, agar $X=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$ va $U=\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5\}$ bo‘lsa va $u_1=(x_1,x_2)$, $u_2=(x_2,x_3)$, $u_3=(x_2,x_3)$, $u_4=(x_4,x_5)$, $u_5=(x_5,x_5)$ u holda graf $G=<X, U>$ quyidagicha tasvirlanadi (1.5-rasm). Bu grafda u_2 va u_3 parallel qobiqlar bo‘lsa, u_5 – tugunchadir. Bu graf



1.5-rasm

bog‘lanmaganlik grafi yoki bog‘lanmaganlik komponentalari deb ataladi, chunki u uchta bog‘lanmagan grafdan iborat:

$G_1=<X_1,U_1>$, $X_1=\{x_1,x_2,x_3\}$, $U_1=\{u_1,u_2,u_3\}$; $G_2=<X_2,U_2>$, $X_2=\{x_4,x_5\}$, $U_2=\{u_4,u_5\}$; $G_3=<X_3,U_3>$, $X_3=\{x_3\}$, $U_3=\{o\}$.

Agar grafda qobiqlar bo‘lmasa, u nol graf deb ataladi.

Ikkita cho‘qqi x_α va x_β bog‘langan hisoblanadi, agar ular ihtiyoriy U_i qobiqning tutash cho‘qqilari bo‘lsa $u_j=(x_\alpha,x_\beta)$, aks holda ular bog‘lanmagan hisoblanadi. Agar ixtiyoriy ikkita qobiq u_l, u_k umumiy cho‘qqiga ega bo‘lsa, ular bog‘langan hisoblanadi. Qobiqlar u_j har doim o‘zining x_α, x_β tutash cho‘qqilariga insendent, aks holda insendent emas hisoblanadi. Masalan, $G=<X, U>$ grafda (1.5-rasm) $u_2$qobiq, x_2 va x_3 cho‘qqilariga insendent, x_2 va x_3 cho‘qqilar bog‘langan cho‘qqilar deyiladi, u_1 va u_2 esa bog‘langan qobiqlar deyiladi.

Berilgan x_i cho‘qqiga insendent qobiqlar soni cho‘qqining darajasi deb ataladi va $\lambda\ (x_i)$ deb belgilanadi, u holda $\lambda\ (x_i)=N_{Xi}$ ga teng bo‘ladi. Cho‘qqilarning maksimal va minimal darajasi $max\,\lambda\,(x_i)$ yoki $min\,\lambda\,(x_i)$ bilan belgilash mumkin.

Ayrim hollarda cho‘qqining darajasi valentlik deb ataladi. Cho‘qqining darajasi «1» bo‘lsa, u osilgan cho‘qqi deyiladi. Osilgan cho‘qqiga insendent qobiq osilgan qobiq deyiladi. Agar cho‘qqining darajasi «0» bo‘lsa u yakka cho‘qqi deyiladi. cho‘qqidagi tuguncha har doim ko‘rilayotgan cho‘qqi uchun «1» qiymatga ega bo‘ladi.

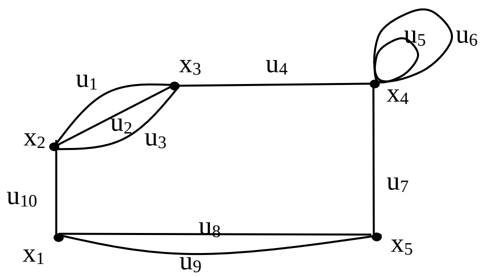
1.5-rasmdagi G=<X, U> graf uchun $\lambda(x_2)=3$, $\lambda(x_3)=2$, $\lambda(x_1)=1$, $\lambda(x_4)=1$, $\lambda(x_5)=2$, $\lambda(x_6)=0$ ga teng.

Bu yerda x_6 – holis cho‘qqi, x_1, x_4 – osilgan cho‘qqilar, u_1, u_4 – osilgan qobiqlardir.

Grafning hamma cho‘qqilari darajasining yig‘indisi toq qiymatga ega bo‘lib, u qobiqlarni ikki barobariga teng.

$\lambda(x_i)=2|U|$

Shunday qilib har qanday grafda juft darajaga ega bo‘lgan cho‘qqilar soni toqdir.



1.6-расм

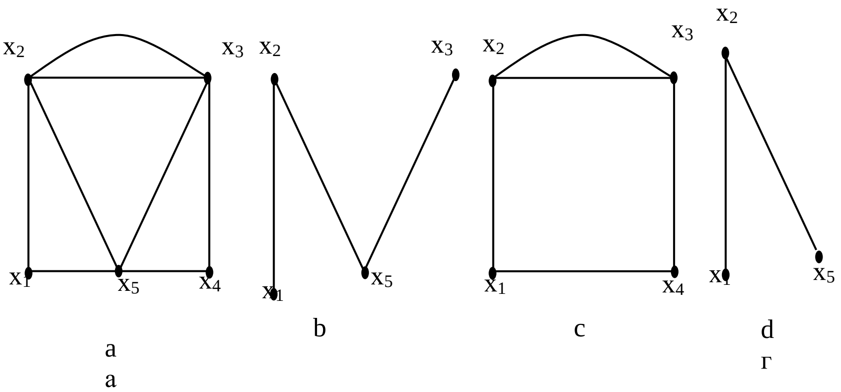
Grafda parallel qobiqlar va tugunchalar soni bir nechta bo‘lishi mumkin. U holda graf quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi (1.6-rasm).

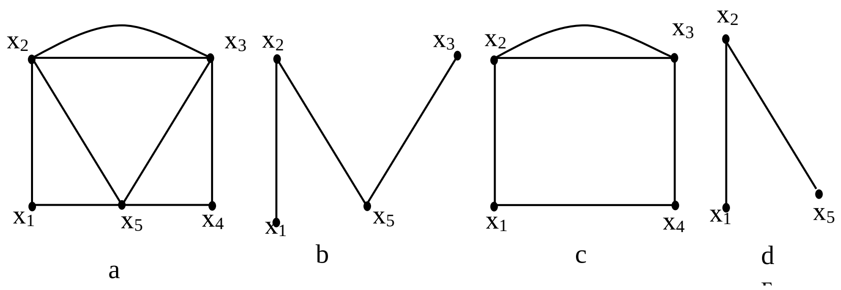
1.2. Graf bo‘laklari

Ta'rif. $G=<X, U>$ grafda $G'=<X', U'>$ G grafning bo'lagi bo'ladi, agar X' va U' lar mos holda X va U to'plamlariga nisbatan to'plam ostilari bo'lsa. Bu holda (x_α, x_β) qobiq U' qobiqlar to'plami bo'lagiga qarashli deyiladi, agar x_α, x_β cho'qqilar X' cho'qqilar to'plamiga qarashli bo'lsa. Demak

$x_\alpha, x_\beta \in X'$, $X'=\{x_1,x_2,x_3,\dots,x_k\}$ *va* $x_\alpha, x_\beta \in X$, $X=\{x_1,x_2,\dots,x_m\}$,

u holda $X' \subset X$ bo'lib $X=\{X' \cap X''\}$, bu yerda $X''=\{x_k,x_{k+1},\dots,x_{k1}\}$ holatida bo'ladi va $k+k_1=m$ qiymatiga teng bo'ladi (1.7-rasm).



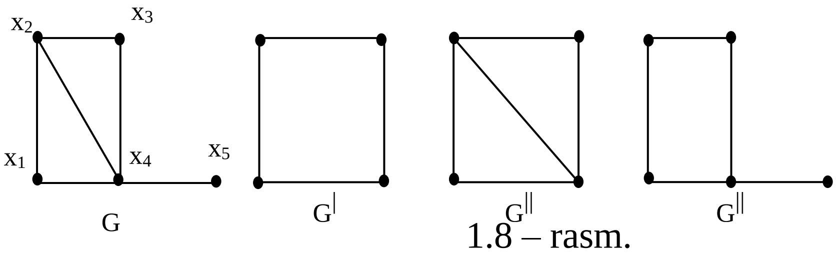


1.7-rasm. Graf va uning bo'laklari ko'rinishi.

a - graf G, b – graf bo'lagi G', c – graf asosi G'', d – xolis cho'qqili graf G'''

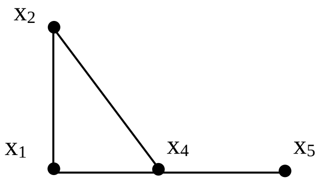
Graf G' graf G ning bo'lagi deb aytiladi, agar $X' \subseteq X$, $U' \subset U$. Agar G' graf G ning bo'lagi bo'lsa, u holda G' G ga qarashli deyiladi. Graf bo'lagi G' graf asosi hisoblanadi, agar $X'=X$ bo'lsa. Agar G' graf bo'lagining cho'qqilar to'plamini N deb belgilasak va uning qobiqlar to'plami G grafning qobiqlar to'plami bilan mos kelsa, ularning ikki tugash cho'qqilari N ga qarashli bo'lsa, u holda G', N cho'qqilar to'plami bilan qamrab olingan graf bo'lagi $G=<H, U>$ deyiladi.

1.8-rasmda G- graf va uning uchta graf bo'laklari G', G'', G''' tasvirlangan, ular ichida G'' – qamrab olingan va G''' – asosli graf bo'lagidir.



1.8 – rasm.

Graf bo‘lagi turlaridan ayrimlari cho‘qqilarni olib tashlash orqali ifodalanadi. Agar x_i, G grafning cho‘qqisi bo‘lsa, u holda bu cho‘qqiga insendent bo‘lgan hamma qobiqlarni olib tashlasak, G_{Xi} grafga ega bo‘lamiz. Masalan, 1.8-rasmdagi G grafidan X_3 cho‘qqisini olib tashlangandan so‘ng G^{IV} graf bo‘lagini ko‘rish mumkin, $G^{IV}=(X^{IV}, U^{IV})$, $X^{IV}=X \backslash x_i$ (1.9-rasm).



1.9 – rasm

Natijada graf bo‘lagi deb G grafning shunday qismiga $G^{|}$ aytiladiki, uning qo‘shimcha qismi $G^{||}$ ning qobiqlari G grafga tegishli bo‘lib, $G^{|}$ grafda ishtirok etmaydi.

$G^{||}= G- G^{|}$

Bu holda graf bo‘lagi $G^{|}$ graf G ning qoplaydigan qismi yoki graf bo‘lagi (sugraf) deb ataladi.

Graf bo‘laklari G_1 va G_2, G grafning ikki bo‘lagi bo‘lsin, bu bo‘laklarni yig‘indisi quyidagicha aniqlanadi

$G= G_1 \cup G_2$

Ular qobiqlardan iborat bo‘lib, G_1 yoki G_2 ga tegishlidir. Shu tarzda ularni kesishuvi

$R= G_1 \cap G_2$

Grafda bo‘laklarning soni ko‘p bo‘lsa, ularning yig‘indisi va kesishmasi quyidagicha aniqlanadi:

$G=\bigcup_{\alpha} G_{\alpha}$ va $R=\bigcap_{\alpha} G_{\alpha}$

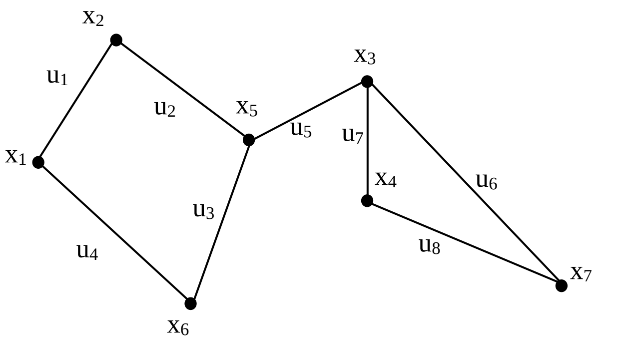
Bu erda: G_{α} – graf bo‘laklari to‘plami, $\alpha=\overline{1,k}$ – grafdagi bo‘laklar soni.

Agar G_{α} graf bo‘laklari umumiy cho‘qqilarga va qobiqlarga ega bo‘lmasa ular cho‘qqi bo‘yicha kesishmaydi. Graf bo‘laklari G_{α} umumiy qobiqlarga ega bo‘lmasa ular qobiqlar bo‘yicha kesishmaydi.

Agar berilgan $G=<X, U>$ grafni graf bo‘laklariga bo‘lish talab etilsa, quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

- Cho‘qqilar to‘plami X ning bir qismini quyidagicha ifodalash mumkin. $X^{|}\subset X$ bu holda $x_{i\in}$ $X^{|}$, X bo‘ladi. α<m qiymatga ega bo‘ladi va cho‘qqilar to‘plamining bo‘lagi $X^{|}=\{x_1, x_2,..., x_{\alpha}\}$ teng bo‘ladi.
- Qobiqlar to‘plami U ning bir qismini quyidagicha ifodalash mumkin $U^{|}\subset U$, bu holda, $u_j\in U_{\beta}$, U bo‘ladi va qobiqlar to‘plamining bo‘lagi $U^{|}=\{u_1, u_2,...,u_{\beta}\}$ teng bo‘lib, $\beta<n$ qiymatga ega bo‘ladi.

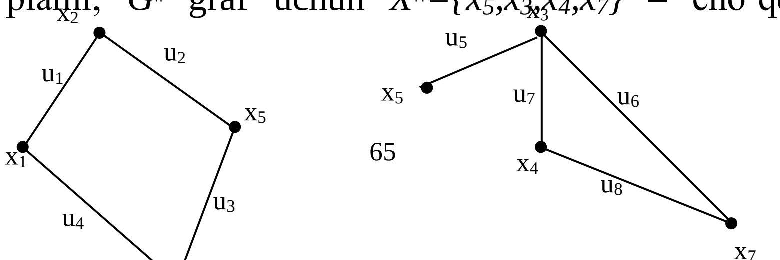
Masalan: $G=<X,U>$ berilgan (1.10-rasm). Bu grafni bo‘laklarga bo‘lib $G^{|}$ va $G^{||}$ graflarga ega bo‘lamiz (1.11-rasm).



1.10-rasm. Graf $G=<X, U>$

1.11-rasm. $G=<X,U>$ ning bo‘laklari $G^{|}=<X^{|},U^{|}>$, $G^{||}=<X^{||},U^{||}>$

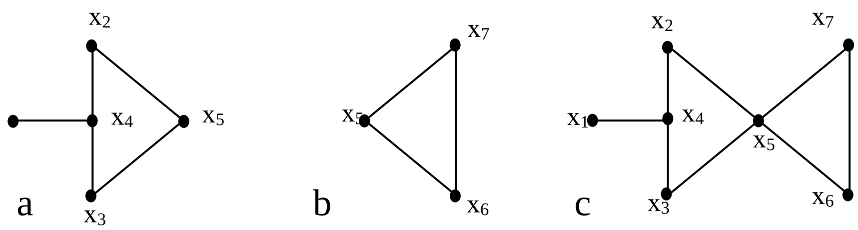
Bu yerda: $G^{|}$ grafi uchun $X^{|}=\{x_1,x_2,x_5,x_6\}$ cho‘qqilar to‘plami; $U^{|}=\{u_1,u_2,u_3,u_4\}$ – qobiqlar to‘plami; $G^{||}$ graf uchun $X^{||}=\{x_5,x_3,x_4,x_7\}$ – cho‘qqilar to‘plami;



$U^{||}=\{u_5, u_6, u_7, u_8\}$ – $G^{||}$ grafi uchun qobiqlar to‘plami; x_5 – $G^{|}$ va $G^{||}$ graflari uchun umumiy cho‘qqi.

1.3. Graflar ustida amallar

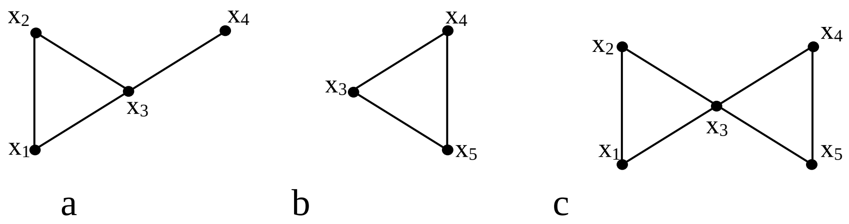
Mantiqiy birlashish amali. Eng kerakli amallardan biri –birlashish amalidir. Agar $X=X^{|}\cup X^{||}$ va $U=U^{|}\cap U^{||}$ shartlar bajarilsa, Graf $G=<X,U>$, $G^{|}=<X^{|},U^{|}>$ va $G^{||}=<X^{||},U^{||}>$ graflarining birlashmasi hisoblanadi, ya’ni $G=G^{|}\cup G^{||}$



1.12-rasm. Cho‘qqi bo‘yicha birlashish.

a- graf $G^{|}=<X^{|},U^{|}>$; b- graf $G^{||}=<X^{||},U^{||}>$; c- $G=<X,U>$

Graflar $G^{|}$ va $G^{||}$ 1.12-rasmda x_5 cho‘qqisi orqali birlashgan bo‘lib, *G* graf cho‘qqi bo‘yicha birlashishni tashkil etadi.

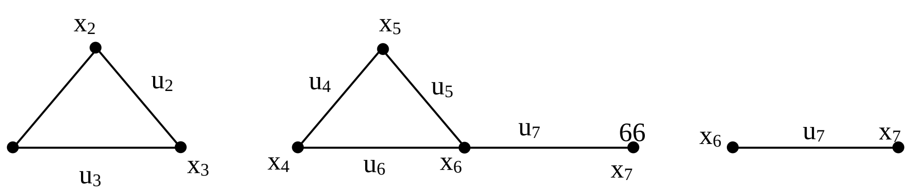


1.13-rasm. Qobiq bo‘yicha birlashish

a- graf $G^{|}=<X^{|},U^{|}>$; b- graf $G^{||}=<X^{||},U^{||}>$; c- $G=<X,U>$

1.13-rasmda graflar $G^{|}$ va $G^{||}$ (x_3,x_4) qobig‘i orqali birlashib, qobiq bo‘yicha birlashishni tashkil etadi.

Mantiqiy kesishish amali. Agar $G^{|}(X^{|}, U^{|})$ va $G^{||}(X^{||}, U^{||})$ graflari berilgan bo‘lsa ularni bir-biriga kesishishi asosida graf $G^{|||}=G^{|}\cap G^{||}$ hosil bo‘ladi.



$\mathrm{G}^{|}$ $\mathrm{G}^{||}$ $\mathrm{G}^{|||}$

1.14-rasm

$G^{|}$ va $G^{||}$ graflarni kesishishi asosida $G^{|||}=<X^{|||}, U^{|||}>$ hosil bo‘ladi, bu yerda $X^{|||}=\{x_6, x_7\}$, $U^{|||}=\{u_7\}$. 1.14-rasmda $G^{|}$ va $G^{||}$ graflarning kesishuvi asosida $G^{|||}$ grafning cho‘qqilari to‘plami $X^{|||}=\{x_6,x_7\}$ va qobiqlari to‘plami $U^{|||}=\{u_7\}$ hosil bo‘ladi.

4-mavzu: Eyler graflari.Gamilton graflari.Grafning metrik xarakteristikalari. Planar graflar.Tarmoqdagi oqimlarini bilishi va ulardan foydalana olishi.

Marshrut deb, qobiqlarni ketma-ketligini tushunilib, unda har bir ikkita qo‘shni qobiqlar u_{j-1} va u_i umumiy tutash cho‘qqiga ega bo’ladi :

$S=\{u_1, u_2,.., u_j,..., u_n\}$

Bu yerda har bir qobiqni

$u_1=(x_1, x_2), u_2=(x_2, x_3), ..., u_n=(x_m, x_{m+1})$

ko‘rinishida yozish mumkin.

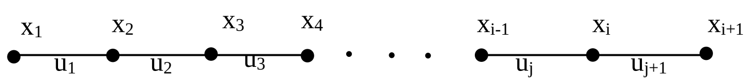
Demak, grafda cho‘qqi va qobiqlarining ketma-ketligi $x_1, u_1, x_2, u_2, x_3, u_3,..., x_i, u_{j+1}$ marshrut deb ataladi va u $u_j=(x_i, x_{i+1})$ ifoda ko‘rinishida yozilishi mumkin. Bundan tashqari marshrutni cho‘qqilar ketma-ketligi

$x_1, x_2,..., x_{i+1}$

va qobiqlar ketma-ketligi

$u_1, u_2,..., u_{j+1}$

bilan ham aniqlanadi (1.15-rasm).



1.15-rasm

Aytish kerakki, marshrutda ixtiyoriy bir u_j qobiq yoki x_{i} cho‘qqi bir necha marta ishtirok etishi mumkin.

Agar marshrutda x_0 cho‘qqidan oldin xech qanday cho‘qqi bo‘lmasa u boshlang‘ich cho‘qqi deb ataladi. Agar x_m cho‘qqidan keyin hech qanday cho‘qqi bo‘lmasa x_m tugash cho‘qqisi deb ataladi. Agar ikkita qobiq u_j, u_{j+1} o‘rtasida umumiy cho‘qqi bo‘lsa, u holda x_i cho‘qqi ichki cho‘qqi deb ataladi. Agar marshrut boshlang‘ich cho‘qqiga ega bo‘lib, tugash cho‘qqisi bo‘lmasa yoki tugash cho‘qqisi bo‘lib boshlang‘ich cho‘qqisi bo‘lmasa, u holda bunday marshrut bir tomonlama tugallanmagan deb ataladi. Marshrutda boshlang‘ich va tugash cho‘qqilari bo‘lmasa, ikki tomonlama tugallanmagan deb ataladi.

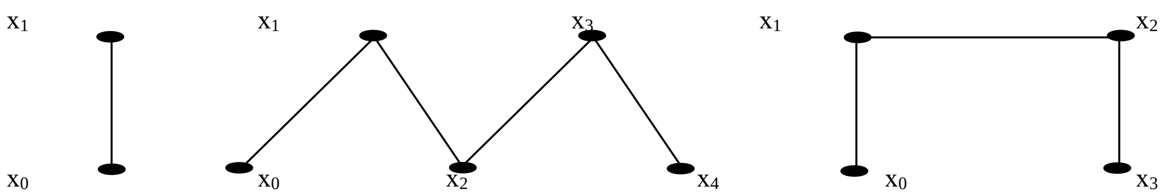
Agar S marshrut x_0 boshlang‘ich cho‘qqiga va x_m tugash cho‘qqisiga ega bo‘lsa, u quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi.

$$S=S(x_0, x_m)$$

Bu yerda x_0, x_m – marshrutning tugash cho‘qqilari deb ataladi. Agar x_0 boshlang‘ich cho‘qqi x_m tugash cho‘qqisi bo‘lsa, marshrutni uzunligi m ga teng bo‘ladi.

Agar har bir qobiq bir marta ishtirok etsa, marshrut zanjir deb ataladi.

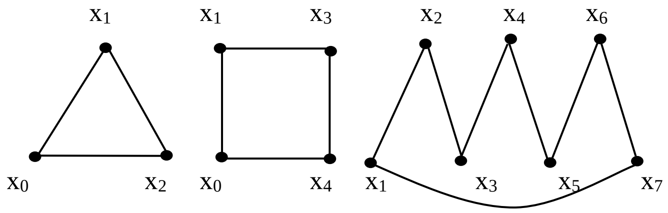
Agar zanjirda hech qanday cho‘qqi qaytarilmasa, u oddiy zanjir deb ataladi. Uning ayrim ko‘rinishlari 1.16-rasmda ifodalangan.



1.16–rasm.

Grafdagi har qanday zanjirni grafning bo‘lagi deb aytish mumkin. Ikkita zanjirning boshlang‘ich va tugash cho‘qqilarini bog‘lanishidan halqa tashkil etiladi. Graf bog‘langan hisoblanadi, agar bir-biriga mos bo‘lmagan ikkita cho‘qqi marshrut orqali bog‘langan bo‘lsa.

Marshrut halqa deb ataladi, agar uning boshlang‘ich va tugash cho‘qqilari bir cho‘qqidan iborat bo‘lsa, ya’ni $x_0=x_m$. Halqalarda boshlang‘ich cho‘qqi ichki cho‘qqilar bo‘lmaydi va qolgan cho‘qqilar qaytarilmaydi (1.17-rasm).



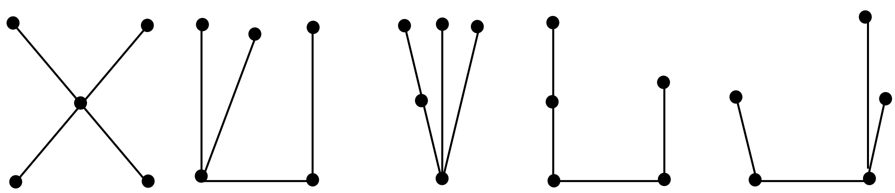
1.17-rasm

Yuqoridagi tushunchalar yo‘naltirilmagan graflar uchun qabul qilingan. Yo‘naltirilgan graf uchun ham yo‘naltirilgan marshrut, zanjir va oddiy zanjirlar tushunchasini kiritish mumkin. Bu masalalarga keyinroq to‘xtalamiz.

II. GRAFLARNING XOSSALARI.

2.1 Graflarning turlari.

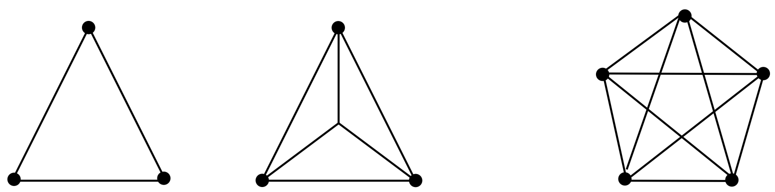
Daraxtlar. Daraxt deb, halqaga ega bo‘lmagan bog‘langan grafga aytiladi. Daraxtlarni yig‘indisi o‘rmon deb ataladi. Shunday qilib, o‘rmonning komponentlari daraxt hisoblanadi. 2.1-rasmda beshinchi tartibli daraxtlar keltirilgan.



2.1 – rasm

Daraxtlarda har bir cho‘qqining darajasi $\lambda(x_i)\geq 1$, ya’ni boshlang‘ich va tugash cho‘qqilar bitta qobiq bilan bog‘langan, qolgan cho‘qqilarda bog‘lanishlar soni birdan ko‘p bo‘ladi.

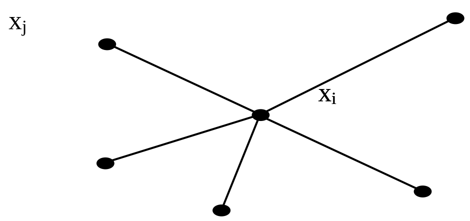
To‘liq graflar. Grafda uning ihtiyoriy ikkita cho‘qqisi bir-biriga bog‘langan bo‘lsa to‘liq graf deb ataladi. Masalan, graf $G=<X, U>$ m ta cho‘qqidan iborat bo‘lsa, undagi qobiqlar soni $m(m\text{-}1)/2$ ga teng bo‘ladi (2.2-rasm).



2.2-rasm.

Graflar oddiy zanjir (1.16-rasm) va oddiy halqa (1.17-rasm) ko‘rinishida bo‘lishi mumkin.

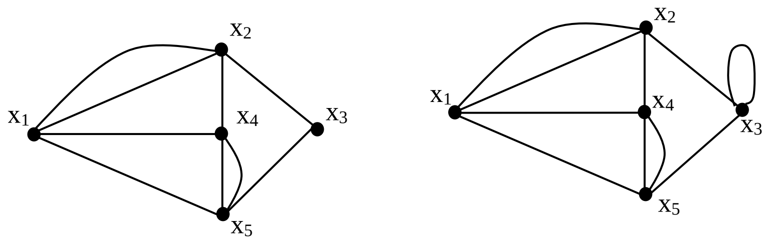
Yulduzli graf deb, boshlang‘ich cho‘qqisi x_i va qolganlari X/x_j tugash cho‘qqilardan iborat bo‘lib, qobiqlar hosil qilgan grafga aytiladi (2.3-rasm).



2.3 -rasm

Multigraf va psevdograf. Ayrim hollarda ikkita cho‘qqining bog‘lanishi bittadan ko‘p qobiqlar bilan ifodalanadi. Bunday hollarda multigraf tushunchasi hosil bo‘ladi. Multigraf bu (X, U) ikkiligidan tashkil topgan bo‘lib X – bo‘sh bo‘lmagan cho‘qqilar to‘plami, U esa ikkilik cho‘qqilar to‘plamchasidan tashkil topgan qobiqlar to‘plami. To‘plamchalar parallel qobiqlardan iborat (2.4a-rasm).

Shunday qilib, agar ihtiyoriy grafda birorta qobiqlar karrali yoki parallel bo‘lsa, bunday graflar multigraf deyiladi.



2.4-rasm

Ayrim graflarda parallel qobiqlardan tashqari, tugunchalar, ya’ni boshlang‘ich va tugash cho‘qqilari bitta cho‘qqini ifodalovchi va shu cho‘qqi atrofida tashkil etilgan qobiq grafda ishtirok etsa, bu holda psevdograf hosil bo‘ladi. U (*X,U*) ikkiligidan iborat bo‘ladi (2.4.,b-rasm). Bu yerda X – bo‘sh bo‘lmagan cho‘qqilar to‘plami, *U* esa tartibsiz cho‘qqilar ikkiligi – albatta har xil bo‘lmagan qobiqlarning majmuasi.

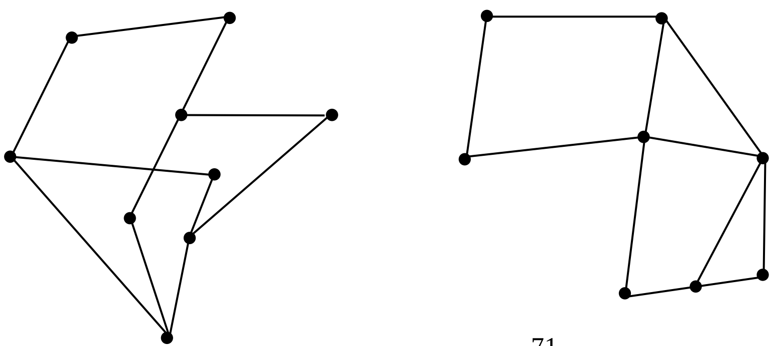
Yo‘naltirilgan va yo‘naltirilmagan graflar. Agar grafni qobiqlarini aniqlashda ularni boshlang‘ich va tugash cho‘qqilarining tartibi inobatga olinmasa, ya’ni:

$U=(x_i, x_j)=(x_j, x_i)$

bo‘lsa, u holda *U* yo‘naltirilmagan qobiq, agar ularning tartibi zaruriy bo‘lsa, yo‘naltirilgan qobiq deb ataladi. Bunda x_i - qobiqning boshlang‘ich cho‘qqisi, x_j esa tugash cho‘qqisi hisoblanadi.

Graf yo‘naltirilmagan deb ataladi, agar uning har bir qobig‘i yo‘naltirilmagan bo‘lsa va yo‘naltirilgan deb ataladi, agar hamma qobig‘i yo‘naltirilgan bo‘lsa.

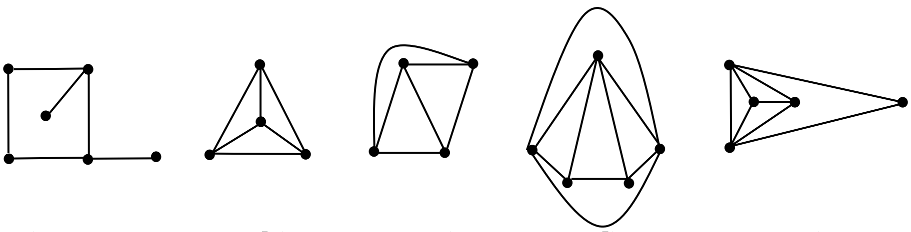
Yo‘naltirilmagan graflar 2.5-rasmda va yo‘naltirilgan graflar 2.6-rasmda tasvirlangan.



2.5-rasm

Ko‘pgina hollarda aralash graflar ko‘riladi. Ular yo‘naltirilgan va yo‘naltirilmagan qobiqlardan iborat bo‘ladi. Masalan: shahar planida qobiqlar bilan ko‘chalarni, cho‘qqilar bilan esa chorrahalarni belgilaymiz. Bu holda ayrim ko‘chalar bo‘yicha bir tomonlama harakat bo‘lsa, yo‘nalish beriladi, ayrimlari bo‘yicha esa ikki tomonlama harakat bo‘lsa, yo‘nalish berilmaydi.

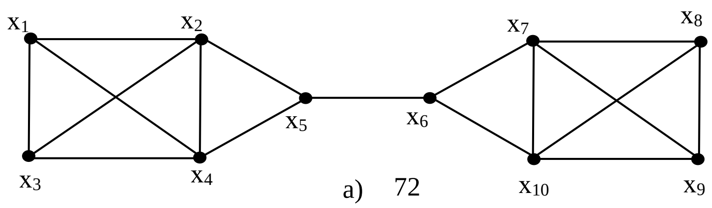
Tekis va planar graflar. Cho‘qqilari tekislikdagi nuqta bo‘lib, qobiqlari esa o‘zaro kesishmagan uzluksiz tekis chiziqlardan tashkil topgan grafga tekis graf deb aytiladi. Unda ihtiyoriy ikkita qobiq ularga insident bo‘lmagan cho‘qqilardan tashqari umumiy nuqtaga ega emas (2.7-rasm).



a) b) c) d) e)

2.7-rasm

Tekis grafga o‘xshash har qanday grafni planar graf deb ataladi. 2.7b-rasmda to‘rtta cho‘qqidan iborat bo‘lgan graf, 2.7c-rasmdagi to‘rtta cho‘qqidan iborat bo‘lgan grafga o‘xshash bo‘lgani uchun ular planar deyiladi. Xuddi shu asosda 2.8-rasmda keltirilgan graflar ham bir-biriga o‘xshash hisoblanadi.



a)

Demak quyidagilarni ta'kidlash mumkin.Planar grafning har qanday bo'lagi planardir.

Agar grafning bog'lovchi komponentlari planar graf bo'lsa, graf planar deyiladi.

2.2. Yo'naltirilgan graflar va uning asosiy xossalari.

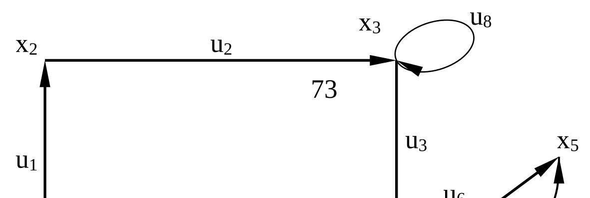
Agar grafda qobiqlarni boshlang'ich cho'qqisi va tugash cho'qqisi berilgan bo'lsa, bunday qobiqlar yo'naltirilgan qobiq deb ataladi, ular asosida tashkil etilgan graf esa yo'naltirilgan graf deb ataladi.

Berilgan $G=<X, U>$ grafda X - yo'naltirilgan grafning cho'qqilari, U – yo'naltirilgan grafning qobiqlari. Bu holda yo'naltirilgan qobiq, tartibli joylashtirilgan juft cho'qqilardir.

Agar $U=(x_i, x_j)$ – yo'naltirilgan qobiq bo'lsa, u holda x_i – qobiqning boshlanishi va x_j – uning tugashi bo'ladi. Yo'naltirilgan qobiq tugash cho'qqilarining ikkisiga ham insident hisoblanadi. Undan tashqari yo'naltirilgan qobiq boshlang'ich cho'qqidan chiqib ikkinchi cho'qqida tugaydi. Yo'naltirilgan qobiqning boshlanishi va tugashi (x_i, x_j) tartibda bir-biriga mos kelsa, u tuguncha deyiladi.

Yo'naltirilgan graf umumiy boshlang'ich va umumiy tugash cho'qqilardan iborat yo'naltirilgan qobiqlardan va parallel qobiqlardan tashkil topadi.

Masalan. 2.9-rasmda yo'naltirilgan qobiq yo'naltirilgan qobiq bilan ya'ni bir nuqtadan chiqib ikkinchisiga kiruvchi qobiq orqali ifodalangan. Qobiqning yo'nalish ko'rsatkichi bilan belgilangan.



Bu rasmda $X=\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, $U=\{ u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8\}$ va $\{u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}$ - yo‘naltirilgan parallel qobiqlar, u_8 – tugunchadir.

Yo‘naltirilgan grafning cho‘qqilari, birorta yo‘naltirilgan qobiqning tugash cho‘qqilari bo‘lsa, hamda yo‘naltirilgan qobiqlar, umumiy tugash cho‘qqisiga ega bo‘lsa ular bog‘langan hisoblanadi.

Yo‘naltirilgan grafda cho‘qqining darajasi. $G=<X,U>$ - yo‘naltirilgan graf bo‘lsin, u holda x_i cho‘qqisidan chiquvchi hamma yo‘naltirilgan qobiqlarni $G^+(x_i)$, hamda x_i cho‘qqisiga kiruvchi hamma yo‘naltirilgan qobiqlarni
$G^-(x_i)$ deb belgilaymiz.

Cho‘qqidan chiquvchi qobiqlarni soni $\lambda^+(x_i)$ – cho‘qqining chiqish darajasi, ya’ni $\lambda^+(x_i)= |G(x_i)|$ deb ataladi. Shunga o‘xshash x_i cho‘qqiga kirish darajasi $\lambda^-(x_i)$, ya’ni $\lambda^-(x_i)=| G(x_i) |$ tarzida aniqlanadi.

Umumiy holda cho‘qqining darajasi uning kirish va chiqish darajasini yig‘indisidan hosil bo‘ladi:

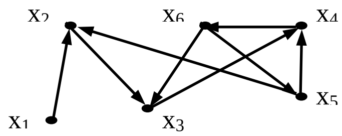
$\lambda(x_i)= \lambda^+(x_i)+ \lambda^-(x_i)$

Agar $R=\{P_1, P_2,..., P_k\}$ birorta G grafdagi umumiy cho‘qqiga ega bo‘lmagan yo‘llar to‘plami bo‘lsa, u holda G graf quyidagicha ifodalanadi:

$G=P_1\ U\ P_2\ U...U\ P_k$

G graf yo‘llar to‘plami R dan iborat bo‘lib, R esa yo‘naltirilgan G grafning yo‘llarga bo‘linishidan iborat. G grafning bo‘linishidagi R yo‘llarning minimal sonini l deb belgilaymiz va natijada l (P) tashkil etiladi.

Masalan. Berilgan $G=<X, U>$ graf (2.10-rasm).



2.10-rasm

Bu grafda x_2 va x_6 cho‘qqilarni darajasi

$\lambda^+(x_2)=1;\ \ \lambda^-(x_2)=2;$

$\lambda^+(x_6)=2;\ \ \lambda^-(x_6)=1;$

2.3. Matritsalar va ularni graf bilan bog‘liqligi

Bog‘langanlik matritsasi. A matritsa va uning elementi (i, j) bilan aniqlanib u A_{ij} simvoli bilan belgilanadi. Agar matritsaning har bir elementi «0» yoki «1» bilan belgilansa bu ikkilik matritsasi deb ataladi.

Grafni bog‘langanlik matritsasining gorizontal va vertikal tomonlari cho‘qqilar asosida ifodalanadi. Har bir x_i cho‘qqini ikkinchi bir cho‘qqi x_j bilan bog‘lanishi berilgan G graf asosida belgilanadi. Matritsada har bir x_i cho‘qqi va x_j cho‘qqini bog‘langanligini ko‘rsatuvchi elementlar $M(x_i,x_j)$=1 ga teng, aks holda, ya’ni x_i va x_j cho‘qqilar orasida bog‘lanish bo‘lmasa, $M(x_i,x_j)$=0 ga teng bo‘ladi. Shu tartibda berilgan $G=<X, U>$ grafning hamma cho‘qqilarining bog‘lanishi uning matritsasini qurish asosida ko‘rib chiqiladi va matritsa elementlari «1» yoki «0» qiymatlari bilan to‘ldiriladi.

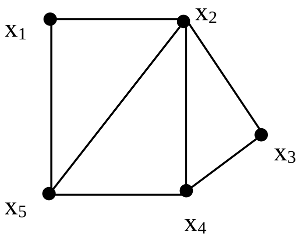
Umumiy holda berilgan $G=<X, U>$ graf uchun uning cho‘qqilari $X=\{x_1, x_2,...,x_m\}$ bo‘lsa, u holda ikkilik mxm matritsa A_{ij} hosil bo‘ladi.

$A_{ij}=$

$x_i \quad va \quad x_j\, bo'g'langan \ \ bo'lsa$

$x_i \quad va \quad x_j \quad lanmaganbo'lsa$

$A(G)$ matritsa G grafning bog‘lanish matritsasi deb ataladi (2.11-rasm).

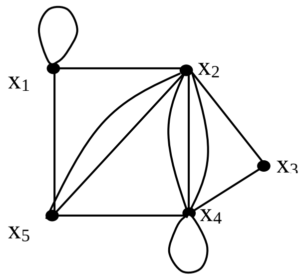


$A_{ij}=$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	0	1	0	0	1
x_2	1	0	1	1	1
x_3	0	1	0	1	0
x_4	0	1	1	0	1
x_5	1	1	0	1	0

2.11- rasm

Bu matritsaning diagonali bo‘yicha nollar bo‘lib, simmetrik matritsa deyiladi. Matritsa qatoridagi birlar soni mos cho‘qqilarni darajasini aniqlaydi. Shunga o‘xshash tarzda multigraflarni bog‘langanlik matritsasi aniqlanadi. Bu holda A_{ij} x_i va x_j cho‘qqilarini bog‘lovchi qobiqlar soniga teng bo‘ladi (tuguncha ikkita qobiqqa teng bo‘ladi) (2.12-rasm).



$$A_{ij}= \begin{array}{c|ccccc|} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ x_1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ x_2 & 1 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ x_3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ x_4 & 0 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ x_5 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

2.12-rasm

Yo‘naltirilgan graflar uchun bog‘langanlik matritsasi quyidagicha aniqlanadi: Berilgan $G=<X,U>$ graf uchun bog‘langanlik matritsasini quramiz.

Aij =

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	0	1	0	0	0
x_2	-1	0	1	0	0
x_3	0	-1	0	-1	0
x_4	0	0	1	0	0
x_5	-1	0	0	0	0

Har qanday yo‘naltirilgan grafning ham bog‘langanlik matritsasi bo‘ladi.

2.14-rasmda yo‘naltirilgan *G* graf bog‘langanlik matritsasi bilan tasvirlangan.

Agar *G=<X, U>* graf yo‘naltirilgan bo‘lsa, u holda A_{ij} bog‘langanlik matritsa quyidagicha hisoblanadi:

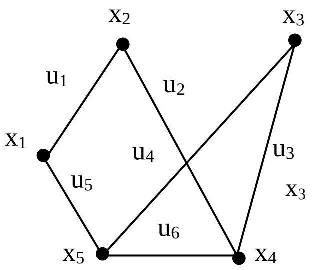
$$A_{i,j}=\begin{cases} 1, & agar \quad (i,j)\in U \quad bo'lsa, \\ 0, & agar \quad (i,j)\notin U \quad bo'lsa, \end{cases}$$

nsidentlik matritsasi. *G=<X, U>* grafning insidentli matritsasi I(G) ning har bir elementi

$$I_{i,j}= =\begin{cases} 1, & agar \quad x_i\, cho'qqi \quad va \quad u_j \quad qobiq \quad \text{int}\, sident \quad bo'lsa \\ 0, & agar \quad x_i\, cho'qqi \quad va \quad u_j \quad qobiq \quad insident \quad bo'lmasa \end{cases}$$

bu yerda, $X=\{x_1,x_2,...,x_m\}$ $U=\{u_1,u_2,...,u_n\}$

Shunday qilib cho‘qqilar matritsada gorizontal qatorlarni bildirsa, qobiqlar vertikal qatorni bildiradi. Bu holda qobiqlarning har bir qatorida ikkitadan «1» qiymati bor bo‘lishi kerak. Shu bilan *mxn* qiymatga ega bo‘lgan matritsa hosil bo‘ladi (2.15-rasm).



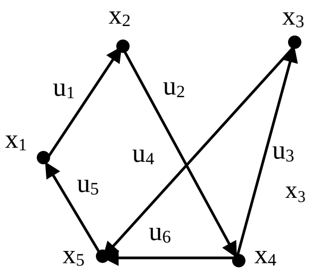
I(G)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
x_1	1	0	0	0	1	0
x_2	1	1	0	0	0	0
x_3	0	0	1	1	0	0
x_4	0	1	1	0	0	1
x_5	0	0	0	1	1	1

2.15 – rasm

Yo‘naltirilgan graf uchun *I(G)* insindentli matritsa qurish uchun quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

$$I_{i,j}=\begin{cases} 1, & agar \quad x_i \quad cho'qqi \quad u_j\, yo'naltiri\lg an\; qobiq \quad ning \\ -1, & agar \quad x_i \quad cho'qqi \quad u_j \quad yo'naltiri\lg an \quad qobiqning\; oxirgi\; cho'qqisi\; bo'lsa \\ 0 & agar \quad x_i \quad cho'qqi \quad u_j \quad yo'naltiri\lg an \quad qo'biqqa\; insident\; bo'lmasa \end{cases}$$



I(G)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
x_1	1	0	0	0	-1	0
x_2	-1	1	0	0	0	0
x_3	0	0	1	1	0	0
x_4	0	-1	1	0	0	1
x_5	0	0	0	-1	1	-1

2.16 - rasm

Insidentli matritsani tashkil etilishi 2.16-rasmda berilgan $G=<X,U>$ graf uchun keltirilgan.

Graflar izomorfligining asosiy shartlari

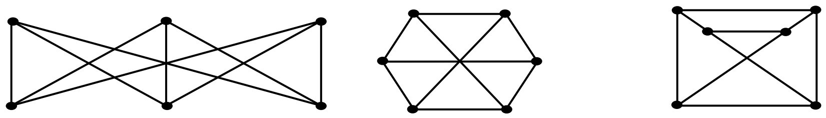
$G=<X, U>$ *va* $G^{|}=<X^{|}, U^{|}>$ ikkita graf izomorf deyiladi, agar ularning cho‘qqilar to‘plami X, $X^{|}$ o‘zaro mos bo‘lsa, ya’ni bir grafdagi cho‘qqilardan tashkil etilgan qobiqlar U, ikkinchi grafdagi cho‘qqilarni birlashuvidan tashkil topgan qobiqlarga $U^{|}$ mos kelishi kerak. Agar qobiqlar yo‘naltirilgan bo‘lsa, u holda ularni yo‘nalishlari ham ikkita graf bo‘yicha mos kelishi kerak.

Graflarni izomorfligini aniqlashni – ekvivalentlik yoki o‘xshashlik deb ham tushunish mumkin.

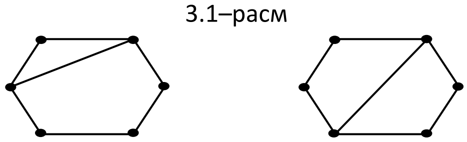
Graflar nazariyasida graflarni izomorfligini aniqlash asosiy markaziy o‘rinni egallaydi. Ayrim olimlarning [1] fikriga ko‘ra, umumiy holda bu masala to‘liq saralash bilan yechiladi. Bu holda *m* ta cho‘qqiga ega bo‘lgan ikkita oddiy grafni izomorfligini aniqlash uchun *m*! teng taqqoslash kerak bo‘ladi.

Masalan: Berilgan uchta graf (3.1-rasm) bir-biriga nisbatan izomorf bo‘lsa, 3.2 - rasmda berilgan graflar esa izomorf emas, nima uchun?

Bu savolga javob berish uchun izomorf masalasini to‘liq ko‘rib chiqishga to‘g‘ri keladi.



3.1–расм

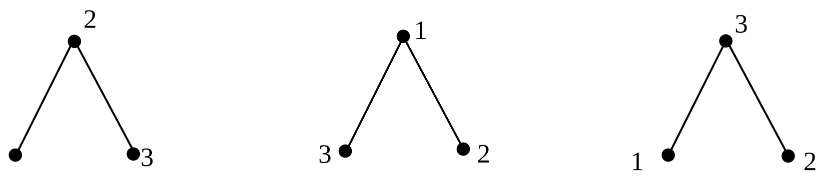


3.2–расм

Graflarni izomorfligini aniqlash talab etilgan holda, belgilangan graf tushunchasini kiritish kerak.

Graf bog‘langan bo‘ladi, agar uning cho‘qqilari birorta belgiga ega bo‘lsa, masalan 3.3–rasmda cho‘qqilari har xil belgilangan uchta graf berilgan.

Bunday graflar bir-biriga o‘xshash, ya’ni izomorf graflar deb ataladi, chunki ular cho‘qqilarini tartib raqami bilan belgilash bo‘yicha farq qiladi.



3.3–расм

3.1–rasmda berilgan graflar bir-biriga izomorf hisoblanadi, chunki ko‘rinish jihatdan har xil bo‘lishiga qaramasdan cho‘qqilarini bir-biri bilan bog‘lanishi, ya’ni cho‘qqilarni yoki qobiqlarni tashkil etilishi bir xildir. Bu rasmda ham cho‘qqilarni yoki qobiqlarni tartib raqamini o‘zgarishi ularni izomorfligini isxor eta olmaydi.

Graflarning izomorfligini aniqlashning bir nechta yo‘llari bor.

1. agar grafning bog‘langanlik matritsalari biri ikkinchisidan qatorlarini va ustunlarini o‘rnini bir xil almashtirish bilan hosil qilingan bo‘lsa bu graflar izomorf bo‘ladi. Bog‘langanlik matritsalari teng bo‘lsa ham graflar izomorf bo‘ladi.

2. Agar graflarning insidentli matritsasi biri ikkinchisidan qator va ustunlarni o‘rnini ixtiyoriy o‘zgartirish orqali olinishi mumkin bo’lsa, ya’ni bir-biriga teng bo‘lgan insidentli matritsa hosil bo‘lsa bu graflar izomorf bo‘ladi.

3. Graflarni izomorfligini topish uchun saralash usulidan foydalanish taklif etiladi, ya’ni maqsad saralashlar sonini kamaytirishdan iborat. Shunday usullardan biri graflarni sathlarga bo‘lishga asoslangan. Bunday yechilish usullari ko‘proq amaliyotga bog‘liq bo‘lib boshlang‘ich cho‘qqilarni to‘g‘ri tanlashga asoslangan, ya’ni ikkita graf bo‘yicha bir-biriga mos cho‘qqilarni aniqlash talab etiladi. Bunday cho‘qqilarni aniqlash elektrik, funksional, topologik va boshqa sxemalarda qiyinchilik tug‘dirmaydi.

3.2. Graflarni sathlarga bo‘lish

Lemma 1. Ixtiyoriy G<X,U> grafning *U* qobiqlarini *R* sathlarga bo‘yicha bo‘lish mumkin.

Isbot.$G=<X,U>$ ixtiyoriy yo‘naltirilmagan graf (3.4.,a-rasm) berilgan, Bu yerda $X=\{x_1, x_2,..., x_m\}$ – cho‘qqilar to‘plami; $U=\{u_1, u_2,..., u_n\}$ qobiqlar to‘plami. Grafning qobiqlarini sathlar $R=\{1, 2,...,r,...,l\}$ bo‘yicha bo‘lish talab etiladi.

Grafni sathlarga bo‘lish uchun birinchi boshlang‘ich cho‘qqi $X_H \in X$ yoki boshlang‘ich $X_{N1} \subset X$ cho‘qqilarni tanlab olish talab etiladi. Bu cho‘qqilar birinchi sath r=1 uchun boshlang‘ich cho‘qqilar hisoblanadi. Agar boshlang‘ich cho‘qqilar ma’lum bo‘lsa, ularga mos ravishda insident bo‘lgan $U_r \subset U$ qobiqlarni aniqlaymiz. Bu qobiqlar birinchi sathning qobiqlari hisoblanadi va ularning ikkinchi cho‘qqilari $X_{K1} \subset X$ shu sathning tugash cho‘qqilari hisoblanadi. Shu tartibda grafning birinchi sathi r=1 uchun $(X_{N1}, X_{K1}) = U_r$ hosil qilamiz (3.4.,b-rasm).

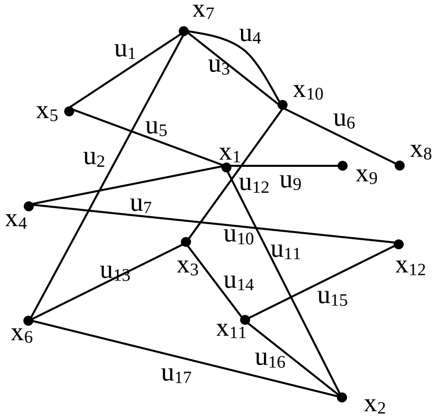
Berilgan 3.4a-rasmda boshlang‘ich cho‘qqini $X_{N1}=(x_7)$ deb belgilaymiz, u holda x_7 ga insident bo‘lgan

$U_1=(u_1, u_2, u_3, u_4)$

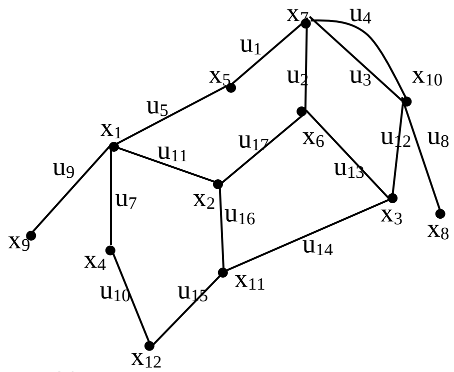
qobiqlarni topamiz va ular bilan bog‘liq bo‘lgan

$X_{K1}=(x_5, x_6, x_{10})$

cho‘qqilarni aniqlaymiz.



a



б

3.4-rasm. Graflarni sathlarga bo‘lish.

a- $G<X,U>$graf; b- $G^{|}<X^{|},U^{|}>$graf

Shu tariqa keyingi sath r=2 uchun X_{K1} cho‘qqilari boshlang‘ich cho‘qqilar $X_{N2}=X_{K1}$ deb aniqlab ularga bog‘liq bo‘lgan U_2 qobiqlarni aniqlaymiz va natijada ular bilan bog‘liq bo‘lgan cho‘qqilar X_{K2} hosil bo‘ladi.Sath r=2 uchun boshlang‘ich cho‘qqilar

$$X_{N2}=\{x_5, x_6, x_{10}\}$$

bo‘lsa, $X_{K2}=\{x_1, x_2, x_3, x_8\}$ esa tugash cho‘qqilar hisoblanadi, natijada qobiqlar

$$U_2=\{u_5, u_9, u_{10}, u_6, u_8\}$$

hosil bo‘ladi.

Shunday qilib har bir sathning boshlang‘ich cho‘qqilari X_H ga nisbatan tugash cho‘qqilar X_K va qobiqlar U aniqlanib ular sathlarga taqsimlanadi. Natijada graf $G=<X,U>$ uchun $G^{|}=<X,U>$ graf hosil bo‘ladi. Hosil bo‘lgan graf $G^{|}$ – yo‘nalgan graf deb ataladi va uning cho‘qqilari X va qobiqlari U ga teng bo‘ladi.

1-shart. Agar biror $r \in R$ sathning cho‘qqilari shu sath uchun bog‘langan va tugash bo‘lsalar, ularni bog‘lovchi qobiqlar r+1 darajaga qarashli bo‘ladi va u cho‘qqilarning biri boshlang‘ich, ikkinchisi esa tugash cho‘qqi bo‘ladi.

2-shart. Grafda x_i cho‘qqisiga insident bo‘lgan qobiqlar sonini aniqlovchi, darajasi $\lambda(x_i)\geq 1$ bo‘lgan boshlang‘ich va tugash cho‘qqilar bo‘lishi mumkin.

3-shart. Grafning cho‘qqisidagi tuguncha, shu cho‘qqi boshlang‘ich bo‘lgan sathga tegishli bo‘ladi.

4-shart. Agar yo‘naltirilgan qobiqlar biror cho‘qqidan chiquvchi va unga kiruvchi bo‘lsa, u cho‘qqilardan biri boshlang‘ich bo‘lgan sathga qarashli bo‘ladi.

5-shart. Ikkita cho‘qqlarni bog‘lovchi parallel qobiqlar yoki yo‘naltirilgan qobiqlar ularni turiga qaramasdan bitta sathga qarashli bo‘ladi.

1-A lemma. Agar ihtiyoriy graf bog‘lanmagan bo‘lsa, uning har bir bog‘lanish komponentasining qobiqlari sathlar bo‘yicha alohida bo‘lingan bo‘lishi kerak.

Bu holda grafning har bir bog‘lanish komponentasiga nisbatan 1-lemma va 1-5 – shartlar bajarilishi kerak.

3.3. Graflarning izomorfligi

G=<X,U> va L=<Y,U> graflarni izomorfligini aniqlashdaquyidagi asosiy shartlar bajarilishi kerak bo‘ladi:

Graflarning cho‘qqilari soni teng bo‘lishi kerak, ya’ni

$|X| = |Y|$;

Graflarning qobiqlari soni teng bo‘lishi kerak, ya’ni

$|U| = |V|$;

Graflarning cho‘qqilari *X,Y* va qobiqlari *U, V* mos ravishda teng bo‘lishi kerak, ya’ni X<=>Y, U<=>V.

Bu uchta shartni bajarilishi graflarni izomorfligini ta’minlaydi. Birinchi va ikkinchi shartlar zaruriy shart, uchinchi shart esa etarli shart hisoblanadi.

Birinchi va ikkinchi shartlarni bajarish uchun, *G* va *L* graflardagi cho‘qqilar sonini tengligi aniqlanadi. Bu yerda cho‘qqilar to‘plami

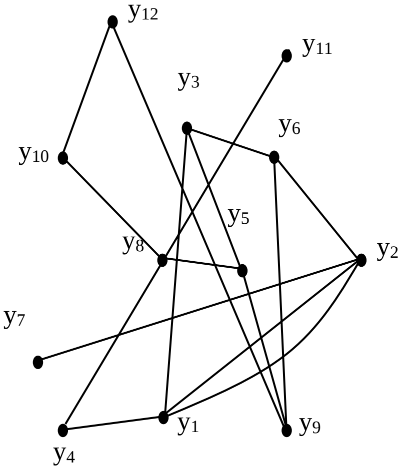
$$X=\{x_1, x_2,..., x_m\},\ Y=\{y_1, y_2,..., y_{m1}\}$$

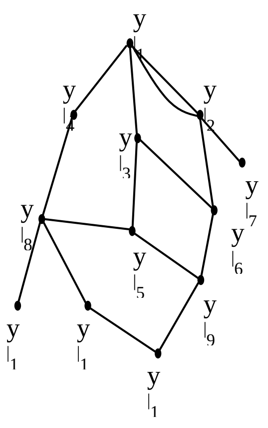
va qobiqlar to‘plami

$$U=\{u_1, u_2,..., u_n\},\ V=\{v_1, v_2,..., v_{n1}\}.$$

G=<X,U> va *L=<Y,V>* graflarni izomorfligini aniqlash uchun yuqoridagi shartlarni hisobga olgan holda quyidagi masalalarni yechish talab etiladi.

- graflarda boshlang‘ich cho‘qqilarni topish;
- graflarni sathlarga bo‘lish;
- graflarni sathlar bo‘yicha izomorfligini aniqlash;
- graflarni izomorfligini aniqlash.





3.5-rasm. Graflarni sathlarga bo‘lish.

a- graf $L=<Y,V>$, b- graf $L^{|}=<Y^{|},V^{|}>$

3.2 bandga asoslangan holda $L=<Y,V>$ grafidan $L^{|}=<Y^{|},V^{|}>$ yo‘nalgan grafini hosil qilamiz.

3.3.1 Graflarda boshlang‘ich cho‘qqilarni topish

Graflarda boshlang‘ich cho‘qqilarni topish uchun quyidagi lemmadan foydalanamiz:

2-lemma. Ihtiyoriy $G=<X,U>$ va $L=<Y,V>$ graflar berilgan (3.4a, 3.5a–rasmlar). Ular o‘zaro mos keluvchi minimal songa teng bo‘lgan $x_i \in X$ va $y_i \in Y$ cho‘qqilaridan iborat. Bu holda G va L graflari uchun quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

$S^G=S^L$

bu yerda,

$S^G= S^o(x_i)+S^-(x_i)+S^+(x_i)+ S^{\sim}(x_i);$

$S^L= S^o(y_i)+ S^-(y_i)+ S^+(y_i)+ S^{\sim}(y_i)$

$S^o(x_i), S^o(y_i)$ – x_i va y_i

cho‘qqilaridagi tugunchalar soni;

$S^-(x_i), S^-(y_i)$ – x_i va y_i cho‘qqilariga kiruvchi yo‘naltirilgan qobiqlar soni;

$S^+(x_i),)$ – x_i va y_i cho‘qqilaridan chiquvchi yo‘naltirilgan qobiqlar soni;

$S^{\sim}(x_i), S^{\sim}(y_i)$ – x_i *va* y_i cho‘qqilariga insident bo‘lgan qobiqlar soni.

O‘zaro mos keluvchi cho‘qqilarni topish G va L graflar uchun belgili matritsalarni hisoblashga asoslanadi. Belgili matritsalarda M_P^G va M_P^L ularning qotorlari cho‘qqining tartib raqamlari bilan, ustunlari esa qobiqlarning belgilari $(\psi,\eta,\delta,\theta)$ bilan aniqlanadi. Bu yerda ψ - x_i yoki y_i cho‘qqilardan chiquvchi yo‘naltirilgan qobiqlar sonini aniqlovchi belgi; η - x_i yoki y_i Cho‘qqilariga kiruvchi yo‘naltirilgan qobiqlar sonini aniqlovchi belgi; δ - x_i yoki y_i

cho‘qqilaridagi tugunchalar sonini aniqlovchi belgi; θ x_i yoki y_i cho‘qqilariga insindent bo‘lgan qobiqlarni aniqlovchi belgi.

M^G va M^L matritsalarning teng qiymatliligini aniqlash matritsalar qatorini ketma-ket taqqoslash orqali teng qiymatli belgilar soni bo‘lgan qatorlarni topish bilan aniqlanadi. Bu qatorlar bir-biriga mos bo‘lgan cho‘qqilarni aniqlaydi.

M_P^G(i, j)= M_P^L(i+τ,j), M_P^G(i$^|$, j$^|$)=M_P^L(i$^|$+τ$^|$,j$^|$),

M_P^G(i, j)= M_P^L(i$^|$, j$^|$)

Bu yerda, j, j$^|$= $\overline{1,H}$; $\tau,\tau^|$ - o‘zgaruvchan sonlar, ular 1 dan m-1 gacha i ga teng bo‘lmagan qiymatlarni qabul qilishi mumkin. M_P^G va M_P^L matritsalari bo‘yicha teng qiymatli qatorlarni topishda bir-biriga teng bo‘lgan qatorlar sonini, ya’ni $\tau,\tau^|$ aniqlash kerak. Bu holda M_P^G da teng qiymatli qatorlar soni minimal qiymatga ega bo‘lishi kerak, M_P^G va M_P^L da ularni soni teng bo‘lishi kerak.

G va L graflarda teng qiymatli qatorlar $X_K \subset X$ va $Y_K \subset Y$ cho‘qqilarini aniqlaydi. Shunday qilib ko‘rilayotgan graflarda o‘zaro mos bo‘lgan $X_K \Leftrightarrow Y_K$ cho‘qqilar aniqlanadi va ular boshlang‘ich cho‘qqilar $X_N = X_K$, $Y_H = Y_K$ hisoblanadi. Boshlang‘ich cho‘qqilar X_N, Y_H ni topish uchun qatorlar ustida N marta taqqoslash olib borish kerak

$m \le N \le m\ (m+1)/2$

bu yerda, m grafdagi cho‘qqilar soni.

Umumiy holda G va L graflari uchun bir xil darajaga ega bo‘lgan o‘zaro mos keluvchi $|X_H|>1$, $|Y_H|>1$ topilishi mumkin. Belgili matritsalarni har bir sathi va qatori bo‘yicha taqqoslab, teng qiymatli qatorlarni aniqlaymiz, ya’ni $S(x_i)=S(y_i)$.

Bunday hollarda bu cho‘qqilar boshlang‘ich cho‘qqilar deb qabul qilinadi. (1-lemma).

Natijada, agar G va L graflari izomorf bo‘lsa, M_P^G va M_P^L matritsalarida hech bo‘lmaganda bitta teng qiymatli qator va o‘zaro mos cho‘qqi mavjud bo‘ladi.

2A-lemma. Agar ihtiyoriy graflar bog‘lanmagan komponentalardan tashkil topgan bo‘lsa, ularda o‘zaro mos bo‘lgan bog‘lanmagan komponentalarni boshlang‘ich cho‘qqilarini birgalikda topish mumkin.

G va *L* grafning cho‘qqilari va qobiqlari, hamda bog‘lanmagan komponentlarining belgili matritsalari teng qiymatli bo‘lsa, bog‘langanlik komponentalari teng qiymatli bo‘ladi.

2-lemma asosida bir-biriga o‘xshash belgili matritsalar tanlab olingandan so‘ng har bir bog‘langanlik matritsasi uchun boshlang‘ich cho‘qqi aniqlanadi.

3-lemma. Agar G va L graflar izomorf bo‘lsa, $G^{|}$ va $L^{|}$ graflarning har bir sathida (3.5-rasm) boshlang‘ich va tugash cho‘qqilari soni bir xil va ular o‘zaro mos.

Isbot. G grafning har bir qobig‘ini $u_J \in U$ ni $(\omega_\alpha, \varphi_\beta)$ bilan aniqlaymiz. *L* grafning har bir qobig‘i $v_J \in V$ ni esa (w_α, γ_β) bilan aniqlaymiz.

Bu yerda α=1,2,...*A*; β=1,2,...*B* qiymatlar qabul qiladi; ω_α, w_α - u_J, v_J qobiqlarning x_I, y_i boshlang‘ich cho‘qqilarini r cathidagi tartib raqami. φ_α, γ_β - u_j va v_j qobiqlarning x_I, y_j tugash cho‘qqilarini *r* sathidagi tartib raqami.

Graflarni sathlarga bo‘lish usuli (1-lemma) ga asosan cho‘qqilarni qayta tartib raqamini aniqlaymiz. Har bir sath uchun α va β larni qiymatlarining o‘sish tartibi alohida bo‘ladi. Bu tartib *G* va *L* graflarni cho‘qqilarini darajasini hisobga olgan holda belgili matritsalari (2-lemma) yordamida aniqlanadi. Agar *A*=*B* bo‘lsa, ya’ni har bir sathidagi cho‘qqilar soni teng bo‘lsa, u holda cho‘qqilarni bir-biriga nisbatan o‘zaro mos kelishini aniqlash kerak.

Cho‘qqilarni o‘zaro mos ekanligini aniqlash uchun, ularni sathini o‘sish tartibini aniqlash kerak. Natijada graf *G* va *L* ning qobiqlari va cho‘qqilari sathlar bo‘yicha taqsimlanib ichki tartib raqamlari bilan aniqlangan bo‘ladi.

1-teorema. *G* graf *L* grafga izomorf bo’ladi, agar:

1. Ixtiyoriy *r* darajasida *G* va *L* graflar bo’yicha boshlang‘ich cho’qqilar va tugash cho’qqilar va ularning sathlari bir-biriga teng bo’lsa

$\forall r \in R\ [|\omega_\alpha|=|w_\alpha|, |\varphi_\beta=\gamma_\rho|, s(x_i)=s(y_i)]$

2. Ixtiyoriy x_i cho'qqisi uchun shunday u_i cho'qqisi borki ular uchun boshlang'ich va tugash cho'qqilari teng bo'lish sharti bajarilsa

$\forall x_i \in X\ \exists y_i\ \in Y[(\omega_\alpha = w_\alpha) \wedge (\varphi_\beta = \gamma_\beta)]$

3. $G^|$ va $L^|$ graflarning insidentli matritsalari bir-biriga o'xshash yoki teng bo'lsa

$M_G = M_L$

Isbot. 1-lemmaga nisbatan *X, U* to'plamlarni har bir cho'qqisi va *U, V* to'plamlari qobiqlari darajalar bo'yicha taqsimlanadi. Har bir graf uchun boshlang'ich cho'qqi 2-lemma asosida aniqlanadi. (3.4.,b- rasm). Natijada *G* va *L* graflari $G^|$ va $L^|$ yo'naltirilgan graflarga aylanadi. 3-lemma asosida graflarning cho'qqisi va qobiqlari yangi tartib raqamlarga ega bo'ladi. Natijada *r* sathda boshlang'ich va tugash cho'qqilarni o'zaro teng qiymatga ega bo'lishi 1-2–teoremalarni kerakli shartlarini bajarilishini ta'minlaydi.

Teoremaning yetarli sharti graflarni insidentlik matritsalarini M_G va M_L tengligi va ularning har biri sathlar bo'yicha matritsalardan tashkil topganligi bilan aniqlanadi. Agar darajalar bo'yicha matritsalar teng qiymatga ega bo'lsa, u holda matritsalar teng bo'ladi. Natijada $G^|$ va $L^|$ graflar izomorfligi ta'minlanadi.

M_G va M_L matritsalarni o'xshashligi ularning elementlari a_{ij} va $a_j{}^|{}_i$ larni qatorlar (qobiqlar) bo'yicha taqqoslash orqali aniqlanadi. *G* va *L* graflar sathlarga bo'linganligi kabi insidentlik matritsasi ham sathlar bo'yicha N_r va $N_r^|$ aniqlanadi. Bu yerda $N_r=||a_{jt}||$ va $N_r^|=||a_{js}||$; t,s=1,2,... matritsalarga nisbatan har bir sathidagi ustunlar soni.

Shunday qilib:

- matritsa ustunlarining elementlari mos ravishda teng qiymatli bo'lishi kerak $a_{j\,t} \Leftrightarrow a_{j\,s}$;
- matritsa sathlaridagi ustunlari teng qiymatli bo'lishi kerak:

  $A_t \Leftrightarrow A^|_s$ Bu yerda $A_t=\{a_{1t}, a_{2t},..., a_{nt}\}$;

  $A^|_s=\{a^|_{1s}, a^|_{2s},..., a^|_{ns}\}$;
- matritsa sathlari teng qiymatli bo'lishi kerak:

$N_r=||A_t|| \Leftrightarrow N^1{}_r=||A^1{}_s||;$

- matritsalar teng qiymatli bo'lishi kerak:

$M_G=||\ N_r\ || \Leftrightarrow M_L=||\ N^1{}_r\ ||.$

Natijada sathlar bo'yicha matritsalar teng bo'ladi, agar quyidagi shartlar bajarilsa,

$$\mu=\begin{cases}0, & agar\,(\forall a^{|}ij \in A^{|}_s \exists aij \in A_t)\Lambda(\forall A^{|}_s \in N^{|}_r \exists A_t \in N_t)\left[N_r <=> N^{|}_r\right] \\ \varsigma, & agar\qquad (\forall a^{|}_{ij} \in A^{|}_s \exists a_{ij} \in A_t)\left[a_{ij} \neq a^{|}_{ij}\right]\end{cases}$$

Agar μ_r=0 bo'lsa sathlar teng qiymatli, $\mu_r=\xi_{r1}$ - sathlar teng emas. Ikkinchi holda *r* sath uchun xatoliklar

$\xi_r=\{\xi_1, \xi_2,..., \xi_{r1}\}$

to'plamida yig'iladi. Bu to'plamda w_α, γ_β va ularga mos qobiq ν_j, hamda ω_α, φ_β va u_j qobig'idan tashkil topadi. ω_α, φ_β va qobiq u_j qiymatlari yordamida y_i va y_i^1 cho'qqilarni bog'lovchi υ_j qobig'i aniqlanadi. *r* sath bo'yicha xatoliklarni aniqlagandan so'ng *r*+1 sath ko'rib chiqiladi. Natijada hamma sathlarni taqqoslab o'zgartirish kerak bo'lgan cho'qqilar topiladi.

2-teorema. *G* va *L* graflarni izomorfligini aniqlash uchun

$$\frac{1}{2}\sum_{v=1}^{e} n_r\left(n_\mu+1\right)$$

taqqoslash yetarli hisoblanadi. Bu yerda *r* - sathning tartib raqami, n_r- xar bir sathdagi qobiqlar soni, *m* - cho'qqilar soni, *n* - qobiqlar soni.

G va *L* graflarni izomorfligini aniqlash uchun, umumiy holda *G* grafning har bir qobig'ini *L* grafning har bir qobig'i bilan taqqoslash talab etiladi. M_G matritsasini har bir ustuniga ikkinchi M_L matritsaning mos ustunini topish uchun, M_G ning har bir ustunini M_L ning hamma ustunlari bilan taqqoslab mos ustunni tanlab olish uchun n ta taqqoslashni bajarish kerak. Keyingi ustunlarni topishda *n*-1, *n*-2... taqqoslashlar olib boriladi. Shunday qilib M_G va M_L ni teng qiymatli ekanligini topish uchun $n(n+1)/2$ taqqoslash kerak bo'ladi. Agar bu taqqoslashlar sath miqyosida olib borilsa, har bir sath uchun

$$\frac{1}{2}\sum_{r=1}^{e} n_r\left(n_r+1\right)$$

taqqoslash kerak bo'ladi. Har bir matritsa M_G va M_L mos ravishda sath matritsalari N_r va $N_r^{|}$ bilan aniqlanadi.

G va *L* graflarni izomorfligini ularni sathlariga bo'lish bo'yicha aniqlash algoritmining effektivligi quyidagicha aniqlanadi:

$$\theta = \frac{n(n+1)}{\sum_{r=1}^{e} n_r\left(n_r+1\right)}$$

Bu yerda $\sum_{r=1}^{e} n_r = n$. Graflar bitta sath bilan tasvirlangan holda, ya'ni l=1, n_r=n bo'lganda θ=1 bo'ladi. Boshqa hamma hollarda θ>1 bo'ladi. Agar l>>1 va n_r=1 bo'lsa, u holda θ>>1 bo'ladi va algoritm izomorflikni tezroq topish imkoniga ega bo'ladi. Ixtiyoriy graflar *G* va *L* izomorfligini topish algoritmini quyidagicha tasvirlash mumkin:

- *G* va *L* graflar uchun M_p $M_p^{|}$ belgili matritsalarini hisoblash;
- o'zaro mos qiymatli X_k va U_k cho'qqilarni topish;
- *G* va *L* graflar uchun boshlang'ich cho'qqilar $X_H \subset X$ $Y_H \subset Y$ $(X_H \Leftrightarrow Y_H)$ tanlash;
- *G* va *L* graflarni boshlang'ich cho'qqilar X_H va U_H asosida sathlarga bo'lish;
- yo'nalgan graflarni $G^{|}=\langle X, U\rangle$ va $L^{|}=\langle Y,V\rangle$ aniqlash;
- *G* va L graflarni sathlariga bo'yicha cho'qqilarni juft tartib raqamlari bilan belgilab chiqish $(w_\alpha, \varphi_\beta)$ va $(\omega_\alpha,\gamma_\beta)$;
- *G* va *L* graflar uchun insidentli matritsani aniqlash $M_G=||a_{ij}||$ *va* $M_L=||a^{|}_{ij}||$
- sathlar bo'yicha matritsalarni $N_r=||a_{it}||$ $N_r^{1}=||a^{1}_{is}||$ o'zaro bir xil qiymatga ega ekanligini aniqlash;
- agar $N_r \Leftrightarrow N^{1}_r$ bo'lsa, sathga nisbatan graf bo'laklari izomorf hisoblanadi va keyingi sath matritsasi tekshiriladi, aks holda graf izomorf emasligi aniqlangan bo'ladi.

- graflar sathi izomorf bo’lmagan holda ularni izomorf holga keltirib keyingi sathga o’tish mumkin.
- graflarning hamma sathlari bo’yicha izomorflik ta’minlangandan so’ng graflar izomorf deb hisoblanadi.

IV. AMALIY MASHG’ULOTLAR

1-mavzu: Dekart ko’paytma, o’rinlashtirish, o’rin almashtirishlar. Paskal uchburchagi.

1. 10 ta kitobning dasturi bo`yicha: 1 kunda, 3 ta xar-xil mashqlar olib boriladi. 1 kunda dars jadvalini tuzish uchun nechta usuldan foydalanish mumkin.

Yechish. 10 dan 3 gacha elementlarni qabo`l qilgan.Shuning uchun hamma usullar.

$$A_{10}^{3} = 10*9*8 = 720$$

bo`lishi kerak.

2. Poezd vagodagi to`rtta kuniga 4 ta pasajirni nechta usul bilan joylashtirish mumkin.

Yechish.

$$P_4 = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 = 24$$

3. Uchrashuv paytida 12 kishi qo`lma-qo`l surashishdi. Bunda necha marta qo`lma-qo`l so`rashishgan?

Yechish.

$$C_{12}^{2} = \frac{A_{12}^{2}}{P_2} = \frac{12\cdot 11}{1\cdot 2} = 66$$

4. 12 kishini stol atrofida terilgan 12 stulga nechta usul bilan joylashtirish mumkin?

1-misol. Ichida 5 ta oq, 12 ta qora va 8 ta qizil shar bo‘lgan yashikdan tavakkaliga bitta shar olindi. Uni oq shar chiqish ehtimolligini toping.

Yechish. Bu yerda elementar natija yashikdan ixtiyoriy shar olinishidan iborat. Barcha bunday natijalar soni yashikdagi sharlar soniga teng, ya’ni $n = 25$. Oq shar chiqishiga (A hodisa) qulaylik tug‘diradigan natijalar soni yashikdagi oq sharlar soniga tengligi ravshan, ya’ni $n(A) = 5$. Shuning uchun ehtimollikning klassik ta’rifi formulasiga ko‘ra izlanayotgan ehtimollik:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}.$$

2-misol (tanlanma haqidagi masala). n ta mahsulotdan iborat to‘plamda k

ta nostandart mahsulot bor. Tavakkaliga tanlangan m ta mahsulot ichidan t ta mahsulot nostandart bo‘lish ehtimolligini toping.

Yechish. n ta mahsulotdan istalgan m ta mahsulot tanlab olinishi elementar natija bo‘ladi. Bunday natijalar soni n sonidan m tadan tuzilgan guruhlashlar soniga teng, ya’ni C_n^m. Bizni qiziqtirayotgan A hodisa – ichida t tasi nostandart bo‘lgan m ta mahsulotni olish. Demak, A hodisa uchun $n-k$ ta sifatli mahsulotdan ichidan $m-t$ ta sifatli mahsulot bo‘lgan guruhlar va k ta nostandart mahsulot ichidan t ta nostandart mahsulot bo‘lgan guruhlar qulaylik tug‘diradi. Bunday guruhlar soni $C_{n-k}^{m-t}\cdot C_k^t$ ta, chunki t ta nostandart mahsulotdan iborat guruhni C_k^t ta usul bilan, $m-t$ ta sifatli mahsulotdan iborat guruhni C_{n-k}^{m-t} ta usul bilan tuzish mumkin, shu bilan birga, yaroqli mahsulotlarning istalgan guruhi nostandart mahsulotning istalgan guruhi bilan kombinatsiyalashishi mumkin. Bundan

$$P(A)=\frac{C_{n-k}^{m-t}\cdot C_k^t}{C_n^m}$$

izlanayotgan ehtimollik kelib chiqadi.

3-misol. Kitob javonida beshta kitob tasodifiy tartibda turibdi. Bu kitoblardan kamida bittasi o‘z o‘rnida turmaganligi ehtimolligini toping.

Yechish. A kitoblarning kamida bittasi o‘z o‘rnida turmaganligidan iborat hodisani belgilaymiz. Qarama-qarshi $\overline{A}$ hodisaning–barcha beshta kitob o‘z o‘rnida turganligi hodisasining ehtimoligini topamiz:

$$P(\overline{A})=\frac{1}{5!}.$$

U holda izlanayotgan ehtimollik: $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{1}{5!}=\frac{119}{120}$.

Misollar

1. Simmetrik kubning ikki yog‘i ko‘k rangga, uchta yog‘i yashil rangga va bir yog‘i qizil rangga bo‘yalgan. Kub bir marta tashlanadi. Ustki yoq yashil bo‘lish ehtimolligini toping.

J: $\frac{1}{2}$

2. O‘yin kubini bir marta tashlashda juft ochkolar tushish ehtimoli qancha?

J: $\frac{1}{2}$

3. Alohida kartochkalarga yozilgan 1,2,3,...,9 raqamlari yashikka solinib, yaxshilab aralashtirildi. Tavakkaliga bitta kartochka olindi. Bu kartochkaga yozilgan son: a) juft; b) toq; d) murakkab e) bir xonali; f) ikki xonali bo‘lish ehtimolligini toping.

J: a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{5}{9}$ v) $\frac{4}{9}$ d) 1 e) 0

4. 1 dan 6 gacha raqamlangan 6 ta shar solingan yashikdan hamma sharlar birin-ketin tavakkaliga olindi. Sharlarning tartib raqamlari ortib borish tartibida chiqish ehtimolini toping.

J: $\frac{1}{720}$

5. Yugurish musobaqasida har biri bir xil muvaffaqiyat qozonish imkoniga ega bo‘lgan 5 ta sportchi A, B, D, E, F qatnashyapti. 1,2,3 o‘rinni mos ravishda A, B va D sportchilar olish ehtimolligini toping.

J: $\frac{1}{60}$

6. Alfavitdan olingan 8 ta harfdan “institut” so‘zi tuzildi. Keyin harflar yozilgan kartochkalar aralashtirildi va qayta ixtiyoriy tartibda yig‘ildi. Yana “ institut” so‘zi hosil bo‘lish ehtimolligi qancha?

J: $\frac{2!\cdot 3!}{8!}$

7. Alfavitdan olingan 7 ta harfdan “darslik” so‘zi tuzildi. Keyin harflar yozilgan kartochkalar aralashtirildi va ulardan tartib bilan 4 ta kartochka olindi. Bu to‘rtta kartochkaning chiqish tartibida “dars” so‘zi hosil bo‘lish ehtimolligi qancha?

J: $\frac{1}{A_7^4}$

8. Uch xonali son 1,3,4,5,7 raqamlari ichidan tavakkaliga olingan va takrorlanmaydigan uchta raqamdan hosil qilingan. Bu sonning juft bo‘lish ehtimolligi qancha?

J: $\frac{1}{5}$

9. Yashikda 4 ta oq va 7 ta qora shar bor. Undan tavakkaliga ikkita shar olindi. Ikkila shar ham oq bo‘lish ehtimolligini toping.

$$J: \frac{C_4^2 \cdot C_7^0}{C_{11}^2}$$

10. 6 ta oq va 8 ta qora shar solingan yashikdan tavakkaliga ikkita shar olindi. Ikkala shar ham bir xil rangli bo‘lish ehtimolligini toping.

$$J: 1 - \frac{C_6^1 \cdot C_8^1}{C_{14}^2}$$

11. Tokchada 12 ta darslik terib qo‘yilgan bo‘lib, ulardan 7 tasi matematikaga oid. Talaba tavakkaliga 5 ta darslik oldi. Olingan darsliklar matematikaga oid bo‘lish ehtimolligini toping.

$$J: \frac{C_7^5}{C_{12}^5}$$

12. Sakkizta shar tasodifiy ravishda sakkizta yashikka solindi. Har bir yashikning band bo‘lish ehtimolligini toping.

J:1

13. 15 ta biletdan 4 tasi yutuqli. Tavakkaliga olingan 6 ta biletdan ikkitasi yutuqli bo‘lish ehtimolligini toping.

$$J: \frac{C_{11}^4 \cdot C_4^2}{C_{15}^6}$$

14. Sinfda 15 ta o‘g‘il bola va 25 ta qiz bola o‘qiydi. Bu sinfdan tavakkaliga 5 ta o‘quvchi tanlab olindi. Ular orasida ikkita qiz bola bo‘lish ehtimolligini toping.

$$J: \frac{C_{25}^2 \cdot C_{15}^3}{C_{40}^5}$$

15. Tanga uch marta tashlandi. Kamida bir marta raqam tushish ehtimolini toping.

$$J: \frac{3}{4}$$

16. Yashikda 30 ta shar bor. Ulardan 5 tasi oq, 10 tasi yashil, 4 tasi qizil va 11 tasi ko‘k. Yashikdan tavakkaliga bitta shar olindi. U rangli shar bo‘lish ehtimoli qancha?

$$J: 1 - \frac{C_{25}^1}{C_{30}^1}$$

17. Kitob javonida 3 tomlik lug‘at tasodifiy tartibda turibdi. Shu tomlardan kamida bittasi o‘z o‘rnida turmaganligi ehtimolligini toping.

$$J: 1 - \frac{1}{3!} = \frac{5}{6}$$

18. Tokchada o‘nta kitob tasodifiy ravishda terib qo‘yilgan. Bunda tayin uchta kitobning yonma-yon bo‘lib qolish ehtimolini toping.

J:$\frac{1}{A_{10}^{3}}$

2-mavzu: O’rin almashtirishlar. Paskal uchburchagi. Nyuton binomi.Takroriy kombinatsiyalar

1-misol. Ichida 5 ta oq, 12 ta qora va 8 ta qizil shar bo‘lgan yashikdan tavakkaliga bitta shar olindi. Uni oq shar chiqish ehtimolligini toping.

Yechish. Bu yerda elementar natija yashikdan ixtiyoriy shar olinishidan iborat. Barcha bunday natijalar soni yashikdagi sharlar soniga teng, ya’ni $n = 25$. Oq shar chiqishiga (A hodisa) qulaylik tug‘diradigan natijalar soni yashikdagi oq sharlar soniga tengligi ravshan, ya’ni $n(A) = 5$. Shuning uchun ehtimollikning klassik ta’rifi formulasiga ko‘ra izlanayotgan ehtimollik:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}.$$

2-misol (tanlanma haqidagi masala). n ta mahsulotdan iborat to‘plamda k ta nostandart mahsulot bor. Tavakkaliga tanlangan m ta mahsulot ichidan t ta mahsulot nostandart bo‘lish ehtimolligini toping.

Yechish. n ta mahsulotdan istalgan m ta mahsulot tanlab olinishi elementar natija bo‘ladi. Bunday natijalar soni n sonidan m tadan tuzilgan guruhlashlar soniga teng, ya’ni C_n^m. Bizni qiziqtirayotgan A hodisa – ichida t tasi nostandart bo‘lgan m ta mahsulotni olish. Demak, A hodisa uchun $n-k$ ta sifatli mahsulotdan ichidan $m-t$ ta sifatli mahsulot bo‘lgan guruhlar va k ta nostandart mahsulot ichidan t ta nostandart mahsulot bo‘lgan guruhlar qulaylik tug‘diradi. Bunday guruhlar soni $C_{n-k}^{m-t} \cdot C_k^t$ ta, chunki t ta nostandart mahsulotdan iborat guruhni C_k^t ta usul bilan, $m-t$ ta sifatli mahsulotdan iborat guruhni C_{n-k}^{m-t} ta usul bilan tuzish mumkin, shu bilan birga, yaroqli mahsulotlarning istalgan guruhi nostandart mahsulotning istalgan guruhi bilan kombinatsiyalashishi mumkin. Bundan

$$P(A) = \frac{C_{n-k}^{m-t} \cdot C_k^t}{C_n^m}$$

izlanayotgan ehtimollik kelib chiqadi.

3-misol. Kitob javonida beshta kitob tasodifiy tartibda turibdi. Bu kitoblardan kamida bittasi o'z o'rnida turmaganligi ehtimolligini toping.

Yechish. A kitoblarning kamida bittasi o'z o'rnida turmaganligidan iborat hodisani belgilaymiz. Qarama-qarshi $\overline{A}$ hodisaning–barcha beshta kitob o'z o'rnida turganligi hodisasining ehtimoligini topamiz:

$$P(\overline{A}) = \frac{1}{5!}.$$

U holda izlanayotgan ehtimollik: $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{1}{5!} = \frac{119}{120}$.

Misollar

1. Simmetrik kubning ikki yog'i ko'k rangga, uchta yog'i yashil rangga va bir yog'i qizil rangga bo'yalgan. Kub bir marta tashlanadi. Ustki yoq yashil bo'lish ehtimolligini toping.

J: $\frac{1}{2}$

2. O'yin kubini bir marta tashlashda juft ochkolar tushish ehtimoli qancha?

J: $\frac{1}{2}$

3. Alohida kartochkalarga yozilgan 1,2,3,...,9 raqamlari yashikka solinib, yaxshilab aralashtirildi. Tavakkaliga bitta kartochka olindi. Bu kartochkaga yozilgan son: a) juft; b) toq; d) murakkab e) bir xonali; f) ikki xonali bo'lish ehtimolligini toping.

J: a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{5}{9}$ v) $\frac{4}{9}$ d) 1 e) 0

4. 1 dan 6 gacha raqamlangan 6 ta shar solingan yashikdan hamma sharlar birin-ketin tavakkaliga olindi. Sharlarning tartib raqamlari ortib borish tartibida chiqish ehtimolini toping.

J: $\frac{1}{720}$

5. Yugurish musobaqasida har biri bir xil muvaffaqiyat qozonish imkoniga ega bo'lgan 5 ta sportchi A, B, D, E, F qatnashyapti. 1,2,3 o'rinni mos ravishda A, B va D sportchilar olish ehtimolligini toping.

$$J: \frac{1}{60}$$

6. Alfavitdan olingan 8 ta harfdan "institut" so'zi tuzildi. Keyin harflar yozilgan kartochkalar aralashtirildi va qayta ixtiyoriy tartibda yig'ildi. Yana " institut" so'zi hosil bo'lish ehtimolligi qancha?

$$J: \frac{2!\cdot 3!}{8!}$$

7. Alfavitdan olingan 7 ta harfdan "darslik" so'zi tuzildi. Keyin harflar yozilgan kartochkalar aralashtirildi va ulardan tartib bilan 4 ta kartochka olindi. Bu to'rtta kartochkaning chiqish tartibida "dars" so'zi hosil bo'lish ehtimolligi qancha?

$$J: \frac{1}{A_7^4}$$

8. Uch xonali son 1,3,4,5,7 raqamlari ichidan tavakkaliga olingan va takrorlanmaydigan uchta raqamdan hosil qilingan. Bu sonning juft bo'lish ehtimolligi qancha?

$$J: \frac{1}{5}$$

9. Yashikda 4 ta oq va 7 ta qora shar bor. Undan tavakkaliga ikkita shar olindi. Ikkila shar ham oq bo'lish ehtimolligini toping.

$$J: \frac{C_4^2 \cdot C_7^0}{C_{11}^2}$$

10. 6 ta oq va 8 ta qora shar solingan yashikdan tavakkaliga ikkita shar olindi. Ikkala shar ham bir xil rangli bo'lish ehtimolligini toping.

$$J: 1 - \frac{C_6^1 \cdot C_8^1}{C_{14}^2}$$

11. Tokchada 12 ta darslik terib qo'yilgan bo'lib, ulardan 7 tasi matematikaga oid. Talaba tavakkaliga 5 ta darslik oldi. Olingan darsliklar matematikaga oid bo'lish ehtimolligini toping.

$$J: \frac{C_7^5}{C_{12}^5}$$

12. Sakkizta shar tasodifiy ravishda sakkizta yashikka solindi. Har bir yashikning band bo'lish ehtimolligini toping.

J:1

13. 15 ta biletdan 4 tasi yutuqli. Tavakkaliga olingan 6 ta biletdan ikkitasi yutuqli bo‘lish ehtimolligini toping.

J: $\frac{C_{11}^4 \cdot C_4^2}{C_{15}^6}$

14. Sinfda 15 ta o‘g‘il bola va 25 ta qiz bola o‘qiydi. Bu sinfdan tavakkaliga 5 ta o‘quvchi tanlab olindi. Ular orasida ikkita qiz bola bo‘lish ehtimolligini toping.

J: $\frac{C_{25}^2 \cdot C_{15}^3}{C_{40}^5}$

15. Tanga uch marta tashlandi. Kamida bir marta raqam tushish ehtimolini toping.

J:$\frac{3}{4}$

16. Yashikda 30 ta shar bor. Ulardan 5 tasi oq, 10 tasi yashil, 4 tasi qizil va 11 tasi ko‘k. Yashikdan tavakkaliga bitta shar olindi. U rangli shar bo‘lish ehtimoli qancha?

J: $1 - \frac{C_{25}^1}{C_{30}^1}$

17. Kitob javonida 3 tomlik lug‘at tasodifiy tartibda turibdi. Shu tomlardan kamida bittasi o‘z o‘rnida turmaganligi ehtimolligini toping.

J: $1 - \frac{1}{3!} = \frac{5}{6}$

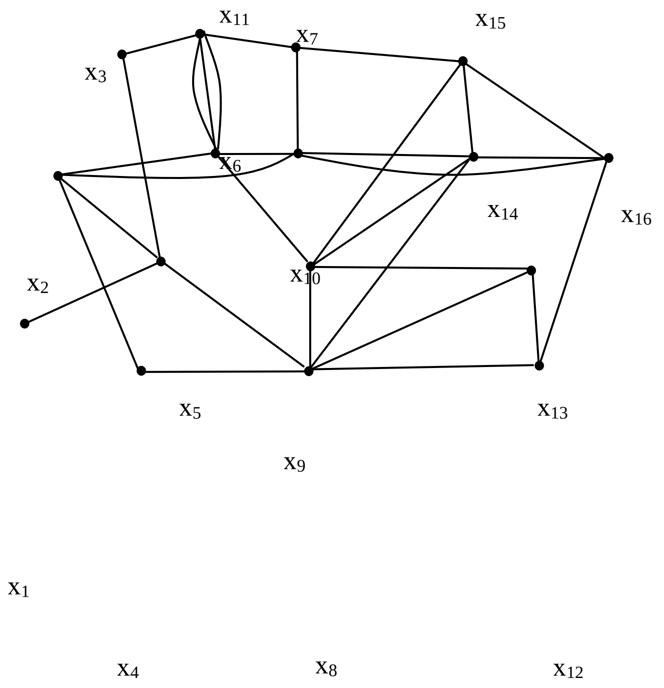
18. Tokchada o‘nta kitob tasodifiy ravishda terib qo‘yilgan. Bunda tayin uchta kitobning yonma-yon bo‘lib qolish ehtimolini toping.

J:$\frac{1}{A_{10}^3}$

3-mavzu: Graflarning berilish usullari: geometrik ifodalanishi, ko’phad yordamida berilishi, matrisalar yordamida berilishi

$G=<X,U>$. graf berilgan. Bu yerda $X=\{x_1, x_2,...,x_m\}$ cho’qqilar to’plami, $U=\{u_1, u_2,...,u_n\}$-qobiqlar to’plami bo’lsin (4.1–rasm). Berilgan graf parallel qobiqlardan va tugunchalardan iborat.

Grafda yo’llarni topish uchun graflarni sathlarga bo’lish masalasidan foydalaniladi. Bu holda berilgan graf $G=<X,U>$ ni (4.1–rasm) sathlarga bo‘linadi.

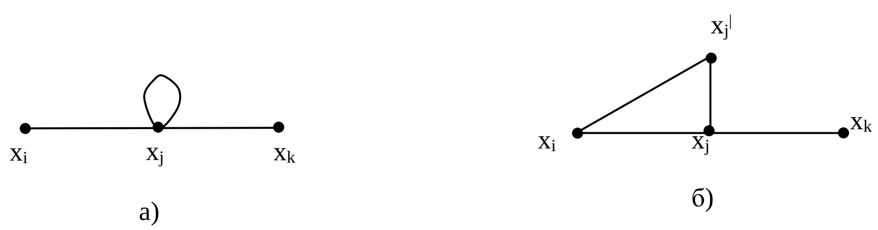


4.1-rasm

Bu yerda parallel qobiqlarni va tugunchalarni oddiy qobiqlar orqali ifodalash asosida qo'shimcha cho'qqilar va

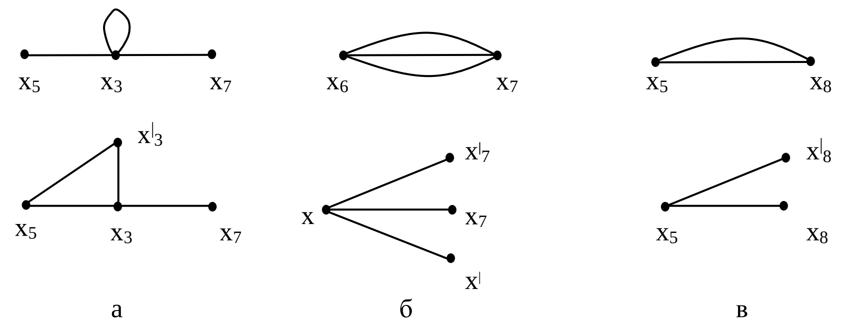
4.2-rasm

qobiqlar tashkil etiladi. Masalan parallel qobiqlar (4.2.,a-rasm) yulduzli graf (4.2.,b-rasm), xalqa (4.3-rasm) esa kontur orqali ifodalanadi.



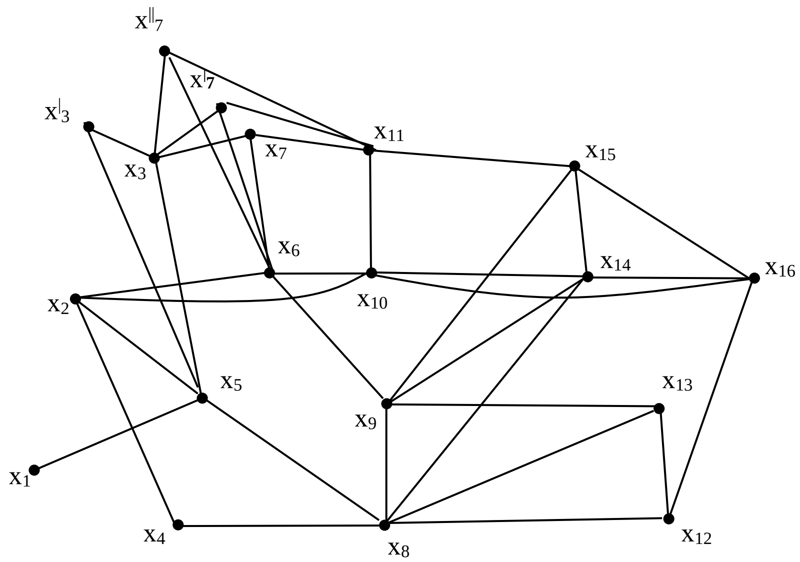
4.3-rasm

Berilgan $G=<X,U>$ grafda x_3 cho'qqidagi halqani, (x_6,x_7) va (x_5,x_8) parallel qobiqlarni oddiy qobiqlarga aylantiramiz. Natijada halqa va parallel qobiqlar quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi (4.4–rasm).



4.4–rasm

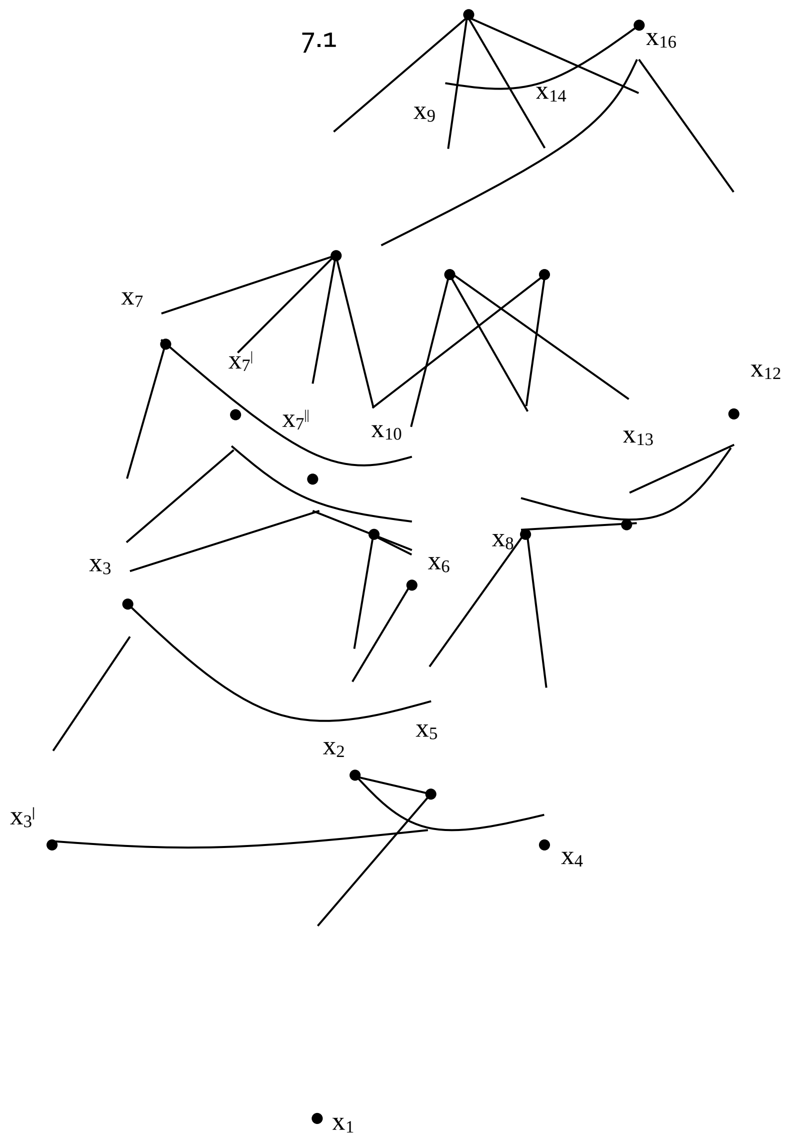
Shunday qilib, $G=<X,U>$ graf asosida yo’nalgan graf $G^{|}=<X^{|},U^{|}>$ hosil bo’ladi. Bu yerda $X^{|}=\{x_1, x_2,...,x_k\}$, $U^{|}=\{u_1, u_2,...,u_l\}$ va $k>m$, $l>n$. ya’ni, $G^{|}$ grafdagi cho’qqilar $X^{|}$ va qobiqlar $U^{|}$ soni G grafdagi cho’qqilar X va qobiqlar U sonidan ko’pdir.



4.5-rasm

Masalan: Hosil bo’lgan graf $G^{|}=<X^{|},U^{|}>$ da (4.5-rasm) boshlang‘ich cho’qqi x_{15} berilgan bo’lsin. U holda $G^{|}=<X^{|},U^{|}>$ grafda berilgan boshlang‘ich cho’qqiga nisbatan mumkin bo’lgan hamma yo’llarni topish talab etiladi. Ayrim holda boshlang‘ich cho‘qqini o‘rnida boshlang‘ich cho‘qqilar to‘plami berilgan bo‘lishi mumkin (ikki va undan ortiq). Yo’llarni tugash cho’qqilari oxirgi sathdagi cho’qqilar hisoblanadi. Bundan tashqari sathlardagi boshlang‘ich cho’qqilar har doim qobiqning chiqish cho’qqisi bo’lib, tugash cho’qqilar esa qobiqning kirish cho’qqisi hisoblanadi.

Shu tariqa yangi graf $G^{||}=<X^{||},U^{||}>$ (4.6-rasm) hosil bo’ladi. Bu graf to’rtta sathdan iborat. Yo’llar shu cathlarga nisbatan aniqlanadi. Oxirgi sathda x_1 va $x^{|}_3$ cho‘qqilari tugash cho‘qqilari hisoblanadi.



$G^{||}=<X^{||},U^{||}>$ grafda berilgan shartlarga asoslangan holda yo’llar sonini topamiz. Yo’llar cho’qqilarni bog‘lanishi bilan ifodalanadi va quyidagicha tasvirlanadi.

1. x_{15} - x_{11} - x_7 - x_3 - x_3^1 16. $x_{15} - x_9 - x_8 - x_4 - x_2 - x_5 - x_1$
2. x_{15} - x_{11} - x_7^1 - x_3 - x_3^1 17. $x_{15} - x_9 - x_{14} - x_8 - x_5 - x_1$
3. x_{15} - x_{11} - x_7^{11} - x_3 - x_3^1 18. $x_{15} - x_9 - x_{14} - x_8 - x_4 - x_2 - x_5 - x_1$
4. x_{15} - x_{11} - x_7 - $x_3 - x_5 - x_1$ 19. x_{15} - $x_{14} - x_{10} - x_2 - x_5 - x_1$
5. x_{15} - x_{11} - x_7^1 - $x_3^1 - x_5 - x_1$ 20. x_{15} - $x_{14} - x_{10} - x_6 - x_2 - x_5 - x_1$

$6.\ x_{15} - x_{11} - x_7^1 - x_3 - x_3^1$

$7.\ x_{15} - x_{11} - x_7^1 - x_3 - x_3^1$

$8.\ x_{15} - x_{11} - x_7^{11} - x_3 - x_3^1$

$9.\ x_{15} - x_{11} - x_7^{11} - x_3 - x_3^1$

$10. x_{15} - x_{11} - x_7 - x_6 - x_2 - x_5 - x_1$

$11. x_{15} - x_{11} - x_7^{11} - x_6 - x_7 - x_5 - x_1$

$12. x_{15} - x_{11} - x_{10} - x_2 - x_5 - x_1$

$13. x_{15} - x_{11} - x_{10} - x_6 - x_2 - x_5 - x_1$

$14. x_{15} - x_9 - x_6 - x_2 - x_5 - x_1$

$15. x_{15} - x_9 - x_8 - x_5 - x_1$

$21. x_{15} - x_{14} - x_8 - x_5 - x_1$

$22. x_{15} - x_{14} - x_6 - x_4 - x_2 - x_5 - x_1$

$23. x_{15} - x_{16} - x_{10} - x_2 - x_5 - x_1$

$24. x_{15} - x_{16} - x_{10} - x_6 - x_8 - x_5 - x_1$

$25. x_{15} - x_{16}^1 - x_{10} - x_2 - x_5 - x_1$

$26. x_{15} - x_{16} - x_{10} - x_6 - x_2 - x_5 - x_1$

$27. x_{15} - x_{16} - x_{12} - x_{13} - x_8 - x_5 - x_1$

$28. x_{15} - x_{16} - x_{12} - x_8 - x_5 - x_1$

$29. x_{15} - x_{16} - x_{12} - x_{13} - x_4 - x_2 - x_5 - x_1$

$30. x_{15} - x_{16} - x_{12} - x_8 - x_4 - x_2 - x_5 - x_1$

$G=<X,U>$ grafda yo‘llar soni 30 taga teng.

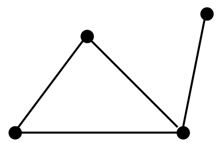
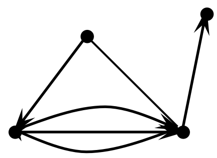
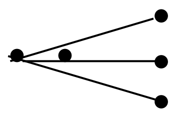
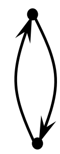
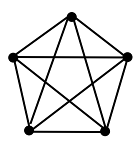
Yo‘naltirilmagan graflarda yo‘llarni topish algoritmi quyidagicha tasvirlanadi:

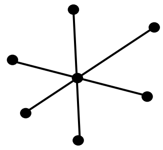
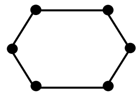
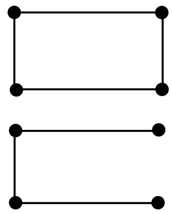
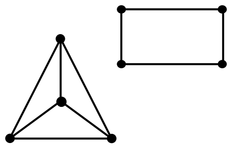
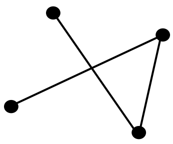
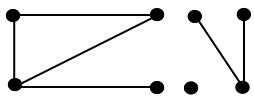
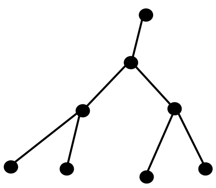
1. $G=<X,U>$ – berilgan yo‘naltirilmagan graf parallel qobiqlar va tugunchalar bilan ifodalangan.
2. Parallel qobiqlar va tugunchalarni oddiy qobiqlar yordamida tasvirlanadi.
3. $G^{|}=<X^{|},U^{|}>$ yo‘nalgan graf parallel qobiqlar va tugunchalarsiz hosil qilinadi.
4. Ihtiyoriy boshlang‘ich cho‘qqilarni $X_B \subset X$ tanlab olamiz.
5. $G^{|}=<X^{|},U^{|}>$ grafni sathlarga bo‘lamiz.
6. Oxirgi sathdagi cho‘qqilarni tugash cho‘qqilari deb tanlab olamiz.
7. Boshlang‘ich $X_B \subset X$ va tugash cho‘qqilariga $X_T \subset X$ nisbatan mumkin bo‘lgan yo‘llarni topamiz.

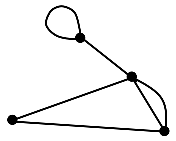
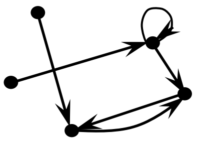
Yo’naltirilmagan, yo’naltirilgan va aralash graflarda yo’llarni topish masalasi graflar nazariyasining asosiy masalalaridan biri hisoblanadi. Bu masala mikroelektron qurilmalarini loyihalashda elektrik va funksional sxemalarda signallarni bir elementdan ikkinchisiga o’tish yo’llarini, hamda kirishda berilgan signallarni tarqalish yo’llarini aniqlashga yordam beradi.

4-mavzu: Eyler graflari. Gamilton graflari. Grafning metrik xarakteristikalari. Planar graflar. Tarmoqdagi oqimlarini bilishi va ulardan foydalana olishi.

GRAFLARNING TURLARI.

1.	**Yo‘naltirilmagan graf**	X-Cho‘qqilar to‘plami va u-qobiqlar to‘plamidan tashkil topgan va quyidagicha ifodaga ega bo‘lgan: $X=\{x_1, x_2,\ldots x_i,\ldots, x_m\}$ va $U=\{u_1, u_2,\ldots u_j,\ldots, u_m\}$, hamda $U_j=x_i$ va x_k Cho‘qqilarini bog‘lovchi qobiq $u_j=(x_i,x_k)$ dan iborat bo‘lsa, bunday to‘plamlar yig‘indisidan tashkil topgan chizma $G=<X,U>$ yo‘naltirilmagan graf deb ataladi.	
2.	**Yo‘naltirilgan graf**	X-Cho‘qqilar to‘plami va U-yo‘naltirilgan qobiqlar to‘plamidan tashkil topgan, hamda $u_1=(x_i,x_k)$, x_i – boshlang‘ich Cho‘qqi – chiquvchi va x_k – oxirgi Cho‘qqi kiruvchi bo‘lsa, bunday to‘plamlardan tashkil topgan chizma yo‘naltirilgan graf deb ataladi.	
3.	**Nul graf**	$G=<X,U>$ grafda $x=\{x_i\}$, $i=1$ $U=\varnothing$ bo‘lsa, bunday graf nul graf deb ataladi.	
4.	**Multigraf**	$G=<X,U>$ grafida biror ikkita Cho‘qqining birlashuvi bir necha qobiq bilan ifodalansa, bunday graf multigraf deb ataladi.	
5.	**Simmetrik graf**	$G=<X,U>$ graf simmetrik deb ataladi, agar uning biror ikkita Cho‘qqisi x_i va x_j uchun $u=(x_i, x_j)$ bo‘lsa, $(x_j, x_i)=u$ bo‘lsin.	

6.	**To‘liq graf**	G=<X,U> grafda x Cho‘qqilarni hammasi bir-biri bilan bog‘langan bo‘lsa, to‘liq graf deb ataladi.	
7.	**YUlduzli graf**	G=<X,U> graf bitta markaziy Cho‘qqiga ega bo‘lsa va uning lokal darajasi $\lambda_{xi}>1$ bo‘lsa, qolganlari esa $\lambda_{xj}=1$ bo‘lsa, bunday graflar yulduzli graf deb ataladi.	
8.	**Siklli graf**	G=<X,U> grafda har bir Cho‘qqining darajasi $\lambda=2$ bo‘lsa, bunday graf siklli graf deb ataladi.	
9.	**Gamilton graf**	Har bir Cho‘qqidan bir marta o‘tishi mumkin bo‘lgan bekiq zanjir, ya’ni siklli graf Gamilton sikli deb ataladi, agar zanjir bekiq bo‘lmasa, Gamilton zanjiri deb ataladi.	
10.	**Tekis graf**	Tekis graf deb tekislikda berilgan ikkita qobig‘i bir-biri bilan kesishmaydigan grafga aytiladi.	
11.	**Bog‘langan graf**	Grafning hamma Cho‘qqilari bog‘langan bo‘lib, bir butun bo‘lsa, u bog‘langan graf deb ataladi.	
12.	**Bog‘lanmagan graf**	Agar grafda birorta Cho‘qqilar bog‘lanmagan bo‘lsa, ular bog‘lanmagan graf deb ataladi.	
13.	**Daraxt**	Graf daraxt deb ataladi, agar unda sikllar bo‘lmasa.	

14.	**Yo‘naltirilmagan aralash graf**	Graflarda tugunchalar va parallel qobiqlar bo‘lsa, yo‘naltirilmagan aralash graf deb ataladi.	
15.	**Yo‘naltirilgan aralash graf**	Graflarda yo‘naltirilgan qobiqlar va tugunchalar bo‘lsa, bunday graf yo‘naltirilgan aralash graf deb ataladi.	

V. GLOSSARIY

Algebra- matematikaning miqdorlar ustida bajariladigan amallarining umumiy qonunlari haqidagi o‘quv fani

Algoritm- ko‘rsatilgan maqsadga erishish yoki qo‘yilgan topshiriq(masala)ni yechishga qaratilgan vazifa(amal)lar ketma-ketligini bajarish borasida ijrochiga tushunarli va aniq ko‘rsatmalar berish

Axborot texnologiya - obekt, jarayon yoki xodisa (axborot maxsulot) xolati haqida yangi sifatdagi ma’lumotlarni olish uchun foydalanadigan ma’lumotlarni (birlamchi) yigish, ishlov berish va o‘zatish vositalari, hamda usullari majmuasidir.

Axborot texnologiyalari turlari: jadval prosessorlari; Matnli va gipermatnli prosessorlar; Grafik prosessorlari; Ekspert tizimlari; Multimedia vositalari va boshqalar.

Baho ta’lim oluvchilar bilim, ko‘nikma va malakalarining miqdoriy aholashda bal yoki raqamlar vositasida shartli ifodalanishi

Bilim - haqiqiy borliq umumiy aksini topadi. Talabalar hodisa, voqyea, qonuniyatlar to‘g’risidagi ma’lumotlarni o‘rganadilar va u ularning yutug’i bo‘ladi. bog’lanishlar tizimi bilan ta’minlangan, uning bir fragmentidan boshqasiga darhol o‘tish imkoniyatlari oldindan berilgan matn.

Davlat ta’lim standarti - matematikadan ta’lim mazmunining majburiy hajmini; o‘quvchilarning yosh xususiyatlari va imkoniyatlarini hisobga olgan holda tanlanadigan o‘quv yuklamasining yuqori miqdoridagi hajmini; asosiy yo‘nalishlar bo‘yicha o‘quvchilarning bilim, ko‘nikma va malakalariga qo‘yiladigan talablar va ularni baholash me’yorlarini belgilaydi.

Dars – bu mantiqan tugallangan, butun vaqt bilan chegaralangan o‘quv-tarbiya jarayonining qismidir.

Dars tahlili o‘quv mashg’ulotini bir butun yaxlit holda yoki muayyan bo‘laklarga bo‘lib baholash

Keys-stadi – Case study (inglizcha sase - to‘plam, aniq vaziyat, stadi -ta’lim) keysda bayon qilingan va ta’lim oluvchilarni muammoni ifodalash hamda uning maqsadga muvofiq tarzdagi yechimi variantlarini izlashga yo‘naltiradigan aniq real yoki sun’iy ravishda yaratilgan vaziyatning muammoli- vaziyatli tahlil etilishiga asoslanadigan ta’lim

Konkretlashtirish-o‘qitishning dastlabki bosqichlaridagi qo‘llaniladi. U o‘rganilayotgan obyektning bir tarafi bir yoqlama o‘rganiladi va bu o‘rganish uning boshqa tomonlariga bog’liq bo‘lmagan holda amalga oshiriladi..

Konsepsiya- umumiy g’oya yoki biror-narsa to‘g’risida tasavvur, tushuncha, fikrlar tizimi.

Kreativlik (ijodiylik) qandaydir yangi, betakror narsa yarata olish layoqati, badiiy shakl yaratish, fikrlash, g’oya va yechimga olib keluvchi aqliy jarayon

Kuzatish - atrof olam alohida obyektlar va hodisalarining xossalari va munosabatlarini ular mavjud bo‘lgan tabiiy sharoilarda o‘rganish usuliga aytiladi.

Ko‘nikma –egallagan bilimlar asosida o‘zgaruvchan sharoitlarda birorta faoliyatni amalga oshirish qobiliyati.

lozim bo‘lgan masala, vazifa

Malakalar –bu, ko‘p marta takrorlash natijasidagi mashinal (beixtiyoriy), harakatlardir.

Matematik ta’limning asosiy yunalishlari - son va hisoblashlar; ifodalarni ayniy shakl almashtirishlar; tenglamalar va tengsizliklar; funksiyalar va grafiklar; geometrik shakllar va kattaliklar.

Matematika darsligi, o‘quv qo‘llanmasi - dastur va didaktika talablari bilan aniklanuvchi o‘qitish maqsadlariga mos keluvchi matematika bo‘yicha bilimlar asoslarini bayon etuvchi kitob hisoblanadi.

Matematika o‘qitish metodikasi – jamiyat tomonidan qo‘yilgan ta’lim maqsadlarga mos ravishda matematika o‘qitish usullarini, qonuniyatlarini uning ma’lum rivojlanish darajasida o‘rganadigan va tadqiq etadigan pedagogikaning bo‘limi

Matematika o‘qitishda muammoli ta’lim usuli - ko‘pgina tushunchalarni o‘rganish muammoli vaziyatni yaratishga olib kelinishi mumkin.

Matematika o‘qitishda predmetlararo aloqalar- bu matematika boshqa o‘quv fanlari bilan ,ayniqsa fizika, astronomiya, biologiya, chizmachilik, kimyo va hokazo fanlar bilan bog’lanishlarga.

“Matematika” atamasi - grekcha “bilish, fan” so‘zidan olingan

Matematika fani - moddiy borliqning fazoviy va miqdoriy munosabatlarini aks ettiruvchi qonunlarni o‘rganadi

Ma’ruza usuli- bunda o‘qituvchi materialni o‘zi bayon etadi.

Metod ta’lim jarayonida taqdim etilgan amaliy va nazariy bilimlarni egallash, o‘zlashtirish, o‘rgatish, o‘rganish, bilish uchun xizmat qiladigan yo‘l- yo‘riqlar, usullar majmui

Modul o‘quv axborotining mantiqiy bo‘lakka bo‘lingan qismi, ushbu qism mantiqan yaxlit va tugallangan bo‘lib, uning o‘zlashtirilishini nazorat qilish mumkin bo‘ladi

Modulli o‘qitish - o‘qitishning istiqbolli tizimlaridan biri hisoblanadi, chunki u ta’lim oluvchilarning bilim imkoniyatlarini va ijodiy qobiliyatlarini rivojlantirish tizimiga eng yaxshi moslashgandir.

Muammo o‘quv jarayonida hal qilinishi

Muammoli vaziyat - Mazkur holda vaziyat subyektining hozirgi vaqtda yoki kelgusidagi maqsadlarga erishishiga xavf soladigan vaziyat tushuniladi.

Multimediyali vositalar. Bularga turli tipdagi axborotlarni va jarayonlarni matn, rasm, sxema, jadval, diagramma va virtual muxitlarni yaratish, saklash, ishlov berish, rakamlashtirilgan va jarayonli kurinishda amalga oshirishning kompyuterli vositalari kiradi.

Rivojlantiruvchi ta’lim - o‘qituvchining asosiy vazifasi bilish mustaqilligi va qobiliyatlarini rivojlantirshga yo‘naltirilgan, talabalarni o‘quv faoliyatini tashkillashtirish hisoblanadi.

Tabaqalashtirish -o‘qitishda o‘quvchilarni o‘z bilim saviyasi va qobiliyatlariga ko‘ra guruhlarga ajratgan holda, tabaqalarga bo‘lgan holda o‘qitishni nazarda tutadi.

Tajriba - obyektlar va hodisalarni o‘rganishning shunday usuliga aytiladiki, bunda biz ularning tabiiy holatiga va rivojiga aralashamiz, ular uchun sun’iy sharoitlar yaratamiz, qismlarga ajratib boshqa obyektlar va hodislar bilan bog’lanishlar hosil qilib tadqiq etamiz**.**

Taqqoslash – o‘rganilayotgan obyektlarning o‘xshashlik va farqlarini fikran ajratishdan iborat.

Tafakkur - inson ongida ask etgan obyektlar tomonlar va xossalarini ajratish va ularni yangi bilim olish uchun boshqa obyektlar bilan tegishli munosabatlarda qo‘yish jarayoniga aytiladi. Umuman olganda, tafakkur obyektiv borliqning inson ongida faol aks ettirish jarayonidir.

Tafakkurning shakllari - tushuncha, hukm va tasdiqlar.

Tahlil muayyan obyekt, voqyea-hodisani har tomonlama tahlil qilish, chuqur tekshirish, o‘rganish

Ta’lim vositasi muayyan o‘qitish metodi yoki usullaridan muvaffaqiyatli foydalanish uchun zarur bo‘lgan yordamchi o‘quv materiallari

Ta’lim tizimi turli daraja va yo‘nalishdagi o‘zaro aloqador uzluksiz ta’lim dasturlari va davlat ta’lim standartlari, tashkiliy huquqiy turlaridan qat’iy nazar ta’lim muassasalarining barcha tarmoqlari, ta’limni boshqaruv organlari va ular qoshidagi muassasa hamda tashkilotlarni qamrab oluvchi tizim.

Teoremalar matematik xukmlarning eng ko‘p ishlatiladigan turi bo‘lib, u aksiomalar yordamida o‘rnatilayotgan nazariy natijalarni ifoda etib, isbotlanishi talab etiladi.

Texnologiya grek tilidan (techne) tarjima kilganda san’at, maxorat, bilish ma’nolarini anglatadi, bular esa o‘z navbatida jarayonlardir. Jarayonlar - bu qo‘yilgan maqsadga erishish uchun ma’lum xarakatlar majmuasidir.

Tizimli yondashuv tadqiqotchining pedagogik obyekt yaxlitligini ochib ko‘rsatishga yo‘naltiruvchi, uning ichki aloqa va munosabatlarini belgilovchi jarayon

Tushunchalar - obyektlarning turli xil sifatlari, belgilari va xususiyatlarini aks ettiradi,

Uzluksiz ta’lim o‘zaro mantiqiy izchillik asosida bog’langan hamda soddadan murakkabga qarab rivojlanib boruvchi va bir-birini taqozo etuvchi bosqichlardan iborat yaxlit ta’lim tizimi

O‘quv materialining elektron shakli. Bosma shaklda bayon etilgan asosiy, tushuntiruvchi, amaliy matnlarning ovozli elektron versiyasi takdim etiladi.

O‘quvchilarning matematik tayyorgarligiga qo‘yiladigan talablar: a) matematik ta’lim jarayonida o‘quvchilarga beriladigan imkoniyatlar bayon etiladi; v)o‘quvchilarning matematikadan egallashlari majbur bo‘lgan bilim va malakalar, masalalar yechish ko‘nikmalari ko‘rsatiladi.

Umumlashtirish- obyektlar to‘plamiga tegishli va bu obyektlarni birlashtiruvchi birorta xossa fikran ajratiladi.

Hamkorlikda o‘qitish - mashg’ulotlar jarayonida talabalar bilan axborot, shaxsiy va kasbiy tajribalarni almashish asosidagi guruhi yo‘qitish shakli

Evristiko‘qitish - o‘qituvchi o‘quvchilar bilan hamkorlikda hal etilishi zarur bo‘lgan masalani aniqlab olishi. O‘quvchilar esa mustaqil ravishda taklif etilgan masalani tadqiq etish jarayonida zaruriy bilimlarni o‘zlashtirib oladilar va uning yechimi bo‘yicha boshqa vaziyatlar bilan taqqoslaydi. O‘rnatilgan masalani yechish davomida o‘quvchilar ilmiy bilish metodlarini o‘zlashtirib tadqiqotchilik faoliyatini olib borish ko‘nikmasi tajribasini egallaydilar.

Elektron darslik – fanning o‘quv hajmini to‘liq qamragan va masofavi yo‘qitish hamda mustaqil o‘rganish uchun kompyuter sxnologiyalariga asoslangan, mustaqil ta’lim olishga hamda fanga oid o‘quv materiallar, ilmiy ma’lumotlarning har tomonlama samarali o‘zlashtirishga mo‘ljallangan bo‘lib:o‘quv va ilmiy materiallar faqat verbal (matn) shaklda; o‘quv materiallar verbal (matn) va ikki o‘lchamli grafik shaklda; multimedia (ko‘p axborotli) elementlari, ya’ni ma’lumot ikki-uch o‘lchamli grafik ko‘rinishda, ovozli, video, animasiya va qisman verbal (matn) shaklda; taktil (his qilinuvchi, seziladigan) xususiyatli, obektlarga nisbatan harakatlanish tasavvurini yaratadigan shaklda ifodalanadi.

Elektron lug’at-an’anaviy “qog’ozli” lug’atga mos keluvchi elektron axborot manbai. Kompyuter versiyada so‘z yoki so‘zlar guruhiga maxsus ajratilgan ko‘rsatma bilan istalgan dasturdan chaqirilishi mumkin. An’anaviy lug’atlardan farqli ravishda eletron lug’at matn va grafikaviy tasvirlar bilan bir qatorda video va animasion lavhalar, tovush, musiqa va boshqalar bilan birga media-obyektlarning butun spektrlarini o‘z ichiga olishi mumkin.

Elektron nazorat (testlashtirish) - elektron o‘quv adabiyotining komponenti bo‘lib, an’anaviy kompyutersiz testlashtirishning analogidir. Elektron testlashtirish holatida kompyuter test va uning natijalarini ko‘rsatib beradi, bu bilan bog’liq bo‘lgan algoritmlarni joriy qiladi. (Masalan, bajarilgan yoki o‘tkazib yuborilgan topshiriqlarga qaytish imkoniyatining borligi yoki yo‘qligi, bitta testga vaqtning chegaralanganligi va hokazo).

Elektron testlar-saqlangan, ishlov berilgan va baxolash uchun kompyuter yoki telekommunikasion texnikasi yordamida taqdim etiladigan testlar. Testlar berilishi o‘rganilgan matnni talabaning qanchalik darajada o‘zlashtirganligi o‘z-o‘zini baholash imkonini beradi

Elektron topshiriqlar - o‘qituvchiga ta’lim oluvchilarning individul imkoniyatlarini hisobga olgan xolda mustaqil va nazorat ishlari uchun tartibga keltiradigan topshiriqlar majmuini o‘zida aks ettiruvchi axborot manbasining muhim ko‘rinishidir. Yaratilgan topshiriqlar ta’lim oluvchilarga an’anaviy «qog’oz» li va elektron variantlarida tavsiya etilishi mumkin.

Elektron o‘quv qo‘llanma – fanning o‘quv hajmini qisman yoki to‘liq qamragan va axborotning adaptasiya blokini o‘z ichiga olgan bo‘lib, masofavi yo‘qitish va mustaqil o‘rganish uchun mo‘ljallangan o‘quv manbai.

Elektron o‘quv-metodik majmua – davlat ta’lim standarti va fan dasturida belgilangan, bilim, ko‘nikma, malaka va kompetensiyalarni shakllantirishni, o‘quv jarayonini kompleks loyihalash asosida kafolatlangan natijalarni olishni, mustaqil bilim olish va o‘rganishni hamda nazoratni amalga oshirishni ta’minlaydigan, talabaning ijodiy qobiliyatlarini rivojlantirishga yo‘naltirilgan elektron o‘quv – uslubiy manbalar, multimediali didaktik vositalar va materiallar, multimediali elektron ta’lim resurslari, multimediali baholash metodlari va mezonlarini o‘z ichiga oladi.

VI. ADABIYOTLAR RO’YXATI

I. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining asarlari

1. Mirziyoyev Sh.M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz. - T.: “O‘zbekiston”, 2017.-488 b.

2.Mirziyoyev Sh.M. Milliy taraqqiyot yo‘ limizni qat'iyat bilan davom ettirib, yangi bosqichga ko‘ taramiz. 1 -jild. -T.: “O‘zbekiston”, 2017. — 592 b.

3.Mirziyoyev Sh.M. Xalqimizning roziligi bizning faoliyatimizga berilgan eng oliy bahodir. 2-jild. T.: “O‘zbekiston”, 2018. - 507 b.

4.Mirziyoyev Sh.M. Niyati ulug‘ xalqning ishi ham ulug‘, hayoti yorug‘ va kelajagi farovon bo‘ ladi. 3-jild- T.: “O‘zbekiston”, 2019. - 400 b.

5.Mirziyoyev Sh.M. Milliy tiklanishdan - milliy yuksalish sari. 4-jild - T.: “O‘zbekiston”, 2020. - 400 b.

II. Norniativ-huquqiy hujjatlar

1.O‘zbekiston Respublikasining Konstitutsiyasi. - T.: O‘zbekiston, 2023.

2.O‘zbekiston Respublikasining 2020-yil 23-sentabrda qabul qilingan “Ta’lim to‘g‘risida”gi Qonuni.

3.O‘zbekiston Respublikasining “Korrupsiyaga qarshi kurashish to‘g‘risida”gi Qonuni.

4. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2015-yil 12-iyundagi “Oliy ta’lim muassasalarining rahbar va pedagog kadrlarini qayta tayyorlash va malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish to‘g‘risida”gi PF-4732-sonli Farmoni.

5.O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 27-maydagi “O‘zbekiston Respublikasida korrupsiyaga qarshi kurashish tizimini yanada takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risidagi PF-5729-son Farmoni.

6.O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 27-avgustdagi “Oliy ta'lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida”gi PF-5789-sonli Farmoni.

7. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2019-yil 23 sentabrdagi “Oliy ta'lim tnuassasalari rahbar va pedagog kadrlarining malakasini oshirish tizimini yanada takomillashtirish bo‘yicha qo'shimcha chora-tadbirlar

to‘g‘risida”gi 797-sonli Qarori.

8.0‘zbckiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 8-oktabrdagi “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta'lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to‘g‘risida”gi PF-5847- sonli Fannoni.

9. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022-yil 28-yanvardagi “2022- 2026-yillarga mo'ljallangan Yangi O‘zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to‘g‘risida”gi PF-60-son Farmoni.

10.O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2023-yil 25-yanvardagi “Respublika ijro etuvchi hokimiyat organlari faoliyatini samarali yo’lga qo‘yishga doir birinchi navbatdagi tashkiliy chora-tadbirlar to‘g‘risida”gi PF-14-sonli Fannoni.

III. Maxsus adabiyotlar

1. 17. Saxayev M.S. Elementar matematikadan masalalar tuplami.— Toshkent: «O‘qituvchi», 1977.
2. Umirbekov A.U., Shoabdalov Sh.Sh.Matematikani takrorlash — Toshkent: «O‘qituvchi», 1989
3. Xaydarov B.K. Matematika. O‘rta maktabning 5-sinfi uchun darslik.–T.: “Yangiyo‘lpoligrafservis”, 2015 y.
4. Xaydarov B.K., S.Jumanazarov, O.Do‘stmatov, J.Yu.Saparboyev. “Matematika fanini o‘qitishda zamonaviy yondashuvlar va innovasiyalar” moduli bo‘yicha o‘quv-uslubiy majmua. Toshkent davlat pedagogika universiteti huzuridagi xalq ta‘lim xodimlarini qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish xududiy markazi, Toshkent, 2017. T.: 2017. - 98.
5. Xaydarov B.K., S.Jumanazarov., O.Do‘stmatov., J.Yu.Saparboyev. “Matematika fanini o‘qitish metodikasi” moduli bo‘yicha o‘quv-uslubiy majmua. Toshkent davlat pedagogika universiteti huzuridagi xalq ta‘lim xodimlarini kadrlarni qayta tayyorlash va ularning malakasini oshirish xududiy markazi, Toshkent, 2017.
6. Mirzaahmedov M., Rahimqoriyev A. Matematika 6-sinf. Umumiy o‘rta ta‘lim maktablari 6-sinfi uchun darslik. –T.: “O‘qituvchi”, 2011 y.

7. Alimov Sh.A., Xolmuhamedov O.R., Mirzaahmedov M. Algebra. Umumiy o‘rta ta‘lim maktablari 7-9-sinflari uchun darslik.–T.: “O‘qituvchi”, 2014 y.

8. Azamov A., Xaydarov B., Kuchkarov A., Sariqov Ye., Sag‘diyev U. Geometriya. Umumiy o‘rta ta‘lim maktablari 7 -sinf uchun darslik. –T.: “Yangiyo‘l poligraf servis”, 2017 y.

9. Rahimberdiyev A. Geometriya 8-sinf. Darslik.–T.: “O‘qituvchi”, 2014y.

10. Haydarov B., Sariqov Ye., Qo‘chqorov A. Geometriya. 9-sinf.–T.: “O‘zbekistonmilliyensiklopediyasi”, 2014 y.

11. Mirzaxmedov M., Haydarov B. vaboshqalar Matematika. 10-sinf. Darslik, 1 - 2 bo‘limlar, – T.: MChJ “EKSTREMUM PRESS” 2017 y.

12. Mirzaxmedov M., Haydarov B. vaboshqalar Matematika. 10-sinf. Darslik, 1 - 2 bo‘limlar, – T.: MChJ “EKSTREMUMPRESS” 2018 y.

Elektron ta‘lim resurslari

1. O‘zbekiston Respublikasi Xalq ta‘limi vazirligining elektron sayti: www.uzedu.uz

2. O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta‘lim vazirligining elektron sayti: www.edu.uz

3. Xalq ta‘limi sohasida axborot-kommunikasiya texnologiyalarini rivojlantirish markazining elektron sayti:www.multimediya.uz

4. O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta‘lim vazirligi huzuridagi Bosh ilmiy-metodik markazning elektron sayti: www.bim.uz

5. Ziyonet ijtimoiy axborot ta‘lim portalining elektron sayti: www.ziyonet.uz